

ĐĂNG VIỆT ĐÔNG

TRẮC NGHIỆM VD - VDC

**HÀM SỐ BẬC NHẤT
VÀ BẬC HAI
ĐẠI SỐ 10**

- * CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT**
- * PHÂN LOẠI CÁC DẠNG TOÁN**
- * CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG**

BÀI 1: KHÁI NIỆM HÀM SỐ

A - KIẾN THỨC CHUNG

① **Định nghĩa**

Cho $D \subset \mathbb{R}$, $D \neq \emptyset$. Hàm số f xác định trên D là một qui tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D$ với một và chỉ một số $y \in \mathbb{R}$. Trong đó:

- x được gọi là biến số (đối số), y được gọi là giá trị của hàm số f tại x . Kí hiệu: $y = f(x)$.
- D được gọi là tập xác định của hàm số.
- $T = \{y = f(x) \mid x \in D\}$ được gọi là tập giá trị của hàm số.

② **Cách cho hàm số:** cho bằng bảng, biểu đồ, công thức $y = f(x)$.

Tập xác định của hàm $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

③ **Chiều biến thiên của hàm số:** Giả sử hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D . Khi đó:

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

④ **Tính chẵn lẻ của hàm số**

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

- Hàm số f được gọi là **hàm số chẵn** nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số f được gọi là **hàm số lẻ** nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.
- Tính chất của đồ thị hàm số chẵn và hàm số lẻ:
 - + Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.
 - + Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

⑤ **Đồ thị của hàm số**

- **Đồ thị** của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy với mọi $x \in D$.
- **Chú ý:** Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường. Khi đó ta nói $y = f(x)$ là **phương trình** của đường đó.

B – BÀI TẬP

Dạng 1: Tập xác định hàm số

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

- A. $\left(1; \frac{5}{2}\right) \setminus \{2\}$. B. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(1; \frac{5}{2}\right) \setminus \{2\}$. D. $\left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-x-2}$ là

- A. $[-2; 2] \setminus \{-1\}$. B. $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$. C. $[-2; 2] \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x^2-2x-3} - \sqrt{2x}$ là

- A. $[0; 3) \cup (3; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$. C. $[0; +\infty)$. D. $[-2; +\infty) \setminus \{-1; 3\}$.

- Câu 4.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & \text{khi } x \leq 2 \\ \sqrt{4-|x|} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tìm tập xác định của hàm số $f(x)$.
- A. $(-\infty; 4]$. B. $(2; 4]$. C. $(-\infty; 4] \setminus \{3\}$. D. $(2; 4] \setminus \{3\}$.
- Câu 5.** Tập xác định của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+2}} & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{10-x} + \sqrt{10+x} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ là
- A. $(-10; 10)$. B. $(-2; 10]$. C. $[-10; 10]$. D. $[-2; 10]$.
- Câu 6.** Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a; b]$. Tìm $a+b$.
- A. 3. B. -1. C. 0. D. -3.
- Câu 7.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2+2x+3} + \frac{2x+5}{x^2+x+1}$.
- A. $\mathbb{R}$. B. $D = \left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right]$.
- Câu 8.** Cho hai hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{1-x}}$ và $g(x) = \frac{\sqrt{-x^2+7x-10}}{(3-x)^{2019}}$ có tập xác định theo thứ tự lần lượt là D_1, D_2 . Tập hợp $D_1 \cup D_2$ là tập nào sau đây?
- A. $[2; 4] \setminus \{3\}$. B. $(1; 5] \setminus \{3\}$. C. $(2; 5] \setminus \{3\}$. D. $[1; 5]$.
- Câu 9.** Hàm số $y = \sqrt{9-3|x|} + \frac{x}{\sqrt{9x^2-1}}$ có tập xác định D_1 , hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x|x|+4}$ có tập xác định D_2 . Khi đó số phần tử của tập $A = \mathbb{Z} \cap (D_1 \cap D_2)$ là:
- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.
- Câu 10.** Để hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ xác định trên khoảng $(3; 5)$ thì giá trị của tham số m là
- A. $m \in [5; +\infty)$. B. $m \in (3; 5)$. C. $m \in [3; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 5)$.
- Câu 11.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2+2m+2}{x-m}$ xác định trên khoảng $(-1; 0)$.
- A. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $m \leq -1$. C. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$. D. $m \geq 0$.
- Câu 12.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0; 2)$?
- A. $1 < m < 3$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$. C. $3 < m < 5$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.
- Câu 13.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0; 1)$.
- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq 2$ hoặc $m < 1$. D. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$.

- Câu 14.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{21m^2 + 12x^2} + 2018mx}{x + 2m}$ xác định trên khoảng $(-2; 0)$.
- A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 0 \end{cases}$. C. $0 < m < 1$. D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$.
- Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x^2 - 2x + 21 - 2m}$, với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là
- A. vô số. B. 9. C. 11. D. 10.
- Câu 16.** Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + 2x - m + 4}$ có tập xác định là tập $\mathbb{R}$.
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-100; 100]$ để hàm số $y = \frac{2x+2}{x^2 - 3x + 2m - 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?
- A. 99. B. 105. C. 102. D. 95.
- Câu 18.** Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2 - 2x + m + 1}$. Tập các giá trị của m để hàm số xác định trên nửa khoảng $[-2; 3)$ là
- A. $m < -9$ B. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -9 \end{cases}$. C. $-9 \leq m < 0$. D. $m > 0$.
- Câu 19.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định với mọi $x \in [0; 2]$ khi $m \in [a; b]$. Giá trị $a+b=?$
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.
- Câu 20.** Tìm số giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2019]$ để hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m-1}$ xác định $\forall x \in (0; +\infty)$.
- A. 4038. B. 2018. C. 2019. D. 2020.
- Câu 21.** Cho hàm số $y = \sqrt{(m+1)x + 2m + 3}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số đã cho xác định trên đoạn $[-3; -1]$?
- A. 2. B. 3. C. 1. D. Vô số.
- Câu 22.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{16-x^2} + \sqrt{2017x + 2018m}$ (m là tham số). Để tập xác định của hàm số chỉ có đúng một phần tử thì $m = \frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$) với $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b$.
- A. -3025. B. 3025. C. 5043. D. -5043.
- Câu 23.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0; 1)$.
- A. $m \in (-\infty; -1] \cup \{2\}$. B. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}$. C. $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$. D. $m \in (-\infty; 1] \cup \{3\}$.
- Câu 24.** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - m}}$ xác định trên $[2; 3]$.
- A. $m < 0$. B. $0 < m < 3$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 3$.

- Câu 25.** Có bao nhiêu số nguyên a để hàm số $y = \sqrt{2x - 3a + 4} + \frac{x - a}{x + a - 1}$ xác định với mọi $x > 0$.
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 26.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x + m} - \frac{1}{2x - m + 1}$ xác định trên $(1; 2) \cup [4; +\infty)$?
A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.
- Câu 27.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{-2x + 3m + 2} + \frac{x + 1}{x + 2m - 4}$ xác định trên $(-\infty; -2)$.
A. $m \in [-2; 4]$. **B.** $m \in (-2; 3]$. **C.** $m \in [-2; 3]$. **D.** $m \in (-\infty; -2]$.
- Câu 28.** Số các giá trị nguyên âm của tham số m để tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{x - 2m} + \sqrt{7m + 1 - 2x}$ chứa đoạn $[-1; 1]$ là
A. 0. **B.** vô số. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 29.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x - m + 1} + \frac{2x}{\sqrt{-x + 2m}}$ xác định trên khoảng $(-1; 3)$.
A. Không có giá trị m nào thỏa mãn. **B.** $m \geq 2$.
C. $m \geq 3$. **D.** $m \geq 1$.
- Câu 30.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \sqrt{x - m + 2} - \frac{x}{\sqrt{-x + 1 - 2m}}$ xác định trên $[0; 1)$.
A. 2018. **B.** 2019. **C.** 4036. **D.** 4037.
- Câu 31.** Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2\sqrt{x - 2m + 3}}{3(x - m)} + \frac{x - 2}{\sqrt{-x + m + 5}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$.
A. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$. **B.** $m \in [-3; 0]$. **C.** $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$. **D.** $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.
- Câu 32.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x - m + 1} + \frac{2x}{\sqrt{-x + 2m}}$ xác định trên khoảng $(-1; 3)$.
A. Không có giá trị m thỏa mãn. **B.** $m \geq 2$.
C. $m \geq 3$. **D.** $m \geq 1$.
- Câu 33.** Tìm m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x - 4m + 3}}{x - 2m} + \frac{3x - 1}{\sqrt{5 + 2m - x}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$.
A. $\begin{cases} -2 \leq m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{4} \end{cases}$. **B.** $-2 \leq m \leq 0$. **C.** $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{4}$. **D.** $\begin{cases} -2 < m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m < \frac{3}{4} \end{cases}$.
- Câu 34.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 - 6x + m - 2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.
A. $m \geq 11$. **B.** $m > 11$. **C.** $m < 11$. **D.** $m \leq 11$.
- Câu 35.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{(m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + 3(m - 2)}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

- A. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $m \in (1; +\infty)$.
 C. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [5; +\infty)$. D. $m \in [5; +\infty)$.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số sau có tập xác định là $\mathbb{R}$

$$y = \frac{2018x + 2019}{\sqrt{(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 4}}$$

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 37. Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

- A. $m < 0$. B. $m \geq 0$. C. $m \leq 0$. D. $m > 0$.

Câu 38. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2 + 3x - 5}{mx^2 - 2mx - 2020}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

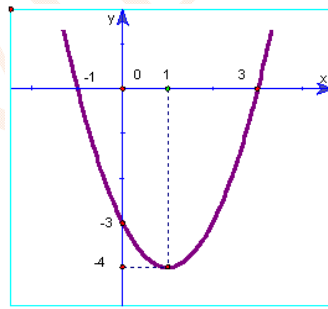
- A. 2020. B. 2019. C. 2021. D. 4040.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{2mx + 4}{\sqrt{x^2 + 2mx + 2018m + 2019}} + \sqrt{mx^2 + 2mx + 2020}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử?

- A. 2018. B. 2019. C. 2020. D. 2021.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nguyên lớn nhất của m để hàm số

$$y = \frac{1}{\sqrt{f(x) - 2m + 2}}$$
 có tập xác định là $\mathbb{R}$.



- A. $m = -2$. B. $m = -1$. C. $m = -4$. D. $m = 0$.

Câu 41. Cho hàm số $y = \sqrt{1 - |2x^2 + mx + m + 15|}$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số xác định trên đoạn $[1; 3]$.

- A. 1. B. 2.
C. 3. D. 4.

Câu 42. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \sqrt{-m^2x^2 + 2|m|x + 3}$ xác định trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Khi đó số các phần tử của S là.

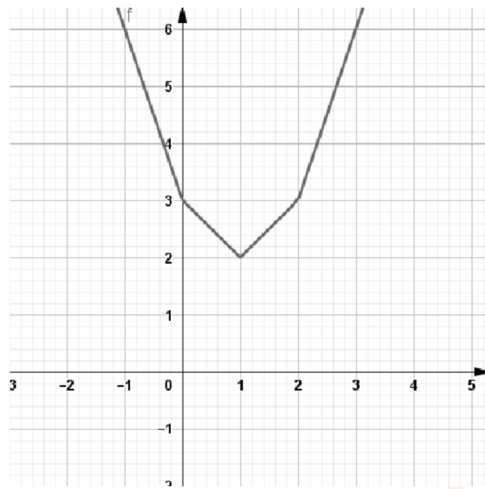
- A. 0 B. 4 C. 8 D. 9

Câu 43. Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 - x^2 + 1 + mx\sqrt{2x^4 + 2}}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có tập xác định là tập số thực $\mathbb{R}$.

- A. $m \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$. B. $m \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right]$. C. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. D. $m \in [-1; 1]$.

Dạng 2: Sự biến thiên, tính chẵn, lẻ của hàm số**SỰ BIẾN THIÊN**

Câu 1. Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 4)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

C. $f(2) + f(5) = 15$. **D.** $f(10) < 26$.

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = (m+1)x + m - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3. Cho hàm số $y = (2-m)x + \frac{3}{\sqrt{9-m^2}}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 4. Giá trị của tham số m để hàm số $y = -3x + 2 - \frac{m-3}{x}$ nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $m \in (-\infty; 3]$. **B.** $m \in (3; +\infty)$. **C.** $m \in (-\infty; 2)$. **D.** $m \in [-1; +\infty)$.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = (m+1)x + m - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. $m < 5$. **B.** $m > 5$. **C.** $m \leq 3$. **D.** $m > 3$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = mx^2 + 2(m-6)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** vô số.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 1 - m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$?

- A. 3 B. 5 C. 8 D. Vô số

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 2m + 1$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên $m < 2018$ để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(2; 4)$?

- A. 2016. B. 2018. C. 2015. D. 2017.

Câu 10. Biết rằng hàm số $y = f(x) = x^3 + 2x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Đặt $A = \left(\frac{x^2+3}{x^2+1}\right)^3 + 2\left(\frac{x^2+3}{x^2+1}\right)$ và $B = \frac{8}{(x^2+1)^3} + \frac{4}{x^2+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $A > B$. B. $A \geq B$. C. $A < B$. D. $A \leq B$.

TÍNH CHẤM LẺ

Câu 11. Biết rằng khi $m = m_0$ thì hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in [3; +\infty)$. B. $m_0 \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$. C. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$. D. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = (m^2 - 1)x^3 + (m - 2)x^2 + 2020$ là hàm số chẵn trên tập xác định của nó.

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases}$.

Câu 13. Tìm m để hàm số $y = x^3 + 3(m^2 - 1)x^2 + 3x + m$ là hàm số lẻ.

- A. $m = \pm 1$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. Đáp án khác

Câu 14. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^4 + (m^2 - 4)x^3 + (m + 2)x + 1$ là hàm số chẵn?

- A. $m = -2$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = 2, m = -2$.

Câu 15. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x) = |x+1| - |x+m|$ là hàm lẻ?

- A. 1 B. 0 C. 2. D. 4.

Câu 16. Tìm m để hàm số sau là hàm số chẵn $f(x) = \frac{-x^4 + (m+2)x^3 + 2x^2 + (m^2 - 4)x + 5}{\sqrt{x^2 + m}}$.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = \pm 2$. D. $m \in \emptyset$.

Câu 17. Tìm m để hàm số $f(x) = \frac{4x^4 + 3(m^2 - 4)x^3 + 2x^2 + (m - 2)x + 1}{m - \sqrt{x^2}}$ là hàm số chẵn.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = \pm 2$. D. $m \in \emptyset$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m\sqrt{2+x} + (m^2 - 2)\sqrt{2-x}}{(m^2 - 1)x}$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số).

Số giá trị của m để (C_m) nhận trục Oy làm trục đối xứng là:

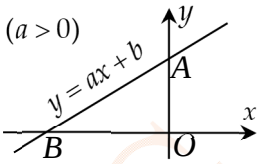
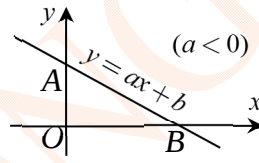
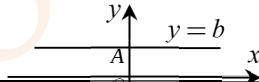
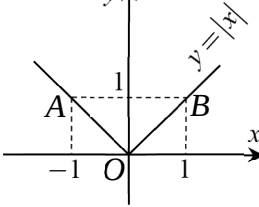
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{x^2(x^2 - 2) + (2m^2 - 2)x}{\sqrt{x^2 + 1} - m}$ là hàm số chẵn.
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m\sqrt{2018+x} + (m^2 - 2)\sqrt{2018-x}}{(m^2 - 1)x}$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số). Số giá trị của m để đồ thị (C_m) nhận Oy làm trục đối xứng là:
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

HÀM SỐ BẬC NHẤT

A – KIẾN THỨC CHUNG

Hàm số	TXĐ	Tính chất	Bảng biến thiên		Điểm đặc biệt	Đồ thị
Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ $(a \neq 0)$	$\mathbb{R}$	$a > 0$: hàm số đồng biến	x	$-\infty$ $+\infty$	$A(0; b)$ $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$	
		$a < 0$: hàm số nghịch biến	x	$-\infty$ $+\infty$		
Hàm số hằng $y = b$	$\mathbb{R}$	Hàm chẵn. Không đổi.			$A(0; b)$	
Hàm số $y = x = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$	$\mathbb{R}$	Hàm chẵn. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến $(0; +\infty)$.	x	$-\infty$ 0 $+\infty$	$O(0; 0)$ $A(-1; 1)$ $B(1; 1)$	

Đối với hàm số $y = |ax + b|$, $(a \neq 0)$ thì ta có: $y = |ax + b| = \begin{cases} ax + b & \text{khi } x \geq -\frac{b}{a} \\ -(ax + b) & \text{khi } x < -\frac{b}{a} \end{cases}$.

Do đó để vẽ hàm số $y = |ax + b|$, ta sẽ vẽ hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = -ax - b$, rồi xóa đi hai phần đường thẳng nằm ở phía dưới trục hoành Ox .

★ **Lưu ý:** Cho hai đường thẳng $d: y = ax + b$ và $d': y = a'x + b'$. Khi đó:

- $d \parallel d' \Leftrightarrow a = a'$ và $b \neq b'$.
- $d \perp d' \Leftrightarrow a.a' = -1$.
- $d \equiv d' \Leftrightarrow a = a'$ và $b = b'$.
- $d \cap d' \Leftrightarrow a \neq a'$.
- Phương trình đường thẳng d qua $A(x_A; y_A)$ và có hệ số góc k dạng $d: y = k.(x - x_A) + y_A$.

B - BÀI TẬP

Dạng 1: Xác định hàm số và sự tương giao liên quan hàm bậc nhất

Câu 1. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(2; 3)$ và tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác vuông cân.

A. $y = x + 5$.

B. $y = -x + 5$.

C. $y = -x - 5$.

D. $y = x - 5$.

- Câu 2.** Đường thẳng $d: y = (m-3)x - 2m + 1$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB cân. Khi đó, số giá trị của m thỏa mãn là
A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 3.** Đồ thị hàm số $y = x - 2m + 1$ tạo với hệ trục tọa độ Oxy tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{2}$. Khi đó m bằng
A. $m = -2$. **B.** $m = 2$; $m = 3$. **C.** $m = 2$; $m = 4$. **D.** $m = -2$; $m = 3$.
- Câu 4.** Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1;3)$ và tạo với hai tia Ox , Oy một tam giác có diện tích bằng 6?
A. $y = 3x + 6$. **B.** $y = -3x + 6$.
C. $y = (9 - \sqrt{72})x + \sqrt{72} - 6$. **D.** $y = (9 + \sqrt{72})x - \sqrt{72} - 6$.
- Câu 5.** Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1;2)$ và tạo với hai tia Ox , Oy một tam giác có diện tích bằng 4.
A. $y = 2x + 4$. **B.** $y = -2x - 4$. **C.** $y = -2x + 4$. **D.** $y = 2x - 4$.
- Câu 6.** Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = 4x - m + 3$ cùng với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{2}$ là
A. 4. **B.** 26. **C.** 1. **D.** 25.
- Câu 7.** Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, ($a \neq 0$; $b \neq 0$) đi qua điểm $M(-1;6)$ tạo với các tia Ox , Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = a + 2b$.
A. $S = 10$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = -\frac{38}{3}$. **D.** $S = \frac{-5 + 7\sqrt{7}}{3}$.
- Câu 8.** Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1;3)$, cắt hai tia Ox , Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng $\sqrt{5}$.
A. $y = 2x + 5$. **B.** $y = -2x - 5$. **C.** $y = 2x - 5$. **D.** $y = -2x + 5$.
- Câu 9.** Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(3;1)$, cắt hai tia Ox , Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng $2\sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + b^2$.
A. $P = 16$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = 23$. **D.** $P = 19$.
- Câu 10.** Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, cắt hai tia Ox , Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng 1.
A. $y = -\frac{3}{4}x + 5$. **B.** $y = \frac{3}{4}x + 5$. **C.** $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$. **D.** $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.
- Câu 11.** Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-3;1)$ và có hệ số góc bằng -2 . Tính tích $P = ab$.
A. $P = 10$. **B.** $P = -7$. **C.** $P = -5$. **D.** $P = -10$.
- Câu 12.** Cho phương trình đường thẳng $y = ax + b$ có đồ thị đi qua điểm $E(2; -1)$ và song song với đường thẳng ON với O là gốc tọa độ và $N(1;3)$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2$?
A. $S = 58$. **B.** $S = -40$. **C.** $S = -58$. **D.** $S = -4$.
- Câu 13.** Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm a và b , biết rằng đồ thị hàm số cắt đường thẳng $\Delta_1: y = 2x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng -2 và cắt đường thẳng $\Delta_2: y = -3x + 4$ tại điểm có tung độ bằng -2 .

A. $a = \frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2}$. B. $a = -\frac{3}{4}; b = \frac{1}{2}$. C. $a = \frac{3}{4}; b = \frac{1}{2}$. D. $a = -\frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hai đường thẳng $d_1: y = mx - 4$ và $d_2: y = -mx - 4$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để tam giác tạo thành bởi d_1, d_2 và trục hoành có diện tích lớn hơn 8. Số phần tử của tập S là

A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 15. Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 4m - 4)x + 3m - 2$ có đồ thị là (d) . Tìm số giá trị nguyên dương của m để đường thẳng (d) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB là tam giác cân (O là gốc tọa độ).

A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 16. Cho hàm số $y = ax + b$ đồng biến và đồ thị là đường thẳng đi qua điểm $M(3; 4)$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho $OB = 4OA$. Tính diện tích tam giác OAB .

A. 32. B. 16. C. 8. D. 24.

Câu 17. Cho hai đường thẳng $d_1: y = mx - 4$ và $d_2: y = -mx - 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tam giác tạo thành bởi d_1, d_2 và trục hoành có diện tích lớn hơn hoặc bằng 8?

A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hai đường thẳng $d: y = mx - 3$ và $\Delta: y + x = m$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung

A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = \pm 3$. D. $m = 0$.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = 3x + 2$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B . Tính diện tích tam giác OAB .

A. $S_{OAB} = \frac{2}{3}$. B. $S_{OAB} = \frac{1}{2}$. C. $S_{OAB} = \frac{3}{2}$. D. $S_{OAB} = \frac{4}{3}$.

Câu 20. Đường thẳng $d: y = (m - 3)x - 2m + 1$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho $\triangle OAB$ cân. Khi đó, số giá trị của tham số m thỏa mãn là

A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị của m để đường thẳng $y = (m - 3)x - 2m + 1$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB cân.

A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 22. Đồ thị các hàm số $y = -|x - a| + b$ và $y = -|x - c| + d$ cắt nhau tại các điểm $(2; 5)$ và $(8; 3)$. Tìm $a + c$.

A. 8. B. 13. C. 10. D. 7.

Dạng 2: Các bài toán về GTLN, GTNN và ứng dụng

Câu 23. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x + 2| + |4x + 4| + 3$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

A. 21. B. 23. C. 26. D. 24.

Câu 24. Hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } 0 \leq x < 2 \\ -\frac{1}{2}x+4 & \text{khi } 2 \leq x \leq 4 \\ 2x-6 & \text{khi } 4 < x \leq 5 \end{cases}$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 3. B. 2. C. 4. D. 6.

- Câu 25.** Cho hàm số $y = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên $[0; 2]$ lần lượt là M và m . Giá trị biểu thức $T = M + m$ bằng bao nhiêu?
A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 26.** Cho $x, y, z \in [0; 2]$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = 2(x + y + z) - (xy + yz + zx)$.
A. $T = 4$. **B.** $T = 2$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = 0$.
- Câu 27.** Cho hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng d . Tìm hàm số đó, biết d đi qua $M(1; 2)$ và cắt hai tia Ox, Oy tại P, Q sao cho S_{OPQ} nhỏ nhất?
A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = 4x - 2$. **C.** $y = -2x + 4$. **D.** $y = -x + 3$.
- Câu 28.** Hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d). Biết (d) đi qua điểm $M(2; 3)$ sao cho khoảng cách từ O tới đường thẳng (d) là lớn nhất. Tính $T = 3a + 2b$.
A. $\frac{8}{9}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 3.
- Câu 29.** Giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |2m - 3x|$ trên $[-1; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất thỏa mãn mệnh đề nào sau đây?
A. $m \in (3; 4)$ **B.** $m \in (2; 3)$ **C.** $m \in (1; 2)$ **D.** $m \in (-1; 1)$
- Câu 30.** Giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = |-3x^2 + 6x + 1 - 2m|$ trên $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất thỏa mãn mệnh đề nào sau đây?
A. $m \in (3; 5)$. **B.** $m \in (-4; 0)$. **C.** $m \in (0; 3)$. **D.** $m \in (-6; -4)$.

Dạng 3: Các bài toán liên quan điểm – đường thẳng (tìm điểm, đồng quy,...)

- Câu 31.** Cho hàm số $y = x - 1$ có đồ thị là đường Δ . Đường thẳng Δ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích S bằng bao nhiêu?
A. $S = \frac{3}{2}$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = \frac{1}{2}$.
- Câu 32.** Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d). Tìm a, b để đường thẳng (d) vuông góc với đường thẳng (d'): $y = 2 - x$ và đi qua điểm $M(1; -2)$?
A. $a = -\frac{1}{2}; b = -\frac{3}{2}$. **B.** $a = 1; b = -3$. **C.** $a = 1; b = 3$. **D.** $a = -\frac{1}{2}; b = 0$.
- Câu 33.** Cho hai đường thẳng $d: y = x + 2m, d': y = 3x + 2$ (m là tham số). Tìm m để ba đường thẳng d, d' và $d'': y = -mx + 2$ phân biệt đồng quy.
A. $m = -1$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.
- Câu 34.** Đường thẳng $d_m: (m-2)x + my = -6$ luôn đi qua điểm
A. $(3; -3)$. **B.** $(3; 1)$. **C.** $(1; -5)$. **D.** $(2; 1)$.
- Câu 35.** Cho hàm số $y = (2m-1)x + 3 - 4m$ với m là tham số. Biết đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ cố định. Tính giá trị biểu thức $x_0^2 + y_0^2$.
A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 10.
- Câu 36.** Đồ thị của hàm số $y = mx + 2$ luôn đi qua điểm cố định nào?
A. $D(0; 1)$. **B.** $A(0; 2)$. **C.** $B(2; 0)$. **D.** $C(1; 0)$.
- Câu 37.** Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $y = 2x, y = -x - 3$ và $y = mx + 5$ phân biệt và đồng quy.
A. $m = 7$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = -7$.

Câu 38. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để ba đường thẳng $(d_1): y = 2x - 3$, $(d_2): y = x - 2$ và $(d_3): y = (m^2 + 1)x - m^2 + m - 2019$ đồng quy. Khi đó:

A. $m_0 \in (2005; 2010)$. **B.** $m_0 \in (2010; 2015)$.

C. $m_0 \in (2015; 2020)$. **D.** $m_0 \in \emptyset$.

Câu 39. Gọi (H) là tập hợp các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn hệ thức $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{4y^2 + 4y + 1} = 6$, trục Ox chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 trong đó S_1 là phần diện tích nằm phía trên trục hoành. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là

A. $\frac{25}{144}$.

B. $\frac{47}{25}$.

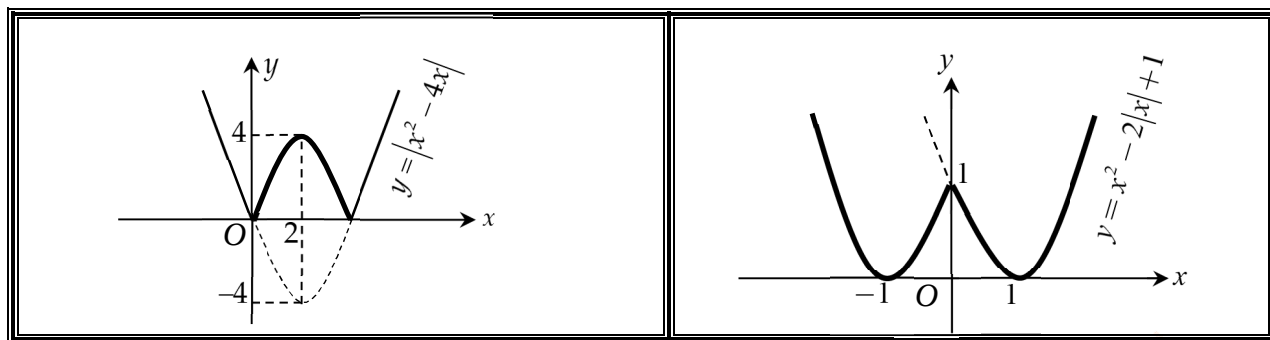
C. $\frac{25}{36}$.

D. $\frac{25}{47}$.

HÀM SỐ BẬC HAI

A – KIẾN THỨC CHUNG

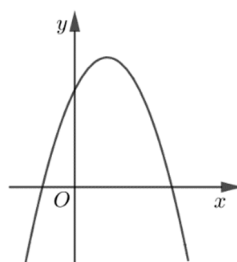
Hàm số	TXĐ	Tính chất	Bảng biến thiên	Đồ thị								
$y = ax^2$ $(a \neq 0)$	$\mathbb{R}$	Đồ thị $y = ax^2, (a \neq 0)$ là 1 parabol (P) có: • Đỉnh $O(0;0)$. • Trục đối xứng: Oy. • $a > 0$: bề lõm quay lên. • $a < 0$: bề lõm quay xuống.	Khi $a > 0$: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y	$+\infty$	0	$+\infty$	$(a > 0)$
			x	$-\infty$	0	$+\infty$						
y	$+\infty$	0	$+\infty$									
Khi $a < 0$: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y	$-\infty$	0	$-\infty$	$(a < 0)$			
x	$-\infty$	0	$+\infty$									
y	$-\infty$	0	$-\infty$									
$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$	$\mathbb{R}$	Đồ thị $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ là 1 parabol (P) có: • Đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. • Trục đối xứng: $x = -\frac{b}{2a}$. • $a > 0$: bề lõm quay lên. • $a < 0$: bề lõm quay xuống.	Khi $a > 0$: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{b}{2a}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{\Delta}{4a}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$	$(a > 0)$
			x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$						
y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$									
Khi $a < 0$: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{b}{2a}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{\Delta}{4a}$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$	y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$	$(a < 0)$			
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$									
y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$									
Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c , (a \neq 0)$			Vẽ đồ thị hàm $y = f(x) = ax^2 + b x + c, (a \neq 0)$									
• Bước 1. Vẽ parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$. • Bước 2. Do $y = f(x) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ được vẽ như sau: ◦ Giữ nguyên phần (P) phía trên Ox. ◦ Lấy đối xứng phần (P) dưới Ox qua Ox. ◦ Đồ thị $y = f(x)$ là hợp 2 phần trên.			• Bước 1. Vẽ parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$. • Bước 2. Do $y = f(x)$ là hàm chẵn nên đồ thị đối xứng nhau qua Oy và vẽ như sau: ◦ Giữ nguyên phần (P) bên phải Oy. ◦ Lấy đối xứng phần này qua Oy. ◦ Đồ thị $y = f(x)$ là hợp 2 phần trên.									



B – BÀI TẬP

Dạng 1: Nhận dạng BBT, đồ thị hàm số bậc 2.

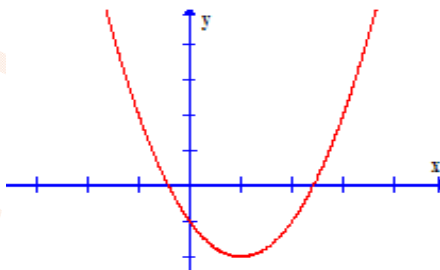
Câu 1. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

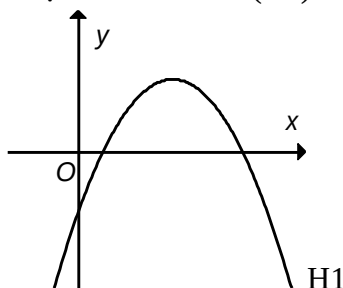
A. $a < 0; b > 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b > 0; c > 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c < 0$.

Câu 2. Cho Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới. Hãy chọn khẳng định đúng khi nói về dấu của các hệ số a, b, c .

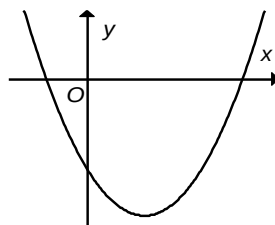


A. $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 3. Nếu parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới (H1)



Thì đồ thị (H2) sau đây sẽ là đồ thị của hàm số $y = a'x^2 + b'x + c'$ nào được liệt kê ở các phương án A, B, C, D.



H2

- A.** $y = x^2 + \frac{b}{a}x - \frac{c}{a}$. **B.** $y = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$. **C.** $y = x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$. **D.** $y = x^2 - \frac{b}{a}x - \frac{c}{a}$.

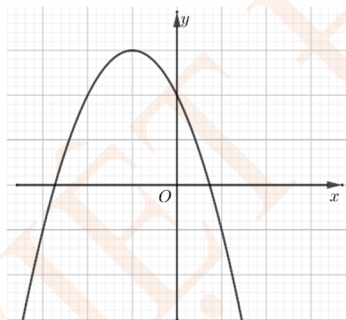
Câu 4. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có bảng xét dấu cho dưới đây

x	$-\infty$	0	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	+

Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

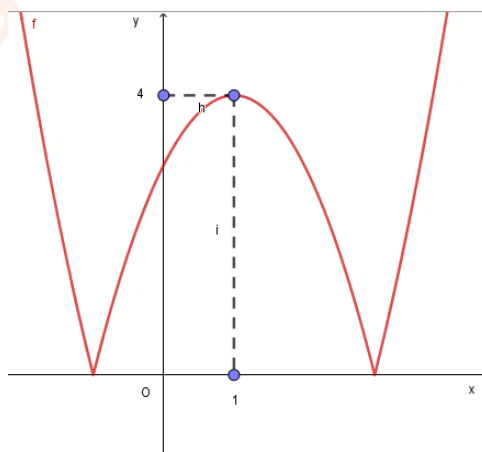
Câu 5. Cho biết Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có dạng đồ thị như hình vẽ.



- A.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

Dạng 2: Nhận dạng BBT, đồ thị hàm số liên quan hàm bậc 2 chứa GTTD

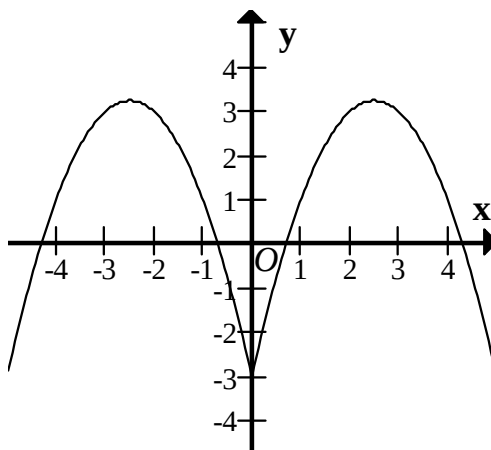
Câu 6. Hàm số $y = |x^2 + bx + c|$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó $S = b - c$ bằng

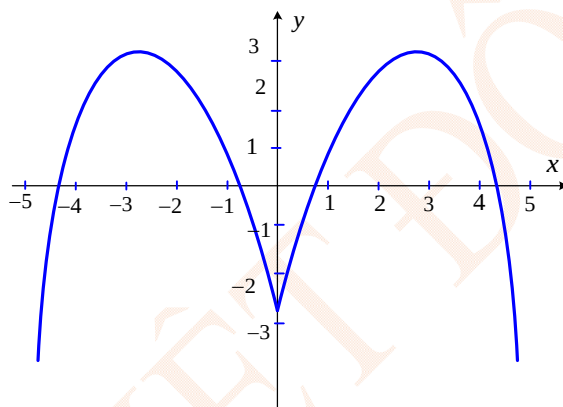
- A.** $S = 4$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 3$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình dưới?



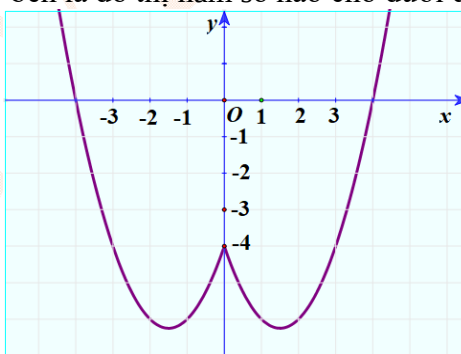
- A. $y = -x^2 + 5x - 3$. B. $y = x^2 - 3x - 3$. C. $y = -x^2 + 5|x| - 3$. D. $y = -x^2 - 3|x| - 3$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A. $y = -x^2 + 5x - 3$. B. $y = x^2 - 3x - 3$. C. $y = -x^2 + 5|x| - 3$. D. $y = -x^2 - 3|x| - 3$.

Câu 9. Hàm số có đồ thị như hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào cho dưới đây?

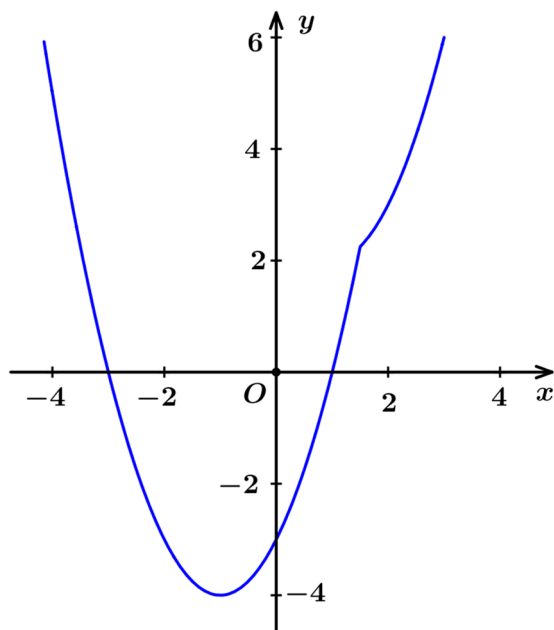


- A. $y = x^2 - 3|x| - 4$. B. $y = x^2 + 3|x| - 4$. C. $y = -x^2 + 3|x| - 4$. D. $y = x^2 - 3x - 4$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = x^2 - 6|x| + 5$

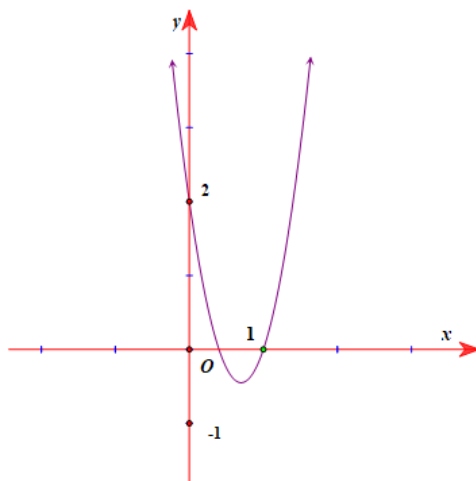
- A. không có trục đối xứng.
 B. có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình $x = 0$.
 C. có tâm đối xứng $I(3; -4)$.
 D. có tâm đối xứng $I(3; -4)$ và trục đối xứng có phương trình $x = 0$.

Câu 11. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^2 - |x - 1|$. B. $y = 2x^2 - |2 - x|$. C. $y = x^2 + |3x + 1|$. D. $y = x^2 - |3 - 2x|$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$, có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $\frac{4f(|x|) - 1}{f(|x|) + 1} = 2$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 0.

Dạng 3: Tính đơn điệu của hàm số bậc 2 (có tham số)

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = mx^2 + 2(m - 6)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$?

- A. 3. B. vô số. C. 1. D. 2.

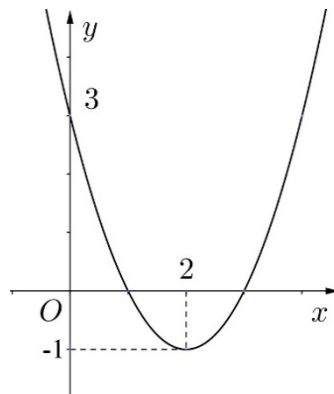
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = mx^2 + (m - 10)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y = x^2 + 2(b + 6)x + 4$ đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

- A. $b \geq 0$. B. $b = -12$. C. $b \geq -12$. D. $b \geq -9$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m > 3$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 2m+1$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên $m < 2018$ để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(2; 4)$?

- A. 2017. B. 2018. C. 2015. D. 2016.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 1 - m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$?

- A. Vô số. B. 3. C. 5. D. 8.

Dạng 4: Xác định hàm số bậc hai

Câu 19. Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1; 3)$. Tổng giá trị $a + 2b$ là:

- A. -1. B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một Parabol tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$ và đi qua điểm $M(3; 4)$. Khi đó biểu thức $T = a + b + c$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. -4. B. 38. C. 4. D. 32.

Câu 21. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ biết (P) có giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1.

- A. $y = -3x^2 + 12x - 9$. B. $y = x^2 - 4x + 7$.
C. $y = 2x^2 - 12x + 20$. D. $y = -x^2 + 4x - 3$.

Câu 22. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$. Tính tích $P = abc$.

- A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = 6$. C. $P = -3$. D. $P = -6$.

Câu 23. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), biết (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$.

- A. $(P): y = 2x^2 - 2x + 1$. B. $(P): y = x^2 + x + 0$. C. $(P): y = -x^2 + x + 1$.
D. $(P): y = x^2 - x + 1$.

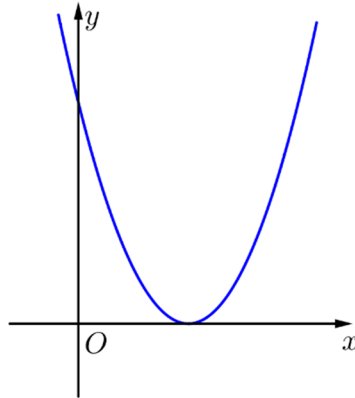
Câu 24. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P = abc$.

- A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = -6$. C. $P = 6$. D. $P = -3$.

Câu 25. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = -2$ và đồ thị đi qua $A(0;6)$ có phương trình là:

- A. $y = x^2 + x + 4$. B. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$. C. $y = x^2 + 2x + 6$. D. $y = x^2 + 6x + 6$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng $f(c) = c$. Tính giá trị của b .



- A. $b = -6$. B. $b = -2$. C. $b = -\frac{5}{2}$. D. $b = -4$.

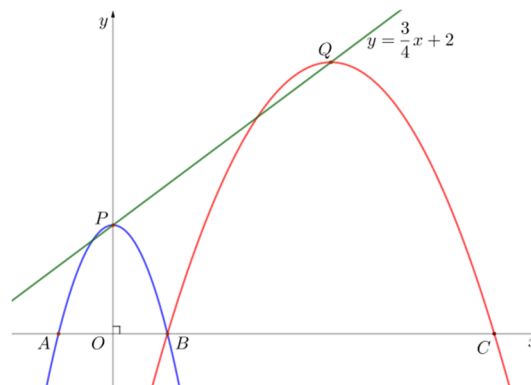
Câu 27. Lấy đối xứng parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh là $(h; k)$ qua đường thẳng $y = k$, ta được parabol có phương trình $y = dx^2 + ex + f$. Giá trị của $a + b + c + d + e + f$ là:

- A. $2k$. B. $2h$. C. $2c$. D. $2b$.

Câu 28. Cho parabol $(P): y = f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Biết (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt tia Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔMNQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3. Khi đó $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{24}{5}$. B. $\frac{12}{5}$. C. 5. D. 4.

Câu 29. Parabol $y = -2x^2 + 2$ có đỉnh P và cắt trục Ox tại A, B như hình vẽ. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh Q và cắt trục Ox tại B, C như hình vẽ. Biết rằng P, Q đều thuộc đường thẳng $y = \frac{3}{4}x + 2$ và diện tích tam giác BQC bằng 15. Biểu thức $a - b + c$ bằng



- A. $-\frac{10}{9}$. B. $-\frac{80}{9}$. C. $-\frac{70}{9}$. D. 0.

Câu 30. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x = \frac{3}{2}$ và tổng lập phương các nghiệm của phương trình $y = 0$ bằng 9. Tính $P = abc$.

- A. $P = 7$. B. $P = -6$. C. $P = 0$. D. $P = 6$.

Câu 31. Cho đồ thị hàm số $(P): y = x^2 + mx + 13$ trong đó x là ẩn, m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị của $m \in \mathbb{R}$ sao cho khoảng cách từ gốc O của hệ trục tọa độ đến đỉnh của Parabol (P) bằng 5.

- A. có vô số giá trị. B. 3.

- C. 4. D. 5.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol (P) đỉnh $I(1; 2)$. Biết rằng đường thẳng $(d): y = 4$ cắt (P) tại hai điểm A, B và tam giác IAB đều. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 3$. B. $f(2) = \frac{7}{2}$. C. $f(2) = \frac{8}{3}$. D. $f(2) = \frac{5}{2}$.

Câu 33. Biết rằng parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đi qua hai điểm $A(0; 3)$, $B(2; -1)$ và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN = 2$. Tính giá trị biểu thức $a^2 + b^2$.

- A. 13. B. 17. C. 10. D. 5.

Dạng 5: Các bài toán về điểm liên quan parabol

Câu 34. Biết rằng $\triangle ABC$ có ba đỉnh thuộc parabol $y = x^2$, với A trùng với gốc tọa độ, BC song song với trục hoành. Diện tích của $\triangle ABC$ bằng 64. Tính độ dài cạnh BC .

- A. 4. B. 10. C. 8. D. 6.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(0; 2020)$ để đồ thị của hàm số $y = 3mx^2 - (m-9)x + 8 - m^2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ?

- A. 2017. B. 2020. C. 2018. D. 2019.

Câu 36. Cho hai hàm số bậc hai $y = f(x), y = g(x)$ thỏa mãn $f(x) + 3f(2-x) = 4x^2 - 10x + 10$; $g(0) = 9; g(1) = 10; g(-1) = 4$. Biết rằng hai đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt là A, B . Đường thẳng d vuông góc với AB tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 36. Hỏi điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $N(-1; 9)$ B. $P(1; 4)$ C. $Q(3; 5)$ D. $M(-2; 1)$

Câu 37. Biết rằng đường thẳng $y = mx$ luôn cắt parabol $y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó quỹ tích trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. đường parabol $y = 4x^2 + x$. B. đường thẳng $y = 4x + 1$.
C. đường thẳng $y = 4x + 4$. D. đường parabol $y = 4x^2 + 1$.

Câu 38. Gọi A, B là hai điểm nằm trên parabol $y = 4x^2 + 7x - 1$ sao cho gốc tọa độ O là trung điểm của đoạn AB . Chiều dài của đoạn AB là:

- A. $5 + \sqrt{2}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (C) . Giả sử $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M tới đường thẳng $d: y = 4x - 15$ là nhỏ nhất. Tính $S = x_0 + y_0$.

- A. 7. B. 4. C. 6. D. 5.

- Câu 40.** Cho $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B di động trên parabol này sao cho độ dài $AB = 2$. Quỹ tích trung điểm I của dây cung AB là
- A.** $y = -2x^2 + \frac{1}{x^2 + 1}$. **B.** $y = -x^2 + \frac{1}{4x^2 + 1}$. **C.** $y = 2x^2 + \frac{1}{x^2 + 1}$. **D.** $y = x^2 + \frac{1}{4x^2 + 1}$.

Dạng 6: Sự tương giao

- Câu 1.** Cho $(P): y = x^2 + 2x - 2m + 1$ và đường thẳng $(d): y = x - 2$. Biết rằng đường thẳng (d) và (P) tiếp xúc nhau. Tính giá trị biểu thức $8m - 1$.
- A.** -12 . **B.** 11 . **C.** 10 . **D.** 12 .
- Câu 2.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + 3$ cắt parabol $y = x^2 + (m + 2)x - m$ tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy .
- A.** $m < -3$. **B.** $m > 3$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > -3$.
- Câu 3.** Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4)$ để đường thẳng $d: y = -(m + 1)x + m + 2$ cắt Parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt cùng phía với trục tung?
- A.** 6 . **B.** 5 . **C.** 7 . **D.** 8 .
- Câu 4.** Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 3$ và đường thẳng $d: y = 2mx - 2 + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên trái của trục tung.
- A.** $m \geq 1$. **B.** $m < -1$. **C.** $m < 1$. **D.** $-1 < m < 1$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol (P) . Biết rằng đường thẳng $d_1: y = -\frac{5}{2}$ cắt (P) tại một điểm duy nhất, đường thẳng $d_2: y = 2$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là -1 và 5 . Tính giá trị $T = a + 2b + 3c$.
- A.** $T = -5$. **B.** $T = -3$. **C.** $T = -4$. **D.** $T = -2$.
- Câu 6.** Tìm m để đường thẳng $d: y = m - x$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ tại 1 điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-1; 2)$.
- A.** $2 \leq m < 3$. **B.** $\begin{cases} m = 1 \\ 2 \leq m < 5 \end{cases}$. **C.** $1 \leq m < 2$. **D.** $m = 1$.
- Câu 7.** Tìm m để đường thẳng $d: y = m - x$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ tại 1 điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-1; 2)$.
- A.** $2 \leq m < 3$. **B.** $\begin{cases} m = 1 \\ 2 \leq m < 5 \end{cases}$. **C.** $1 \leq m < 2$. **D.** $m = 1$.
- Câu 8.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx$ cắt parabol $(P): y = -x^2 + 2x + 3$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trung điểm I của đoạn thẳng AB thuộc đường thẳng $y = x - 3$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .
- A.** 2 . **B.** 1 . **C.** 5 . **D.** 3 .
- Câu 9.** Biết rằng đường thẳng $y = mx$ luôn cắt parabol $y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là:
- A.** đường thẳng $y = 4x + 1$. **B.** đường thẳng $y = 4x + 4$.

C. đường parabol $y = 4x^2 + 1$.D. đường parabol $y = 4x^2 + x$.

Câu 10. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ biết: (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho $\triangle INQ$ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3 với I là đỉnh của (P) . Tính $a+b+c$.

A. -1

B. 1.

C. -2.

D. 0.

Câu 11. Cho hàm số bậc hai $(P): y = x^2 - 2mx + 3m - 2$, trong đó x là ẩn, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 và $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = \frac{3}{2}$.B. $m = -\frac{3}{4}$.C. $m = \frac{3}{4}$.D. $m = \pm \frac{3}{4}$.

Câu 12. Cho parabol (P) và đường thẳng (d) đi qua điểm $I(0;-1)$ có hệ số góc là k . Gọi A và B là các giao điểm của (P) và (d) . Giả sử A, B lần lượt có hoành độ là. Số các giá trị nguyên của k thỏa mãn $|x_1^3 - x_2^3| \leq 2$ là

A. Vô số.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 4$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = 2mx - m^2$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$.

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 14. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$ (P) (hình vẽ sau). Dựa vào đồ thị (P) xác định số giá trị nguyên dương của m để phương trình $x^2 - 2x + 2m - 2 = 0$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Câu 15. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm giá trị thực của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

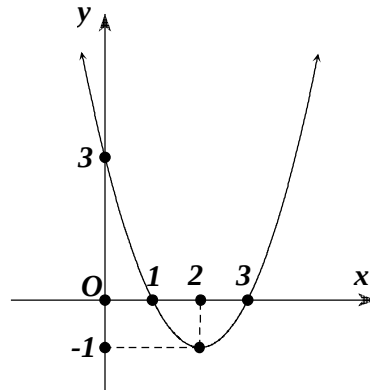
Câu 16. Cho Parabol $(P): y = -mx^2 + 2m^2x + m^2 - 2m$ ($m \neq 0$). Tập hợp đỉnh của Parabol (P) là đường cong (C) cắt trục hoành tại điểm có tọa độ:

A. $(0;0), (-2;0)$.B. $(0;0), (-2;0), (1;0)$.C. $(-2;0), (-1;0), (0;0)$.D. $(-2;0), (1;0)$.

Câu 17. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm giá trị của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác $OAB = \frac{9}{2}$.

A. $m = -7$.B. $m = -1; m = -7$.C. $m = -1$ D. $m = 7$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.



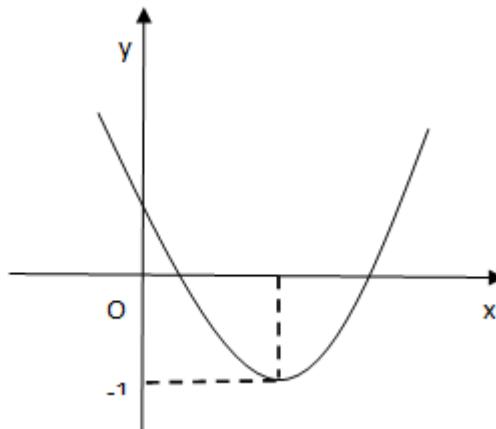
Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

- A. $m = 3$. B. $-2 < m < 3$. C. $m = 2$. D. $m > 3$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 2|x| - 1$ cắt đường thẳng $y = m - 3$ tại 4 điểm phân biệt.

- A. $1 < m < 2$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $1 \leq m \leq 2$. D. $-2 < m < -1$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $|f(x)| = m - 1$ có bốn nghiệm phân biệt.



- A. $m = -1, m = 3$. B. $1 < m < 2$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > 3$.

Câu 21. Cho Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh I . Biết (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác ABI vuông cân. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $b^2 - 4ac - 4 = 0$. B. $b^2 - 4ac + 6 = 0$. C. $b^2 - 4ac - 16 = 0$. D. $b^2 - 4ac - 8 = 0$.

Câu 22. Cho hàm số $y = x^2 - mx + 2m - 2019$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $0 \leq x_1 < 1 < x_2$?

- A. 1008. B. 1007. C. 1009. D. 1010.

Câu 23. Số phần tử của tập các giá trị nguyên của tham số m , để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt parabol $(P): y = x^2 + 3x + m$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 2.

