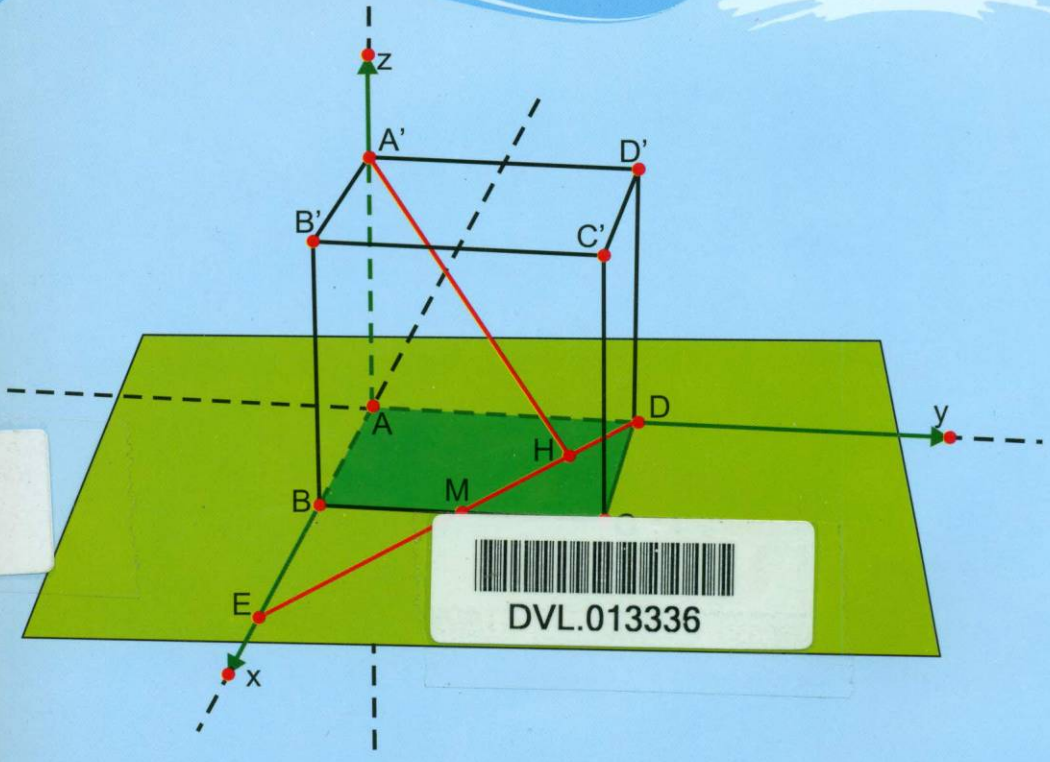
510.76
L527C

Ô LONG HẬU - MAI TRƯỜNG GIÁO

LUYỆN CHỌN NHANH ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Toán 12



DVL.013336

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

510.76
L527C

NGÔ LONG HẬU - MAI TRƯỜNG GIÁO

LUYỆN CHỌN NHANH ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 12

THƯ VIỆN TỈNH BÌNH THUẬN
ĐVL / 13336 / 14

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

Lời nói đầu

Để tạo điều kiện cho học sinh lớp 12 làm quen với phương pháp trắc nghiệm Toán, chúng tôi biên soạn cuốn sách ***Luyện chọn nhanh đáp án bài tập trắc nghiệm Toán 12.***

Nội dung cuốn sách gồm:

Phần một - *Kiến thức cần nhớ và Bài tập*;

Phần hai - *Hướng dẫn giải bài tập.*

Sách theo sát chương trình và SGK Toán 12 hiện đang sử dụng. Cụ thể là:

Phần một: ***Kiến thức cần nhớ và Bài tập***

Phần này gồm 8 nội dung (7 nội dung chính, được đánh số từ 1 đến 7; nội dung thứ 8 là phần ôn tập cuối năm). 7 nội dung chính (từ 1 đến 7) gồm có: 4 chương *Đại số và giải tích*, 3 chương *Hình học*. Trong mỗi chương đều có 2 mục:

A. Kiến thức cần nhớ;

B. Bài tập.

Phần thứ 8 - *Ôn tập cuối năm*, nhằm giúp các em củng cố chắc kiến thức chuẩn bị thi tốt nghiệp THPT, thi vào Đại học, Cao đẳng. Trong phần này có 2 đề thi, mỗi đề có 50 câu trắc nghiệm, nội dung các câu trắc nghiệm này chủ yếu bao quát kiến thức Toán 12, song cũng có những kiến thức của các lớp dưới cần thiết có liên quan.

Phần hai - ***Hướng dẫn giải bài tập***

Trong phần này, sách không những đưa ra cách giải ngắn gọn, linh hoạt, mà còn hướng dẫn cách chọn đáp án đúng với những câu trắc nghiệm thích hợp.

Cuốn sách ***Luyện chọn nhanh đáp án bài tập trắc nghiệm Toán 12*** được tái bản lần thứ hai này có chỉnh lí và bổ sung. Xin được giới thiệu với các em học sinh cùng các vị phụ huynh và thầy cô giáo.

CÁC TÁC GIẢ

PHẦN MỘT
Kiến thức cần nhớ và Bài tập

1. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. Kiến thức cần nhớ

1. Quan hệ giữa tính đơn điệu và đạo hàm của hàm số

1) Hàm số $y = f(x)$ xác định trên D được gọi là:

- Đồng biến trên D nếu với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- Nghịch biến trên D nếu với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

2) Điều kiện đủ để hàm số đơn điệu

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên một khoảng K.

a) Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng K.

b) Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng K

c) Nếu $f'(x) = 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ lấy giá trị không đổi trên K.

Chú ý. Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến được gọi là ***đơn điệu***

2. Cực trị của hàm số

1) Khái niệm

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $D \subset R$ và $x_0 \in D$

a) x_0 được gọi là điểm ***cực đại*** của hàm số $f(x)$ nếu tồn tại một khoảng $(a; b) \subset D$ chứa điểm x_0 sao cho

$f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$

Khi đó $f(x_0)$ được gọi là ***giá trị cực đại*** của hàm số $f(x)$

b) x_0 được gọi là ***điểm cực tiểu*** của hàm số $f(x)$ nếu tồn tại một khoảng $(a; b) \subset D$ chứa điểm x_0 sao cho

$f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$

Khi đó $f(x_0)$ được gọi là ***giá trị cực tiểu*** của hàm số $f(x)$

Chú ý. Giá trị cực đại, giá trị cực tiểu gọi chung là ***cực trị***

2) Điều kiện cần để hàm số đạt cực trị

Định lí 1. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 và $f'(x_0) = 0$

Điều ngược lại có thể không đúng.

Định lí 2. Giả sử hàm số f(x) có đạo hàm trên khoảng (a; b) chứa điểm x_0 và $f'(x_0) = 0$.

Nếu f'(x) đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0.

Nếu f'(x) đổi dấu từ dương sang âm khi x qua x_0 thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

Quy tắc 2. Muốn tìm cực trị của một hàm số, phải qua các bước sau

1) Tìm đạo hàm của hàm số f(x)

2) Tìm các nghiệm $x_1, x_2, \ldots, x_i$ của phương trình $f'(x) = 0$

3) Xét dấu của f'(x) nếu f'(x) đổi dấu khi x qua điểm x_i thì hàm số đạt cực trị tại điểm x_i

Người ta còn tìm cực trị của hàm số bằng quy tắc 2 nội dung như sau:

Quy tắc 2

1) Tìm f'(x)

2) Tìm $x_1, x_2, \ldots, x_i$ của phương trình $f'(x) = 0$

3) Tìm $f''(x_i)$

Nếu $f''(x_i) < 0$ thì hàm số f(x) đạt cực đại tại điểm x_i

Nếu $f''(x_i) > 0$ thì hàm số f(x) đạt cực tiểu tại điểm x_i

3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Quy tắc

1) Tìm các điểm $x_1, x_2, \ldots, x_n$ trên [a; b], tại đó $f'(x) = 0$ hoặc f'(x) không xác định.

2) Tính, fa, $f(x_1), f(x_2) \ldots f(x_n)$, f(b)

3) Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên thì $M = \max\limits_{[a;b]} f(x)$; $m = \min\limits_{[a;b]} f(x)$

4. Đồ thị của hàm số

1) Một số phép biến đổi đồ thị

• *Phép tịnh tiến*:

* Tịnh tiến song song với trục Oy

Tịnh tiến đồ thị của hàm số y = f(x) song song với trục tung Y_0 (Y_0>0) đơn vị *lên trên*, ta được đồ thị hàm số y = f(x) + Y_0 *xuống dưới*, ta được độ thị hàm số y = f(x) - Y_0.

* Tịnh tiến song song với trục hoành Ox.

Tịnh tiến đồ thị hàm số y = f(x) song song với trục hoành X_0 (X_0 > 0) đơn vị *về phía phải*, ta được đồ thị hàm số y = f(x - x_0) *về phía trái*, ta được đồ thị hàm số y = f(x + x_0).

• *Phép đối xứng.*

* Đối xứng qua trục Ox

Đồ thị hai hàm số y = f(x) và y = -f(x) đối xứng qua trục hoành.

* Đối xứng qua trục Oy

Đồ thị của hai hàm số y = f(x) và y = f(-x) đối xứng qua trục tung.

* Đối xứng qua gốc toạ độ

Đồ thị của hai hàm số y = f(x) và y = -f(-x) đối xứng qua gốc toạ độ.

2) Dấu hiệu lồi lõm điểm uốn

• Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm cấp hai trên khoảng (a; b)

Nếu f''(x) < 0 với mọi x ∈ (a; b) thì đồ thị hàm số lồi trên khoảng (a; b)

Nếu f''(x) > 0 với mọi x ∈ (a; b) thì đồ thị hàm số lõm trên khoảng (a; b)

• Cho hàm số y = f(x) liên tục trên một khoảng nào đó chứa điểm x_0 và có đạo hàm cấp hai trong khoảng đó. Nếu đạo hàm cấp hai đổi dấu khi x đi qua x_0 thì điểm M_0x_0; fx_0 là điểm uốn của đồ thị hàm số.

5. Tiệm cận

1) Tiệm cận ngang: Cho hàm số y = f(x) xác định trên một khoảng và nếu $\lim_{x\to\infty} f(x) = y_0$ thì y = y_0 là *tiệm cận ngang* của đồ thị hàm số.

2) Tiệm cận đứng. Cho hàm số y = f(x) xác định trên D\{x_0} nếu $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x\to x_0} f(x) = -\infty$ thì đường thẳng x = x_0 là *tiệm cận đứng* của đồ thị hàm số.

3) Tiệm cận xiên. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C), đường thẳng (d): y = ax + b là tiệm cận xiên của (C) $\Leftrightarrow \lim_{|x|\to+\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Tìm a, b của đường thẳng (d): $y = ax + b$:

$$a = \lim_{|x| \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$b = \lim_{|x| \to +\infty} \left[f(x) - ax \right]$$

6. Khảo sát sự biến thiên

1) Tìm tập xác định của hàm số.

2) Sự biến thiên:

- Xét chiều biến thiên của hàm số
- Tìm cực trị, điểm uốn
- Tìm giới hạn tại $+\infty$, $-\infty$ và tìm tiệm cận
- Lập bảng biến thiên

3) Đồ thị

Dựa vào bảng biến thiên và các yếu tố đã xác định ở trên để vẽ đồ thị

Chú ý

- Nếu hàm số tuần hoàn có chu kì T thì chỉ cần vẽ đồ thị trên một chu kì, sau đó tịnh tiến đồ thị song song với trục Ox.
- Nên tính thêm một số điểm nhất là các điểm giao nhau của đồ thị với các trục toạ độ.
- Nên chú ý đến tính đối xứng của đồ thị để vẽ cho chính xác, đối với đồ thị của hàm số bậc 3 nhận điểm uốn làm tâm đối xứng

B. Bài tập

1. Quan hệ giữa tính đơn điệu và đạo hàm của hàm số

Câu 1. Các khoảng đơn điệu của hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ là:

A. Đồng biến trên các khoảng: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$

Nghịch biến trên các khoảng: $(0; 1)$ và $(1; 2)$

B. Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

Nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

C. Đồng biến trên khoảng: (2; +∞) D. Đồng biến trên khoảng: (2; +∞)

Nghịch biến trên khoảng: (0;2) Nghịch biến trên khoảng (0; 1)

Câu 2. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ đồng biến trên các khoảng nào?

A. (-1; 0) B. (-1; 0) và (1; +∞)

C. (1; +∞) D. $\forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. (-∞; 1) B. (1; +∞) C. (-∞; +∞) D (-∞; 1) và (1;+∞)

Câu 4. Hàm số $y = x^3 + 3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. (-∞; -2) B. (0; +∞) C. [-2; 0] D. (0; 4)

Câu 5. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ đồng biến trên khoảng nào?

A. R B. (-∞; 1) C. (1; +∞) D. (-∞;1) và (1;+∞)

Câu 6. Hàm số $y = x^3 - 3mx + 5$ nghịch biến trong khoảng (-1; 1) thì m bằng:

A. 1 B. 2 C. 3 D. -1

Câu 7. Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m - 1)x + 7$ nghịch biến trên R thì điều kiện của m là:

A. $m > 1$ B. $m = 2$ C. $m \leq 1$ D. $m \geq 2$

Câu 8. So sánh cotx và cosx trong khoảng $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

A. $\cot x > \cos x$ B. $\cot x \geq \cos x$

C. $\cot x = \cos x$ D. $\cot x < \cos x$

Câu 9. Xác định m để phương tình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất:

A. $m > 1$ B. $m < 2$ C. $m < 1$ D. $m < -2$

Câu 10. Tìm m để bất phương trình $\sqrt{(m+2)x - m} \geq |x+1|$ có nghiệm x thoả mãn $0 \leq x \leq 2$.

A. $m \le -1$ B. $m \ge 5$ C. $m < 1$ D. $\begin{cases} m \le -1 \\ m \ge 5 \end{cases}$

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0$ là:

A. 2 B. 3 C. 1 D. 5

Câu 12. Với giá trị nào của m thì bất phương trình:

$x^3 + x^2 - 5x - m > 0$, có nghiệm $x_0 \in [0, 2]$

A. $m < 2$ B. $m \le 1$ C. $m = 2$ D. $m > 1$

Câu 13. Xác định k để phương trình $x^2 + 2x - 8 = \sqrt{k(x-2)}$ có hai nghiệm thực phân biệt:

A. $k < 2$ B. $k > 0$ C. $k = 1$ D. $k = -1$

Câu 14. Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x^2 + 2x - 1 < 0 \quad (1) \\ x^3 - 3x + 1 > 0 \quad (2) \end{cases}$

A. $-1 < x < \frac{1}{3}$ B. $x < \frac{1}{3}$. C. $x > -1$ D. $-1 < x < 1$

Câu 15. Xác định m để phương trình $t^2 - 2t + 2m - 3 = 0$ có nghiệm t_0 và $t_0 \in (0; 9]$

A. $m \le 2$. B. $m \ge -30$ C. $1 \le m \le 2$ D. $-30 < m \le 2$

Câu 16. Tìm k để bất phương trình sau có nghiệm: $kx - \sqrt{x-3} \le k + 1$

A. $k \le \frac{1}{4}(1 + \sqrt{3})$ B. $k < \frac{1}{4}(1 - \sqrt{3})$

C. $k > \frac{1}{4}(1 + \sqrt{3})$ D. $k > \frac{1}{2}$

Câu 17. Tìm k để phương trình sau có nghiệm:

$$\sin^4 x + \cos^4 x - \cos 2x + \frac{1}{4}\sin^2 2x + k = 0$$

A. $k > -2$ B. $k \le 0$ C. $-2 \le k \le 0$ D. $k = 1$

Câu 18. Tìm $k > 0$ để bất phương trình $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} > k$ có nghiệm

A. $0 < k < 1$ B. $k > 2$ C. $k = 2$ D. $k = 1$

2. Cực trị của hàm số

Câu 19. Tìm các điểm cực trị của hàm số:

a) $y = x^4 + 2x^2 - 3$

A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

b) $y = x + \frac{1}{x}$

A. 2 B. 1 C. -1 D. -1; 1

Câu 20. Các cực trị của hàm số:

a) $y = \sin 2x - x$ là:

A. $x_{CĐ} = \frac{\pi}{6} + k2\pi$

B. $x_{CĐ} = \frac{\pi}{6} + k\pi$, $x_{CT} = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

C. $x_{CĐ} = \frac{\pi}{3} + k\pi$

D. $x_{CT} = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

b) $y = \sin 2x + \cos 2x$ là:

A. $x_{CĐ} = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$;

B. $x_{CT} = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbf{Z})$

C. $x_{CĐ} = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $x_{CT} = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

D. $x_{CĐ} = \frac{\pi}{8} + 2l\pi$; $x_{CT} = \frac{\pi}{8} + (2l+1)\pi$ $(l \in \mathbf{Z})$

Câu 21. Tìm các điểm cực trị của hàm số: $y = -\frac{\sqrt[5]{x^4}}{4}$

A. $x_{CT} = 0$ $(f'_{CT} = 0)$ B. $x_{CĐ} = 1$ C. $x_{CĐ} = -1$ D. $x_{CĐ} = 2$

Câu 22. Tìm các điểm cực trị của các hàm số:

a) $y = x^2\sqrt{x^2 + 2}$

A. $x_{CT} = 1$

B. $x_{CĐ} = -1$

C. $x_{CT} = 0$ $(y_{CT} = 0)$

D. $x_{CĐ} = 2$

b) $y = x^2e^{-x}$

A. $x_{CT} = 1$ B. $x_{CĐ} = 2$ C. $x_{CĐ} = 0$ D. $x_{CĐ} = 2; X_{CT} = 0$

Câu 23. Hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx + m}{x + m}$ đạt cực đại tại x = 2 thì m bằng:

A. - 1 B. - 3 C. 1 D. 3

Câu 24. Tìm m để hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x + m}{x^2 + 2}$ luôn luôn có một cực đại và một cực tiểu.

A. m = 1 B. m < -1 C. ∀m D. m > 0

Câu 25. Với giá trị nào của m thì hàm số y = sin3x + msinx đạt cực đại tại điểm $x = \dfrac{\pi}{3}$?

A. m = 5 B m = -5 C. m = -6 D. m = 6

Câu 26. Hàm số $y = ax^3 - ax^2 + 1$ trong đó a là tham số lấy mọi giá trị thực, có cực tiểu tại điểm $x = \dfrac{2}{3}$. Thế thì điều kiện của a là:

A. a > 0 B. a < 0 C. a = 0 D. a = 2

Câu 27. Tìm m, n để các cực trị của hàm số: $y = \dfrac{5}{3}m^2x^3 + 2mx^2 - 9x + n$ đều là những số dương và $x_0 = -\dfrac{5}{9}$ là điểm cực đại.

A. $\begin{cases} m = -\dfrac{9}{5} \\ n > \dfrac{36}{5} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = \dfrac{81}{25} \\ n = \dfrac{400}{243} \end{cases}$ C. cả A và B D. ∀m, n

Câu 28. Hàm số $y = \dfrac{x^2 + m(m^2 - 1)x - m^4 + 1}{x - m}$ luôn có cực đại, cực tiểu thì điều kiện của m là:

A. m > 0 B. m < 0 C. ∀m D. m = 1

Câu 29. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$

Xác định m để hàm số có điểm cực đại và cực tiểu nằm trong khoảng (-2; 3)

A. $m \in (-1; 3) \cup (3; 4)$ B. $m \in (1; 3)$

C. $m \in (3; 4)$ D. $m \in (-1; 4)$

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - mx^2 + 1$ $(m > 0)$

Có đồ thị là C_m. Tập hợp các điểm cực tiểu của (C_m) là:

A. $y = -\frac{x^3}{2}$ B. $y = -\frac{x^3}{2} + 1$ C. $y = x^3$ D. $y = x^2 + 1$

3. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

Câu 31. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số:

$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là:

A. 40; -41; B. 40; 31 C. 10; -11 D. 20; -2

Câu 32. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $y = 1 + 8x - 2x^2$

A. 9 B. 8 C. 7 D. 5

Câu 33. Giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$y = x^3 + 3x^2 + 18x, \quad x \in [0; +\infty)$

A. 1 B. 0 C. 2 D. -1

Câu 34. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$y = \sin x - \cos x$ lần lượt là:

A. 1; -1 B. $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$ C. 2; -2 D. -1; 1

Câu 35. Cho hình chữ nhật có chu vi bằng 16 cm. Hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

A. $36cm^2$ B. $20cm^2$ C. $16cm^2$ D. $30cm^2$

Câu 36. Cạnh của hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất trong các hình chữ nhật có diện tích 48 cm^2 là:

A. 4cm B. 3cm C. 6cm D. $4\sqrt{3}$

Câu 37. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + x^2 - 5x$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là:

A. 2; -3 B. 2; 1 C. 1; 0 D. 3; 1

Câu 38. Cho x, y là hai số không âm thoả mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức: $M = x^3 + y^3$

A. 1; -1 B. 1; $\frac{1}{4}$ C. -1; -2 D. 0; -1

Câu 39. Cho các số thực x, y thay đổi thoả mãn điều kiện:

$y \le 0, x^2 + x = y + 12$

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức: $K = xy + x + 2y + 17$ lần lượt bằng:

A. 10; -6 B. 5; -3 C. 20; -12 D. 8; -5

Câu 40. Cho x, y là hai số dương thoả mãn $x + y \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = 2(x+y) + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

A. 12 B. 10 C. 11 D. 14

Câu 41. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - \ln x + 3$

A. 4 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 42. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{3-2x}$ trên đoạn [-1;1]

A. 1 B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 43. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số: $y = x\sqrt{1-\frac{x^2}{9}}$ lần lượt bằng:

A. 1; -1 B. 2; 1 C. $\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}$; D. 2; -2

Câu 44. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số: $y = x^6 + 4(1 - x^2)^3$ trên đoạn [-1; 1] lần lượt là:

A. $\sqrt{2}; \frac{\sqrt{6}}{3}$; B. $\frac{\sqrt{6}}{3}; \sqrt{2}$; C. 3; $\frac{12}{27}$; D. 4; $\frac{12}{27}$

Câu 45. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $y = (1-\sin x)^4 + \sin^4 x$

A. 17 B. 15 C. 16 D. 14

Câu 46. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x(1 + \cos x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ lần lượt là:

A. $3\sqrt{3}; 1$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}; 0$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}; 1$ D. $\sqrt{3}; 1$

4. Đồ thị của hàm số

Câu 47. Tịnh tiến đồ thị của hàm số y = cosx, song song với trục hoành sang bên phải $\frac{\pi}{2}$ đơn vị là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \cos\frac{\pi}{2}$ B. $\cos x + \frac{\pi}{2}$ C. $\cos x - \frac{\pi}{2}$ D. sinx

Câu 48. Tịnh tiến đồ thị C của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ song song với trục tung lên phía trên 1 đơn vị được C' thì C' là đồ thị của hàm số:

A. $\frac{2x}{x-1}$ B. $\frac{x+2}{x-1}$ C. $\frac{x}{x-1}$ D. $\frac{x+3}{x-1}$

Câu 49. Cho (C) là đồ thị hàm số y = f(x) = x(x + 4). Lấy đối xứng (C) qua trục hoành ta được đồ thị của hàm số:

A. $y = x^2 + 4x$ B. $y = -x^2 + 4x$ C. $y = -x^2 - 4x$ D. $y = -x^2$

Câu 50. Lấy đối xứng (C) qua trục tung ta được đồ thị của hàm số:

A. $y = x^2 + 4x$ B. $y = x^2 - 4x$ C. $y = -x^2 - 4x$ D. $y = x^2 + 4x$

Câu 51. Lấy đối xứng (C) qua gốc tọa độ ta được đồ thị của hàm số:

A. $y = -x^2 + 4x$ B. $y = x^2 - 4x$ C. $y = -x^2 - 4x$ D. $y = x^2$

Câu 52. (d) là đường thẳng y = 3x + 4. Để được đường thẳng (d_1): y = 3x + 5 thì phép biến hình đối với (d) là:

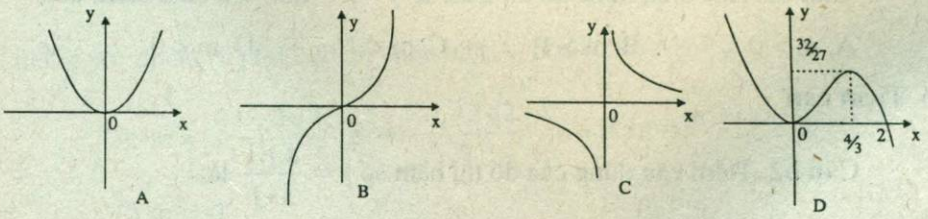
A. Tịnh tiến (d) song song với trục hoành sang phải 1 đơn vị.

