

TRƯỜNG THPT CHUYÊN SƠN LA

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020



Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 05 trang - 50 câu trắc nghiệm

MÃ ĐỀ: 570

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Câu 1. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên đường thẳng d ?

- A. $Q(1;0;0)$. B. $P(5;2;4)$. C. $M(5;5;4)$. D. $N(1;-1;2)$.

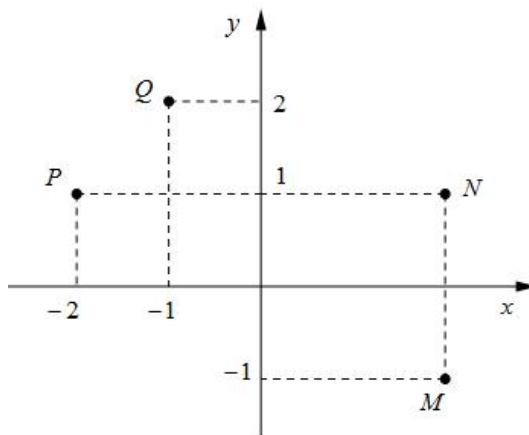
Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_{2020}(x^2 - x + 2020) = 1$ là

- A. $\{-1;0\}$. B. $\{0;1\}$. C. $\{1\}$. D. $\{0\}$.

Câu 4. Công thức thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B có chiều cao h là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{2}Bh$. C. $V = \frac{4}{3}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 5. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?



- A. P . B. N . C. M . D. Q .

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 5.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $I(1;-2;3)$ có đường kính bằng 6 có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 36$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 36$.

Câu 8. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(\frac{b^2}{a}\right)$ bằng

A. $2\log b - \log a$.

B. $2\log b + \log a$.

C. $\log a - \frac{1}{2}\log b$.

D. $2(\log b - \log a)$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = -\frac{2}{3}$. Số hạng thứ năm của (u_n) là

A. $\frac{16}{27}$.

B. $-\frac{16}{27}$.

C. $-\frac{27}{16}$.

D. $\frac{27}{16}$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = -2 + 5i$.

B. $z = 7 - 4i$.

C. $z = 2 + 5i$.

D. $z = 3 - 10i$.

Câu 11. Công thức tính thể tích V của lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{1}{2}Bh$.

B. $V = \frac{1}{3}Bh$.

C. $V = Bh$.

D. $V = 3Bh$.

Câu 12. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó theo l, h, r .

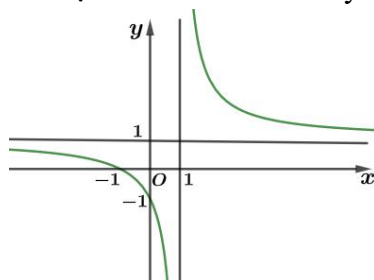
A. $S_{xq} = \pi rl$.

B. $S_{xq} = 2\pi rl$.

C. $S_{xq} = \pi rh$.

D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = x^4 + x^2 + 1$.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 2020)^{\frac{2019}{2021}}$

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{2020\}$.

C. $(2020; +\infty)$.

D. $[2020; +\infty)$.

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ là

A. $e^x - \cos x + C$.

B. $e^x + \sin x + C$.

C. $e^x - \cos x$.

D. $e^x + \cos x + C$.

Câu 16. Số phức liên hợp của số phức $2020 - 2019i$ là

A. $-2020 + 2019i$.

B. $-2020 - 2019i$.

C. $2020 + 2019i$.

D. $-2020 + 2019i$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 0 0

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 18. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A. 9. B. 3. C. 7. D. 12.

Câu 19. Số cách chọn 5 học sinh từ 35 học sinh của một lớp là

- A. 35^5 . B. A_{35}^5 . C. 5^{35} . D. C_{35}^5 .

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 0; 2)$, $C(2; -1; 3)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				1				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -2 -2

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 4 = 0$ là:

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{p} = (3; -2; 1)$, $\vec{q} = (-1; 1; -2)$, $\vec{r} = (2; 1; -3)$ và $\vec{c} = (11; -6; 5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} + \vec{r}$. B. $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$. C. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} - 2\vec{r}$. D. $\vec{c} = 2\vec{p} + 3\vec{q} + \vec{r}$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 + i$. Trên mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là

- A. $(3; 5)$. B. $(2; 5)$. C. $(5; 3)$. D. $(5; 2)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^{2021}(x+3)^{2020}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 1.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$, $B(-2; 2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $3x - y - z = 0$. C. $x + y + 2z - 6 = 0$. D. $3x + y + z - 6 = 0$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến đường thẳng

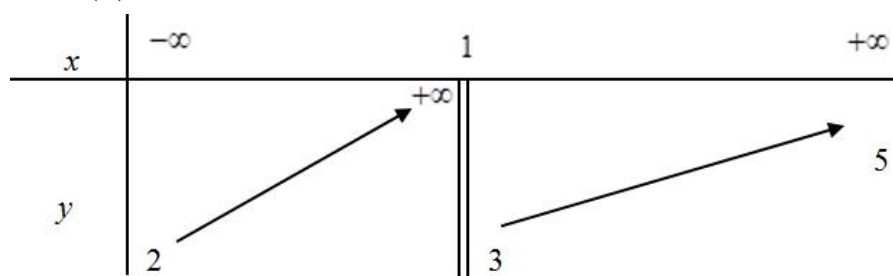
$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$$

- A. $\sqrt{2}$. B. 3. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 27. Cho khối nón có đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích đáy của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x+3} < 27$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 + 3x$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của (C) và trục hoành là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 32. Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x)\ln 2}$. B. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$.
C. $f'(x) = \frac{(2x - 2)\ln 2}{x^2 - 2x}$. D. $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

Câu 33. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 20. B. 56. C. 16. D. 26.