- Câu 24.** Cho Parabol $(P): y = x^2 - 2x + 4$ và đường thẳng $d: y = 2mx - m^2$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 3m^2 + 16$.
- A. Không tồn tại m . B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = \pm 2$.
- Câu 25.** Cho Parabol (P) có phương trình $y = 4x^2 + 1$. Gọi I là đỉnh của (P) ; A, B là hai điểm phân biệt thuộc (P) và không trùng với I sao cho IA vuông góc với IB . Biết rằng tập hợp trung điểm N của đoạn AB khi A, B thay đổi là một parabol có phương trình $y = mx^2 + n$. Tính $P = m^2 + 16n^2$.
- A. $P = 98$ B. $P = 89$ C. $P = 97$ D. $P = 79$
- Câu 26.** Cho Parabol $(P): y = ax^2$, trong đó a là một tham số dương, và đường thẳng $d: y = 2x - 1$. Biết đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của các điểm A, B trên trục hoành. Có bao nhiêu giá trị của tham số a để hình thang $ABKH$ có diện tích bằng $6\sqrt{2}$?
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 27.** Biết đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có điểm chung duy nhất với $y = -2,5$ và cắt đường thẳng $y = 2$ tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 5 . Tính $P = a + b + c$.
- A. 0. B. -1 . C. -2 . D. 1.
- Câu 28.** Có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4]$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt Parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung?
- A. 5. B. 8. C. 7. D. 6.
- Câu 29.** Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA = 3OB$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng
- A. -15 . B. -9 . C. $\frac{3}{2}$. D. 3.
- Câu 30.** Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1$ có đồ thị (C) . Gọi P là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để cho đồ thị (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt. Số phần tử của P là
- A. 5. B. 4. C. 8. D. 9.
- Câu 31.** Cho $(P_m): y = x^2 - 2mx + m^2 + m$. Biết rằng (P_m) luôn cắt đường phân giác góc phần tư thứ nhất tại hai điểm A, B . Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B lên Ox , A_2, B_2 lần lượt là hình chiếu của A, B lên Oy . Có bao nhiêu giá trị của m khác $0, -1$ để tam giác OB_1B_2 có diện tích gấp 4 lần diện tích tam giác OA_1A_2 ?
- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

- Câu 32.** Cho $(P): y = 2x^2 - (m+4)x - 2m+1$ và đường thẳng $(d): y = -3x - 3m$, với m là tham số. Biết (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $(\Delta): 6x - 2y + 2019 = 0$. Khi đó
- A. $3m - 2020 = 0$. B. $6m + 2021 = 0$. C. $6m - 2021 = 0$. D. $m + 2020 = 0$.
- Câu 33.** Cho hàm số $y = (m+3)x^2 - 2(m+1)x + m$ biết đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ $x_1; x_2$. Với giá trị nào của a thì biểu thức $F = (x_1 - a)(x_2 - a)$ không phụ thuộc vào m .
- A. $a = 1$. B. $a = \frac{1}{4}$. C. $a = \frac{3}{4}$. D. $a = 4$.
- Câu 34.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x + 2m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 4OB$. Tổng các phần tử của S bằng
- A. $\frac{68}{9}$. B. $-\frac{41}{9}$. C. $\frac{43}{9}$. D. $-\frac{32}{9}$.
- Câu 35.** Cho parabol $(P): y = x^2 + 2018x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 4$. Biết d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = |x_1 - x_2|$.
- A. $T = 0$. B. $T = 2$. C. $T = 4$. D. $T = 2018$.
- Câu 36.** Biết $(P): y = m^2x^2 - 2(m+1)x - m^2 + 2m + 2$ luôn đi qua 1 điểm cố định A , đường thẳng (d) đi qua A và cắt $(\Delta): y = -\frac{1}{2}x - 1$ tại điểm có tung độ bằng -2 . Giả sử (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B . Gọi $I(x_I; y_I)$ là trung điểm của AB . Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để $OI = \frac{\sqrt{29}}{6}$. Khi đó tổng của tất cả các phần tử của S thuộc khoảng nào sau đây?
- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(2; \frac{11}{4}\right)$. C. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(\frac{7}{4}; 2\right)$.
- Câu 37.** Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m, m > 0$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông tại gốc tọa độ O .
- A. 33. B. 4. C. 1. D. 2.
- Câu 38.** Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp các giá trị của m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $\triangle OAB$ vuông tại O . Khi đó số các phần tử thuộc S bằng
- A. 9. B. 2. C. 0. D. 1.
- Câu 39.** Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x + 2m = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + m - 2 = 0\}$. Giả sử các phần tử của A được sơn xanh, các phần tử của B được sơn đỏ. Người ta xếp các phần tử của A và B lên một trục số. Tìm số giá trị nguyên của m để $A \cup B$ có 4 phần tử và 2 phần tử cùng màu không đứng kề nhau.
- A. 9. B. 6. C. 5. D. 10.
- Câu 40.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và hai đường thẳng $(d): y = m$; $(d'): y = m^2$ với $0 < m < 1$. Đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B ; đường thẳng (d') cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt C, D (với hoành độ điểm A và D là số

âm) sao cho diện tích hình thang ABCD gấp 9 lần diện tích tam giác OCD . Khi đó giá trị m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{16}\right)$. B. $\left(\frac{1}{16}; \frac{1}{8}\right)$. C. $\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 41. Cho hàm số bậc hai $y = 2x^2 - 3x - 5$ có đồ thị là (P) và đường thẳng $(d): y = mx + 2m^2 - 1$. Gọi S là tập gồm tất cả các giá trị thực của m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B thỏa mãn cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = -3x + 5$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $S = \emptyset$. B. Tổng của tất cả các phần tử của S là $-\frac{2}{3}$.
C. Tổng của tất cả các phần tử của S là $-\frac{11}{3}$. D. S có đúng một phần tử.

Câu 42. Cho hàm số $y = -x^2 + 2(m+1)x + 1 - m^2$ (1), (m là tham số). Gọi m_1, m_2 giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác KAB vuông tại K , trong đó $K(2; -2)$. Khi đó $m_1^2 + m_2^2$ bằng

- A. 13. B. 12. C. 11. D. 10.

Câu 43. Biết rằng parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đi qua hai điểm $A(0; -3)$, $B(2; 1)$ và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN = 2$. Tính giá trị biểu thức $a^2 - b^2$.

- A. -15. B. 15. C. 8. D. -8.

Câu 44. Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 3m - 1$. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ thỏa mãn: $(x_1 - m)\sqrt{x_2} + (x_2 - m)\sqrt{x_1} + 2m = 2\sqrt{3m - 1}$ (*). Khi đó tổng các phần tử của S là

- A. $\frac{41}{12}$. B. 3. C. $\frac{23 - 6\sqrt{5}}{12}$. D. $\frac{23 + 6\sqrt{5}}{12}$.

Câu 45. Trong hệ trục Oxy, cho parabol $(P): y = x^2 - 1$ và đường thẳng $d: y = 5x + m$ (với m là tham số). Tổng của tất cả các giá trị m để cho đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho OA vuông góc với OB là

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Dạng 7: Min-Max, tập giá trị liên quan hàm bậc hai

Câu 1. Gọi M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = \sqrt{5 + 4x - x^2} + (x - 2)^2 + 99$. Giá trị $4M + m$ bằng

- A. 516. B. 534. C. 535. D. 541.

Câu 2. Miền giá trị của hàm số $y = \frac{3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}$ là:

- A. $[-2; 4]$. B. $\left[-1; \frac{3}{4}\right]$. C. $[1; 2]$. D. $[2; 4]$.

Câu 3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^3 - x^2 + 10x - 3$ trên đoạn $[-1; 4]$ là

- A. $y_{\min} = \frac{37}{4}, y_{\max} = 21$. B. $y_{\max} = 5, y_{\min} = -\frac{37}{4}$.
C. $y_{\min} = -\frac{37}{4}, y_{\max} = 21$. D. $y_{\max} = \frac{37}{4}, y_{\min} = -21$.

Câu 4. Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .

- A. $m = -3$. B. $m = -9$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 5. Hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi m thuộc

- A. $(5; 7)$. B. $(9; 11)$. C. $(-\infty; 5)$. D. $[7; 8)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 2$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\min_{[0; 2]} f(x) = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S \subset [-2; 8]$ B. $S \subset [-1; 9]$. C. $S \subset (-4; 6)$ D. $S \subset (-3; 7)$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$, ($m > 0$). Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$. Nếu $y_1 - y_2 = 8$ thì giá trị của m bằng

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 1, m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 8. Tìm tham số m để đường thẳng $y = 3x + m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 và $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 1 B. -1 C. 2 D. 3

Câu 9. Gọi A, B là hai giao điểm của đường thẳng (d): $y = -3x + 9$ và parabol (P): $y = -x^2 + 2x + 3$. Gọi điểm $K(a; b)$ thuộc trục đối xứng của (P) sao cho $KA + KB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 10. Giả sử phương trình bậc hai ẩn x (m là tham số): $x^2 + 2(m-2)x - 3m^2 - 4m + 8 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - 24 \leq 0$. Gọi M và N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 - 13(x_1 + x_2)$. Tính $M + N$.

- A. $-\frac{127}{2}$ B. -44 C. $-\frac{87}{2}$ D. -64

Câu 11. Cho hàm số: $f(x) = ax^2 + bx + 2$ ($a > 0$). Biết rằng hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{8a^2}{3a^2 + 2ab + b^2}$ là

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 4. D. $\frac{8}{11}$.

- Câu 12.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt[3]{x^4 + 16x^2 + 64} - 3\sqrt[3]{x^2 + 8} + 1$.
- A. 1. B. $\frac{5}{4}$. C. $-\frac{5}{4}$. D. -1.
- Câu 13.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .
- A. $T = \frac{9}{2}$. B. $T = -\frac{3}{2}$. C. $T = 3$. D. $T = \frac{1}{2}$.
- Câu 14.** Cho hàm số $y = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$ ($m > 0$) xác định trên $[-1; 1]$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ lần lượt là y_1, y_2 thỏa mãn $y_1 - y_2 = 8$. Khi đó giá trị của m bằng
- A. $m = 1$. B. $m \in \emptyset$. C. $m = 2$. D. $m = 1, m = 2$.
- Câu 15.** Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2|x| - 3$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 4]$ là:
- A. -4 B. -6 C. -5 D. -3
- Câu 16.** Tổng các giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x - m|$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng 10 là
- A. 4. B. 27. C. -13. D. 7.
- Câu 17.** Cho hàm số $y = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$, $m \neq 0$. Đặt $\min_{[-1; 1]} y = y_1$; $\min_{[-1; 1]} y = y_2$. Có bao nhiêu giá trị của m thỏa mãn $y_2 - y_1 = 10$?
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.
- Câu 18.** Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (C) . Giả sử $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M tới đường thẳng $d: y = 4x - 15$ là nhỏ nhất. Tính $S = x_0 + y_0$.
- A. 7. B. 4. C. 6. D. 5.
- Câu 19.** Cho hàm số $y = x^2 - 5x + 8$ có đồ thị là (P) và hai điểm $A(4; -1)$, $B(10; 5)$. Biết điểm $M(x_0; y_0)$ trên (P) thỏa mãn diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính tổng $x_0 + y_0$.
- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 20.** Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 2\sqrt{x^2 - 2x} + m^2 - 2018m$. Tổng S tất cả các giá trị nguyên dương của m thỏa mãn điều kiện: $T \leq 2019$ (với T là giá trị nhỏ nhất của hàm số khi $x \geq 2$) bằng
- A. $S = 2019.1010$ B. $S = 2019.1009$. C. $S = 2019.2018$. D. $S = 2021.1009$.
- Câu 21.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$ lần lượt là M và m . Tính biểu thức $T = 2M - 3m$ ta được kết quả
- A. $T = 5$. B. $T = 4$. C. $T = 3$ D. $T = 6$.
- Câu 22.** Cho hàm số $y = 2x^2 + (6 - m)x + 3 - 2m$ (1). Tìm các giá trị m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $A = \frac{1}{(x_1 + 2)^{2018}} + \frac{1}{(x_2 + 2)^{2018}}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $m \in (0; 3)$. B. $m \in \emptyset$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \in (-3; 0)$.

- Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2ax + 1$ với a là tham số. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[0;1]$. Biết rằng có hai giá trị của a để $M - m = 4$ khi đó tổng hai giá trị của a bằng
- A. 1. B. -1. C. 2. D. 0.
- Câu 24.** Cho hàm số bậc hai (P): $y = x^2 - 2mx + 3m - 2$, trong đó x là ẩn, m là tham số. Tập tất cả các giá trị của m để (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 và $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là
- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = \frac{3}{4}$. D. $m = \pm \frac{3}{4}$.
- Câu 25.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng 3. Tính tổng T tất cả các phần tử của S .
- A. $T = \frac{9}{2}$. B. $T = -\frac{3}{2}$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = \frac{1}{2}$.
- Câu 26.** Tìm tất cả giá trị của a để tập giá trị của hàm số $y = \frac{x+a}{x^2+1}$ chứa đoạn $[0;1]$.
- A. $a < 2$. B. $a \in \mathbb{R}$. C. $a \geq 2$. D. $a \geq \frac{3}{4}$.
- Câu 27.** Tìm GTNN của hàm số $y = (4x - x^2)(x^2 - 4x - 5)$ trên đoạn $[0;3]$.
- A. -36. B. -24. C. -63. D. 0.
- Câu 28.** Cho đường thẳng $(d): y = -2$ và Parabol $(P_m): y = -x^2 + mx - m^2 + 1$ với $m \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$. (d) cắt (P_m) tại hai điểm phân biệt M, N . Gọi a và b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN . Tính tổng $S = a^2 + b^2$.
- A. $S = 22$. B. $S = \frac{129}{4}$. C. $S = \frac{93}{4}$. D. $S = 21$.
- Câu 29.** Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1 + xy$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $S = x^4 + y^4 - x^2y^2$. Khi đó giá trị của $M + m$ là
- A. $\frac{10}{9}$. B. $\frac{29}{18}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{5}{9}$.
- Câu 30.** Cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m+1)x - m^2 - \frac{1}{2}$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m thì đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $T = y_1 + y_2 - x_1x_2 - (x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 31.** Đặt $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $g(x) = cx^2 + bx + a$, giả sử $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [-1;1]$. Tính $M = \max_{x \in [-1;1]} g(x)$?
- A. $M = -2$. B. $M = 2$. C. $M = 1$. D. $M = -1$.

- Câu 32.** Cho parabol (P) có phương trình $y = f(x)$ và đường thẳng d có phương trình $y = g(x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) - g(x) \leq 0$ là $[a; b]$. Giả sử $A(a; y_1), B(b; y_2)$ là giao điểm của (P) và (d) . Gọi $M(m; m^2)$ với $m \in [a; b]$. Để diện tích ΔMAB đạt giá trị lớn nhất thì m phải thỏa mãn
- A. $m \in (0; 1)$ B. $m \in (-1; 0)$ C. $m \in \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$ D. $m \in (2; 3)$
- Câu 33.** Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$, thỏa mãn $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [-1; 1]$ và biểu thức $\frac{8}{3}a^2 + 2b^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $P = 5a + 11b + c$, biết $a > 0$.
- A. $P = 12$. B. $P = 10$. C. $P = 9$. D. $P = 16$.
- Câu 34.** Cho các số thực a, b thỏa mãn $ab \neq 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
- $$P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} + 1.$$
- A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = 4$.
- Câu 35.** Cho hàm số $y = |x^2 + 2x + 3m|$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 1]$ bằng 7.
- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.
- Câu 36.** Cho hàm số $f(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$. Tất cả các giá trị m để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 trên đoạn $[0; 1]$ thuộc tập hợp nào sau đây?
- A. $[-3; 1]$. B. $[-2; 2]$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.
- Câu 37.** Cho hàm số $f(x) = |x^2 - 2x + m|$ với tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$. Gọi M là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x + \frac{1}{x}\right)$ trên tập $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Số giá trị m nguyên để $M \geq 2$ là
- A. 2016. B. 2017. C. 2018. D. 4036.
- Câu 38.** Cho hai điểm $A(-1; 1); B(2; 4)$ nằm trên Parabol $(P): y = x^2$. Điểm C nằm trên cung $\widehat{AB}$ của Parabol (P) sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất. Khi đó độ dài của đoạn thẳng OC là
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 39.** Cho $y = x^2 + mx + n$ (m, n là tham số), $f(x_0)$ là giá trị của hàm số tại x_0 . Biết $f(-2 + \sqrt{3} + m + n) = f(8 - \sqrt{3} - m - n)$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số là -8 . Khi đó giá trị nhỏ nhất của $T = m + n$ có giá trị bằng
- A. 3. B. -5 . C. -4 . D. -6 .
- Câu 40.** Giả sử phương trình bậc hai ẩn x (m là tham số) $x^2 - 2(m-1)x - m^3 + (m+1)^2 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 \leq 4$. Giả sử M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^3 + x_2^3 + x_1x_2(3x_1 + 3x_2 + 8)$. Khi đó $\frac{m}{M}$ bằng
- A. 9. B. -3 . C. -9 . D. 6.

Câu 41. Cho đồ thị hàm số $(C): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I(-1; 2)$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a(2a+6b) - 2b(c+3b) - 4c(3-b)}{a(3c+3b)+2}$ là M khi hàm số có phương trình: $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$.

Tính $Q = M^2 + a_1^2 + b_1 + c_1^3$.

A. $Q = \frac{3739}{27}$.

B. $Q = 28$.

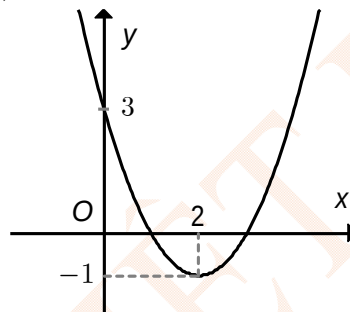
C. $Q = -\frac{26}{5}$.

D. $Q = \frac{520}{27}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = |x^2 - 3x + 2| + mx$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 . Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

Dạng 8: Bài toán về phương trình, bất phương trình liên quan hàm bậc hai dùng đồ thị, BBT

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên dưới. Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?



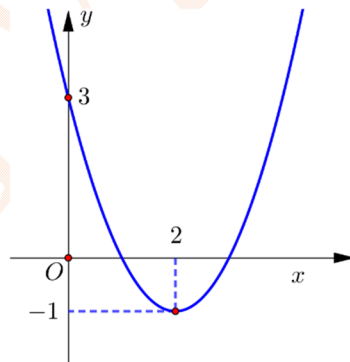
A. $m = 3$.

B. $m > 3$.

C. $m = 2$.

D. $-2 < m < 2$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(|x|)| + 1 = m$ có 4 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 3: Hàm số $y = x^2 + 4x - 1$ có bảng biến thiên như hình. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|-x^2 - 4x + 1| = m$ có 4 nghiệm phân biệt

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

A. 3.

B. Vô số.

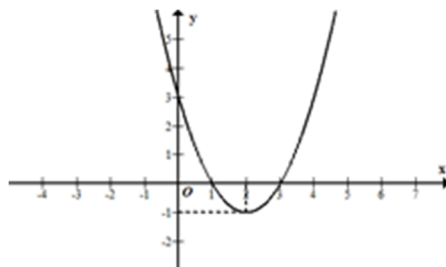
C. 4.

D. 0.

Câu 4: Phương trình $|x^2 - 2x - 3| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

A. $m \geq 4$.B. $-4 \leq m \leq 0$.C. $0 \leq m \leq 4$.D. $0 < m < 4$.

Câu 5: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S = (n; p)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2ax^2 + 2b|x| + 2c + m - 6 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt. Tính $2019n + 200p$.



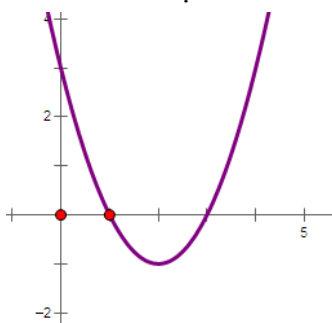
A. 8000.

B. 1600.

C. 16000.

D. 800.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $ax^2 + b|x| + c = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 7: Tính tổng bình phương các giá trị của m để phương trình $x^2 - 2x = 1 - m - |x - 1|$ có nghiệm duy nhất.

A. $P = 4$.B. $P = 5$.C. $P = \frac{3}{4}$.D. $P = 1$.

Câu 8: Số các giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2 - 3x| - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. 4.

B. Vô số.

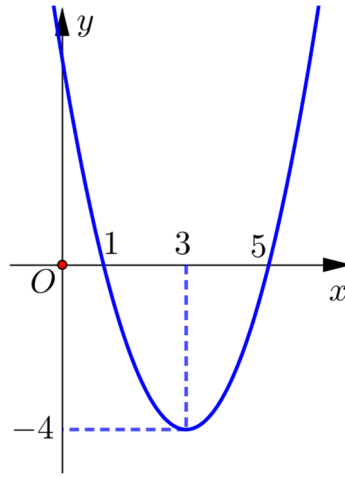
C. 0.

D. 2.

Câu 9: Xác định m để phương trình $m = |x^2 - 6x - 7|$ có 4 nghiệm phân biệt:

A. $m \in (-16; 16)$.B. $m \in [0; 16]$.C. $m \in \emptyset$ D. $m \in (0; 16)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$ có đồ thị như hình vẽ.



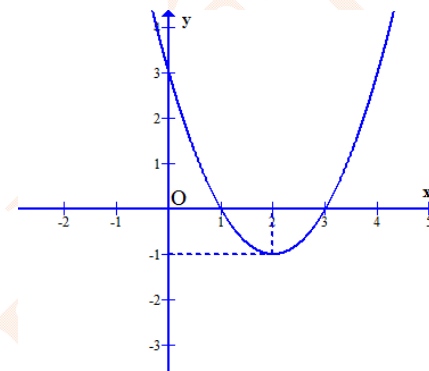
Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(x-1)|x-5|+m=0$ có hai nghiệm. Tổng các phần tử của S bằng

- A. -4 . B. -6 . C. -4 . D. 4 .

Câu 11: Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $(0; 2017]$ để phương trình $|x^2 - 4|x - 5| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 2009. B. 2017. C. 2016. D. 2008.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng bốn nghiệm phân biệt.



- A. $0 < m < 1$. B. $m > 3$. C. $m = -1, m = 3$. D. $-1 < m < 0$.

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $(x^2 - 4x)^2 - 3(x-2)^2 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?

- A. 0. B. 30. C. Vô số. D. 28.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1; 3]$.

- A. $-1 \leq m < -\frac{2}{3}$. B. $-\frac{11}{3} \leq m \leq -1$. C. $\frac{2}{3} \leq m \leq \frac{11}{3}$. D. $-\frac{11}{3} \leq m \leq -\frac{2}{3}$.

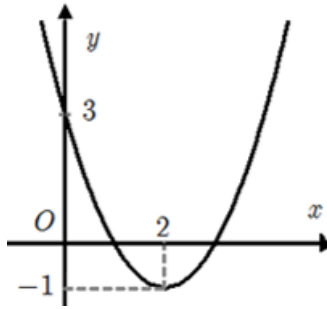
Câu 15: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$.

- A. $\frac{3}{4} \leq m \leq 7$. B. $-\frac{7}{2} \leq m \leq -\frac{3}{8}$. C. $3 \leq m \leq 7$. D. $\frac{3}{8} \leq m \leq \frac{7}{2}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Tìm m để phương trình $f(|x| + m) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

- A. $m = -3$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(|x-2018|) = |m-2018|$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in (2015; 2021)$.

B. $m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 2015] \cup [2021; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty) \cup \{2017; 2019\}$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 7x + 12 & \text{khi } x \geq 2 \\ x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(|x|)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left[f\left(\sqrt{x^2+1}\right)\right] = 0$ là

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình $|x^2 - 2|x| - m| = m^2$ có đúng 5 nghiệm phân biệt?

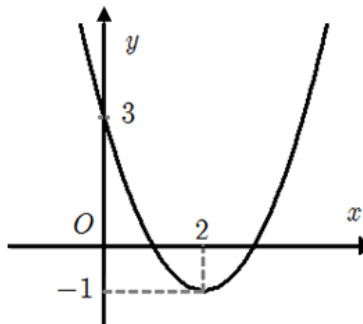
A. 3.

B. 4

C. 1.

D. 2.

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(|x-2018|) = |m-2018|$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

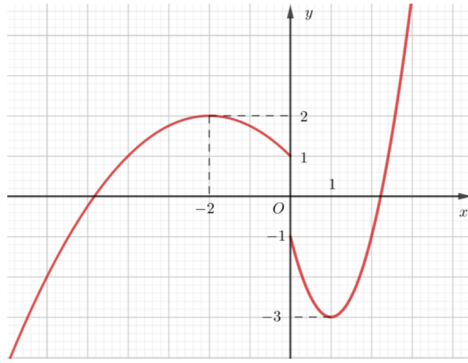
A. $m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty) \cup \{2017; 2019\}$.

B. $m \in (2015; 2021)$.

C. $m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 2015] \cup [2021; +\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ 2x^2 - 4x - 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



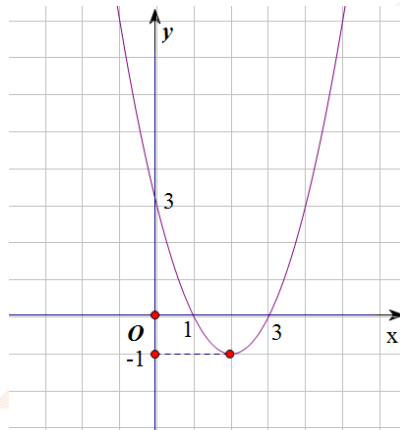
Tìm m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

- A. $1 < m < 3$. B. $-3 < m < 3$. C. $2 < m < 3$. D. $1 < m < 2$.

Câu 23: Cho phương trình $|-x^2 + 2|x| + 3| - 2m + 1 = 0$. Giá trị m để phương trình có bốn nghiệm là

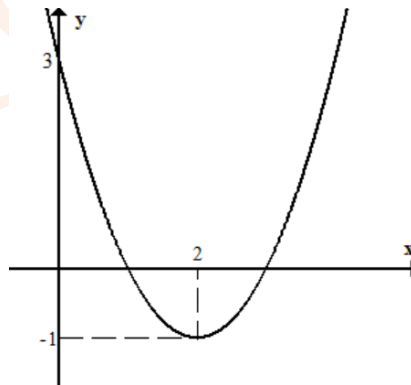
- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?



- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có 4 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

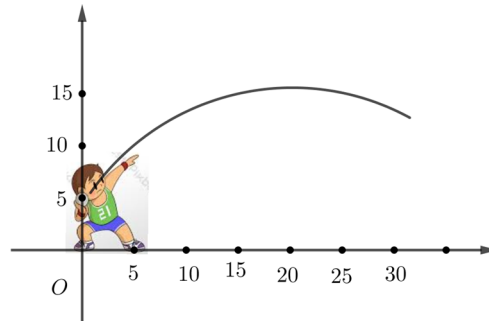
Dạng 9: Toán thực tế về hàm số bậc hai

Câu 26: Anh A dự định mua một xe tải có chiều rộng là x (m) chiều cao là 2,5 (m) để làm dịch vụ vận chuyển hàng hóa cho nhân dân trong xã. Vì đầu xã có một cái cổng hình parabol, biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 4(m) và khoảng cách từ đỉnh cổng tới mặt đất là 4(m) (bỏ qua độ

dày của cổng). Để xe tải anh A dự định mua có thể đi qua cổng được thì chiều rộng của xe thỏa mãn điều kiện nào sau đây.

- A. $x < 3\sqrt{3}$. B. $x < \sqrt{6}$. C. $x < \sqrt{3}$. D. $x < 3\sqrt{6}$.

Câu 27: Một quả tạ được ném lên từ một vận động viên ném tạ chuyển động với phương trình $y = -0,0241x^2 + x + 5,5$ trong đó x là độ xa và y là độ cao (tính bằng feet). Hỏi vận động viên ném được bao xa và cao nhất bao nhiêu feet? (kết quả làm tròn bốn chữ số thập phân).



- A. $x = 46,4410; y = 15,8734$. B. $x = 15,8734; y = 46,4410$.
C. $x = 51,3582; y = 41,5238$. D. $x = 20,7469; y = 15,8734$.

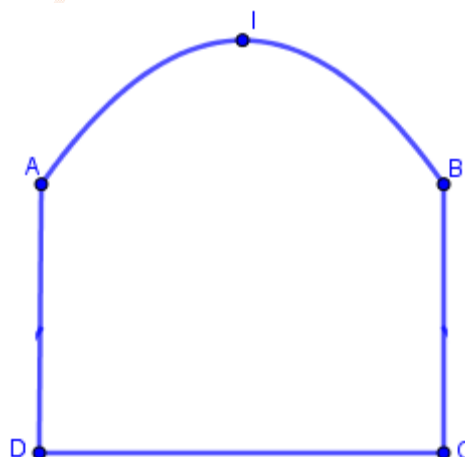
Câu 28: Một gia đình sản xuất cà phê nguyên chất. Do điều kiện nhà xưởng nên mỗi đợt gia đình đó sản xuất được t kg cà phê ($t \leq 30$). Nếu gia đình đó bán sỉ x kg thì giá của mỗi kí được xác định bởi công thức $G = 350 - 5x$ (nghìn đồng) và chi phí để sản xuất x kg cà phê được xác định bởi công thức $C = x^2 + 50x + 1000$ (nghìn đồng). Để đạt được lợi nhuận tối đa, mỗi đợt gia đình đó nên sản xuất bao nhiêu kg cà phê.

- A. 15kg. B. 30kg. C. $P = 20kg$. D. 25kg.

Câu 29: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Futrure Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này doanh nghiệp dự định giá bán và ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất.

- A. 29,5 triệu đồng. B. 30,5 triệu đồng. C. 29 triệu đồng. D. 30 triệu đồng.

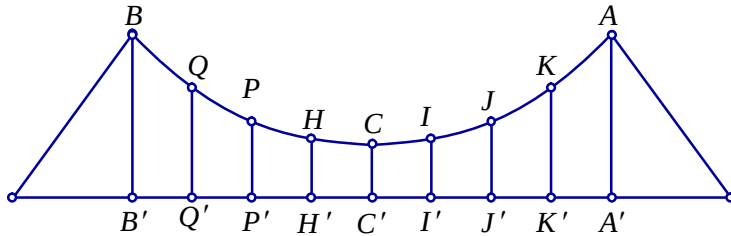
Câu 30: Một chiếc cổng như hình vẽ, trong đó $CD = 6m$, $AD = 4m$, phía trên cổng có dạng hình parabol



Người ta cần thiết kế cổng sao cho những chiếc xe container chở hàng với bề ngang thùng xe là 4m, chiều cao là 5,2m có thể đi qua được (chiều cao được tính từ mặt đường đến nóc thùng xe và thùng xe có dạng hình hộp chữ nhật). Hỏi đỉnh I của parabol (theo mép dưới của cổng) cách mặt đất tối thiểu là bao nhiêu?

- A. 6,14m. B. 6,15m. C. 6,16m. D. 6,13m.

Câu 31: Dây truyền đỡ trên cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A, B trên mỗi trụ AA' và BB' với độ cao 30 m . Chiều dài đoạn $A'B'$ trên nền cầu bằng 200 m . Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là $OC = 5\text{ m}$. Gọi $Q', P', H', O, I', J', K'$ là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền: $QQ', PP', HH', OC, II', JJ', KK'$ gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo?



- A. $73,75\text{ m}$. B. $78,75\text{ m}$. C. Đáp án khác. D. $36,87\text{ m}$.

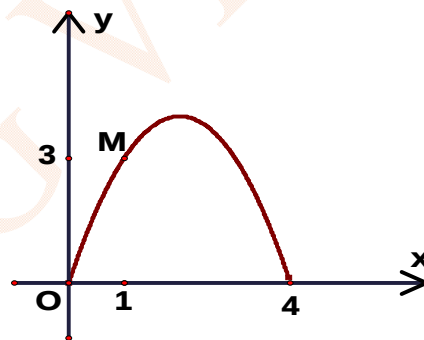
Câu 32: Có một cái cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là 10 m . Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK = 18\text{ m}$ và khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $BK = 1\text{ m}$. Chiều cao AH của cổng là

- A. 20 m . B. 72 m . C. 16 m . D. 50 m .

Câu 33: Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt được độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol. Giả thiết rằng bóng được đá từ độ cao 1 m . Sau đó 1 giây nó đạt độ cao $8,5\text{ m}$ và 2 giây sau khi đá nó đạt độ cao 6 m . Hỏi sau bao lâu quả bóng chạm đất (Tính chính xác đến hàng phần trăm)?

- A. $2,57\text{ s}$. B. $2,58\text{ s}$. C. $2,59\text{ s}$. D. $2,60\text{ s}$.

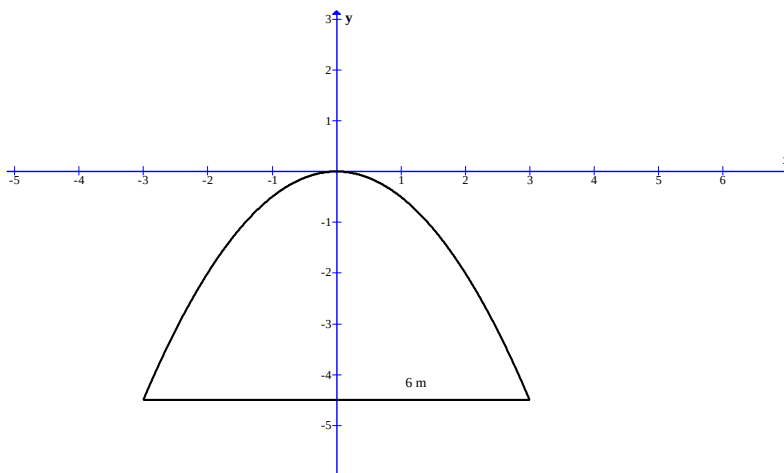
Câu 34: Tại một khu hội chợ người ta thiết kế cổng chào có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới. Giả sử lập một hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như hình vẽ (x và y tính bằng mét). Chân kia của cổng ở vị trí $(4;0)$.



Biết một điểm M trên cổng có tọa độ $(1;3)$. Hỏi chiều cao của cổng (vị trí cao nhất của cổng tới mặt đất) là bao nhiêu mét?

- A. 3 mét . B. 4 mét . C. 5 mét . D. Đáp số khác.

Câu 35: Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Chiều rộng của cổng là 6 m . Tính chiều cao của cổng.



A. $\frac{7}{2}$.

B. 3.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 6

Câu 36: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất?

A. 18.

B. 36.

C. 40.

D. 12.

Câu 37: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 (triệu đồng). Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?

A. 30,5 triệu đồng.

B. 29,5 triệu đồng.

C. 30 triệu đồng.

D. 29 triệu đồng.

Câu 38: Khi quả bóng được đá lên, nó đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2 m. Sau 1 giây nó đạt độ cao 8,5 m và sau 2 giây sau khi đá lên nó đạt độ cao 6 m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

A. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

B. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

C. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$.

D. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Câu 39: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $H(x) = 0,025x^2(30 - x)$ trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân trên để huyết áp giảm nhiều nhất

A. 10.

B. 30.

C. 20.

D. 15.

Câu 40: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

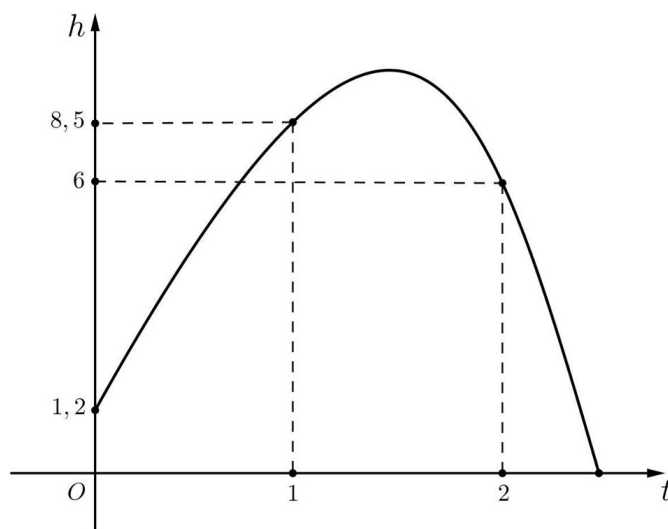
A. 30,5 triệu đồng.

B. 29,5 triệu đồng.

C. 30 triệu đồng.

D. 29 triệu đồng.

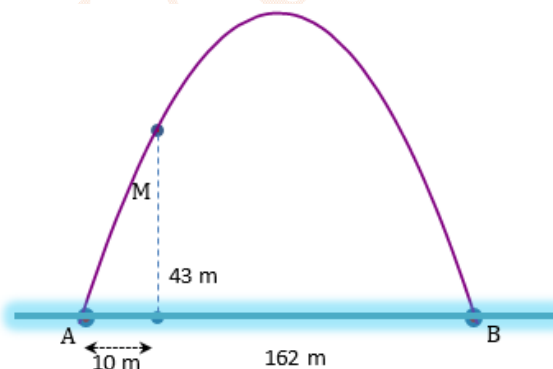
Câu 41: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8,5m, và sau 2 giây khi đá lên nó ở độ cao 6m.



Độ cao lớn nhất của quả bóng (tính chính xác đến hàng phần ngàn) bằng

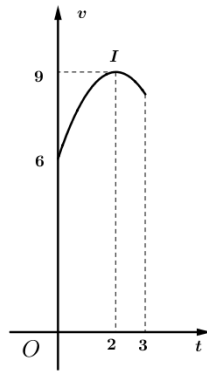
- A. 8,793m. B. 8,796m. C. 8,794m. D. 8,795m.

Câu 42: Cổng Ac-xơ tại thành phố Xanh Lu-i (Mĩ) có hình dạng là một parabol hướng bề lõm xuống dưới (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính chiều cao của cổng Ac-xơ (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất).



- A. 348,3 m B. 197,5 m. C. 275,6 m. D. 185,6 m.

Câu 43: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Vận tốc của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



- A. $8,5(km/h)$. B. $8,7(km/h)$. C. $8,8(km/h)$. D. $8,6(km/h)$.

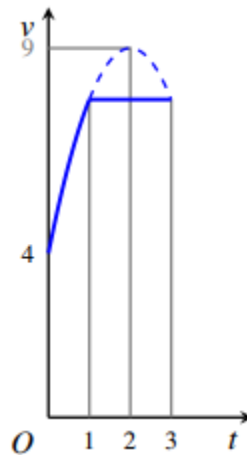
Câu 44: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống, biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2m$. Sau đó 1 giây, nó đạt được độ cao $8,5m$ và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao $6m$. Thời gian quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm) là

- A. 2,56 giây. B. 2,59 giây. C. 2,57 giây. D. 2,58 giây.

Câu 45: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có x con cá ($x \in \mathbb{Z}^+$) thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $480 - 20x$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau mỗi vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

- A. 12. B. 9. C. 24. D. 10.

Câu 46: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị của hàm số vận tốc như hình dưới. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính vận tốc v của vật tại thời điểm $t = 3$.

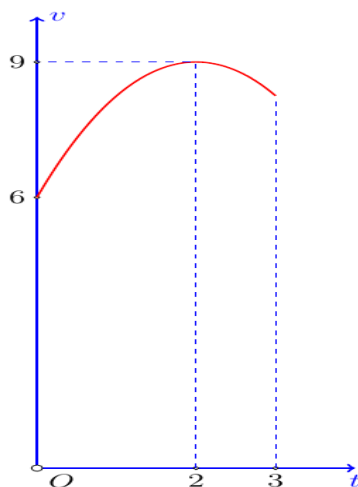


- A. $v = \frac{61}{4}$. B. $v = \frac{121}{4}$. C. $v = \frac{31}{4}$. D. $v = \frac{89}{4}$.

Câu 47: Có một cái cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là $10m$. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK = 18m$ và khoảng cách tới điểm chân cổng gần nhất là $BK = 1m$. Chiều cao AH của cổng là:

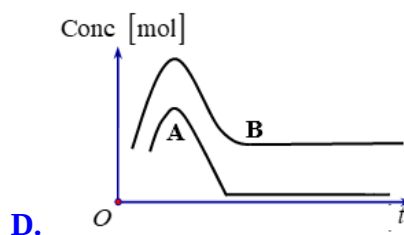
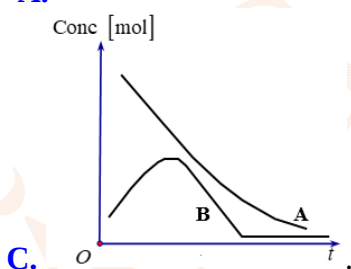
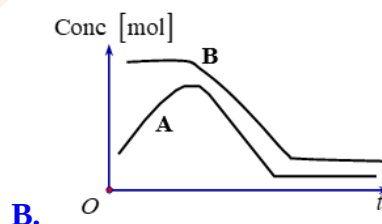
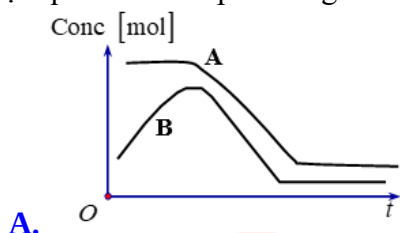
- A. $20m$. B. $72m$. C. $16m$. D. $50m$.

Câu 48: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

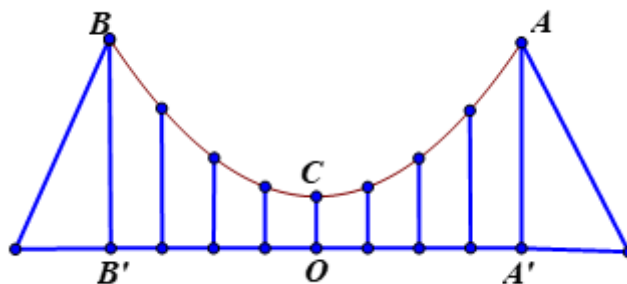


- A. $8,7 (km/h)$ B. $8,8 (km/h)$ C. $8,5 (km/h)$ D. $8,6 (km/h)$

Câu 49: Rót chất A vào một ống nghiệm, rồi đổ thêm chất B vào. Khi nồng độ chất B đạt đến một giá trị nhất định thì chất A mới tác dụng với chất B. Khi phản ứng xảy ra, nồng độ cả hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Đồ thị nồng độ mol theo thời gian nào sau đây thể hiện quá trình của phản ứng?



Câu 50: Dây truyền đỡ nền cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu cuối của dây được gắn chặt vào điểm A và B trên trục AA' và BB' với độ cao $30m$. Chiều dài nhịp $A'B' = 200m$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên nền cầu là $OC = 5m$. Xác định tổng các chiều dài các dây cáp treo (thanh thẳng đứng nối nền cầu với dây truyền)?



A. 37,875 m.

B. 34,875 m.

C. 35,875 m.

D. 36,875 m.

Câu 51: Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2 m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5 m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6 m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

A. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.B. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.C. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$.D. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

A. 6.

B. $\frac{5}{2} + 2\sqrt{3}$.C. $-\frac{1}{2}$.D. $\frac{3}{2} + 2\sqrt{3}$.

CHƯƠNG II: HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

BÀI 1: KHÁI NIỆM HÀM SỐ

DẠNG 1. TẬP XÁC ĐỊNH HÀM SỐ

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

- A. $\left(1; \frac{5}{2}\right] \setminus \{2\}$. B. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(1; \frac{5}{2}\right) \setminus \{2\}$. D. $\left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 5-2x \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-x-2}$ là

- A. $[-2; 2) \setminus \{-1\}$. B. $(-\infty; -2] \cup (2; +\infty)$. C. $[-2; 2] \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} 4-x^2 \geq 0 \\ x^2-x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 2 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-2; 2) \setminus \{-1\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x^2-2x-3} - \sqrt{2x}$ là

- A. $[0; 3) \cup (3; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$. C. $[0; +\infty)$. D. $[-2; +\infty) \setminus \{-1; 3\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định khi: } \begin{cases} x^2-2x-3 \neq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Vậy TXĐ: $D = [0; 3) \cup (3; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & \text{khi } x \leq 2 \\ \sqrt{4-|x|} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tìm tập xác định của hàm số $f(x)$.

- A. $(-\infty; 4]$. B. $(2; 4]$. C. $(-\infty; 4] \setminus \{3\}$. D. $(2; 4] \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi } x \leq 2 \text{ hay } \begin{cases} 4-|x| \geq 0 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \leq 2 \text{ hay } \begin{cases} |x| \leq 4 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \leq 2 \text{ hay } \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ x > 2 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow x \leq 2 \text{ hay } 2 < x \leq 4.$$

Tập xác định của hàm số là $(-\infty; 4]$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+2}} & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{10-x} + \sqrt{10+x} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ là

A. $(-10; 10)$.

B. $(-2; 10]$.

C. $[-10; 10]$.

D. $[-2; 10]$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} x+2 > 0 \\ x \leq 1 \\ 10-x \geq 0 \\ 10+x \geq 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x \leq 1 \\ 1 < x \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 10.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-2; 10]$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a; b]$. Tìm $a+b$.

A. 3.

B. -1.

C. 0.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{+ Điều kiện: } \begin{cases} x-1 \geq 0 & (1) \\ x+2\sqrt{x-1} \geq 0 & (2) \\ 4-x^2 \geq 0 & (3) \\ 5-x^2-2\sqrt{4-x^2} \geq 0 & (4) \end{cases}$$

$$\text{+ (1)} \Leftrightarrow x \geq 1. (5)$$

+ Với $x \geq 1$ thì (2) luôn đúng.

$$\text{+ (3)} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2. (6)$$

+ Xét (4) $\Leftrightarrow 1 + (4-x^2) - 2\sqrt{4-x^2} \geq 0$, với điều kiện $-2 \leq x \leq 2$.

Đặt $\sqrt{4-x^2} = t \geq 0$, ta được $1+t^2-2t \geq 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 \geq 0$ (luôn đúng).

+ Kết hợp (5) và (6) ta được tập xác định của hàm số là $[1; 2]$.

+ Suy ra $a=1$; $b=2$.

+ Vậy $a+b=3$.

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2+2x+3} + \frac{2x+5}{x^2+x+1}$.

A. $\mathbb{R}$.

B. $D = \left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2 + 2x + 3 + \frac{2x+5}{x^2+x+1} = x^2 + 2x + 2 + \frac{x^2+3x+6}{x^2+x+1} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

Câu 8. Cho hai hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{1-x}}$ và $g(x) = \frac{\sqrt{-x^2+7x-10}}{(3-x)^{2019}}$ có tập xác định theo thứ tự lần lượt là D_1, D_2 . Tập hợp $D_1 \cup D_2$ là tập nào sau đây?

- A.** $[2;4] \setminus \{3\}$. **B.** $(1;5] \setminus \{3\}$. **C.** $(2;5] \setminus \{3\}$. **D.** $[1;5]$.

Lời giải**Chọn B**

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{1-x}} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-4}{1-x} \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-4}{x-1} \leq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 4.$$

$$\Rightarrow D_1 = (1;4].$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{-x^2+7x-10}}{(3-x)^{2019}} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+7x-10 \geq 0 \\ 3-x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-7x+10 \leq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow D_2 = [2;5] \setminus \{3\}.$$

$$D_1 \cup D_2 = (1;5] \setminus \{3\}.$$

Câu 9. Hàm số $y = \sqrt{9-3|x|} + \frac{x}{\sqrt{9x^2-1}}$ có tập xác định D_1 , hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x|x|+4}$ có tập xác định D_2 . Khi đó số phần tử của tập $A = \mathbb{Z} \cap (D_1 \cap D_2)$ là:

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải**Chọn A**

Hàm số $y = \sqrt{9-3|x|} + \frac{x}{\sqrt{9x^2-1}}$ xác định khi:

$$\begin{cases} 9-3|x| \geq 0 \\ 9x^2-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} < x \leq 3 \\ -3 \leq x < -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow D_1 = \left[-3; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$$

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x|x|+4}$ xác định khi:

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x|x|+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 0 \\ -x^2+4 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow -2 < x \leq 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x^2+4 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$$

$$\Rightarrow D_2 = (-2; +\infty)$$

$$\Rightarrow A = \mathbb{Z} \cap (D_1 \cap D_2) = \{-1; 1; 2; 3\}$$

Vậy tập hợp A gồm 4 phần tử.

Câu 10. Để hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ xác định trên khoảng $(3;5)$ thì giá trị của tham số m là

- A.** $m \in [5; +\infty)$. **B.** $m \in (3;5)$. **C.** $m \in [3; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ là $x \neq m$.

Hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ xác định trên khoảng $(3;5)$ khi và chỉ khi $m \notin (3;5) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq 5 \end{cases}$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + 2m + 2}{x - m}$ xác định trên khoảng $(-1;0)$.

- A. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $m \leq -1$. C. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$. D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x \neq m$.

Khi đó tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; m) \cup (m; +\infty)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (-1;0) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0;2)$?

- A. $1 < m < 3$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$. C. $3 < m < 5$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định khi $x-m+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m-1$.

Hàm số xác định trên khoảng $(0;2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-1 \leq 0 \\ m-1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0;1)$.

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq 2$ hoặc $m < 1$. D. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{2m-1\}$.

Hàm số xác định trên $[0;1)$ khi và chỉ khi $2m-1 \notin [0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 < 0 \\ 2m-1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{21m^2 + 12x^2} + 2018mx}{x+2m}$ xác định trên khoảng $(-2;0)$.

- A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 0 \end{cases}$. C. $0 < m < 1$. D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty; -2m) \cup (-2m; +\infty)$.

Hàm số đã cho xác định trên $(-2; 0) \Leftrightarrow (-2; 0) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} -2m \geq 0 \\ -2m \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-2x+21-2m}$, với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

A. vô số. B. 9. C. 11. D. 10.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 2x + 21 - 2m \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tức là phương trình $x^2 - 2x + 21 - 2m = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta' = 1 - (21 - 2m) < 0 \Leftrightarrow m < 10$.

Vì m là số nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 8; 9\}$.

Câu 16. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2x-m+4}$ có tập xác định là tập $\mathbb{R}$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2x-m+4}$ có tập xác định là tập $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2x - m + 4 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi và chỉ khi phương trình $x^2 + 2x - m + 4 = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 + m - 4 < 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Vì m nguyên dương suy ra $m \in \{1; 2\}$.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-100; 100]$ để hàm số $y = \frac{2x+2}{x^2-3x+2m-1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 99. B. 105. C. 102. D. 95.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số y có tập xác định $\mathbb{R} \Rightarrow x^2 - 3x + 2m - 1 = 0$ vô nghiệm

$\Rightarrow \Delta = 9 - 4(2m - 1) < 0 \Rightarrow m > \frac{13}{8}$, kết hợp với điều kiện $m \in [-100; 100]$

$\Rightarrow m \in \left(\frac{13}{8}; 100\right]$ mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 99 giá trị m thỏa mãn.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-2x+m+1}$. Tập các giá trị của m để hàm số xác định trên nửa khoảng $[-2; 3)$ là

A. $m < -9$ B. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -9 \end{cases}$ C. $-9 \leq m < 0$. D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 2x + m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -x^2 + 2x - 1$.

Hàm số xác định trên nửa khoảng $[-2; 3)$ khi và chỉ khi $m \neq -x^2 + 2x - 1, \forall x \in [-2; 3)$ hay m

không thuộc tập giá trị của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1, \forall x \in [-2; 3)$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$, $\forall x \in [-2; 3)$ như sau:

x	-2	-1	3
y	-9	0	-4

Qua bảng biến thiên ta có $\begin{cases} m > 0 \\ m < -9 \end{cases}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định với mọi $x \in [0; 2]$ khi $m \in [a; b]$.

Giá trị $a+b = ?$

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định khi:

$$\begin{cases} x \geq 1-2m \\ x \leq 8-4m \end{cases}$$

Hàm số xác định trên $[0; 2]$ nên

$$1-2m \leq 0 \leq 2 \leq 8-4m \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2} \Rightarrow m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow a+b=2$$

Câu 20. Tìm số giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2019]$ để hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m-1}$ xác định $\forall x \in (0; +\infty)$.

A. 4038.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x \geq m \\ x \geq \frac{m+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in [m; +\infty) \cap \left[\frac{m+1}{2}; +\infty\right)$$

$$\text{Hàm số xác định } \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{m+1}{2} \\ \frac{m+1}{2} \leq 0 \\ \frac{m+1}{2} \leq m \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$$

Vậy có 2018 giá trị nguyên của m cần tìm.

Câu 21. Cho hàm số $y = \sqrt{(m+1)x+2m+3}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số đã cho xác định trên đoạn $[-3; -1]$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

+ Hàm số xác định trên $[-3; -1]$ khi và chỉ khi $f(x) = (m+1)x + 2m + 3 \geq 0, \forall x \in [-3; -1]$.

+ Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên $[-3; -1]$ là đoạn thẳng AB với $A(-3; -m)$, $B(-1; m+2)$. Do đó $f(x) \geq 0, \forall x \in [-3; -1]$ khi và chỉ khi đoạn AB không có điểm nào nằm

$$\text{phía dưới trục hoành} \Leftrightarrow \begin{cases} -m \geq 0 \\ m+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m là $m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{16-x^2} + \sqrt{2017x+2018m}$ (m là tham số). Để tập xác định của hàm số chỉ có đúng một phần tử thì $m = \frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$) với $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b$.