B. Lấy đối xứng của (d) qua trục hoành.

C. Tịnh tiến (d) song song với trục tung lên phía trên 1 đơn vị.

D. Tịnh tiến (d) song song với trục hoành sang trái 1 đơn vị.

Câu 53. Trong các đồ thị dưới đây đồ thị nào là của hàm số: $y = -x^3 + 2x^2$



Hình 1

5. Cung lồi, cung lõm và điểm uốn

• Cho hàm số $y = x^3 - 6x + 1$

Câu 54. Các khoảng lồi của đồ thị hàm số là:

A. $(-\infty; 0)$ B. $(-\infty; 1)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 55. Các khoảng lõm của đồ thị hàm số là:

A. $(-\infty; 0)$ B. $(-\infty; 1)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 56. Các điểm uốn của đồ thị hàm số là:

A. $(1; -4)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 6)$ D. $(-1; 8)$

• Cho hàm số $y = \sin x$ (*)

Câu 57. Các khoảng lồi của đồ thị hàm số (*) là:

A. $2k\pi; (2k + 1)\pi$ B. $\left(2k\frac{\pi}{2}; (2k+1)\frac{\pi}{2}\right)$

C, $(2k-1)\pi; 2k\pi$ D. $\left((2k-1)\frac{\pi}{2}; 2k\frac{\pi}{2}\right)$ $(k \in \mathbb{Z})$

Câu 58. Số điểm uốn của (*):

A. 1 B. 2 C. 3 D. vô số $(k\pi; 0)$ $k \in \mathbb{Z}$

Câu 59. Số điểm uốn của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2+1}$ là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 60. Điểm (1; 3) là một điểm uốn của đường cong $y = ax^3 + bx^2$ thì a, b lần lượt bằng:

A. 2; 1 B. 1; 2 C. -1; -2 D. $-\frac{3}{2}; \frac{9}{2}$

Câu 61. Xác định m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + 3$ có 2 điểm uốn

A. $m > 0$ B. $m > 1$ C. $m < 1$ D. $m < 0$

6. Tiệm cận

Câu 62. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 0$ D. $x = 2$

Câu 63. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $y = 3$ B. $y = 2$ C. $y = 1$ D. $y = 1; y = -1$

Câu 64. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2+3x-6}{x+1}$ là

A. $y = 3x + 1$ B. $y = 3x - 1$ C. $y = 3x$ D. $y = 2x + 1$

Câu 65*. Cho hàm số $y = \frac{2x^2-3x+m}{x-m}$

Xác định m để đồ thị không có tiệm cận đứng.

A. $m = 0$ v $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Câu 66*. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + \sqrt{x^2+1}$ là:

A. $y = -x$ B. $y = 2x$ C. $y = 3x + 1$ D. $y = 3x; y = x$

7. Khảo sát hàm số và một số bài toán liên quan đến khảo sát hàm số

Câu 67. Từ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Xác định m để phương trình $x^3 - 3x + 1 = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $0 < m < 4$ B. $1 < m < 2$ C. $-1 < m < 7$ D. $0 < m < 4$

Câu 68. Tìm m để phương trình $\frac{-x^2+x+m}{x+m} = x - 1$ có 2 nghiệm phân biệt

A. $m < 6 + 4\sqrt{2}$ B. $m > -6 - 4\sqrt{2}$

C. $m = 6 + 4\sqrt{2}$ D. $\left[\begin{array}{l} m < -6 - 4\sqrt{2} \\ m > -6 + 4\sqrt{2} \end{array}\right.$

Câu 69. Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x^3-3x+3}{2x-2}$. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2$

A. $m = \frac{-1-2\sqrt{2}}{2}$; $m = \frac{-1+2\sqrt{2}}{2}$ B. $m = 1$

C. $m = -1$ D. $m = 2$

THƯ VIỆN TỈNH BÌNH THUẬN
ĐVL / 13336 / 14

Câu 70. Cho (C) là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$. Điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = 0$. Δ là đường thẳng đi qua M và có hệ số góc k. Xác định k để Δ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

A. $k = -3$ B. $k > -3$ C. $k < 1$ D. $k > 1$

Câu 71. Cho (C) là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Xác định m để phương trình $|x^3| - 3|x| - m = 0$ có 4 nghiệm.

A. $m < -2$ B. $0 < m < 2$ C. $-2 < m < 0$ D. $m > 0$

Câu 72. Cho (C_m) là đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^2(m-1)$. Xác định m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

A. $m = 0$ B. $m > 1$ C. $m < 1$ D. $m = 1$

Câu 73. (C_m) là đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1$. (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt thì điều kiện của m là:

A. $m > -\frac{1}{2}$ B. $0 \neq m > -\frac{1}{2}$ C. $m < \frac{1}{2}$ D. $m = -\frac{1}{2}$

Câu 74. (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) đi qua điểm M (0; -5) là:

A. $y = -8x - 5$ B. $y = -5$

C. $y = -5$; $y = -8x - 5$ D. $y = 5$; $y = 8x + 5$

Câu 75. (C) là đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

Số tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = -9x$ là:

A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 76. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng (d); $y = -3x + 15$

A. $y = -3x + 11$ và $y = -3x - 1$ B. $y = -3x + 11$

C. $y = -3x - 1$ D. $y = 3x + 11$

Câu 77. (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

Tìm giá trị của m để parabol có phương trình $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4 - m^2$ tiếp xúc với (C).

THƯ VIỆN TỈNH BÌNH THUẬN

A. m = 1 B. m = 0 C. m = -1 D. m = 2

Câu 78. (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1}$. Tìm các điểm trên (C) mà tiếp tuyến tại đó với C vuông góc với tiệm cận xiên.

A. (2; 12) B. (0; 0)

C. $(1 + \sqrt{3}; 5 + 3\sqrt{3})$ và $(1-\sqrt{3}; 5 - 3\sqrt{3})$ D. (-2; 0)

Câu 79. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến với (C) song song với đường thẳng y = 9x + 10

A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 80. (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Tìm các điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng IM.

A. $M_1(2; 3), M_2(0; 1)$ B. M (2; 3) C. M (0; 1) D.không có

Câu 81. (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$. Tìm các điểm trên (C) mà tiếp tuyến tại mỗi điểm ấy với (C) vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực đại, cực tiểu.

A. M (1; 3) B. $M\left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3}; 3 - \frac{5\sqrt{6}}{6}\right)$

C. $M_1\left(1 + \frac{\sqrt{6}}{3}; 3 + \frac{5\sqrt{6}}{6}\right)$; $M_2\left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3}; 3 - \frac{5\sqrt{6}}{6}\right)$

D. không có điểm M nào

Câu 82. Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Tìm các điểm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ điểm đó đến hai tiệm cận là nhỏ nhất.

A. (1; 1) B. $(1 + \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$

C. $(1 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$ D. $(2 + \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$ và $(2 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$

Câu 83. Cho (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Tìm các điểm trên (C) có tổng khoảng cách đến hai tiệm cận của (C) bằng 4

A. (2; 5), (0; -1), (4; 3), (-2; 1) B. (2; 5), (0; -1)

C. (4; 3), (-2; 1) D. (2; 5), (4; 3)

Câu 84. Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 4}{x+1}$ có đồ thị (C).

Trên (C) có bao nhiêu điểm có toạ độ là những số nguyên dương.

A. 2 điểm B. 3 điểm C. 4 điểm D. 1 điểm

Câu 85. Cho (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$. Xác định m để phương trình $\frac{x^2 + 3}{|x| - 1} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m > 6$ B. $-3 < m < 6$ C. $m = 6$ hoặc $m < -3$ D. $m < -3$

Câu 86. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ là (C) và đường thẳng (d_m): $y = mx$. (C) và (d_m) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt thì m bằng:

A. $m > 0$ B. $\forall x \neq 9$ C. $m < 0$ D. $m > 0; m \neq 9$

2. HÀM SỐ LŨY THỪA, HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARÍT

A. Kiến thức cần nhớ

I. LUỸ THỪA

1. Lũy thừa số mũ nguyên dương

$$a^n = \underbrace{a.a....a}_{\text{n thừa số}}, \qquad (n \in \mathbb{Z}, n > 1)$$

Quy ước $a^1 = a$

2. Luỹ thừa số mũ 0 - Luỹ thừa số mũ nguyên âm

$* a^0 = 1 \ (a \neq 0)$

$* a^{-n} = \frac{1}{a^n} \ (a \neq 0)$

3. Tính chất của lũy thừa số mũ nguyên

1) $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0, b \neq 0, m, n \in \mathbb{Z}$ ta có:

a) $a^m.a^n = a^{m+n}$

b) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

c) $(a^m)^n = a^{mn}$

d) $(ab)^m = a^m b^m$

e) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

2)

a) Nếu $0 < a < b \Rightarrow a^n < b^n \ \forall n > 0$

$\Rightarrow a^n > b^n \ \forall n < 0$

b) Nếu $a > 1 \Rightarrow a^m > a^n$ với $m > n$

c) Nếu $0 < a < 1 \Rightarrow a^m < a^n$ với $m > n$

4. Luỹ thừa số mũ hữu tỷ

$$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, (a > 0)$$

Các luỹ thừa số mũ hữu tỷ có các tính chất như luỹ thừa số mũ nguyên (mục 3).

5. Luỹ thừa số mũ thực

$a^\alpha = \lim a^{r_n}$ (α là số vô tỉ, r_n là số hữu tỉ và $\lim r_n = \alpha$).

Lũy thừa số mũ thực có tính chất như luỹ thừa số mũ nguyên (mục 3).

6. Hàm số luỹ thừa

- Hàm số $y = x^\alpha$ trong đó $\alpha \in R$, x là đối số được gọi là hàm số luỹ thừa.
- Tập xác định $D = (0; +\infty)$

Khi $\alpha \neq 0$ hàm số lấy các giá trị dương.

Khi $\alpha > 0$ hàm số đồng biến

Khi $\alpha < 0$ hàm số nghịch biến

7. Đạo hàm của hàm số luỹ thừa: $y = x^\alpha (x > 0)$

$$y' = \alpha x^{\alpha - 1}$$

II. LÔGARÍT

1. Định nghĩa. Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thoả mãn đẳng thức $a^{\alpha}=b$ được gọi là lôgarít cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^{\alpha} = b \qquad (a, b > 0, a \neq 1)$$

2. Tính chất

Cho 2 số dương a, b, $a \neq 1$, ta có tính chất sau:

$\log_a 1 = 0$	$\log_a a = 1$
$a^{\log_a b} = b$	$\log_a^{a^{\alpha}} = \alpha$

3. Các quy tắc tính lôgarít. Cho a, b_1, b_2 dương $a \neq 1$

1) $\log_a b_1 b_2 = \log_a b_1 + \log_a b_2$

2) $\log_a \dfrac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$

3) $\log_a b_1^{\alpha} = \alpha \log_a b_1$; $\log_a^{\sqrt[n]{b_1}} = \dfrac{1}{n}\log_a^{b_1}$

4. Đổi cơ số

Cho ba số a, b, c dương $a \neq 1$, $c \neq 1$, ta có

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Đặc biệt:

$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a} \quad (b \neq 1)$	$\log_{a^{\alpha}} b = \dfrac{1}{\alpha}\log_a b \ (\alpha \neq 0)$

5. Lôgarít thập phân, lôgarít tự nhiên

1. Lôgarít thập phân

Lôgarít cơ số 10 gọi là lôgarít thập phân, $\log_{10} N$ $(N > 0)$ thường được gọi là lgN hay logN.

2. Lôgarít tự nhiên

Logarít cơ số e gọi là lôgarít tự nhiên, $\log_e N$ $(N > 0)$ được viết là lnN

III. HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARÍT

1. Hàm số mũ

1) Cho a là số thực dương, $a \neq 1$

Hàm số $y = a^x$ được gọi là *hàm số mũ* cơ số a.

2) Đạo hàm của hàm số mũ

$y = e^x$,	$y' = e^x$
$y = a^x$,	$y' = a^x \ln a$
$y = a^{u(x)}$,	$y' = a^u \ln a\, u'$

3) Khảo sát hàm số mũ

- Tập xác định. Tập xác định của hàm mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) là $\mathbb{R}$
- Chiều biến thiên.

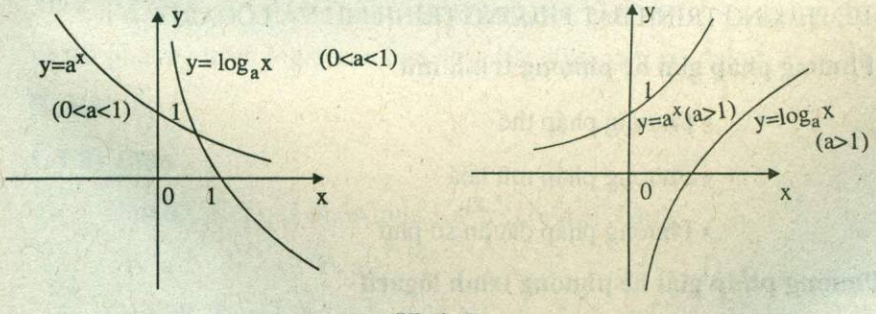
  $a > 1$: Hàm số luôn đồng biến

  $0 < a < 1$: Hàm số luôn nghịch biến

  Tiệm cận: Trục hoành Ox là đường tiệm cận ngang

- Đồ thị

Đồ thị đi qua điểm (1; 0) và (1; a) nằm phía trên trục hoành



Hình 2

2. Hàm số lôgarít

1) Định nghĩa. Cho a là số thực dương $a \neq 1$

Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là *hàm số lôgarít* cơ số a

2) Đạo hàm hàm số lôgarít

$y = \log_a x,\ y' = \dfrac{1}{x \ln a}$	$y = \ln x,\ y' = \dfrac{1}{x}$	$y = \log_a u(x),\ y' = \dfrac{u'}{u \ln a}$

3) Khảo sát hàm số lôgarít

• Tập xác định. Hàm số $y = \log_a x$ $(a > 0, a \neq 1)$ là $D = (0; +\infty)$

• Chiều biến thiên

$a > 1$: Hàm số luôn đồng biến

$0 < a < 1$: Hàm số luôn nghịch biến

• Tiệm cận: Oy là tiệm đứng của đồ thị hàm số

• Đồ thị: Đồ thị hàm số đi qua điểm (1; 0) và (a; 1) nằm bên phải trục tung

Đồ thị là (hình 2)

IV. PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LÔGARÍT

1. Phương trình mũ là phương trình *chứa ẩn số ở số mũ* của luỹ thừa

Phương trình lôgarít là phương trình *chứa ẩn số dưới dấu lôgarít*

2. Các phương pháp giải

1) Phương pháp đưa về cùng một cơ số

2) Phương pháp đặt ẩn số phụ

3) Phương pháp sử dụng tính đơn điệu của hàm số mũ, hàm số lôgarít

4) Phương pháp đồ thị

V. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARÍT

1. Phương pháp giải hệ phương trình mũ

• Phương pháp thế

• Phương pháp mũ hoá

• Phương pháp đặt ẩn số phụ

2. Phương pháp giải hệ phương trình lôgarít

• Phương pháp thế

• Phương pháp mũ hoá

3. Bất phương trình mũ

• Bất phương trình mũ cơ bản có dạng

$a^x > b$ $(a > 0, a \neq 1)$

hoặc $a^x \geq b$, $a^x \leq b$

Ta có bảng tóm tắt tập nghiệm của bất phương trình $a^x > b$

	$a > 1$	$0 < a < 1$
$b \le 0$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$b > 0$	$(\log_a b; +\infty)$	$(-\infty; \log_a b)$

• Bất phương trình mũ đơn giản

Để giải các bất phương trình mũ ta có thể sử dụng phương pháp lôgarít hoá hoặc đặt ẩn số phụ để đưa về bất phương trình mũ cơ bản hay bất phương trình đại số.

4. Bất phương trình lôgarít

• Bất phương trình lôgarít dạng cơ bản có dạng

$\log_a x > b$ $\quad (a > 0, a \ne 1)$

hoặc $\log_a x \ge b$, $\quad \log_a x \le b$

Ta có kết quả

$\log_a x > b$	$a > 1$	$0 < a < 1$
nghiệm	$x > a^b$	$0 < x < a^b$

• Bất phương trình lôgarít đơn giản

Để giải các bất phương trình lôgarít đơn giản, ta có thể biến đổi để đưa về bất phương trình lôgarít cơ bản hoặc bất phương trình đại số.