Câu 34. Viết công thức tính thể tích V của vật thể T giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 2019$ và $x = 2020$, vật thể T bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x ($2019 \leq x \leq 2020$) có thiết diện là một hình vuông độ dài cạnh là a .

- A. $V = \pi \int_{2019}^{2020} a^2 dx$. B. $V = \pi \int_{2019}^{2020} a dx$. C. $V = \int_{2019}^{2020} a^2 dx$. D. $V = \int_{2019}^{2020} a dx$.

Câu 35. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 4 và diện tích xung quanh bằng 16π . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 64π . B. 32π . C. 16π . D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 36. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$.

- A. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{67}{27}$. B. $\max_{[1;3]} f(x) = -2$. C. $\max_{[1;3]} f(x) = -4$. D. $\max_{[1;3]} f(x) = -7$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3}{2}a$. Tính khoảng cách giữa BD và SC .

- A. $\frac{5a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{5a\sqrt{2}}{12}$.

Câu 38. Ông Tuấn gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Tuấn rút toàn bộ tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để ông Tuấn nhận được số tiền lãi nhiều hơn 40 triệu đồng (Giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi).

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$. B. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0]$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

- A. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$. B. $S = \frac{7a^2}{3}$. C. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$. D. $S = \frac{49a^2}{114}$.

Câu 41. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(1) = 1$ và $\int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{3}$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx$$

- A. $I = \frac{4}{3}$. B. $I = \frac{2}{3}$. C. $I = -\frac{2}{3}$. D. $I = \frac{1}{3}$.

Câu 42. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh gồm 3 nam 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{20}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 43. Tích phân $\int_{-2}^2 \frac{x^{2020}}{e^x + 1} dx = \frac{2^a}{b}$. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 0$. B. $S = 2021$. C. $S = 2020$. D. $S = 4042$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2020; 2020)$ để phương trình $e^x = \ln(x + 2m) + 2m$ có nghiệm?

- A. 2019. B. 2020. C. 2021. D. 4039.

Câu 45. Gọi S là tập hợp những giá trị của tham số m để hàm số sau không có cực trị trên $\mathbb{R}$.

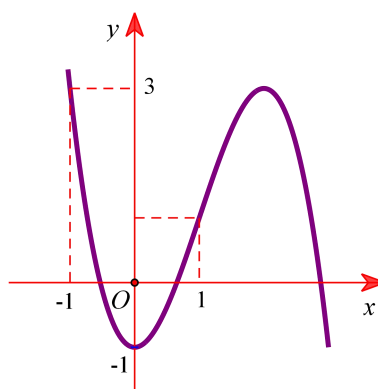
$f(x) = \frac{1}{4}m^2 \cdot e^{4x} + \frac{1}{3}m \cdot e^{3x} - \frac{1}{2}e^{2x} - (m^2 + m - 1)e^x$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. -1 .

Câu 46. Gọi S là tập hợp những giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 12x + m|$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 12. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

- A. 25. B. 4. C. 15. D. 21.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\cos x) + (m - 2019)f(\cos x) + m - 2020 = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là



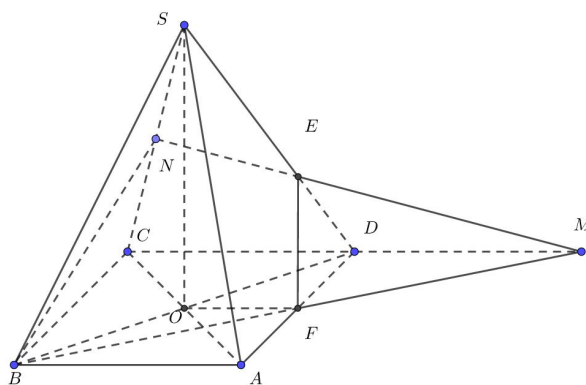
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 48. Cho a, b, c là các số thực lớn hơn 1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{4040}{\log_{\sqrt{bc}} a} + \frac{1010}{\log_{ac} \sqrt{b}} + \frac{8080}{3 \log_{ab} \sqrt[3]{c}}$$
 bằng

- A. 2020. B. 16160. C. 20200. D. 13130.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần (như hình vẽ bên). Tỉ số thể tích giữa hai phần $\frac{V_{SABFEN}}{V_{BFDCNE}}$ bằng



- A. $\frac{7}{5}$ B. $\frac{7}{6}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{7}{4}$.