A. -3025.

B. 3025.

C. 5043.

D. -5043.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số là } \begin{cases} 16-x^2 \geq 0 \\ 2017x+2018m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ x \geq -\frac{2018m}{2017} \end{cases}$$

Tập xác định của hàm số chỉ có đúng một phần tử $\Leftrightarrow [-4; 4] \cap \left[-\frac{2018m}{2017}; +\infty\right)$ chỉ có đúng một

$$\text{phần tử} \Leftrightarrow \frac{-2018m}{2017} = 4 \Leftrightarrow m = \frac{-4034}{1009}$$

Nên $a+b = -3025$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

A. $m \in (-\infty; -1] \cup \{2\}$. **B.** $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}$. **C.** $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$. **D.** $m \in (-\infty; 1] \cup \{3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Hàm số xác định trên } (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \end{cases} \forall x \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ \sqrt{x-m+2} \neq 1 \end{cases} \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x \neq m-1 \end{cases} \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m-1 \geq 1 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$.

Câu 24. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-m}}$ xác định trên $[2;3]$.

A. $m < 0$.

B. $0 < m < 3$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq 3$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2 - 2x - m > 0, \forall x \in [2;3]$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 > m+1, \forall x \in [2;3] \quad (*)$$

Ta có:

$$2 \leq x \leq 3$$

$$\Rightarrow 1 \leq x-1 \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 \leq (x-1)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 \geq 1, \forall x \in [2; 3], \text{ dấu bằng xảy ra khi } x = 2 \quad (**).$$

Từ (*) và (**), ta suy ra $m+1 < 1 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy $m < 0$.

Câu 25. Có bao nhiêu số nguyên a để hàm số $y = \sqrt{2x-3a+4} + \frac{x-a}{x+a-1}$ xác định với mọi $x > 0$.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} 2x-3a+4 \geq 0 \\ x+a-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3a-4}{2} \\ x \neq 1-a \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $1-a < \frac{3a-4}{2} \Leftrightarrow a > \frac{6}{5}$ (1). Tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{3a-4}{2}, +\infty \right)$.

Khi đó hàm số xác định với mọi $x > 0$ khi $\frac{3a-4}{2} \leq 0 \Leftrightarrow a \leq \frac{4}{3}$. Kết hợp (1), ta có $\frac{6}{5} < a \leq \frac{4}{3}$.

Trường hợp này không có số nguyên a thỏa mãn.

Trường hợp 2: $1-a \geq \frac{3a-4}{2} \Leftrightarrow a \leq \frac{6}{5}$ (2). Tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{3a-4}{2}, 1-a \right) \cup (1-a, +\infty)$.

Khi đó hàm số xác định với mọi $x > 0$ khi $1-a \leq 0 \Leftrightarrow a \geq 1$. Kết hợp (2), ta có $1 \leq a \leq \frac{6}{5}$.

Trường hợp này có duy nhất số nguyên $a = 1$ thỏa mãn.

Vậy có duy nhất một số nguyên a thỏa mãn bài toán.

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x+m} - \frac{1}{2x-m+1}$ xác định trên $(1; 2) \cup [4; +\infty)$?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$\square \text{Điều kiện xác định của hàm số là: } \begin{cases} x+m \geq 0 \\ 2x-m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -m \\ x \neq \frac{m-1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq 1 \\ \frac{m-1}{2} \leq 1 \\ 2 \leq \frac{m-1}{2} < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq 3 \\ 5 \leq m < 9 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-1; 3] \cup [5; 9)$$

mà m là các số nguyên dương $\Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 5; 6; 7; 8\}$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{-2x+3m+2} + \frac{x+1}{x+2m-4}$ xác định trên $(-\infty; -2)$.

A. $m \in [-2; 4]$.

B. $m \in (-2; 3]$.

C. $m \in [-2; 3]$.

D. $m \in (-\infty; -2]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+3m+2 \geq 0 \\ x+2m-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3m+2}{2} \\ x \neq 4-2m \end{cases}$$

$$\text{Hàm số xác định trên } (-\infty; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq \frac{3m+2}{2} \\ 4-2m \notin (-\infty; -2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq 3m+2 \\ 4-2m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 3.$$

Câu 28. Số các giá trị nguyên âm của tham số m để tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{x-2m} + \sqrt{7m+1-2x}$ chứa đoạn $[-1;1]$ là

A. 0.

B. vô số.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số } y = \frac{2}{x-2m} + \sqrt{7m+1-2x} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2m \\ 7m+1-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2m \\ x \leq \frac{7m+1}{2} \end{cases}$$

Để tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{x-2m} + \sqrt{7m+1-2x}$ chứa đoạn $[-1;1]$ thì

$$\text{TH1: } \begin{cases} \frac{7m+1}{2} \geq 1 \\ 2m > \frac{7m+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1}{7} \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases} \text{ (VN)}.$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} 2m > 1 \\ 2m \leq \frac{7m+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m \geq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} 2m < -1 \\ \frac{7m+1}{2} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m \geq \frac{1}{7} \end{cases} \text{ (VN)}.$$

Vậy $m > \frac{1}{2}$, mà m nguyên âm nên không có giá trị nào của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên khoảng $(-1;3)$.

A. Không có giá trị m nào thỏa mãn.

B. $m \geq 2$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi: } \begin{cases} x-m+1 \geq 0 \\ -x+2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-1 \\ x < 2m \end{cases}.$$

- Nếu $2m < m-1 \Leftrightarrow m < -1$. Khi đó tập xác định của hàm số là $D = \emptyset$ (loại).
- Nếu $2m > m-1 \Leftrightarrow m > -1$. Khi đó tập xác định của hàm số là $D = [m-1; 2m)$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow (-1; 3) \subset [m-1; 2m] \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \leq -1 \\ 2m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{3}{2} \end{cases} \text{ (hệ vô nghiệm).}$$

Do đó không có giá trị m nào thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số

$$y = \sqrt{x-m+2} - \frac{x}{\sqrt{-x+1-2m}} \text{ xác định trên } [0; 1).$$

A. 2018.

B. 2019.

C. 4036.

D. 4037.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x \geq m-2 \\ x < 1-2m \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1-2m) \cap [m-2; +\infty)$$

$$\text{Hàm số xác định trên } [0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 < 1-2m \\ m-2 \leq 0 \\ 1-2m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0.$$

Vậy có 2019 giá trị m nguyên thỏa YCBT.

Câu 31. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$.

A. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

B. $m \in [-3; 0]$.

C. $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$.

D. $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

*Gọi D là tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$.

$$* x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}.$$

*Hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$

$$\Leftrightarrow (0; 1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên khoảng $(-1; 3)$.

A. Không có giá trị m thỏa mãn.

B. $m \geq 2$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-m+1 \geq 0 \\ -x+2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-1 \\ x < 2m \end{cases}$.

→ Tập xác định của hàm số là $D = [m-1; 2m)$ với điều kiện $m-1 < 2m \Leftrightarrow m > -1$.

Hàm số đã cho xác định trên $(-1; 3)$ khi và chỉ khi $(-1; 3) \subset [m-1; 2m)$

$$\Leftrightarrow m-1 \leq -1 < 3 \leq 2m \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 33. Tìm m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-4m+3}}{x-2m} + \frac{3x-1}{\sqrt{5+2m-x}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

A. $\begin{cases} -2 \leq m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{4} \end{cases}$ B. $-2 \leq m \leq 0$. C. $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{4}$. D. $\begin{cases} -2 < m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m < \frac{3}{4} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi D là tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-4m+3}}{x-2m} + \frac{3x-1}{\sqrt{5+2m-x}}$.

$$x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} x-4m+3 \geq 0 \\ x-2m \neq 0 \\ 5+2m-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4m-3 \\ x \neq 2m \\ x < 2m+5 \end{cases}.$$

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x-4m+3}}{x-2m} + \frac{3x-1}{\sqrt{5+2m-x}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$

$$\Leftrightarrow (0;1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-3 \leq 0 \\ 2m \notin (0;1) \\ 2m+5 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{4} \\ m \leq 0 \text{ hay } m \geq \frac{1}{2} \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{4} \end{cases}.$$

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-6x+m-2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m \geq 11$. B. $m > 11$. C. $m < 11$. D. $m \leq 11$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x^2-6x+m-2 > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + m-11 > 0$.

Hàm số xác định với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (x-3)^2 + m-11 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m-11 > 0 \Leftrightarrow m > 11.$$

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2)}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

A. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $m \in (1; +\infty)$.
C. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [5; +\infty)$. D. $m \in [5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sqrt{(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2)}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow (m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$$

• Trường hợp 1: Nếu $m = 1$ thì (1) trở thành: $-4x - 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (không thỏa).

Suy ra $m = 1$ loại.

• Trường hợp 2: Nếu $m \neq 1$ thì Vế trái của (1) là tam thức bậc hai có ẩn là x và tham số m . Khi đó:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 > 0 \\ \Delta' = (m+1)^2 - 3(m-1)(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m^2 + 2m + 1 - 3(m^2 - 2m - m + 2) \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m^2 + 2m + 1 - 3m^2 + 9m - 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -2m^2 + 11m - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow m \geq 5. \\ m \geq 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Từ hai trường hợp trên, suy ra $m \geq 5$ hay $m \in [5; +\infty)$.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số sau có tập xác định là $\mathbb{R}$

$$y = \frac{2018x + 2019}{\sqrt{(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 4}}$$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Lời giải

Chọn C

Hàm số có TXĐ là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$f(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Với $m = 1$, ta có $f(x) = 4 > 0$, mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Do đó $m = 1$ thỏa mãn

$$\text{Với } m \neq 1, f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m-1)^2 - 4(m-1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m-1)(m-5) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 1 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 5$$

Vậy có 4 số nguyên $m \in \{1, 2, 3, 4\}$ thỏa mãn hàm số có TXĐ là $\mathbb{R}$.

Câu 37. Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m < 0$.

B. $m \geq 0$.

C. $m \leq 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m = (x^2 + 1)[(x+2)^2 + m]$$

Điều kiện xác định của hàm số là: $(x+2)^2 + m \geq 0 (*)$

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (x+2)^2 \geq -m \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -m \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Câu 38. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2 + 3x - 5}{mx^2 - 2mx - 2020}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

A. 2020.

B. 2019.

C. 2021.

D. 4040.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\frac{-2x^2 + 3x - 5}{mx^2 - 2mx - 2020} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{mx^2 - 2mx - 2020} \leq 0$ vì $-2x^2 + 3x - 5 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Ta được C. $mx^2 - 2mx - 2020 < 0, (1)$

Do đó hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi (1) thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

Ta xét hai trường hợp

+TH1: $m = 0$ thỏa

+TH2: $m \neq 0$, yêu cầu là $\begin{cases} m < 0 \\ m^2 + 2020m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -2020 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2020 < m < 0$

Vậy $m \in [-2019; 0], m \in \mathbb{Z}$ nên có 2020 giá trị nguyên của m thỏa

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{2mx + 4}{\sqrt{x^2 + 2mx + 2018m + 2019}} + \sqrt{mx^2 + 2mx + 2020}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử?

A. 2018.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2021.

Lời giải

Chọn B

Để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ thì $\begin{cases} x^2 + 2mx + 2018m + 2019 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \\ mx^2 + 2mx + 2020 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$

+) Nếu $m = 0$ ta thấy $y = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 2019}} + \sqrt{2020}$ luôn xác định trên $\mathbb{R}$

Vậy $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài (1)

+) Nếu $m \neq 0$ để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ thì $\begin{cases} m^2 - 2018m - 2019 < 0 \\ m > 0 \\ m^2 - 2020m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2019 \\ m > 0 \\ 0 \leq m \leq 2020 \end{cases}$

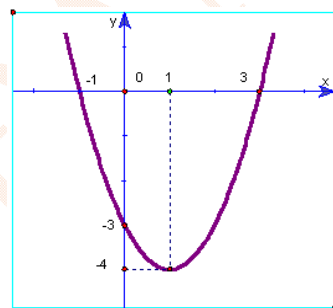
$\Leftrightarrow 0 < m < 2019$ (2)

Kết hợp (1)(2) ta được $0 \leq m < 2019$ thỏa mãn

Vậy ta có 2019 số nguyên m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nguyên lớn nhất của m để hàm số

$y = \frac{1}{\sqrt{f(x) - 2m + 2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.



A. $m = -2$.

B. $m = -1$.

C. $m = -4$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

+) Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{f(x) - 2m + 2}}$ xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f(x) - 2m + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 2m - 2 < \min_{\mathbb{R}} f(x).$$

Từ đồ thị hàm số ta có $\min_{\mathbb{R}} f(x) = -4 \Rightarrow 2m - 2 < -4 \Rightarrow m < -1.$

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của m là: $m = -2.$

Câu 41. Cho hàm số $y = \sqrt{1 - |2x^2 + mx + m + 15|}$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số xác định trên đoạn $[1; 3]$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định trên đoạn $[1; 3]$ khi

$$1 - |2x^2 + mx + m + 15| \geq 0, \forall x \in [1; 3] \Leftrightarrow |2x^2 + mx + m + 15| \leq 1, \forall x \in [1; 3] \quad (1)$$

Bài toán được chuyển về việc tìm m để bất phương trình (1) nghiệm đúng với $\forall x \in [1; 3]$.

Điều kiện cần: Bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in [1; 3]$

$\Rightarrow$ Nghiệm đúng với $x = 1, x = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |2m + 17| \leq 1 \\ |3m + 23| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq 2m + 17 \leq 1 \\ -1 \leq 3m + 23 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 \leq m \leq -8 \\ -8 \leq m \leq -\frac{22}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = -8.$$

Vậy với $m = -8$ là điều kiện cần để (1) nghiệm đúng với $\forall x \in [1; 3]$.

Điều kiện đủ: Với $m = -8$, ta có:

$$(1) \Leftrightarrow |2x^2 - 8x + 7| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2x^2 - 8x + 7 \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 8x + 8 \geq 0 \\ 2x^2 - 8x + 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2)^2 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3.$$

Vậy, với $m = -8$ thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Câu 42. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \sqrt{-m^2 x^2 + 2|m|x + 3}$ xác định trên khoảng $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$. Khi đó số các phần tử của S là.

A. 0

B. 4

C. 8

D. 9

Hướng dẫn đáp án

Ta có

$$-m^2 x^2 + 2|m|x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -(|m|x - 1)^2 + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow |(|m|x - 1)| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq (|m|x - 1) \leq 2$$

$$-1 \leq |m|x \leq 3$$

Nháy thấy nếu $m = 0$ thì luôn thỏa mãn.

$$\text{Nếu } m \neq 0, \text{ ta có } -\frac{1}{|m|} \leq x \leq \frac{3}{|m|}.$$

Để hàm số xác định trên $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}) \Leftrightarrow (\frac{1}{3}; \frac{2}{3}) \subset [\frac{-1}{|m|}; \frac{3}{|m|}]$. Ta có $\frac{-1}{|m|} < 0, \forall m \neq 0$ nên

$$\frac{2}{3} \leq \frac{3}{|m|} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \leq \frac{9}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}. \text{ Do đó số phần tử của S là 8.}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 - x^2 + 1 + mx\sqrt{2x^4 + 2}}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có tập xác định là tập số thực $\mathbb{R}$.

A. $m \in [0; \frac{1}{2}]$. **B.** $m \in [-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}]$. **C.** $m \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$. **D.** $m \in [-1; 1]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^4 - x^2 + 1 + mx\sqrt{2x^4 + 2} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 2(\sqrt{x^4 + 1})^2 + 2m(\sqrt{2x})\sqrt{x^4 + 1} - (\sqrt{2x})^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2m \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^4 + 1}} - \left(\frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^4 + 1}} \right)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^4 + 1}} \right)^2 - 2m \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^4 + 1}} - 2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

Đặt $t = \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x^4 + 1}}$ thì $|t| = \frac{|\sqrt{2x}|}{\sqrt{x^4 + 1}} = \sqrt{\frac{2x^2}{x^4 + 1}} \leq 1$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x^2 = 1$.

$$(1) \text{ trở thành } t^2 - 2mt - 2 \leq 0, \forall t \in [-1; 1] \quad (2)$$

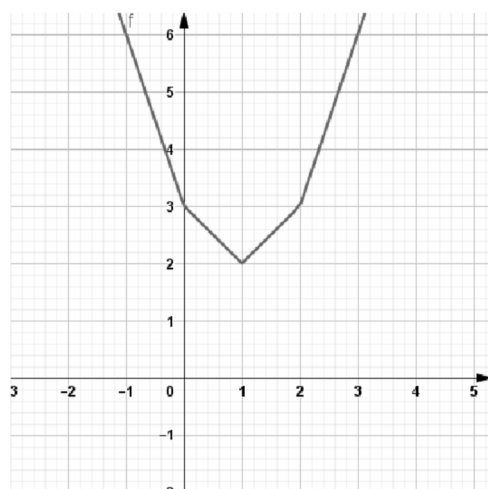
Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2mt - 2$. Đây là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$ nên

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(-1) \leq 0 \\ f(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \leq 0 \\ 2m + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}.$$

DẠNG 2 : SỰ BIẾN THIÊN, TÍNH CHẴN, LẼ CỦA HÀM SỐ

SỰ BIẾN THIÊN

Câu 1: Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

C. $f(2) + f(5) = 15$.

D. $f(10) < 26$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn hình ta thấy đáp án A và B đều đúng.

Với $x \geq 2$ đồ thị hàm số là một đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm $(2; 3)$ và $(3; 6)$ Dễ dàng tìm được phương trình đường thẳng đó có phương trình là $y = 3x - 3$

$$\Rightarrow f(2) + f(5) = 3 + 15 - 3 = 15 \Rightarrow \text{đáp án C đúng.}$$

$$\Rightarrow f(10) = 3 \cdot 10 - 3 = 27 \Rightarrow \text{đáp án D sai.}$$

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = (m+1)x + m - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.Vì m nguyên thuộc đoạn $[-3; 3]$ nên $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = (2-m)x + \frac{3}{\sqrt{9-m^2}}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

* Cách trình bày 1:

Điều kiện: $9 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Kết hợp với điều kiện các giá trị cần tìm là: $-2; -1; 0; 1$.

* Cách trình bày 2:

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \text{ khi } \begin{cases} 2-m > 0 \\ 9-m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ -3 < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 2.$$

Vậy các giá trị nguyên của m là $-2; -1; 0; 1$.

Câu 4: Giá trị của tham số m để hàm số $y = -3x + 2 - \frac{m-3}{x}$ nghịch biến trong khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $m \in (-\infty; 3]$.

B. $m \in (3; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 2)$.

D. $m \in [-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.Giả sử $0 < x_1 < x_2$. Ta có:

$$y(x_1) - y(x_2) = -3x_1 + 2 - \frac{m-3}{x_1} - \left(-3x_2 + 2 - \frac{m-3}{x_2} \right) = (x_1 - x_2) \left(\frac{m-3}{x_1 x_2} - 3 \right).$$

Do $0 < x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 < 0$.

$$\text{Hàm số nghịch biến trong khoảng } (0; +\infty) \text{ khi } y(x_1) - y(x_2) > 0 \Leftrightarrow \frac{m-3}{x_1 x_2} - 3 < 0$$

$$\text{Hay } \frac{m-3-3x_1 x_2}{x_1 x_2} < 0 \Leftrightarrow m < 3 + 3x_1 x_2. \text{ Vậy } m \leq 3.$$

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số $f(x) = (m+1)x + m - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn CTập xác định $D = \mathbb{R}$.Với mọi $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2$. Ta có

$$f(x_1) - f(x_2) = [(m+1)x_1 + m - 2] - [(m+1)x_2 + m - 2] = (m+1)(x_1 - x_2).$$

$$\text{Suy ra } \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = m + 1.$$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn. **Chọn C**

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. $m < 5$.B. $m > 5$.C. $m \leq 3$.D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn CVới mọi $x_1 \neq x_2$, ta có

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{[-x_1^2 + (m-1)x_1 + 2] - [-x_2^2 + (m-1)x_2 + 2]}{x_1 - x_2} = -(x_1 + x_2) + m - 1.$$

Để hàm số nghịch biến trên $(1; 2) \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) + m - 1 < 0$, với mọi $x_1, x_2 \in (1; 2)$

$$\Leftrightarrow m < (x_1 + x_2) + 1, \text{ với mọi } x_1, x_2 \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = mx^2 + 2(m-6)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. vô số.

Lời giải

Chọn BHàm số $y = f(x) = mx^2 + 2(m-6)x + 2$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Khi $m = 0 \Rightarrow y = f(x) = -12x + 2 \Rightarrow$ hàm $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Khi $m \neq 0$, ta có $y = f(x)$ là hàm số bậc hai nên có đồ thị là Parabol.

$$\text{Lúc đó, hàm } f(x) \text{ nghịch biến trên khoảng } (-\infty; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \frac{-2(m-6)}{2m} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 2.$$

Vậy $0 \leq m \leq 2$ nên có 3 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 1 - m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$?

A. 3

B. 5

C. 8

D. Vô số

Lời giải

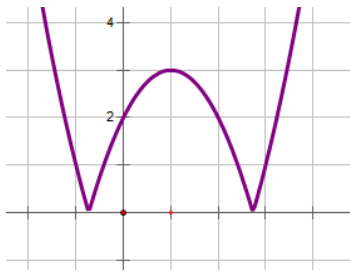
$$\text{Xét } f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 1 - m, \Delta' = m^2 + 3m$$

TH1: $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-3; 0]$

$y = |f(x)| = f(x)$, khi đó hàm số đồng biến trên khoảng $(m+1; +\infty)$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ khi $m+1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq -2 \Rightarrow m \in [-3; -2]$

TH2: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$. Khi đó $f(x)$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$)



Để hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$ ta có

$$+) x_1 \leq -1 < 1 \leq m+1 \Rightarrow m \geq 0$$

$$x_1 \leq -1 \Leftrightarrow m+1 - \sqrt{m^2 + 3m} \leq -1 \Leftrightarrow m+2 \leq \sqrt{m^2 + 3m} \Leftrightarrow m \leq -4 \Rightarrow m \in \emptyset$$

$$+) x_2 \leq -1 \Leftrightarrow m+1 + \sqrt{m^2 + 3m} \leq -1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 3m} \leq -m-2 \quad (\Rightarrow m < -3)$$

$$\Leftrightarrow m \geq -4 \Rightarrow m \in [-4; -3)$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m .

Đáp án **A**

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 2m+1$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên $m < 2018$ để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(2; 4)$?

A. 2016.

B. 2018.

C. 2015.

D. 2017.

Giải

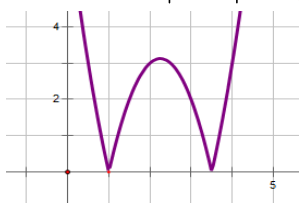
Xét $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 2m+1$, $\Delta' = m^2 \geq 0, \forall m$

TH1: $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 0$

$y = |f(x)| = f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty) \Rightarrow$ thỏa mãn.

TH2: $m \neq 0 \Rightarrow m > 0$. Khi đó $f(x)$ có 2 nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 2m+1$ ($x_1 < x_2$)

Hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên các khoảng $(1; m+1)$ và $(2m+1; +\infty)$



Để hàm số đồng biến trên $(2; 4)$ ta có

$$+) 1 \leq 2 < 4 \leq m+1 \Rightarrow m \geq 3$$

$$+) 2m+1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$$

Vậy có 2016 giá trị nguyên của m .

Đáp án **A**

Câu 10: Biết rằng hàm số $y = f(x) = x^3 + 2x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Đặt $A = \left(\frac{x^2+3}{x^2+1}\right)^3 + 2\left(\frac{x^2+3}{x^2+1}\right)$ và

$$B = \frac{8}{(x^2+1)^3} + \frac{4}{x^2+1}. \text{ Khẳng định nào sau đây là đúng?}$$

A. $A > B$.

B. $A \geq B$.

C. $A < B$.

D. $A \leq B$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \frac{x^2+3}{x^2+1} = 1 + \frac{2}{x^2+1} > \frac{2}{x^2+1}.$$

Vì hàm số $y = f(x) = x^3 + 2x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên

$$f\left(\frac{x^2+3}{x^2+1}\right) > f\left(\frac{2}{x^2+1}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{x^2+3}{x^2+1}\right)^3 + 2\left(\frac{x^2+3}{x^2+1}\right) > \frac{8}{(x^2+1)^3} + \frac{4}{x^2+1} \Rightarrow A > B.$$

TÍNH CHẨN LẺ

Câu 11: Biết rằng khi $m = m_0$ thì hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in [3; +\infty)$. B. $m_0 \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$. C. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$. D. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } f(-x) = (-x)^3 + (m^2 - 1)(-x)^2 + 2(-x) + m - 1 = -x^3 + (m^2 - 1)x^2 - 2x + m - 1.$$

Để hàm số đã cho là hàm số lẻ khi $f(-x) = -f(x)$, với $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -x^3 + (m^2 - 1)x^2 - 2x + m - 1 = -\left[x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1\right], \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1) = 0, \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right).$$

Cách giải nhanh. Hàm $f(x)$ lẻ khi hệ số của mũ chẵn bằng 0 và hệ số tự do cũng bằng 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right).$$

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = (m^2 - 1)x^3 + (m - 2)x^2 + 2020$ là hàm số chẵn trên tập xác định của nó.

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$.
D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$f(-x) = -(m^2 - 1)x^3 + (m - 2)x^2 + 2020.$$

$f(x)$ là hàm số chẵn trên D khi và chỉ khi $f(x) = f(-x), \forall x \in D$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 1)x^3 + (m - 2)x^2 + 2020 = -(m^2 - 1)x^3 + (m - 2)x^2 + 2020, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 - 1)x^3 = 0, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}.$$

Vậy với $m = -1$ hoặc $m = 1$ thì hàm số đã cho là hàm số chẵn trên tập xác định của nó.

Câu 13: Tìm m để hàm số $y = x^3 + 3(m^2 - 1)x^2 + 3x + m$ là hàm số lẻ.

A. $m = \pm 1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. Đáp án khác

Lời giải

Chọn D

$$y = f(x) = x^3 + 3(m^2 - 1)x^2 + 3x + m.$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\forall x \in D \text{ thì } -x \in D.$$

Cách 1:

Ta có:

$$f(x) = x^3 + 3(m^2 - 1)x^2 + 3x + m.$$

$$f(-x) = (-x)^3 + 3(m^2 - 1)(-x)^2 + 3(-x) + m.$$

Do hàm số lẻ nên $\forall x \in \mathbb{R}$:

$$f(-x) = -f(x) \Leftrightarrow (-x)^3 + 3(m^2 - 1)(-x)^2 + 3(-x) + m = -(x^3 + 3(m^2 - 1)x^2 + 3x + m)$$

$$\Leftrightarrow -x^3 + 3(m^2 - 1)x^2 - 3x + m = -x^3 - 3(m^2 - 1)x^2 - 3x - m$$

$$\Leftrightarrow 6(m^2 - 1)x^2 + 2m = 0. (*)$$

$$\text{Để } (*) \text{ đúng } \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ 2m = 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset.$$

Cách 2:

$$\text{Do } y = f(x) \text{ là hàm số lẻ} \Rightarrow f(0) = -f(0) \Leftrightarrow m = -m \Leftrightarrow m = 0.$$

$$\text{Khi } m = 0 \Rightarrow y = f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x.$$

$$y = f(-x) = -x^3 + 3x^2 - 3x = -(x^3 - 3x^2 + 3x) \neq -f(x).$$

Do đó hàm số $y = f(x)$ không lẻ.

$$\Rightarrow m = 0 \text{ không thỏa}$$

Vậy không có giá trị m thỏa yêu cầu đề.

Câu 14: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^4 + (m^2 - 4)x^3 + (m + 2)x + 1$ là hàm số chẵn?

A. $m = -2$.

B. $m = 0$.

C. $m = 2$.

D. $m = 2, m = -2$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có hàm số là chẵn nếu:

$$y(-x) = y(x) \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^4 + (m^2 - 4)x^3 + (m + 2)x + 1 = x^4 - (m^2 - 4)x^3 - (m + 2)x + 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x) = |x + 1| - |x + m|$ là hàm lẻ?

A. 1

B. 0

C. 2.

D.

4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số là lẻ $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Xét với $x = 0$, suy ra: $f(-0) = -f(0) \Leftrightarrow f(0) = 0$.

$$\text{Suy ra: } f(0) = |0 + 1| - |m + 0| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Thử lại:

Với $m = 1 \rightarrow$ hàm số: $y = f(x) = |x+1| - |x+1| = 0$ thỏa mãn hàm lẻ.

Với $m = -1 \rightarrow$ hàm số: $y = f(x) = |x+1| - |x-1|$. Dễ dàng kiểm tra được thỏa mãn hàm lẻ.

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 16: Tìm m để hàm số sau là hàm số chẵn

$$f(x) = \frac{-x^4 + (m+2)x^3 + 2x^2 + (m^2-4)x + 5}{\sqrt{x^2} + m}.$$

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = \pm 2$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số: $\sqrt{x^2} \neq -m$ (*).

$f(x)$ là hàm số chẵn $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$ với mọi x thỏa mãn (*).

$$\Leftrightarrow \frac{-x^4 + (m+2)x^3 + 2x^2 + (m^2-4)x + 5}{\sqrt{x^2} + m} = \frac{-x^4 - (m+2)x^3 + 2x^2 - (m^2-4)x + 5}{\sqrt{x^2} + m}$$

$$\Leftrightarrow 2(m+2)x^3 + 2(m^2-4)x = 0 \text{ với mọi } x \text{ thỏa mãn } (*).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2=0 \\ m^2-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2.$$

Với $m = -2$ hàm số đã cho trở thành: $f(x) = \frac{-x^4 + 2x^2 + 5}{\sqrt{x^2} - 2}$.

Khi đó, tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

Nhận thấy $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(x) = f(-x)$ nên $f(x)$ là hàm số chẵn.

Vậy với $m = -2$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 17: Tìm m để hàm số $f(x) = \frac{4x^4 + 3(m^2-4)x^3 + 2x^2 + (m-2)x + 1}{m - \sqrt{x^2}}$ là hàm số chẵn.

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = \pm 2$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số: $\sqrt{x^2} \neq m$ (*).

$f(x)$ là hàm số chẵn $\Leftrightarrow f(x) = f(-x)$ với mọi x thỏa mãn (*).

$$\Leftrightarrow \frac{4x^4 + 3(m^2-4)x^3 + 2x^2 + (m-2)x + 1}{m - \sqrt{x^2}} = \frac{4x^4 - 3(m^2-4)x^3 + 2x^2 - (m-2)x + 1}{m - \sqrt{x^2}}.$$

$$\Leftrightarrow 6(m^2-4)x^3 + 2(m-2)x = 0 \text{ với mọi } x \text{ thỏa mãn } (*).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4=0 \\ m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Với $m = 2$ hàm số đã cho trở thành: $f(x) = \frac{4x^4 + 2x^2 + 1}{2 - \sqrt{x^2}}$.

Khi đó, tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

Nhận thấy $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(x) = f(-x)$ nên $f(x)$ là hàm số chẵn.

Vậy với $m = 2$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m\sqrt{2+x} + (m^2-2)\sqrt{2-x}}{(m^2-1)x}$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số).

Số giá trị của m để (C_m) nhận trục Oy làm trục đối xứng là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện cần: $m \neq \pm 1$. Hàm số có tập xác định là: $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$

. $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng khi và chỉ khi hàm số $y = f(x)$ là hàm chẵn.

$$\Leftrightarrow f(-x) = f(x), \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow \frac{m\sqrt{2+x} + (m^2-2)\sqrt{2-x}}{(m^2-1)x} = \frac{m\sqrt{2-x} + (m^2-2)\sqrt{2+x}}{(m^2-1)(-x)}, (m \neq \pm 1)$$

$$\Leftrightarrow -m\sqrt{2+x} - (m^2-2)\sqrt{2-x} = m\sqrt{2-x} + (m^2-2)\sqrt{2+x}$$

$$\Leftrightarrow (m^2+m-2)(\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}) = 0, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1(L) \\ m=-2 \end{cases}$$

Vậy có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{x^2(x^2-2) + (2m^2-2)x}{\sqrt{x^2+1}-m}$ là hàm số chẵn.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Chọn C

ĐKXD: $\sqrt{x^2+1} \neq m (*)$

Giả sử hàm số chẵn suy ra $f(-x) = f(x)$ với mọi x thỏa mãn điều kiện (*)

$$\text{Ta có } f(-x) = \frac{x^2(x^2-2) - (2m^2-2)x}{\sqrt{x^2+1}-m}$$

Suy ra $f(-x) = f(x)$ với mọi x thỏa mãn điều kiện (*)

$$\Leftrightarrow \frac{x^2(x^2-2) - (2m^2-2)x}{\sqrt{x^2+1}-m} = \frac{x^2(x^2-2) + (2m^2-2)x}{\sqrt{x^2+1}-m} \text{ với mọi } x \text{ thỏa mãn điều kiện (*)}$$

$$\Leftrightarrow 2(2m^2-2)x = 0 \text{ với mọi } x \text{ thỏa mãn điều kiện (*)}$$

$$\Leftrightarrow 2m^2-2=0 \Leftrightarrow m=\pm 1$$

$$* \text{ Với } m=1 \text{ ta có hàm số là } f(x) = \frac{x^2(x^2-2)}{\sqrt{x^2+1}-1}$$

ĐKXD: $\sqrt{x^2+1} \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 0$

Suy ra TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Dễ thấy với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ta có $-x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và $f(-x) = f(x)$

Do đó $f(x) = \frac{x^2(x^2-2)}{\sqrt{x^2+1}-1}$ là hàm số chẵn

$$* \text{ Với } m=-1 \text{ ta có hàm số là } f(x) = \frac{x^2(x^2-2)}{\sqrt{x^2+1}+1}$$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Để thấy với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = f(x)$

Do đó $f(x) = \frac{x^2(x^2 - 2)}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}$ là hàm số chẵn.

Vậy $m = \pm 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m\sqrt{2018+x} + (m^2 - 2)\sqrt{2018-x}}{(m^2 - 1)x}$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số). Số

giá trị của m để đồ thị (C_m) nhận Oy làm trục đối xứng là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} x \geq -2018 \\ x \leq 2018 \\ (m^2 - 1)x \neq 0 \end{cases}.$$

Đồ thị (C_m) nhận Oy làm trục đối xứng $\Leftrightarrow y = f(x)$ là hàm số chẵn.

+ $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ thì TXĐ: $D = [-2018; 2018] \setminus \{0\}$ là tập đối xứng (1).

+ Khi đó $f(-x) = f(x)$

$$\Leftrightarrow \frac{m\sqrt{2018-x} + (m^2 - 2)\sqrt{2018+x}}{-(m^2 - 1)x} = \frac{m\sqrt{2018+x} + (m^2 - 2)\sqrt{2018-x}}{(m^2 - 1)x}$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 2 = m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1), (2) ta được: $m = -2$.

HÀM SỐ BẬC NHẤT

Dạng 1: Xác định hàm số và sự tương giao liên quan hàm bậc nhất

Câu 1. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(2;3)$ và tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác vuông cân.

A. $y = x + 5$.

B. $y = -x + 5$.

C. $y = -x - 5$.

D. $y = x - 5$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(2;3) \Rightarrow 3 = 2a + b (*)$

Ta có $d \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$; $d \cap Oy = B(0; b)$.

Suy ra $OA = \left|-\frac{b}{a}\right| = -\frac{b}{a}$ và $OB = |b| = b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O . Do đó, ΔOAB vuông cân khi $OA = OB$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = b \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -1 \end{cases}$$

• Với $b = 0 \Rightarrow A \equiv B \equiv O(0;0)$: không thỏa mãn.

• Với $a = -1$, kết hợp với $(*)$ ta được hệ phương trình $\begin{cases} 3 = 2a + b \\ a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \end{cases}$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y = -x + 5$.

Câu 2. Đường thẳng $d: y = (m-3)x - 2m + 1$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB cân. Khi đó, số giá trị của m thỏa mãn là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$A = d \cap Ox$ nên tọa độ A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = (m-3)x - 2m + 1 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2m-1}{m-3} \\ y = 0 \end{cases} \text{ nên } A\left(\frac{2m-1}{m-3}; 0\right).$$

$B = d \cap Oy$ nên tọa độ B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = (m-3)x - 2m + 1 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2m + 1 \end{cases} \text{ nên } B(0; -2m + 1).$$

$$\text{Ta có } OA = OB \Leftrightarrow \left|\frac{2m-1}{m-3}\right| = |-2m+1| \Leftrightarrow |2m-1| \left(\left|\frac{1}{m-3}\right| - 1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=0 \\ |m-3|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = 4, m = 2 \end{cases}$$

Nhận xét: Với $m = \frac{1}{2}$ thì $A \equiv B \equiv O(0;0)$ nên không thỏa mãn.

Vậy $m = 4, m = 2$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x - 2m + 1$ tạo với hệ trục tọa độ Oxy tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{2}$. Khi đó m bằng

A. $m = -2$.

B. $m = 2$; $m = 3$.

C. $m = 2$; $m = 4$.

D. $m = -2$; $m = 3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi: A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số $y = x - 2m + 1$ với trục hoành và trục tung
Suy ra $A(2m - 1; 0); B(0; 1 - 2m)$.

Theo giả thiết thì tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{2}$ là tam giác OAB vuông tại O .

$$\text{Do đó: } S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{25}{2}$$

$$\Leftrightarrow OA \cdot OB = 25 \Leftrightarrow |2m - 1| \cdot |1 - 2m| = 25 \Leftrightarrow |2m - 1| \cdot |2m - 1| = 25$$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = 5 \\ 2m - 1 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 4. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 3)$ và tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 6?

A. $y = 3x + 6$.

B. $y = -3x + 6$.

C. $y = (9 - \sqrt{72})x + \sqrt{72} - 6$.

D. $y = (9 + \sqrt{72})x - \sqrt{72} - 6$.

Lời giải**Chọn B**

Do đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 3)$ nên $a + b = 3 \Rightarrow a = 3 - b$.

Giao điểm của d và các tia Ox, Oy lần lượt là $M\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ và $N(0; b)$

(với $b > 0, a < 0$ suy ra $0 < b < 3$).

$$\text{Do đó: } S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} \cdot OM \cdot ON = \frac{1}{2} \cdot \left|-\frac{b}{a}\right| \cdot |b| = \frac{b^2}{2|a|}. \text{ Mà } S_{\triangle OMN} = 6 \Leftrightarrow b^2 = 12|a| \Leftrightarrow b^2 = 12|3 - b|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 36 - 12b \\ b^2 = -36 + 12b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 \\ b = -6 + \sqrt{72} \text{ (L)} \\ b = -6 - \sqrt{72} \text{ (L)} \end{cases}$$

Với $b = 6 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow d: y = -3x + 6$.

Câu 5. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 2)$ và tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4.

A. $y = 2x + 4$.

B. $y = -2x - 4$.

C. $y = -2x + 4$.

D. $y = 2x - 4$.

Lời giải**Chọn C**

Đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(1; 2) \Rightarrow 2 = a + b(1)$

Ta có $d \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a}; 0\right); d \cap Oy = B(0; b)$.

Suy ra $OA = \left|-\frac{b}{a}\right| = -\frac{b}{a}$ và $OB = |b| = b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O .

$$\text{Do đó, ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 4 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) \cdot b = 4 \Rightarrow b^2 = -8a(2)$$

Từ (1) suy ra $b = 2 - a$. Thay vào (2), ta được

$$(2 - a)^2 = -8a \Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 = -8a \Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2.$$

Với $a = -2 \Rightarrow b = 4$. Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y = -2x + 4$.

Câu 6. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = 4x - m + 3$ cùng với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{2}$ là

- A. 4. B. 26. C. 1. D. 25.

Lời giải

Chọn B

Giao của đường thẳng $y = 4x - m + 3$ và Ox là $A(\frac{m-3}{4}; 0), m \neq 3$.

Giao của đường thẳng $y = 4x - m + 3$ và Oy là $B(0; 3-m), m \neq 3$.

Khi đó $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left| \frac{m-3}{4} \right| \cdot |3-m| \Leftrightarrow (m-3)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m=5(n) \\ m=1(n) \end{cases} \Rightarrow 5^2 + 1^2 = 26$.

Câu 7. Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, (a \neq 0; b \neq 0)$ đi qua điểm $M(-1; 6)$ tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = a + 2b$.

- A. $S = 10$. B. $S = 6$. C. $S = -\frac{38}{3}$. D. $S = \frac{-5+7\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ đi qua điểm $M(-1; 6) \Rightarrow \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1. (1)$

Ta có $d \cap Ox = A(a; 0); d \cap Oy = B(0; b)$.

Suy ra $OA = |a| = a$ và $OB = |b| = b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Tam giác OAB vuông tại O . Do đó, ta có $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}ab = 4. (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \\ \frac{1}{2}ab = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a - b - ab = 0 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - b - 8 = 0 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a - 8 \\ a(6a - 8) - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a - 8 \\ a = 2 \\ a = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Do A thuộc tia $Ox \Rightarrow a = 2$. Khi đó, $b = 6a - 8 = 4$. Suy ra $a + 2b = 10$.

Câu 8. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 3)$, cắt hai tia Ox, Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng $\sqrt{5}$.

- A. $y = 2x + 5$. B. $y = -2x - 5$. C. $y = 2x - 5$. D. $y = -2x + 5$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $d: y = ax + b (a \neq 0)$.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $I(1; 3)$ nên $3 = a + b (1)$.

Ta có $d \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a}; 0\right); d \cap Oy = B(0; b)$.

Ta có $OA = |x_A| = x_A = -\frac{b}{a} > 0$ và $OB = |y_B| = y_B = b > 0$.

Suy ra $a < 0$ và $b > 0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d .

Xét tam giác AOB vuông tại O , có đường cao OH nên ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{a^2}{b^2} + \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow b^2 = 5a^2 + 5 \quad (2).$$

Từ (1) suy ra $b = 3 - a$, thay vào (2) ta được

$$(3-a)^2 = 5a^2 + 5 \Leftrightarrow 4a^2 + 6a - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

• Với $a = \frac{1}{2}$, suy ra $b = \frac{5}{2}$ và $OA = \left| -\frac{b}{a} \right| = -\frac{b}{a} = -5 < 0$: Loại.

• Với $a = -2$, suy ra $b = 5$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y = -2x + 5$.

Câu 9. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(3;1)$, cắt hai tia Ox , Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng $2\sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + b^2$.

A. $P = 16$.

B. $P = 14$.

C. $P = 23$.

D. $P = 19$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $I(1;3) \Leftrightarrow 1 = 3a + b$. (1)

Vì đường thẳng $d: y = ax + b$ cắt hai tia Ox , Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng $\sqrt{5}$ nên $a < 0, b > 0$.

Ta có $d \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$; $d \cap Oy = B(0; b)$.

Suy ra $OA = \left| -\frac{b}{a} \right| = -\frac{b}{a}$ và $OB = |b| = b$ (do A, B thuộc hai tia Ox, Oy nên $a < 0, b > 0$).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d .

Xét tam giác AOB vuông tại O , có đường cao OH nên ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{8} = \frac{a^2}{b^2} + \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow b^2 = 8a^2 + 8. \quad (2)$$

Từ (1) suy ra $b = 1 - 3a$. Thay vào (2), ta được

$$(1-3a)^2 = 8a^2 + 8 \Leftrightarrow a^2 - 6a - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 7 \end{cases} (L).$$

• Với $a = -1$, suy ra $b = 4$. Vậy $P = 2 \cdot (-1) + 4^2 = 14$.

Câu 10. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, cắt hai tia Ox, Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng 1.

A. $y = -\frac{3}{4}x + 5$.

B. $y = \frac{3}{4}x + 5$.

C. $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.

D. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $d: y = ax + b (a \neq 0)$.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$ nên $\frac{1}{2} = a + b$ (1).

Ta có $d \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$; $d \cap Oy = B(0; b)$.

Ta có $OA = |x_A| = x_A = -\frac{b}{a} > 0$ và $OB = |y_B| = y_B = b > 0$ (Vì A, B thuộc hai tia Ox, Oy).

Suy ra $a < 0$ và $b > 0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d .

Xét tam giác AOB vuông tại O , có đường cao OH nên ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow 1 = \frac{a^2}{b^2} + \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow b^2 = a^2 + 1 \quad (2).$$

Từ (1) suy ra $b = \frac{1}{2} - a$, thay vào (2) ta được:

$$\left(\frac{1}{2} - a\right)^2 = a^2 + 1 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4} \text{ (nhận)}.$$

Với $a = -\frac{3}{4}$, suy ra $b = \frac{5}{4}$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $d: y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.

Câu 11. Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-3;1)$ và có hệ số góc bằng -2 . Tính tích $P = ab$.

A. $P = 10$.

B. $P = -7$.

C. $P = -5$.

D. $P = -10$.

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-3;1)$ và có hệ số góc bằng -2 ta có hệ pt:

$$\begin{cases} a = -2 \\ 1 = -3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow P = -2 \cdot -5 = 10.$$

Câu 12. Cho phương trình đường thẳng $y = ax + b$ có đồ thị đi qua điểm $E(2; -1)$ và song song với đường thẳng ON với O là gốc tọa độ và $N(1;3)$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2$?

A. $S = 58$.

B. $S = -40$.

C. $S = -58$

D. $S = -4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng ON với O là gốc tọa độ và $N(1;3)$ có dạng $y = 3x$.

$y = ax + b$ có đồ thị đi qua điểm $E(2; -1) \Leftrightarrow 2a + b = -1 \quad (1)$

Đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $ON \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b \neq 0 \end{cases} \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -7 \end{cases} \Rightarrow S = a^2 + b^2 = 58$.

Câu 13. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm a và b , biết rằng đồ thị hàm số cắt đường thẳng $\Delta_1: y = 2x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng -2 và cắt đường thẳng $\Delta_2: y = -3x + 4$ tại điểm có tung độ bằng -2 .

A. $a = \frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2}$.

B. $a = -\frac{3}{4}; b = \frac{1}{2}$.

C. $a = \frac{3}{4}; b = \frac{1}{2}$.

D. $a = -\frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $d: y = ax + b, a \neq 0$.

d cắt Δ_1 tại điểm có hoành độ bằng -2 .

Phương trình hoành độ giao điểm: $ax + b = 2x + 5 \Leftrightarrow a(-2) + b = 2(-2) + 5 \Leftrightarrow -2a + b = 1 \quad (1)$.

d cắt Δ_1 tại điểm có tung độ bằng -2 .

Phương trình tung độ giao điểm: $\frac{y-b}{a} = \frac{y-4}{-3} \Leftrightarrow \frac{-2-b}{a} = \frac{-2-4}{-3} \Leftrightarrow 2a+b=-2$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow \begin{cases} -2a+b=1 \\ 2a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow a=-\frac{3}{4}; b=-\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hai đường thẳng $d_1: y=mx-4$ và $d_2: y=-mx-4$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để tam giác tạo thành bởi d_1, d_2 và trục hoành có diện tích lớn hơn 8. Số phần tử của tập S là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d_1: y=mx-4$; $d_2: y=-mx-4$ cắt nhau và cùng cắt trục Ox khi $m \neq 0$.

Gọi $A\left(\frac{4}{m}; 0\right)$, $B\left(-\frac{4}{m}; 0\right)$ lần lượt là giao điểm của $d_1; d_2$ với trục hoành. Phương trình hoành độ giao điểm của $d_1; d_2$: $mx-4=-mx-4 \Leftrightarrow x=0$. Gọi C là giao điểm của $d_1; d_2$ thì Oxy .

Ta có $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} d(C, Ox) \cdot AB = \frac{1}{2} |y_C| \cdot |x_A - x_B| = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{8}{|m|} = \frac{16}{|m|}$.

Có: $S_{\triangle ABC} > 8 \Leftrightarrow \frac{16}{|m|} > 8 \Leftrightarrow |m| < 2, m \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow m=1$. Vậy $S = \{1\}$.

Câu 15. Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 4m - 4)x + 3m - 2$ có đồ thị là (d) . Tìm số giá trị nguyên dương của m để đường thẳng (d) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB là tam giác cân (O là gốc tọa độ).

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng (d) tạo với trục hoành và trục tung một tam giác OAB là tam giác vuông cân $\Leftrightarrow$ đường thẳng (d) tạo với chiều dương trục hoành bằng 45° hoặc $135^\circ \Leftrightarrow$ hệ số góc tạo của (d)

bằng 1 hoặc $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 4 = 1 \\ m^2 - 4m - 4 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 3 = 0 \\ m^2 - 4m - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \\ m = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$.

Thử lại: $m=5$ thì d không đi qua O .

Vậy có duy nhất một giá trị $m=5$ nguyên dương thỏa ycbt.

Câu 16. Cho hàm số $y=ax+b$ đồng biến và đồ thị là đường thẳng đi qua điểm $M(3;4)$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho $OB=4OA$. Tính diện tích tam giác OAB .

A. 32.

B. 16.

C. 8.

D. 24.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y=ax+b$ đồng biến và đi qua điểm $M(3;4)$ nên suy ra $\begin{cases} a > 0 \\ 3a+b=4 \end{cases}$ (1).

A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị với trục hoành và trục tung suy ra $A\left(\frac{-b}{a}; 0\right), B(0;b)$.

Theo giả thiết $OB=4OA \Leftrightarrow |b|=4\left|\frac{-b}{a}\right| \Leftrightarrow |b|(|a|-4)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a| - 4 = 0 \\ |b| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| - 4 = 0 \\ |b| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \text{ (do } a > 0) \\ b = 0 \end{cases}.$$

+) Với $b = 0$ suy ra $A(0;0)$, $B(0;0)$ (loại).

+) Với $a = 4$ suy ra $b = -8$, ta có $OA = 2$.

Khi đó diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.4OA^2 = 8$.

Câu 17. Cho hai đường thẳng $d_1: y = mx - 4$ và $d_2: y = -mx - 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để tam giác tạo thành bởi d_1 , d_2 và trục hoành có diện tích lớn hơn hoặc bằng 8?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy rằng d_1 và d_2 luôn cắt nhau tại điểm $A(0; -4)$ nằm trên trục tung.

Nếu $m = 0$ thì d_1 và d_2 là hai đường thẳng trùng nhau nên d_1 , d_2 và trục Ox không tạo thành tam giác (không thỏa mãn ycbt).

Do đó $m \neq 0$, giả sử d_1 cắt Ox tại $B\left(\frac{4}{m}; 0\right)$, d_2 cắt Ox tại $C\left(-\frac{4}{m}; 0\right)$.

Tam giác tạo thành bởi d_1 , d_2 và trục hoành là tam giác ABC .

Diện tích tam giác tạo thành là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}OA.BC = \frac{1}{2}.4.|x_B - x_C| = 2.\frac{8}{|m|} = \frac{16}{|m|}$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} \geq 8 \Leftrightarrow \frac{16}{|m|} \geq 8 \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \leq 2 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m \leq 2 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Do đó các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán thuộc tập hợp $S = \{-2; -1; 1; 2\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hai đường thẳng $d: y = mx - 3$ và $\Delta: y + x = m$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung

A. $m = -3$.

B. $m = 3$.

C. $m = \pm 3$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Yêu cầu bài toán tương đương hệ sau có nghiệm } \begin{cases} y = mx - 3 \\ y + x = m \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ x = 0 \\ y = -3 \end{cases}.$$

Vậy $m = -3$ thỏa mãn.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = 3x + 2$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B . Tính diện tích tam giác OAB .

A. $S_{OAB} = \frac{2}{3}$.

B. $S_{OAB} = \frac{1}{2}$.

C. $S_{OAB} = \frac{3}{2}$.

D. $S_{OAB} = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$ và $B(0; 2)$. Do đó $OA = \frac{2}{3}$ và $OB = 2$.

Vì tam giác OAB vuông tại O nên $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}.2 = \frac{2}{3}$.

Câu 20. Đường thẳng $d: y = (m-3)x - 2m + 1$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho $\triangle OAB$ cân. Khi đó, số giá trị của tham số m thỏa mãn là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Do tam giác OAB vuông tại O nên điều kiện cần để là ΔOAB cân là $OA = OB$, khi đó đường thẳng d tạo với trục ox góc 45° hoặc góc 135° , suy ra hệ số góc của d là ± 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3=1 \\ m-3=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=2 \end{cases}$$

Với $m=4$ có $d: y=x-7$, cắt Ox, Oy tại $A(7;0), B(0;-7)$ thỏa mãn.

Với $m=2$ có $d: y=-x-3$, cắt Ox, Oy tại $A(-3;0), B(0;-3)$ thỏa mãn.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị của m để đường thẳng $y=(m-3)x-2m+1$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB cân.

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $y=(m-3)x-2m+1$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB cân khi và chỉ khi hệ số góc $k=1$ hoặc $k=-1$

Suy ra điều kiện là: $\begin{cases} m-3=1 \\ m-3=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=2 \end{cases}$

Suy ra có hai giá trị của tham số m thỏa mãn điều kiện.

Câu 22. Đồ thị các hàm số $y=-|x-a|+b$ và $y=-|x-c|+d$ cắt nhau tại các điểm $(2;5)$ và $(8;3)$. Tìm $a+c$.

A. 8.

B. 13.

C. 10.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết các điểm $A(2;5)$ và $B(8;3)$ thuộc đồ thị các hàm số $y=-|x-a|+b$ và $y=-|x-c|+d$ nên ta có

$$\begin{cases} -|2-a|+b=5 \\ -|2-c|+d=5 \\ -|8-a|+b=3 \\ -|8-c|+d=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=|2-a|+5 \\ d=|2-c|+5 \\ -|8-a|+|2-a|+5=3 \\ -|8-c|+|2-c|+5=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |8-a|-|2-a|-2=0 & (1) \\ |8-c|-|2-c|-2=0 & (2) \end{cases}$$

Rõ ràng phương trình (1) và (2) có tập nghiệm trùng nhau, do đó ta chỉ cần giải (1).

Lập bảng thu gọn các trường hợp của phương trình (1) ta có:

a	$-\infty$	2	8	$+\infty$
$ 8-a $	$8-a$	$8-a$	$a-8$	
$ 2-a $	$2-a$	$a-2$	$a-2$	
$VT(1)$	4	$-2a+8$	-8	

(1) có nghiệm với $2 \leq a \leq 8$ và khi đó $(1) \Leftrightarrow -2a+8=0 \Leftrightarrow a=4$ (thỏa).