B. Bài tập

1. Lũy thừa

Câu 87. Kết quả phép tính: $[(a^{12}a^3):(a^4a^7)]^3$ bằng:

A. a^{12} B. a^{11} C. a^5 D. a^6

Câu 88. Thực hiện phép tính: $(a^2 - 1 + b^2)^2 - (a^2 + 1 - b^2)^2$ bằng:

A. $4a^2b^2$ B. $4a^2b^2 - 4a^2$ C. $-4a^2$ D. 1

Câu 89. Đơn giản biểu thức $3a^7a^{-5} + 4{,}25^0a^{-3}.a^5$

A. 4 B. 4a C. $4a^2$ D. $4a^3$

Câu 90. Thực hiện phép tính:

a) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} - \left(1\frac{1}{3}\right)^{-2}$

A. $\frac{379}{8}$ B. $\frac{343}{8}$ C. $\frac{757}{16}$ D. 31

b) $0,1^{-2} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

A. 100 B. 112,25 C. 110 D. 111

Câu 91. Các số sau viết dưới dạng luỹ thừa số mũ hữu tỉ là:

a) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}}}$

A. $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{5}{18}}$ B. $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{17}}$ C. $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{7}{2}}$ D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{18}}$

b) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$ $(a > 0)$

A. $a^{\frac{15}{18}}$ B. $a^{\frac{7}{8}}$ C. $a^{\frac{15}{16}}$ D. $a^{\frac{5}{6}}$

Câu 92. Giá trị của biểu thức $\left[a^{-\frac{3}{2}}b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}\right]^3$ với $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ là:

A. 2 B. 3 C. -1 D. 1

Câu 93. Giá trị của biểu thức $(a + 1)^{-1} + (b + 1)^{-1}$ với

$a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$ $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$ là:

A. 1 B. 2 C. - 2 D. - 1

Câu 94. Đơn giản biểu thức: $\frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x + x^{\frac{1}{2}} + 1} : \frac{1}{x^{1,5} - 1}$ bằng:

A. 1 B. x -1 C. x + 1 D. $x^{\frac{1}{2}}$ - 1

Câu 95. Giá trị của biểu thức $\left(2^{\frac{3}{2}}+27y^{\frac{3}{5}}\right):\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}+3y^{\frac{1}{5}}\right]$ với y = 32 bằng:

A. 12 B. 24 C. 36 D. 14

Câu 96. Biểu thức $a^{\frac{1}{2}}-\frac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}+\frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}+\frac{2}{a^{\frac{3}{2}}}$ bằng:

A. 1 B. 2 C. 0 D. -1

Câu 97. Giá trị biểu thức $\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{(a^2-ab)^{\frac{2}{3}}}:\frac{a^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{a-b}}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}$ với a = 1, 2; b = $\frac{3}{5}$ bằng:

A. 2 B. 2,52 C. 2,5 D. -2

Câu 98. So sánh

$\underbrace{\sqrt{a^2+\sqrt[3]{a^4b^2}}+\sqrt{b^2+\sqrt[3]{a^2b^4}}}_{M}$ với $\underbrace{\sqrt{\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{b^2}\right)^3}}_{N}$

A. M > N B. M < N C. M + N = 0 D. M = N

2. Lôgarít

Câu 99. Tính $\log_2 16+\log_{\frac{\sqrt{2}}{4}}8-\log_2 32$

A. -3 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 100. Tính $\log_{10}(0,00001)+\log_{0,5}8-\log_{\frac{1}{9}}3\sqrt[4]{3}$

A. 8 B. -6 C. $-8\frac{5}{8}$ D. $-7\frac{4}{8}$

Câu 101. a) $\log_a\left(a\sqrt[5]{a^3\sqrt{a\sqrt{a}}}\right)$ với a > 0, a ≠ 1 bằng:

A. 2 B. $\frac{39}{30}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

b) $\log_b\left(\frac{b^2\sqrt[5]{b^2}\sqrt[3]{b^4}}{b^3\sqrt{b}}\right)$ với $b > 0, b \neq 1$ bằng:

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{7}{30}$

Câu 102. a) $4^{\log_2 32}$ bằng:

A. 1024 B. 64 C. 256 D. 512

b) $8^{1-\log_2 3}$ bằng:

A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{8}{27}$ C. $\frac{4}{27}$ D. $\frac{5}{27}$

Câu 103. a) $10.100^{\frac{1}{2}\lg 9 - \lg 2}$ bằng:

A, 2 B. 2,5 C. 22,5 D. 2,2

b) $100^{\frac{1}{2}\cdot \lg\sqrt[4]{4}}$ bằng:

A. 3 B. 5 C. 10 D. 25

Câu 104.

a) Tính: $\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\lg 16}}$

A. 10 B. 11 C. 13 D. 20

b) Tính $49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$

A. $\frac{25}{2}$ B. 49 C. 50 D. 47

Câu 105. a) $\log_x 2 = 2$ thì x bằng:

A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 4 D. $-\sqrt{2}$

b) $\log_x \sqrt[5]{2} = -\frac{3}{5}$ thì x bằng:

A. 2 B. $2^{\frac{1}{2}}$ C. $2^{-\frac{1}{3}}$ D. $2^{\frac{1}{3}}$

Câu 106. a) $\log_2 x = \frac{1}{2}(9\log_2 4 - \log_2 64)$ thì x bằng:

A. 64 B. 32 C. 16 D. 128

b) $\lg x = -2 + 2\lg\frac{7}{10} - 2\lg\frac{21}{100}$ thì x bằng:

A. 9 B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 107. $\log_4\log_3\log_2 x = 0$ thì x bằng:

A. 16 B. 8 C. 32 D. 64

Câu 108. Với $a > 0, a \neq 1, y > 0$:

$\log_a y + \log_a(y + 5) + \log_a 0{,}02 = 0$ thì y bằng:

A. -10 B. -5 C. 10 D. 5

3. Phương trình mũ và lôgarít

Câu 109. Giải phương trình $4^y + 3.2^y - 10 = 0$

A. y = 1 B. y = -1 C. y = 2 D. y = -2

Câu 110. Giải phương trình $3^{4x} - 4.3^{2x} + 3 = 0$ có nghiệm là:

A. x = 0 B. x = 0 v x = $\frac{1}{2}$ C. x = $\frac{1}{2}$ D. x = 1

Câu 111. Giải phương trình $(4 + \sqrt{15})^x + (4 - \sqrt{15})^x = 62$

A. x = 2 B. x = -2 C. x = ±2 D. x ± 1

Câu 112. Nghiệm của phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$

A. x = 1 B. x = 2 C. x = -1 D. x = ±1

Câu 113. Giải phương trình $9^x + 6^x = 2.4^x$

A. x = 0 B. x = 1 C. x = -1 D. x = 2

Câu 114. Giải phương trình $6^x - 6^{1-x} = 1$

A. x = 1 B. x = -1 C. x = 2 D. $x = \log_6 3$

Câu 115. Tìm nghiệm của phương trình: $3^{2x+5} - 36.3^{x+1} + 9 = 0$

A. x = -2 B. x = -1 v x = -2 C. x = -1 D. x = 1

Câu 116. Giải phương trình $4^{2x^2} - 2.4^{x^2+x} + 4^{2x} = 0$ (1)

A. x = 0 B. x = 1 C. x = 0, x = 1 D. x = - 1

Câu 117. Nghiệm của phương trình $25^x + 10^x = 2^{2x+1}$ là:

A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = 2$ D. $x = 0$

Câu 118. Phương trình $\left(7+3\sqrt{5}\right)^x + m\left(7-3\sqrt{5}\right)^x = 2^{x+3}$ (1) có nghiệm thực thì m bằng:

A. $m \leq 16$ B. $m > 16$ C. $m \geq -16$ D. $m > 0$

Câu 119. Giải phương trình $10.25^x - 29.10^x + 10.4^x = 0$ (1)

A. $x = 1$ B. $x = \pm 1$ C. $x = 0$ D. $x = -1$

Câu 120. Phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có nghiệm thì điều kiện của m là:

A. $m \leq 0$ B. $m \geq 0$ C. $m \leq 1$ D. $m \geq 1$

Câu 121. Giải phương trình $2^{x^2-2x} . 3^x = 1,5$

A. $x = 1$ B. $x = 1 - \log_2 3$

C. $x = 1, x = 1 - \log_2 3$ D. $x = 0$

Câu 122. Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2+2x+1} - 28.3^{x^2+x} + 9 = 0$ là:

A. 1 B. 0 C. 3 D. 2

Câu 123. Giải phương trình $8^{\sin^3 x} = 8.8^{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)+\sin^2 x}$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ B. $x = k\pi, k \in Z$

C. vô nghiệm D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in Z$

Câu 124. Tìm nghiệm của phương trình:

$\log_4(4^x - 3) = 1 - x$ $(x \in \mathbb{R})$ (1)

A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $x = 2$ D. $x = -1$

Câu 125. Giải phương trình $\log_9(x + 8) - \log_3(x + 26) + 2 = 0$ (1)

A. $x = 1$ B. $x = 28$ C. $x = 1, x = 28$ D. $x = 1$

Câu 126. Tìm nghiệm của phương trình: $\log_2(4^x + 4) + \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3) = x$

A. $x = 2$ B. $x = -2$ C. $x = 1$ D. $x = -1$

Câu 127. Giải phương trình $\log_3(1 - x^2) = \log_{\frac{1}{3}}(1 - x)$

A. $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}, x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ B. $x = 0, x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

C. $x = 0, x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ D. vô nghiệm

Câu 128. Tìm nghiệm của phương trình:

$$\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x = \log_4 108$$

A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = 0$

Câu 129. Giải phương trình: $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$

A. $x = 0$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $x = 2$

Câu 130. Phương trình $\log_2(4^x + 2k^3) = x$ (k là tham số) có 2 nghiệm phân biệt thì điều kiện của k là:

A. $0 < k < \frac{1}{2}$ B. $k < \frac{1}{2}$ C. $k > 0$ D. $k = \frac{1}{2}$

4. Hệ phương trình mũ và lôgarít

Câu 131. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2^x + 2^y = 1 (1) \\ x + y = -2 (2) \end{cases}$

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$

Câu 132. Tìm nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 3^x + 3^y = 10 \\ x + y = 2 \end{cases}$

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 0, & x = 2 \\ y = 2 & y = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Câu 133. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^{\frac{x+y}{3}} + 2^{\frac{x+y}{6}} = 6 & (1) \\ x^2 + 5y^2 = 6xy & (2) \end{cases}$$

A. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 5 & x = 3 \\ y = 1 & y = 3 \end{cases}$

Câu 134. Tìm nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 6^x - 2.3^y = 2 \\ 6^x . 3^y = 12 \end{cases}$

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = \log_3^2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ C. vô nghiệm D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$

Câu 135. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \left(1+\sqrt{2}\right)^{2x} + \left(1+\sqrt{2}\right)^{y} = 4 \\ \left(1+\sqrt{2}\right)^{2y} + \left(1+\sqrt{2}\right)^{x} = 4 \end{cases}$

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $x = y = \log_{(1+\sqrt{2})} \dfrac{\sqrt{17}-1}{2}$

C. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Câu 136. Tìm nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 5 \\ 2\log_4 x + \log_2 y = 4 \end{cases}$ (I)

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -4 \\ y = -4 \end{cases}$

Câu 137. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3^x . 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}} (y-x) = 4 \end{cases}$

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$

5. Bất phương trình mũ và lôgarít

Câu 138. Giải bất phương trình:

a) $2^x > \dfrac{1}{4}$

A. $x > 2$ B. $x > -2$ C. $x < 2$ D. $x > 1$

b) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x < \dfrac{1}{8}$

A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x > -3$ D. $x < -3$

Câu 139. Nghiệm của các bất phương trình sau là:

a) $\log_4(2x - 1) \geq \frac{1}{2}$ (1)

A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x \geq \frac{3}{2}$ D. $x > 2$

b) $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) > -1$ (2)

A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ B. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(1; \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Câu 140. Giải bất phương trình: $2^x + 2^{x+1} < 6$

A. $(-\infty; 0)$ B. $(-\infty; 1)$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(-\infty; 3)$

Câu 141. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm

$$3^{2x+1} - (m + 3)3^x - 2(m + 3) < 0$$

A. $m = -3$ B. $m < -3$ C. $m \geq 21$ D. $m > 0$

Câu 142. Giải bất phương trình: $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} \leq 12$

A. $x \leq 1$ B. $-1 \leq x \leq 1$ C. $x \geq 1$ D. $\frac{1}{6} \leq x \leq 6$

Câu 143. Tìm nghiệm của bất phương trình:

$$\log_4(3^x - 1) \log_{\frac{1}{4}} \frac{3^x - 1}{16} \leq \frac{3}{4}$$

A. $(0; 1] \cup [2; +\infty)$ B. $(0; 1]$ C. $[2; +\infty)$ D. $[1; 2]$

Câu 144. Giải bất phương trình sau: $(x^2 - 5x + 4) \log_3(x - 2) \leq 0$

A. $(-\infty; 4]$ B. $[3; 4]$ C. $[4; +\infty)$ D. $[3; +\infty)$

Câu 145. Tìm nghiệm của bất phương trình:

$$\log_{\frac{1}{2}} x + 2\log_{\frac{1}{4}}(x - 1) + \log_2 6 \leq 0$$

A. $x \leq 1$ B. $x \leq -2$ c. $x \geq 3$ D. $-2 \leq x \leq 3$

Câu 146. Giải bất phương trình: $2\log_5 x - \log_x 125 < 1$ (1)

A. $0 < x < \frac{1}{5}$ B. $1 < x < 5\sqrt{5}$

C. $x < \frac{1}{5}$ D. $0 < x < \frac{1}{5} \vee 1 < x < 5\sqrt{5}$

Câu 147. Bất phương trình $4^x - (m+2).2^{x+1} + m^2 + 2m + 2 > 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in R$ thì m bằng:

A. $m < -1$ B. $m > 1$ C. $m < 2$ D. $m > -2$

Câu 148. Giải bất phương trình: $3^{2\sqrt{x}} + 3 < 3^{\sqrt{x}+1} + 3^{\sqrt{x}}$ (1)

A. $x < 1$ B. $0 < x < 1$ C. $x > 0$ D. $x > 1$

Câu 149. Tìm nghiệm của bất phương trình: $\sqrt{8 + 2^{1+x} - 4^x} + 2^{1+x} > 5$

A. $1 < x < 2$ B. $x \le 2$ C. $0 < x \le 2$ D. $x > 1$

Câu 150. Giải bất phương trình:

$$\frac{\log_{\frac{1}{2}}(x+3)^2 - \log_{\frac{1}{3}}(x+3)^3}{x+1} > 0$$

A. $x > -2$ B. $x < -1$ C. $x > 0$ D. $-2 < x < -1$

Câu 151. Tìm nghiệm của bất phương trình:

$$\log_2(2^x - 1)\log_2(2^{x+1} - 2) > 2$$

A. $\left[\begin{array}{l} 0 < x < \log_2\frac{5}{4} \\ x > \log_2 3 \end{array}\right.$ B. $0 < x < \log_2 3$

C. $x > \log_2 3$ D. $x > 1$

Câu 152. Bất phương trình: $\frac{\log_2 x}{\log_2(2x+1)} \le \frac{\log_2(2x+1)}{\log_2 x}$ (1)

A. $-1 \le x \le \frac{1}{2}$ B. $\left[\begin{array}{l} -1 \le x \le \frac{1}{2} \\ x > 1 \end{array}\right.$

C. $x > 1$ D. $x > 0$

3. NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

A. Kiến thức cần nhớ

1. Nguyên hàm

1. Khái niệm nguyên hàm

Cho hàm số f(x) xác định trên khoảng (a; b). Hàm số F(x) được gọi là *nguyên hàm* của hàm số f(x) trên khoảng (a; b) nếu F'(x) = f(x) với mọi $x \in (a; b)$

Rõ ràng F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x) thì F(x) + C cũng là nguyên hàm của hàm số f(x).

2. Bảng nguyên hàm cơ bản

$\int 0du = C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot gx + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \ (\alpha \neq -1)$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arccotg} x + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int e^x dx = e^x + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

3. Phương pháp đổi biến số:

1) $\int f[u(x)]u'(x)dx = \int f(u)\,du$ 2) $\frac{d\left[\sqrt{x^2+a}+x\right]}{\sqrt{x^2+a}+x} = \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}}$

4. Phương pháp nguyên hàm từng phần

1) $\int udv = uv - \int vdu$

2) Cần chọn u và dv sao cho tính được v và $\int vdu$ đơn giản hơn.

2. Tích phân

1) *Khái niệm về tích phân*

• Cho f(x) là hàm số liên tục trên đoạn [a; b]. Giả sử F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x) trên đoạn [a; b]

Hiệu số F(b) - F(a) được gọi là *tích phân* từ a đến b (hay tích phân xác định trên đoạn [a; b] của hàm số f(x) kí hiệu là $\int_a^b f(x)dx$

Vậy $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

• $\int_a^b \left[\sum_{i=1}^{n} ki\, f_i(x)\right]dx = \sum_{i=1}^{n} ki \int_a^b f_i(x)dx$

• $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

• $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ với $c \in [a; b]$

2) *Phương pháp đổi biến số*

Nếu tích phân có dạng $I = \int_a^b f[u(x)]\, u'(x)dx$ với u(x) đơn điệu trên [a; b] thì: $\int_c^b f[u(x)]\, u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t)dt$

3) *Phương pháp tích phân từng phần*: $\int_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int_a^b vdu$

3. Ứng dụng của tích phân

1) *Diện tích hình phẳng*

• *Diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đường cong và trục hoành.* Giả sử f(x) liên tục trên [a; b]. Diện tích hình thang cong giới hạn đồ thị hàm f(x), trục hoành và các đường x = a, x = b (a < b) là:

$$S = \int_a^b |f(x)|\,dx$$

• *Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong*

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị 2 hàm số $f_1(x)$, $f_2(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$ là:

$$S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)|\,dx$$

2) *Thể tích*

• Nếu mặt phẳng P vuông góc với trục Ox tại $x = t$ và có điểm chung với vật thể M $\Leftrightarrow t \in [a; b]$ thì thể tích của M là:

$$V = \int_a^b f^2(x)\,dx$$

• Khối tròn xoay tạo ra khi quay hình thang cong giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ $(b > a)$ và trục hoành xoay quanh trục Ox sẽ có thể tích

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)\,dx$$

B. Bài tập

Câu 153. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 4x + \frac{1}{x}$ là:

A. $x^3 + 2x^2$ B. $x^3 + 2x^2 + C$

C. $x^3 + 2x + \ln x$ D. $x^3 + 2x^2 + \ln x + C$

Câu 154. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 2\sqrt[4]{x}$, biết rằng $F(1) = -\frac{4}{15}$

A. $\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} - \frac{8x^{\frac{5}{4}}}{5} + C$ B. $\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} - \frac{8x^{\frac{5}{4}}}{5} - \frac{1}{12}$

C. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} - \frac{8x^5}{5} + C$ D. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} - \frac{8x}{5} + C$

Câu 155. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$ biết rằng $F(1) = \frac{1}{3}$

A. $\frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$ B. $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{x+1} + C$

C. $x^2 + x + \frac{2}{x+1} + \frac{13}{6}$ D. $\frac{x^2}{2} + x - \frac{2}{x+1}$

Câu 156. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5 + \cos x$ trên $\mathbb{R}$ là F(x) bằng:

A. $\frac{x^6}{6} + \sin x + M$ B. $\frac{x^5}{5} + \sin x + M$

C. $\frac{x^5}{5} - \sin x + M$ D. $\frac{x^7}{7} - \sin x + M$ (với M là hằng số)

Câu 157. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 6x^2 - 4x + 1$ biết rằng đồ thị của nó đi qua gốc toạ độ.

A. $F(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ B. $F(x) = 2x^3 - 2x^2 + x$

C. $F(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + 1$ D. $F(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + M$

Câu 158. Giả sử F(x) là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x - 1$. Đồ thị của hàm số F(x) và f(x) cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tất cả các điểm chung của đồ thị hai hàm số trên là:

A (0; -1) B. $\left(\frac{5}{2}; 9\right)$ C. (0; -1) và $\left(\frac{5}{2}; 9\right)$ D. $\left(\frac{5}{2}; 8\right)$

Câu 159. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $\ln\left|x + \sqrt{x^2+1}\right| + C$ B. $\ln\left|x + \sqrt{x^2+1}\right|$

C. $\ln\sqrt{x^2+1} + C$ D. $\frac{x^2}{2} + \sqrt{x^2+1}$

Câu 160. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ $(x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$

A. $\text{tg}\frac{x}{2}$ B. $\ln \text{tg}\frac{x}{2}$ C. $\ln\left|\text{tg}\frac{x}{2}\right| + C$ D. $\text{cotg}\frac{x}{2} + C$

Câu 161. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 2\cos x$

A. $\cos x + 2\sin x + C$ B. $-\cos x + 2\sin x + C$

C. $\cos x - 2\sin x$ D. $-\cos x - 2\sin x$

Câu 162. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^3 x$ là:

A. $\sin 3x + \sin x + C$ B. $\frac{1}{12}\sin 3x + \sin x + C$

C. $\frac{1}{12}\sin 3x + \frac{3}{4}\sin x + C$ D. $\frac{1}{12}\sin 3x - \frac{3}{4}\sin x + C$

Câu 163. Tìm họ nguyên hàm $I = \int \frac{\sqrt{1+x}}{x} dx$

A. $2\sqrt{1+x} + C$ B. $\ln x + C$

C. $\ln\left|\sqrt{1+x} - 1\right| + C$ D. $2\sqrt{1+x} + \ln\left|\frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt{1+x} + 1}\right| + C$

Câu 164. $I = \int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^4 x}$

A. $\frac{1}{3\cos^3 x} + C$ B. $-\frac{1}{\cos x} + C$

C. $\frac{1}{3\cos^3 x} - \frac{1}{\cos x}$ D. $\frac{1}{3\cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C$

Câu 165. $I = \int \frac{dx}{\sin^2 x.\cos^2 x}$

A. $-\cot x + \tan x + C$ B. $\cot x - \tan x + C$

C. $\tan x + C$ D. $\cot x + C$

Câu 166. $I = \int \frac{dx}{\cos x.\sin^3 x}$

A. $\ln|\cot x| + \frac{1}{2}\cot^2 x + C$

B. $-\cot x + \tan x + C$

C. $-\ln|\cot x| - \frac{1}{2}\cot^2 x + C$

D. $-\cot x + C$

Câu 167. $I = \int \frac{\sin^4 x dx}{\cos^2 x}$

A. $\tan x - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$

B. $\tan x - \frac{3}{2}x$

C. $\tan x + \frac{3}{2}x$

D. $\tan x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$

Câu 168. $I = \int \frac{dx}{1 - \cos x}$

A. $\cot\frac{x}{2} + C$ B. $-\cot\frac{x}{2} + C$ C. $\cot\frac{x}{2}$ D. $-\cot\frac{x}{2}$

Câu 169. $I = \int \frac{dx}{1 + \sin x}$

A. $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) + C$

B. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + C$

C. $-\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) + C$

D. $-\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + C$

Câu 170. $I = \int \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} dx$

A. $2\tan\frac{x}{2} - x + C$

B. $2\tan x - x + C$

C. $\tan x + x + C$

D. $-\tan x - x + C$

Câu 171. $I = \int (\tan^2 x + \tan^4 x) dx$

A. $\tan^3 x + C$

B. $\frac{1}{3}\tan^3 x + C$

C. $-\frac{1}{3}\tan^3 x + C$

D. $\frac{1}{2}\tan^3 x + C$

Câu 172. $I = \int \frac{\cos 2x dx}{1 + \sin x \cos x}$

A. $\ln|\sin 2x| + C$

B. $\ln 2 + C$

C. $\ln(1 + \sin 2x) + C$

D. $\ln(2 + \sin 2x) + C$

Câu 173. $I = \int \cos x \sin 3x dx$

A. $\cos 4x - \frac{1}{2}\cos 2x + C$

B. $\frac{1}{8}\cos 4x - \frac{1}{4}\cos 2x + C$

C. $-\frac{1}{8}\cos 4x - \frac{1}{4}\cos 2x + C$

D. $\frac{1}{8}\cos 4x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$

Câu 174. $I = \int \cos 2x . \cos 3x \, dx$

A. $\frac{1}{10}\sin 5x + \frac{1}{2}\sin x + C$

B. $\frac{1}{5}\sin 5x + \sin x + C$

C. $\frac{1}{5}\sin 5x - \sin x + C$

D. $\frac{1}{10}\sin 5x - \frac{1}{2}\sin x + C$

Câu 175. $I = \int \sin 5x . \sin 2x \, dx$

A. $\sin 3x + \frac{1}{14}\sin 7x + C$

B. $\frac{1}{6}\sin 3x - \frac{1}{14}\sin 7x + C$

C. $-\frac{1}{6}\sin 3x + \frac{1}{14}\sin 7x + C$

D. $-\frac{1}{14}\sin 7x + C$

Câu 176. $I = \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$

A. $\frac{1}{3\sin^2 x} + \frac{1}{\sin x} + C$

B. $\frac{1}{3\sin^3 x} + \frac{1}{\sin x} + C$

C. $-\frac{1}{3\sin^3 x} - \frac{1}{\sin x} + C$

D. $-\frac{1}{3\sin^3 x} + \frac{1}{\sin x} + C$

Câu 177. $I = \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$

A. $-2\sqrt{\cos x} + \frac{2}{5}\cos x \sqrt[3]{\cos^2 x} + C$

B. $-\sqrt{x} + \frac{2}{5}\cos x + C$

C. $\frac{2}{5}\cos x\sqrt[3]{\cos^2 x}+C$ D. $\frac{1}{5}\cos x\sqrt[3]{\cos^2 x}+C$

Câu 178. $I=\int\left(\sqrt{\sin x}+\cos x\right)^2 dx$

A. $\cos x+\frac{4}{3}\sin x^{\frac{3}{2}}x$

B. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$

C. $-\cos x+\frac{4}{3}\sin^{\frac{3}{2}}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$

D. $\cos x+\frac{2}{3}\sin^{\frac{3}{2}}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$

Câu 179. Tính tích phân $\int_0^1 3xdx$

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 2

Câu 180. $\int_1^2 \frac{dx}{x^3}$ bằng?