Câu 50. Cho x là số thực dương và y là số thực thỏa mãn $2^{x+\frac{1}{x}} = \log_2 \left[14 - (y-2)\sqrt{y+1} \right]$. Giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 2020$ bằng

A. 2022.

B. 2020.

C. 2021.

D. 2019.

---HẾT---

TRƯỜNG THPT CHUYÊN SƠN LA

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020



Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 05 trang - 50 câu trắc nghiệm

MÃ ĐỀ: 570

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	D	D	D	B	A	A	B	C	A	C	C	A	C	D	D	D	C	D	B	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	B	D	B	D	D	C	C	B	B	C	B	A	A	A	D	D	A	A	A	C	C	A	C

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

B. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

C. $2\pi r^2 h$.

D. $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$. Điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên đường thẳng d ?

A. $Q(1;0;0)$.

B. $P(5;2;4)$.

C. $M(5;5;4)$.

D. $N(1;-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Dễ nhận thấy d đi qua điểm $(1;-1;0)$ vì vậy loại A, D . Thay tọa độ điểm

$P(5;2;4): \frac{5-1}{2} \neq \frac{2+1}{3}$ nên loại B . Vậy đáp án là C .

(Có thể thử lại $\frac{5-1}{2} = \frac{5+1}{3} = \frac{4}{2} \Rightarrow M \text{ tm}$)

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_{2020}(x^2 - x + 2020) = 1$ là

A. $\{-1;0\}$.

B. $\{0;1\}$.

C. $\{1\}$.

D. $\{0\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{2020}(x^2 - x + 2020) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2020 = 2020 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$.

Câu 4. Công thức thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B có chiều cao h là

A. $V = Bh$.

B. $V = \frac{1}{2}Bh$.

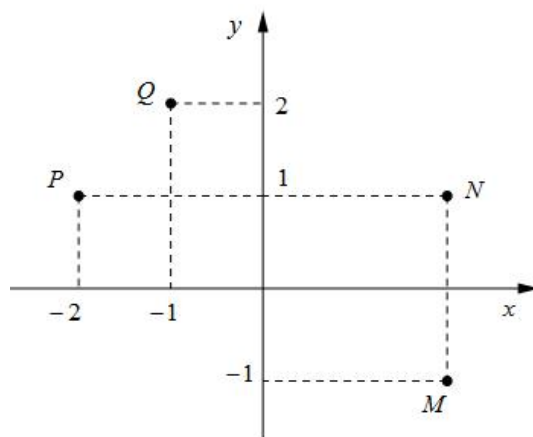
C. $V = \frac{4}{3}Bh$.

D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?



- A. P. B. N. C. M. **D. Q.**

Lời giải

Chọn D

Điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là $Q(-1; 2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 1 5 $-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. **D. 5.**

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $I(1; -2; 3)$ có đường kính bằng 6 có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$ **B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$**
 C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 36$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 36$

Lời giải

Chọn B

Đường kính bằng 6 suy ra $R = 3$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 8. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(\frac{b^2}{a}\right)$ bằng

- A. $2\log b - \log a$** B. $2\log b + \log a$ C. $\log a - \frac{1}{2}\log b$ D. $2(\log b - \log a)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log\left(\frac{b^2}{a}\right) = \log b^2 - \log a = 2\log b - \log a$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = -\frac{2}{3}$. Số hạng thứ năm của (u_n) là

A. $\frac{16}{27}$.

B. $-\frac{16}{27}$.

C. $-\frac{27}{16}$.

D. $\frac{27}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{27}$

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = -2 + 5i$.

B. $z = 7 - 4i$.

C. $z = 2 + 5i$.

D. $z = 3 - 10i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = z_1 + z_2 = (5 - 7i) + (2 + 3i) = 7 - 4i$.

Câu 11. Công thức tính thể tích V của lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{1}{2} Bh$.

B. $V = \frac{1}{3} Bh$.

C. $V = Bh$.

D. $V = 3Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó theo l, h, r .

A. $S_{xq} = \pi rl$.

B. $S_{xq} = 2\pi rl$.

C. $S_{xq} = \pi rh$.

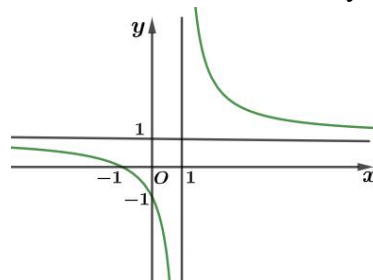
D. $S_{xq} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = x^4 + x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận nên ta loại đáp án A và B.
Vì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$ nên ta loại đáp án D.
Chọn đáp án **C.**

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 2020)^{\frac{2019}{2021}}$

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{2020\}$.

C. $(2020; +\infty)$.

D. $[2020; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x - 2020 > 0 \Leftrightarrow x > 2020$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2020; +\infty)$.

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ là

- A.** $e^x - \cos x + C$. **B.** $e^x + \sin x + C$. **C.** $e^x - \cos x$. **D.** $e^x + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int (e^x + \sin x) dx = e^x - \cos x + C.$$

Câu 16. Số phức liên hợp của số phức $2020 - 2019i$ là

- A.** $-2020 + 2019i$. **B.** $-2020 - 2019i$. **C.** $2020 + 2019i$. **D.** $-2020 + 2019i$.