Vậy (1) có nghiệm duy nhất $a=4$ do đó (2) cũng có nghiệm duy nhất $c=4 \Rightarrow a+c=8$.

Dạng 2: Các bài toán về GTLN, GTNN và ứng dụng

Câu 23. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|x+2|+|4x+4|+3$ trên đoạn $[-2;2]$ là

A. 21.

B. 23.

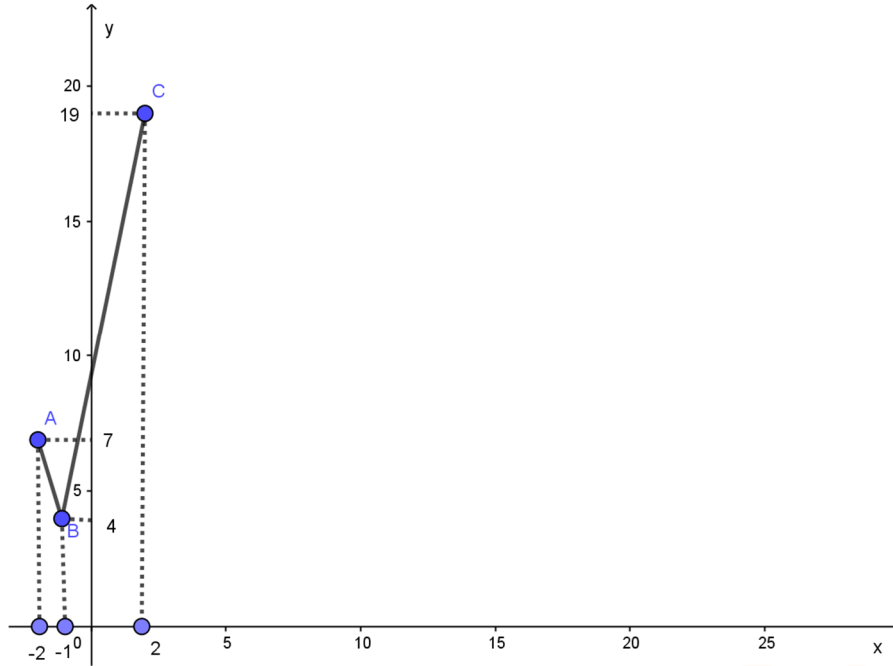
C. 26.

D. 24.

Lời giải

Chọn B

$$y = |x+2| + |4x+4| + 3 = \begin{cases} -3x+1 & \text{khi } -2 \leq x \leq -1 \\ 5x+9 & \text{khi } -1 < x \leq 2 \end{cases}$$



Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x+2| + |4x+4| + 3$ trên đoạn $[-2; 2]$ lần lượt là 19 và 4.

Câu 24. Hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } 0 \leq x < 2 \\ -\frac{1}{2}x+4 & \text{khi } 2 \leq x \leq 4 \\ 2x-6 & \text{khi } 4 < x \leq 5 \end{cases}$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(2) \geq f(x), \forall x \in [2; 4] \setminus \{2\}$ và $f(5) \geq f(x), \forall x \in (4; 5)$.

Mà $f(2) = 3; f(5) = 4$.

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số là 4.

Câu 25. Cho hàm số $y = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên $[0; 2]$ lần lượt là M

và m . Giá trị biểu thức $T = M + m$ bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn A

+ Với $x \in [0; 1)$, hàm số nghịch biến nên $f(1) < f(x) \leq f(0) \Leftrightarrow 1 < f(x) \leq 2$

+ Với $x \in [1; 2]$, hàm số đồng biến nên $f(1) \leq f(x) \leq f(2) \Leftrightarrow 1 \leq f(x) \leq 3$

+ Vậy: $m = 1; M = 3$ nên $T = m + M = 1 + 3 = 4$.

Câu 26. Cho $x, y, z \in [0; 2]$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = 2(x+y+z) - (xy+yz+zx)$.

- A. $T = 4$. B. $T = 2$. C. $T = 3$. D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $T = f(x) = (2-y-z)x + 2(y+z) - yz$

Nếu $y+z=2$ thì $f(x) = 4 - yz \leq 4$ do $-yz \leq 0$

Nếu $y + z \neq 2$ thì $f(x)$ là hàm số bậc nhất

Ta có $f(0) = -(2-y)(2-z) + 4 \leq 4$ và $f(2) = -yz + 4 \leq 4$.

Vậy $\text{Max} T = 4$ khi $x = 0, y = z = 2$ hoặc $x = 2, y = z = 0$.

Câu 27. Cho hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng d . Tìm hàm số đó, biết d đi qua $M(1; 2)$ và cắt hai tia Ox, Oy tại P, Q sao cho S_{OPQ} nhỏ nhất?

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = 4x - 2$.

C. $y = -2x + 4$.

D. $y = -x + 3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi hàm số cần tìm là $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

Đường thẳng d đi qua $M(1; 2)$ nên $a + b = 2 \Leftrightarrow b = 2 - a$.

Ta có: $d \cap Ox = P\left(-\frac{b}{a}; 0\right), d \cap Oy = Q(0; b)$.

Vì d cắt hai tia Ox, Oy tại P, Q tạo thành tam giác OPQ nên $\begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } S_{OPQ} &= \frac{1}{2} OP \cdot OQ = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) \cdot b = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-(2-a)^2}{a}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{-a^2 + 4a - 4}{a}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left(-a - \frac{4}{a} + 4\right) \geq \frac{1}{2} \left(2 \cdot \sqrt{(-a) \left(-\frac{4}{a}\right)} + 4\right) = 4. \end{aligned}$$

Do đó, S_{OPQ} nhỏ nhất bằng 4, đạt được khi $-a = -\frac{4}{a} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2(l) \\ a = -2(tm) \end{cases}$.

Với $a = -2 \Rightarrow b = 4$. Vậy $y = -2x + 4$.

Câu 28. Hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Biết (d) đi qua điểm $M(2; 3)$ sao cho khoảng cách từ O tới đường thẳng (d) là lớn nhất. Tính $T = 3a + 2b$.

A. $\frac{8}{9}$.

B. $\frac{20}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của O lên d . Từ đó $OH \leq OM$, suy ra khoảng cách từ O đến đường thẳng d lớn nhất bằng OM . Vậy đường thẳng d qua M và vuông góc với OM .

Đường thẳng d_1 qua OM là $y = \frac{3}{2}x$.

Đường thẳng d qua $M(2; 3)$ và vuông góc với d_1 ta có:

$$\begin{cases} a \cdot \frac{3}{2} = -1 \\ 3 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{13}{3} \end{cases} \rightarrow T = 3a + 2b = \frac{20}{3}.$$

Câu 29. Giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |2m - 3x|$ trên $[-1; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất thỏa mãn mệnh đề nào sau đây?

A. $m \in (3; 4)$

B. $m \in (2; 3)$

C. $m \in (1; 2)$

D. $m \in (-1; 1)$

Lời giải

Chọn D

Vì đồ thị hàm số bậc nhất $y = 2m - 3x$ là một đường thẳng nên $\max_{[-1;2]} f(x)$ chỉ có thể đạt được tại

$x = -1$ hoặc $x = 2$.

Do đó nếu đặt $M = \max_{[-1;2]} f(x)$ thì $M \geq f(-1) = |2m + 3|$ và $M \geq f(2) = |2m - 6|$.

Ta có

$$\begin{aligned} M &\geq \frac{f(-1) + f(2)}{2} = \frac{|2m + 3| + |2m - 6|}{2} \\ &= \frac{|2m + 3| + |6 - 2m|}{2} \geq \frac{|(2m + 3) + (6 - 2m)|}{2} = \frac{9}{2}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} |2m + 3| = |6 - 2m| \\ (2m + 3)(6 - 2m) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\frac{9}{2}$, đạt được chỉ khi $m = \frac{3}{4}$.

Câu 30. Giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = |-3x^2 + 6x + 1 - 2m|$ trên $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất thỏa mãn mệnh đề nào sau đây?

- A.** $m \in (3; 5)$. **B.** $m \in (-4; 0)$. **C.** $m \in (0; 3)$. **D.** $m \in (-6; -4)$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = g(x) = -3x^2 + 6x + 1 - 2m$ là parabol có hoành độ đỉnh bằng $-\frac{b}{a} = 1 \in [-2; 3]$

Do đó

$$\begin{aligned} M &= \max_{[-2;3]} f(x) = \max \{|g(1)|; |g(-2)|; |g(3)|\} \\ &= \max \{|4 - 2m|; |-23 - 2m|; |-8 - 2m|\} \\ &= \max \{|2m - 4|; |2m + 23|; |2m + 8|\} \\ &= \max \{|2m - 4|; |2m + 23|\} \quad (\text{do } 2m - 4 < 2m + 8 < 2m + 23 \quad \forall m \in \mathbb{R}) \\ &= \max \{|2m - 4|; |2m + 23|\} \end{aligned}$$

Suy ra $M \geq |2m - 4|$ và $M \geq |2m + 23|$

Ta có

$$M \geq \frac{|2m - 4| + |2m + 23|}{2} = \frac{|2m + 23| + |4 - 2m|}{2} \geq \frac{|(2m + 23) + (4 - 2m)|}{2} = \frac{27}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} |2m + 23| = |4 - 2m| \\ (2m + 23)(4 - 2m) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{19}{4}.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\frac{27}{2}$, đạt được chỉ khi $m = -\frac{19}{4}$.

Dạng 3: Các bài toán liên quan điểm – đường thẳng (tìm điểm, đồng quy,...)

Câu 31. Cho hàm số $y = x - 1$ có đồ thị là đường Δ . Đường thẳng Δ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích S bằng bao nhiêu?

- A.** $S = \frac{3}{2}$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của Δ với trục hoành, trục tung lần lượt là $A(1; 0), B(0; -1)$.

Ta có $OA = 1, OB = 1 \Rightarrow$ Diện tích tam giác OAB là $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Tìm a, b để đường thẳng (d) vuông góc với đường thẳng (d') : $y = 2 - x$ và đi qua điểm $M(1; -2)$?

- A.** $a = -\frac{1}{2}; b = -\frac{3}{2}$. **B.** $a = 1; b = -3$. **C.** $a = 1; b = 3$. **D.** $a = -\frac{1}{2}; b = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng (d) vuông góc với đường thẳng (d') : $y = 2 - x \Leftrightarrow a \cdot (-1) = -1 \Leftrightarrow a = 1$.

Khi đó đường thẳng (d) trở thành: $y = x + b$.

Mà: $M(1; -2) \in (d) \Rightarrow$ Thay tọa độ của $M(1; -2)$ vào đường thẳng (d) ta được:

$$-2 = 1 + b \Leftrightarrow b = -3.$$

Vậy đường thẳng (d) cần tìm là: $y = x - 3$.

Câu 33. Cho hai đường thẳng $d: y = x + 2m, d': y = 3x + 2$ (m là tham số). Tìm m để ba đường thẳng d, d' và $d'': y = -mx + 2$ phân biệt đồng quy.

- A.** $m = -1$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của d và d' : $x + 2m = 3x + 2 \Leftrightarrow x = m - 1$.

Tọa độ giao điểm của d và d' là $A(m - 1; 3m - 1)$.

d, d' và d'' đồng quy $\Leftrightarrow A(m - 1; 3m - 1) \in d''$.

$$\Leftrightarrow 3m - 1 = -m(m - 1) + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

Với $m = 1$: d, d' và d'' là ba đường thẳng phân biệt. (thỏa đề)

Với $m = -3$: $d'' \equiv d'$. (loại)

Vậy $m = 1$.

Câu 34. Đường thẳng $d_m: (m - 2)x + my = -6$ luôn đi qua điểm

- A.** $(3; -3)$. **B.** $(3; 1)$. **C.** $(1; -5)$. **D.** $(2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(m - 2)x + my = -6 \Leftrightarrow m(x + y) = 2x - 6$. (*)

$$(*) \text{ đúng với mọi } m \text{ khi } \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy d_m luôn đi qua điểm $(3; -3)$.

Câu 35. Cho hàm số $y = (2m - 1)x + 3 - 4m$ với m là tham số. Biết đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ cố định. Tính giá trị biểu thức $x_0^2 + y_0^2$.

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

$M(x_0; y_0)$ là điểm cố định của đồ thị hàm số $y = (2m - 1)x + 3 - 4m$ khi và chỉ khi

$$y_0 = (2m - 1)x_0 + 3 - 4m, \forall m \Leftrightarrow m(2x_0 - 4) + 3 - x_0 - y_0 = 0, \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - 4 = 0 \\ 3 - x_0 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 1 \end{cases} \Rightarrow M(2; 1)$$

Khi đó, $x_0^2 + y_0^2 = 2^2 + 1^2 = 5$.

Câu 36. Đồ thị của hàm số $y = mx + 2$ luôn đi qua điểm cố định nào ?

- A. $D(0;1)$. B. $A(0;2)$. C. $B(2;0)$. D. $C(1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta đặt $(d_m): y = mx + 2$. Họ đường thẳng (d_m) đi qua điểm cố định $A(x_0; y_0)$ khi và chỉ khi phương trình $x_0 m = y_0 - 2$ thỏa mãn với mọi $m \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } A(0;2).$$

Câu 37. Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $y = 2x$, $y = -x - 3$ và $y = mx + 5$ phân biệt và đồng quy.

- A. $m = 7$. B. $m = 5$. C. $m = -5$. D. $m = -7$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = -x - 3$, tọa độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow A(-1; -2)$$

Để ba đường thẳng $y = 2x$, $y = -x - 3$ và $y = mx + 5$ phân biệt và đồng quy thì đường thẳng $y = mx + 5$ đi qua $A(-1; -2)$, tức là $-2 = -m + 5 \Leftrightarrow m = 7$.

Câu 38. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để ba đường thẳng $(d_1): y = 2x - 3$, $(d_2): y = x - 2$ và $(d_3): y = (m^2 + 1)x - m^2 + m - 2019$ đồng quy. Khi đó:

- A. $m_0 \in (2005; 2010)$. B. $m_0 \in (2010; 2015)$.
C. $m_0 \in (2015; 2020)$. D. $m_0 \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn C

+ Phương trình hoành độ giao điểm của $(d_1): y = 2x - 3$ và $(d_2): y = x - 2$ là:

$$2x - 3 = x - 2 \Leftrightarrow x = 1$$

Thay $x = 1$ vào $(d_1): y = 2x - 3$, ta được: $y = 2.1 - 3 = -1$. Do đó (d_1) và (d_2) cắt nhau tại điểm $M(1; -1)$.

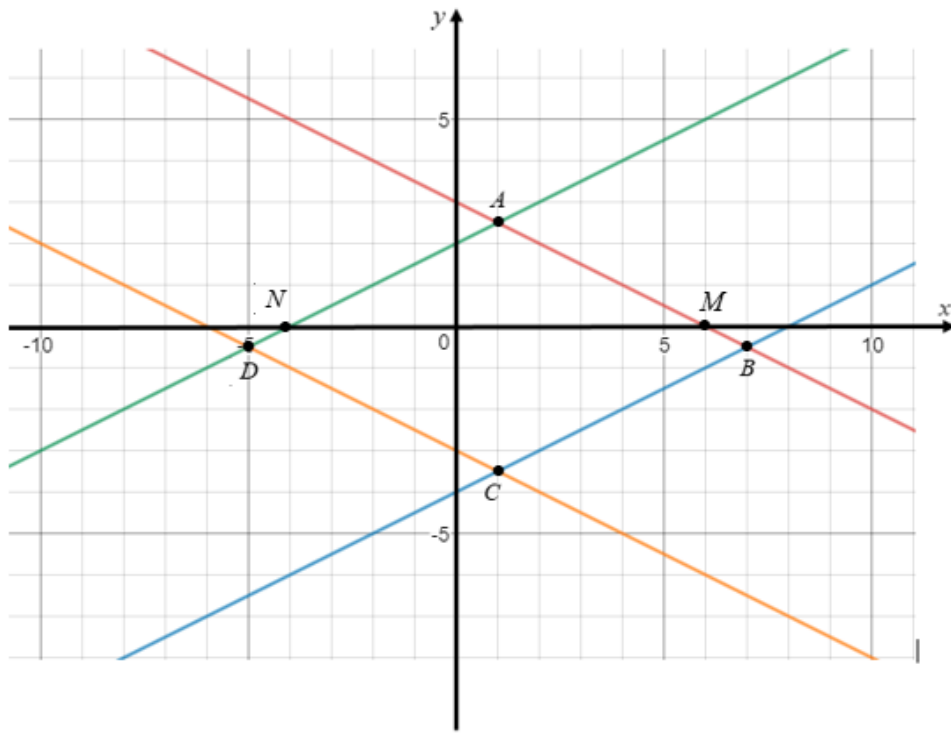
+ Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow M(1; -1) \in (d_3) \Leftrightarrow -1 = (m^2 + 1).1 - m^2 + m - 2019 \Leftrightarrow m = 2017$.

Câu 39. Gọi (H) là tập hợp các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn hệ thức $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{4y^2 + 4y + 1} = 6$, trục Ox chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 trong đó S_1 là phần diện tích nằm phía trên trục hoành. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là

- A. $\frac{25}{144}$. B. $\frac{47}{25}$. C. $\frac{25}{36}$. D. $\frac{25}{47}$.

Lời giải

Chọn D



Hệ thức $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{4y^2 + 4y + 1} = 6 \Leftrightarrow |x - 1| + |2y + 1| = 6$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 6 \text{ vs } x \geq 1; y \geq -\frac{1}{2} \\ x - 2y = 8 \text{ vs } x \geq 1; y \leq -\frac{1}{2} \\ -x + 2y = 4 \text{ vs } x \leq 1; y \geq -\frac{1}{2} \\ -x - 2y = 6 \text{ vs } x \leq -1; y \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Hình (H) là hình thoi ABCD với điểm $A\left(1; \frac{5}{2}\right), B\left(7; \frac{1}{2}\right), C\left(1; -\frac{7}{2}\right), D\left(-5; \frac{1}{2}\right)$

Tọa độ điểm $M(6; 0), N(-4; 0)$

Để thấy $BD = 12, AC = 6 \Rightarrow S_{(H)} = S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 36$

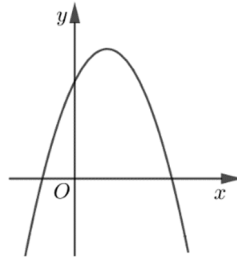
Diện tích tam giác AMN : $S_{AMN} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot |y_A| = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{2}$.

Như vậy $S_1 = \frac{25}{2}, S_2 = 36 - \frac{25}{2} = \frac{47}{2} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{25}{47}$.

HÀM SỐ BẬC HAI

Dạng 1: Nhận dạng BBT, đồ thị hàm số bậc 2.

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a < 0; b > 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b > 0; c > 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c < 0$.

Lời giải

Chọn A

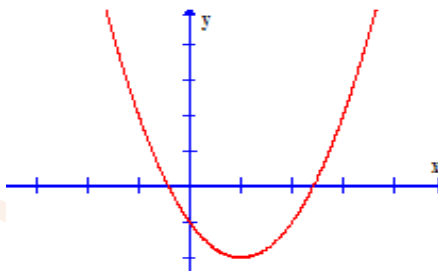
Vì đồ thị là một parabol có bề lõm hướng xuống dưới nên $a < 0$.

Vì đỉnh parabol có hoành độ là $-\frac{b}{2a}$ và đỉnh nằm bên phải trục Oy nên $-\frac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$.

Do đó $b > 0$.

Ngoài ra parabol cắt trục Oy tại điểm $M(0; c)$ nằm phía trên trục Ox nên $c > 0$.

Câu 2. Cho Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới. Hãy chọn khẳng định đúng khi nói về dấu của các hệ số a, b, c .



- A.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

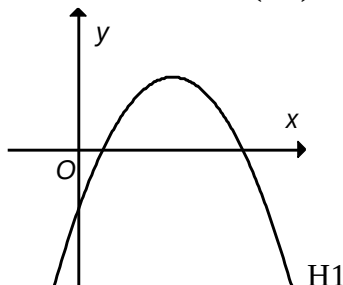
Chọn D

Bề lõm của Parabol hướng lên trên nên hệ số $a > 0$.

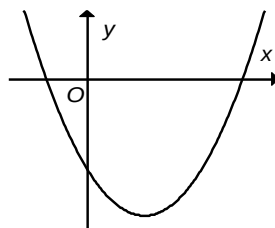
Hoành độ đỉnh của Parabol dương, tức là $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Câu 3. Nếu parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới (H1)



Thì đồ thị (H2) sau đây sẽ là đồ thị của hàm số $y = a'x^2 + b'x + c'$ nào được liệt kê ở các phương án A, B, C, D.



A. $y = x^2 + \frac{b}{a}x - \frac{c}{a}$. **B.** $y = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$. **C.** $y = x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$. **D.** $y = x^2 - \frac{b}{a}x - \frac{c}{a}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị parabol $y = ax^2 + bx + c$ (H1) có bề lõm quay xuống nên $a < 0$, lại có đỉnh nằm bên phải trục tung nên có trục đối xứng nằm bên phải trục tung, hay $-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0$; $-\frac{b}{a} > 0$

Lại có đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm dưới trục hoành nên $c < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0$; $-\frac{c}{a} < 0$

Ở đồ thị (H2) ta có bề lõm đồ thị quay lên trên, có đỉnh nằm bên phải trục tung nên trục đối xứng nằm bên phải trục tung, điểm giao với trục tung nằm dưới trục hoành. Nên hệ số tương ứng của hàm số ứng với đồ thị (H2) là: $a' > 0$; $b' < 0$; $c' < 0$. Vậy hàm số thỏa mãn là: $y = x^2 + \frac{b}{a}x - \frac{c}{a}$.

Câu 4. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có bảng xét dấu cho dưới đây

x	$-\infty$	0	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu ta có: $a > 0$ (cùng dấu với $f(x)$ ở bên ngoài khoảng hai nghiệm).

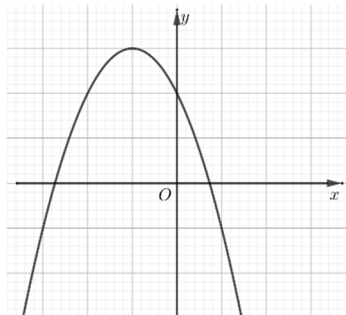
$f(0) = c > 0$.

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt cùng dương nên ta có $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$

Suy ra $b < 0$.

Vậy, đáp số là $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 5. Cho biết Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có dạng đồ thị như hình vẽ.



A. $a < 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn B

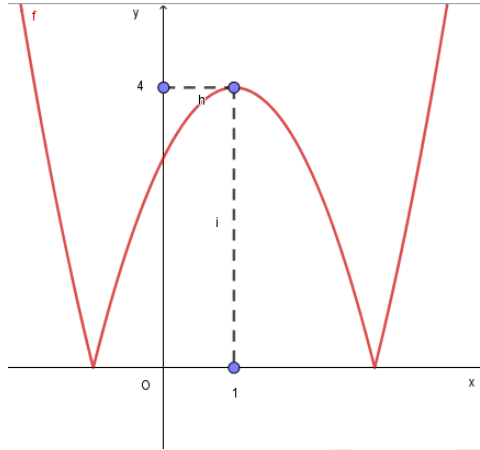
Đồ thị có dạng của Parabol có hệ số $a < 0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Nhận thấy đỉnh của Parabol có hoành độ $x = \frac{-b}{2a} < 0$ mà $a < 0$ nên $b < 0$.

Dạng 2: Nhận dạng BBT, đồ thị hàm số liên quan hàm bậc 2 chứa GTTĐ

Câu 6. Hàm số $y = |x^2 + bx + c|$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó $S = b - c$ bằng

A. $S = 4$.

B. $S = 1$.

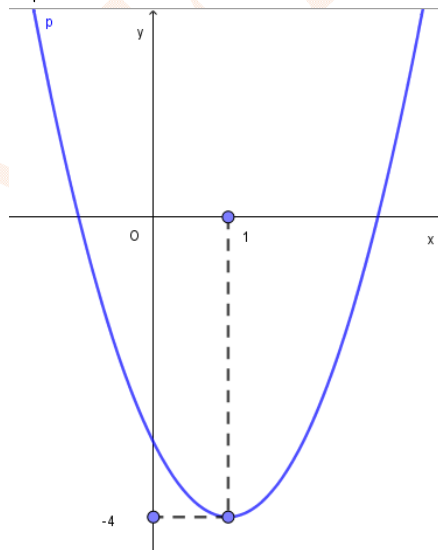
C. $S = 2$.

D. $S = 3$.

Lời giải

Chọn B

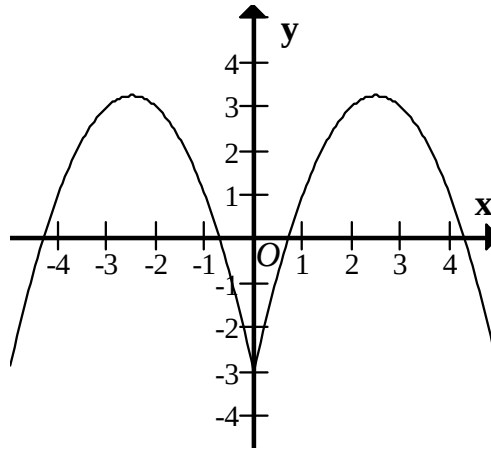
Từ đồ thị hàm số $y = |x^2 + bx + c|$ như hình trên, ta suy ra đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ như sau



Suy ra parabol $y = x^2 + bx + c$ có đỉnh $I(1; -4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2} = 1 \\ 1 + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow S = b - c = 1.$$

Câu 7. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình dưới?



- A.** $y = -x^2 + 5x - 3$. **B.** $y = x^2 - 3x - 3$. **C.** $y = -x^2 + 5|x| - 3$. **D.** $y = -x^2 - 3|x| - 3$.

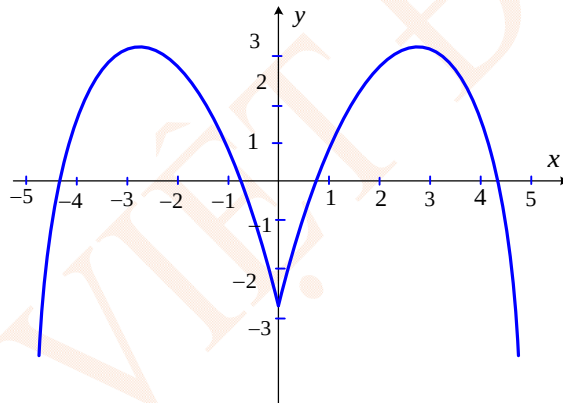
Lời giải

Chọn C

Ta thấy đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng nên hàm số là hàm số chẵn. Do đó loại được đáp án A và C

Mặt khác hoành độ đỉnh lớn hơn 2 nhỏ hơn 3 nên đáp án đúng là B

Câu 8. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A.** $y = -x^2 + 5x - 3$. **B.** $y = x^2 - 3x - 3$. **C.** $y = -x^2 + 5|x| - 3$. **D.** $y = -x^2 - 3|x| - 3$.

Lời giải

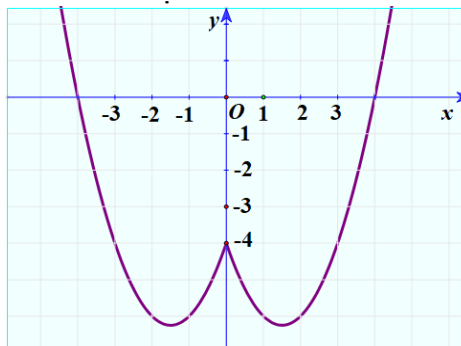
Chọn C

Quan sát đồ thị ta loại **A** và **D** Phần đồ thị bên phải trục tung là phần đồ thị (P) của hàm số

$y = -x^2 + 5x - 3$ với $x > 0$, tọa độ đỉnh của (P) là $\left(\frac{5}{2}; \frac{13}{4}\right)$, trục đối xứng là $x = 2,5$. Phần đồ

thị bên trái trục tung là do lấy đối xứng phần đồ thị bên phải của (P) qua trục tung Oy. Ta được cả hai phần là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5|x| - 3$.

Câu 9. Hàm số có đồ thị như hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào cho dưới đây?



A. $y = x^2 - 3|x| - 4$. **B.** $y = x^2 + 3|x| - 4$. **C.** $y = -x^2 + 3|x| - 4$. **D.** $y = x^2 - 3x - 4$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng $\Rightarrow$ loại A

Bề lõm của đồ thị hướng lên trên $\Rightarrow$ loại D

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x = 4$ và $x = -4 \Rightarrow$ Hàm số đó phải là $y = x^2 - 3|x| - 4$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = x^2 - 6|x| + 5$

A. không có trục đối xứng.

B. có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình $x = 0$.

C. có tâm đối xứng $I(3; -4)$.

D. có tâm đối xứng $I(3; -4)$ và trục đối xứng có phương trình $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

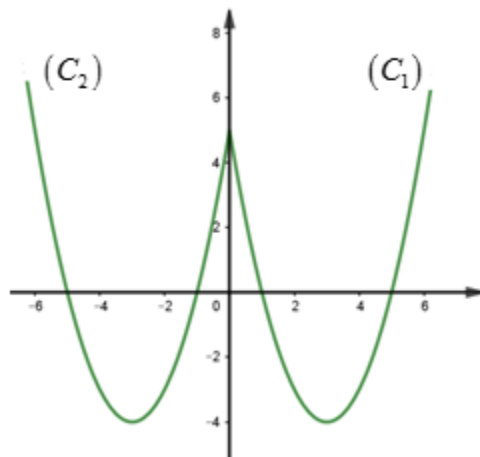
Ta có: $y = x^2 - 6|x| + 5 = \begin{cases} y_1 = x^2 - 6x + 5 & \text{khi } x \geq 0 \text{ } (C_1) \\ y_2 = x^2 + 6x + 5 & \text{khi } x < 0 \text{ } (C_2) \end{cases}$

Đồ thị (C) của hàm số $y = x^2 - 6|x| + 5$ gồm hai phần

Phần đồ thị (C_1) : là phần đồ thị của hàm số $y_1 = x^2 - 6x + 5$ nằm bên phải trục tung

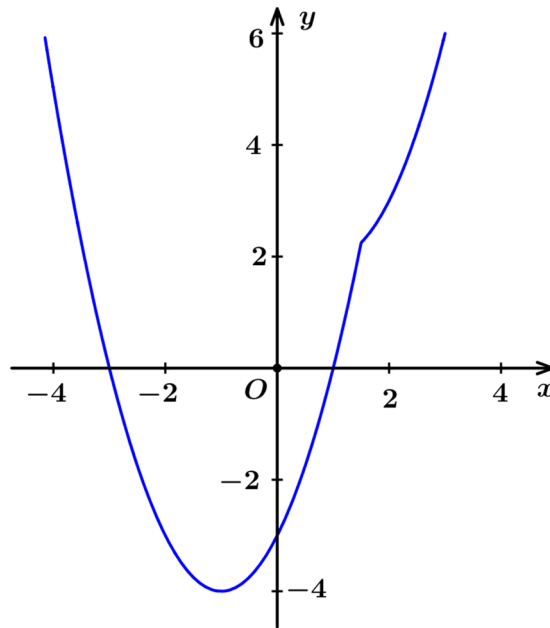
Phần đồ thị (C_2) : là phần đồ thị của hàm số $y_2 = x^2 + 6x + 5$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua trục tung

Ta có đồ thị (C) như hình vẽ



Vậy: đồ thị (C) có trục đối xứng có phương trình $x = 0$.

Câu 11. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^2 - |x - 1|$. B. $y = 2x^2 - |2 - x|$. C. $y = x^2 + |3x + 1|$. D. $y = x^2 - |3 - 2x|$.

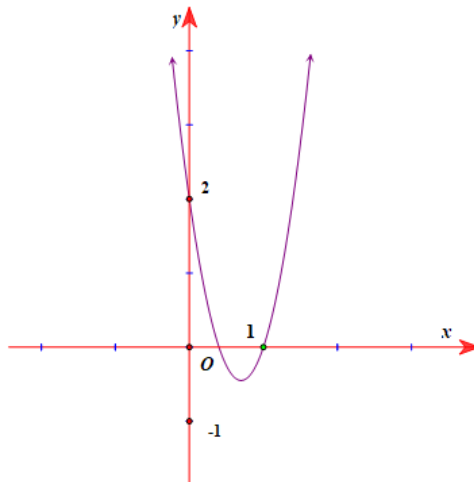
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có phần nằm phía dưới trục hoành nên phương án C bị loại

Với $x = 0$, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn -2 , vậy phương án B, D không thỏa mãn. Vậy hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = x^2 - |3 - 2x|$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$, có đồ thị như hình vẽ.



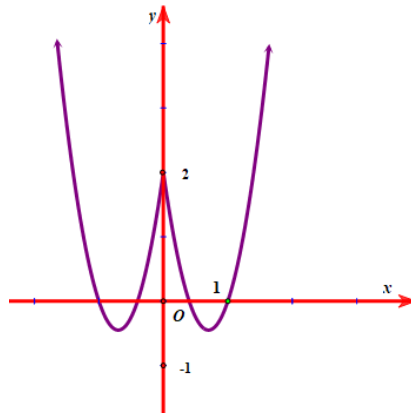
Số nghiệm thực của phương trình $\frac{4f(|x|) - 1}{f(|x|) + 1} = 2$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, suy ra đồ thị hàm số $y = f(|x|)$



Ta có: $f(|x|) + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó phương trình $\frac{4f(|x|) - 1}{f(|x|) + 1} = 2 \Leftrightarrow 4f(|x|) - 1 = 2(f(|x|) + 1) \Leftrightarrow f(|x|) = \frac{3}{2}$ (1).

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $y = f(|x|)$ với đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm.

Dạng 3: Tính đơn điệu của hàm số bậc 2 (có tham số)

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = mx^2 + 2(m-6)x + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$?

- A. 3. B. vô số. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn A

+) $m = 0$, $f(x) = -12x + 2$, hàm số này nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

+) $m < 0$ không thỏa mãn vì khi đó hàm số sẽ nghịch biến trên $\left(\frac{-(m-6)}{m}; +\infty\right)$.

+) $m > 0$, yêu cầu trở thành $2 \leq -\frac{(m-6)}{m} \Leftrightarrow 2m \leq -m+6 \Leftrightarrow m \leq 2$. Ta được $0 < m \leq 2$

Vậy $0 \leq m \leq 2$ nên có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = mx^2 + (m-10)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

Lời giải

Chọn C

+ $m=0$, $f(x) = -10x + 1$, hàm số này nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $m=0$ thỏa

+ $m>0$ không thỏa

+ $m<0$, yêu cầu trở thành $-\frac{(m-10)}{2m} \leq 2 \Leftrightarrow -m+10 \geq 4m \Leftrightarrow m \leq 2$. Ta được $0 < m \leq 2$

Vậy $0 \leq m \leq 2$ nên có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y = x^2 + 2(b+6)x + 4$ đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

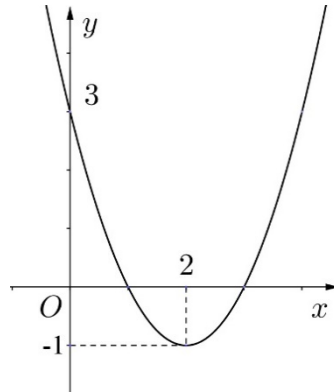
- A. $b \geq 0$. B. $b = -12$. C. $b \geq -12$. D. $b \geq -9$.

Lời giải

Chọn C

Vì hệ số $a=1>0$ và hoành độ đỉnh của parabol là $x=-(b+6)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-b-6;+\infty)$. Do đó để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$, điều kiện là $-(b+6)\leq 6\Leftrightarrow b\geq -12$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|)-1=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



A. $m=2$.

B. $m=3$.

C. $m>3$.

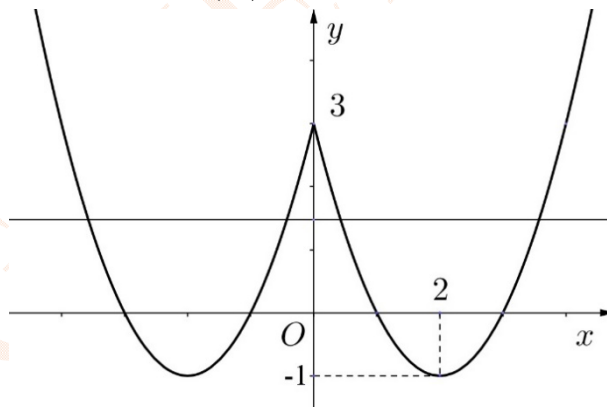
D. $-2<m<2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho tương đương $f(|x|)=m+1$ (1).

Phương trình (1) có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y=m+1$ (song song hoặc trùng với trục hoành) cắt đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ tại 3 điểm phân biệt.



Đồ thị $y=f(|x|)$ được vẽ bằng cách bỏ phần đồ thị $y=f(x)$ ở bên trái trục Oy rồi lấy đối xứng phần đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ở bên phải trục Oy qua Oy .

Từ đồ thị suy ra phương trình (1) có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi $m+1=3\Leftrightarrow m=2$.

Do đó chọn đáp án **B**

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=x^2-2(m+1)x+2m+1$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên $m<2018$ để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(2;4)$?

A. 2017.

B. 2018.

C. 2015.

D. 2016.

Lời giải

Chọn D

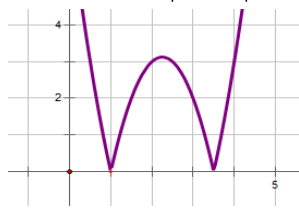
Xét $f(x)=x^2-2(m+1)x+2m+1$, $\Delta'=m^2\geq 0, \forall m$

TH1: $\Delta'=0\Leftrightarrow m=0$

$y=|f(x)|=f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)\Rightarrow$ thỏa mãn.

TH2: $m \neq 0 \Rightarrow m > 0$. Khi đó $f(x)$ có 2 nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 2m + 1$ ($x_1 < x_2$)

Hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên các khoảng $(1; m+1)$ và $(2m+1; +\infty)$



Để hàm số đồng biến trên $(2; 4)$ ta có

$$+) 1 \leq 2 < 4 \leq m+1 \Rightarrow m \geq 3$$

$$+) 2m+1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$$

Vậy có 2016 giá trị nguyên của m .

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 1 - m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$?

A. Vô số.

B. 3.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

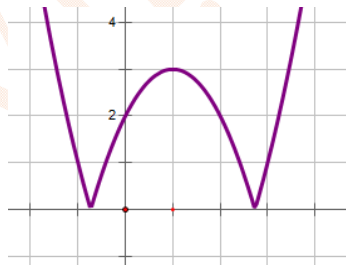
$$\text{Xét } f(x) = x^2 - 2(m+1)x + 1 - m, \Delta' = m^2 + 3m$$

$$\text{TH1: } \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-3; 0]$$

$$y = |f(x)| = f(x), \text{ khi đó hàm số đồng biến trên khoảng } (m+1; +\infty)$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-1; 1) \text{ khi } m+1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq -2 \Rightarrow m \in [-3; -2]$$

$$\text{TH2: } \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty). \text{ Khi đó } f(x) \text{ có 2 nghiệm } x_1; x_2 (x_1 < x_2)$$



Để hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$ ta có:

$$+) x_1 \leq -1 < 1 \leq m+1 \Rightarrow m \geq 0$$

$$x_1 \leq -1 \Leftrightarrow m+1 - \sqrt{m^2 + 3m} \leq -1 \Leftrightarrow m+2 \leq \sqrt{m^2 + 3m} \Leftrightarrow m \leq -4 \Rightarrow m \in \emptyset$$

$$+) x_2 \leq -1 \Leftrightarrow m+1 + \sqrt{m^2 + 3m} \leq -1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 3m} \leq -m-2 \quad (\Rightarrow m < -3)$$

$$\Leftrightarrow m \geq -4 \Rightarrow m \in [-4; -3]$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m .

Dạng 4: Xác định hàm số bậc hai

Câu 19. Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1; 3)$.

Tổng giá trị $a + 2b$ là:

A. -1.

B. 1.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \\ A(1;3) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b=0 \\ a+b+4=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b=0 \\ a+b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=2 \end{cases}.$$

Vậy $a+2b=-3+2.2=1$.

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một Parabol tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x=2$ và đi qua điểm $M(3;4)$. Khi đó biểu thức $T = a + b + c$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. -4.

B. 38.

C. 4.

D. 32.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(3;4)$ nên ta có $9a + 3b + c = 4$.

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x=2$ nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

$$\text{Do đó ta có hệ phương trình sau } \begin{cases} 9a + 3b + c = 4 \\ 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -16 \\ c = 16 \end{cases}.$$

Vậy $T = a + b + c = 4 + (-16) + 16 = 4$.

Câu 21. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ biết (P) có giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x=2$ và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = -3x^2 + 12x - 9$. **B.** $y = x^2 - 4x + 7$.

C. $y = 2x^2 - 12x + 20$. **D.** $y = -x^2 + 4x - 3$.

Lời giải

Chọn A

Vì (P) có giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x=2$ nên $(2;3)$ là tọa độ đỉnh của parabol và $a < 0$

$$\text{Do đó } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases}.$$

(P) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1 nên $a + b + c = 0$.

Do đó $a = -3, b = 12, c = -9$.

Câu 22. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P = abc$.

A. $P = \frac{3}{2}$.

B. $P = 6$.

C. $P = -3$.

D. $P = -6$.

Lời giải

Chọn D

+) Vì hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=2$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 4 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 4 \\ 4a + b = 0 \end{cases}$$

+) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$ nên ta có:

$$a.0^2 + b.0 + c = 6 \Leftrightarrow c = 6.$$

.Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 4 \\ 4a + b = 0 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -2 \\ 4a + b = 0 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot 6 = -6.$$

Câu 23. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), biết (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$.

A. $(P): y = 2x^2 - 2x + 1.$

B. $(P): y = x^2 + x + 0.$ **C.** $(P): y = -x^2 + x + 1$

D. $(P): y = x^2 - x + 1.$

Lời giải

Chọn D

Ta có (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1: Khi $x = 0$ thì $y = 1 \Rightarrow c = 1.$

(P) có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$ nên:

$$\begin{cases} y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \\ \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + 1 = \frac{3}{4} \\ \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b = -\frac{1}{4} \\ a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy $(P): y = x^2 - x + 1.$

Câu 24. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P = abc$.

A. $P = \frac{3}{2}.$

B. $P = -6.$

C. $P = 6.$

D. $P = -3.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại } x = 2 \text{ nên } \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 4 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$ nên ta có $c = 6.$

$$\text{Từ đó ta có hệ } \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b = -4a \\ b^2 - 4ac = -16a \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b = -4a \\ 16a^2 - 8a = 0 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\rightarrow P = abc = -6..$$

Câu 25. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = -2$ và đồ thị đi qua $A(0;6)$ có phương trình là:

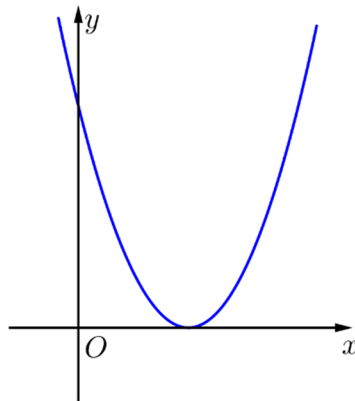
- A.** $y = x^2 + x + 4$. **B.** $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$. **C.** $y = x^2 + 2x + 6$. **D.** $y = x^2 + 6x + 6$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} y(-2) = 4a - 2b + c = 4 \\ -\frac{b}{2a} = -2 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b = -2 \\ 4a - b = 0 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 6 \end{cases}$$

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng $f(c) = c$. Tính giá trị của b .



- A.** $b = -6$. **B.** $b = -2$. **C.** $b = -\frac{5}{2}$. **D.** $b = -4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta = b^2 - 4ac$ và ($a, b, c \neq 0$).

$$\text{Do } \begin{cases} \Delta = 0 \\ f(c) = c \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} b^2 - 4ac = 0 \\ ac^2 + bc + c = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + 4b = 0 \\ c = \frac{-b}{a} \end{cases} \Rightarrow b = -4.$$

Câu 27. Lấy đối xứng parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh là $(h; k)$ qua đường thẳng $y = k$, ta được parabol có phương trình $y = dx^2 + ex + f$. Giá trị của $a + b + c + d + e + f$ là:

- A.** $2k$. **B.** $2h$. **C.** $2c$. **D.** $2b$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Parabol } (P): y = ax^2 + bx + c \text{ có đỉnh } I(h; k) \Rightarrow \begin{cases} h = -\frac{b}{2a} \\ k = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \end{cases}$$

(P) cắt trục tung Oy tại điểm $A(0; c)$ nên điểm $A'(0; 2k - c)$ đối xứng với đường thẳng $y = k$ thuộc parabol $(P'): y = dx^2 + ex + f$.

Mặt khác, hai parabol (P) và (P') có chung đỉnh I. Suy ra: $-\frac{e}{2d} = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{e}{d} = \frac{b}{a}$.

$$\begin{aligned}
&\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} 2k - c = f \\ \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = d \cdot \left(\frac{b^2}{4a^2} \right) + e \cdot \frac{-b}{2a} + f \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 2k - c = f \\ -b^2 a + 4a^2 c = db^2 - be \cdot 2a + f \cdot 4a^2 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 2k - c = f \\ b^2(a + d) - 2bb \cdot d + 4a^2(f - c) = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Do } e \cdot a = b \cdot d} \begin{cases} 2k - c = f \\ b^2(a - d) + 4a^2(2k - 2c) = 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 2k - c = f \\ b^2(a - d) + 8a^2 \left(\frac{-b^2 - 4ac}{4a} - c \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k - c = f \\ b^2(-a - d) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k = c + f \\ a + d = 0 \Rightarrow b + e = 0 \end{cases} \\
&\text{Suy ra } a + b + c + d + e + f = 2k.
\end{aligned}$$

Câu 28. Cho parabol $(P): y = f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Biết (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt tia Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho $\triangle MNQ$ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3. Khi đó $a + b + c$ bằng

A. $\frac{24}{5}$.

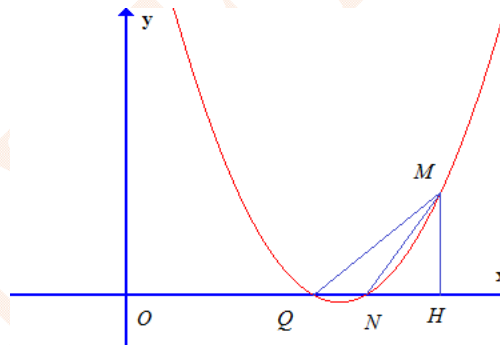
B. $\frac{12}{5}$.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

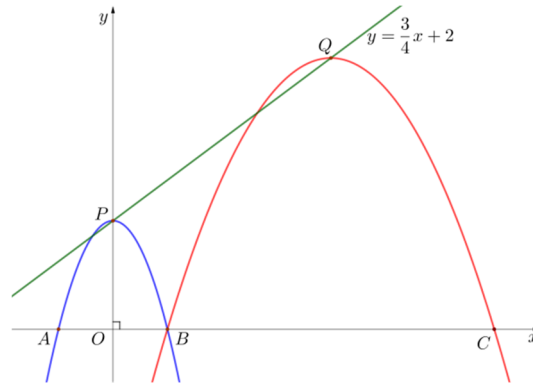


Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox .

$$\text{Ta có } S_{MNQ} = \frac{1}{2} MH \cdot NQ = \frac{1}{2} \cdot y_M \cdot (x_N - x_Q) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 3(3 - x_Q) = 1 \Rightarrow x_Q = \frac{7}{3} \text{ nên } Q\left(\frac{7}{3}; 0\right).$$

$$\text{Ta thu được: } M(4;3), N(3;0), Q\left(\frac{7}{3}; 0\right) \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} 16a + 4b + c = 3 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ \frac{49}{9}a + \frac{7}{3}b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{5} \\ b = \frac{-48}{5} \\ c = \frac{63}{5} \end{cases}$$

Câu 29. Parabol $y = -2x^2 + 2$ có đỉnh P và cắt trục Ox tại A, B như hình vẽ. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh Q và cắt trục Ox tại B, C như hình vẽ. Biết rằng P, Q đều thuộc đường thẳng $y = \frac{3}{4}x + 2$ và diện tích tam giác BQC bằng 15. Biểu thức $a - b + c$ bằng



A. $-\frac{10}{9}$.

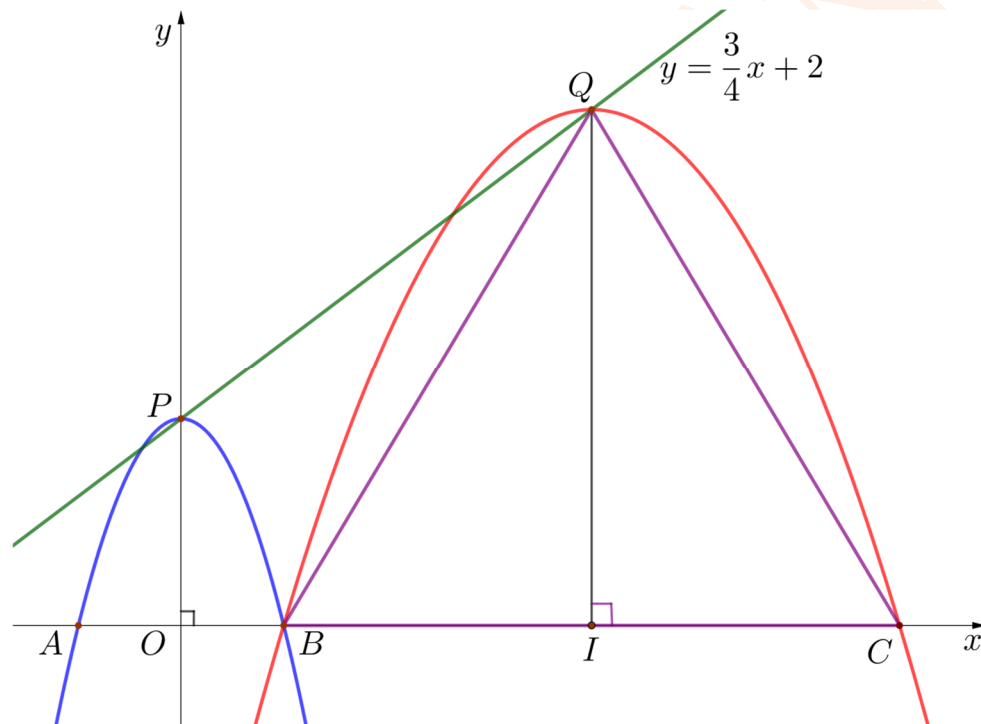
B. $-\frac{80}{9}$.

C. $-\frac{70}{9}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn B



Cho $-2x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$. Theo hình vẽ ta có: $A(-1; 0)$, $B(1; 0)$.

Do $Q \in y = \frac{3}{4}x + 2 \Rightarrow Q\left(q; \frac{3}{4}q + 2\right), q > 1$.

Gọi I là trung điểm của BC suy ra $\triangle BQC$ cân tại Q .

Khi đó, $BC = 2IB = 2(IO - OB) = 2(q - 1)$.

Ta có: $S_{\triangle BQC} = \frac{1}{2}BC \cdot QI = 15 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (q - 1) \left(\frac{3}{4}q + 2\right) = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 4(TM) \\ q = -\frac{17}{3}(Không TM) \end{cases} \Rightarrow Q(4; 5)$.

Vì B thuộc Parabol $y = ax^2 + bx + c$ và Q là đỉnh nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ \frac{-b}{2a}=4 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{5}{9} \\ b=\frac{40}{9} \\ c=-\frac{35}{9} \end{cases}.$$

Vậy $a-b+c=-\frac{80}{9}$.

Câu 30. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x = \frac{3}{2}$ và tổng lập phương các nghiệm của phương trình $y = 0$ bằng 9. Tính $P = abc$.

A. $P = 7$.

B. $P = -6$.

C. $P = 0$.

D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x = \frac{3}{2}$ nên ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ ($a < 0$)

và điểm $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ thuộc đồ thị $\Rightarrow \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4}$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y = 0$. Theo giả thiết: $x_1^3 + x_2^3 = 9$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = 9 \xrightarrow{\text{Viét}} \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(-\frac{b}{a}\right)\left(\frac{c}{a}\right) = 9. \text{ Từ đó ta có hệ:}$$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(-\frac{b}{a}\right)\left(\frac{c}{a}\right) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3a \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ \frac{c}{a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases} \rightarrow P = abc = 6.$$

Câu 31. Cho đồ thị hàm số $(P): y = x^2 + mx + 13$ trong đó x là ẩn, m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị của $m \in \mathbb{R}$ sao cho khoảng cách từ gốc O của hệ trục tọa độ đến đỉnh của Parabol (P) bằng 5.

có vô số giá trị.

B. 3.

A.

4.

5.

C.

D.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ đỉnh I của (P) là: $\begin{cases} x = -\frac{m}{2} \\ y = \frac{52-m^2}{4} \end{cases} (*)$

Khoảng cách từ điểm gốc tọa độ đến I: $OI = 5 \Leftrightarrow \left(\frac{-m}{2}\right)^2 + \left(\frac{52-m^2}{4}\right)^2 = 25$

$$\Leftrightarrow m^4 - 100m^2 + 2304 = 0 \text{ Đặt } t = m^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 100t + 2304 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 64 \\ t = 36 \end{cases} \Rightarrow m = \{\pm 8; \pm 6\}.$$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol (P) đỉnh $I(1; 2)$. Biết rằng đường thẳng $(d): y = 4$ cắt (P) tại hai điểm A, B và tam giác IAB đều. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 3$. B. $f(2) = \frac{7}{2}$. C. $f(2) = \frac{8}{3}$. D. $f(2) = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = a(x-1)^2 + 2.$$

Khoảng cách từ đỉnh I đến đường thẳng (d) bằng 2 do đó $AB = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) : $a(x-1)^2 + 2 = 4 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{a}}$

(ĐK có nghiệm là) $a > 0$.