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 181. Tính $I=\int_0^1 \left|x^2-2x+1\right| dx$

A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 182. Tính tích phân $I=\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^5+2x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$

A. 5 B. 4 C. $\frac{26}{5}$ D. $\frac{24}{5}$

Câu 183. Tính $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}$

A. $\ln\frac{e}{1+e}$ B. $\ln\frac{1}{1+e}$ C. $\frac{e}{1+e}$ D. $\ln\frac{2e}{1+e}$

Câu 184. Tính $I = \int_{-3}^{5} (|x+2| - |x-2|)dx$

A. 8 B. 7 C. 5 D. 4

Câu 185. Tính $I = \int_0^2 \frac{x^4}{\sqrt{x^5+1}} dx$

A. $\sqrt{33} - 1$ B. $\frac{2}{5}(\sqrt{33} - 1)$ C. $2(\sqrt{33} - 1)$ D. $\frac{2}{5}\sqrt{33}$

Câu 186. $\int_0^1 \frac{dx}{2x^2+5x+2}$ bằng:

A. ln3 B. ln2 C. $\frac{1}{2}$ln2 D. $\frac{1}{3}$ln2

Câu 187. Tính $I = \int_1^{\sqrt{6}} x^3\sqrt{x^2+3}\, dx$

A. $6\frac{11}{4}$ B. 6 C. $6\frac{5}{2}$ D. 7

Câu 188. Tính tích phân $I = \int_0^2 e^{3x}\, xdx$

A. $\frac{5}{9}e^6$ B. $\frac{5}{9}e^6 + \frac{1}{9}$ C. $\frac{5}{9}e^6 - \frac{1}{9}$ D. $e^6 + \frac{1}{9}$

Câu 189. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x} dx$ bằng:

A. ln2 B. $\frac{1}{3}$ln2 C. $\frac{1}{2}$ln2 D. $\frac{1}{4}$ln2

Câu 190. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 191. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x dx$

A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{3}{15}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 192. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 2x$ và $x + y = 0$ là

A. 9 (đvdt) B. $\frac{9}{2}$ (đvdt) C. $\frac{7}{2}$ (đvdt) D. 3 (đvdt)

Câu 193. Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}$; $y = x$ và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là:

A. 1 (đvdt) B. 2 (đvdt) C. $\ln\frac{4}{3}$ (đvdt) D. 3 (đvdt)

Câu 194. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ và trục hoành tính theo (đvdt) là:

A. 7 B. $\frac{27}{4}$ C. $\frac{11}{4}$ D. $\frac{9}{4}$

Câu 195. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1}$ có đồ thị (C). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) đường tiệm cận xiên của (C) và hai đường thẳng $x = 2$, $x = m$ ($m > 2$), có diện tích bằng 3. Thế thì m bằng:

A. e^3 B. $e^3 - 1$ C. $1 - e^3$ D. $e^3 + 1$

Câu 196. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} |y| = 4x^2 \\ y^2 = 16x \end{cases}$

A. 8 B. 4 C. $\frac{8}{3}$ D. 3

Câu 197. Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 2x^2$ và trục hoành:

A. $\frac{8}{15}$ (đvdt) B. 2 (đvdt) C. 3 (đvdt) D. $\frac{7}{15}$ (đvdt)

Câu 198. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và trục hoành là:

A. 27 (đvdt) B. $\frac{81}{4}$ (đvdt) C. $\frac{27}{4}$ (đvdt) D. 20 (đvdt)

Câu 199. Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sin 2x$ đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ và trục hoành.

A. $\frac{1}{2}$(đvdt) B. 1 (đvdt) C. 2 (đvdt) D. $\frac{1}{3}$ (đvdt)

Câu 200. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình: $y = x^2 - 2$; $y = x$, $x = -1$, $x = 0$

A. 1 (đvdt) B. 2 (đvdt) C. $\frac{7}{6}$(đvdt) D. $\frac{3}{2}$(đvdt)

Câu 201. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

$$y = \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x};\ y = 0;\ x = 1;\ x = 2$$

Tính chính xác đến 1 chữ số thập phân là:

A. 1 (đvdt) B. 2 (đvdt) C. 2,2 (đvdt) D. 1,2 (đvdt)

Câu 202. Cho (P): $y^2 = 2x$ và đường thẳng (d): $x - 2y + 2 = 0$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường (P) và (d)

A. $\frac{4}{3}$(đvdt) B. 1 (đvdt) C. $\frac{1}{3}$(đvdt) D. $\frac{2}{3}$(đvdt)

Câu 203. Diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$; $y = 0$ và $x = 1$ là:

A. 2 (đvdt) B. 3 (đvdt) C. 1 (đvdt) D. 1,5 (đvdt)

Câu 204. Cho hình phẳng (M) giới hạn bởi các đường $y = 0$; $y = \cos^2 x$; $x = 0$; $x = \frac{\pi}{2}$

Diện tích hình phẳng (M) là:

A. π (đvdt) B. 3 (đvdt) C. 5 (đvdt) D. $\frac{\pi}{4}$ (đvdt)

Câu 205. Cho hình phẳng (M) (câu 204) quay quanh Ox, thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành là:

A. $\frac{3\pi^2}{16}$ (đvtt) B. $\frac{\pi^2}{16}$ (đvtt) C. $\frac{3\pi}{16}$ (đvtt) D. $\frac{\pi}{8}$ (đvtt)

Câu 206. Cho (D) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=tg^2x$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{4}$.

Diện tích của (D) là:

A. 1 (đvdt) B. $\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ (đvdt)

C. $\frac{\pi}{4}$ (đvdt) D. $\left(1-\frac{\pi}{5}\right)$ (đvdt)

Câu 207. Cho (D) (câu 206) quay quanh Ox, thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành là:

A. $\frac{\pi^2}{4}$ (đvtt) B. $\left(\frac{\pi^2}{4}-\frac{\pi}{3}\right)$ (đvtt)

C. $\left(\frac{\pi^2}{4}-\frac{2}{3}\pi\right)$ (đvtt) D. $\left(\frac{\pi^2}{4}-\frac{3}{4}\pi\right)$ (đvtt)

4. SỐ PHỨC

A. Kiến thức cần nhớ

1. Số i

Số i là nghiệm của phương trình $x^2 + 1 = 0$

Như vậy $i^2 = -1$

Người ta coi i là căn bậc hai của -1, 2i là căn bậc hai của -4...

2. Số phức

1) Số phức là những số dạng a + bi trong đó a, b $\in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$

Số phức z = a + bi thì a là *phần thực*, b là *phần ảo*

2) *Số phức bằng nhau*

Hai số phức bằng nhau nếu phần thực và phần ảo của chúng bằng nhau

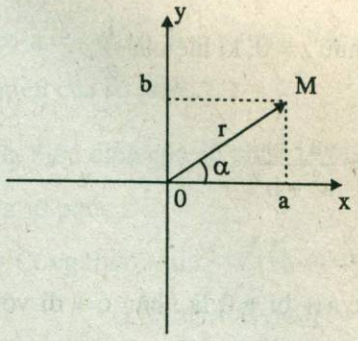
$$a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c \text{ và } b = d$$

Tập hợp các số phức kí hiệu C

$$\mathbb{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

3) Biểu diễn hình học số phức

Mỗi số phức z = a + bi hoàn toàn được xác định bởi cặp số thực (a; b)



Hình 3.

Điểm M (a; b) trong hệ toạ độ Oxy gọi là điểm biểu diễn số phức z = a + bi (h. 3).

Mặt phẳng biểu diễn số phức gọi là mặt phẳng phức.

Trong mặt phẳng phức trục hoành gọi là trục thực, trục tung gọi là trục ảo.

4) *Môđun của số phức*

Độ dài của vectơ $\overrightarrow{OM}$ được gọi là mô đun của số phức z, kí hiệu là |z|

$$|z| = \left|\overrightarrow{OM}\right| \text{ hay } |a + bi| = \left|\overrightarrow{OM}\right| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

5) *Số phức liên hợp*

Cho số phức $z = a + bi$. Ta gọi $a - bi$ là *số phức liên hợp* của số phức z và kí hiệu là $\bar{z} = a - bi$

Trong mặt phẳng phức, các điểm biểu diễn z và $\bar{z}$ đối xứng qua trục thực

3. Cộng và nhân số phức

1) Phép cộng, trừ và nhân hai số phức được xác định theo quy tắc cộng, trừ và nhân đa thức:

$$(a + bi) \pm (c + di) = (a \pm c) + (b \pm d)i$$

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Chú ý. Tổng và tích của 2 số phức liên hợp kết quả là một số thực

2) *Lũy thừa của i*

$$i^2 = -1 \qquad i^3 = i^2 . i = -i \ldots.$$

4. Nghịch đảo của số phức. Phép chia số phức

1) Cho $z = a + bi$ là số phức khác 0

Ta có: $z . \dfrac{\bar{z}}{|z|^2} = 1$

Vậy $\dfrac{\bar{z}}{|z|^2}$ là nghịch đảo của số phức $z \neq 0$, kí hiệu là $\dfrac{1}{z}$

$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} \text{ hay } \frac{1}{a+bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$$

2) *Phép chia hai số phức*

Chia số phức $c + di$ cho số phức $a + bi \neq 0$ là nhân $c + di$ với nghịch đảo của $a + bi$. Thương của phép chia kí hiệu là $\dfrac{c+di}{a+bi}$.

Chú ý. Để thực hiện phép chia $\dfrac{c+di}{a+bi}$ ta nhân cả tử và mẫu với liên hợp của $a + bi$

5. Căn bậc hai của số phức - Phương trình bậc 2 với hệ số phức

1) Cho số z, nếu có số phức z_1 sao cho $z_1^2 = z$ thì ta nói z_1 là một căn bậc hai của z.

2) *Khai căn bậc hai*:

Mọi số phức $z \neq 0$ đều có 2 căn bậc hai.

3) *Phương trình bậc hai*

Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ (ở đây a, b, c là những số phức $a \neq 0$)

Công thức nghiệm của phương trình trên là:

$$x = \frac{-b \pm \omega}{2a}$$ (ω là một căn bậc hai của Δ)

4) Người ta đã chứng minh được rằng mọi phương trình bậc n với $n \geq 1$: $a_0x^n + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0$ trong đó $a_i \in \mathbb{C}$, $a_0 \neq 0$ đều có n nghiệm phức (các nghiệm không nhất thiết phân biệt)

6. Dạng lượng giác của số phức

• Mỗi số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi một điểm M trên mặt phẳng phức (hình 3)

$$r = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}, \cos\varphi = \frac{a}{r}, \sin\varphi = \frac{b}{r}$$

$\Rightarrow a = r\cos\varphi$, $b = r\sin\varphi$. Vậy $z = a + bi \Rightarrow z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ φ gọi là argumen của số phức z, $r = |z|$

Sự biểu diễn của số phức z với $r = |z|$, $\varphi = \arg z$ được gọi là dạng lượng giác của số phức z.

• Công thức Moa - vrơ (Moivre)

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$$

• Mọi số phức $Z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \neq 0$, đều có đúng n căn bậc n, đó là các giá trị

$$\varepsilon_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + k2\pi}{n} + i\sin\frac{\varphi + k2\pi}{n}\right)$$

B. Bài tập

Câu 208. Trong những số sau số nào là số ảo:

$$\sqrt{-3},\ \sqrt[3]{-3},\ \sqrt[4]{-3},\ \sqrt[5]{-3},\ \sqrt[6]{-3}$$

A. $\sqrt{-3}$ B. $\sqrt[3]{-3}$ C. $\sqrt[5]{-3}$ D. $\sqrt{-3}$; $\sqrt[4]{-3}$; $\sqrt[6]{-3}$

Câu 209. Trong các số phức sau, những số nào có phần thực bằng nhau:

$z_1 = 8 + 7i$; $z_2 = 2 - 3i$; $z_3 = 3 + 7i$; $z_4 = 8 - 7i$

A. z_1; z_2 B. z_2; z_3 C. z_1; z_4 D. z_1; z_3

Câu 210. Trong các số phức cho ở câu 209. Hai số nào có phần ảo bằng nhau:

A. z_1; z_4 B. z_1; z_3 C. z_2; z_3 D. z_2; z_4

Câu 211. Tìm các số thực x, y biết: $(x + y) + (x - y)i = 5 + 3i$

A. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

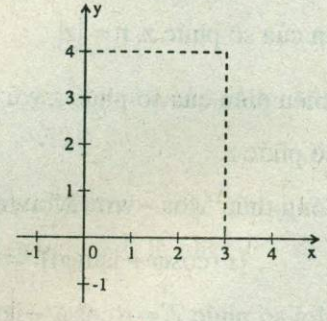
Câu 212. Nếu ta có $(x - 2) + (2y - 1)i = (y - 1) + (x + 2)i$ thì hai số thực x, y bằng:

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$

Câu 213. Phần thực và phần ảo của số phức z được biểu diễn bởi điểm M ở hình 4 lần lượt là:

A. 4; 3 B. 4; -3

C. 3; 4 D. -4; 3



Hình 4.

Câu 214. Trong những số phức có phần thực và phần ảo là số nguyên, thì số phức nào có môđun bằng 5:

A. $3 + 4i$, $-3 - 4i$, $3 - 4i$, $-3 + 4i$ B. $-4 - 3i$, $4 - 3i$, $-4 + 3i$

C. $5i$, $-5i$, $5 + 0i$, $-5 + 0i$ D. Cả 3 đáp án trên

Câu 215. Trên mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phần thực là 2 là:

A. $x = -2$ B. $x = 2$ C. $x = 1$ D. $x = -1$

Câu 216. Trên mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phần ảo bằng 3 là:

A. $x = 3$ B. $y = -3$ C. $y = 3$ D. $x = 2$

Câu 217. Số phức liên hợp của $Z = 3 + 2i$ là:

A. $\bar{z} = 3 - 2i$ B. $\bar{z} = 2 + 3i$

C. $\bar{z} = 2 - 3i$ D. $\bar{z} = -2 + 3i$

Câu 218. Tìm phần thực và phần ảo của số phức

$z = (2 + 3i)(1 - 2i)$

A. 8; 1 B. 1; 8 C. 8; -1 D. -4; -1

Câu 219. Số phức $z = (3 + 2i)^2$ có phần thực và phần ảo lần lượt bằng:

A. 13; 12 B. 13; 6 C. 12; 6 D. 5; 12

Câu 220. Tính i^{15}

A. -i B. i C. -1 D. 1

Câu 221. Cho $z = 2 + 3i$, nghịch đảo của số phức z là:

A. $2 - 3i$ B. $3 + 2i$ C. $\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$ D. $3 - 2i$

Câu 222. Kết quả của phép tính: $\frac{(2-i)^2(2i)^4}{1-i}$ là:

A. $7 - i$ B. $56 - 8i$ C. $7 + i$ D. $56 + 8i$

Câu 223. Căn bậc 2 của số phức $z = -5 + 12i$ là:

A. $2 + 3i$ B. $-2 - 3i$

C. $2 - 3i, -2 + 3i$ D. $2 + 3i, -2 - 3i$

Câu 224. Căn bậc 2 của số phức $z = 3 - 4i$ là:

A. $2 - i; -2 + i$ B. $2 + i$

C. $-2 - i$ D. $2 + i; -2 - i$

Câu 225. Giải phương trình trên tập số phức: $2x^2 - 6x + 29 = 0$

A. $x = \frac{3+7i}{2}$ B. $x_1 = \frac{3+7i}{2}; x_2 = \frac{3-7i}{2}$

C. $x = \dfrac{3-7i}{2}$ D. $3 \pm 7i$

Câu 226. Giải phương trình $x^2 - 4x + 5 = 0$

A. $x_1 = 2 + i;\ x_2 = 2 - i$ B. $x_1 = 4 + i;\ x_2 = 4 - i$

C. $x_1 = -1;\ x_2 = -5$ D. $x_1 = 5;\ x_2 = 1$

Câu 227. Tìm nghiệm của phương trình trên tập số phức

$$x^2 - (2 - i)x + (1 - 7i) = 0$$

A. $x = \left(2 + \sqrt{\dfrac{\sqrt{577}-1}{2}}\right) + \left(\sqrt{\dfrac{\sqrt{577}+1}{2}} - 1\right)i$

B. $x = \dfrac{1}{2}\left(2 + \sqrt{\dfrac{\sqrt{577}-1}{2}}\right) + \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{\dfrac{\sqrt{577}+1}{2}} - 1\right)i$

C. $x = \dfrac{1}{2}\left(2 - \sqrt{\dfrac{\sqrt{577}-1}{2}}\right) - \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{\dfrac{\sqrt{577}+1}{2}} + 1\right)i$

D. Cả 2 đáp án B và C

Câu 228. Trên tập số phức nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y = \sqrt{3} \\ xy = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$ là:

A. $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3}+i}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{3}-i}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3}-i}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{3}+i}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3}-i}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{3}+i}{4} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3}+i}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{3}-i}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3}-i}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{3}+i}{4} \end{cases}$

Câu 229. Biểu diễn số phức $z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ dưới dạng lượng giác

A. $\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}$ B. $\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$

C. $\cos x\ \frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}$ D. $\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}$

Câu 230. Biểu diễn số phức $z = -\frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$ dưới dạng lượng giác:

A. $5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ B. $5\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

C. $5\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ D. $5\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 5i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

Câu 231. Tìm môđun và argumen của số phức

$$z = 5\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right).\frac{1}{5}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

A. $|z| = 1; \varphi = \frac{11\pi}{12}$ B. $|z| = 5\frac{1}{5}; \varphi = \frac{11}{12}\pi$

C. $|z| = 1; \varphi = \frac{\pi^2}{6}$ D. $|z| = 5\frac{1}{5}; \varphi = \frac{\pi^2}{6}$

Câu 232. Tìm $z = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^5$

A. $1 + \sqrt{3}\,i$ B. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C. $1 - \sqrt{3}\,i$ D. $\frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$

Câu 233. Tìm các căn bậc 3 của 8.

A. 2 B. -2

C. $2\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}$ D. 2; $-1 + \sqrt{3}\,i$; $-1 - \sqrt{3}\,i$

Câu 234. Trong mặt phẳng phức tìm tập hợp điểm M(z) thoả mãn $|z + 1 - i| \le 3$

A. Đường thẳng $y = 3$ B. Đường thẳng $x = -3$

C. Đường thẳng $y + x = 3$ D. Đường tròn tâm I (-1; 1), R = 3

5. KHỐI ĐA DIỆN

A. Kiến thức cần nhớ

1. Khái niệm về khối đa diện

1) *Hình đa diện.*

Quan sát một hộp phấn đó là hình hộp chữ nhật là một hình không gian được tạo bởi hữu hạn các miền đa giác.

Các miền đa giác ấy có các tính chất:

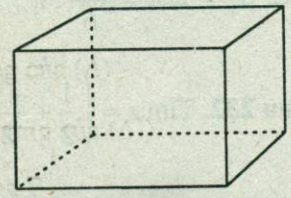
• Hai miền đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không giao nhau hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung

• Mỗi cạnh của miền đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai miền đa giác.

Người ta gọi hình hộp chữ nhật là một hình đa diện.

Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các miền đa giác thoả mãn hai tính chất trên. Mỗi miền đa giác như thế gọi là mặt của hình đa diện. Các đỉnh các cạnh của các miền đa giác ấy theo thứ tự là đỉnh, cạnh của hình đa diện.

2) *Khối đa diện.* Khối đa diện là phần không gian giới hạn bởi hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.



Hình 5

3) *Khối đa diện lồi*

Khối đa diện (H) được gọi là lồi nếu đoạn thẳng nối 2 điểm bất kì của (H) luôn luôn thuộc (H)

2. Khối đa diện đều

1) Khối đa diện lồi được được gọi là *khối đa diện đều* loại p, q nếu:

* Mỗi mặt của nó là một miền đa giác đều p cạnh.

* Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

2) Chỉ có 5 loại khối đa diện đều loại {3, 3}, {4, 3}, {3, 4}, {5, 3} và {3, 5}

3. Khái niệm về thể tích khối đa diện

1) *Khái niệm.* (H) → V(H) (V(H) dương):

• Nếu H là khối lập phương cạnh là 1 thì V(H) = 1

• *Nếu hai khối đa diện* $(H_1) = (H_2) \Rightarrow V(H_1) = V(H_2)$

• Nếu khối đa diện (H) được phân chia thành hai khối đa diện (H_1) và $(H_2) \Rightarrow V(H) = V(H_1) + V(H_2)$

Số dương V(H) nói trên gọi là thể tích khối đa diện (H)

2) Công thức thể tích

• Thể tích V của khối hộp chữ nhật có 3 kích thước là a, b, c:

$$V = a.\,b.\,c$$

• Thể tích V của khối lập phương có cạnh bằng a:

$$V = a^3$$

• Thể tích V của khối hộp có diện tích đáy là B, chiều cao h là:

$$V = Bh$$

• Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy là B, chiều cao h là:

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

• Thể tích V của khối chóp cụt có diện tích đáy lớn là B, diện tích đáy nhỏ là B', chiều cao h:

$$V = \frac{1}{3}(B + B' + \sqrt{BB'})h$$

Chú ý. Trong một số bài toán thường sử dụng kết quả:

Cho khối chóp S.ABC, trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy 3 điểm A', B', C' khác S. Khi đó:

$$\frac{V(S.A'B'C')}{V(S.ABC)} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

B. Bài tập

Câu 235. Cho hình chóp O.ABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau tại O. Các cạnh OA = a, OB = b, OC = c. Gọi x, y, z lần lượt là góc hợp bởi các mặt phẳng (OBC), (OCA), (OAB) với mặt phẳng (ABC). Thế thì $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z$ bằng:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 236. Cho hình chóp đều S. ABC, chiều cao bằng 6 cm, cạnh đáy bằng 6cm. Qua cạnh AB dựng mặt phẳng vuông góc với SC. Diện tích của thiết diện được tạo thành tính bằng xentimet vuông là:

A. 27 B. 9 C. $\frac{27}{2}$ D. 15

Câu 237. Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi BD và SC là:

A. 60^0 B. 45^0 C. 30^0 D. 90^0

Câu 238. Sử dụng đề bài của câu 237 với SA = AB = 4dm

Diện tích tam giác SBD tính bằng đêximet vuông là:

A. $8\sqrt{2}$ B. $8\sqrt{3}$ C. 10 D. 11

Câu 239. Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình thoi và $\hat{A} = 6^0$, SA = SB = SC. Số đo của góc SBC bằng

A. 45^0 B. 60^0 C. 90^0 D. 30^0

Câu 240. Sử dụng đề bài của câu 239 với cạnh hình thoi bằng a, SA = SB = SD = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy thể tích của hình chóp là:

A. $\frac{a^2\sqrt{15}}{18}$ B. $\frac{a\sqrt{15}}{18}$ C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$ D. $\frac{a^4\sqrt{13}}{18}$

Câu 241. Cho hình chóp S ABCD đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD. Góc của hai đường thẳng AM và BP là:

A. 60^0 B. 30^0 C. 45^0 D. 90^0

Câu 242. Cho hình lập phương ABCD, A'B'C'D'. Gọi M; N lần lượt là tâm của mặt A'B'C'D' và BCC'B'. Mặt phẳng α qua A, M, N cắt cạnh BC tại I. Tỉ số $\frac{BI}{IC}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{5}$

Câu 243. Cùng đề bài với câu 242. Hỏi thiết diện tạo bởi mặt phẳng α và hình lập phương là hình gì?

A. Hình thoi B. Hình vuông

C. Hình bình hành D. Hình chữ nhật

Câu 244. Cho hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D' cạnh AB = a, AD = b, AA' = c . Mặt phẳng (P) đi qua các điểm I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, DD'

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng P và hình hộp là hình gì?

A. Tứ giác B. Ngũ giác C. Lục giác D. tam giác

Câu 245. Với đề bài của câu 244. Tính diện tích thiết diện theo a, b, c của mặt phẳng (P) và hình hộp.

A. $\frac{3}{4}\sqrt{a^3b^3c^3}$ B. $\frac{1}{8}\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$

C. $\frac{1}{8}\sqrt{ab+bc+ca}$ D. $\frac{3}{4}\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$

Câu 246. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' cạnh 3. Lấy $M \in AD$, $N \in BD$ với $AM = DN = x$ $(0 < x < 3\sqrt{2})$

Với x bằng bao nhiêu? thì đoạn MN ngắn nhất:

A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

Câu 247. Với đề bài của câu 246 và trong trường hợp MN là ngắn nhất thì vị trí tương đối của MN và A'C là:

A. MN cắt A'C B. MN trùng với A'C

C. MN song song với A'C D. MN chéo nhau với A'C

Câu 248. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SA = a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$

Câu 249. Cho hình chóp S.ABC. Đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB} = 60^0$, BC = 3cm, $SA = 3\sqrt{3}$ cm. Gọi N là trung điểm cạnh SB. Thể tích của khối tứ diện NABC tính bằng xentimet khối là:

A. $\frac{27}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{2}{3}$

Câu 250. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a đường cao của hình chóp $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và đáy bằng:

A. 45^0 B. 30^0 C. 60^0 D. 90^0

Câu 251. Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình thang vuông tại A, B và có AD = 2BC = 2AB = 12cm. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA= $6\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) tính theo xentimet bằng:

A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. 2

Câu 252. Cho hình chóp SABC, đáy ABC là tam giác đều cạnh 4cm. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA = 4cm. Một điểm M trên cạnh AB sao cho $\widehat{ACM} = 45^0$. Gọi H là hình chiếu của S trên CM, gọi I, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên SC, SH. Thể tích của khối tứ diện SAIK tính bằng xentimet khối là:

A. $\frac{16}{9}$ B. $\frac{16}{3}$ C. 8 D. 9

Câu 253. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng $2\sqrt{6}$ cm và đường cao SO = 1cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, AB. Thể tích của hình chóp S.AMN tính bằng xentimet khối là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 1

Câu 254. Sử dụng đề bài của câu 267. Tìm bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp S.AMN

A. $\frac{\sqrt{3}}{1+2\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{1+2\sqrt{2}}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

Câu 255. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình chữ nhật có AB = $\sqrt{49}$ dm, AD = 3dm và SA vuông góc với đáy, SA = 15dm. Lấy điểm M thuộc cạnh bên SA với AM = 5dm.

Diện tích của thiết diện do (MBC) cắt hình chóp có diện tích tính theo đêximet vuông bằng:

A. 40 B. 50 C. 20 D. 25

Câu 256. Trên mặt phẳng (P) cho đoạn thẳng AB = 6, E là một điểm cố định nằm trên đoạn AB sao cho BE = $\frac{2}{3}$AB. Qua E kẻ đường thẳng Ex $\in$ (P), Ex $\perp$ AB, C $\in$ Ex. Trên đường thẳng d vuông góc với (P) tại A lấy M bất kì. Thế thì góc giữa CE và mặt phẳng (BAM) là:

A. 60^0 B. 45^0 C. 30^0 D. 90^0

Câu 257. Với đề bài của câu 256 và M chạy trên d, K là hình chiếu của C trên BM. Tích BM. BK bằng.

A. 24 B. 12 C. 25 D. 36

Câu 258. Cho hình tứ diện ABCD có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC); AC = AD = 4cm; AB = 3cm; BC = 5cm. Thể tích của khối chóp A. BCD tính theo xentimet khối là:

A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 259. Với đề bài của câu 258. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) là:

A. $\frac{4}{\sqrt{34}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{34}}$ C. $\frac{6\sqrt{34}}{17}$ D. $\frac{6}{\sqrt{34}}$

Câu 260. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có tất cả các cạnh bằng a. Diện tích toàn phần của hình chóp tính theo a là:

A. $a^2(1+\sqrt{2})$. B. $a^2(1+\sqrt{3})$

C. $a^2(1+2\sqrt{3})$ D. $a^2\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Câu 261. Với đề bài của câu 260. Thể tích hình chóp tính theo a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

6. MẶT NÓN, MẶT TRỤ, MẶT CẦU

A. Kiến thức cần nhớ

1. Khái niệm về mặt tròn xoay

1) *Sự tạo thành mặt tròn xoay*

Trong không gian cho mặt phẳng P chứa đường thẳng Δ và đường (C). Khi quay mặt phẳng P xung quanh Δ thì (C) trong khi quay tạo ra một mặt xoay nhận Δ làm trục. Đường (C) được gọi là đường sinh của mặt tròn xoay đó.

2) *Tính chất của mặt tròn xoay*

• Nếu cắt mặt tròn xoay bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Δ ta được giao tuyến là một đường tròn có tâm nằm trên Δ.

• Mỗi điểm M trên mặt tròn xoay đều nằm trên một đường tròn thuộc mặt tròn xoay và đường tròn này có tâm nằm trên Δ.

3) *Mặt nón tròn xoay*

• Định nghĩa. Cho hai đường thẳng Δ và d cắt nhau tại O tạo thành góc α với $0^0 < \alpha < 90^0$. Mặt tròn xoay sinh ra bởi đường thẳng d khi quay xung quanh trục Δ sao cho góc α không đổi gọi là *mặt nón tròn xoay* đỉnh O có góc ở đỉnh bằng 2α (gọi tắt là mặt nón).

Đường thẳng Δ gọi là trục của mặt nón, đường thẳng d gọi là đường sinh của mặt nón.

• *Khối nón tròn xoay và hình nón tròn xoay.*

Cho miền tam giác vuông OIM vuông tại I. Khi quay miền tam giác vuông này quanh cạnh góc vuông OI tạo thành một khối nón tròn xoay (gọi tắt là khối nón).

Hình tròn tâm I bán kính IM gọi là đáy của khối nón, O gọi là đỉnh của khối nón, độ dài đoạn thẳng OI gọi là chiều cao của khối nón. Phần mặt nón tròn xoay sinh ra bởi OM tạo ra trong khi quay gọi là mặt xung quanh của khối nón. Hình gồm mặt xung quanh và mặt đáy của khối nón được gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón).

4) *Mặt trụ tròn xoay*

• *Định nghĩa.* Cho 2 đường thẳng Δ và *l* song song với nhau, cách nhau một khoảng r. Đường thẳng *l* quay xung quanh trục Δ (khoảng cách r không đổi) sinh ra mặt trụ tròn xoay (gọi tắt là mặt trụ). Đường thẳng Δ gọi là trục của mặt trụ, *l* gọi là đường sinh.

• Khối trụ tròn xoay và hình trụ tròn xoay

Một hình chữ nhật ABCD và miền trong của nó. Khi quay hình này quanh đường thẳng chứa một cạnh của nó chẳng hạn cạnh AB thì hình sinh ra gọi là khối trụ tròn xoay (gọi tắt là khối trụ).

Khi quay quanh AB hai cạnh AD và BC sẽ sinh ra hai đường tròn bằng nhau nằm trên hai mặt phẳng song song gọi là hai đáy của khối trụ, còn cạnh CD là đường sinh sẽ sinh ra mặt xung quanh của khối trụ. Khoảng cách AB giữa 2 mặt phẳng song song chứa hai đáy gọi là chiều cao của khối trụ.

Hình gồm mặt xung quanh và hai mặt đáy của khối trụ gọi là hình trụ tròn xoay (gọi tắt là hình trụ)

2. Mặt cầu

1) *Định nghĩa mặt cầu và các khái niệm có liên quan*

Tập hợp tất cả những điểm M trong không gian cách O cố định một khoảng r được gọi là mặt cầu tâm O bán kính r, kí hiệu là (O; r) hay (O)

• M nằm trên (O, r) thì OM = r

• Nếu OM < r thì M nằm trong mặt cầu (O; r)

• Nếu OM > r thì M nằm ngoài mặt cầu (O; r)

2) *Giao của mặt cầu và mặt phẳng*

Cho mặt cầu (O; r) và mặt phẳng (P), gọi h = d(O, (P))

• Nếu h > r: (P) không cắt mặt cầu

• Nếu h = r: (P) tiếp xúc với mặt cầu tại H ta có OH ⊥ (P)

• Nếu h < r: (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính

$$r' = \sqrt{r^2 - h^2}$$

(Đặc biệt khi h = 0, (P) đi qua O và cắt (O; r) theo một đường tròn lớn có bán kính r' = r

3) *Giao của mặt cầu và đường thẳng*

Cho mặt cầu (O; r) và đường thẳng (Δ)

• Trường hợp (Δ) đi qua tâm O của mặt cầu thì (Δ) cắt mặt cầu tại 2 điểm A, B với AB = 2r

• Trường hợp (Δ) không đi qua tâm O của mặt cầu gọi d là khoảng cách từ O đến (Δ):

* Nếu d < r, (Δ) cắt mặt cầu tại 2 điểm M, N.

* Nếu d = r, (Δ) tiếp xúc với mặt cầu tại điểm H.

(Khi đó H gọi là tiếp điểm, (Δ) gọi là tiếp tuyến của mặt cầu)

* Nếu d > r, (Δ) không cắt mặt cầu.

Chú ý:

• Qua một điểm A trên mặt cầu có vô số tiếp tuyến của mặt cầu (O; r) và các tiếp tuyến này nằm trên cùng một mặt phẳng vuông góc với OA tại A.

• Qua một điểm M ở ngoài mặt cầu (O; r) có vô số tiếp tuyến với mặt cầu (O; r). Khi đó độ dài các đoạn thẳng kẻ từ M đến tiếp điểm đều bằng nhau. Tất cả các tiếp tuyến này tạo nên một mặt nón có đỉnh là M và có đường tròn đáy nằm trên mặt cầu.

3. Các công thức tính diện tích và thể tích

1) *Mặt nón và khối nón*

Diện tích xung quanh

$S_{xq} = 2\pi rl$ (r là bán kính đáy, l là đường sinh)

Thể tích khối trụ:

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (h là chiều cao)

2) *Mặt trụ và khối trụ*

Diện tích xung quanh hình trụ:

$$S_{xq} = 2\pi rl$$

Thể tích khối trụ:

$$V = \pi r^2 h$$

3) *Mặt cầu và khối cầu*

Diện tích mặt cầu:

$$S = 4\pi r^2$$

Thể tích khối cầu:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

B. Bài tập

Câu 262. Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm chiều cao bằng 6cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

A. 10cm B. 6cm C. 5cm D. 8cm

Câu 263. Chiều cao của hình trụ bằng 7cm, bán kính đáy bằng 5cm. Thiết diện song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3cm có diện tích tính bằng cm^2 là:

A. 28 B. 56 C. 21 D. 35

Câu 264. Bán kính đáy của một hình trụ bằng 5m, chiều cao bằng 6m. Đoạn thẳng AA' có độ dài 10m có hai đầu nằm trên hai đường tròn đáy. Khoảng cách ngắn nhất giữa trục và AA' là:

A. 4cm B. 5cm C. 6cm D. 3cm

Câu 265. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều cạnh là 6cm. Thiết diện qua hai đường sinh tạo thành góc 30^0, thì diện tích của nó tính bằng xentimet vuông là:

A. 18 B. 16 C. 9 D. 10

Câu 266. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang có đáy nhỏ BC = 3cm, đáy lớn AD = 8cm và $\widehat{BAD} = 60^0$ và đường cao của hình chóp đi qua tâm của đáy, cạnh bên tạo với đáy góc 60^0.

Một hình nón có đỉnh cũng là S và đáy là hình tròn ngoại tiếp hình thang ABCD.

Thể tích của khối nón tính gần đúng đến hàng đơn vị là:

A. $114cm^3$ B. $114,3cm^3$ C. $114,33cm^3$ D. $115cm^3$

Câu 267. Sử dụng đề bài câu 376. Tìm diện tích xung quanh của hình nón (tính gần đúng tới 2 chữ số thập phân)

A. $102,4cm^2$ B. $102,5cm^2$ C. $102cm^2$ D. $103cm^2$

Câu 268. Cho mặt cầu tâm I bán kính R = 2,6cm. Một mặt phẳng cắt mặt cầu và cách tâm I một khoảng bằng 2,4cm. Thế thì bán kính của đường tròn do mặt phẳng cắt mặt cầu tạo nên là:

A. 1,2cm B. 1,3cm C. 1cm D. 1,4cm

Câu 269. Diện tích hình tròn lớn của một hình cầu là p. Một mặt phẳng (α) cắt hình cầu theo một hình tròn có diện tích là $\frac{p}{2}$. Thế thì bán kính của hình tròn này bằng:

A. $\sqrt{\frac{p}{\pi}}$ B. $\sqrt{\frac{1}{\pi}}$ C. $\sqrt{\frac{2p}{\pi}}$ D. $\sqrt{\frac{p}{2\pi}}$

Câu 270. Một hình cầu có bán kính là 2m, một mặt phẳng cắt hình cầu theo một hình tròn có độ dài là 2,4πm. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng là:

A. 1,6m B. 1,5m C. 1,4m D. 1,7m

7. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. Kiến thức cần nhớ

1. Hệ toạ độ trong không gian

1) *Hệ toạ độ trong không gian*

Hệ toạ độ trong không gian gồm 3 trục x'Ox, y'Oy, z'Oz đôi một vuông góc với nhau và có định hướng

- Trục hoành, định hướng dương x'Ox có véctơ đơn vị $\vec{i}$.
- Trục tung, định hướng dương y'Oy có vectơ đơn vị $\vec{j}$.
- Trục cao, định hướng dương z'Oz có vectơ đơn vị $\vec{k}$.
- Các mặt phẳng xOy, yOz, xOz được gọi là mặt phẳng toạ độ. O gọi là gốc toạ độ.

Ta có $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$ và $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0, \vec{i} \cdot \vec{k} = 0, \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$

Không gian gắn với hệ toạ độ Oxyz gọi là không gian Oxyz

2) *Toạ độ của một điểm và của một vectơ*

Trong không gian Oxyz: $M(x_0; y_0; z_0) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j} + z_0\vec{k}$

$\vec{u}(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Cho $A(x_A; y_A; z_A)$ $B(x_B; y_B; z_B)$

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

3) *Vectơ bằng nhau, toạ độ của các phép toán vectơ*

Cho $\vec{u}(x_1; y_1; z_1)$ $\vec{v}(x_2; y_2; z_2)$, và số k

- $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2$
- $\vec{u} \pm \vec{v} = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2, z_1 \pm z_2)$
- $k\vec{u} = (kx_1; ky_1; kz_1)$

4) *Hai vectơ cùng phương*

$\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương ($\vec{u} // \vec{v}$, $\vec{u} \neq \vec{0}$ $\Leftrightarrow \exists k \in R: \vec{v} = k\vec{u}$

$$\begin{cases} x_2 = kx_1 \\ y_2 = ky_1 \\ z_2 = kz_1 \end{cases}$$

hay $\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{y_2}{y_1} = \dfrac{z_2}{z_1}$ $(x_1, y_1, z_1 \neq 0)$

5) *Chia đoạn thẳng theo tỉ số cho trước*

Điểm M chia đoạn AB theo tỉ số k $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$, $k \neq 1$

thì
$$\begin{cases} X_M = \dfrac{x_A - kx_B}{1 - k} \\ Y_M = \dfrac{y_A - ky_B}{1 - k} \\ Z_M = \dfrac{z_A - kz_B}{1 - k} \end{cases}$$

Đặc biệt với k = -1 (M là trung điểm của AB)

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$z_M = \frac{z_A + z_B}{2}$$

Tích vô hướng của 2 vectơ

Cho $\vec{u}(x_1; y_1; z_1)$ $\vec{v}(x_2; y_2; z_2)$

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
- $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$

7) Tích có hướng của hai vectơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ (còn gọi là tích vectơ) kí hiệu là $[\vec{u}, \vec{v}]$ được xác định bởi:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)$$

Khi đó:

- $[\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{u}$, $[\vec{u}, \vec{v}] \perp \vec{v}$
- $\left|[\vec{u}, \vec{v}]\right| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \sin(\vec{u}, \vec{v})$
- $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$
- $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{W}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{W} = 0$

8) Các ứng dụng:

- Diện tích $\Delta S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]\right|$

• Thể tích khối hộp ABCD. A'B'C'D' $V = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right] . \overrightarrow{AA'}\right|$

• Thể tích khối tứ diện ABCD $V = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] . \overrightarrow{AD}\right|$

9) *Mặt cầu*

Trong không gian Oxyz mặt cầu tâm I(a; b; c) bán kính r

$$(x-a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

Ngược lại phương trình $x^2 + y^2 + x^2 + 2Ax + 2By + 2Cx + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 - D > 0$ là phương trình mặt cầu tâm I (-A; -B; -C) có bán kính $r = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D}$

2. Phương tình mặt phẳng

1) *Phương trình tổng quát của mặt phẳng*

$Ax + By + Cz + D = 0$ (1) với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng này là $\vec{n}$ (A; B; C).

• Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ (A; B; C) đi qua điểm M_0 (x_0; y_0; z_0) thì có phương trình là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

• Mặt phẳng (α) có 2 vectơ chỉ phương $\vec{u_1} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{u_2} = (x_2; y_2; z_2)$ thì mp (α) có vectơ pháp tuyến

$$\vec{n} = \left[\vec{u_1}, \vec{u_2}\right] = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)$$

• Các trường hợp đặc biệt

Xét mặt phẳng (β) có phương trình (1)

* $D = 0 \Leftrightarrow$ (β) đi qua gốc toạ độ

* $A = 0 \Leftrightarrow$ (β) chứa trục Ox hoặc song song với Ox.

* $B = 0 \Leftrightarrow$ (β) chứa trục Oy hoặc song song với Oy.