Lời giải

Chọn C

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 18. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A.** 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx + 2 \int_0^1 g(x) dx = 2 + 2 \cdot 5 = 12.$$

Câu 19. Số cách chọn 5 học sinh từ 35 học sinh của một lớp là

- A.** 35^5 . **B.** A_{35}^5 . **C.** 5^{35} . **D.** C_{35}^5 .

Lời giải

Chọn D

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0), B(2; 0; 2), C(2; -1; 3)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

- A.** $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2), \overrightarrow{AD} = (0; -1; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] = (-4; -3; -1)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABD) .

Suy ra đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có véc tơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (4; 3; 1). \text{ Do đó phương trình đường thẳng cần tìm là } \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Dễ thấy đường thẳng này đi qua điểm $E(-2; -4; 2)$ nên **chọn phương án C**.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				1				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -2 -2

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 4 = 0$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$2f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2.$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: phương trình $f(x) = -2$ có 2 nghiệm.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{p} = (3; -2; 1)$, $\vec{q} = (-1; 1; -2)$, $\vec{r} = (2; 1; -3)$ và $\vec{c} = (11; -6; 5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} + \vec{r}$.

B. $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.

C. $\vec{c} = 3\vec{p} - 2\vec{q} - 2\vec{r}$.

D. $\vec{c} = 2\vec{p} + 3\vec{q} + \vec{r}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r} = (6 + 3 + 2; -4 - 3 + 1; 2 + 6 - 3) = (11; -6; 5) = \vec{c}.$$

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 + i$. Trên mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là:

A. $(3; 5)$.

B. $(2; 5)$.

C. $(5; 3)$.

D. $(5; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có số phức } z_1 + 2z_2 = 5 + 3i \text{ có điểm biểu diễn là } (3; 5).$$

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^{2021}(x+3)^{2020}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$-$	0
$f(x)$	$+\infty$		-5	0	-32	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

- A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $3x - y - z = 0$. C. $x + y + 2z - 6 = 0$. D. $3x + y + z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ và nhận vector $\overrightarrow{AB} = (-6;2;2)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình:

$$-6x + 2y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases} \text{ bằng}$$

- A. $\sqrt{2}$. B. 3. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Gọi $H(1+t;1+t;-t)$ là hình chiếu của điểm $M(1;3;2)$ lên đường thẳng Δ .

$\overrightarrow{MH} = (t; t-2; -t-2)$, vector chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;1;-1)$

Khi đó

$$\begin{aligned} MH \perp \Delta &\Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \\ &\Leftrightarrow 1 \cdot t + 1 \cdot (t-2) - 1 \cdot (-t-2) = 0 \\ &\Leftrightarrow t = 0 \end{aligned}$$

Vậy điểm $H(1;1;0)$, Khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến đường thẳng Δ bằng

$$d = |\overrightarrow{MH}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 27. Cho khối nón có đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích đáy của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

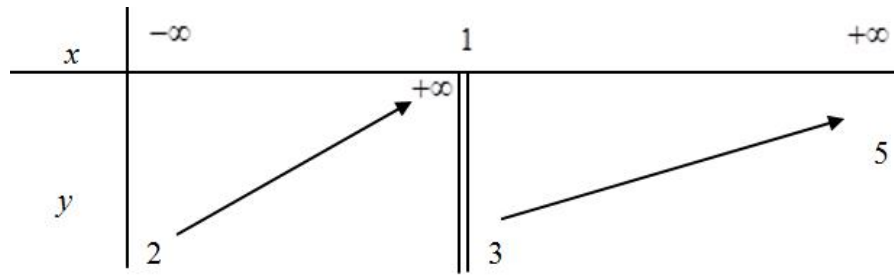
Lời giải

Chọn B

Chiều cao của khối nón đã cho bằng $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a$.

Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. **B. 3.** C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ vậy $x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ suy ra $y = 5$; $y = 2$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

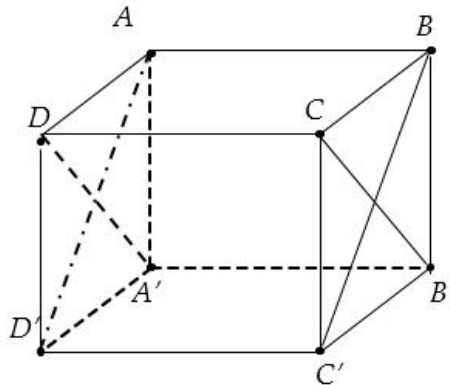
Do đó tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

- A. 30° . B. 45° C. 60° . **D. 90° .**

Lời giải

Chọn D



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AB \perp (BCC'B') \Rightarrow AB \perp B'C$

Mặt khác: $BC' \perp B'C \Rightarrow B'C \perp (ABC'D')$

Ta có $B'C \subset (A'B'CD) \Rightarrow (ABC'D') \perp (A'B'CD)$.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x+3} < 27$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. **B. $(0; 2)$.** C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x^2-2x+3} < 27 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 0 \Leftrightarrow (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 + 3x$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của (C) và trục hoành là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình trục hoành là: $y = 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x$ với trục hoành là:

$$x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (do } x^2 + 3 > 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R})$$

Suy ra (C) cắt trục hoành tại 1 giao điểm.