Giả sử $A\left(1 - \sqrt{\frac{2}{a}}; 4\right), B\left(1 + \sqrt{\frac{2}{a}}; 4\right)$, ta có $AB = 2\sqrt{\frac{2}{a}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$.

$$f(x) = \frac{3}{2}(x-1)^2 + 2, f(2) = \frac{7}{2}.$$

Câu 33. Biết rằng parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đi qua hai điểm $A(0; 3)$, $B(2; -1)$ và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN = 2$. Tính giá trị biểu thức $a^2 + b^2$.

- A. 13. B. 17. C. 10. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đi qua hai điểm $A(0; 3)$ và $B(2; -1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ b = -2 - 2a \end{cases}.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành là $ax^2 + bx + c = 0$.

Do đó, (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN = 2$.

$\Leftrightarrow$ phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} = 2|a| \Leftrightarrow b^2 - 4ac = 4a^2.$$

Thay vào ta được: $(-2 - 2a)^2 - 4.a.3 = 4a^2 \Leftrightarrow 4 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow b = -4$.

Vậy $a^2 + b^2 = 1^2 + (-4)^2 = 17$.

Dạng 5: Các bài toán về điểm liên quan parabol

Câu 34. Biết rằng $\triangle ABC$ có ba đỉnh thuộc parabol $y = x^2$, với A trùng với gốc tọa độ, BC song song với trục hoành. Diện tích của $\triangle ABC$ bằng 64. Tính độ dài cạnh BC .

- A. 4. B. 10. C. 8. D. 6.

Lời giải

Chọn C

Parabol $y = x^2$ có bề lõm hướng lên nên ta gọi M là trung điểm của BC , khi đó ta có $A(0; 0), B(-m; m^2), C(m; m^2), M(0; m^2)$ với $m > 0$.

* $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} (y_M - y_A) \cdot (x_C - x_B) = m^3$. Theo giả thiết ta tìm được $m = 4$.

* $BC = 2m = 8$.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(0; 2020)$ để đồ thị của hàm số $y = 3mx^2 - (m-9)x + 8 - m^2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ?

A. 2017.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải**Chọn A**

+) $m = 0 \Rightarrow y = 9x + 8$. Đồ thị hàm số không tồn tại 2 điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Vậy $m \neq 0$.

+) $m \neq 0$

Gọi $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số, M' đối xứng với M qua gốc tọa độ $O \Rightarrow M'(-x_0; -y_0)$.

Vì M và M' đều thuộc đồ thị hàm số nên ta có
$$\begin{cases} y_0 = 3mx_0^2 - (m-9)x_0 + 8 - m^2 & (1) \\ -y_0 = 3m(-x_0)^2 + (m-9)(-x_0) + 8 - m^2 & (2) \end{cases}$$

Cộng vế với vế của và ta được: $6mx_0^2 + 16 - 2m^2 = 0 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{2m^2 - 16}{6m} (*)$.

Để đồ thị của hàm số $y = 3mx^2 - (m-9)x + 8 - m^2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ thì phương trình $(*)$ phải có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình $(*)$ phải có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{8} \\ -\sqrt{8} < m < 0 \end{cases}$.

Vậy có 2017 giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(0; 2020)$.

Câu 36. Cho hai hàm số bậc hai $y = f(x), y = g(x)$ thỏa mãn $f(x) + 3f(2-x) = 4x^2 - 10x + 10$; $g(0) = 9; g(1) = 10; g(-1) = 4$. Biết rằng hai đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt là A, B . Đường thẳng d vuông góc với AB với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 36. Hỏi điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $N(-1; 9)$ B. $P(1; 4)$ C. $Q(3; 5)$ D. $M(-2; 1)$ **Lời giải****Chọn A**

Gọi hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ ta có $f(x) + 3f(2-x) = 4x^2 - 10x + 10$

$\Leftrightarrow ax^2 + bx + c + 3[a(2-x)^2 + b(2-x) + c] = 4x^2 - 10x + 10$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ -2b - 12a = -10 \\ 12a + 6b + 4c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1.$

Gọi hàm số $g(x) = mx^2 + nx + p$ ta có $g(0) = 9; g(1) = 10; g(-1) = 4$ ra hệ giải được

$m = -2; n = 3; p = 9 \Rightarrow g(x) = -2x^2 + 3x + 9.$

Khi đó tọa độ hai điểm A, B thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} y = x^2 - x + 1 \\ y = -2x^2 + 3x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 2x^2 - 2x + 2 \\ y = -2x^2 + 3x + 9 \end{cases} \Rightarrow 3y = x + 11$$

Do đó đường thẳng AB . $y = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3} \Rightarrow d: y = -3x + k$. Đường thẳng d cắt hai trục tọa độ tại

$E(0; k); F\left(\frac{k}{3}; 0\right)$. Diện tích tam giác OEF là $\frac{1}{2} \left| k \right| \left| \frac{k}{3} \right| = 6 \Leftrightarrow k = \pm 6$

Vậy phương trình đường thẳng d là: $d: y = -3x + 6, y = -3x - 6$.

Câu 37. Biết rằng đường thẳng $y = mx$ luôn cắt parabol $y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó quỹ tích trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. đường parabol $y = 4x^2 + x$.B. đường thẳng $y = 4x + 1$.C. đường thẳng $y = 4x + 4$.D. đường parabol $y = 4x^2 + 1$.**Lời giải****Chọn A**Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường: $2x^2 + x - 3 = mx \Leftrightarrow 2x^2 + (1-m)x - 3 = 0$.Vì $\Delta = m^2 - 2m + 25$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là: } \begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{m-1}{4} \\ y = mx \end{cases}$$

Do đó, quỹ tích trung điểm của đoạn thẳng AB là đường parabol $y = 4x^2 + x$.**Câu 38.** Gọi A, B là hai điểm nằm trên parabol $y = 4x^2 + 7x - 1$ sao cho gốc tọa độ O là trung điểm của đoạn AB . Chiều dài của đoạn AB là:A. $5 + \sqrt{2}$.B. $5\sqrt{2}$.C. $2\sqrt{5}$.D. $5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.**Lời giải****Chọn B**Gọi $A(a; 4a^2 + 7a - 1)$, $B(b; 4b^2 + 7b - 1)$ với $a < b$.

$$O \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ 4a^2 + 7a - 1 + 4b^2 + 7b - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ 4(a+b)^2 - 8ab + 7(a+b) = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ ab = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right); B\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right) \Rightarrow AB = 5\sqrt{2}.$$

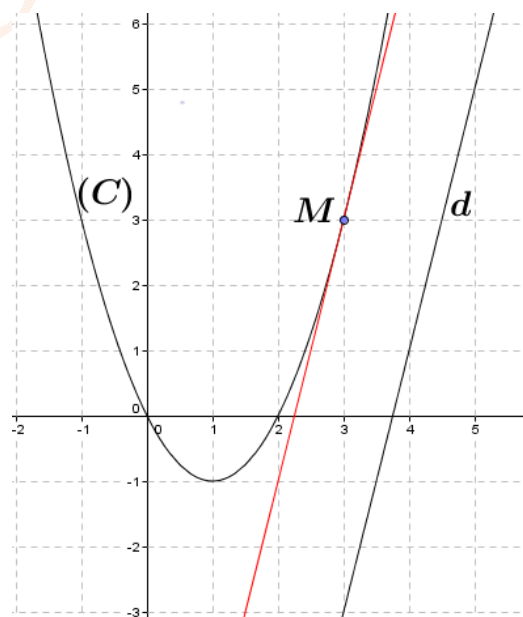
Câu 39. Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (C) . Giả sử $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M tới đường thẳng $d: y = 4x - 15$ là nhỏ nhất. Tính $S = x_0 + y_0$.

A. 7.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải**Chọn C**Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) sao cho Δ song song với đường thẳng $d: y = 4x - 15$.

Δ có phương trình là $y = 4x - 9$.

Giao điểm của Δ và (C) là $M(3;3)$.

$M(3;3)$ là điểm cần tìm.

Do đó $S = x_0 + y_0 = 6$.

Câu 40. Cho $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B di động trên parabol này sao cho độ dài $AB = 2$. Quỹ tích trung điểm I của dây cung AB là

A. $y = -2x^2 + \frac{1}{x^2 + 1}$. **B.** $y = -x^2 + \frac{1}{4x^2 + 1}$.

C. $y = 2x^2 + \frac{1}{x^2 + 1}$. **D.** $y = x^2 + \frac{1}{4x^2 + 1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a; a^2)$, $B(b; b^2)$ thuộc (P) , $(a \neq b)$.

$$\text{Ta có: } AB = 2 \Leftrightarrow (a-b)^2 + (a^2 - b^2)^2 = 4 \Leftrightarrow (a-b)^2 [1 + (a+b)^2] = 4$$

$$\Leftrightarrow [(a+b)^2 - 4ab][1 + (a+b)^2] = 4, (1).$$

$$I \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên: } \begin{cases} x_I = \frac{a+b}{2} \\ y_I = \frac{a^2+b^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 2x_I \\ a^2+b^2 = 2y_I \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 2x_I \\ (a+b)^2 - 2ab = 2y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 2x_I \\ ab = 2x_I^2 - y_I \end{cases}. \text{ Thay vào (1) ta được:}$$

$$(4x_I^2 - 8x_I^2 + 4y_I)(1 + 4x_I^2) = 4 \Leftrightarrow (y_I - x_I^2)(1 + 4x_I^2) = 1 \Leftrightarrow y_I = x_I^2 + \frac{1}{4x_I^2 + 1}.$$

Vậy quỹ tích trung điểm I của dây cung AB là đường cong $y = x^2 + \frac{1}{4x^2 + 1}$.

Dạng 6: Bài toán tương giao

Câu 1. Cho $(P): y = x^2 + 2x - 2m + 1$ và đường thẳng $(d): y = x - 2$. Biết rằng đường thẳng (d) và (P) tiếp xúc nhau. Tính giá trị biểu thức $8m - 1$.

A. -12.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

Lời giải**Chọn C**Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 2x - 2m + 1 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2m + 3 = 0$.Pt trên có $\Delta = 1 - 4(-2m + 3) = 8m - 11$.Để (d) tiếp xúc với (P) thì $\Delta = 0 \Rightarrow 8m - 11 = 0 \Rightarrow 8m - 1 = 10$

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + 3$ cắt parabol $y = x^2 + (m + 2)x - m$ tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy.

A. $m < -3$.B. $m > 3$.C. $m < 0$.D. $m > -3$.**Lời giải****Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 + (m + 2)x - m = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + mx - m - 3 = 0. \quad (1)$$

Để đường thẳng d cắt parabol tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy thì phương

$$\text{trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m + 12 > 0 \\ -m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -3.$$

Câu 3. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4)$ để đường thẳng $d: y = -(m + 1)x + m + 2$ cắt Parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt cùng phía với trục tung?

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 8.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Xét phương trình: } -(m + 1)x + m + 2 = x^2 + x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x(m + 2) - m - 4 = 0$$

Để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt cùng phía với trục tung vậy điều kiện

$$\text{là } \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 2)^2 + 4(m + 4) > 0 \\ -m - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8m + 20 > 0, \forall m \\ m < -4 \end{cases}$$

Vậy trong nửa khoảng $[-10; -4)$ có 6 giá trị nguyên m .

- Câu 4.** Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 3$ và đường thẳng $d: y = 2mx - 2 + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên trái của trục tung.
- A.** $m \geq 1$. **B.** $m < -1$. **C.** $m < 1$. **D.** $-1 < m < 1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 + 2x - 3 = 2mx - 2 + m \Leftrightarrow x^2 + 2(1-m)x - 1 - m = 0$ (*)

(P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên trái của trục tung khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm âm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \frac{-b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-m)^2 + 1 + m > 0 \\ -2(1-m) < 0 \\ -1-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m + 2 > 0 \\ 1-m > 0 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1.$$

Vậy $m < -1$.

- Câu 5.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol (P) . Biết rằng đường thẳng $d_1: y = -\frac{5}{2}$ cắt (P) tại một điểm duy nhất, đường thẳng $d_2: y = 2$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là -1 và 5 . Tính giá trị $T = a + 2b + 3c$.
- A.** $T = -5$. **B.** $T = -3$. **C.** $T = -4$. **D.** $T = -2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(x_1; y_1)$ là đỉnh của (P) . Vì đường thẳng $d_1: y = -\frac{5}{2}$ cắt (P) tại một điểm duy nhất nên ta được $y_1 = -\frac{5}{2}$. Vì đường thẳng $d_2: y = 2$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là -1 và 5 nên ta được $x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$ và (P) đi qua điểm $M(-1; 2)$.

Từ các giả thiết trên ta được hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} a - b + c = 2 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 2 \\ 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $T = a + 2b + 3c = -5$.

Câu 6. Tìm m để đường thẳng $d: y = m - x$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ tại 1 điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-1; 2)$.

A. $2 \leq m < 3$.

B. $\begin{cases} m = 1 \\ 2 \leq m < 5 \end{cases}$.

C. $1 \leq m < 2$.

D. $m = 1$.

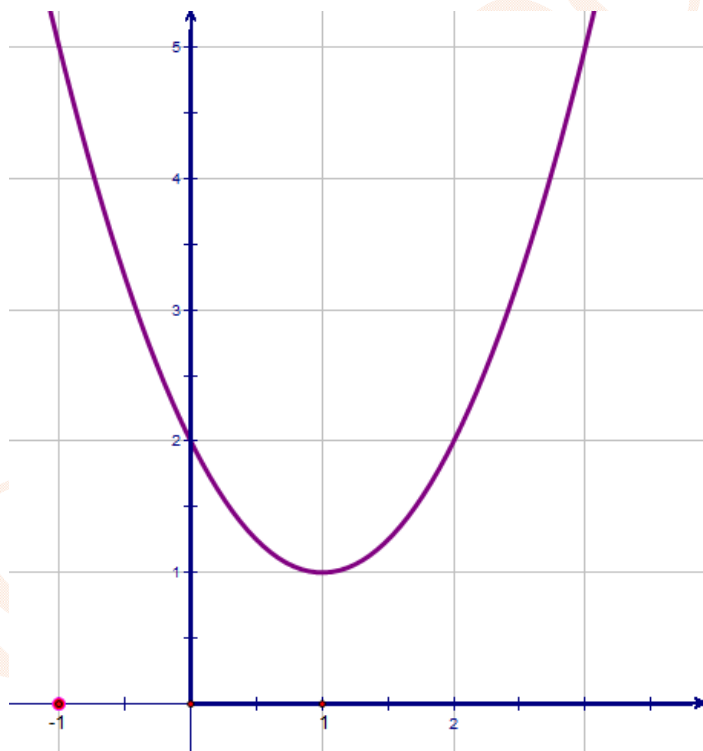
Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = m - x$ với $(P): y = x^2 - 3x + 2$ là:
 $x^2 - 3x + 2 = m - x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = m(1)$.

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 - 2x + 2$ và đường thẳng $d: y = m$ (cùng phương với trục Ox , cắt trục tung tại điểm có tung độ m).

Vẽ đồ thị (P)



Số nghiệm của phương trình (1) chính bằng số giao điểm của (P) và (d) .

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $d: y = m - x$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ tại 1 điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-1; 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 1 \\ 2 \leq m < 5 \end{cases}$.

Vậy $\begin{cases} m = 1 \\ 2 \leq m < 5 \end{cases}$.

Câu 7. Tìm m để đường thẳng $d: y = m - x$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ tại 1 điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-1; 2)$.

A. $2 \leq m < 3$.

B. $\begin{cases} m = 1 \\ 2 \leq m < 5 \end{cases}$.

C. $1 \leq m < 2$.

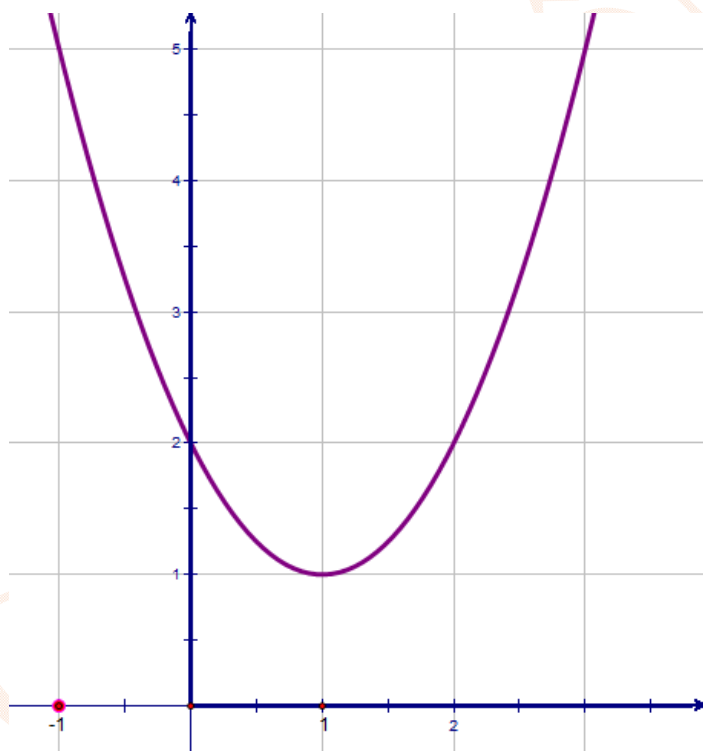
D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = m - x$ với $(P): y = x^2 - 3x + 2$ là:
 $x^2 - 3x + 2 = m - x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = m(1)$.

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 - 2x + 2$ và đường thẳng $d: y = m$ (cùng phương với trục Ox , cắt trục tung tại điểm có tung độ m).

Vẽ đồ thị (P) 

Số nghiệm của phương trình (1) chính bằng số giao điểm của (P) và (d) .

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $d: y = m - x$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ tại 1 điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-1; 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 1 \\ 2 \leq m < 5 \end{cases}$.

Vậy $\begin{cases} m = 1 \\ 2 \leq m < 5 \end{cases}$.

Câu 8. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx$ cắt parabol $(P): y = -x^2 + 2x + 3$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trung điểm I của đoạn thẳng AB thuộc đường thẳng $y = x - 3$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 2.

B. 1.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $mx = -x^2 + 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x - 3 = 0 (*)$

Vì $\Delta = (m-2)^2 + 12 > 0$ với $\forall m \in \mathbb{R}$ nên đường thẳng $y = mx$ luôn cắt parabol $(P): y = -x^2 + 2x + 3$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1, mx_1); B(x_2, mx_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của $(*)$.

Đoạn thẳng AB có trung điểm $I\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{m(x_1+x_2)}{2}\right) \Rightarrow I\left(\frac{2-m}{2}; \frac{m(2-m)}{2}\right)$.

Mặt khác I thuộc đường thẳng $y = x - 3$ nên

$$\frac{m(2-m)}{2} = \frac{2-m}{2} - 3 \Leftrightarrow -m^2 + 3m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}.$$

Vậy tổng các phần tử của S bằng 3.

Câu 9. Biết rằng đường thẳng $y = mx$ luôn cắt parabol $y = 2x^2 + x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là:

A. đường thẳng $y = 4x + 1$.

B. đường thẳng $y = 4x + 4$.

C. đường parabol $y = 4x^2 + 1$.

D. đường parabol $y = 4x^2 + x$.

Lời giải**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường: $2x^2 + x - 3 = mx \Leftrightarrow 2x^2 + (1-m)x - 3 = 0$.

Vì $\Delta = m^2 - 2m + 25$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ là: } \begin{cases} x = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{m-1}{4} \\ y = mx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4x+1 \\ y = mx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4x+1 \\ y = 4x^2+x \end{cases}.$$

Do đó, tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là đường parabol $y = 4x^2 + x$.

Câu 10. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ biết: (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔINQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3 với I là đỉnh của (P) . Tính $a+b+c$.

A. -1

B. 1.

C. -2.

D. 0.

Lời giải**Chọn D**

Vì (P) đi qua $M(4;3)$ nên $3 = 16a + 4b + c$ (1)

Mặt khác (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ suy ra $0 = 9a + 3b + c$ (2), (P) cắt Ox tại Q nên $Q(t;0), t < 3$

Theo định lý Viét ta có
$$\begin{cases} t+3 = -\frac{b}{a} \\ 3t = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Ta có $S_{\Delta INQ} = \frac{1}{2} IH \cdot NQ$ với H là hình chiếu của $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ lên trục hoành

Do $IH = \left|-\frac{\Delta}{4a}\right|$, $NQ = 3-t$ nên $S_{\Delta INQ} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left|-\frac{\Delta}{4a}\right| \cdot (3-t) = 1$

$$\Leftrightarrow (3-t) \left| \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \right| = \left| \frac{2}{a} \right| \Leftrightarrow (3-t) \left| \frac{(t+3)^2}{4} - 3t \right| = \left| \frac{2}{a} \right| \Leftrightarrow (3-t)^3 = \frac{8}{|a|} \quad (3)$$

Từ (1) và (2) ta có $7a+b=3 \Leftrightarrow b=3-7a$ suy ra $t+3 = -\frac{3-7a}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{4-t}{3}$

Thay vào (3) ta có $(3-t)^3 = \frac{8(4-t)}{3} \Leftrightarrow 3t^3 - 27t^2 + 73t - 49 = 0 \Leftrightarrow t=1$

Suy ra $a=1 \Rightarrow b=-4 \Rightarrow c=3$.

Vậy (P) cần tìm là $y = x^2 - 4x + 3$.

Câu 11. Cho hàm số bậc hai (P): $y = x^2 - 2mx + 3m - 2$, trong đó x là ẩn, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 và $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = -\frac{3}{4}$.

C. $m = \frac{3}{4}$.

D. $m = \pm \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0 \quad (*)$

Để (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases} \quad (**)$

Với điều kiện (**), theo định lý Viét ta có: $x_1 + x_2 = 2m, x_1 x_2 = 3m - 2$.

Do đó $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4m^2 - 2(3m - 2) = 4m^2 - 6m + 4$

Do đó $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4m^2 - 2(3m - 2) = 4m^2 - 6m + 4$

$$x_1^2 + x_2^2 = 4m^2 - 6m + 4 = \left(2m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}, \forall m \in D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$2m - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4} \in D.$$

Vậy biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{7}{4}$ khi và chỉ khi $m = \frac{3}{4}$.

Câu 12. Cho parabol (P): và đường thẳng (d) đi qua điểm $I(0; -1)$ có hệ số góc là k . Gọi A và B là các giao điểm của (P) và (d). Giả sử A, B lần lượt có hoành độ là. Số các giá trị nguyên của k thỏa mãn $|x_1^3 - x_2^3| \leq 2$ là

A. Vô số.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

(d) có phương trình: $y = kx - 1$ nên ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + kx - 1 = 0$

phương trình này luôn có hai nghiệm trái dấu nên Parabol và đường thẳng (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi k .

Ta có: $|x_1^3 - x_2^3| = |(x_1 - x_2)[(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2]| \leq 2 \Leftrightarrow k = 0$

$\Leftrightarrow |x_1 - x_2| = |(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2| \leq 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{k^2 + 4} \cdot |k^2 + 1| \leq 2 \Leftrightarrow k = 0$.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 4$ có đồ thị (P) và đường thẳng d: $y = 2mx - m^2$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$.

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Chọn D

+ Pt hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (1)

+ Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thì pt (1) có $\Delta' > 0$

$\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 + 4) > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$ (2). Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = m^2 + 4 \end{cases}$

Từ yêu cầu ta có $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16 \Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 \leq 3m^2 + 16$

$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \leq 3m^2 + 16$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 \leq 3m^2 + 16$

$\Leftrightarrow (2m+2)^2 - m^2 - 4 \leq 3m^2 + 16$

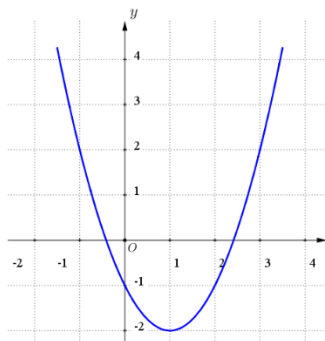
$\Leftrightarrow 8m \leq 16$

$\Leftrightarrow m \leq 2$

So sánh với điều kiện (2) suy ra $\frac{3}{2} < m \leq 2$ do m nguyên nên $m = \{2\}$.

Câu 14. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$ (P) (hình vẽ sau). Dựa vào đồ thị (P) xác định số giá trị nguyên dương của m để phương trình $x^2 - 2x + 2m - 2 = 0$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.



Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình $x^2 - 2x + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 1 - 2m$ (1)

Khi đó, nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị (P) và đường thẳng $y = 1 - 2m$.

Dựa vào đồ thị (P), để phương trình $x^2 - 2x + 2m - 2 = 0$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$ thì

$$-2 \leq 1 - 2m \leq 2 \Leftrightarrow -3 \leq -2m \leq 1 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên dương là $m = 0, m = 1$.

Câu 15. Cho parabol (P): $y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng d : $y = mx + 3$. Tìm giá trị thực của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

- A. Không có m . B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = 4$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$x^2 - 4x + 3 = mx + 3 \Leftrightarrow x(x - (m + 4)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m + 4 \end{cases}$$

d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi $4 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Khi đó, ta có $x_1^3 + x_2^3 = 8 \Leftrightarrow 0 + (4 + m)^3 = 8 \Leftrightarrow 4 + m = 2 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 16. Cho Parabol (P): $y = -mx^2 + 2m^2x + m^2 - 2m$ ($m \neq 0$). Tập hợp đỉnh của Parabol (P) là đường cong (C) cắt trục hoành tại điểm có tọa độ:

- A. $(0; 0), (-2; 0)$. B. $(0; 0), (-2; 0), (1; 0)$.
C. $(-2; 0), (-1; 0), (0; 0)$. D. $(-2; 0), (1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có tọa độ đỉnh I của Parabol là $\begin{cases} x_I = m \\ y_I = -m^3 + 2m^3 + m^2 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = m \\ y_I = m^3 + m^2 - 2m \end{cases}$
 $\Rightarrow y_I = x_I^3 + x_I^2 - 2x_I$. Do $m \neq 0 \Rightarrow x_I \neq 0$

Suy ra tập hợp đỉnh của Parabol (P) là $(C): y = x^3 + x^2 - 2x$ với $(x \neq 0)$.

Ta có $(C) \cap Ox$:

$$\text{Phương trình } x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \text{ do } x \neq 0 \text{ nên } (C) \cap Ox = \{(-2; 0), (1; 0)\} \\ x = 1 \end{cases}$$

Câu 17. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm giá trị của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác $OAB = \frac{9}{2}$.

A. $m = -7$.

B. $m = -1; m = -7$.

C. $m = -1$

D. $m = 7$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (Q) là:

$$x^2 - 4x + 3 = mx + 3.$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - mx = 0.$$

$$\Leftrightarrow x(x - 4 - m) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m + 4 \end{cases}$$

$$\text{- Với } x = 0 \Rightarrow y = 3.$$

$$\text{- Với } x = m + 4 \Rightarrow y = m(m + 4) + 3 = m^2 + 4m + 3.$$

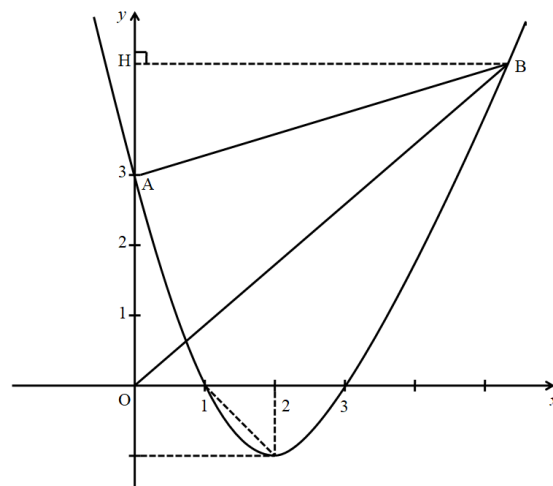
Giả sử $A(0; 3)$ và $B(m + 4; m^2 + 4m + 3)$.

$$S_{\Delta OAB} = \frac{OA \cdot d(B; Oy)}{2} = \frac{3|m + 4|}{2} = \frac{9}{2}.$$

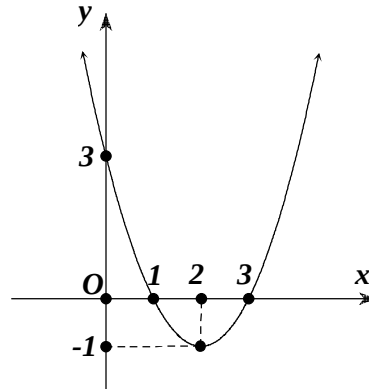
$$\Leftrightarrow |m + 4| = 3.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 4 = 3 \\ m + 4 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -7 \end{cases}$$

Vậy với $m = -1; m = -7$ thì d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B .



Câu 18. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.



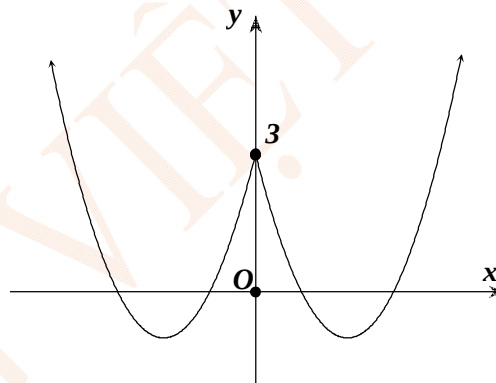
Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

- A.** $m = 3$. **B.** $-2 < m < 3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m > 3$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị $y = f(|x|)$ là



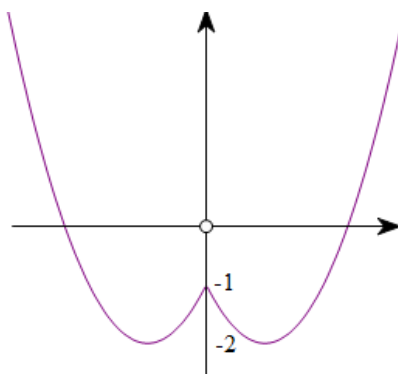
$f(|x|) - 1 = m \Leftrightarrow f(|x|) = m + 1$. Từ đồ thị ta thấy phương trình này có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi $m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 2|x| - 1$ cắt đường thẳng $y = m - 3$ tại 4 điểm phân biệt.

- A.** $1 < m < 2$. **B.** $-2 \leq m \leq -1$. **C.** $1 \leq m \leq 2$. **D.** $-2 < m < -1$.

Lời giải

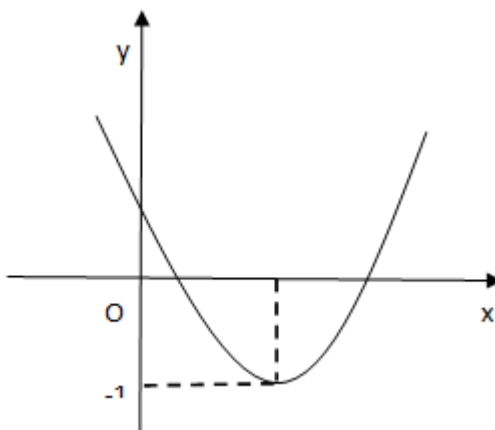
Chọn A



Hàm số $y = x^2 - 2|x| - 1$ có đồ thị được suy ra từ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$ bằng cách bỏ phần đồ thị phía trái trục tung và lấy thêm phần đối xứng của phần phía phải trục tung qua trục tung (như hình vẽ)

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| - 1$ cắt đường thẳng $y = m - 3$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m - 3 < -1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $|f(x)| = m - 1$ có bốn nghiệm phân biệt.



- A. $m = -1, m = 3$. B. $1 < m < 2$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > 3$.

Lời giải

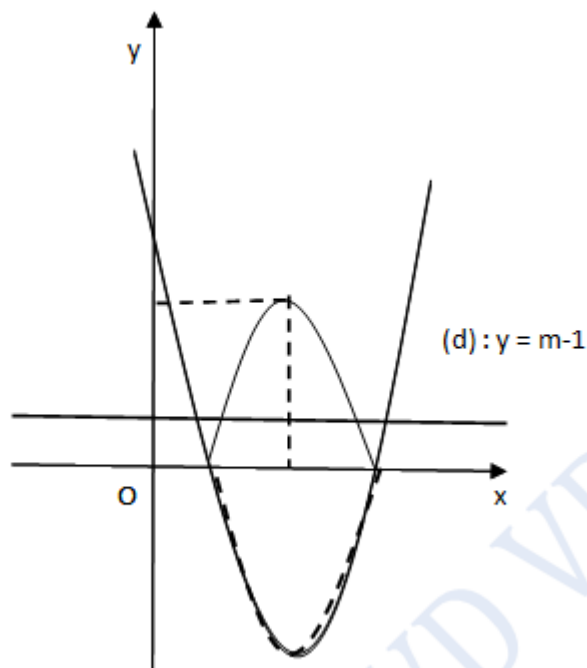
Chọn B

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị của hàm số: $y = |f(x)|$ và đường thẳng

D. $y = m - 1$.

Dựng đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ từ đồ thị hàm số $y = f(x)$:

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên Ox.
- Lấy đối xứng phần đồ thị nằm dưới Ox qua Ox.



Từ đồ thị ta thấy phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi:

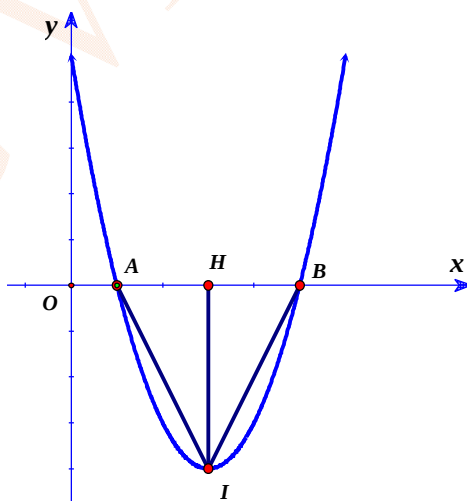
$$0 < m-1 < 1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$$

Câu 21. Cho Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh I . Biết (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác ABI vuông cân. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $b^2 - 4ac - 4 = 0$. **B.** $b^2 - 4ac + 6 = 0$. **C.** $b^2 - 4ac - 16 = 0$. **D.** $b^2 - 4ac - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn A



Nhận xét: Tam giác ABI luôn cân tại I do đó tam giác ABI vuông cân tại I . Nên ta có:

$$\begin{aligned} IH = \frac{1}{2} AB &\Leftrightarrow \left| \frac{-\Delta}{4a} \right| = \frac{1}{2} |x_A - x_B| \Leftrightarrow \frac{\Delta^2}{16a^2} = \frac{1}{4} (x_A - x_B)^2 \Leftrightarrow \frac{(b^2 - 4ac)^2}{4a^2} = (x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B \\ &\Leftrightarrow \frac{(b^2 - 4ac)^2}{4a^2} = \left(\frac{-b}{a} \right)^2 - \frac{4c}{a} \Leftrightarrow \frac{(b^2 - 4ac)^2}{4a^2} = 4 \cdot \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4ac = 0 \text{ (L)} \\ b^2 - 4ac = 4 \end{cases} \Rightarrow b^2 - 4ac - 4 = 0.$$

- Câu 22.** Cho hàm số $y = x^2 - mx + 2m - 2019$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $0 \leq x_1 < 1 < x_2$?
- A.** 1008. **B.** 1007. **C.** 1009. **D.** 1010.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị của hàm số đã cho và trục hoành là

$$x^2 - mx + 2m - 2019 = 0 \quad (1).$$

$$\Delta = m^2 - 4(2m - 2019) = m^2 - 8m + 8076 > 0, \quad \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo Vi - ét: $S = x_1 + x_2 = m, P = x_1 \cdot x_2 = 2m - 2019$.

TH 1: (1) có một nghiệm $x = 0$, thay vào (1) ta được $m = \frac{2019}{2} \notin \mathbb{Z}$.

Vậy không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH 2: (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $0 < x_1 < 1 < x_2 \Rightarrow x_1 - 1 < 0 < x_2 - 1$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \Leftrightarrow P - S + 1 < 0.$$

$$\text{Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì } \begin{cases} S > 0 \\ P > 0 \\ P - S + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > \frac{2019}{2} \\ 2m - 2019 - m + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > \frac{2019}{2} \\ m < 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2019}{2} < m < 2018.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên m nhận các giá trị 1010, ..., 2017. Vậy có 1008 giá trị m .

- Câu 23.** Số phần tử của tập các giá trị nguyên của tham số m , để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt parabol $(P): y = x^2 + 3x + m$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 6$.
- A.** 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2 + 3x + m$ và đường thẳng $y = x + 1$ là nghiệm của phương trình $x^2 + 3x + m = x + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + m - 1 = 0 \quad (*)$

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \Delta' = 1 - m + 1 > 0 \\ x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \\ x_1^2 + x_2^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ (-2)^2 - 2(m - 1) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 24. Cho Parabol $(P): y = x^2 - 2x + 4$ và đường thẳng $d: y = 2mx - m^2$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 3m^2 + 16$.

A. Không tồn tại m . **B.** $m = -2$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \pm 2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 2x + 4$ và đường thẳng $d: y = 2mx - m^2$ là: $x^2 - 2x + 4 = 2mx - m^2 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (1).

(P) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}.$$

Với x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (P) và d , ta có: $x_1 + x_2 = 2(m+1) \Leftrightarrow x_2 = 2(m+1) - x_1$.

Khi đó:

$$x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 3m^2 + 16 \Leftrightarrow x_1^2 + 2(m+1)[2(m+1) - x_1] = 3m^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2(m+1)x_1 + 4(m+1)^2 = 3m^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2(m+1)x_1 + m^2 + 4 = 16 - 8m \quad (2)$$

Do x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên $x_1^2 - 2(m+1)x_1 + m^2 + 4 = 0$.

$$\text{Do đó: } (2) \Leftrightarrow 16 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = 2 \text{ (thỏa mãn điều kiện } m > \frac{3}{2}\text{)}.$$

Vậy $m = 2$ là giá trị của tham số m cần tìm.

Câu 25. Cho Parabol (P) có phương trình $y = 4x^2 + 1$. Gọi I là đỉnh của (P) ; A, B là hai điểm phân biệt thuộc (P) và không trùng với I sao cho IA vuông góc với IB . Biết rằng tập hợp trung điểm N của đoạn AB khi A, B thay đổi là một parabol có phương trình $y = mx^2 + n$. Tính $P = m^2 + 16n^2$.

A. $P = 98$ **B.** $P = 89$ **C.** $P = 97$ **D.** $P = 79$

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(a; 4a^2 + 1)$ nằm trên (P) , đỉnh $I(0; 1)$.

Do IA qua $I(0; 1)$ và $A(a; 4a^2 + 1)$ nên IA có phương trình $y = 4ax + 1$

Đường thẳng IB vuông góc với IA nên phương trình IB có dạng $y = -\frac{1}{4a}x + 1$. Do đó ta có phương trình đường thẳng IB : $x + 4ay - 4a = 0$

Tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} y = 4x^2 + 1 \\ x + 4ay - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B\left(\frac{-1}{16a}; \frac{1}{64a^2} + 1\right)$

N là trung điểm của AB , suy ra $N\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{32a}; 2a^2 + \frac{1}{128a^2} + 1\right)$

Nhận xét: Theo giả thiết tập hợp N là một parabol có dạng $y = mx^2 + n$

Từ đó ta xét $x_N^2 = \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{32a}\right)^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{1}{32} + \frac{1}{1024a^2}$.

Do đó $y_N = 2a^2 + \frac{1}{128a^2} + 1 = 8\left(\frac{a^2}{4} - \frac{1}{32} + \frac{1}{1024a^2}\right) + \frac{5}{4}$

Vậy tập hợp của điểm N là Parabol $y = 8x^2 + \frac{5}{4}$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 8 \\ n = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow P = 89.$$

Câu 26. Cho Parabol $(P): y = ax^2$, trong đó a là một tham số dương, và đường thẳng $d: y = 2x - 1$. Biết đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của các điểm A, B trên trục hoành. Có bao nhiêu giá trị của tham số a để hình thang $ABKH$ có diện tích bằng $6\sqrt{2}$?

A. 4.

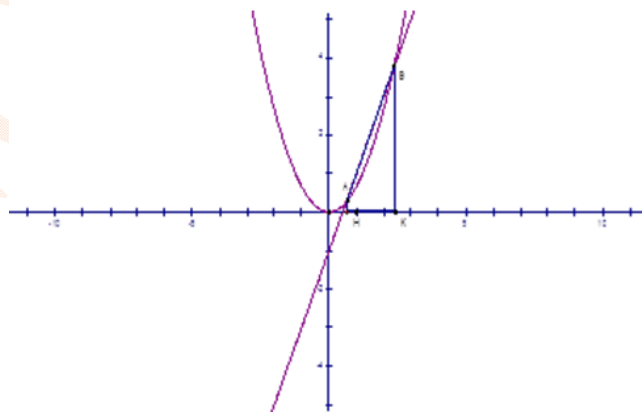
B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B



Phương trình hoành độ giao điểm: $ax^2 = 2x - 1 \Leftrightarrow ax^2 - 2x + 1 = 0$.

Điều kiện: $\Delta' = 1 - a > 0 \Rightarrow 0 < a < 1$.

Theo định lý Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$.

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2}(AH + BK)HK = \frac{1}{2}(ax_1^2 + ax_2^2)|x_1 - x_2| \\
 &= \frac{a}{2}\left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2\right]\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} \\
 &= \frac{a}{2}\left[\frac{4}{a^2} - \frac{2}{a}\right]\sqrt{\frac{4}{a^2} - \frac{4}{a}} = 2\left(\frac{2}{a} - 1\right)\sqrt{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a}} = 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Đặt $t = \frac{1}{a}, t > 1$. Ta được

$$\begin{aligned}
 (2t-1)\sqrt{t^2-t} &= 3\sqrt{2} \Rightarrow (2t-1)^2(t^2-t) = 18 \Rightarrow 4t^4 - 8t^3 + 5t^2 - t - 18 = 0 \\
 &\Rightarrow (t+1)(t-2)(4t^2+5t+9) = 0 \Rightarrow t = 2
 \end{aligned}$$

Vậy chỉ có một giá trị duy nhất thỏa là $a = \frac{1}{2}$.

Câu 27. Biết đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có điểm chung duy nhất với $y = -2,5$ và cắt đường thẳng $y = 2$ tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 5 . Tính $P = a + b + c$.

A. 0. **B.** -1 . **C.** -2 . **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi (P): $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$.

Ta có:

$$+) (P) \text{ đi qua hai điểm } (-1; 2); (5; 2) \text{ nên ta có } \begin{cases} a - b + c = 2 \\ 25a + 5b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ c = 2 - 5a \end{cases}$$

$$+) (P) \text{ có một điểm chung với đường thẳng } y = -2,5 \text{ nên } \frac{-\Delta}{4a} = -2,5 \Leftrightarrow \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 2,5 \Leftrightarrow 16a^2 - 4a(2 - 5a) = 10a \Leftrightarrow 36a^2 - 18a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó: } b = -2; c = -\frac{1}{2}.$$

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4)$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt Parabol (P): $y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung?

A. 5. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là

$$x^2 + x - 2 = -(m+1)x + m + 2 \Leftrightarrow x^2 + (m+2)x - m - 4 = 0 \quad (1)$$

Đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung

$$\Leftrightarrow (1) \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1; x_2 \text{ cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8m + 20 > 0, \forall m \in \mathbb{R} \\ -m - 4 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -4. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z}; m \in [-10; -4) \text{ nên } m \in \{-5; -6; -7; -8; -9; -10\}.$$

Câu 29. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA = 3OB$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. -15. B. -9. C. $\frac{3}{2}$. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ giao điểm của parabol (P) và trục Ox là nghiệm của phương trình

$x^2 - 4x + m = 0$ (1). Ta có: $\Delta' = 4 - m$. Parabol (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Khi đó, $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$. Với $m < 4$ parabol (P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B với $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$ trong đó,

$$x_1, x_2 \text{ là hai nghiệm của phương trình (1). Theo Vi - et ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = 4(3) \\ x_1 x_2 = m(4) \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác, } OA = 3OB \Leftrightarrow \sqrt{x_1^2} = 3\sqrt{x_2^2} \Leftrightarrow x_1^2 = 9x_2^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ x_1 = -3x_2 \end{cases}.$$

Với $x_1 = 3x_2$ kết hợp với (3) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 1 \\ x_1 = 3 \end{cases}$. Thay vào (4) ta được $m = 3$ (thỏa mãn).

Với $x_1 = -3x_2$ kết hợp với (3) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x_1 = -3x_2 \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -2 \\ x_1 = 6 \end{cases}$. Thay vào (4) ta được $m = -12$ (thỏa mãn).

Vậy tổng các phần tử của S bằng -9

Câu 30. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1$ có đồ thị (C) . Gọi P là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để cho đồ thị (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt. Số phần tử của P là

- A. 5. B. 4. C. 8. D. 9.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \sqrt{2x^2 - 2x - m} - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 4x - 1 = m \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 4x - 1, x \geq -1$

Ta có bảng biến thiên

x	-1	2	$+\infty$
$f(x)$	4	-5	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta được $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Câu 31. Cho $(P_m): y = x^2 - 2mx + m^2 + m$. Biết rằng (P_m) luôn cắt đường phân giác góc phần tư thứ nhất tại hai điểm A, B . Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B lên Ox , A_2, B_2 lần lượt là hình chiếu của A, B lên Oy . Có bao nhiêu giá trị của m khác 0, -1 để tam giác OB_1B_2 có diện tích gấp 4 lần diện tích tam giác OA_1A_2 ?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2mx + m^2 + m = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 1 \end{cases}$.

*TH1:

$$A(m; m) \Rightarrow A_1(m; 0); A_2(0; m).$$

$$B(m+1; m+1) \Rightarrow B_1(m+1; 0); B_2(0; m+1).$$

$$\text{Khi đó } S_{OB_1B_2} = 4S_{OA_1A_2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(m+1)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

*TH2:

$$B(m; m) \Rightarrow B_1(m; 0); B_2(0; m).$$

$$A(m+1; m+1) \Rightarrow A_1(m+1; 0); A_2(0; m+1).$$

$$\text{Khi đó } S_{OB_1B_2} = 4S_{OA_1A_2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}(m+1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 32. Cho $(P): y = 2x^2 - (m+4)x - 2m + 1$ và đường thẳng $(d): y = -3x - 3m$, với m là tham số. Biết (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $(\Delta): 6x - 2y + 2019 = 0$. Khi đó

A. $3m - 2020 = 0$.B. $6m + 2021 = 0$.C. $6m - 2021 = 0$.

D.

$3m + 2020 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^2 - (m+4)x - 2m+1 = -3x - 3m \Leftrightarrow 2x^2 - (m+1)x + m+1 = 0$$

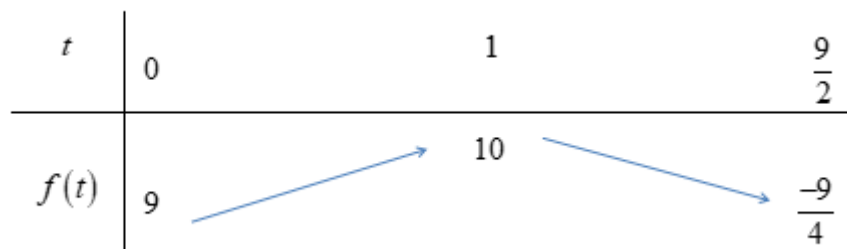
Đề (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = (m+1)^2 - 8(m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m - 7 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 7 \end{cases}$$

Khi đó, phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .

Tọa độ hai điểm A, B lần lượt là $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$

Gọi G là trọng tâm của tam giác OAB khi đó



$$\begin{cases} x_G = \frac{x_1 + x_2}{3} = \frac{m+1}{6} \\ y_G = \frac{y_1 + y_2}{3} = \frac{-3x_1 - 3m - 3x_2 - 3m}{3} = \frac{-3(x_1 + x_2) - 6m}{3} = -(x_1 + x_2) - 2m = -\frac{m+1}{2} - 2m \end{cases}$$

Mà G thuộc (Δ): $6x - 2y + 2019 = 0$ nên ta có

$$6 \cdot \frac{m+1}{6} - 2 \left(-\frac{m+1}{2} - 2m \right) + 2019 = 0 \Leftrightarrow 6m + 2021 = 0 \text{ (thỏa mãn)}$$

Câu 33. Cho hàm số $y = (m+3)x^2 - 2(m+1)x + m$ biết đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ $x_1; x_2$. Với giá trị nào của a thì biểu thức $F = (x_1 - a)(x_2 - a)$ không phụ thuộc vào m.

A. $a = 1$.

B. $a = \frac{1}{4}$.

C. $a = \frac{3}{4}$.

D. $a = 4$.

Lời giải

Chọn C

+ Phương trình hoành độ giao điểm: $(m+3)x^2 - 2(m+1)x + m = 0$

+ Với $\begin{cases} m \neq -3 \\ m \leq 1 \end{cases}$ phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$

+ khi đó theo định lí vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+1)}{m+3} \\ x_1 x_2 = \frac{m}{m+3} \end{cases}$, ta có:

$$F = (x_1 - a)(x_2 - a) = x_1 x_2 - a(x_1 + x_2) + a^2 = \frac{m}{m+3} - \frac{2a(m+1)}{m+3} + a^2$$

$$= \frac{m - 2am - 2a}{m+3} + a^2 = \frac{m+3 - 2a(m+3) + 4a - 3}{m+3} + a^2 = 1 - 2a + a^2 + \frac{4a-3}{m+3}$$

+ F không phụ thuộc vào m $\Leftrightarrow 4a - 3 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$

+ Với $a = \frac{3}{4}$ ta có $F = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) - 4x_1 x_2 = 2$

Rõ ràng khi đó ta thấy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm thỏa mãn hệ thức trên chẳng hạn

như $m = 0$ ta có $3x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$ thỏa hệ thức của bài toán.

Ta có thể xử lý theo hướng: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+1)}{m+3} \\ x_1 x_2 = \frac{m}{m+3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - \frac{4}{m+3} \\ x_1 x_2 = 1 - \frac{3}{m+3} \end{cases} \Rightarrow 3(x_1 + x_2) - 4x_1 x_2 = 2$

Đây là hệ thức không phụ thuộc vào m

Từ yêu cầu bài toán có

$$F = (x_1 - a)(x_2 - a) = x_1 x_2 - a(x_1 + x_2) + a^2 \Rightarrow 4F = 4x_1 x_2 - 4a(x_1 + x_2) + 4a^2$$

$$\text{Hay } 4F = 3(x_1 + x_2) - 2 - 4a(x_1 + x_2) + 4a^2 = (3 - 4a)(x_1 + x_2) + 4a^2 - 2$$

Để F không phụ thuộc vào m thì $4a - 3 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$

+ Với $a = \frac{3}{4}$ ta có $F = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) - 4x_1 x_2 = 2$

Rõ ràng khi đó ta thấy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm thỏa mãn hệ thức trên chẳng hạn

như $m = 0$ ta có $3x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$ thỏa hệ thức của bài toán.

Câu 34. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x + 2m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 4OB$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. $\frac{68}{9}$. B. $-\frac{41}{9}$. C. $\frac{43}{9}$. D. $-\frac{32}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Để đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x + 2m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^2 + 5x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt, tức $\Delta > 0 \Leftrightarrow 25 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{25}{8}$.

Gọi $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$. Theo yêu cầu đề bài ta có:

$$OA = 4OB \Leftrightarrow |x_1| = 4|x_2| \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4x_2 \\ x_1 = -4x_2 \end{cases}.$$

Với $x_1 = 4x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 5x_2 = -5 \Leftrightarrow x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = -4$.

Thay $x_1 = -4, x_2 = -1$ vào $P = x_1 \cdot x_2 = 2m = 4 \Leftrightarrow m = 2$ (TM).

Với $x_1 = -4x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = -3x_2 = -5 \Leftrightarrow x_2 = \frac{5}{3} \Rightarrow x_1 = -\frac{20}{3}$.

Thay $x_1 = -\frac{20}{3}, x_2 = \frac{5}{3}$ vào $P = x_1 \cdot x_2 = -\frac{100}{9} = 2m \Leftrightarrow m = -\frac{50}{9}$ (TM).

Vậy $S = -\frac{50}{9} + 2 = -\frac{32}{9}$.

Câu 35. Cho parabol $(P): y = x^2 + 2018x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 4$. Biết d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = |x_1 - x_2|$.

A. $T = 0$.

B. $T = 2$.

C. $T = 4$.

D. $T = 2018$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d :

$$x^2 - 2018x + 3 = mx + 4 \Leftrightarrow x^2 - (m + 2018)x - 1 = 0.$$

Nhận thấy phương trình luôn có 2 nghiệm trái dấu x_1, x_2 với mọi $m \in \mathbb{R}$

Ta có $x_1 \cdot x_2 = -1 \Leftrightarrow x_2 = -\frac{1}{x_1}$. Suy ra $T = \left| x_1 + \frac{1}{x_1} \right| = \left| x_1 \right| + \left| \frac{1}{x_1} \right| \geq 2$ (do $x_1, \frac{1}{x_1}$ cùng dấu)

Dấu "=" xảy ra khi $m = 2018$.