* $C = 0 \Leftrightarrow$ (β) chứa trục Oz hoặc song song với Oz.

* $B = C = 0 \Leftrightarrow$ (β) song song với (O y z)

* $B = C = D = 0 \Leftrightarrow (\beta)$ là mặt phẳng Oyz

(các trường hợp sau tương tự)

• Nếu mặt phẳng (α) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A (a; 0; 0), B(0; b; 0), C (0; 0; c) thì (α) có phương trình theo đoạn chắn là:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

2) *Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc*

Cho $(\alpha_1) : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

$(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

$\overrightarrow{n_1} = (A_1; B_1; C_1)$, $\overrightarrow{n_2} = (A_2; B_2; C_2)$

• $(\alpha_1) // (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_1} = k\overrightarrow{n_2} \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$

• $\alpha_1 \perp \alpha_2 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

3) *Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng*

Khoảng cách từ $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến (α): $Ax + By + Cz + D = 0$ là:

$$d(M_0,(\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

3. Phương trình đường thẳng

1) *Phương trình tổng quát*

$$\Delta \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

với $A_1^2 + B_1^2 + C_1^2 \neq 0$, $A_2^2 + B_2^2 + C_2^2 \neq 0$ (1) và $(A_1; B_1; C_1) \neq k(A_2; B_2; C_2)$

Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right]$ với $\overrightarrow{n_1}$ là véctơ pháp của mặt phẳng 1, $\overrightarrow{n_2}$ là véctơ pháp của mặt phẳng 2.

2) *Phương trình tham số của đường thẳng.*

Đường thẳng (Δ) đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u}$ (a; b; c) $c) \neq \overrightarrow{0}$ thì (Δ) có phương trình là:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

3) *Phương trình chính tắc của đường thẳng*

(Δ): $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$ với điều kiện $abc \neq 0$

4) *Vị trí tương đối của hai đường thẳng*

Xét đường thẳng Δ đi qua M_0 và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$

Δ' đi qua M'_0 và có vectơ chỉ phương $\vec{u'}$

- Δ và Δ' đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u'}].\overrightarrow{M_0M'_0} = 0$
- Δ và Δ' cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u'}].\overrightarrow{M_0M'_0} = 0 \\ [\vec{u}, \vec{u'}] \neq 0 \end{cases}$
- $\Delta \,//\, \Delta'$ $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u'}] = \vec{0} \\ [\vec{u}, \overrightarrow{M_0M'_0}] \neq \vec{0} \end{cases}$
- $\Delta \equiv \Delta'$ $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u'}] = \vec{0} \\ [\vec{u}, \overrightarrow{M_0M'_0}] = \vec{0} \end{cases}$
- Δ chéo nhau với Δ' $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u'}].\overrightarrow{M_0M'_0} \neq 0$

Chú ý. Khi giải bài tập, nếu biết phương trình của 2 đường thẳng ta có thể xét vị trị tương đối của chúng bằng cách giải hệ phương trình để tìm giao điểm.

- Nếu hệ có 1 điểm duy nhất thì Δ cắt Δ''
- Nếu hệ vô nghiệm thì $\Delta \equiv \Delta'$.
- Nếu hệ vô nghiệm thì Δ và Δ' song song hoặc chéo nhau, lúc đó phải xét thêm vectơ chỉ phương của Δ và Δ', Δ và Δ' chéo nhau khi 2 vectơ đó khác phương.

5) *Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng*

Cho đường thẳng (Δ): $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

và mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + D = 0$

• (Δ) cắt (P) $\Leftrightarrow Aa + Bb + Cc \neq 0$

• (Δ) // (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \neq 0 \end{cases}$

• (Δ) ⊂ (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \end{cases}$

Đặc biệt (Δ) ⊥ (P) $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \vec{n}\right] = \vec{0}$ ($\overrightarrow{u_\Delta}$ là vectơ chỉ phương của (Δ), $\vec{n}$ là véctơ pháp tuyến của (P))

6) *Góc*

• Góc giữa Δ và Δ'

$$\cos\varphi = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}} \qquad (0 \leq \varphi \leq 90^0)$$

Trong đó $\vec{u}$ (a; b; c) là véctơ chỉ phương của (Δ)

$\vec{u'}$ (a'; b'; c') là véctơ chỉ phương của (Δ')

• Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng P

$$\sin\varphi = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

7) *Khoảng cách*

• Khoảng cách từ điểm $M_1(x_1; y_1; z_1)$ đến đường thẳng (Δ) đi qua M_0 và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}$ (a; b; c)

Cách 1: * Viết phương trình mặt phẳng (α) qua M_1 và vuông góc với (Δ)

* Tìm toạ độ giao điểm H giữa đường thẳng (Δ) và măt phẳng (α)

* d (M_1, Δ) = M_1H

Cách 2: Sử dụng công thức:

$$d(M_1, \Delta) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{M_1M_0}, \vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$$

• Khoảng cách giữa hai đường thẳng (Δ) và (Δ') chéo nhau:

(Δ) đi qua M_0 và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ (a; b; c). Đường thẳng (Δ') đi qua M_0' và có vectơ chỉ phương $\vec{u}'$(a'; b'; c'), Δ và Δ' chéo nhau.

Cách 1: * Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Δ và song song với (Δ')

* Tìm khoảng cách từ M_0' đến mp(α)

* $d(\Delta, \Delta') = d(M_0', \alpha)$

Cách 2: $d(\Delta, \Delta') = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \vec{u}'\right] \cdot \overrightarrow{M_0M_0'}\right|}{\left|\left[\vec{u}, \vec{u}'\right]\right|}$

B. Bài tập

1. Ôn về phương pháp toạ độ trong mặt phẳng

Câu 271. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $M_1(1; 2)$, $M_2(2; 3)$, $M_3(3;4)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh NP, MP, MN của tam giác MNP. Toạ độ của các điểm M, N, P là:

A. M (4; 5); N(2;3); P(0; 1)

B. M(2; 3); N(4; 5); P(0; 1)

C. M(0; 1); N(2; 3); P(4; 5)

D. M(4; 5); N(0; 1); P(2; 3)

Câu 272. Phương trình tổng quát của đường thẳng qua hai điểm A (1; 2), B(-1; 3) là:

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$

B. $x + 2y - 5 = 0$

C. $2x - y = 0$

D. $2x - y + 5 = 0$

Câu 273. Cho phương trình của đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng (d) là:

A. $2x - y - 6 = 0$ B. $x + 2y - 3 = 0$

C. $2x + y + 6 = 0$ D. $2x - y = 0$

Câu 274. Cho phương trình tổng quát của đường thẳng (d): $3x + 2y - 5 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng (d) là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{5}{3} + 3t \\ y = 0 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

Câu 275. Cho đường thẳng (d) $x - 2y - 2 = 0$ và điểm M(1; 2). Tìm điểm M' là hình chiếu của điểm M trên (d).

A. (1; -2) B. (2; 0) C (2; 1) D. (-1; 2)

Câu 276. Tìm toạ độ của điểm M' đối xứng với điểm M (1; -2) qua đường thẳng (d): $3x + 2y - 12 = 0$

A. (7; 2) B. (6; 2) C. (4; 0) D. (0; 4)

Câu 277. Cho ba đường thẳng (d_1): $x - y + 1 = 0$, (d_2): $3x + 2y - 7 = 0$, (d_3): $\begin{cases} x = 19 + 4t \\ y = -t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ đôi một cắt nhau tại A, B, C. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. (1; 3) B. $\left(1; \frac{11}{3}\right)$ C. (1; 2) D. (-1; 2)

Câu 278. Đề bài như đề bài câu 277. Tìm toạ độ trực tâm H của tam giác ABC

A. $\left(\frac{6}{5}; \frac{14}{5}\right)$ B. (3; 12) C. (-1; 3) D. (3; -1)

Câu 279. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho tam giác ABC và điểm M(-1; 1) là trung điểm của AB. Hai cạnh AC và BC theo thứ tự nằm trên hai đường thẳng $2x + y - 2 = 0$ và $x + 3y - 3 = 0$. Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là:

A. $4x + 2y - \frac{4}{5} = 0$ B. $10x - 5y - 2 = 0$

C. $20x - 10y + 4 = 0$ D. $3x + 4y - 4 = 0$

Câu 280. Với đề bài của câu 279. Diện tích của tam giác ABC tính theo đơn vị diện tích (đvdt) là:

A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

Câu 281. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đề các vuông góc Oxy, cho điểm A (8; 6). Phương trình đường thẳng qua A tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 12 (đvdt) là:

A. $\frac{x}{8} + \frac{y}{3} = 1$ B. $\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1$

C. $-\frac{x}{8} + \frac{y}{3} = 1$ D. $-\frac{x}{8} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1$

Câu 282. Tâm I và bán kính R của đường tròn có phương trình

$x^2 - 2x + y^2 + 4y + 1 = 0$ là

A. I (-1; 2), R = 4 B. I (-1; 2), R = 2

C. I (1; -2), R = 4 D. I (1; -2), R = 2

Câu 283. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng (AB) là $x - y - 2 = 0$, (BC) là $5y - x + 2 = 0$ và (AC) là $y + x - 8 = 0$. Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:

A. $(x- 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$ B. $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 25$

C. $\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{26}{4}$ D. $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 25$

Câu 284. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình chữ nhật có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. Phương trình đường thẳng AB là $x - 2y + 2 = 0$ và AB = 2AD. Tìm toạ độ các đỉnh A và B biết A có tọa độ âm.

A. (-2; 0), (2; 2) B. (2; 2), (-2; 0)

C. (-1; 0), (0; 1) D. (2; - 2), (1; 1)

Câu 285. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác vuông cân AB = AC, biết M (1; -1) là trung điểm của BC và G $\left(\frac{2}{3};0\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC. Tìm toạ độ hai đỉnh B và C.

A. (3; 0), (-1; -1) B. (4; 0), (-2; -2)

C. (4; 0), (2; 2) D. (2; 0), (-2; -2)

Câu 286. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy phương trình đường tròn đi qua hai điểm A (1; 2), B (3; 0) và có tâm nằm trên đường thẳng (d): x + 2y - 10 = 0 là:

A. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = \sqrt{10}$ B. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 10$

C. $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 10$ D. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 10$

Câu 287. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đề các vuông góc Oxy cho (d): x - y + 1 = 0 và (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$. Tìm toạ độ điểm M thuộc (d) sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến với đường tròn C tại hai điểm A và B và $\widehat{AMB} = 60^0$.

A. (3; 4) B. (-3; -2) C. (3; -4) D. (3; 4); (-3; -2)

Câu 288. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đường tròn (C) $(x-1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và đường thẳng (d): 3x - 4y + m = 0. Tìm m để trên (d) có duy nhất một điểm P mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB đến (C) (A, B là hai tiếp điểm sao cho Δ PAB đều). (Trích đề thi Toán khối D. 2007)

A. m = 19 B. m = -41 C. m = 19; m = -41 D. m = -5

2. Phương pháp toạ độ trong không gian

Câu 289. Cho tứ diện đều ABCD cạnh d, M và N lần lượt là trung điểm cạnh AC và BD.

Độ dài cạnh MN là:

A. $\frac{d\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{d\sqrt{2}}{2}$ C. $d\sqrt{2}$ D. $d\sqrt{3}$

Câu 290. Đề bài như câu 289.

Góc giữa MN và AB là:

A. 30^0 B. 60^0 C. 45^0 D. 90^0

Câu 291. Đề bài như câu 289

Góc tạo bởi MN và AC, BD lần lượt là:

A. 30^0; 60^0 B. 60^0; 30^0 C. 45^0; 45^0 D. 90^0; 90^0

Câu 292. Cho tứ diện ABCD. Gọi A', B', C', D' là các điểm theo thứ tự chia các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA theo tỉ số k: $\overrightarrow{A'A} = k\overrightarrow{A'B}$, $\overrightarrow{B'B} = k\overrightarrow{B'C}$, $\overrightarrow{C'C} = k\overrightarrow{C'D}$, $\overrightarrow{D'D} = k\overrightarrow{D'A}$. Với giá trị nào của k thì bốn điểm A', B', C', D' đồng phẳng:

A. 1 B. -1 C. 3 D. 4

Câu 293. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' cạnh 3. Gọi P, Q là các điểm lần lượt xác định bởi $\overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AD'}$, $\overrightarrow{C'Q} = -\overrightarrow{C'D}$. Độ dài đoạn thẳng PQ bằng:

A. $3\sqrt{5}$ B. $3\sqrt{7}$ C. $3\sqrt{17}$ D. $3\sqrt{10}$

Câu 294. Cho hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D'. Đặt các véctơ cơ sở $\overrightarrow{B'A'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{B'B} = \vec{b}$, $\overrightarrow{B'C'} = \vec{c}$. Gọi M là điểm chia đoạn thẳng AC' theo tỉ số m, N là điểm chia đoạn thẳng CD' theo tỉ số n ($\overrightarrow{MA} = m\overrightarrow{MC'}$, $\overrightarrow{NC} = n\overrightarrow{ND'}$)

Tìm m và n để MN song song với B'D.

A. m = -1, n = 3 B. m = 1, n = 3

C. m = 1, n = -3 D. m = -3, n = -1

Câu 295. Tìm tọa độ hình chiếu của điểm M (1; - 3; - 5) trên mp Oxy

A. (1; -3; 5) B. (1; -3; 0) C. (1; -3; 1) D. (1; -3; 2)

Câu 296. Cho A (-3; 2; -1). Toạ độ điểm A' đối xứng với A qua trục y'Oy là:

A. (-3; 2; 1) B. (3; 2; -1) C. (3; 2; 1) D. (3; -2; -1)

Câu 297. Cho M (-3; 2; -1). Toạ độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng Oxy là:

A. (-3; 2; -1) B. (3; 2; 1) C. (3; 2; - 1) D. (3; - 2; -1)

Câu 298. Cho tam giác ABC có A(-4; -1; 2), B (3; 5; -10). Trung điểm cạnh AC thuộc trục tung, trung điểm cạnh BC thuộc mặt phẳng Oxz. Thế thì toạ độ đỉnh C là:

A. (4; 5; -2) B. (4; 5; 2) C. (4; -5; 2) D. (4; -5; -2)

Câu 299. Cho tứ diện ABCD có A. (2; 3; 1), B. (4; 1; -2), C. (6; 3; 7), D. (-5; -4; 8). Độ dài đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh D xuống đáy (ABC) là:

A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

Câu 300. Cho phương trình tổng quát của mặt phẳng (P)

$$3x - 2y + 5z + 6 = 0$$

Phương trình tham số của mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + \frac{3}{2}t + \frac{5}{2}s \\ z = s \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3 + \frac{3}{2}t + \frac{5}{2}s \\ z = s \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 3 + \frac{3}{2}t + \frac{5}{2}s \\ z = s \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + \frac{3}{2}t + \frac{5}{2}s \\ z = -s \end{cases}$

(t, s là tham số, t, s $\in \mathbb{R}$)

Câu 301. Cho phương trình tham số của mặt phẳng (P): $\begin{cases} x = 2s - t \\ y = 2 + s - t \\ z = 1 + s + 2t \end{cases}$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là:

A. $3x + 5y - z + 11 = 0$ B. $3x - 5y - z + 11 = 0$

C. $3x - 5y + z - 11 = 0$ D. $-3x - 5y + z - 11 = 0$

Câu 302. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho tứ diện OABC có O là gốc toạ độ, A $\in$ Ox, B $\in$Oy, C $\in$ Oz và mặt phẳng (ABC) có phương trình $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. Thể tích của khối tứ diện tính theo (đvdt) bằng:

A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 303. Sử dụng đề bài của câu 302 thì phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC là:

A. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$

B. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{2}$

C. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{2}$

D. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{2}$

Câu 304. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d:

$\begin{cases}x-2y+3z-1=0\\x+y+z+2=0\end{cases}$ và điểm M (7; 0; 0). Tìm toạ độ điểm M' là hình chiếu của điểm M trên d.

A. M' (4; -3; - 3)

B. M' (4; 3; 3)

C. M'(4; 2; 3)

D. M'(2; 1; 3)

Câu 305. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng

(Δ): $\begin{cases}2x+y+1=0\\x-y+z-1=0\end{cases}$ và (Δ'): $\begin{cases}3x+y-z+3=0\\2x-y+1=0\end{cases}$

Viết phương trình mặt phẳng α chứa (Δ) và (Δ').

A. $x+2y-z=0$

B. $x+2y-z+2=0$

C. $x+3y+z=0$

D. $x+3y-z+3=0$

Câu 306. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng

(Δ): $\begin{cases}x-3y+7z+36=0\\2x+y-z-15=0\end{cases}$

Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng (Δ) và cách gốc toạ độ O (0; 0; 0) một khoảng bằng 3.

A. $3x-2y+6z+21=0$

B. $189x+28y+48z-591=0$

C. $-3x+2y+6z-21=0$

D. $3x-2y+6z+21=0$

$189x+28y+48z-591=0$

Câu 307. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz. Viết phương trình hình chiếu của đường thẳng (Δ): $\begin{cases} 5x - 4y - 2z - 5 = 0 \\ x + 2z - 2 = 0 \end{cases}$

trên mặt phẳng (α): $2x - y + z - 1 = 0$

A. $\begin{cases} -2x + 4y + 8z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$ B. $-2x + 4y + 8z - 1 = 0$

C. $2x - y + z - 1 = 0$ D. $\begin{cases} 2x + 4y + 8z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$

Câu 308. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho đường thẳng

(Δ): $\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0 \\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ và điểm P (4; 1; 6)

Toạ độ điểm P' đối xứng với P qua (Δ) là:

A. (2; 3; 2) B. (2; -3; 2) C. (2; -3; -2) D. (4; 1; 6)

Câu 309. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho mặt phẳng (α): $3x + y - 2z = 0$. Toạ độ điểm A' đối xứng với điểm A (1; 3; -4) qua (α) là:

A. (-5; -1; 0) B. (3; 2; 1) C. (-5; 1; 0) D. (5; -1; 0)

Câu 310. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng:

(Δ_1): $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{-1}$ và (Δ_2): $\frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ là:

A. $3x - 2y - z - 12 = 0$ B. $5x + 34y - 11z - 38 = 0$

C. $\begin{cases} 2x - 2y - z - 12 = 0 \\ 5x + 34y - 11z - 38 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 3x - 2y - z - 12 = 0 \\ 5x + 34y - 11z - 38 = 0 \end{cases}$

Câu 311. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai đường thẳng

d_1: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và d_2: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$

Xét vị trí tương đối của d_1 và d_2

A. chéo nhau B. cắt nhau C. trùng nhau D. song song

Câu 312. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai đường thẳng

(Δ_1): $\begin{cases} 2x - z - 1 = 0 \\ -x - y + 4 = 0 \end{cases}$ (Δ_2): $\begin{cases} 3x + y - 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) là:

A. $\frac{12}{\sqrt{110}}$ B. $\frac{-12}{\sqrt{110}}$ C. $\frac{10}{\sqrt{110}}$ D. $\frac{5}{\sqrt{110}}$

Câu 313. Cùng với hai đường thẳng d_1 và d_2 của câu 311, phương trình đường thẳng (d) vuông góc với mặt phẳng (P): $7x + y - 4z = 0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 là:

A. $x + 5y + 3z + 1 = 0$ B. $4x - 8y + 5z - 3 = 0$

C. $\begin{cases} x + 5y + 3z + 1 = 0 \\ 4x - 8y + 5z - 3 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x + 5y - 3z + 2 = 0 \\ 4x - 8y + 5z - 3 = 0 \end{cases}$

Câu 314. Trong không gian cho hai đường thẳng:

(Δ_1): $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$; (Δ_2) $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases}$ và điểm A (0; 1; 2)

Phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A vuông góc với (Δ_1) và cắt (Δ_2) là

A. $-x + y - z + 1 = 0$ B. $2x + y - z - 1 = 0$

C. $\begin{cases} 3x + y + z - 3 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} -3x - y - z + 3 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$

ĐỀ TRẮC NGHIỆM - ÔN CUỐI NĂM VÀ THI TỐT NGHIỆP

(50 câu - 90 phút)

Đề số 1

A. Phần chung dành cho tất cả các thí sinh (40 câu)

Câu 1. Cho $f(x) = \frac{2x + 5}{x^3 - 3x^2 + 2x}$ Tập xác định của hàm số là:

A. $R\backslash\{0; 1; 2\}$ B. $R\backslash\{1; 2\}$ C. $R\backslash\{0; 1\}$ D. $R\backslash\{0\}$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = x^2 + \frac{x^2 - 4x}{x - 4}$ là

A. x^2 B. $2x$ C. $2x + 1$ D. $2x + 1$ với $x \neq 4$

Câu 3. Đồ thị của hàm số $y = x^3$ và $y = 4x$ gặp nhau ở mấy điểm

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 4. Cho $f(x) = x^3 - 4x - 15$. Tìm x_0 để $f(x_0) = f(-x_0)$. Đáp số là:

A. $\{-2; 2\}$ B. $\{0; 2\}$ C. $\{0; -2\}$ D. $\{-2; 0; 2\}$

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 - 3x^2 + 5$ là:

A. $\frac{3}{2}$ B. 5 C. 4 D. 3

Câu 6. Hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ có y cực đại là:

A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

Câu 7. Hàm số $y = x^3 - 3x$ có y cực tiểu là:

A. 1 B. -1 C. 2 D. - 2

Câu 8. Hàm số $y = (m^2 - 4m + 3)x + 5$ đồng biến $\forall x$ khi m có điều kiện:

A. $m > 0$ B. $m > 4$ C. $m \notin [1; 3]$ D. $m \in [1; 3]$

Câu 9. Phương trình tiếp tuyến với $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x - 3$ có hệ số góc bé nhất là:

A. $k = \frac{1}{2}$ B. $k = 1$ C. Tại điểm uốn D. Cả B và C

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$ có mấy tiệm cận:

A. không có B. 1 C. 2 D. 3

Câu 11. Tiếp tuyến của đường cong $y = \frac{1}{x}$ tại M (1; 1) là:

A. $y = x$ B. $y = -x + 2$ C. $y = -x$ D. $y = -x+1$

Câu 12. Đồ thị $y = (m + 2)x - m$ có điểm cố định là:

A. (1; 2) B. (0; 2) C. (1; 1) D. (2; 1)

Câu 13. Phương trình $\sin 2x = 2\cos^2 x$ có nghiệm trên tập $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

Câu 14. Nếu x thoả mãn $\sin x = \sqrt{3}\cos x$ thì cosx có giá trị là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\pm\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 15. ΔABC có $\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} = \frac{1}{8}$ thì ΔABC là Δ:

A. vuông B. đều C. cân D. thường

Câu 16. Phương trình $\sin 2x(\cot gx + 1) = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + m\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + m\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + m\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = m\frac{\pi}{2} \end{cases}$

Câu 17. Rút gọi biểu thức $M = 3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$. Đáp số là:

A. 1 B. 2 C. 0 D. $\sin^2 x\cos^2 x$

Câu 18. Phương trình $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ có tập nghiệm là:

A. {2} B. {-3} C. {± 2; - 3} D. {± 2; 3}

Câu 19. Phương trình $x = \sqrt{6-5x}$ có nghiệm là:

A. {1} B. {6} C. {1; 6} D. {1; -6}

Câu 20. $\frac{7}{3}$ và 1 là nghiệm của phương trình nào trong 4 phương trình sau:

A. $|1 - 3x| = 2$ B. $|2 - 5x| = 1$ C. $|5 + 3x| = 2$ D. $|3x - 5| = 2$

Câu 21. Bất phương trình $\sqrt{x} - 2x < 0$ có miền nghiệm là:

A. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$ B. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ C. $\left[0; \frac{1}{4}\right]$ D. $\{0\} \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$

Câu 22. Phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm đối nhau khi và chỉ khi

A. $m < 3$ B. $m > 1$ C. $m = 1$ D. $1 < m < 3$

Câu 23. Cho $f(x) = x^2 + mx + n$. Ghép 1 ý ở cột trái với 1 ý ở cột bên phải để được một khẳng định đúng.

a) Điều kiện để f(x) có 2 nghiệm trái dấu là	1) $m.n < 0$
b) Điều kiện để f(x) có 2 nghiệm phân biệt là	2) $n < 0$
c) Điều kiện để $f(x) > 0\ \forall x$ là	3) $m^2 - 4n > 0$
	4) $m^2 - n > 0$
	5) $m^2 - 4n < 0$

Câu 24. Hệ phương trình $\begin{cases} x + y + 2xy = 7 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ D. vô nghiệm

Câu 25. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y^2 + xy = 8 \\ 2y + x^2 + xy = 8 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x = y = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$ B. $x = 1; y = 2$

C. $x = 2; y = 1$ D. $x = 0, y = \pm\sqrt{8}$

Câu 26. Phương trình $\sqrt{2x + 9} = \sqrt{4 - x} + \sqrt{3x + 1}$ có nghiệm là:

A. $x = 0$ B. $x = 11$ C. $x = 0$ v $x = \dfrac{11}{3}$ D. $x = 1$

Câu 27. F(x) là nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{x}{2}$ thoả mãn $F(2) = 5$ là

A. $x^2 + 5x$ B. $\dfrac{x^2}{4} + 5$ C. $\dfrac{x^2}{4} + 4$ D. $x^2 + 1$

Câu 28. Nếu $\frac{\sin x}{\cot gx \cos x}$ là nguyên hàm của f(x) thì f(x) là:

A. 2tgx B. tg^2x C. $\frac{1}{\cot g^2 x}$ D. $\frac{2tgx}{\cos^2 x}$

Câu 29. Nếu $K = \int_{-1}^{3} (x + |x|)\,dx$ thì K có giá trị là

A. 5 B. 7 C. 8 D. 9

Câu 30. Hình phẳng giới hạn bởi 4 đường x = 1; x = 4; y = 0; $y = \sqrt{x}$ có diện tích là:

A. $\frac{2}{3}$ đvdt B. $\frac{14}{3}$ đvdt C. $\frac{7}{3}$ đvdt D. 14 đvdt

Câu 31. Hình phẳng giới hạn bởi 4 đường x = 0, x = 2, y = 0, $y = x^2$ quay xung quanh Oy tạo thành vật tròn xoay có thể tích là:

A. 8π đvtt B. 4π đvtt C. 16π đvtt D. 8 đvtt

Câu 32. Véctơ $\vec{a} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ có độ dài là:

A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{23}$ C. 7 D. 49

Câu 33. Cho $\vec{a} = (2; -5; 3)$; $\vec{b} = (0; 2; -1)$; $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. Toạ độ của $\vec{c}$ là:

A. (1; -16; 9) B. (4; -16; 9) C. (4; -16; 3) D. (4; -4; 9)

Câu 34. Trong không gian Oxyz cho A(1; 0; 1); B (4; 6; -2) điểm nào thuộc đoạn AB trong 4 điểm sau:

A. M (2; -6; - 5) B. N (-2; - 6; 4)

C. P (7; 12; 5) D. Q (2; 2; 0)

Câu 35. Mặt phẳng (P): 2x + 5y - 7z + 11 = 0, mặt phẳng (Q) // (P), véctơ pháp tuyến của (Q) là

A. (-2; 5; -7) B. (2; -5; -7)

C. $\left(-1; -\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$ D. $\left(1; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$

Câu 36. Cho M (2; -3; 4) (P) là mặt phẳng đi qua chân các đường vuông góc hạ từ M xuống các trục toạ độ. Phương trình của (P) là

A. $6x - 4y + 3z = 12$ B. $6x - 4y + 3z = 0$

C. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$

Câu 37. Cho 2 đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -t \\ z = 4 - t \end{cases} \qquad d_2: \begin{cases} x - 2y - 2 = 0 \\ x - 7y + 3z - 17 = 0 \end{cases}$$

Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

A. $d_1 \cap d_2$ B. $d_1 // d_2$ C. $d_1 \equiv d_2$ D. d_1 chéo d_2

Câu 38. Cho $d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Để $d_1 \cap d_2$ thì a có giá trị là :

A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

Câu 39. Cho $d_1: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{-1}$

$$d_2: \begin{cases} x = -10 - 3t \\ y = 4t \\ z = 5 - t \end{cases}$$

và mp(α): $x + 4y + 17 = 0$ mp(β): $x - y + z - 5 = 0$

Kết luận đúng là:

A: $d_1 // (\alpha)$ B. $d_2 // (\alpha)$ C. $d_1 \subset (\beta)$ D. $d_2 \subset (\beta)$

Câu 40. Tập tiếp diện của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 4 = 0$ vuông góc với đường thẳng $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ có phương trình là:

A. $x + y + z \pm 5\sqrt{3} - 9 = 0$ B. $x + y + z + 9 + 5\sqrt{3} = 0$

C. $x + y + z + 5\sqrt{3} - 9 = 0$ D. $x + y + z - 9 - 5\sqrt{3} = 0$

B. PHẦN DÀNH CHO HỌC SINH THEO CHƯƠNG TRÌNH KHÔNG PHÂN BAN

Câu 1. Đường thẳng đi qua M (1; 2) song song với đường thẳng $4x + 2y - 3 = 0$ cắt Oy tại điểm có tung độ là:

A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. 3 D. 4

Câu 2. Cho đường tròn $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 5 = 0$ và A(2, -1). Tiếp tuyến của đường tròn tại A có hệ số góc là:

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. một số khác

Câu 3. Đường thẳng $y = x + a$ là tiếp tuyến của Elíp $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$ thì giá trị của a là:

A. $-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. ± 1 D. $\pm \sqrt{3}$

Câu 4. Tiếp tuyến của Parabôl $y^2 = 5x + 5$ tại $B\left(-\frac{1}{5}; 2\right)$ cắt Ox tại điểm có hoành độ là:

A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{9}{5}$ D. - 2

Câu 5. d_1 có hệ số góc $k_1 = -\frac{1}{2}$; d_2 có hệ số góc là $k_2 = \frac{1}{3}$. Góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2 có giá trị:

A. 30^0 B. 45^0 C. 60^0 D. 75^0

Câu 6. Cho 7 số tự nhiên từ 1 đến 7. Lập được bao nhiêu số có 4 chữ số phân biệt trong đó phải có một chữ số 1 và 2?

A. 240 B. 420 C. 5460 D. 1920

Câu 7. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y + 2C_x^y = 80 \end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$

Câu 8. Có bao nhiêu cách phân phối 7 vật phân biệt vào 10 hộp phân biệt (không có hạn chế gì)

A. 5^7 B. 7^5 C. 35 D. 21

Câu 9. Số hạng không chứa x trong khai triển Niutơn của nhị thức $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{12}$ là:

A. 120 B. 924 C. 252 D. 210

Câu 10. Số $31752.000 = 2^6 . 3^4 . 5^3 . 7^2$ có bao nhiêu ước số tự nhiên

A. 120 B. 144 C. 420 D. 31 . 752

C. PHẦN DÀNH CHO HỌC SINH PHÂN BAN

Câu 1: Phương trình $\left(\sqrt{5}-2\right)^x + \left(\sqrt{5}+2\right)^x = 18$ có nghiệm là

A. ± 1 B. ± 2 C. vô nghiệm D. $x = \pm 4$

Câu 2. Bất phương trình $25^{x^2} . 5^{4x} \geq \frac{1}{25}$ có nghiệm là:

A. $x \leq -1 - \sqrt{2}$ B. $x \geq -1 + \sqrt{2}$

C. $x \neq -1$ D. $\forall x \in \mathbb{R}$

Câu 3. Phương trình $4^{\log_2 x} \geq 8x$ có nghiệm là:

A. $x < 0; x > 8$ B. $x \geq 8$

C. $x \leq 0; x \geq 8$ D. $x > 8$

Câu 4. Phương trình $\log_2(x^2 - 4) - \log_2 (x + 2) = 1$ có nghiệm là:

A. 4 B. 2 C. 3 D. 5

Câu 5. Phương trình $1 + 2^x + 3^x = 6^x$ có nghiệm:

A. 0 B. 1 C. 2 D. -1

Câu 6. Cho chóp SABC đáy ABC là tam giác vuông cân cạnh a, $SA \perp (ABC)$, SA = a. Thể tích của chóp là:

A. a^3 B. $\frac{a^3}{2}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{6}$

Câu 7. Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D' và AO' ⊥ (A'B'C'D') với O' là tâm đáy A'B'C'D. Cạnh bên của hộp tạo với đáy góc α. Đáy hộp là hình vuông cạnh a.

A. asinα B. a^3tgα C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ tgα D. $a^3\sqrt{2}$ tgα

Câu 8. Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy nón bằng 9π. Chiều cao hình nón là:

A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $2\sqrt{3}$

Câu 9. Hình cầu có thể tích $\frac{4}{3}\pi$ nội tiếp trong 1 hình lập phương. Tính thể tích khối lập phương:

A. 8 B. 4 C. 1 D. 4π

Câu 10. Cho hình hộp chữ nhật nội tiếp một hình trụ đường chéo đáy của hộp là 10cm. Hộp cao 10cm. Tính thể tích trụ:

A. 250 đvtt B. 25 đvtt C. 25π đvtt D. 250π đvtt

Đề số 2

Câu 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của α để biểu thức $A = \frac{1}{1+\sin\alpha}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $\alpha = 30^0$ B. $\alpha = 90^0$ C. $\alpha = 60^0$ D. $\alpha = 45^0$

Câu 2. Nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \le 0 \\ (2+x)3^x < 1 \end{cases}$

A. $-4 < x < \frac{1}{3}$ B. $x \ge -4$ C. $x \le \frac{1}{3}$ D. $-4 \le x \le -1$

Câu 3. Cho $\frac{P_{n+3}}{A_n^5 . P_{n-5}} = 720$, $n \in \mathbf{N}$, thì n bằng:

A. 7 B. 2 C. 4 D. 3

Câu 4. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{(x+3)^3}{(x-7)^5}$

A. $\dfrac{1}{40}\left(\dfrac{x+3}{x-7}\right)^4 + C$ B. $-\dfrac{1}{40}\left(\dfrac{x+3}{x-7}\right)^4 + C$

C. $\dfrac{1}{10}\left(\dfrac{x+3}{x-7}\right)^4 + C$ D. $-\dfrac{1}{10}\left(\dfrac{x+3}{x-7}\right)^4 + C$

Câu 5. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' có độ dài cạnh là a. Lấy điểm M thuộc AD', điểm N thuộc BD sao cho AM = DN = x ($O < x < a\sqrt{2}$). Tìm x theo a để MN đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $a\sqrt{2}$ B. $a\sqrt{3}$ C. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D'. Có bao nhiêu đường thẳng chứa các cạnh của hình hộp chéo nhau với đường thẳng BC'

A. 4 B. 3 C. 5 D. 6

Câu 7. Cho $y = f(x) = (x - 2)(6x^3 + 3x^2 - \sqrt[5]{x})$ f'(2) bằng:

A. 60 B. 30 C. $60 - \sqrt[5]{2}$ D. $30 + \sqrt[5]{2}$

Câu 8. Nghiệm của phương trình:

$$\log_2(x^2 + 3x + 2) + \log_2(x^2 + 7x + 12) = 3 + \log_2 3 \text{ là:}$$

A. -5; 0 B. 5; 1 C. -3; 1 D. 0; 1

Câu 9. Tính giá trị biểu thức:

$$5\tan 540^0 + 2\cos 1170^0 + 4\sin 990^0 - 3\cos 540^0$$

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{3-x}$ bằng:

A. $\dfrac{5}{3-x}$ B. $\dfrac{5}{(3-x)^2}$ C. $-\dfrac{5}{(3-x)^2}$ D. $\dfrac{3}{(3-x)^2}$

Câu 11. Tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ bằng:

A. 2 B. 3 C. 1 D. 1,5

Câu 12. Cho $\frac{A^3_{x+1} - C^{x-4}_x}{A^4_x} = \frac{23}{24}$, thì x bằng:

A. 1 B. 5 C. 6 D. 3

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng (d_1): $x - y + 2 = 0$ (d_2): $2x + y - 5 = 0$ và điểm M (-1; 4)

Viết phương trình đường thẳng (Δ) cắt (d_1), (d_2) lần lượt ở A, B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $y = x$ D. $y = x + 1$

Câu 14. Mặt phẳng đi qua điểm (2; -1; -1) và vuông góc với trục cao, có phương trình là:

A. $z + 2 = 0$ B. $z + 1 = 0$ C. $x + 1 = 0$ D. $y - 1 = 0$

Câu 15. Nghiệm của phương trình $2^{\sqrt{x+1}} = 16\sqrt{(0,25)^{5-\frac{x}{4}}}$ là:

A. 20 B. 21 C. 24 D. 25

Câu 16. Tam giác ABCD là tam giác gì? Nếu các góc của nó thoả mãn hệ thức: $\frac{\sin B}{\sin C} = 2\cos A$

A. Tam giác thường B. Tam giác vuông

C. Tam giác cân D. Tam giác đều

Câu 17. Với giá trị nào của x thì tiếp tuyến của đường cong $y = x^2$ và $y = x^3$ song song với nhau?

A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = 0 \vee x = \frac{2}{3}$

Câu 18. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} (x + \sin x)dx$

A. $\frac{\pi^2}{2} + 2$ B. $\frac{\pi}{2} + 2$ C. $\frac{\pi^2}{2} + 1$ D. $\frac{\pi}{2} + 1$

Câu 19. Tìm nghiệm của phương trình:

$$C^1_x + 6(C^2_x + C^3_x) = 9x^2 - 14x$$

(Trong đó C_x^1, C_x^2, C_x^3 lần lượt là tổ hợp chập 1, chập 2, chập 3 của tập hợp gồm n phần tử)

A. x = 0 B. x = 2 C. x = 7 D. x = 3

Câu 20. Cho góc tam diện đỉnh O, các góc phẳng ở đỉnh đều bằng 60^0. Trên các cạnh Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho OA = OB = OC = 1cm. Thể tích của khối chóp O.ABC tính theo xentimét khối là:

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$

Câu 21. Trong không gian Oxyz cho điểm A(-1; 2; 3) và hai mặt phẳng (P): x - 2 = 0; (Q): y - z - 1 = 0

Phương trình mặt phẳng (R) đi qua A đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

A. y + z - 5 = 0 B. x + y + z - 4 = 0

C. x - y + z = 0 D. y + z - 4 = 0

Câu 22. Giải phương trình : $4^x + \frac{1}{2}.4^x = 3^{x+\frac{1}{2}} + 3^{x-\frac{1}{2}}$ (1)

A. x = 1 B. x = 2 C. x = $\frac{3}{2}$ D. x = -1

Câu 23. $8\sin^3 18^0 + 8\sin^2 18^0 = ?$

A. 2 B. 3 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Câu 24. Tính tích phân $I = \int_0^1 xe^{-x}\,dx$

A. $1 - \frac{2}{e}$ B. $2 - \frac{2}{e}$ C. $1 + \frac{2}{e}$ D. $3 - \frac{2}{e}$

Câu 25. Giải phương trình: $C_x^{x-2} + C_x^{x-1} + C_x^x = 11$

A. x = 1 B. x = 2 C. x = 3 D. x = 4

Câu 26. Cho hình chóp O.ABC, OA = a, OB = b, OC = c và các góc phẳng ở đỉnh đều bằng 60^0. Đáy ABC là tam giác vuông ở A. Thể tích hình chóp theo a, b, c là:

A. $\frac{abc\sqrt{3}}{12}$ (đvtt) B. $\frac{abc\sqrt{2}}{12}$ (đvtt)

C. $\frac{abc\sqrt{3}}{6}$ (đvtt) D. $\frac{abc\sqrt{2}}{3}$ (đvtt)

Câu 27. Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCD với A(2; -1; 6), B (-3; -1; -4), C (5; -1; 0) và D (1; 2; 1)

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là:

A. $2\sqrt{5}$ (đvd) B. $3\sqrt{5}$ (đvd) C. $\sqrt{5}$ (đvd) D. $\sqrt{3}$ (đvd)

Câu 28. Với đề bài câu 27. Tính thể tích khối tứ diện ABCD

A. 25 (đvtt) B. 35 (đvtt) C. 40 (đvtt) D. 30 (đvtt)

Câu 29. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=4 \\ x^2+y^2=8 \end{cases}$

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$

Câu 30. Giải phương trình lượng giác sau:

$$8\sin^2 x - 2\cos x = 5 \qquad (1)$$

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. $\left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = \pm\varphi + k2\pi \ (k, l \in \mathbb{Z}) \end{array}\right.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \pm\varphi + l2\pi \ (l \in \mathbb{Z})$

Câu 31. Phương trình chuyển động thẳng của một chất điểm là:

$$S = S(t) = t^2 - 3t + 2$$

Công thức biểu thị vận tốc của chất điểm ở một thời điểm t bất kì là:

A. $V_t = 3t + 2$ B. $V_t = 3t - 3$ C. $V_t = 2t - 3$ D. $V_t = 2t$

Câu 32. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x \, dx$:

A. $\frac{\pi+2}{8}$ B. $\frac{\pi}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 33. Tìm $x \in \mathbf{N}$ thoả mãn $P_x . A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x)$

A. $x = 3$ B. $x = 4$ C. $x = 3, x = 4$ D. $x = 2$

Câu 34. Cho tam giác ABC đều cạnh 2cm. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy điểm M. Gọi H là trực tâm tam giác ABC, K là trực tâm ΔMBC.

Khi M di chuyển trên d, giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện KABC tính bằng xentimet khối là:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 35. Tìm điểm M trên tục cao cách đều điểm A (1; -2; 0) và mặt phẳng (P): $3x - 2y + 6z - 9 = 0$

A. M(0; 1; -2) B. M(1; 0; -44)

C. M (0; 0; - 3) D. $M_1(0; 0; -2)$, M_2 (0; 0; -44)

Câu 36. Tìm $n \in \mathbf{N}$ sao cho $C_1^1 + C_2^1 + \ldots + C_n^1 = 120$

A. $n = 15$ B. $n = -16$ C. $n = 16$ D. $n = 1$

Câu 37. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5; Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và số lập được chia hết cho 5.

A. 20 B. 25 C. 24 D. 120

Câu 38. Tính tổng sau:

$$C_{2008} + 2^2 C_{2008}^2 + 2^4 C_{2008}^4 + \ldots + 2^{2006} C_{2008}^{2006} + 2^{2008} C_{2008}^{2008}$$

A. $\frac{3^{2008}+1}{2}$ B. $\frac{2^{2008}+1}{2}$ C. $\frac{1}{2}.3^{2008}$ D. 3^{2008}

Câu 39. Gieo con xúc xắc cân đối và đồng chất 5 lần. Tính xác suất để xuất hiện các mặt có số chấm bằng nhau.