Câu 32. Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

B. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$.

C. $f'(x) = \frac{(2x - 2)\ln 2}{x^2 - 2x}$.

D. $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ là: $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$

Câu 33. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

A. 20.

B. 56.

C. 16.

D. 26.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta = (-6)^2 - 4.1.10 = -4$.

Phương trình có 2 nghiệm phức phân biệt là: $z_1 = \frac{6 + i\sqrt{4}}{2} = 3 + i$ và $z_2 = \frac{6 - i\sqrt{4}}{2} = 3 - i$.

Suy ra $z_1^2 + z_2^2 = (3 + i)^2 + (3 - i)^2 = 16$

Có thể dùng Viet để giải.

Câu 34. Viết công thức tính thể tích V của vật thể T giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 2019$ và $x = 2020$, vật thể T bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x ($2019 \leq x \leq 2020$) có thiết diện là một hình vuông độ dài cạnh là a .

A. $V = \pi \int_{2019}^{2020} a^2 dx$.

B. $V = \pi \int_{2019}^{2020} a dx$.

C. $V = \int_{2019}^{2020} a^2 dx$.

D. $V = \int_{2019}^{2020} a dx$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của vật thể T là $V = \int_{2019}^{2020} S(x) dx = \int_{2019}^{2020} a^2 dx$.

Câu 35. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 4 và diện tích xung quanh bằng 16π . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 64π .

B. 32π .

C. 16π .

D. $\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = 2\pi r.h \Leftrightarrow 16\pi = 2\pi.4.h \Leftrightarrow h = 2$.

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V = \pi r^2.h = \pi 4^2.2 = 32\pi$.

Câu 36. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $[1;3]$

A. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{67}{27}$.

B. $\max_{[1;3]} f(x) = -2$.

C. $\max_{[1;3]} f(x) = -4$.

D. $\max_{[1;3]} f(x) = -7$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$.

$f(1) = -4, f(2) = -7, f(3) = -2$. Vậy $\max_{[1;3]} f(x) = -2$.

Câu 37. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3}{2}a$. Tính khoảng cách giữa BD và SC .

A. $\frac{5a\sqrt{2}}{4}$.

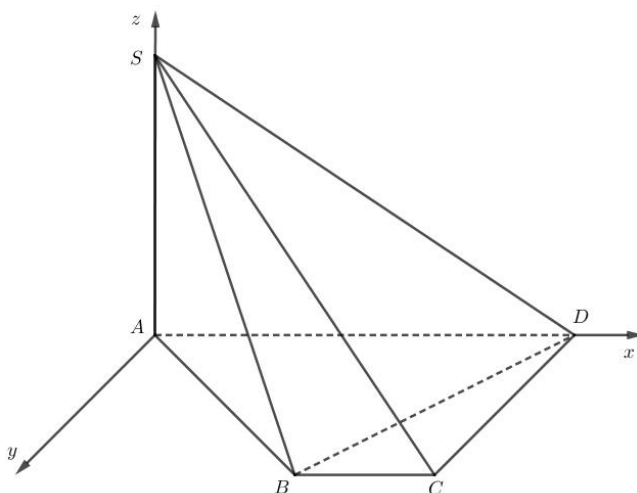
B. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{5a\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AB = BC = CD = \frac{AD}{2} = a$.

Gắn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ. Ta có:

$A(0;0;0)$, $S\left(0;0;\frac{3}{2}\right)$, $D(2;0;0)$, $B\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $C\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

$\overrightarrow{SD} = \left(2;0;-\frac{3}{2}\right)$, $\overrightarrow{SC} = \left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{3}{2}\right)$, $\overrightarrow{BD} = \left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

$[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD}] = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{4}; -\frac{9}{4}; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

$$d_{(SC;BD)} = \frac{\left| \left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD} \right] \cdot \overrightarrow{SD} \right|}{\left| \left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD} \right] \right|} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Cách 2: làm bằng hình học thuần túy cũng đơn giản.

Câu 38. Ông Tuấn gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Tuấn rút toàn bộ tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để ông Tuấn nhận được số tiền lãi nhiều hơn 40 triệu đồng (Giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi).

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Số tiền lãi ông Tuấn nhận được sau n năm là:

$$L_n = 100(1 + 0,12)^n - 100.$$

$$Ycbt \Leftrightarrow L_n > 40 \Leftrightarrow 100 \cdot 1,12^n - 100 > 40 \Leftrightarrow 1,12^n > \frac{7}{5} \Rightarrow n > 2,97.$$

Do đó, $n = 3$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$.

B. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9$.

$$Ycbt \Leftrightarrow -3x^2 - 12x + 4m - 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{3}{4}(x^2 + 4x + 3), \forall x \in (-\infty; -1)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \frac{3}{4}[(x+2)^2 - 1], \forall x \in (-\infty; -1)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{x \in (-\infty; -1)} \left\{ \frac{3}{4}[(x+2)^2 - 1] \right\} = -\frac{3}{4}.$$

Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

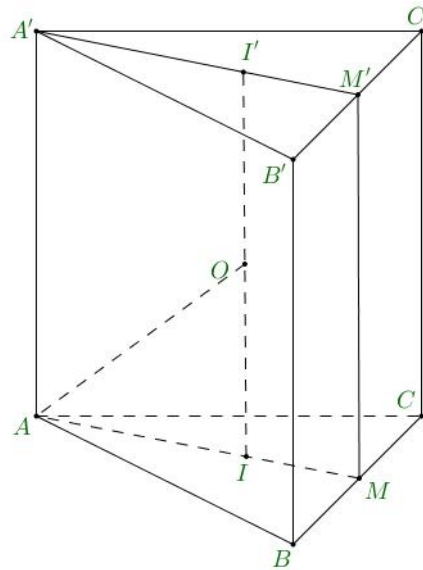
B. $S = \frac{7a^2}{3}$.

C. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$.

D. $S = \frac{49a^2}{114}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, I' lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, A'B'C'$, O là trung điểm của II' . Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

Ta có $AI = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $OI = \frac{a}{2}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $R = OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{12}}$.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{7a^2}{12} = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 41. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(1)=1$ và $\int_0^1 f(t)dt = \frac{1}{3}$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx$$

A. $I = \frac{4}{3}$.

B. $I = \frac{2}{3}$.

C. $I = -\frac{2}{3}$

D. $I = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sin x$, $dt = \cos x dx$.

Đổi cận

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	0	1

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx = \int_0^1 2t \cdot f'(t) dt.$$

Đặt $\begin{cases} u = 2t \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dt \\ v = f(t) \end{cases}$

$$I = (2t \cdot f(t)) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 f(t) dt = 2 \cdot f(1) - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

Câu 42. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh gồm 3 nam 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học

sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{20}$

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Sắp 6 học sinh vào 6 cái ghế có 6! cách.

Suy ra $n(\Omega) = 6!$.

Đánh số thứ tự 6 cái ghế như hình bên dưới

1	2	3
6	5	4

Gọi A là biến cố: “Nam nữ ngồi đối diện”.

Học sinh nam thứ nhất có 6 cách chọn một vị trí ngồi.

Học sinh nam thứ hai có 4 cách chọn một vị trí ngồi (trừ vị trí đối diện với người nam thứ nhất).

Học sinh nam thứ ba có hai cách chọn một vị trí ngồi (trừ hai vị trí đối diện với hai nam thứ nhất và thứ hai).

Xếp ba học sinh nữ vào ba vị trí còn lại có 3! cách.

$$n(A) = 6.4.2.3!$$

$$P(A) = \frac{6.4.2.3!}{6!} = \frac{2}{5}.$$

Câu 43. Tích phân $\int_{-2}^2 \frac{x^{2020}}{e^x + 1} dx = \frac{2^a}{b}$. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 0$.

B. $S = 2021$.

C. $S = 2020$.

D. $S = 4042$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2020}}{e^x + 1} dx.$$

Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận $x = -2 \Rightarrow t = 2; x = 2 \Rightarrow t = -2$.

$$\text{Ta được } I = \int_2^{-2} \frac{(-t)^{2020}}{e^{-t} + 1} \cdot (-dt) = \int_{-2}^2 \frac{t^{2020}}{\frac{1}{e^t} + 1} dt = \int_{-2}^2 \frac{t^{2020} \cdot e^t}{e^t + 1} dt = \int_{-2}^2 \frac{x^{2020} \cdot e^x}{e^x + 1} dx.$$

$$\text{Suy ra } 2I = I + I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2020}}{e^x + 1} dx + \int_{-2}^2 \frac{x^{2020} \cdot e^x}{e^x + 1} dx = \int_{-2}^2 x^{2020} dx = \frac{x^{2021}}{2021} \Big|_{-2}^2 = \frac{2^{2021} - (-2)^{2021}}{2021} = \frac{2^{2022}}{2021}.$$

Do đó $I = \frac{2^{2021}}{2021}$. Suy ra $a = b = 2021$. Vậy $S = a + b = 4042$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2020; 2020)$ để phương trình $e^x = \ln(x + 2m) + 2m$ có nghiệm?

A. 2019.

B. 2020.

C. 2021.

D. 4039.

Lời giải

Chọn A

Ta có $e^x = \ln(x + 2m) + 2m \Leftrightarrow e^x + x = \ln(x + 2m) + x + 2m \Leftrightarrow e^x + x = e^{\ln(x + 2m)} + \ln(x + 2m)$ (*).

Xét hàm số $f(t) = e^t + t$ với $t \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(t) = e^t + 1 > 0, \forall t$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow f(x) = f(\ln(x+2m)) \Leftrightarrow x = \ln(x+2m) \Leftrightarrow x+2m = e^x \Leftrightarrow 2m = e^x - x$.

Xét hàm số $g(x) = e^x - x \Rightarrow g'(x) = e^x - 1 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biên thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	0	$-$	0
$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Từ bảng biên thiên suy ra phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $2m \geq 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}, m \in (-2020; 2020)$ nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 2019\}$.