Câu 36. Biết $(P): y = m^2x^2 - 2(m+1)x - m^2 + 2m + 2$ luôn đi qua 1 điểm cố định A, đường thẳng (d) đi qua A và cắt $(\Delta): y = -\frac{1}{2}x - 1$ tại điểm có tung độ bằng -2. Giả sử (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B. Gọi $I(x_I; y_I)$ là trung điểm của A. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để $OI = \frac{\sqrt{29}}{6}$. Khi đó tổng của tất cả các phần tử của S thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(0; \frac{3}{2} \right)$.

B. $\left(2; \frac{11}{4} \right)$.

C. $\left(-2; -\frac{1}{2} \right)$.

D. $\left(\frac{7}{4}; 2 \right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $m^2x^2 - 2(m+1)x - m^2 + 2m + 2 \Leftrightarrow (x^2 - 1)m^2 - 2(x-1)m - 2x + 2 - y = 0 (*)$

A là điểm cố định của (P) $\Leftrightarrow$ tọa độ A thỏa (*), $\forall m \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ Tọa độ A thỏa hệ
$$\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ -2(x-1) = 0 \\ -2x + 2 - y = 0 \end{cases}$$

Suy ra $A(1;0)$ là điểm cố định của (P).

Gọi $M(x_M; -2) = (d) \cap (\Delta)$. $M \in (\Delta) \Leftrightarrow -2 = -\frac{1}{2}x_M - 1 \Rightarrow M(2; -2)$.

$A, M \in (d) \Rightarrow (d): y = -2x + 2$. Phương trình hoành độ điểm chung của (P) và (d):

$$m^2x^2 - 2(m+1)x - m^2 + 2m + 2 = -2x + 2 \Leftrightarrow m^2x^2 - 2mx - m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ m^2x + m^2 - 2m = 0 \end{cases}$$

Để (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 \cdot 1 + m^2 - 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$. Khi đó:

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1}{m} \\ y_I = -2x_I + 2 = -\frac{2}{m} + 2 \end{cases} \Rightarrow OI^2 = x_I^2 + y_I^2 = \frac{1}{m^2} + \frac{4}{m^2} - \frac{8}{m} + 4 = \frac{29}{36} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{6}{5} \\ m = \frac{30}{23} \end{cases} \text{ (Nhận)}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{6}{5} + \frac{30}{23} \approx 2.5043478.$$

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m, m > 0$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông tại gốc tọa độ O.

A. 33.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4 - 3x^2 - 2 = m \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 2 - m = 0$$

Với mọi $m > 0$ thì đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A(x_A; m)$ và $B(x_B; m)$ đối xứng qua Oy, $x_A < x_B$.

Tam giác OAB vuông tại O

$$\Leftrightarrow OA^2 + OB^2 = AB^2 \Leftrightarrow x_A^2 + m^2 + x_B^2 + m^2 = (x_A - x_B)^2 \Leftrightarrow x_A \cdot x_B + m^2 = 0$$

Mà $x_A + x_B = 0$ nên $x_A = -m; x_B = m$

$$\text{Do đó } m^4 - 3m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow (m-2)(m^3 + 2m^2 + m + 1) = 0 \Leftrightarrow m = 2 \text{ (vì } m > 0 \text{)}.$$

- Câu 38.** Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp các giá trị của m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $\triangle OAB$ vuông tại O . Khi đó số các phần tử thuộc S bằng
- A. 9. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn D

+) Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và $(P): x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0 \quad (1)$

+) d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1.$$

+) Khi đó d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt là: $A(x_A; x_A^2)$ và $B(x_B; x_B^2)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} = (x_A; x_A^2), \overrightarrow{OB} = (x_B; x_B^2), (\text{đk } O, A, B \text{ không thẳng hàng}) \Leftrightarrow x_A, x_B \neq 0$$

Với x_A, x_B là các nghiệm của phương trình (1) nên theo vi-ét:
$$\begin{cases} x_A + x_B = 2 \\ x_A \cdot x_B = -m \end{cases}$$

Theo giả thiết $\triangle OAB$ vuông tại $O \Leftrightarrow OA^2 + OB^2 = AB^2$

$$\Leftrightarrow x_A^2 + x_A^4 + x_B^2 + x_B^4 = (x_A - x_B)^2 + (x_A^2 - x_B^2)^2 \Leftrightarrow 2x_A \cdot x_B + 2(x_A \cdot x_B)^2 = 0$$

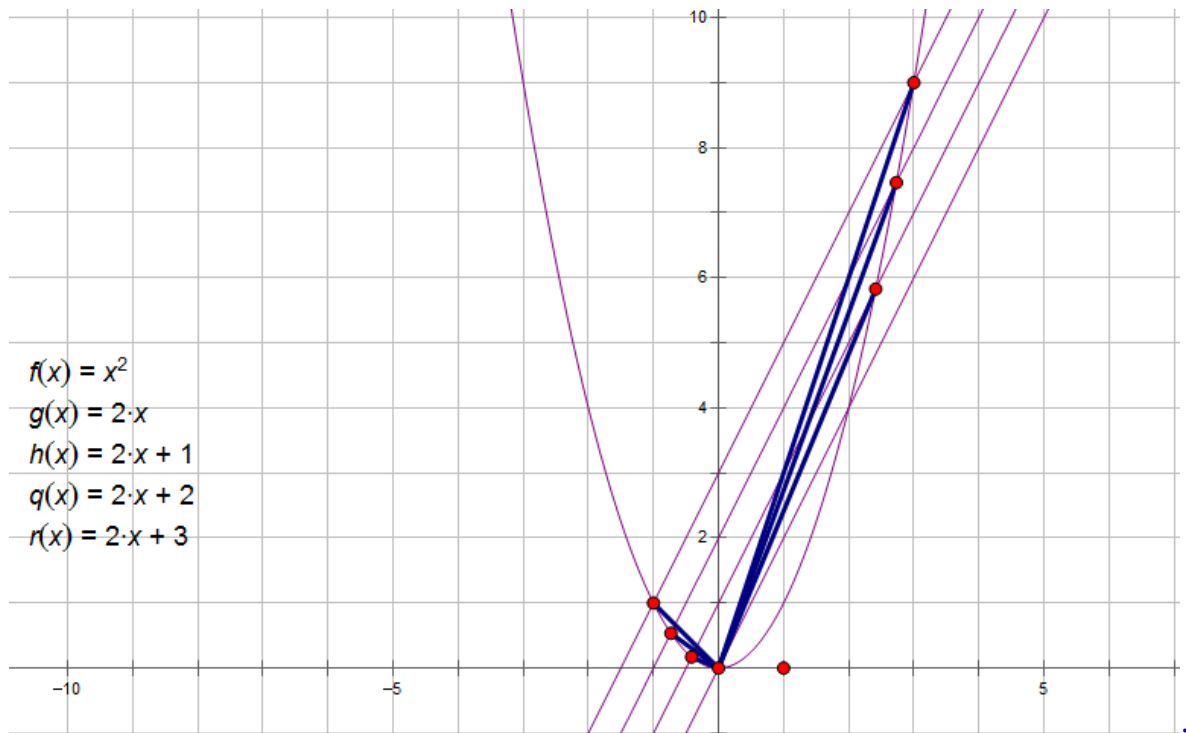
$$\Leftrightarrow -2m + 2m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

So sánh với các đk ta thấy $m = 0$ loại, $m = 1$ thỏa mãn $\Rightarrow S = \{1\}$.

Nội dung phản biện:

- Kiến thức tương quan lớp 10 phần hàm số và tọa độ véc tơ, độ dài véc tơ chưa học kịp cùng nhau. Bài này sử dụng cuối kì 1 thì được. Nếu đến thời điểm đó thì dùng tích vô hướng 2 véc tơ sẽ đơn giản hơn về mặt biến đổi.

- Với điều kiện m nguyên thì có thể dùng hình vẽ đồ thị $y = x^2$ và đồ thị hàm số $y = 2x$ để kiểm tra đáp án được. Bằng cách tịnh tiến đường thẳng $y = 2x$ theo các đơn vị nguyên từ đó nhìn hình kiểm tra số đáp án thỏa mãn. Cách dùng hình ở trang dưới:



Câu 39. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x + 2m = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + m - 2 = 0\}$. Giả sử các phần tử của A được sơn xanh, các phần tử của B được sơn đỏ. Người ta xếp các phần tử của A và B lên một trục số. Tìm số giá trị nguyên của m để $A \cup B$ có 4 phần tử và 2 phần tử cùng màu không đứng kề nhau.

A. 9.

B. 6.

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

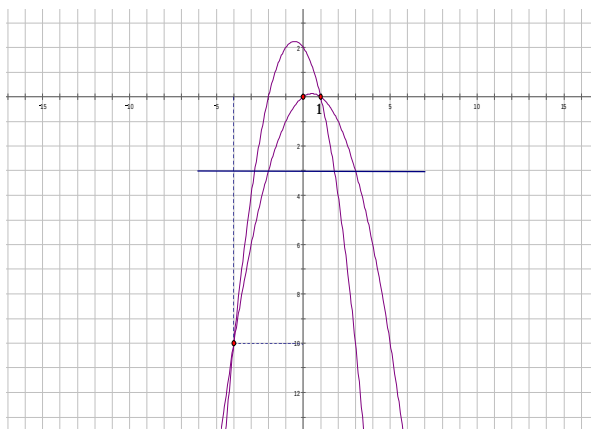
Yêu cầu bài toán tương đương với tìm m để phương trình $x^2 - x + 2m = 0$ (1) và $x^2 + x + m - 2 = 0$ (2) có nghiệm xen kẽ.

Cách 1: Cô lập tham số.

$$(1) \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$$

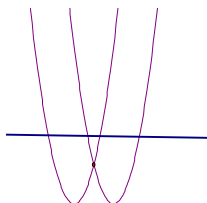
$$(2) \Leftrightarrow m = -x^2 - x + 2$$

Vẽ parabol $(P_1): y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$, parabol $(P_2): y = -x^2 - x + 2$ và đường thẳng $y = m$ trên cùng một hệ trục tọa độ. Từ đó suy ra $-10 < m < 0$.



Cách 2:

Vẽ 2 parabol $y = x^2 - x + 2m$ và $y = x^2 + x + m - 2$. Thấy 2 parabol có đúng 1 điểm chung $M\left(\frac{m+2}{2}; \frac{m^2+10m}{4}\right)$



Từ đó suy ra $m^2 + 10m < 0 \Leftrightarrow -10 < m < 0$. Các thầy cô có thể tạo ra câu tương tự và vận dụng hai cách giải trên, cũng có thể mở rộng cho bài toán điểm cực trị hàm bậc 3.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và hai đường thẳng (d): $y = m$; (d'): $y = m^2$ với $0 < m < 1$. Đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B; đường thẳng (d') cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt C, D (với hoành độ điểm A và D là số âm) sao cho diện tích hình thang ABCD gấp 9 lần diện tích tam giác OCD. Khi đó giá trị m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{16}\right)$. B. $\left(\frac{1}{16}; \frac{1}{8}\right)$. C. $\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$+ \text{ Xét PT hoành độ giao điểm } x^2 = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases} \Rightarrow A(-\sqrt{m}; m), B(\sqrt{m}; m)$$

$$+ \text{ Xét PT hoành độ giao điểm } x^2 = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = -m \end{cases} \Rightarrow C(m; m^2), D(-m; m^2).$$

$$\text{Tính được } S_{\triangle OCD} = m^3; S_{ABCD} = (m - m^2)(\sqrt{m} + m) \cdot (\text{do}) (0 < m < 1)$$

$$\text{Do } S_{ABCD} = 9 \cdot S_{\triangle OCD} \Leftrightarrow (m - m^2)(\sqrt{m} + m) = 9m^3 \Leftrightarrow 10m\sqrt{m} + m - \sqrt{m} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{4} \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Câu 41. Cho hàm số bậc hai $y = 2x^2 - 3x - 5$ có đồ thị là (P) và đường thẳng $(d): y = mx + 2m^2 - 1$. Gọi S là tập gồm tất cả các giá trị thực của m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B thỏa mãn cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = -3x + 5$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $S = \emptyset$. B. Tổng của tất cả các phần tử của S là $-\frac{2}{3}$.
C. Tổng của tất cả các phần tử của S là $-\frac{11}{3}$. D. S có đúng một phần tử.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 - (m+3)x - 2m^2 - 4 = 0. (*)$$

Phương trình này có $\Delta = (m+3)^2 + 8(2m^2 + 4)$ luôn nhận giá trị dương nên phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt. Gọi 2 nghiệm đó là x_1, x_2 thì $x_1 + x_2 = \frac{m+3}{2}$.

Như vậy, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B lần lượt có hoành độ là x_1, x_2 .

Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; m\frac{x_1 + x_2}{2} + 2m^2 - 1\right) = \left(\frac{m+3}{4}; \frac{m(m+3)}{4} + 2m^2 - 1\right)$.

A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = -3x + 5$ khi và chỉ khi (d) cắt đường thẳng $y = -3x + 5$ tại I , tương đương $m \neq -3$ và I thuộc đường thẳng $y = -3x + 5$, tương đương $3m^2 + 2m - 5 = 0$.

Vậy S có hai phần tử và tổng của chúng là $-\frac{2}{3}$.

Câu 42. Cho hàm số $y = -x^2 + 2(m+1)x + 1 - m^2$ (1), (m là tham số). Gọi m_1, m_2 giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác KAB vuông tại K , trong đó $K(2; -2)$. Khi đó $m_1^2 + m_2^2$ bằng

- A. 13. B. 12. C. 11. D. 10.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2 + 2(m+1)x + 1 - m^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (2)

Đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 + 1 > 0 \Leftrightarrow 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Gọi các nghiệm của phương trình (2) là x_1, x_2 .

Tọa độ các giao điểm A, B là $A(x_1; 0), B(x_2; 0)$; $\overrightarrow{KA} = (x_1 - 2; 2)$, $\overrightarrow{KB} = (x_2 - 2; 2)$.

$$KA \perp KB \Leftrightarrow KA^2 + KB^2 = AB^2 \Leftrightarrow (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + 8 = (x_1 - x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 1 - 2.2(m + 1) + 8 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m > -1$, ta được $m = 1, m = 3$.

Câu 43. Biết rằng parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đi qua hai điểm $A(0; -3)$, $B(2; 1)$ và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN = 2$. Tính giá trị biểu thức $a^2 - b^2$.

A. -15.

B. 15.

C. 8.

D. -8.

Lời giải

Chọn A

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đi qua hai điểm $A(0; -3)$ và $B(2; 1)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ b = 2 - 2a \end{cases} \quad (1).$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành là $ax^2 + bx + c = 0$.

Do đó, (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN = 2$

$\Leftrightarrow$ phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} = 2|a| \Leftrightarrow b^2 - 4ac = 4a^2 \quad (2).$$

Thay (1) vào (2) ta được: $(2 - 2a)^2 - 4.a.(-3) = 4a^2 \Leftrightarrow 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -1$ (thỏa mãn).

$$\Rightarrow b = 4.$$

$$\text{Vậy } a^2 - b^2 = (-1)^2 - 4^2 = -15.$$

Câu 44. Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 3m - 1$. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$(x_1 - m)\sqrt{x_2} + (x_2 - m)\sqrt{x_1} + 2m = 2\sqrt{3m - 1} \quad (*).$$

Khi đó tổng các phần tử của S là

A. $\frac{41}{12}$. **B.** 3. **C.** $\frac{23 - 6\sqrt{5}}{12}$. **D.** $\frac{23 + 6\sqrt{5}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐK:} \begin{cases} m \geq \frac{1}{3} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 3x + 3m - 1 = 0 (**)$

đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2 \geq 0 \Leftrightarrow$ pt(**) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4(3m - 1) > 0 \\ 3 > 0 \\ 3m - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq m < \frac{13}{12}. \quad \text{Và theo định lí Viet ta có}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = 3m - 1 \end{cases}$$

Ta có
 $(x_1 - m)\sqrt{x_2} + (x_2 - m)\sqrt{x_1} = x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1} - m(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) = (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})(\sqrt{x_1 x_2} - m)$

$$\text{Vì } \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2} = \sqrt{x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2}} = \sqrt{3 + 2\sqrt{3m - 1}}$$

$$\text{Khi đó: } (x_1 - m)\sqrt{x_2} + (x_2 - m)\sqrt{x_1} = \sqrt{3 + 2\sqrt{3m - 1}}(\sqrt{3m - 1} - m)$$

$$\text{Ta có } (*) \Leftrightarrow \sqrt{3 + 2\sqrt{3m - 1}}(\sqrt{3m - 1} - m) = 2(\sqrt{3m - 1} - m) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3m - 1} = m \\ \sqrt{3 + 2\sqrt{3m - 1}} = 2 \end{cases}$$

Nếu $\sqrt{3m - 1} = m$, với đk trên ta có hai vế không âm nên pt

$$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases},$$

$$\text{kết hợp với đk ta được } m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Nếu } \sqrt{3 + 2\sqrt{3m - 1}} = 2 \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{3m - 1} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{3m - 1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{5}{12} \text{ (thỏa mãn đk)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{5}{12} \right\}, \text{ nên tổng các phần tử của } S \text{ là } \frac{3 - \sqrt{5}}{2} + \frac{5}{12} = \frac{23 - 6\sqrt{5}}{12}.$$

Câu 45. Trong hệ trục Oxy, cho parabol (P) : $y = x^2 - 1$ và đường thẳng d : $y = 5x + m$ (với m là tham số). Tổng của tất cả các giá trị m để cho đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho OA vuông góc với OB là

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là : $x^2 - 1 = 5x + m \Leftrightarrow x^2 - 5x - m - 1 = 0 (*)$.

Để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B khi (*) có hai nghiệm phân biệt hay

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 25 + 4(m + 1) > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{29}{4}.$$

Ta có hai trường hợp sau :

TH1 : Nếu $m = -1$ thì d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(0; -1)$ và $B(5; 24)$, dễ thấy OA không vuông góc với OB, nên $m = -1$ loại.

TH2 : Nếu $m \neq -1, m > -\frac{29}{4}$ thì đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Khi đó ta có :

$$OA \perp OB \Leftrightarrow \frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2} = -1 \Leftrightarrow \left(5 + \frac{m}{x_1}\right) \left(5 + \frac{m}{x_2}\right) = -1 \Leftrightarrow 25 + 5m \cdot \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} + \frac{m^2}{x_1 x_2} = -1$$

$$\Leftrightarrow 26x_1 x_2 + m^2 + 5m(x_1 + x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 26(-1 - m) + m^2 + 25m = 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 26 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1 - \sqrt{105}}{2} \\ m = \frac{1 + \sqrt{105}}{2} \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy tổng của tất cả các giá trị m để cho đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B

sao cho OA vuông góc với OB là : $\frac{1 - \sqrt{105}}{2} + \frac{1 + \sqrt{105}}{2} = 1$.

Dạng 7: Min-Max, tập giá trị liên quan hàm bậc hai

Câu 1. Gọi M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = \sqrt{5 + 4x - x^2} + (x - 2)^2 + 99$. Giá trị $4M + m$ bằng

- A. 516. B. 534. C. 535. D. 541.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = \sqrt{5 + 4x - x^2} = \sqrt{9 - (x - 2)^2} \quad (1)$$

Khi đó ta có $0 \leq t \leq 3$ hay $t \in [0; 3]$

Xét $y = f(t) = -t^2 + t + 108$ với $t \in [0; 3]$

t	0	$\frac{1}{2}$	3
f(t)	108	$\frac{433}{4}$	102

Do vậy $4M + m = 4 \cdot \frac{433}{4} + 102 = 535$.

Câu 2. Miền giá trị của hàm số $y = \frac{3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}$ là:

- A. $[-2; 4]$. B. $\left[-1; \frac{3}{4}\right]$. C. $[1; 2]$. D. $[2; 4]$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = \frac{3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Có $x^2 + 1 \geq 2|x| \Leftrightarrow \frac{2|x|}{x^2 + 1} \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{2x}{x^2 + 1} \leq 1$.

$$y = \frac{3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1} = 3 + \frac{2x}{x^2 + 1} \in [2; 4].$$

Câu 3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^3 - x^2 + 10x - 3$ trên đoạn $[-1; 4]$ là

A. $y_{\min} = \frac{37}{4}$, $y_{\max} = 21$. B. $y_{\max} = 5$, $y_{\min} = -\frac{37}{4}$.

C. $y_{\min} = -\frac{37}{4}$, $y_{\max} = 21$.

D. $y_{\max} = \frac{37}{4}$, $y_{\min} = -21$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = x^4 - 4x^3 - x^2 + 10x - 3 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5x^2 + 10x - 5 + 2$

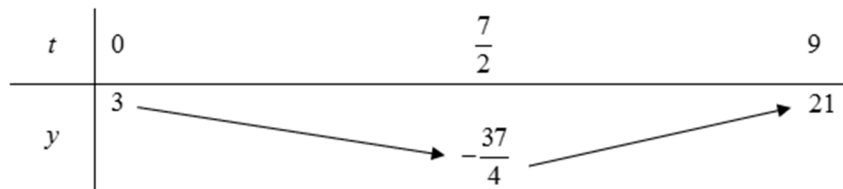
$$= (x^2 - 2x)^2 - 5(x - 1)^2 + 2 = [(x - 1)^2 - 1]^2 - 5(x - 1)^2 + 2.$$

Đặt $t = (x - 1)^2$, $x \in [-1; 4] \Rightarrow t \in [0; 9]$.

$$y = (t-1)^2 - 5t + 2 = t^2 - 7t + 3 = \left(t - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{37}{4}.$$

Cách 1: Ta có $0 \leq \left(t - \frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{121}{4} \Leftrightarrow -\frac{37}{4} \leq y \leq 21$.

Cách 2: Vẽ BBT



Vậy $y_{\min} = -\frac{37}{4}$, $y_{\max} = 21$.

Câu 4. Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .

A. $m = -3$.

B. $m = -9$.

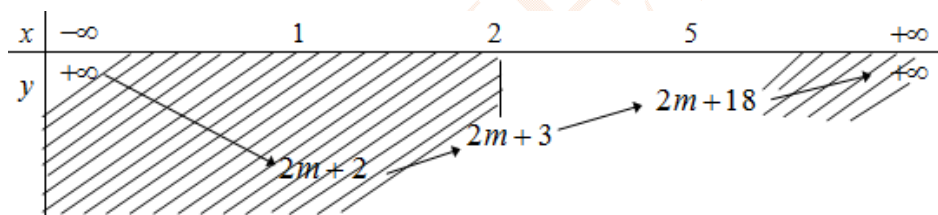
C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ trên đoạn $[2; 5]$:



Do đó giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ của hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ bằng $2m + 3$.

Theo giả thiết $2m + 3 = -3 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 5. Hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi m thuộc

A. $(5; 7)$.

B. $(9; 11)$.

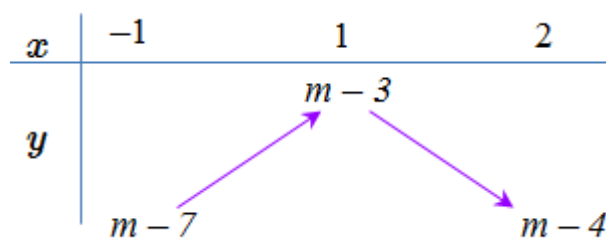
C. $(-\infty; 5)$.

D. $[7; 8)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ trên đoạn $[-1; 2]$.



Hàm số đạt GTLN trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi và chỉ khi $m - 3 = 3 \Leftrightarrow m = 6$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 2$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\min_{[0;2]} f(x) = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S \subset [-2; 8]$ B. $S \subset [-1; 9]$. C. $S \subset (-4; 6)$ D. $S \subset (-3; 7)$

Lời giải

Chọn B

Có hoành độ của đỉnh $x_t = \frac{m}{2}$; $a = 4 > 0$.

Xét 3 trường hợp sau:

TH1: $\frac{m}{2} < 0 \Leftrightarrow m < 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên đoạn khoảng $(0; 2)$.

$$\Rightarrow \min_{[0;2]} f(x) = f(0) = m^2 - 2m + 2 = 3 \Rightarrow m = 1 - \sqrt{2}.$$

$$\text{TH2: } 0 \leq \frac{m}{2} \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4 \Rightarrow \min_{[0;2]} f(x) = f\left(\frac{m}{2}\right) = -2m + 2 = 3 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \text{ (loại)}$$

TH3: $\frac{m}{2} > 2 \Leftrightarrow m > 4$. Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

$$\Rightarrow \min_{[0;2]} f(x) = f(2) = m^2 - 10m + 18 = 3 \Rightarrow m = 5 + \sqrt{10} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } S = \{1 - \sqrt{2}; 5 + \sqrt{10}\} \subset [-1; 9].$$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$, ($m > 0$). Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$. Nếu $y_1 - y_2 = 8$ thì giá trị của m bằng

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 1, m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a = 1 > 0$ suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; m + \frac{1}{m}\right)$.

Vì $m > 0: m + \frac{1}{m} \geq 2 \Rightarrow [-1; 1] \subset \left(-\infty; m + \frac{1}{m}\right)$. Do đó hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1; 1]$.

$$\text{Ta có } f(1) \leq f(x) \leq f(-1)$$

$$\Rightarrow y_1 = \max_{[-1;1]} f(x) = f(-1) = 1 + 3m + \frac{2}{m}, y_2 = \min_{[-1;1]} f(x) = f(1) = 1 - m - \frac{2}{m}.$$

$$\text{Theo giả thiết ta có: } y_1 - y_2 = 8 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

- Câu 8.** Tìm tham số m để đường thẳng $y = 3x + m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 và $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. 1 B. -1 C. 2 D. 3

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x^2}{x-1} = 3x + m \Leftrightarrow 2x^2 + (m-3)x - m = 0, x \neq 1$.

Điều kiện có 2 nghiệm phân biệt khác 1:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 9 > 0 \\ -1 \neq 0 \end{cases} : \text{Đúng } \forall m$$

$$\text{Ta có: } |x_1 - x_2| = \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{\Delta}}{4} = \frac{\sqrt{m^2 + 2m + 9}}{4} = \frac{1}{4} \sqrt{(m+1)^2 + 8} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy giá trị $|x_1 - x_2|$ nhỏ nhất khi $m = -1$.

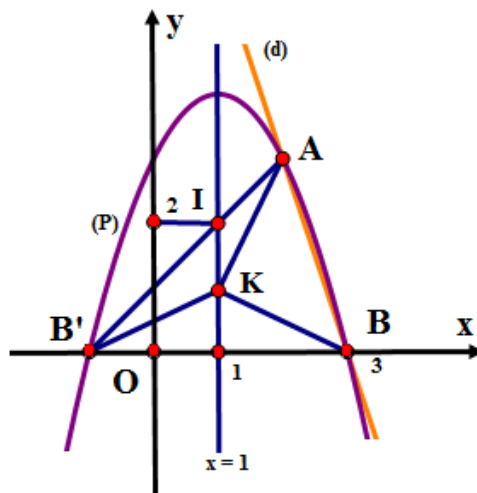
- Câu 9.** Gọi A, B là hai giao điểm của đường thẳng $(d): y = -3x + 9$ và parabol $(P): y = -x^2 + 2x + 3$. Gọi điểm $K(a; b)$ thuộc trục đối xứng của (P) sao cho $KA + KB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$$-x^2 + 2x + 3 = -3x + 9 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow A(2; 3) \\ x = 3 \Rightarrow B(3; 0) \end{cases}$$



Gọi điểm B' đối xứng với B qua trục đối xứng $x = 1$, suy ra $B'(-1; 0)$.

Ta có $KA + KB = KA + KB' \geq AB'$ nên $KA + KB$ nhỏ nhất khi $KA + KB = AB' \Leftrightarrow K$ trùng với I nên $K(1;2)$.

Vậy $a+b=3$.

Câu 10. Giả sử phương trình bậc hai ẩn x (m là tham số): $x^2 + 2(m-2)x - 3m^2 - 4m + 8 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - 24 \leq 0$. Gọi M và N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 - 13(x_1 + x_2)$. Tính $M + N$.

A. $-\frac{127}{2}$

B. -44

C. $-\frac{87}{2}$

D. -64

Lời giải

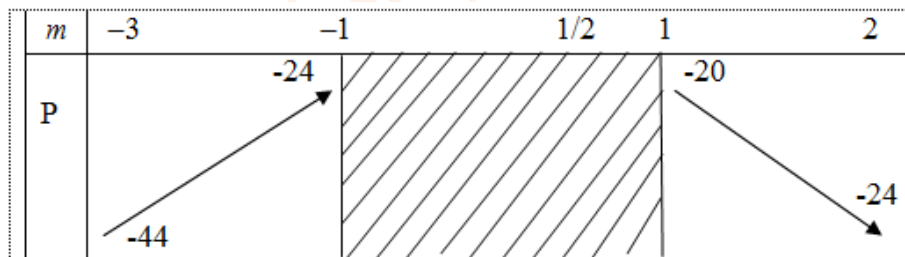
Chọn D

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - 24 \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - 24 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 4 \geq 0 \\ 6m^2 + 6m - 36 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \\ -3 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq m \leq -1 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases} (*)$$

Vậy $P = x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 - 13(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2 - 13(x_1 + x_2) = -2m^2 + 2m - 20$

+ Bảng biến thiên của P với điều kiện (*)



Từ bảng biến thiên ta được: $M = -20$ khi $m = 1$, $N = -44$ khi $m = -3$. Suy ra $M + N = -64$.

Câu 11. Cho hàm số: $f(x) = ax^2 + bx + 2$ ($a > 0$). Biết rằng hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{8a^2}{3a^2 + 2ab + b^2}$ là

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 4.

D. $\frac{8}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Do $a > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$ thì: $\frac{-b}{2a} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{b}{a} \geq 2$

Khi đó: $P = \frac{8a^2}{3a^2 + 2ab + b^2} = \frac{8}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2\frac{b}{a} + 3} = \frac{8}{t^2 + 2t + 3}$ với $t = \frac{b}{a} \geq 2$

Ta có $t^2 + 2t + 3 = (t+1)^2 + 2 \geq 11, \forall t \geq 2$. Dấu “=” xảy ra khi $t = 2$

Do đó : $P \leq \frac{8}{11}$. Suy ra $\max P = \frac{8}{11}$ khi $\frac{b}{a} = 2$.

Câu 12. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt[3]{x^4 + 16x^2 + 64} - 3\sqrt{x^2 + 8} + 1$.

- A. 1. B. $\frac{5}{4}$. C. $-\frac{5}{4}$. D. -1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 8} \Rightarrow t \geq 2$

Khi đó $y = t^2 - 3t + 1 = (t-2)^2 + (t-2) - 1 \geq -1, \forall t \geq 2$.

Vậy GTNN của hàm số bằng -1 khi $t = 2 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 13. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

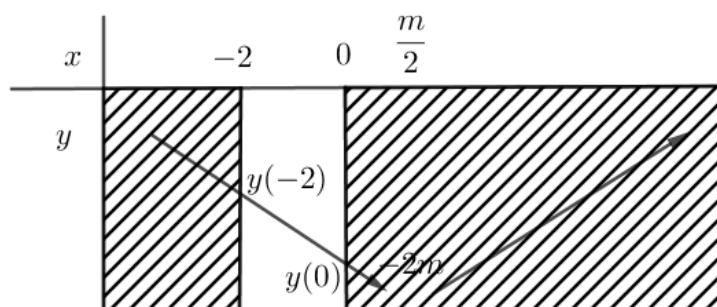
- A. $T = \frac{9}{2}$. B. $T = -\frac{3}{2}$. C. $T = 3$. D. $T = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đỉnh $I\left(\frac{m}{2}; -2m\right)$.

Do $m > 0$ nên $\frac{m}{2} > 0$. Khi đó đỉnh $I \notin [-2; 0]$.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ là $y(0) = 3$ tại $x = 0$ khi

$$m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ m_2 = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow S = \{3\}.$$

Câu 14. Cho hàm số $y = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$ ($m > 0$) xác định trên $[-1; 1]$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ lần lượt là y_1, y_2 thỏa mãn $y_1 - y_2 = 8$. Khi đó giá trị của m bằng

- A. $m = 1$. B. $m \in \emptyset$. C. $m = 2$. D. $m = 1, m = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } y = f(x) = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m.$$

Hoành độ đỉnh của đồ thị hàm số là $x = m + \frac{1}{m} \geq 2$ (bất đẳng thức Côsi).

Vì hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; m + \frac{1}{m}\right)$.

Suy ra, hàm số nghịch biến $[-1; 1]$.

$$\Rightarrow y_1 = f(-1) = 3m + \frac{2}{m} + 1.$$

$$y_2 = f(1) = 1 - m - \frac{2}{m}.$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } y_1 - y_2 = 8 \Leftrightarrow 3m + \frac{2}{m} + 1 - 1 + m + \frac{2}{m} = 8 \quad (m > 0) \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2|x| - 3$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 4]$ là:

A. -4

B. -6

C. -5

D. -3

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y = f(x) = x^2 - 2|x| - 3 = \begin{cases} x^2 + 2x - 3, & x \in [-2; 0) \\ x^2 - 2x - 3, & x \in [0; 4] \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } y' = \begin{cases} 2x + 2, & x \in [-2; 0) \\ 2x - 2, & x \in [0; 4] \end{cases} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(-2) = -3; f(4) = 5; f(-1) = -4; f(1) = -4; f(0) = -3$$

$$\text{Vậy GTNN là } f(-1) = f(1) = -4$$

Câu 16. Tổng các giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x - m|$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng 10 là

A. 4.

B. 27.

C. -13.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = x^2 + 2x - m$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$.

Khi đó $\max_{[-3;2]} |f(x)| = \max \{|f(-1)|; |f(-3)|; |f(2)|\} = \max \{|m+1|; |m-3|; |m-8|\}.$

$$\text{TH1: } |m+1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -11 \end{cases}.$$

Với $m = 9$ khi đó $\max_{[-3;2]} |f(x)| = \max \{10; 6; 1\} = 10.$

Với $m = -11$ khi đó $\max_{[-3;2]} |f(x)| = \max \{10; 14; 19\} = 19.$

$$\text{TH2: } |m-3| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 13 \\ m = -7 \end{cases}.$$

Với $m = 13$ khi đó $\max_{[-3;2]} |f(x)| = \max \{14; 10; 5\} = 14.$

Với $m = -7$ khi đó $\max_{[-3;2]} |f(x)| = \max \{10; 6; 15\} = 15.$

$$\text{TH3: } |m-8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 18 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Với $m = 18$ khi đó $\max_{[-3;2]} |f(x)| = \max \{19; 15; 10\} = 19.$

Với $m = -2$ khi đó $\max_{[-3;2]} |f(x)| = \max \{10; 5; 1\} = 10.$

Vậy $m = 9; m = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 17. Cho hàm số $y = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m, m \neq 0$. Đặt $\min_{[-1;1]} y = y_1; \max_{[-1;1]} y = y_2$. Có bao nhiêu giá trị của m thỏa mãn $y_2 - y_1 = 10$?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Có định lý I: $x_I = m + \frac{1}{m}$, mà $|x_I| = \left|m + \frac{1}{m}\right| = |m| + \left|\frac{1}{m}\right| \geq 2$ nên $m + \frac{1}{m} \geq 2$ hoặc $m + \frac{1}{m} \leq -2$.

Do đó $y_1, y_2 \in \left\{y(1) = 1 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right) + m; y(-1) = 1 + 2\left(m + \frac{1}{m}\right) + m\right\}$. Yêu cầu bài toán tương đương với

$$|y_2 - y_1| = 10 \Leftrightarrow \left| 4 \left(m + \frac{1}{m} \right) \right| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m + \frac{1}{m} = \frac{5}{2} \\ m + \frac{1}{m} = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left\{ 2; -2; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}.$$

Câu 18. Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (C) . Giả sử $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M tới đường thẳng $d: y = 4x - 15$ là nhỏ nhất. Tính $S = x_0 + y_0$.

A. 7.

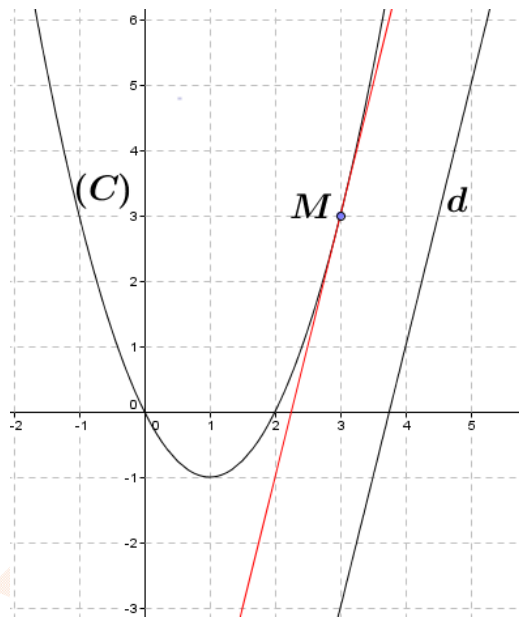
B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn C



Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) sao cho Δ song song với đường thẳng $d: y = 4x - 15$.

Δ có phương trình là $y = 4x - 9$.

Giao điểm của Δ và (C) là $M(3; 3)$.

$M(3; 3)$ là điểm cần tìm.

Do đó $S = x_0 + y_0 = 6$.

Câu 19. Cho hàm số $y = x^2 - 5x + 8$ có đồ thị là (P) và hai điểm $A(4; -1)$, $B(10; 5)$. Biết điểm $M(x_0; y_0)$ trên (P) thỏa mãn diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính tổng $x_0 + y_0$.

A. 5.

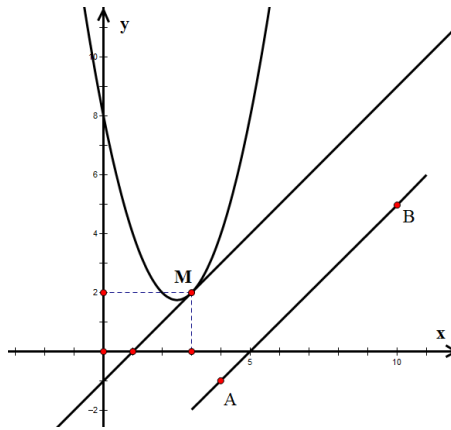
B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Chọn A



+ Vẽ đồ thị (P) , nhận thấy A, B không thuộc bề lõm của (P) , suy ra yêu cầu bài toán thỏa mãn khi M là tiếp điểm của tiếp tuyến với (P) song song với đường thẳng AB .

+ Gọi $y = ax + b$ là đường thẳng qua A, B suy ra $\begin{cases} 4a + b = -1 \\ 10a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow y = x - 5$.

+ Đường thẳng Δ song song với đt $y = x - 5$ có dạng $y = x + b$, Δ là tiếp tuyến của (P) khi phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 6x + 8 - b = 0$ của (P) và Δ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + b = 0 \Leftrightarrow b = -1$. (chú ý $b = -1$ là điều kiện tiếp xúc)

Khi đó $M(3; 2)$, vậy $x_0 + y_0 = 5$.

- Câu 20.** Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 2\sqrt{x^2 - 2x} + m^2 - 2018m$. Tổng S tất cả các giá trị nguyên dương của m thỏa mãn điều kiện: $T \leq 2019$ (với T là giá trị nhỏ nhất của hàm số khi $x \geq 2$) bằng
A. $S = 2019.1010$ **B.** $S = 2019.1009$. **C.** $S = 2019.2018$. **D.** $S = 2021.1009$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = x^2 - 2x + 2\sqrt{x^2 - 2x} + m^2 - 2018m$

Vì $x \geq 2 \Rightarrow t = \sqrt{x^2 - 2x} \geq 0$

Ta có $y = t^2 + 2t + m^2 - 2018m \geq m^2 - 2018m, \forall t \geq 0$

Suy ra $T = \min_{[0; +\infty)} y = m^2 - 2018m$

$T \leq 2019 \Leftrightarrow m^2 - 2018m \leq 2019$

Do m nguyên dương nên $1 \leq m \leq 2019, m \in \mathbb{N}$

Do đó $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 2019 = 2019.1010$

- Câu 21.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$ lần lượt là M và m . Tính biểu thức

$T = 2M - 3m$ ta được kết quả

A. $T = 5$.

B. $T = 4$.

C. $T = 3$

D. $T = 6$.

Lời giải

Chọn A

$$y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1} \Leftrightarrow (1-y)x^2 + (1+y)x + 1 - y = 0 \quad (*)$$

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$

$$\Leftrightarrow -3y^2 + 10y - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq y \leq 3$$

$$\text{Suy ra } M = 3; m = \frac{1}{3} \Rightarrow T = 5.$$

Câu 22. Cho hàm số $y = 2x^2 + (6-m)x + 3 - 2m$ (1). Tìm các giá trị m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $A = \frac{1}{(x_1 + 2)^{2018}} + \frac{1}{(x_2 + 2)^{2018}}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m \in (0; 3)$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m \in (-3; 0)$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (1) và trục hoành là nghiệm phương trình

$$2x^2 + (6-m)x + 3 - 2m = 0 \quad (*).$$

Để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 12 > 0, \forall m$.

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*). Theo Viét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-6}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{3-2m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)} = \frac{1}{(x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 4)} = -2.$$

$$\text{Theo bất đẳng thức Côsi ta có } \frac{1}{(x_1 + 2)^{2018}} + \frac{1}{(x_2 + 2)^{2018}} \geq 2 \sqrt{\left(\frac{1}{(x_1 + 2)} \cdot \frac{1}{(x_2 + 2)}\right)^{2018}} = 2^{1010}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \frac{1}{(x_1 + 2)^{2018}} = \frac{1}{(x_2 + 2)^{2018}} \Leftrightarrow |x_1 + 2| = |x_2 + 2|.$$

$$\text{Do } x_1, x_2 \text{ phân biệt nên ta có } x_1 + 2 = -x_2 - 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -4 \Rightarrow \frac{m-6}{2} = -4 \Leftrightarrow m = -2.$$

- Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2ax + 1$ với a là tham số. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 1]$. Biết rằng có hai giá trị của a để $M - m = 4$ khi đó tổng hai giá trị của a bằng
- A. 1. B. -1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = x^2 - 2ax + 1$ có hệ số của x^2 bằng 1 dương, tọa độ đỉnh $I(a; 1 - a^2)$, $f(0) = 1$
 $f(1) = 2 - 2a$

HT1: Xét $a < 0$ khi đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; 1) \Rightarrow M = f(1), m = f(0)$

Khi đó $M - m = 4 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2}$ (thỏa mãn).

TH2: Xét $a > 1$ khi đó hàm số nghịch biến trên $(0; 1) \Rightarrow M = f(0), m = f(1)$

Khi đó $M - m = 4 \Leftrightarrow a = \frac{5}{2}$ (thỏa mãn).

(Đến đây đủ hai giá trị a chọn luôn đáp án).

TH3: Xét $0 \leq a \leq 1$ khi đó $m = f(a) = -a^2 + 1, M = \max\{f(0); f(1)\}$

-Nếu $M = f(0) \Rightarrow M - m = 4 \Leftrightarrow a = \pm 2$ không thỏa mãn

-Nếu $M = f(1) \Rightarrow M - m = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \end{cases}$ không thỏa mãn.

Vậy có hai giá trị a thỏa mãn là $a = -\frac{3}{2}, a = \frac{5}{2}$

Cách 2:

Đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 2ax + 1$ là một parabol có tọa độ đỉnh $I(a; 1 - a^2)$,

$f(0) = 1, f(1) = 2 - 2a$.

Xét trường hợp $a \notin [0; 1]$ thì $M - m = |f(1) - f(0)| = |2 - 2a - 1| = |2a + 1| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$

- Câu 24.** Cho hàm số bậc hai (P): $y = x^2 - 2mx + 3m - 2$, trong đó x là ẩn, m là tham số. Tập tất cả các giá trị của m để (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 và $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là
- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = \frac{3}{4}$. D. $m = \pm \frac{3}{4}$.

Lời giải**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0$ (*)

Để (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm

$$\text{phân biệt } x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}. \quad (**)$$

Với điều kiện (**), theo định lí Viét ta có: $x_1 + x_2 = 2m, x_1 x_2 = 3m - 2$.

$$\text{Do đó } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4m^2 - 2(3m - 2) = 4m^2 - 6m + 4$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 4m^2 - 6m + 4 = \left(2m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}, \forall m \in D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$2m - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4} \in D.$$

Vậy biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{7}{4}$ khi và chỉ khi $m = \frac{3}{4}$.

Câu 25. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T tất cả các phần tử của S .

A. $T = \frac{9}{2}$.

B. $T = -\frac{3}{2}$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = \frac{1}{2}$.

Lời giải**Chọn C**

Xét hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Vì $a = 4 > 0$ nên ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$m/2$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$-2m$	$+\infty$

TH1: $-2 < \frac{m}{2} < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 0 \Rightarrow \min_{[-2;0]} f(x) = -2m = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$ (N).

TH2: $\frac{m}{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 0 \Rightarrow \min_{[-2;0]} f(x) = f(0) = m^2 - 2m = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \text{ (L)} \\ m = 3 \text{ (N)} \end{cases} \Rightarrow m = 3.$

TH3: $\frac{m}{2} \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -4 \Rightarrow \min_{[-2;0]} f(x) = f(-2) = m^2 + 6m + 16 = 3$ vô nghiệm.

Vậy $S = \left\{-\frac{3}{2}; 3\right\} \Rightarrow T = -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2}$.

Câu 26. Tìm tất cả giá trị của a để tập giá trị của hàm số $y = \frac{x+a}{x^2+1}$ chứa đoạn $[0;1]$.

A. $a < 2$.

B. $a \in \mathbb{R}$.

C. $a \geq 2$.

D. $a \geq \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$y = \frac{x+a}{x^2+1} \Leftrightarrow yx^2 - x + y - a = 0.$$

Tập giá trị của hàm số chứa đoạn $[0;1]$ $\Leftrightarrow$ với mọi $y \in [0;1]$ thì phương trình trên luôn có nghiệm.

Với $y = 0$ ta có phương trình $x + a = 0 \Leftrightarrow x = -a$. Do đó phương trình luôn có nghiệm.

$$\text{Với } 0 < y \leq 1 \text{ thì phương trình có nghiệm} \Leftrightarrow 1 - 4y(y-a) \geq 0 \Leftrightarrow 4y^2 - 1 \leq 4ay \Leftrightarrow \frac{4y^2 - 1}{4y} \leq a.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán tương đương với } \max_{(0;1]} \frac{4y^2 - 1}{4y} \leq a.$$

$$\text{Ta có } \frac{4y^2 - 1}{4y} = y - \frac{1}{4y} = (y-1) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4y}\right) + \frac{3}{4} = (y-1)\left(1 + \frac{1}{4y}\right) + \frac{3}{4} \leq \frac{3}{4} \forall y \in (0;1].$$

$$\text{Kết luận } a \geq \frac{3}{4}.$$

Câu 27. Tìm GTNN của hàm số $y = (4x - x^2)(x^2 - 4x - 5)$ trên đoạn $[0;3]$.

A. -36 .

B. -24 .

C. -63 .

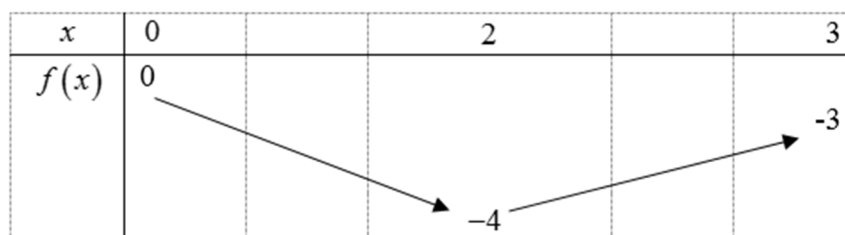
D. 0 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } f(x) = x^2 - 4x, x \in [0;3].$$

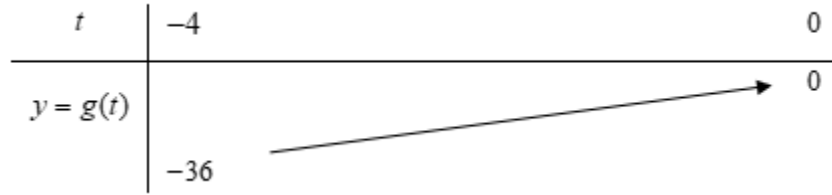
Ta có BBT:



Do đó, đặt $t = x^2 - 4x, x \in [0; 3] \rightarrow t \in [-4; 0]$.

Khi đó: $y = -t(t - 5) = -t^2 + 5t = g(t), t \in [-4; 0]$.

Ta có:



Vậy $\min_{[0;3]} y = \min_{[-4;0]} g(t) = -36$ tại $t = -4$ tức là tại $x = 2$.

Câu 28. Cho đường thẳng $(d): y = -2$ và Parabol $(P_m): y = -x^2 + mx - m^2 + 1$ với $m \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$. (d) cắt (P_m) tại hai điểm phân biệt M, N . Gọi a và b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN . Tính tổng $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 22$.

B. $S = \frac{129}{4}$.

C. $S = \frac{93}{4}$.

D. $S = 21$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P_m) là:

$$-x^2 + mx - m^2 + 1 = -2 \Leftrightarrow -x^2 + mx - m^2 + 3 = 0 \quad (1)$$

(d) giao (P_m) tại hai điểm M, N khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-m^2 + 3) > 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 12 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

So với điều kiện $m \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$. Vậy (d) cắt (P_m) tại hai điểm phân biệt khi $m \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$.

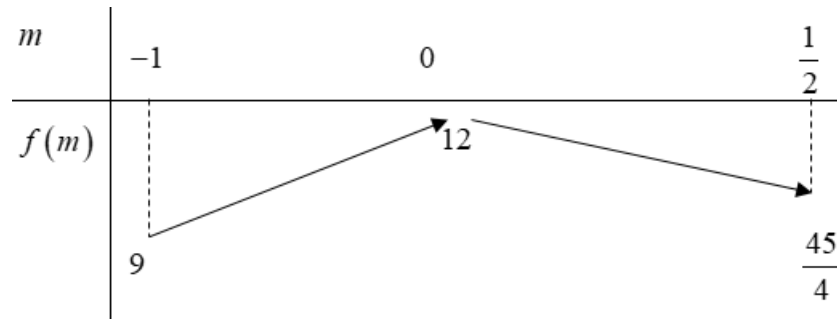
Gọi $M(x_1; -2); N(x_2; -2)$ với $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (1).

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MN} = (x_2 - x_1; 0) \Leftrightarrow MN^2 = (x_2 - x_1)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$$

$$\text{Theo định lí Vi - ét ta có: } MN^2 = m^2 - 4(m^2 - 3) = -3m^2 + 12.$$

Xét hàm số $f(m) = -3m^2 + 12$. Có Định $S(0; 12)$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(m)_{\min} = 9 \\ f(m)_{\max} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MN^2_{\min} = 9 \\ MN^2_{\max} = 12 \end{cases}.$

Vậy khi đó $S = a^2 + b^2 = 12 + 9 = 21.$

Câu 29. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1 + xy$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $S = x^4 + y^4 - x^2 y^2$. Khi đó giá trị của $M + m$ là

A. $\frac{10}{9}.$

B. $\frac{29}{18}.$

C. $\frac{5}{2}.$

D. $\frac{5}{9}.$

Lời giải

Chọn B

Có $S = (x^2 + y^2)^2 - 3x^2 y^2 = (1 + xy)^2 - 3x^2 y^2 = -2x^2 y^2 + 2xy + 1$

Đặt $t = xy \Rightarrow S = -2t^2 + 2t + 1$

Có

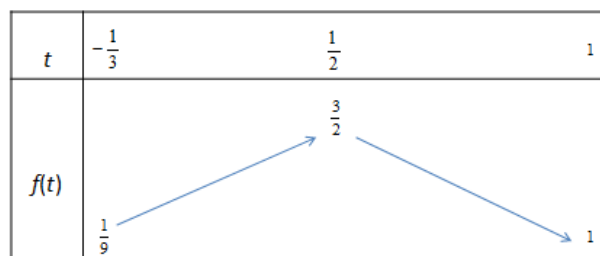
$x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow 1 + xy \geq 2xy \Rightarrow xy \leq 1$, dấu bằng xảy ra khi $x = y = \pm 1$

$x^2 + y^2 \geq -2xy \Rightarrow 1 + xy \geq -2xy \Rightarrow xy \geq -\frac{1}{3}$, dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}}, y = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, y = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$

Suy ra $t \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$

Xét hàm số $f(t) = -2t^2 + 2t + 1, t \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$

Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta thấy $M = \frac{3}{2}; m = \frac{1}{9} \Rightarrow M + m = \frac{29}{18}$

Câu 30. Cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m+1)x - m^2 - \frac{1}{2}$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m thì đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $T = y_1 + y_2 - x_1x_2 - (x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{1}{2}x^2 = (m+1)x - m^2 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 + 1 = 0 \quad (1)$$

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 2m^2 - 1 = 2m - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2.$$

Vậy với $0 \leq m \leq 2$ thì đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

Theo định lý Viet, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = 2m^2 + 1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } y_1 = (m+1)x_1 - m^2 - \frac{1}{2}; y_2 = (m+1)x_2 - m^2 - \frac{1}{2}.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} T &= y_1 + y_2 - x_1x_2 - (x_1 + x_2) \\ &= (m+1)(x_1 + x_2) - 2m^2 - 1 - x_1x_2 - (x_1 + x_2) \\ &= 2(m+1)^2 - 4m^2 - 2 - 2(m+1) = -2m^2 + 2m - 2. \end{aligned}$$

Bài toán trở thành tìm giá trị của tham số m để hàm số: $T(m) = -2m^2 + 2m - 2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có bảng biến thiên:

m	0	$\frac{1}{2}$	2
$-2m^2 + 2m - 2$	-2	$-\frac{3}{2}$	-6

Vậy giá trị nhỏ nhất của $T = -6$ đạt được khi $m = 2$.

- Câu 31.** Đặt $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $g(x) = cx^2 + bx + a$, giả sử $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [-1; 1]$. Tính $M = \max_{[-1; 1]} g(x)$?
- A. $M = -2$. B. $M = 2$. C. $M = 1$. D. $M = -1$.

Lời giải

Chọn B

Chọn $x = -1, 0, 1$ và đặt:

$$\begin{cases} A = f(1) = a + b + c \\ B = f(-1) = a - b + c \\ C = f(0) = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{A+B}{2} - C \\ b = \frac{A-B}{2} \\ c = C \end{cases} \quad \text{và } |A| \leq 1, |B| \leq 1, |C| \leq 1.$$

Nên $g(x) = Cx^2 + \frac{A-B}{2}x + \frac{A+B}{2} - C = C(x^2 - 1) + \frac{1}{2}A(x+1) + \frac{1}{2}B(1-x)$.

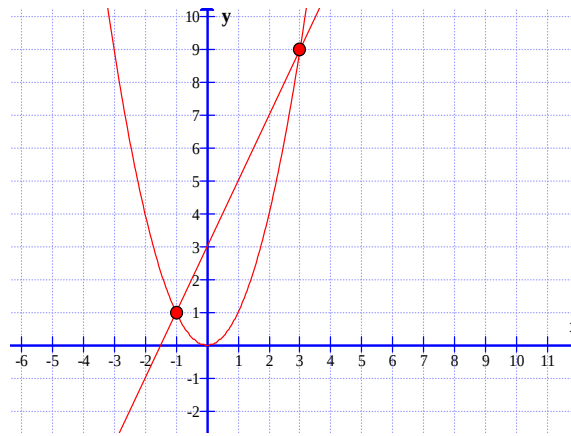
Suy ra

$$\begin{aligned} |g(x)| &\leq |C(x^2 - 1)| + \frac{1}{2}|A(x+1)| + \frac{1}{2}|B(1-x)| \\ &\leq |x^2 - 1| + \frac{1}{2}|x+1| + \frac{1}{2}|1-x| \\ &= 1 - x^2 + \frac{1}{2}(1+x) + \frac{1}{2}(1-x) = 2 - x^2 \leq 2, \forall x \in [-1; 1]. \end{aligned}$$

Ta thấy hàm số $f(x) = 2x^2 - 1 \Rightarrow g(x) = -x^2 + 2$ là một hàm số thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy $\max_{[-1; 1]} g(x) = 2$.

- Câu 32.** Cho parabol (P) có phương trình $y = f(x)$ và đường thẳng d có phương trình $y = g(x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) - g(x) \leq 0$ là $[a; b]$. Giả sử $A(a; y_1), B(b; y_2)$ là giao điểm của (P) và (d) . Gọi $M(m; m^2)$ với $m \in [a; b]$. Để diện tích ΔMAB đạt giá trị lớn nhất thì m phải thỏa mãn
- A. $m \in (0; 1)$ B. $m \in (-1; 0)$ C. $m \in \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$ D. $m \in (2; 3)$

**Lời giải****Chọn C**

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) - g(x) \leq 0$ là hoành độ của những điểm thuộc (P) và nằm phía dưới hoặc thuộc đường thẳng $y = g(x)$

Dựa vào đồ thị suy ra tập nghiệm $T = [-1; 3]$

$\Rightarrow a = -1; b = 3 \Rightarrow A(-1; 1); B(3; 9) \Rightarrow$ Đường thẳng d có phương trình là $y = 2x + 3$

$$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} |(x_B - x_A)(y_M - y_A) - (x_M - x_A)(y_B - y_A)|$$

$$= \frac{1}{2} |4 \cdot (m^2 - 1) - (m + 1) \cdot 8| = 2 |m^2 - 2m - 3|$$

$\Rightarrow$ để $S_{\Delta MAB}$ đạt diện tích max thì $|m^2 - 2m - 3|$ đạt max

Mặt khác do $m \in [a; b]$ hay $m \in [-1; 3]$ nên $|m^2 - 2m - 3| = -m^2 + 2m + 3 = 4 - (m - 1)^2 \leq 4$

$\Rightarrow m = 1$ thì $S_{\Delta MAB}$ đạt diện tích lớn.

Cách 2: Phương pháp giải sử dụng công thức tính diện tích tam giác học sinh lớp 10 chưa học đến. Phương pháp giải hơi dài, tính toán dài. Đề bài cho một số yếu tố không cần thiết như nghiệm của bất phương trình hay tọa độ điểm $M(m; m^2)$ thì lộ ngay phương trình parabol.

Có thể giải nhanh hơn: để $S_{\Delta MAB}$ đạt diện tích max khi và chỉ khi khoảng cách từ M tới đường thẳng AB lớn nhất hay khi tiếp tuyến của (P) tại M song song với AB. Vậy tiếp tuyến của (P) tại M có dạng $y = 2x + n$. Suy ra $n = -1$ và $M(1; 1)$ hay $m = 1$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$, thỏa mãn $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [-1; 1]$ và biểu thức $\frac{8}{3}a^2 + 2b^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $P = 5a + 11b + c$, biết $a > 0$.

A. $P = 12$.

B. $P = 10$.

C. $P = 9$.

D. $P = 16$.

Lời giải**Chọn C**

Thay $x = -1, x = 0, x = 1$ vào hàm số $f(x)$, ta được

$$\begin{cases} -1 \leq c \leq 1 & (1) \\ -1 \leq a + b + c \leq 1 & (2) \\ -1 \leq a - b + c \leq 1 & (3) \end{cases}$$

Từ (2), (3) ta có $\begin{cases} -1 - c \leq a + b \leq 1 + c \\ -1 - c \leq a - b \leq 1 + c \end{cases}$, kết hợp với (1), ta được $\begin{cases} -2 \leq a + b \leq 2 \\ -2 \leq a - b \leq 2 \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} a^2 + 2ab + b^2 \leq 4 \\ a^2 - 2ab + b^2 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 4$. Vậy $\frac{8}{3}a^2 + 2b^2 = \frac{8}{3}(a^2 + b^2) - \frac{2}{3}b^2 \leq \frac{8}{3}(a^2 + b^2) \leq \frac{32}{3}$

Nên $\frac{8}{3}a^2 + 2b^2$ lớn nhất khi $b = 0, a = 2$ thay vào (2), ta được $-3 \leq c \leq -1$ kết hợp với (1) thì $c = -1$. Thử lại với $b = 0, a = 2, c = -1$ thỏa mãn $|f(x)| \leq 1, \forall x \in [-1; 1]$. Vậy $b = 0, a = 2, c = -1$

Nên $P = 9$.

Câu 34. Cho các số thực a, b thỏa mãn $ab \neq 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} + 1.$$

A. $P = 1$.

B. $P = 2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} + 1 = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) - 1 \quad (1)$.

Đặt: $t = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$, điều kiện để phương trình có nghiệm là $t \leq -2; t \geq 2$.

Với $t \leq -2; t \geq 2$, $(1) \Leftrightarrow P = t^2 - t - 1$.

Ta có, bảng biến thiên của $P = t^2 - t - 1$ như sau

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	5	$-\frac{5}{4}$	1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} + 1$ là 1 khi và chỉ khi $2 = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \Leftrightarrow a = b$.

Câu 35. Cho hàm số $y = |x^2 + 2x + 3m|$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 1]$ bằng 7.

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x) = x^2 + 2x + 3m$, khi đó $y = |g(x)|$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $[-2; 1]$

x	-2	-1	1
$g(x)$	$3m$	$3m - 1$	$3m + 3$

+) Nếu $3m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}$ thì $\max_{[-2;1]} y = 3m + 3$.

Ycbt $\Leftrightarrow 3m + 3 = 7 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$ (loại do m nguyên).

+) Nếu $3m + 3 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$ thì $\max_{[-2;1]} y = -3m + 1$.

Ycbt $\Leftrightarrow -3m + 1 = 7 \Leftrightarrow m = -2$ (chọn do m nguyên và $m \in (-\infty; -1]$).

+) Nếu $3m < 0 < 3m + 3 \Leftrightarrow -1 < m < 0$ thì $\begin{cases} \max_{[-2;1]} y = 3m + 3 \\ \max_{[-2;1]} y = -3m + 1 \end{cases}$.

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 3 = 7 \\ -3m + 1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{3} \notin (-1; 0) \\ m = -2 \notin (-1; 0) \end{cases}$.

+) Nếu $3m - 1 < 0 < 3m \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{3}$ thì $\begin{cases} \max_{[-2;1]} y = 3m + 3 \\ \max_{[-2;1]} y = 3m \\ \max_{[-2;1]} y = -3m + 1 \end{cases}$.

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 3 = 7 \\ 3m = 7 \\ -3m + 1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{3} \notin \left(0; \frac{1}{3}\right) \\ m = \frac{7}{3} \notin \left(0; \frac{1}{3}\right) \\ m = -2 \notin \left(0; \frac{1}{3}\right) \end{cases}$.

Vậy $m = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách khác

Ta có: $\max_{[-2;1]} y = \max \{|3m - 1|; |3m + 3|\}$.

$$\begin{aligned}
 +) |3m-1| = 7 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1=7 \\ 3m-1=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{8}{3} \\ m=-2 \end{cases} \\
 +) |3m+3| = 7 &\Leftrightarrow \begin{cases} 3m+3=7 \\ 3m+3=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{4}{3} \\ m=-\frac{10}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vì m nguyên nên $m = -2$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$. Tất cả các giá trị m để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 trên đoạn $[0;1]$ thuộc tập hợp nào sau đây ?

- A.** $[-3;1]$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ đỉnh của parabol $f(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$ là $x_1 = -m - \frac{1}{2}$. Ta có các trường hợp sau:

TH1: Nếu $x_1 \in [0;1] \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right]$ thì

$$\min_{[0;1]} f(x) = f(x_1) = 1 \Leftrightarrow -m - \frac{5}{4} = 1 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4} \text{ (không thỏa mãn)}$$

TH2: Nếu $x_1 < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$ thì

$$\min_{[0;1]} f(x) = f(0) = 1 \Leftrightarrow m^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$$

Do đó $m = \sqrt{2}$ thỏa mãn.

TH3: Nếu $x_1 > 1 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$ thì

$$\min_{[0;1]} f(x) = f(1) = 1 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-2 \end{cases}$$

Do đó $m = -2$ thỏa mãn.

Vậy có hai giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = \sqrt{2}$ và $m = -2$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = |x^2 - 2x + m|$ với tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$. Gọi M là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x + \frac{1}{x})$ trên tập $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Số giá trị m nguyên để $M \geq 2$ là

- A.** 2016. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 4036.

Lời giải

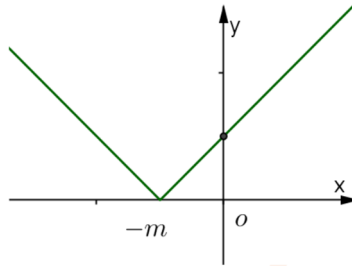
Chọn B

Đặt $t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow |t| \geq 2$, xét hàm số $f(t) = |t^2 - 2t + m|$ với $t \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

Đặt $a = t^2 - 2t$ với $t \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ suy ra $a \geq 0$

Xét hàm số $g(a) = |a + m|$. Khi đó $M = \min g(a)$ với $a \geq 0$

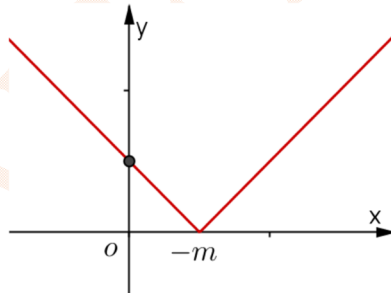
+) Nếu $-m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$



Dựa vào đồ thị

$$M = g(0) = |m| = m \geq 2 \Rightarrow m = \{2; 3; \dots; 2018\}$$

+) Nếu $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$



Dựa vào đồ thị

$$M = g(-m) = 0 < 2 \text{ không thỏa mãn bài toán.}$$

Vậy có 2017 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 38. Cho hai điểm $A(-1;1); B(2;4)$ nằm trên Parabol $(P): y = x^2$. Điểm C nằm trên cung $\widehat{AB}$ của Parabol (P) sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất. Khi đó độ dài của đoạn thẳng OC là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình của đường thẳng $AB: y = x + 2$.

Gọi d là đường thẳng song song với $AB: y = x + 2$ và tiếp xúc với (P) .

Ta có $d: y = x + m$ trong đó $m \neq 2$.

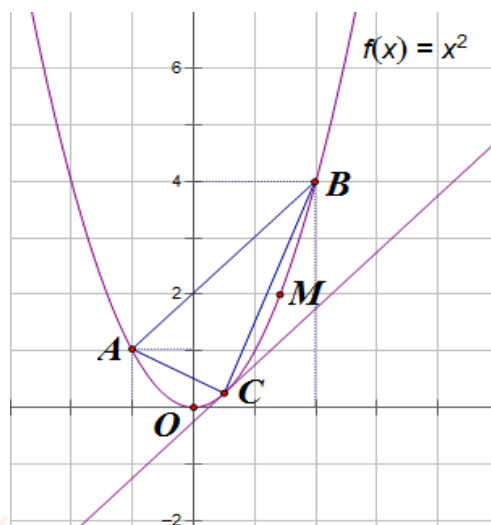
d tiếp xúc với (P) khi và chỉ khi phương trình $x^2 = x + m$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow x^2 - x - m = 0 \text{ có nghiệm kép} \Leftrightarrow 1 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$$

Khi đó $d: y = x - \frac{1}{4}$

Gọi C là tiếp điểm của d và (P) , khi đó tọa độ của C là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = x - \frac{1}{4} \\ y = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$$



Gọi M là một điểm bất kì nằm trên cung $\widehat{AB}$ của Parabol (P) , khi đó điểm M nằm giữa hai đường thẳng d và đường thẳng AB suy ra chiều cao hạ từ M đến đường thẳng AB nhỏ hơn chiều cao hạ từ C đến đường thẳng AB . Vậy tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

$$\text{Khi đó } C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right) \Rightarrow OC^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{5}{16} \Rightarrow OC = \frac{\sqrt{5}}{4}.$$

- Câu 39.** Cho $y = x^2 + mx + n$ (m, n là tham số), $f(x_0)$ là giá trị của hàm số tại x_0 . Biết $f(-2 + \sqrt{3} + m + n) = f(8 - \sqrt{3} - m - n)$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số là -8 . Khi đó giá trị nhỏ nhất của $T = m + n$ có giá trị bằng
- A.** 3. **B.** -5 . **C.** -4 . **D.** -6 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{TH1: } \begin{cases} -2 + \sqrt{3} + m + n = 8 - \sqrt{3} - m - n \\ -\frac{m^2}{4} + n = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + n = 5 - \sqrt{3} \\ -\frac{m^2}{4} + n = -8 \end{cases} \text{ (hệ này có nghiệm). Khi đó}$$

$$T = m + n = 5 - \sqrt{3}$$

TH2:

Theo giả thiết và tính chất đối xứng của đồ thị hàm số bậc 2 ta có

$$\begin{cases} \frac{-m}{2} = 3 \\ f(3) = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ 9 + 3m + n = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ n = 1 \end{cases}$$

Vậy $T = -5$.

Câu 40. Giả sử phương trình bậc hai ẩn x (m là tham số) $x^2 - 2(m-1)x - m^3 + (m+1)^2 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 \leq 4$. Giả sử M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^3 + x_2^3 + x_1x_2(3x_1 + 3x_2 + 8)$. Khi đó $\frac{m}{M}$ bằng

A. 9. B. -3. C. -9. D. 6.

Lời giải

Chọn C

- Phương trình $x^2 - 2(m-1)x - m^3 + (m+1)^2 = 0$ có hai nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$

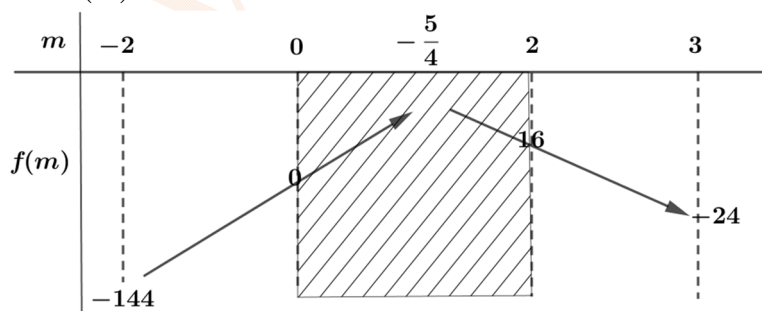
$$\Leftrightarrow m^3 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m(m^2 - 4) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} (*)$$

Khi đó PT có các nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = -m^3 + (m+1)^2 \end{cases}$.

Do $x_1 + x_2 \leq 4 \Rightarrow m \leq 3$. Kết hợp với (*) ta được $m \in D = [-2; 0] \cup [2; 3]$

- Khi đó: $P = x_1^3 + x_2^3 + x_1x_2(3x_1 + 3x_2 + 8) = (x_1 + x_2)^3 + 8x_1x_2$
 $= 8(m-1)^3 - 8(m^3 - (m+1)^2) = -16m^2 + 40m$.

Lập BBT của hàm số $f(m) = -16m^2 + 40m$ trên tập D , ta có:



Từ BBT ta thấy: $M = 16$, $m = -144$.

Vậy $\frac{m}{M} = -9$.

Câu 41. Cho đồ thị hàm số $(C): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I(-1; 2)$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a(2a+6b) - 2b(c+3b) - 4c(3-b)}{a(3c+3b) + 2}$ là M khi hàm số có phương trình: $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$.

Tính $Q = M^2 + a_1^2 + b_1^2 + c_1^3$.

A. $Q = \frac{3739}{27}$. B. $Q = 28$. C. $Q = -\frac{26}{5}$. D. $Q = \frac{520}{27}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} x_I = -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ c = 2 + a \end{cases}$

$$* P = \frac{a \cdot 14a - 4a(2+7a) - 4(2+a)(3-2a)}{a(9a+6)+2} = \frac{-6a^2 - 4a - 24}{9a^2 + 6a + 2} = -\frac{2}{3} - \frac{\frac{68}{3}}{9a^2 + 6a + 2}$$

$$* P_{\min} = -\frac{70}{3} \text{ tại } a = -\frac{1}{3}; b = -\frac{2}{3}; c = \frac{5}{3}.$$

$$* \text{Hàm số có pt: } y = -\frac{x^2}{3} - \frac{2x}{3} + \frac{5}{3} \text{ và } P_{\min} = \frac{520}{27}$$

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = |x^2 - 3x + 2| + mx$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 . Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

- A.** 6. **B.** $\frac{5}{2} + 2\sqrt{3}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2} + 2\sqrt{3}$.

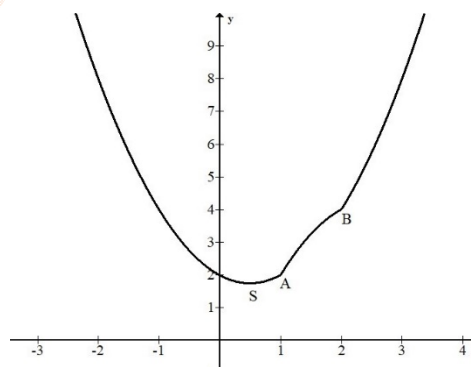
Lời giải**Chọn B**

Ta có

$$y = f(x) = \begin{cases} x^2 + (m-3)x + 2 & \text{nếu } x \leq 1 \vee x \geq 2 \quad (P_1) \\ -x^2 + (m+3)x - 2 & \text{nếu } 1 < x < 2 \quad (P_2) \end{cases}$$

Hai parabol (P_1) và (P_2) cắt nhau tại $A(1; m), B(2; 2m)$. Parabol (P_1) có đỉnh

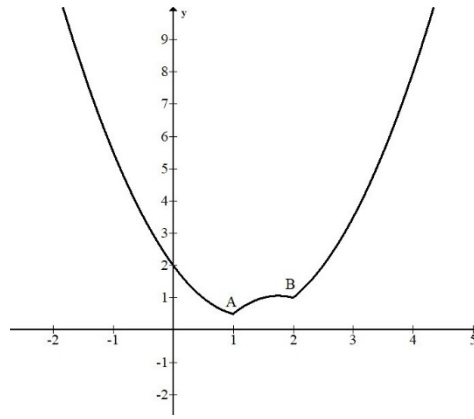
$$S\left(\frac{3-m}{2}; -\frac{(m-3)^2}{4} + 2\right).$$



$$\text{Trường hợp 1: } \frac{3-m}{2} \leq 1 \vee \frac{3-m}{2} \geq 2 \Leftrightarrow m \leq -1 \vee m \geq 1.$$

Khi đó

$$\min y = y_S = -1 \Leftrightarrow -\frac{(m-3)^2}{4} + 2 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 + 2\sqrt{3} \\ m = 3 - 2\sqrt{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$



Trường hợp 2: $1 < \frac{3-m}{2} < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

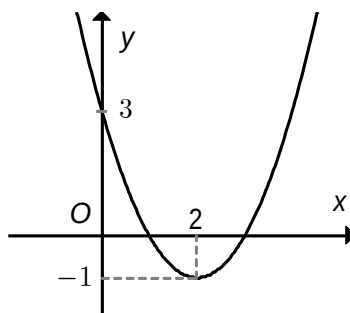
Khi đó

$$\min y = \min \{y_A; y_B\} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m \leq 0 \\ 2m = -1 \\ 0 < m < 1 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Nhận xét: Do $\min y = \min \left\{ f(1); f(2); f\left(\frac{3-m}{2}\right) \right\}$ nên ta có giải bài toán bằng cách lần lượt cho $f(1)$, $f(2)$, $f\left(\frac{3-m}{2}\right)$ bằng -1 để tìm m , sau đó kiểm tra lại xem nó có phải là $\min y$ không.

Dạng 8: Bài toán về phương trình, bất phương trình liên quan hàm bậc 2 (dùng đồ thị, BBT)

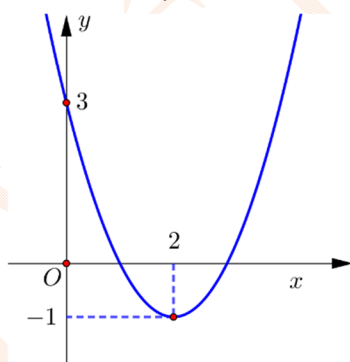
Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên dưới. Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. $m = 3$.B. $m > 3$.C. $m = 2$.D. $-2 < m < 2$.**Lời giải****Chọn C**

Hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là (C) , lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên phải Oy của (C) qua Oy ta được đồ thị (C') của hàm số $y = f(|x|)$.

Dựa vào đồ thị, phương trình $f(|x|) - 1 = m \Leftrightarrow (|x|) = m + 1$ có đúng 3 nghiệm phân biệt khi $m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(|x|)| + 1 = m$ có 4 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 3.

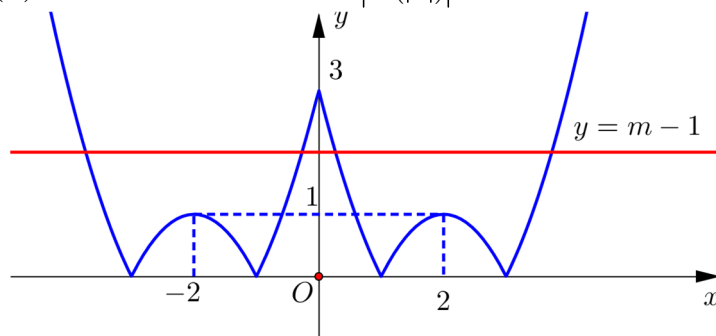
B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải**Chọn D**

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ là



Ta có $|f(|x|)| + 1 = m \Leftrightarrow |f(|x|)| = m - 1$

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có theo yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m-1 < 3 \\ m-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 4 \\ m=1 \end{cases}$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $S = \{1; 3\}$

Vậy số phần tử của S là 2.

Câu 3. Hàm số $y = x^2 + 4x - 1$ có bảng biến thiên như hình. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|-x^2 - 4x + 1| = m$ có 4 nghiệm phân biệt

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

A. 3.

B. Vô số.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\begin{aligned} & |-x^2 - 4x + 1| = m \\ \Leftrightarrow & |x^2 + 4x - 1| = m \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m \geq 0 \\ \begin{cases} x^2 + 4x - 1 = m(1) \\ x^2 + 4x - 1 = -m(2) \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Để

TH1: $m = 0$, ta thấy phương trình (1) và (2) trùng nhau. Do đó loại $m = 0$

TH2: Do đó phương trình $|-x^2 - 4x + 1| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt và phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt đôi khác nhau.

Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, dựa theo bảng biến thiên thì $m > -5$.

Giao với điều kiện ta được $m > 0$.

Để phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt, dựa theo bảng biến thiên thì $-m > -5 \Leftrightarrow m < 5$.

Giao với điều kiện ta được $0 < m < 5$.

Do đó phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi $0 < m < 5$.

Vậy có $m \in \{1; 2; 3; 4\}$ nguyên thỏa.

Câu 4. Phương trình $|x^2 - 2x - 3| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

A. $m \geq 4$.

B. $-4 \leq m \leq 0$.

C. $0 \leq m \leq 4$.

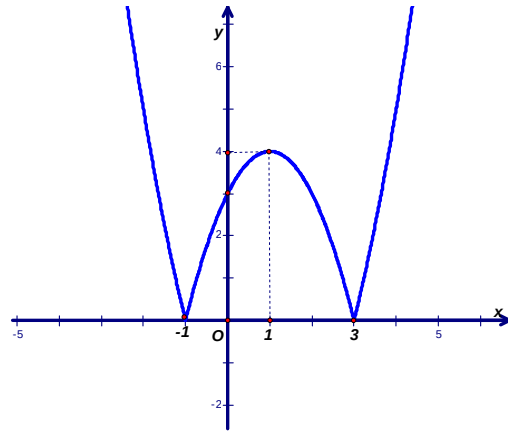
D. $0 < m < 4$.

Lời giải

Chọn D

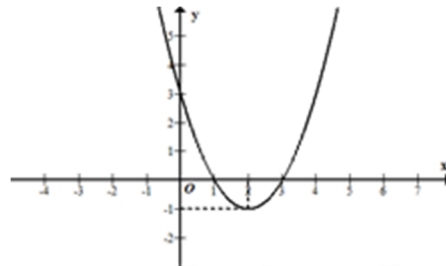
Phương trình $|x^2 - 2x - 3| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^2 - 2x - 3|$ tại 4 điểm phân biệt.

Vẽ đồ thị hàm số $y = |x^2 - 2x - 3|$:



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|x^2 - 2x - 3| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 4$.

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S = (n; p)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2ax^2 + 2b|x| + 2c + m - 6 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt. Tính $2019n + 200p$.



A. 8000.

B. 1600.

C. 16000.

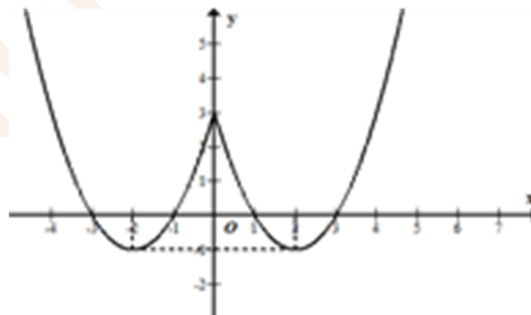
D. 800.

Lời giải

Chọn B

$$2ax^2 + 2b|x| + 2c + m - 6 = 0 \Leftrightarrow ax^2 + 2b|x| + c = -\frac{m}{2} + 3$$

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + b|x| + c$ như hình vẽ bên



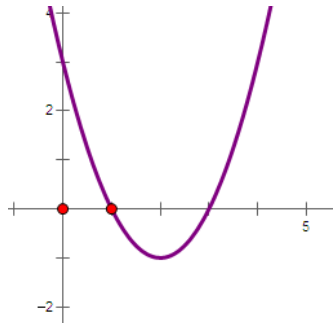
Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Điều kiện để có 4 nghiệm phân biệt là

$$-1 < -\frac{m}{2} + 3 < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 8. \text{ Su ra } n = 0; p = 8.$$

Vậy $2019n + 200p = 1600$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $ax^2 + b|x| + c = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

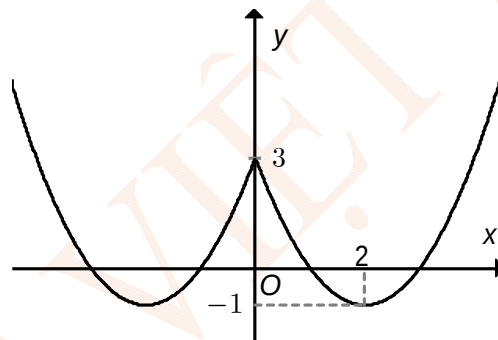
D. 5.

Lời giải

Chọn B

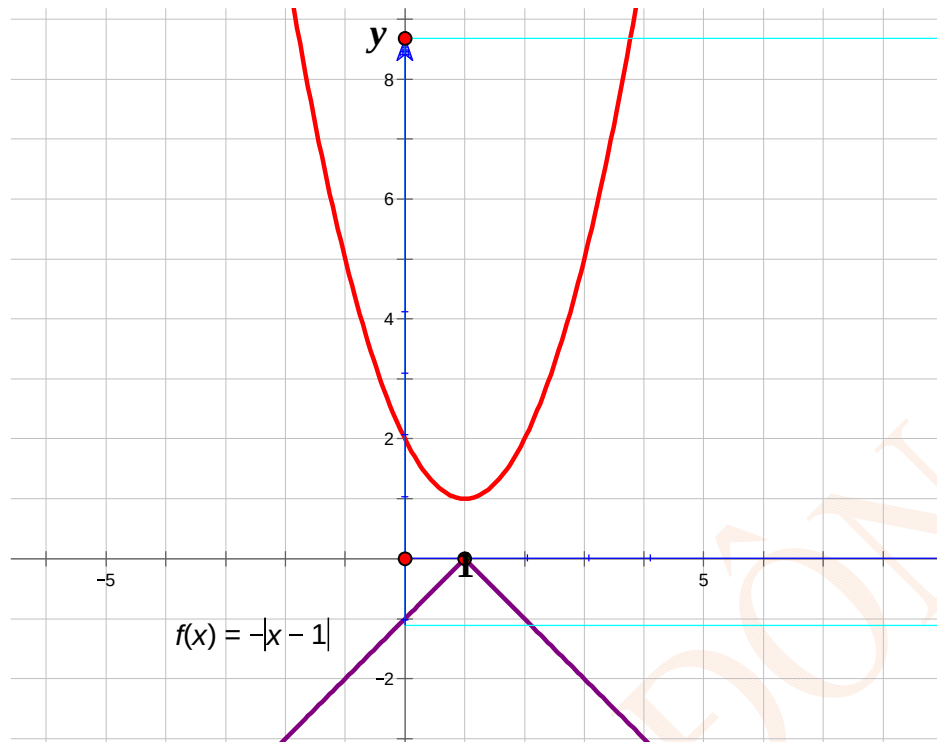
*Nhận xét:**Quan sát đồ thị yếu tố cắt trục hoành và trục tung và dạng đồ thị suy ra hàm số*

$$y = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$$

*Do đó ta có hướng giải bài toán.*Phương trình có dạng $x^2 - 4|x| + 3 = m + 1$.Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4|x| + 3$.Dựa vào đồ thị ta có phương trình $x^2 - 4|x| + 3 = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.**Câu 7.** Tính tổng bình phương các giá trị của m để phương trình $x^2 - 2x = 1 - m - |x - 1|$ có nghiệm duy nhất.A. $P = 4$.B. $P = 5$.C. $P = \frac{3}{4}$.D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn A



Biến đổi phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = -|x - 1|$.

Mà số nghiệm là số giao điểm của hai đồ thị $y = x^2 - 2x + m - 1$ và $y = -|x - 1|$ trong đó $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$ có trục đối xứng $x = 1$ nên muốn có nghiệm duy nhất thì $(1; 0)$ phải là đỉnh của (P) . Suy ra $m = 2$.

NHẬN XÉT: Cách giải 2: Gọi a là nghiệm suy ra $2 - a$ cũng là nghiệm...

Câu 8. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2 - 3x| - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. 4.

B. Vô số.

C. 0.

D. 2.

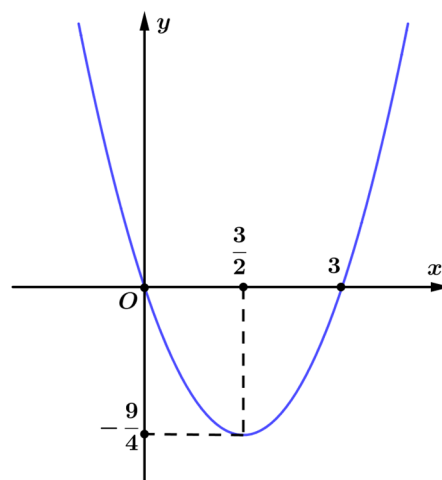
Lời giải

Chọn D

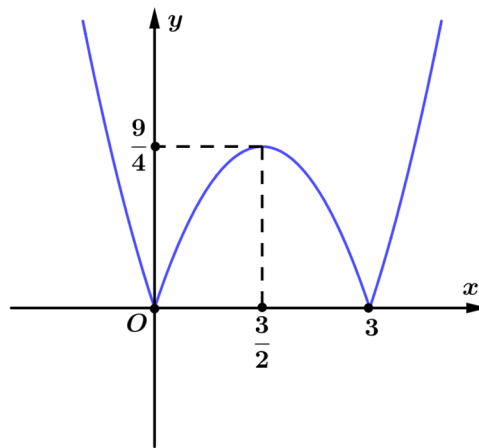
Xét hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ có đồ thị là một đường (P) có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{9}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại

hai điểm có hoành độ $x = 0; x = 3$.

Đồ thị như hình vẽ sau



Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:



Đề phương trình $|x^2 - 3x| - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^2 - 3x| = |f(x)|$ (hình vẽ) tại 4 điểm phân biệt, xảy ra khi và chỉ khi $0 < m < \frac{9}{4}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m = 1$ và $m = 2$.

Câu 9. Xác định m để phương trình $m = |x^2 - 6x - 7|$ có 4 nghiệm phân biệt:

A. $m \in (-16; 16)$.

B. $m \in [0; 16]$.

C. $m \in \emptyset$

D. $m \in (0; 16)$.

Lời giải

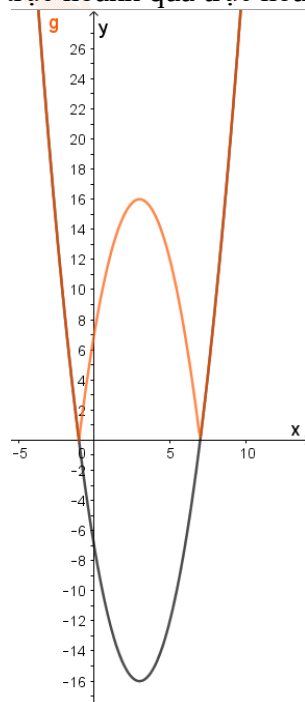
Chọn D

Số nghiệm của phương trình $m = |x^2 - 6x - 7|$ chính là số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = |x^2 - 6x - 7|$.

Vẽ đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 6x - 7$ (C). Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = |x^2 - 6x - 7|$ gồm 2 phần

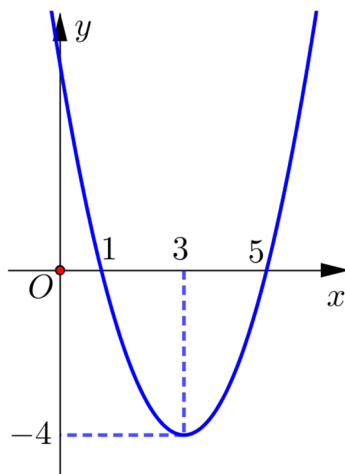
Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành.

Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.



Dựa vào đồ thị ta có phương trình $m = |x^2 - 6x - 7|$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^2 - 6x - 7|$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 16$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(x-1)|x-5| + m = 0$ có hai nghiệm. Tổng các phần tử của S bằng

A. -4.

B. -6.

C. -4.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y = (x-1)|x-5| = \begin{cases} (x-1)(x-5) & \text{khi } x \geq 5 \\ -(x-1)(x-5) & \text{khi } x < 5 \end{cases}$

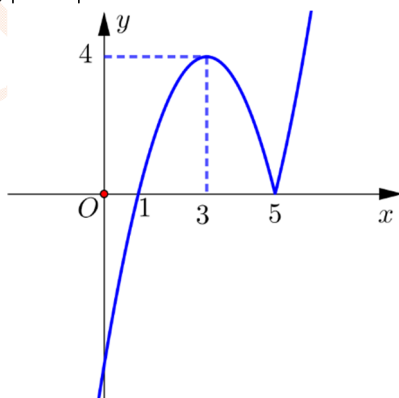
Hay $y = \begin{cases} x^2 - 6x + 5 & \text{khi } x \geq 5 \\ -(x^2 - 6x + 5) & \text{khi } x < 5 \end{cases}$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$ suy ra đồ thị hàm số $y = (x-1)|x-5|$ như sau:

+ Khi $x \geq 5$ giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$.

+ Khi $x < 5$ lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 6x + 5$ qua trục hoành.

Khi đó ta có đồ thị hàm số $y = (x-1)|x-5|$ là



Ta có $(x-1)|x-5| + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)|x-5| = -m$

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có theo yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} -m = 0 \\ -m = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$

Vậy tổng các phần tử của S là -4.

Câu 11. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $(0; 2017]$ để phương trình $|x^2 - 4|x - 5| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2009.

B. 2017.

C. 2016.

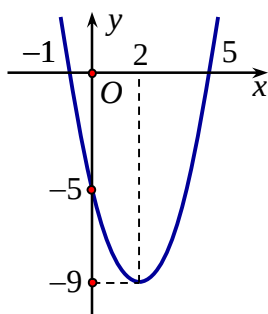
D. 2008.

Lời giải

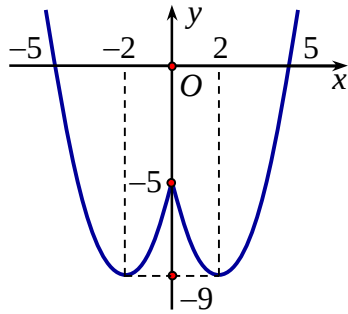
Chọn D

PT: $|x^2 - 4|x| - 5| - m = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 4|x| - 5| = m \quad (1)$. Số nghiệm phương trình (1) $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5| \quad (P)$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương Ox).

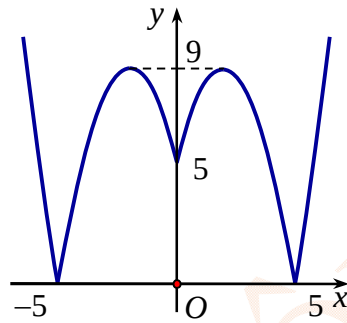
Xét hàm số $y = x^2 - 4x - 5 \quad (P_1)$ có đồ thị như hình 1.



Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.

Xét hàm số $y = x^2 - 4|x| - 5 \quad (P_2)$ là hàm số chẵn nên có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng. Mà $y = x^2 - 4|x| - 5 = x^2 - 4x - 5$ nếu $x \geq 0$. Suy ra đồ thị hàm số (P_2) gồm hai phần:

□ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_1) phần bên phải Oy .

□ Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục Oy .

Ta được đồ thị (P_2) như hình 2.

Xét hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5| \quad (P)$, ta có: $y = \begin{cases} x^2 - 4|x| - 5 & (y \geq 0) \\ -(x^2 - 4|x| - 5) & (y < 0) \end{cases}$.

Suy ra đồ thị hàm số (P) gồm hai phần:

□ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_2) phần trên Ox .

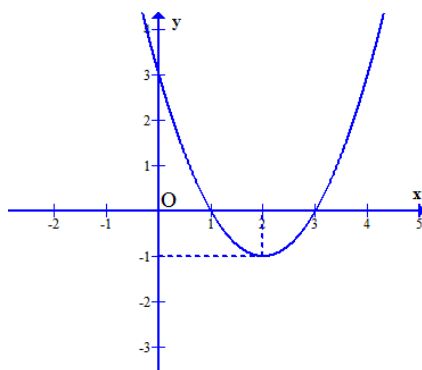
□ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số (P_2) phần dưới Ox qua trục Ox .

Ta được đồ thị (P) như hình 3.

Quan sát đồ thị hàm số (P) ta có: Để $|x^2 - 4|x| - 5| = m \quad (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 9 \\ m = 0 \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (0; 2017] \end{cases} \Rightarrow m \in \{10; 11; 12; \dots; 2017\}$.

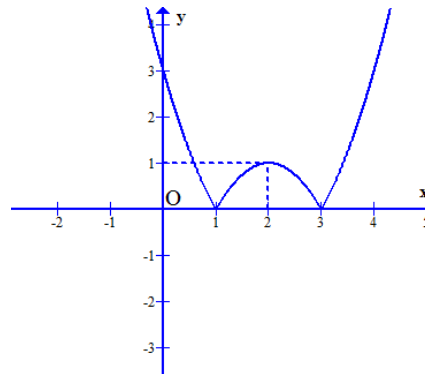
Câu 12. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng bốn nghiệm phân biệt.



A. $0 < m < 1$.B. $m > 3$.C. $m = -1, m = 3$.D. $-1 < m < 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ Từ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ để phương trình có đúng 4 nghiệm khi $0 < m < 1$.**Câu 13.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $(x^2 - 4x)^2 - 3(x - 2)^2 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 0.

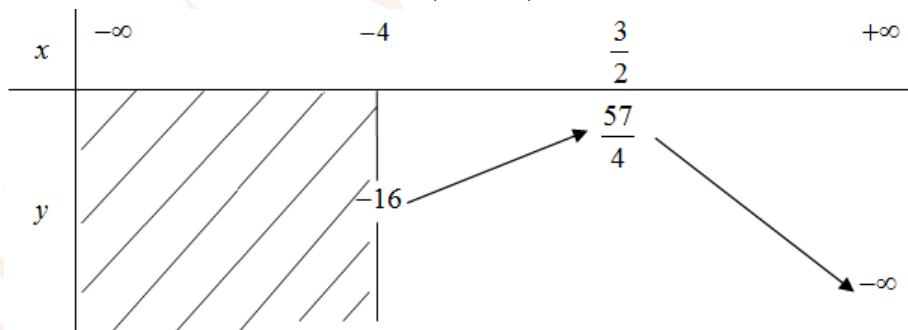
B. 30.

C. Vô số.

D. 28.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(x^2 - 4x)^2 - 3(x - 2)^2 + m = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x)^2 - 3(x^2 - 4x) - 12 + m = 0$.Đặt $t = x^2 - 4x$ với $t \geq -4$.Phương trình trở thành $t^2 - 3t - 12 + m = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 + 3t + 12$ (1)Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT (1) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -4 $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = -t^2 + 3t + 12$ trên $(-4; +\infty)$ tại hai điểm phân biệt.Bảng biến thiên của hàm số $y = -t^2 + 3t + 12$ trên $(-4; +\infty)$ như sau:Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $m \in \left(-16; \frac{57}{4}\right)$ thì phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt. Do m nguyên nên $m \in \{-15; -14; \dots; 13; 14\}$, có 30 giá trị của m thỏa mãn.**Câu 14.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1; 3]$.A. $-1 \leq m < -\frac{2}{3}$.B. $-\frac{11}{3} \leq m \leq -1$.C. $\frac{2}{3} \leq m \leq \frac{11}{3}$.D. $-\frac{11}{3} \leq m \leq -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0 \Leftrightarrow 3m = -x^2 + 4x - 6$.

Số nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0$ là số nghiệm của đường thẳng $y = 3m$ và parabol $y = -x^2 + 4x - 6$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 4x - 6$ trên đoạn $[-1; 3]$:

x	-1	2	3
y	-11	-2	-3

Phương trình có nghiệm thuộc đoạn $[-1; 3] \Leftrightarrow -11 \leq 3m \leq -2 \Leftrightarrow -\frac{11}{3} \leq m \leq -\frac{2}{3}$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$.

A. $\frac{3}{4} \leq m \leq 7$.

B. $-\frac{7}{2} \leq m \leq -\frac{3}{8}$.

C. $3 \leq m \leq 7$.

D. $\frac{3}{8} \leq m \leq \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 = -2m$. (*)

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P): $x^2 - 5x + 7$ và đường thẳng $y = -2m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 5x + 7$ trên $[1; 5]$ như sau:

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	5	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$\frac{3}{4}$	7	$+\infty$

Dựa vào bảng biến ta thấy $x \in [1; 5]$ thì $y \in [\frac{3}{4}; 7]$.

Do đó để phương trình (*) có nghiệm $x \in [1; 5] \Leftrightarrow \frac{3}{4} \leq -2m \leq 7 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \geq m \geq -\frac{7}{2}$.

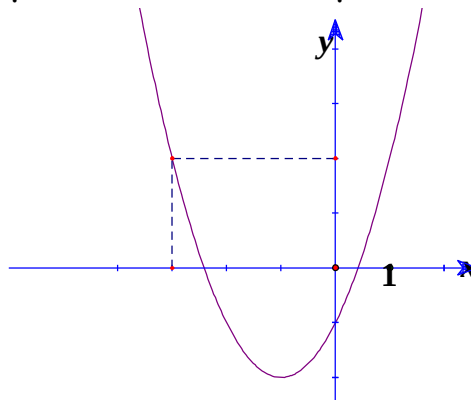
Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Tìm m để phương trình $f(|x| + m) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m = -3$.

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.



Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x| + m)$ gồm 2 bước:

+ Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái m đơn vị nếu $m \geq 0$, hoặc tịnh tiến sang phải $|m|$ đơn vị nếu $m < 0$ được đồ thị hàm số $y = f(x+m)$.

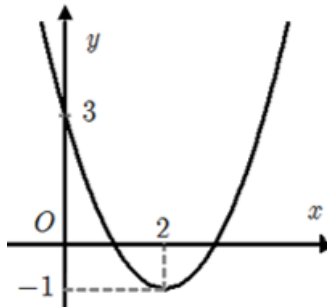
+ Giữ nguyên phần đồ thị trên trục Oy sang phải sau đó lấy đối xứng phần đồ thị đó qua trục Oy .

Do đó phương trình $f(|x|+m)=2$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị $y=f(x+m)$ tại một điểm trên Oy và một điểm bên phải Oy khi và chỉ khi $m=-3$.

+cách 2: $f(|x|+m)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} |x|=-3-m \\ |x|=1-m \end{cases}$.

Từ đó suy ra ngay giá trị $m=-3$ thỏa mãn.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(|x-2018|)=|m-2018|$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in (2015; 2021)$.

B. $m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 2015] \cup [2021; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty) \cup \{2017; 2019\}$.

Lời giải

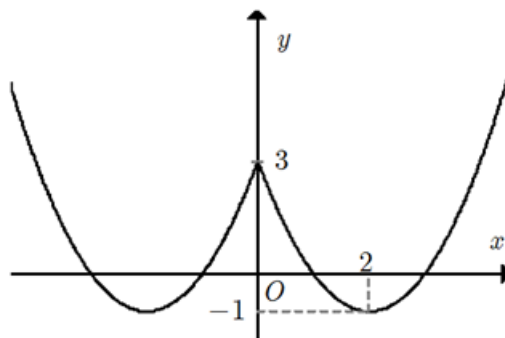
Chọn B

Đặt $t=|x-2018|$, phương trình $f(|x-2018|)=|m-2018|$ (1) trở thành: $f(t)=|m-2018|$ (2).

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có đúng một nghiệm t dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |m-2018| > 3 \\ |m-2018| = -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty).$$



Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 7x + 12 & \text{khi } x \geq 2 \\ x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các giá trị nguyên của

tham số m để phương trình $|f(|x|)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 2.

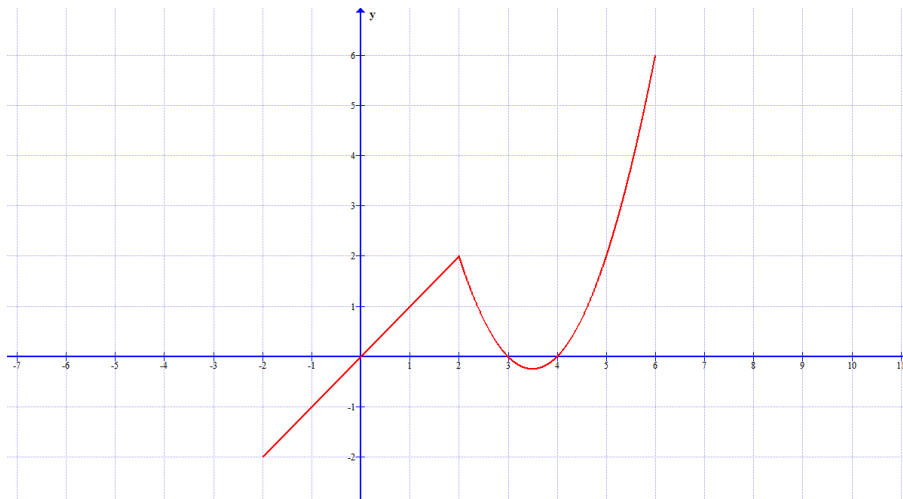
C. 3.

D. 0.

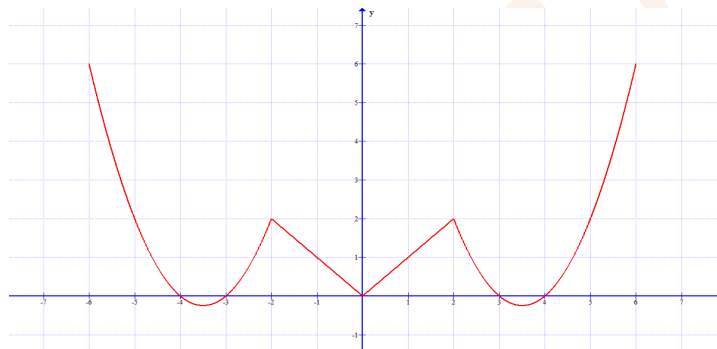
Lời giải

Chọn A

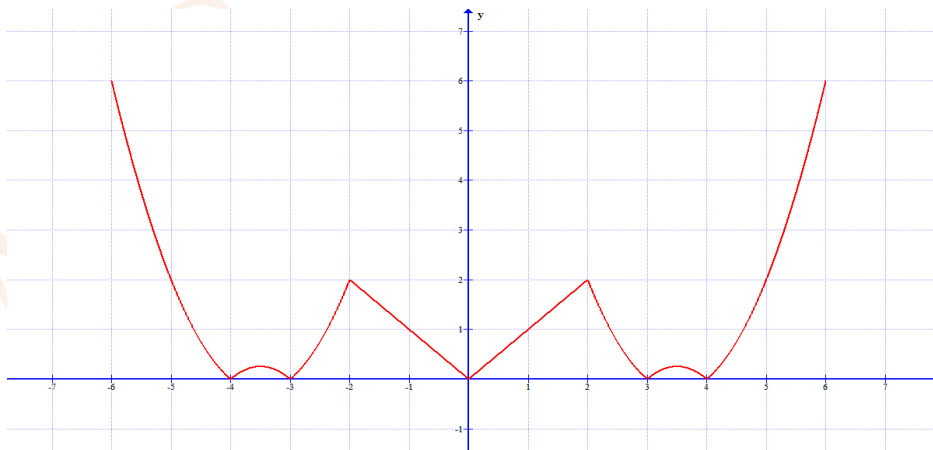
+) Vẽ đồ thị hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 7x + 12 & \text{khi } x \geq 2 \\ x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$



+) Suy ra đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhờ tính chất của hàm số chẵn

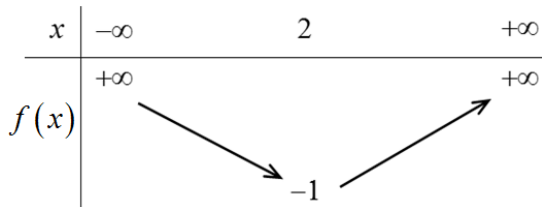


+) Suy ra đồ thị của hàm số $y = |f(|x|)|$



Vậy phương trình $|f(|x|)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in \left(\frac{1}{4}; 2\right) \xrightarrow{M \in \mathbb{Z}} m = 1$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $f\left[f\left(\sqrt{x^2+1}\right)\right]=0$ là

A. 6.

B. 8.

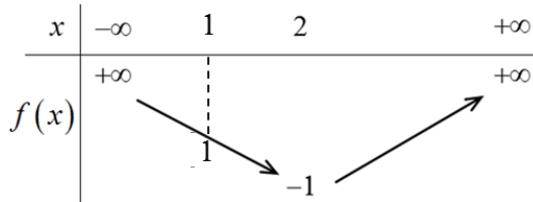
C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết, ta có bảng biến thiên như sau



Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$ ($t \geq 1$), phương trình $f\left[f\left(\sqrt{x^2+1}\right)\right]=0$ trở thành $f[f(t)]=0$.

Từ bảng biến thiên, ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=x_1 \in (1;2) \\ x=x_2 \in (2;+\infty) \end{cases}$

Khi đó, ta có $f[f(t)]=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(t)=x_1 \in (1;2) \\ f(t)=x_2 \in (2;+\infty) \end{cases}$

+ Với $f(t)=x_1 \in (1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} t=t_0 \ (t_0 < 1) \\ t=t_1 \ (t_1 > 2) \end{cases}$

• Với $t=t_0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}=t_0 < 1 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

• Với $t=t_1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}=t_1 > 2 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm.

+ Với $f(t)=x_2 \in (2;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} t=t_3 \ (t_3 < 1) \\ t=t_4 \ (t_4 > 2) \end{cases}$

• Với $t=t_3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}=t_3 < 1 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

• Với $t=t_4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}=t_4 > 2 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm.