Vậy có 2019 giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-2020; 2020)$ để phương trình $e^x = \ln(x+2m) + 2m$ có nghiệm.

Câu 45. Gọi S là tập hợp những giá trị của tham số m để hàm số sau không có cực trị trên $\mathbb{R}$.

$f(x) = \frac{1}{4}m^2 \cdot e^{4x} + \frac{1}{3}m \cdot e^{3x} - \frac{1}{2}e^{2x} - (m^2 + m - 1)e^x$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. $-\frac{2}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. -1 .

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = m^2 \cdot e^{4x} + m \cdot e^{3x} - e^{2x} - (m^2 + m - 1)e^x = e^x(m^2 \cdot e^{3x} + m \cdot e^{2x} - e^x - m^2 - m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 \cdot e^{3x} + m \cdot e^{2x} - e^x - m^2 - m + 1 = 0.$$

Đặt $t = e^x > 0$ ta có

Ta có: $m^2 t^3 + m t^2 - t - m^2 - m + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow m^2(t^3 - 1) + m(t^2 - 1) + 1 - t = 0 \Leftrightarrow (t - 1)[m^2(t^2 + t + 1) + m(t + 1) - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 1)[m^2 t^2 + (m^2 + m)t + m^2 + m - 1] = 0$$

Điều kiện cần để hàm số không có cực trị thì phương trình $m^2 t^2 + (m^2 + m)t + m^2 + m - 1$ có nghiệm $t = 1 \Leftrightarrow 3m^2 + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1, m = \frac{1}{3}$.

Thử lại ta thấy với hai giá trị m trên ta đều có nghiệm đơn $t = 1$.

Vậy hai giá trị $m = -1, m = \frac{1}{3}$ thỏa mãn.

Câu 46. Gọi S là tập hợp những giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số

$f(x) = |x^3 - 12x + m|$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 12. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. 25.

B. 4.

C. 15.

D. 21.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 12x + m$ ($1 \leq x \leq 3$) $g'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2, x = -2$.

$g(1) = m - 11, g(2) = m - 16, g(3) = m - 9$.

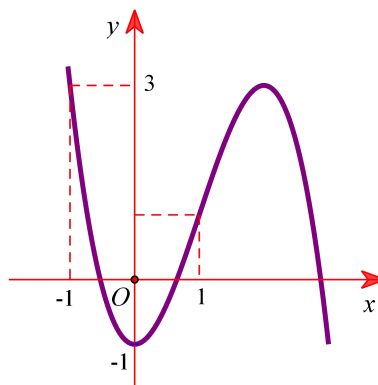
Suy ra $\max_{[1;3]} f(x) = \{|m - 16|; |m - 9|\}$.

Giả sử $|m - 16| = 12 \Leftrightarrow m = 28, m = 4$ thử lại ta thấy $m = 4$ nhận.

Giả sử $|m - 9| = 12 \Leftrightarrow m = 21, m = -3$ thử lại ta thấy $m = 21$ nhận.

Vậy $m = 4$ và $m = 21$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\cos x) + (m - 2019)f(\cos x) + m - 2020 = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là



A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

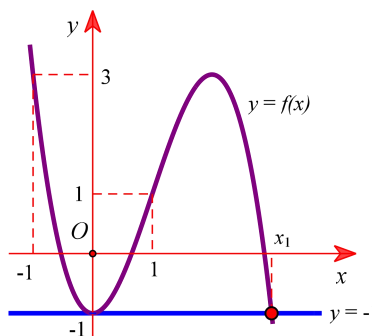
Chọn C

$$\text{Ta có } f^2(\cos x) + (m - 2019)f(\cos x) + m - 2020 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos x) = -1 \\ f(\cos x) = 2020 - m \end{cases} \quad (1)$$

* Với $f(\cos x) = -1$

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có } f(\cos x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = x_1 \quad (x_1 > 1) \end{cases} (VN) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$$



* Với $f(\cos x) = 2020 - m$

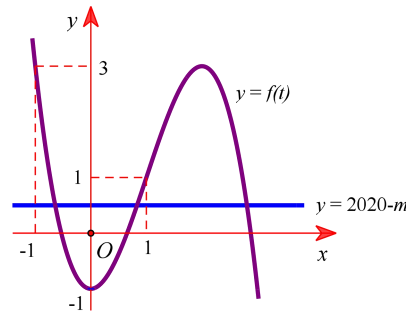
Đặt $t = \cos x \quad (t \in [-1; 1])$

Với $t \in (-1; 1]$ thì phương trình $t = \cos x$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $[0; 2\pi]$.