Vậy phương trình $f\left[f\left(\sqrt{x^2+1}\right)\right]=0$ có 4 nghiệm.

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình $|x^2-2|x|-m|=m^2$ có đúng 5 nghiệm phân biệt?

A. 3.

B. 4

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

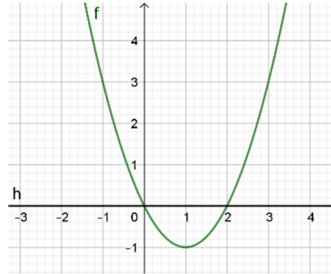
Do hàm số $y = f(x) = |x^2-2|x|-m|$ là hàm chẵn nó có đồ thị đối xứng qua trục Oy

Điều kiện cần để phương trình $f(x)=m^2$ có 5 nghiệm phân biệt là:

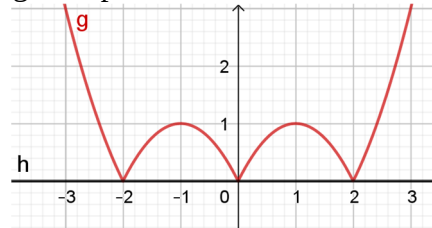
$$f(0) = m^2 \Rightarrow |m| = m^2 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Thử lại: Từ đồ thị hàm số $y = g(x) = x^2 - 2x$ suy ra

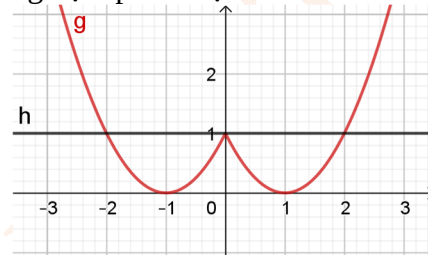
Các dạng đồ thị của hàm $y = f(x)$ cho 3 trường hợp



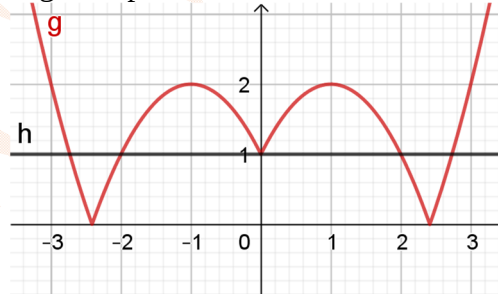
+ $m = 0$, phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt



+ $m = -1$, phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt

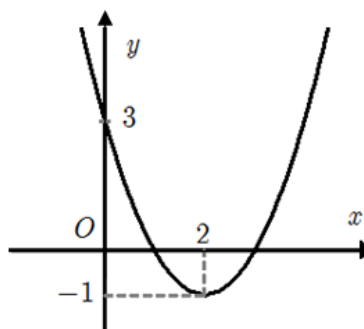


+ $m = 1$, phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt



Vậy $m = 1$ thỏa điều kiện.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

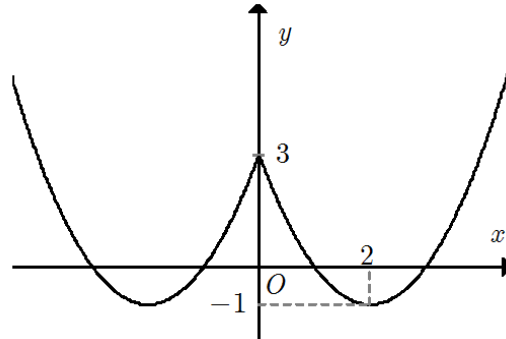


Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(|x - 2018|) = |m - 2018|$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty) \cup \{2017; 2019\}$. B. $m \in (2015; 2021)$.
C. $m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 2015] \cup [2021; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $t = |x - 2018|, t \geq 0$

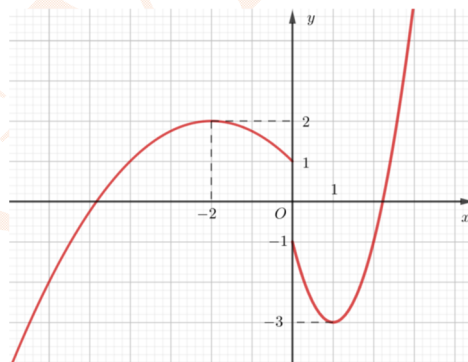
phương trình $f(|x - 2018|) = |m - 2018|$ (1) trở thành: $f(t) = |m - 2018|$ (2).

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu hoặc có nghiệm kép dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |m - 2018| > 3 \\ |m - 2018| = -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 2015) \cup (2021; +\infty).$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ 2x^2 - 4x - 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



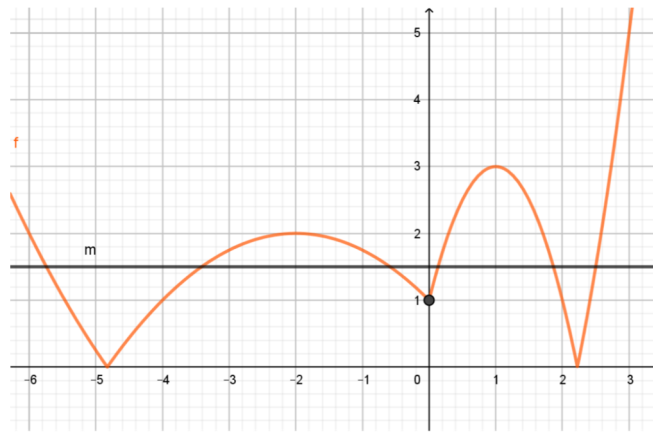
Tìm m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

- A. $1 < m < 3$. B. $-3 < m < 3$. C. $2 < m < 3$. D. $1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ với đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị ta có phương trình có 6 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $1 < m < 2$.

Câu 23. Cho phương trình $|-x^2 + 2|x| + 3| - 2m + 1 = 0$. Giá trị m để phương trình có bốn nghiệm là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$|-x^2 + 2|x| + 3| - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow |-x^2 + 2|x| + 3| = 2m - 1$$

Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |-x^2 + 2|x| + 3|$ và đường thẳng $y = 2m - 1$. Xét hàm số $y = |-x^2 + 2|x| + 3|$

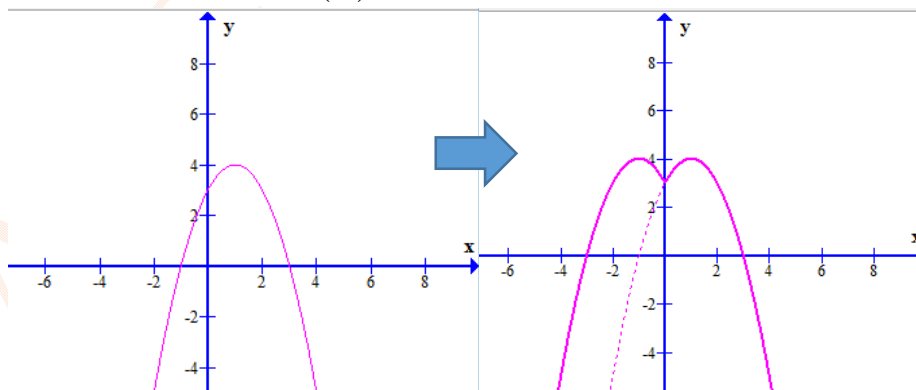
Vẽ từ trong ra ngoài

+ Vẽ đồ thị $y = -x^2 + 2x + 3$ (C)

+ Vẽ đồ thị $y_1 = f(|x|)$ có đồ thị (C_1)

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) nằm bên phải trục tung.

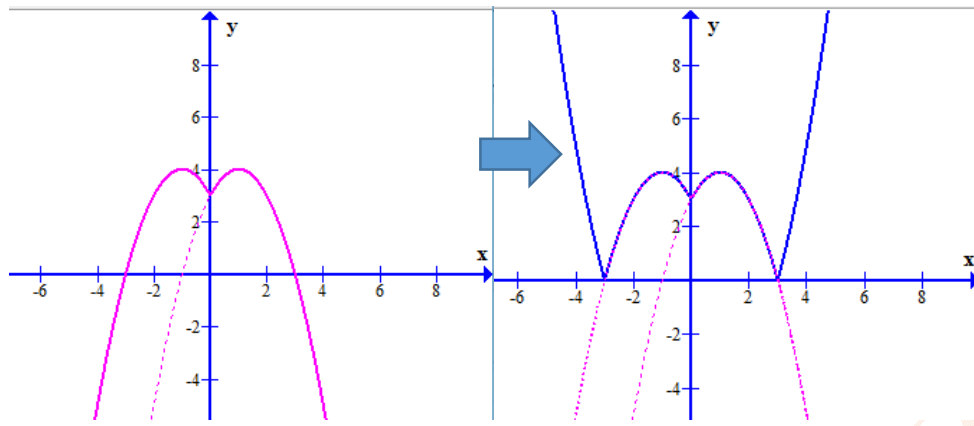
- Lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị (C) nằm bên phải trục tung.



+ Vẽ đồ thị hàm số $y_2 = |y_1|$ có đồ thị (C_2)

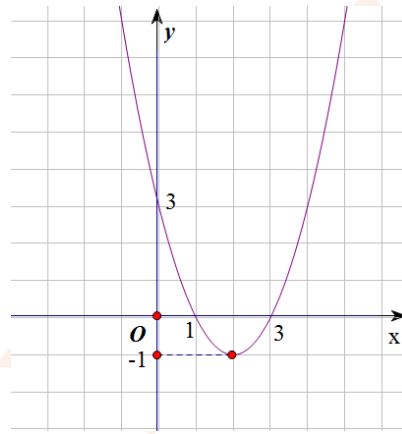
- Giữ nguyên đồ thị của (C_1) nằm trên trục hoành.

- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C_1) nằm dưới trục hoành.



Từ đồ thị để phương trình có bốn nghiệm khi $\begin{cases} 0 < 2m-1 < 3 \\ m = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < 2 \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}$. Vậy có 1 giá trị nguyên.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?



A. 2.

B. 3.

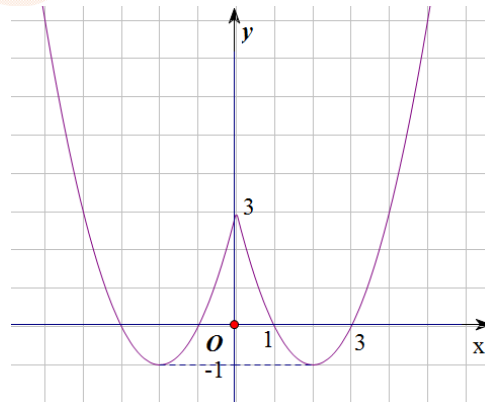
C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ như sau:



$$\text{Phương trình } f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(|x|) = -1 & (1) \\ f(|x|) = 3-m & (2) \end{cases}$$

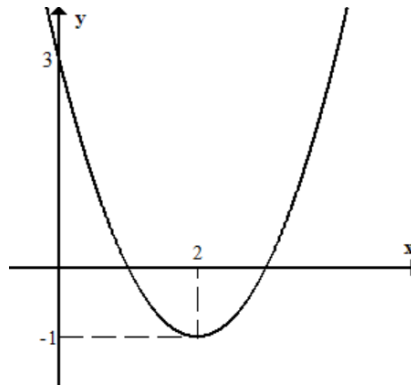
Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm $x = -2$ và $x = 2$.

Để phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt thì (2) phải có 4 nghiệm phân biệt khác ± 2 .

Từ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ suy ra $-1 < 3-m < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có 4 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 2.

B. 3.

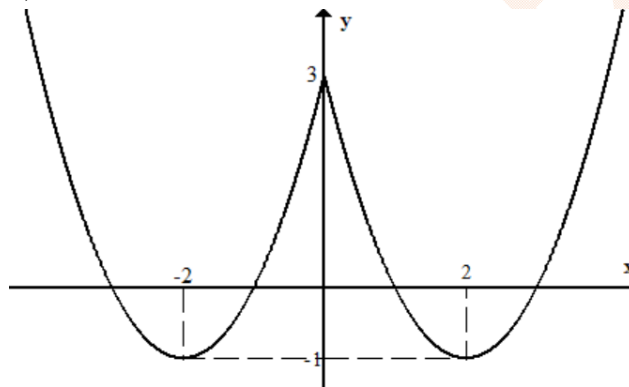
C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ là



Phương trình tương đương $f(|x|) = m + 1$. Số nghiệm phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ và đường thẳng $y = m + 1$. Từ đồ thị ta có phương trình có 4 nghiệm khi và chỉ khi $-1 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2$. Vậy có 3 giá trị $m \in \mathbb{Z}$.

Dạng 9: Toán thực tế về hàm số bậc hai

Câu 26. Anh A dự định mua một xe tải có chiều rộng là x (m) chiều cao là 2,5 (m) để làm dịch vụ vận chuyển hàng hóa cho nhân dân trong xã. Vì đầu xã có một cái cổng hình parabol, biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 4(m) và khoảng cách từ đỉnh cổng tới mặt đất là 4(m) (bỏ qua độ dày của cổng). Để xe tải anh A dự định mua có thể đi qua cổng được thì chiều rộng của xe thỏa mãn điều kiện nào sau đây.

A. $x < 3\sqrt{3}$.

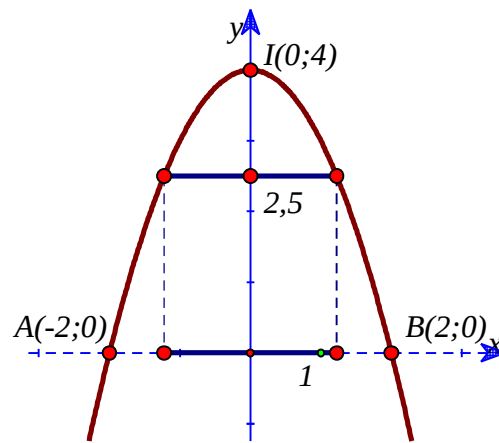
B. $x < \sqrt{6}$.

C. $x < \sqrt{3}$.

D. $x < 3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt cái cổng hình parabol vào hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Chân hai cái cổng là hai điểm A, B nằm trên trục Ox , đỉnh I nằm trên trục Oy . Suy ra $A(-2;0)$, $B(2;0)$, $I(0;4)$.

Gọi (P) qua điểm ba điểm A, B, I có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Khi đó ta có hệ sau

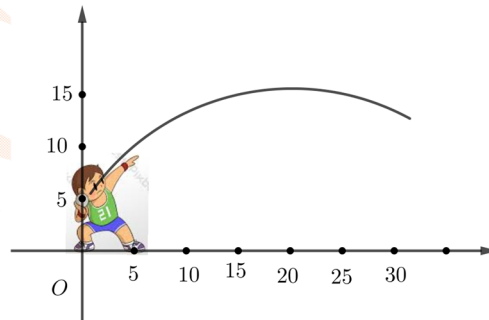
$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } (P): y = -x^2 + 4$$

Để xe tải anh A dự định mua có thể đi qua cổng được thì $y\left(\frac{x}{2}\right) > 2,5$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 4 > 2,5 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 < \frac{3}{2} \Leftrightarrow -\sqrt{6} < x < \sqrt{6}.$$

Khi đó chiều rộng của xe $x < \sqrt{6}$.

Câu 27. Một quả tạ được ném lên từ một vận động viên ném tạ chuyển động với phương trình $y = -0,0241x^2 + x + 5,5$ trong đó x là độ xa và y là độ cao (tính bằng feet). Hỏi vận động viên ném được bao xa và cao nhất bao nhiêu feet? (kết quả làm tròn bốn chữ số thập phân).



A. $x = 46,4410; y = 15,8734$.

B. $x = 15,8734; y = 46,4410$.

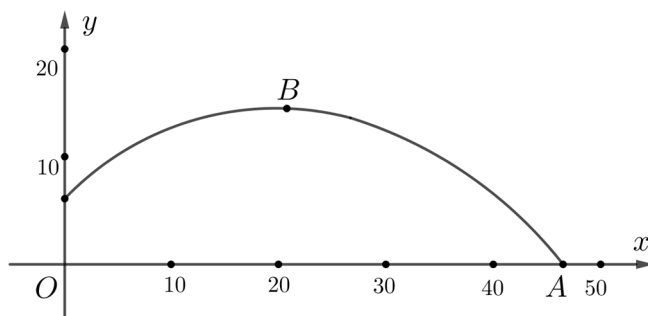
C. $x = 51,3582; y = 41,5238$.

D. $x = 20,7469; y = 15,8734$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là giao điểm có hoành độ dương của parabol $(P): y = -0,0241x^2 + x + 5,5$ với trục hoành và B là điểm cao nhất của đồ thị (P) (như hình vẽ).



Bài toán quy về tìm hoành độ x của A và tung độ y của B .

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành: $-0,0241x^2 + x + 5,5 = 0$ có hai nghiệm, trong đó nghiệm dương là $x = 46,4410$.

Vì B là đỉnh của (P) nên B có hoành độ $x_B = -\frac{b}{2a} = \frac{5000}{241}$, do đó B có tung độ $y = 15,8734$.

Câu 28. Một gia đình sản xuất cà phê nguyên chất. Do điều kiện nhà xưởng nên mỗi đợt gia đình đó sản xuất được t kg cà phê ($t \leq 30$). Nếu gia đình đó bán sỉ x kg thì giá của mỗi kí được xác định bởi công thức $G = 350 - 5x$ (nghìn đồng) và chi phí để sản xuất x kg cà phê được xác định bởi công thức $C = x^2 + 50x + 1000$ (nghìn đồng). Để đạt được lợi nhuận tối đa, mỗi đợt gia đình đó nên sản xuất bao nhiêu kg cà phê.

A. 15kg .

B. 30kg .

C. $P = 20kg$.

D. 25kg .

Lời giải

Chọn D

Doanh thu khi gia đình bán x kg cà phê là $D = x(350 - 5x) = -5x^2 + 350x$ (nghìn)

Lợi nhuận thu được khi bán được x là

$$L = D(x) - C(x) = -5x^2 + 350x - (x^2 + 50x + 1000) = -6x^2 + 300x - 1000$$

Suy ra lợi nhuận đạt tối đa khi $x = \frac{300}{2 \cdot 6} = 25(kg)$

Câu 29. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này doanh nghiệp dự định giá bán và ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất.

A. 29,5 triệu đồng.

B. 30,5 triệu đồng.

C. 29 triệu đồng.

D. 30 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi x (triệu đồng) là số tiền sẽ giảm của giá bán xe ($0 < x < 4$). Theo giả thiết số xe bán ra tăng lên khi giảm giá là $200x$ (xe).

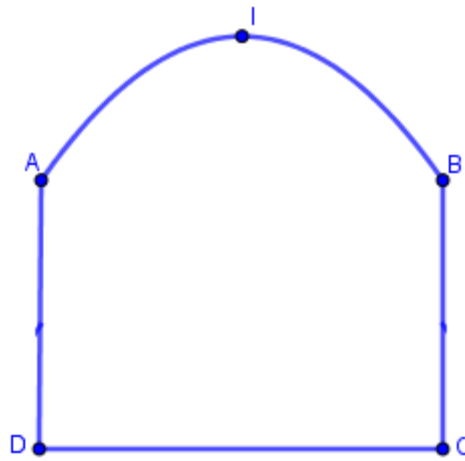
Số tiền lợi nhuận mà doanh nghiệp nhận được là:

$$T = (600 + 200x)(31 - x) - 27(600 + 200x) = (600 + 200x)(4 - x) = f(x).$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 200(3 + x)(4 - x) \leq 200 \cdot \frac{(3 + x + 4 - x)^2}{4} = 2450.$$

Dấu bằng xảy ra khi: $3 + x = 4 - x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Vậy giá bán mới là 29,5 triệu đồng.

Câu 30. Một chiếc cổng như hình vẽ, trong đó $CD = 6m$, $AD = 4m$, phía trên cổng có dạng hình parabol

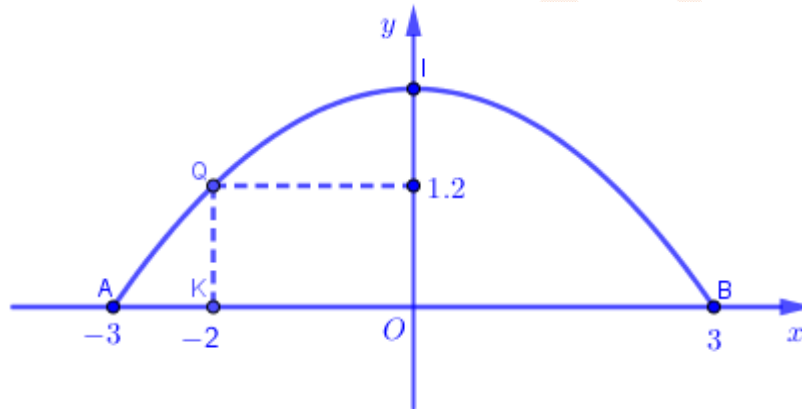


Người ta cần thiết kế cổng sao cho những chiếc xe container chở hàng với bề ngang thùng xe là $4m$, chiều cao là $5,2m$ có thể đi qua được (chiều cao được tính từ mặt đường đến nóc thùng xe và thùng xe có dạng hình hộp chữ nhật). Hỏi đỉnh I của parabol (theo mép dưới của cổng) cách mặt đất tối thiểu là bao nhiêu ?

A. $6,14m$. B. $6,15m$. C. $6,16m$. D. $6,13m$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của AB , K là điểm thuộc đoạn thẳng OA sao cho $OK = 2m$.

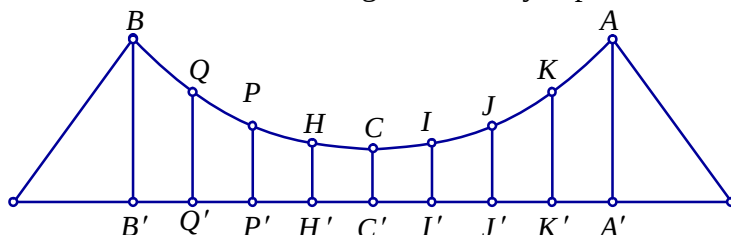
Chọn hệ tọa độ như hình vẽ. Khi đó phương trình của đường cong parabol có dạng $y = ax^2 + c$.

Theo giả thiết ta có parabol đi qua $(-2; 1,2), (-3; 0)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4a + c = 1,2 \\ 9a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{6}{25} \\ c = \frac{54}{25} = 2,16 \end{cases}.$$

Vậy đỉnh I của parabol (theo mép dưới của cổng) cách mặt đất tối thiểu là $6,16m$

Câu 31. Dây truyền đỡ trên cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A, B trên mỗi trụ AA' và BB' với độ cao $30m$. Chiều dài đoạn $A'B'$ trên nền cầu bằng $200m$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là $OC = 5m$. Gọi $Q', P', H', O, I', J', K'$ là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền: $QQ', PP', HH', OC, II', JJ', KK'$ gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo?



A. 73,75 m.

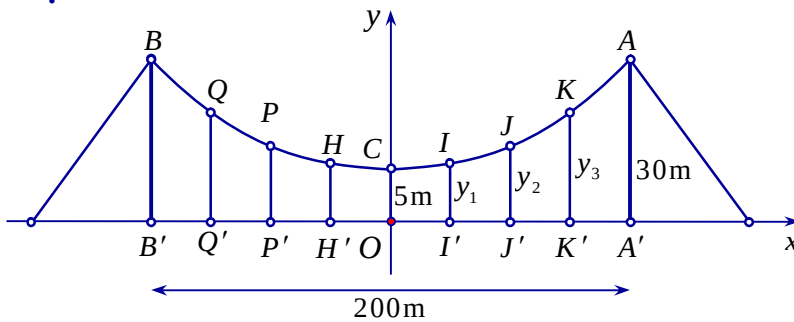
B. 78,75 m.

C. Đáp án khác.

D. 36,87 m.

Lời giải

Chọn B

Giả sử Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó parabol đi qua điểm $A(100; 30)$, và có đỉnh $C(0; 5)$. Đoạn AB chia làm 8 phần, mỗi phần 25 m.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 30 = 10000a + 100b + c \\ \frac{-b}{2a} = 0 \\ 5 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{1}{400}x^2 + 5.$$

Khi đó, tổng độ dài của các dây cáp treo bằng $OC + 2y_1 + 2y_2 + 2y_3$

$$= 5 + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 25^2 + 5\right) + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 50^2 + 5\right) + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 75^2 + 5\right) = 78,75(\text{m}).$$

Câu 32. Có một cái cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là 10 m. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK = 18\text{ m}$ và khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $BK = 1\text{ m}$. Chiều cao AH của cổng là

A. 20 m.

B. 72 m.

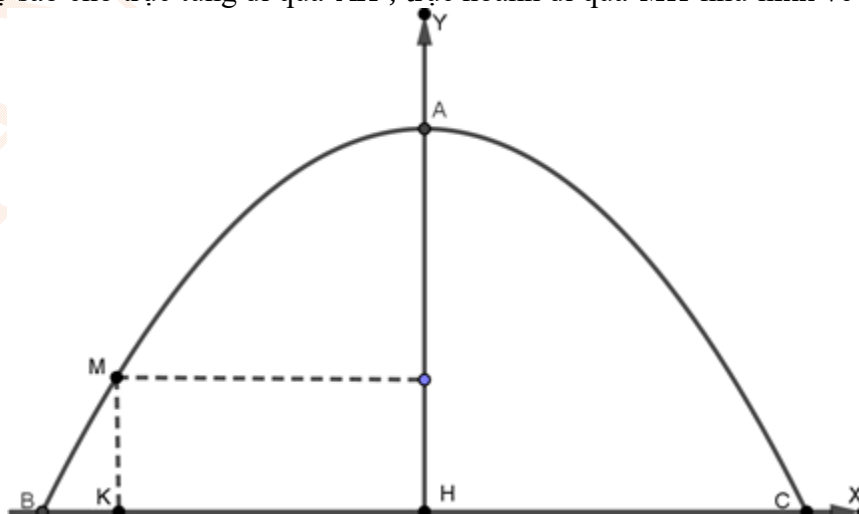
C. 16 m.

D. 50 m.

Lời giải

Chọn D

Chọn hệ trục tọa độ sao cho trục tung đi qua AH, trục hoành đi qua MH như hình vẽ



Hình dạng cái cổng là một Parabol đi qua các điểm như hình vẽ

Khi đó theo giả thiết các điểm $B(-5; 0)$, $C(5; 0)$, $H(0; 0)$ và $M(-4; 18)$

Do Parabol nhận trục tung làm trục đối xứng nên phương trình có dạng: $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$)

Parabol đi qua $B(-5;0)$, $C(5;0)$ và $M(-4;18)$ nên ta có hệ $\begin{cases} 25a + c = 0 \\ 16a + c = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ c = 50 \end{cases}$

Vậy phương trình Parabol là: $y = -2x^2 + 50$. Khi đó $A(0;50)$ là đỉnh của Parabol

Suy ra chiều cao cái cổng là: $AH = 50m$

Câu 33. Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt được độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol. Giả thiết rằng bóng được đá từ độ cao 1m. Sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá nó đạt độ cao 6m. Hỏi sau bao lâu quả bóng chạm đất (Tính chính xác đến hàng phần trăm)?

A. 2,57s.

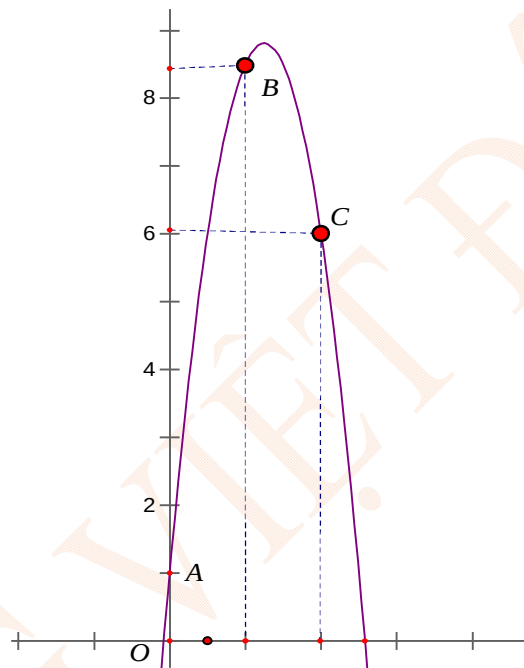
B. 2,58s.

C. 2,59s.

D. 2,60s.

Lời giải

Chọn B



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol. Nên có dạng $y = ax^2 + bx + c$

Theo bài ra gán vào hệ tọa độ và sẽ tương ứng các điểm A, B, C . nên ta có

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 12,5 \\ c = 1 \end{cases}$$

Khi đó parabol có dạng

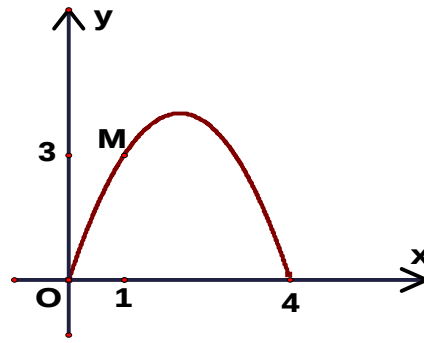
$$y = -5x^2 + 12,5x + 1$$

Để quả bóng rơi xuống đất khi

$$y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx -0,08(\text{loại}) \\ x \approx 2,58(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy $s = 2,58s$.

Câu 34. Tại một khu hội chợ người ta thiết kế cổng chào có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới. Giả sử lập một hệ trục tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như hình vẽ (x và y tính bằng mét). Chân kia của cổng ở vị trí $(4;0)$.



Biết một điểm M trên công có tọa độ $(1;3)$. Hỏi chiều cao của công (vị trí cao nhất của công tới mặt đất) là bao nhiêu mét?

A. 3 mét.

B. 4 mét.

C. 5 mét.

D. Đáp số khác.

Lời giải

Chọn B

Công dạng Parabol có thể xem là đồ thị của hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ (P).

Theo bài ra ta có (P) đi qua 3 điểm sau: $O(0;0)$, $M(1;3)$, $N(0;4)$.

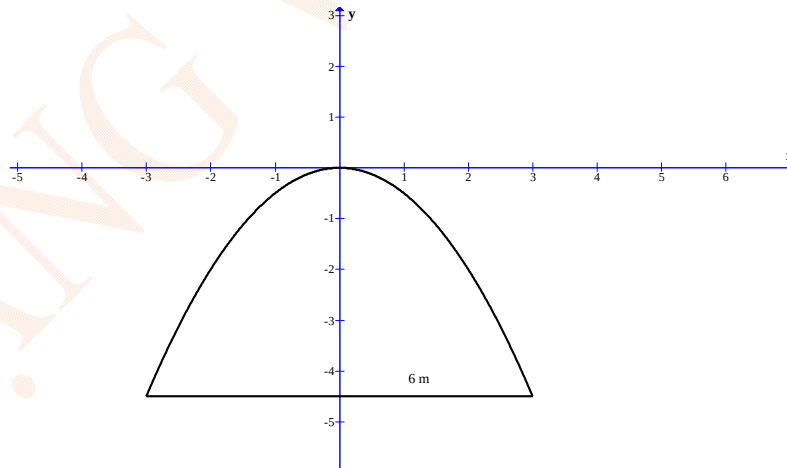
$$\text{Suy ra ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 3 \\ 16a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy Parabol (P) có phương trình là: $y = -x^2 + 4x$. Parabol (P) có đỉnh là $D(2;4)$.

Chiều cao của công là tung độ đỉnh của Parabol (P): $y = -x^2 + 4x$.

Vậy chiều cao của công là 4 mét.

Câu 35. Một chiếc công hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Chiều rộng của công là $6m$. Tính chiều cao của công.



A. $\frac{7}{2}$.

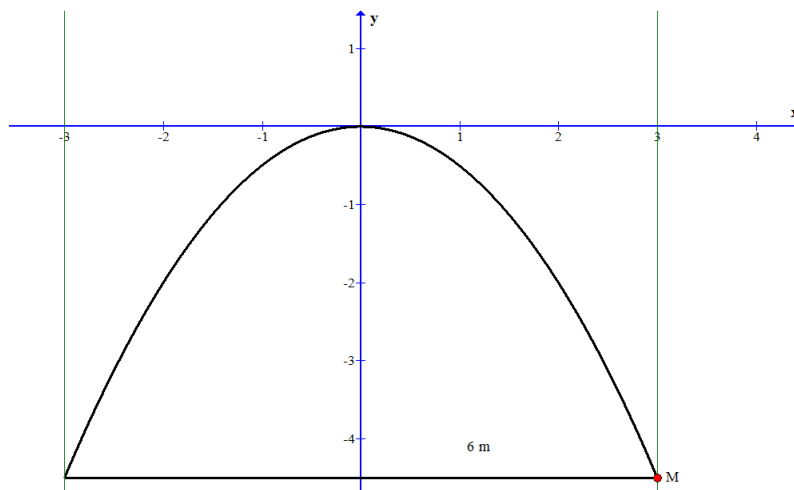
B. 3.

C. $\frac{9}{2}$.

D. 6

Lời giải

Chọn C



Từ chiều rộng của chiếc cổng suy ra $x_M = 3 \Rightarrow y_M = \left| -\frac{1}{2} \cdot 3^2 \right| = \frac{9}{2}$.

Câu 36. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất?

A. 18.

B. 36.

C. 40.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Trọng lượng cá trên đơn vị diện tích là

$$T = (360 - 10n)n = 360n - 10n^2 = -10(n^2 - 36n + 324 - 324) = -10(n - 18)^2 + 3240$$

$$\Rightarrow T_{\max} = 3240 \text{ khi } n = 18.$$

Câu 37. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 (triệu đồng). Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?

A. 30,5 triệu đồng.

B. 29,5 triệu đồng.

C. 30 triệu đồng.

D. 29 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi x (triệu) đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27 = 4 - x$ (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$ (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên

$$\text{Vậy } \max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 38. Khi quả bóng được đá lên, nó đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ

cao 1,2 m. Sau 1 giây nó đạt độ cao 8,5 m và sau 2 giây sau khi đá lên nó đạt độ cao 6 m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

A. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

B. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

C. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$.

D. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình parabol có dạng: $y = at^2 + bt + c$, ($a \neq 0$). Do quỹ đạo quả bóng đi qua các điểm

$$(0;1,2), (1;8,5), (2;6) \text{ nên ta có hệ phương trình: } \begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Vậy $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Câu 39. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $H(x) = 0,025x^2(30 - x)$ trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân trên để huyết áp giảm nhiều nhất

A. 10.

B. 30.

C. 20.

D. 15.

Lời giải

Chọn C

- Theo giả thiết ta có: $0 \leq x \leq 30$.

Áp dụng BĐT Côsi ta được:

$$H(x) = 0,025x^2(30 - x) = \frac{1}{80} \cdot x \cdot x \cdot (60 - 2x) \leq \frac{1}{80} \cdot \left(\frac{x + x + 60 - 2x}{3} \right)^3 = 100.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 60 - 2x \Leftrightarrow x = 20$.

Vậy cần tiêm liều lượng thuốc là 20 miligam để bệnh nhân trên giảm huyết áp nhiều nhất.

Câu 40. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

A. 30,5 triệu đồng.

B. 29,5 triệu đồng.

C. 30 triệu đồng.

D. 29 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi x (triệu) đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27 = 4 - x$ (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$ (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

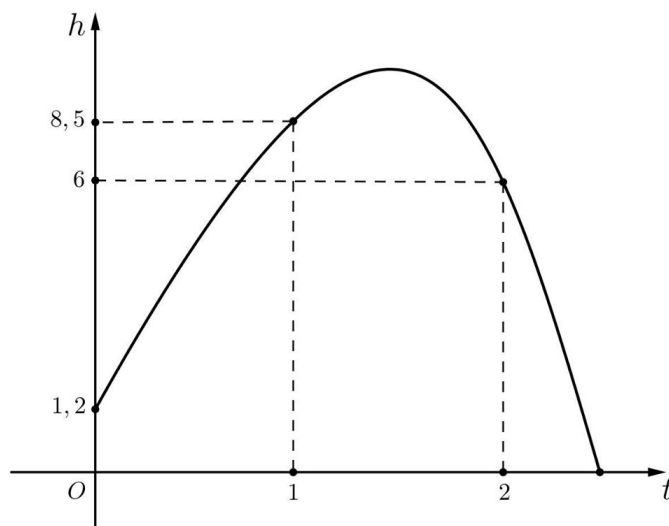
Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên

$$\text{Vậy } \max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 41. Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ

khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8,5m, và sau 2 giây khi đá lên nó ở độ cao 6m.



Độ cao lớn nhất của quả bóng (tính chính xác đến hàng phần ngàn) bằng

A. 8,793m.

B. 8,796m.

C. 8,794m.

D. 8,795m.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có $h(t)$ là một hàm số bậc hai theo biến t , đặt $h(t) = mt^2 + nt + p; m \neq 0$.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

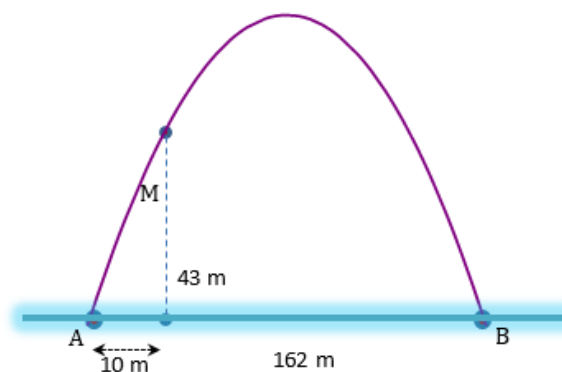
$$\begin{cases} h(0) = 1,2 \\ h(1) = 8,5 \\ h(2) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1,2 \\ m + n + p = 8,5 \\ 4m + 2n + p = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{49}{10} \\ n = \frac{61}{5} \\ p = \frac{6}{5} \end{cases}.$$

Do vậy $h(t) = -\frac{49}{10}t^2 + \frac{61}{5}t + \frac{6}{5}; t \geq 0$, ta có biến đổi như sau

$$h(t) = -\frac{49}{10}\left(t - \frac{61}{49}\right)^2 + \frac{4309}{490} \leq \frac{4309}{490}, \forall t \geq 0.$$

Vậy độ cao lớn nhất của quả bóng bằng $\frac{4309}{490} \approx 8,794$ (mét).

Câu 42. Cổng Ac-xơ tại thành phố Xanh Lu-i (Mĩ) có hình dạng là một parabol hướng bề lõm xuống dưới (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính chiều cao của cổng Ac-xơ (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất).



A. 348,3 m

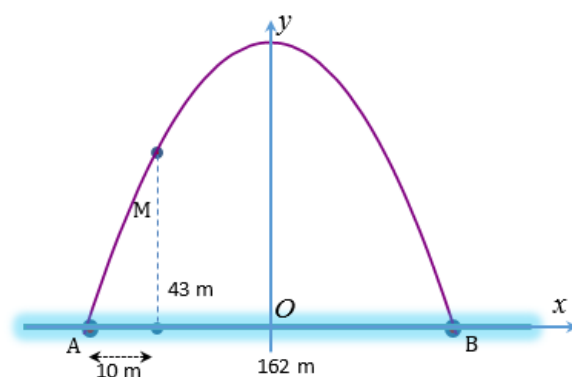
B. 197,5 m.

C. 275,6 m.

D. 185,6 m.

Lời giải

Chọn D



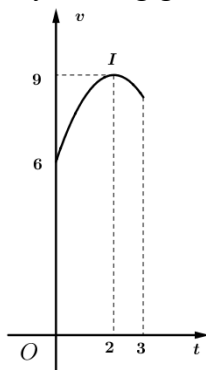
Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Khi đó Parabol có phương trình dạng: $y = ax^2 + c$ ($a < 0$).

$$\text{Parabol đi qua điểm } B(81;0) \text{ và } M(-71;43) \text{ nên } \begin{cases} 0 = a \cdot 81^2 + c \\ 43 = a \cdot (-71)^2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ c = \frac{282123}{1520} \end{cases}.$$

Chiều cao của cổng Ac-xơ là: $h = y(0) = c = \frac{282123}{1520} = 185,6072368$ (m).

Câu 43. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Vận tốc của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. 8,5(km/h).

B. 8,7(km/h).

C. 8,8(km/h).

D. 8,6(km/h).

Lời giải

Chọn C

Vận tốc chuyển động của vật theo thời gian có dạng: $v(t) = at^2 + bt + c$ ($a \neq 0$).

Đồ thị hàm $v(t)$ qua $A(0;6)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 9 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \\ 4a + 2b = 3 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases}.$$

Do đó $v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$.

Vậy vận tốc của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút là $v(2,5) \approx 8,8(\text{km/h})$.

Câu 44. Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống, biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2\text{m}$. Sau đó 1 giây, nó đạt được độ cao $8,5\text{m}$ và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao 6m . Thời gian quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm) là

A. 2,56 giây.

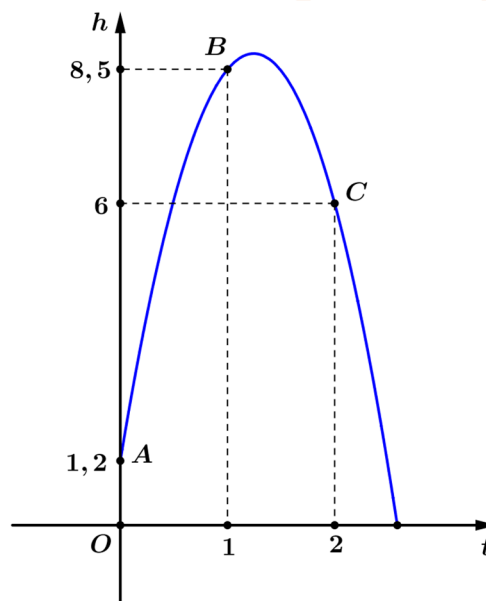
B. 2,59 giây.

C. 2,57 giây.

D. 2,58 giây.

Lời giải

Chọn D



Phương trình của parabol (P) có dạng: $h = at^2 + bt + c$, ($a < 0$)

Theo giả thiết (P) qua các điểm $A(0;1,2)$, $B(1;8,5)$, $C(2;6)$, ta thu được hệ phương trình:

$$\begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Phương trình của (P) : $h = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Thời điểm chạm đất tương ứng với $h = 0$ ta có: $-4,9t^2 + 12,2t + 1,2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6,1 \pm \sqrt{43,09}}{4,9}$

Do $t \geq 0$ nên ta được $t = \frac{6,1 + \sqrt{43,09}}{4,9} \approx 2,58455$ (giây).

Câu 45. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có x con cá ($x \in \mathbb{Z}^+$) thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $480 - 20x$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau mỗi vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 12.

B. 9.

C. 24.

D. 10.

Lời giải

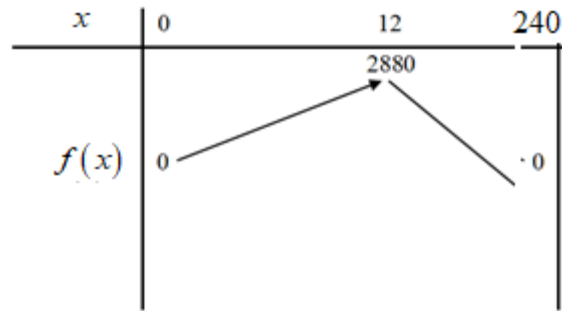
Chọn A

Cân nặng của x con cá là: $f(x) = x \cdot (480 - 20x) = 480x - 20x^2$, ($0 < x < 240$).

Xét hàm số $f(x) = -20x^2 + 480x$ trên $(0; 240)$.

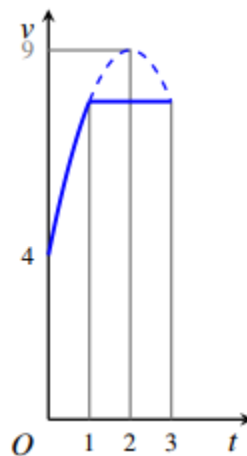
Có hoành độ đỉnh $x = 12$ và hệ số $a = -20 < 0$

Lập bảng biến thiên:



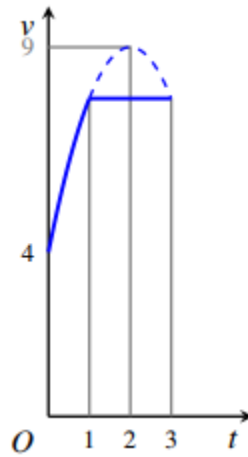
Vậy thu hoạch sản lượng cá nhiều nhất thì phải thả trên một đơn vị diện tích mặt hồ 12 con cá.

Câu 46. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị của hàm số vận tốc như hình dưới. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính vận tốc v của vật tại thời điểm $t = 3$.

A. $v = \frac{61}{4}$.B. $v = \frac{121}{4}$.C. $v = \frac{31}{4}$.D. $v = \frac{89}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử $v(t) = at^2 + bt + c$ ($t \geq 0$)

Ta có:

$$\begin{cases} v(0) = c = 4 \\ v(2) = 4a + 2b + c = 9 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 5 \\ 4a + b = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v(t) = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$$

$$\text{Vậy } t = 3 \Rightarrow v_0(t) = \frac{31}{4}$$

Câu 47. Có một cái cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là 10m. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK = 18\text{m}$ và khoảng cách tới điểm chân cổng gần nhất là $BK = 1\text{m}$. Chiều cao AH của cổng là:

A. 20m.

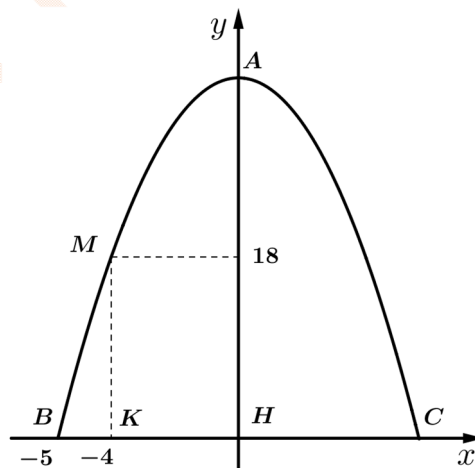
B. 72m.

C. 16m.

D. 50m.

Lời giải

Chọn D

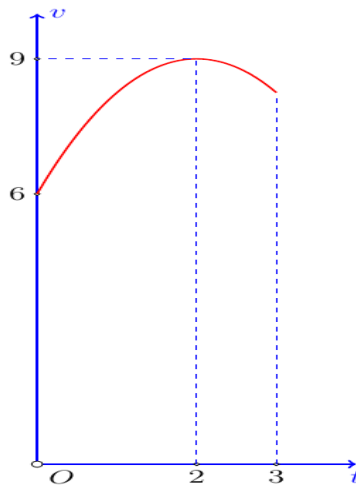


Chọn hệ trục như hình vẽ. Phương trình parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đi qua các điểm $B(-5; 0)$, $M(-4; 18)$ và có trục đối xứng $x = 0$.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 25a - 5b + c = 0 \\ 16a - 4b + c = 18 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25a + c = 0 \\ 16a + c = 18 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 50 \\ a = -2 \\ b = 0 \end{cases}$$

Suy ra (P): $y = -2x^2 + 50$ có tọa độ đỉnh là $A(0;50)$. Vậy chiều cao cổng là 50m.

Câu 48. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. 8,7 (km/h).

B. 8,8 (km/h).

C. 8,5 (km/h).

D. 8,6 (km/h).

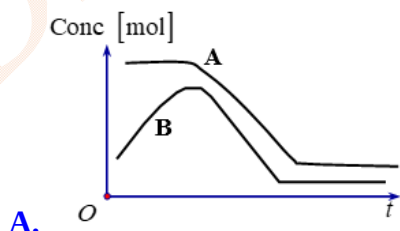
Lời giải

Chọn B

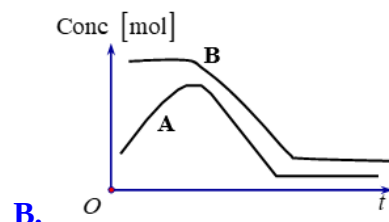
Giả sử (P): $v(t) = at^2 + bt + c$ ($a < 0$). Từ giả thiết suy ra

$$\begin{cases} c = 6 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ 9 = 4a + 2b + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \\ a = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow (P): v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \Rightarrow v(2,5) = 8,8125 (\text{km/h})$$

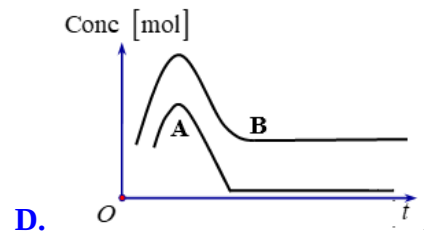
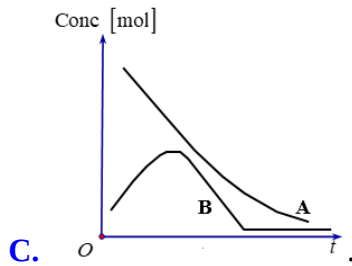
Câu 49. Rót chất A vào một ống nghiệm, rồi đổ thêm chất B vào. Khi nồng độ chất B đạt đến một giá trị nhất định thì chất A mới tác dụng với chất B. Khi phản ứng xảy ra, nồng độ cả hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Đồ thị nồng độ mol theo thời gian nào sau đây thể hiện quá trình của phản ứng?



A.



B.



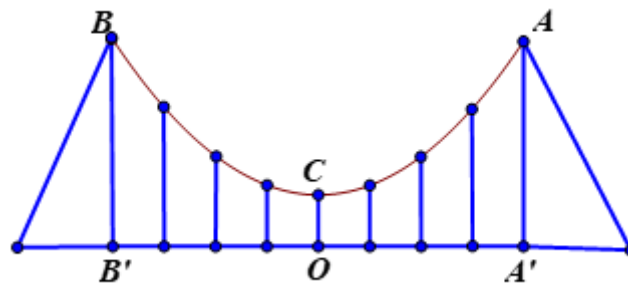
Lời giải

Chọn A

Trước phản ứng nồng độ chất B tăng dần do đó đồ thị nồng độ chất B thể hiện bằng đường đi lên và nồng độ chất A không đổi.

Sau phản ứng nồng độ chất A và B giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn.

Câu 50. Dây truyền đỡ nền cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu cuối của dây được gắn chặt vào điểm A và B trên trục AA' và BB' với độ cao 30m. Chiều dài nhịp $A'B' = 200m$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên nền cầu là $OC = 5m$. Xác định tổng các chiều dài các dây cáp treo (thanh thẳng đứng nối nền cầu với dây truyền)?



A. 37,875 m.

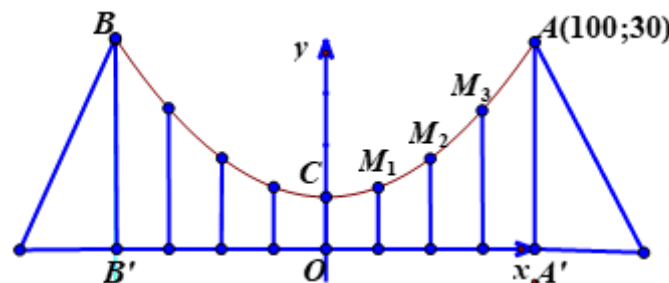
B. 34,875 m.

C. 35,875 m.

D. 36,875 m.

Lời giải

Chọn D



Chọn trục Oy trùng với trục đối xứng của Parabol, trục Ox nằm trên nền cầu như Hình vẽ. Khi đó ta có $A(100;30)$, $C(0;5)$, ta tìm phương trình của Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$. Parabol có đỉnh là C và đi qua A nên ta

$$\text{có hệ phương trình: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 0 \\ a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 5 \\ a \cdot 100^2 + b \cdot 100 + c = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases}$$

Suy ra Parabol có phương trình $y = \frac{1}{400}x^2 + 5$. Bài toán đưa việc xác định chiều dài các dây cáp treo sẽ là tính tung độ những điểm M_1, M_2, M_3 của Parabol. Ta dễ dàng tính được tung độ các

điểm có các hoành độ $x_1 = 25, x_2 = 50, x_3 = 75$ lần lượt là $y_1 = 6,5625(\text{m}), y_2 = 11,25(\text{m}), y_3 = 19,0625(\text{m})$.
Do đó tổng độ dài các dây cáp treo cần tính là
 $6,5625 + 11,25 + 19,0625 = 36,875(\text{m})$.

Câu 51. Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

A. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

B. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

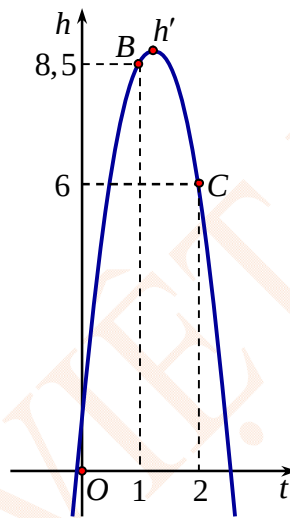
C. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$.

D. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

Lời giải

Chọn B

Tại $t = 0$ ta có $y = h = 1,2$; tại $t = 1$ ta có $y = h = 8,5$; tại $t = 2$, ta có $y = h = 6$.



Chọn hệ trục Oth như hình vẽ.

Parabol (P) có phương trình: $y = at^2 + bt + c$, với $a \neq 0$.

Giả sử tại thời điểm t' thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất h' .

Theo bài ra ta có: tại $t = 0$ thì $h = 1,2$ nên $A(0; 1,2) \in (P)$.

Tại $t = 1$ thì $h = 8,5$ nên $B(1; 8,5) \in (P)$.

Tại $t = 2$ thì $h = 6$ nên $C(2; 6) \in (P)$.

$$\text{Vậy ta có hệ: } \begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1,2 \\ a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số Parabol cần tìm có dạng: $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.