Với $t = -1$ thì phương trình $t = \cos x$ có một nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$

Phương trình trở thành $f(t) = 2020 - m$

Để phương trình (1) có tất cả 6 nghiệm phân biệt thì phương trình $f(\cos x) = 2020 - m$ có 4 nghiệm phân biệt, hay phương trình $f(t) = 2020 - m$ có hai nghiệm $t \in (-1; 1]$



Dựa vào đồ thị ta có để phương trình $f(t) = 2020 - m$ có hai nghiệm $t \in (-1; 1]$ thì $-1 < 2020 - m \leq 1 \Leftrightarrow 2019 \leq m < 2021$

Vì m nguyên nên $m \in \{2019; 2020\}$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 48. Cho a, b, c là các số thực lớn hơn 1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{4040}{\log_{\sqrt{bc}} a} + \frac{1010}{\log_{ac} \sqrt{b}} + \frac{8080}{3 \log_{ab} \sqrt[3]{c}}$$
 bằng

A. 2020.

B. 16160.

C. 20200.

D. 13130.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } P = \frac{4040}{\log_{\sqrt{bc}} a} + \frac{1010}{\log_{ac} \sqrt{b}} + \frac{8080}{3 \log_{ab} \sqrt[3]{c}} = \frac{4040}{2 \log_{bc} a} + \frac{1010}{\frac{1}{2} \log_{ac} b} + \frac{8080}{3 \cdot \frac{1}{3} \log_{ab} c}$$

$$= 2020 \log_a bc + 2020 \log_b ac + 8080 \log_c ab$$

$$= 2020 (\log_a b + \log_a c) + 2020 (\log_b a + \log_b c) + 8080 (\log_c a + \log_c b)$$

$$= 2020 \log_a b + 2020 \log_b a + 2020 \log_a c + 8080 \log_c a + 2020 \log_b c + 8080 \log_c b$$

Vì $a, b, c > 1$ nên các số $\log_a b, \log_b a, \log_a c, \log_c a, \log_b c, \log_c b > 0$

Khi đó ta có

$$2020 \log_a b + 2020 \log_b a \geq 2 \sqrt{2020^2 \log_a b \log_b a} = 4040$$

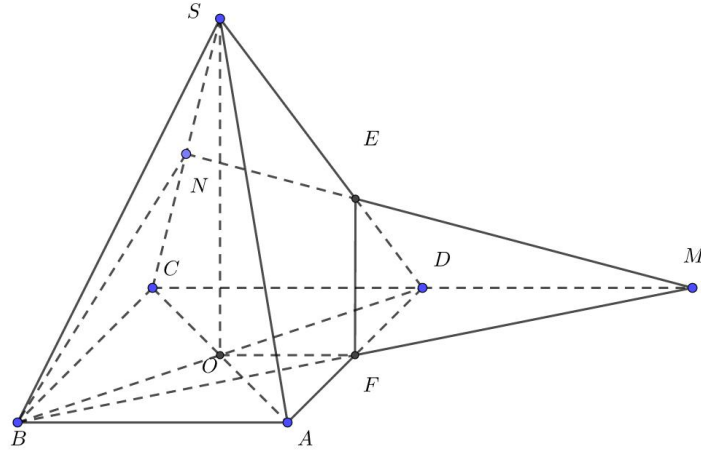
$$2020 \log_a c + 8080 \log_c a \geq 2 \sqrt{4040^2 \log_a c \log_c a} = 8080$$

$$2020 \log_b c + 8080 \log_c b \geq 2 \sqrt{4040^2 \log_b c \log_c b} = 8080$$

$$\text{Suy ra } P \geq 4040 + 8080 + 8080 = 20200$$

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp

$S.ABCD$ thành hai phần (như hình vẽ bên). Tỉ số thể tích giữa hai phần $\frac{V_{SABFEN}}{V_{BFDCNE}}$ bằng



A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{7}{6}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có N là trung điểm của SO , D là trung điểm của CM nên E là trọng tâm tam giác SCM .
Ký hiệu h, S, V tương ứng là chiều cao, diện tích đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ ta có

$$S_{BCM} = S \Rightarrow V_{N.BCM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot S = \frac{V}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \frac{V_{M.EDF}}{V_{M.NCB}} = \frac{ME}{MN} \cdot \frac{MD}{MC} \cdot \frac{MF}{MB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow V_{M.EDF} = \frac{V}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{V}{12}.$$

$$\text{Như vậy } V_{BFDCNE} = \frac{V}{2} - \frac{V}{12} = \frac{5V}{12} \Rightarrow V_{SABFEN} = \frac{7V}{12} \Rightarrow \frac{V_{SABFEN}}{V_{BFDCNE}} = \frac{7}{5}.$$

Câu 50. Cho x là số thực dương và y là số thực thỏa mãn $2^{x+\frac{1}{x}} = \log_2 [14 - (y-2)\sqrt{y+1}]$. Giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 2020$ bằng

A. 2022.

B. 2020.

C. 2021.

D. 2019.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2, \forall x > 0 \Rightarrow 2^{x+\frac{1}{x}} \geq 4$.

Đặt $\sqrt{y+1} = t, t \geq 0$ thu được

$$14 - (y-2)\sqrt{y+1} = 14 - (t^2-3)t = -t^3 + 3t + 14 = 16 - (t-1)^2(t+2) \leq 16, \forall t \geq 0.$$

$$\text{Đến } \log_2 [14 - (y-2)\sqrt{y+1}] \leq \log_2 16 = 4.$$

Như vậy hai vế bằng nhau khi dấu đẳng thức xảy ra tức là

$$\begin{cases} t = 1 \\ x = \frac{1}{x} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x = 1; y = 0 \Rightarrow P = x^2 + y^2 - xy + 2020 = 2021.$$

---HẾT---