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6^2}$ C. $\frac{1}{6^3}$ D. $\frac{1}{6^4}$

Câu 40. Giải phương trình $6\sqrt[x]{9} - 13\sqrt[x]{6} + 6\sqrt[x]{4} = 0$

A. vô nghiệm B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $x = 0$

Câu 41. Nghiệm của phương trình $5.2^{3x-3} - 3.2^{5-3x} + 7 = 0$ (1), là:

A. $x = 2$ B. $x = 1$ C. $x = -2$ D. $x = 0$

Câu 42. Giải phương trình $4\sin x - 3\cos x = 2$ (1)

A. $x = \varphi + \alpha + k2\pi \vee x = \pi + \alpha - \varphi + k2\pi$ ($\tan\alpha = \frac{3}{4}$, $\sin\varphi = \frac{2}{5}$ và $k \in \mathbb{Z}$)

B. $x = \alpha + k2\pi$ ($\tan\alpha = \frac{3}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$)

C. $x = \pi + \alpha - \varphi + k2\pi$ ($\tan\alpha = \frac{3}{4}$, $\sin\varphi = \frac{2}{5}$, $k \in \mathbb{Z}$)

D. $x = \pi - \alpha + k2\pi$ ($\tan\alpha = \frac{3}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$)

Câu 43. Tìm nghiệm của phương trình:

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 2\cos^2 x = \frac{1}{2}$$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

$\vee x = \varphi + l\pi$ ($k, l \in \mathbb{Z}$, $\tan\varphi = \frac{3}{5}$)

C. $x = \varphi + l\pi$ ($l \in \mathbb{Z}$, $\tan\varphi = \frac{3}{5}$) D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Câu 44. Hàm số $y = \frac{2x + a}{x + 1}$ nghịch biến trên khoảng xác định của nó thì điều kiện của a là:

A. $a < 1$ B. $0 < a < 2$ C. $a = 1$ D. $a > 2$

Câu 45. Hàm số $y = x^3 + ax - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện của a là:

A. $a \geq 0$ B. $a > 0$ C. $a < 0$ D. $a \leq -1$

Câu 46. Tính tích phân $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$

A. $\ln\frac{3}{4}$ B. $\ln\frac{4}{3}$ C. $\ln 3$ D. $\ln 4$

Câu 47. Tính tích phân $I = \int_0^{2\pi} \sin^2 mx\, dx$ $(m \in N^*)$

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. π D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 48. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số chia hết cho 3 mà các chữ số trong mỗi số là khác nhau.

A. 32 số B. 34 số C. 35 số D. 40 số

Câu 49. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng nhất 3 lần. Tính xác suất của biến cố A "Tổng số chấm của 3 lần gieo là 8"

A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{5}{72}$ C. $\frac{7}{72}$ D. $\frac{5}{71}$

Câu 50. Tìm điểm Q đối xứng với điểm P (4; 1; 6) qua đường thẳng

(d) $\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0 \\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$

A. Q(1; 2; 3) B. Q(2; -3; 1) C. Q(2; 3; 2) D. Q(2; -3; 2)

PHẦN HAI

Hướng dẫn giải bài tập

1. $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1} = x + 2 + \dfrac{1}{x - 1}$

Tập xác định $\mathbb{R}\backslash\{1\}$

$$y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2};\ y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu đạo hàm $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	‖	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. Nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$

Đáp án A đúng

2. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Tập xác định R :

$$y' = 4x^3 - 4x,\ y' = 0 \Rightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x+1)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Đáp án B đúng.

3. Tập xác định: $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

$$y' = \frac{2(x-1)-(2x+1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2} < 0 \ \forall x \in D$$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng thuộc D: $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Đáp án D đúng

4. Tập xác định: $\mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 + 6x;\ y' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên đoạn $[-2; 0]$

Đáp án C đúng

Chú ý: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đạo hàm $f'(x) < 0$ trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$

5. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x \Rightarrow y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 > 0 \ \forall x \neq 1$

Lập bảng xét dấu của y':

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+	0	+	
y	$-\infty$	↗	$\frac{1}{3}$	↗	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên toàn bộ $\mathbb{R}$

Đáp án A đúng

Nhận xét: Câu 4 và câu 5 là các bài toán mở rộng khái niệm tính đơn điệu của hàm số.

Có thể phát biểu điều kiện đủ để một hàm số là đơn điệu và không đổi trên K (K là một khoảng, một đoạn, nửa đoạn) bằng định lí:

F(x) là một hàm số liên tục trên K và có đạo hàm tại mọi điểm trong K. Khi đó:

- Nếu $f'(x) > 0$ tại mọi điểm trong K thì hàm số đồng biến trên K
- Nếu $f'(x) < 0$ tại mọi điểm trong K thì hàm số nghịch biến trên K
- Nếu $f'(x) = 0$ tại mọi điểm trong K thì hàm số không đổi trên K

6. $y = x^3 - 3mx + 5$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 3m$

- Nếu $m < 0$ thì $y' > 0\ \forall x$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ (nên $m < 0$ bị loại)
- Nếu $m > 0 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3m = 0 \Leftrightarrow x^2 = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{m} \\ x = +\sqrt{m} \end{cases}$

Lập bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		$-\sqrt{m}$		$\sqrt{m}$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Vậy hàm số y nghịch biến trong khoảng $(-\sqrt{m}\ ;\ \sqrt{m}\ )$. Do đó hàm số y nghịch biến trong khoảng (-1; 1) thì $m = 1$. Đáp án A đúng

7. Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$

$y' = -x^2 + (m-1)$

- Nếu $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1 \Rightarrow y' < 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- Nếu $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow y' < 0\ \forall x \neq 0, x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- Nếu $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow x^2 = m - 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{m-1}$

Lập bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		$-\sqrt{m-1}$		$\sqrt{m-1}$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y		↗		↘		↗	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\sqrt{m-1}\,;\,\sqrt{m-1})$ không thoả mãn đề bài.

Vậy với $m \le 1$ thì hàm đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Đáp án C đúng

8. Xét hàm số $f(x) = \cot x - \cos x$ trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$$f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} + \sin x = \frac{\sin^3 x - 1}{\sin^2 x} < 0 \ \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$$

suy ra $f(x)$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Mặt khác ta có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, nên $\cot x - \cos x < 0 \ \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ hay

$\cot x < \cos x \ \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Đáp án D đúng

9. $x^3 - 3mx + 2 = 0$ (1) $\Leftrightarrow 3mx = x^3 + 2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{x} = 3m$ (do $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình trên)

Để phương trình (1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = 3m$ và đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ cắt nhau tại một điểm duy nhất.

$f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Lập bảng biến thiên của $f(x)$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	‖	$+\infty$	↘	↗	$+\infty$
		$-\infty$	‖		3		

Từ bảng biến thiên ta thấy (1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 3m < 3 \Leftrightarrow m < 1$

Đáp án C đúng.

10. Có bất phương trình tương đương: $(m + 2)x - m \geq x^2 + 2x + 1$

$\Leftrightarrow m(x - 1) \geq x^2 + 1$ (1)

Rõ ràng với $x = 1$ thì bất phương trình (1) không thoả mãn với mọi m

• Với $x < 1$, ta có $m \leq \dfrac{x^2+1}{x-1} = f(x)$ (*)

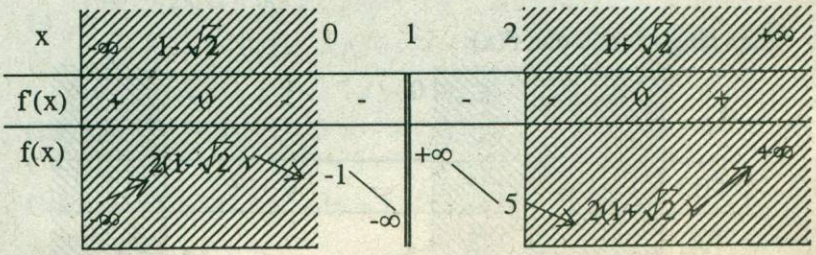
• Với $x > 1$, ta có $m \geq \dfrac{x^2+1}{x-1} = f(x)$ (**)

Xét $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x-1}$, tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$= x + 1 + \dfrac{2}{x-1}$

$f'(x) = 1 - \dfrac{2}{(x-1)^2}$; $f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - \dfrac{2}{(x-1)^2} = 0$

$\Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$



VT của (*) và (**) là đường thẳng song song với trục hoành

* Với $0 \leq x < 1$ thì $m \leq -1$ để $m \leq \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

* Với $1 < x \leq 2$ thì $m \geq 5$ để $m \geq \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

Vậy điều kiện của m để bất phương trình có nghiệm x thoả mãn $0 \leq x \leq 2$ là $m \leq -1$ hoặc $m \geq 5$

Đáp án D đúng

11. $x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0$ (1) $\Leftrightarrow x^5 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow x^5 = (x + 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow (x + 1)^2 \geq 1 \Rightarrow x^5 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$

Xét hàm số $f(x) = x^5 - x^2 - 2x + 1$ với $x \geq 1$

Khi đó hàm số $f(x)$ liên tục $\forall x \geq 1$

Ta có $f(1) = -3 < 0$, $f(2) = 23 > 0$, suy ra $f(x) = 0$ có nghiệm thuộc $(1;2)$ (2)

$f'(x) = 5x^4 - 2x - 2 = (2x^4 - 2x) + (2x^4 - 2) + x^4$

$= 2x(x^3 - 1) + 2(x^4 - 1) + x^4 > 0$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow$ phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm

Đáp án C đúng

12. Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình

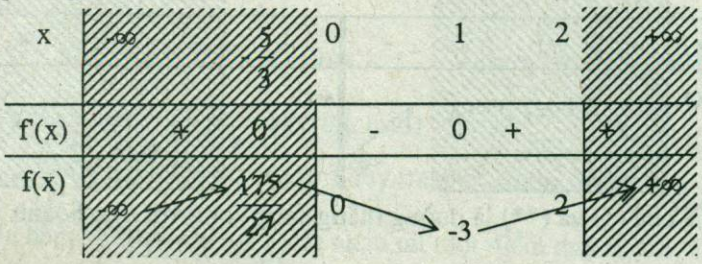
$x^3 + x^2 - 5x > m$

Đặt $f(x) = x^3 + x^2 - 5x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x - 5$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$x = -\frac{5}{3}$

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$:



Từ bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 2$

Vậy $f(x) > m$ có nghiệm trong đoạn $[0; 2] \Rightarrow \max\limits_{[0;2]} f(x) > m$

$\Leftrightarrow m < 2$

Đáp án A đúng

13. Điều kiện xác định $x \geq 2$. Phương trình đã cho tương đương với phương trình: $(x - 2)(x^3 + 6x^2 - 32 - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x^3 + 6x^2 - 32 - k = 0 \quad (*) \end{cases}$

Muốn phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thì (*) có một nghiệm trong khoảng $(2; +\infty)$

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 - 32$ trong khoảng $(2; +\infty)$

$$f'(x) = 3x^2 + 12x;\ f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -4 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		0		2		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	0	+		+	
f(x)	$-\infty$	↗	0	↘	-32	↗	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy với $k > 0$ thì phương trình (*) có 1 nghiệm trong khoảng $(2; +\infty)$

Vậy với $k > 0$ thì phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm thực phân biệt.

Đáp án B đúng

14. $\begin{cases} 3x^2 + 2x - 1 < 0 (1) \\ x^3 - 3x + 1 > 0 (2) \end{cases}$

Giải (1): $3x^2 + 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{1}{3}$

Giải (2): Đặt $f(x) = x^3 - 3x + 1;\ f'(x) = 3x^2 - 3$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
f'(x)		+	0	-		-	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	3	↘	$\frac{1}{27}$		-1	↗	$+\infty$

Rõ ràng $f(x) > 0\ \forall x \in \left(-1; \frac{1}{3}\right)$

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $-1 < x < \frac{1}{3}$

Đáp án A đúng.

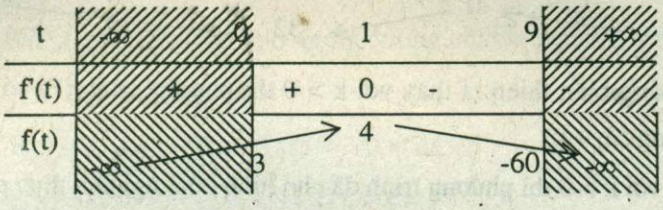
15. Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$-t^2 + 2t + 3 = 2m \ (1) \text{ với } t \in (0; 9]$$

Đặt $f(t) = -t^2 + 2t + 3$; $f'(t) = -2t + 2$

$f'(t) = 0 \Rightarrow -2t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Lập bảng biến thiên



Muốn (1) có nghiệm thuộc $(0; 9] \Leftrightarrow -60 < 2m \le 4$

$$-30 < m \le 2$$

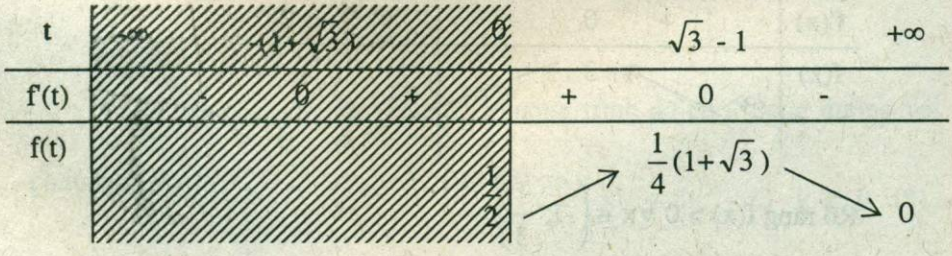
Đáp án D đúng

16. Điều kiện $x \ge 3$. Đặt $\sqrt{x-3} = t \ge 0$, có bất phương trình tương đương: $kt^2 - t + 2k - 1 \le 0 \Leftrightarrow k \le \frac{t+1}{t^2+2} = f(t)$ (*)

$$f'(t) = \frac{t^2 + 2 - (t+1)2t}{(t^2+2)^2} = \frac{t^2 - 2t + 2}{(t^2+2)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = -\left(1 + \sqrt{3}\right) \text{ loại} \\ t = \sqrt{3} - 1 \end{bmatrix}$$

Lập bảng biến thiên



VT của (*) là đường thẳng song song với trục hoành. Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy: $k \le \frac{1}{4}(1 + \sqrt{3})$ thì bất phương trình có nghiệm.

Đáp án A đúng.

17. $(\cos^2x + \sin^2x)^2 = \cos^4x + \sin^4x + 2\cos^2x\sin^2x$

$$\Rightarrow \cos^4x + \sin^4x = 1 - 2\cos^2x\sin^2x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$$

Phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x - \cos 2x + \frac{1}{4}\sin^2 2x + k = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 - \frac{1}{4}\sin^2 2x - \cos 2x + k = 0$$

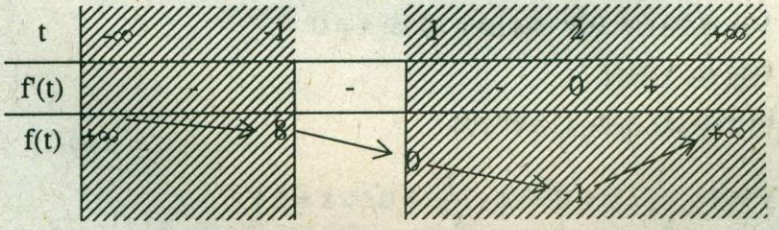
$$\Leftrightarrow \quad \cos^2 2x - 4\cos 2x + 3 = -4k$$

Đặt $\cos 2x = t$ $(-1 \le t \le 1)$ ta có phương trình:

$f(t) = t^2 - 4t + 3 = -4k$ (1)

$f'(t) = 2t - 4$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Lập bảng biến thiên:



Căn cứ vào bảng biến thiên, muốn phương trình đã cho có nghiệm ta phải có $0 \le -4k \le 8 \Leftrightarrow 0 \ge k \ge -2$

Đáp án C đúng

18. Điều kiện $x \ge 1$

Đặt $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x-1} > k > 0$ (1)

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}\right) < 0 \ \forall x \ge 1$$

Lập bảng biến thiên

x	1		+∞
f'(x)		-	
f(x)	1	↘	0

$f(1) = 1,\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} = 0$

Vế phải của (1) là một đường thẳng song song với trục hoành. Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy:

$$f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x-1} > k > 0\ \forall x \geq 1 \text{ khi } 0 < k < 1$$

Đáp án A đúng

19. a) Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}$

$y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1);\ y' = 0 \Rightarrow 4x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên

x	-∞		0		+∞
y'		-	0	+	
y	-∞	↘	- 3	↗	+∞

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là: $x = 0$

Đáp án A đúng

b) Tập xác định: $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

$y' = 1 - \dfrac{1}{x^2};\ y' = 0 \Rightarrow 1 - \dfrac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

x	-∞		-1		1		+∞
y'		+	0	-	0	+	
y	-∞	↗	- 2	↘	2	↗	+∞

Vậy hàm số có hai điểm cực trị: Điểm cực đại $x_{CD} = -1$; Điểm cực tiểu: $x_{CT} = 1$

Đáp án D đúng

20. a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$

$y' = 2\cos 2x - 1$; $y' = 0 \Rightarrow 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in Z)$$

$y'' = -4\sin 2x$

$$y''\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -4\sin\left(\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = -\frac{4\sqrt{3}}{2} < 0$$

$$\Rightarrow x_{CĐ} = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$y''\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -4\sin\left(-\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = -4\frac{-\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} > 0$$

Vậy $x_{CT} = -\frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. Đáp án B đúng

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$

$y' = 2\cos 2x - 2\sin 2x$; $y' = 0 \Rightarrow 2\cos 2x - 2\sin 2x = 0$

$$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$$

$y'' = -4\sin 2x - 4\cos 2x = -4(\sin 2x + \cos 2x)$

- Nếu $k = 2l$ (k chẵn)

$$y''\left(\frac{\pi}{8} + l\pi\right) = -4\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -4\sqrt{2} < 0$$

Vậy $x_{CĐ} = \frac{\pi}{8} + l\pi \ (l \in \mathbb{Z})$

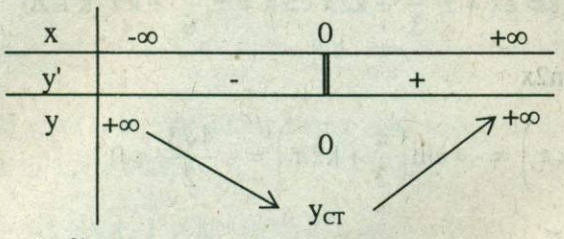
- Nếu $k = 2l + 1$ (k lẻ)

$$y''\left[\left(\frac{\pi}{8} + (2l + 1)\frac{\pi}{2}\right)\right] = -4\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4\sqrt{2} > 0$$

$x_{CT} = \frac{\pi}{8} + (2l + 1)\frac{\pi}{2}$ $(l \in \mathbb{Z})$. Đáp án D đúng.

21. Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \neq 0 \Rightarrow y' = \dfrac{1}{5\sqrt[5]{x}}$. Rõ ràng tại $x = 0$, y' không xác định. Ta có bảng biến thiên.



$x_{CT} = 0$ ($y_{CT} = 0$)

Đáp án A đúng

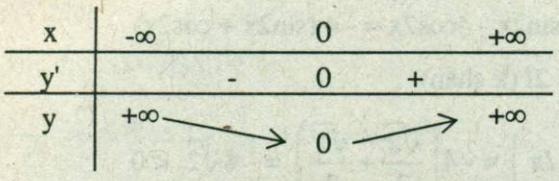
22. a) $y = x^2\sqrt{x^2+2}$

Tập xác định: $\mathbb{R}$

$$y' = 2x\sqrt{x^2+2} = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}.x^2 = \frac{3x^3+4x}{\sqrt{x^2+2}}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \frac{3x^3+4x}{\sqrt{x^2+2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Lập bảng biến thiên:

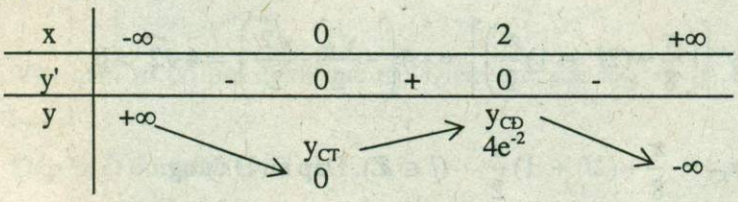


$\Rightarrow x_{CT} = 0$ ($y_{CT} = 0$)

Đáp án C đúng

b) $y = x^2e^{-x}$, $y' = 2xe^{-x} - x^2e^{-x}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$

Lập bảng biến thiên



Vậy $x_{CT} = 0, x_{CĐ} = 2$

Đáp án D đúng

23. TXĐ của hàm số: $D = \mathbb{R}\backslash\{-m\}$

$$y' = \frac{(x+m)(2x+m)-(x^2+mx+m)}{(x+m)^2} = \frac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ thì $y'(2) = 0 \Rightarrow m = -1$ hoặc $m = -3$

Khi $m = -1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ không thoả mãn

Khi $m = -3$, hàm số đạt cực đại tại $x = 2$, đó là giá trị của m phải tìm.

Đáp án B đúng

24. TXĐ của hàm số: $\mathbb{R}$

$$y' = \frac{(x^2+2)(2x+2)-2x(x^2+2x+m)}{(x^2+2)^2} = \frac{-2x^2-2(m-2)x+4}{(x^2+2)^2}$$

$y' = 0 \Rightarrow -2x^2 - 2(m-2)x + 4 = 0$

$\Delta' = (m-2)^2 + 8 > 0 \ \forall m$

Vậy y' luôn luôn có hai nghiệm x_1, x_2 (chọn $x_2 > x_1$)

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	y_{CT}	↗	$y_{CĐ}$	↘	$-\infty$

Rõ ràng hàm số luôn luôn có một cực đại và một cực tiểu $\forall m$

Đáp án C đúng

25. $f(x) = \sin 3x + m\sin x$, $f'(x) = 3\cos 3x + m\cos x$

$$f''(x) = -9\sin 3x - m\sin x$$

Muốn hàm số cực đại tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$ thì ta phải có:

$$\begin{cases} f'(x) = 3\cos 3 \cdot \frac{\pi}{3} + m\cos\frac{\pi}{3} = 0 & (1) \\ f''(x) = -9\sin 3 \cdot \frac{\pi}{3} - m\sin\frac{\pi}{3} < 0 \end{cases}$$

$$(1): \begin{cases} -3 + \frac{1}{2} m = 0 \\ -m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 6$$

Đáp án D đúng

26. $y = f(x) = ax^3 - ax^2 + 1$

Nếu $a = 0 \Rightarrow y = 1$ hàm số không có cực trị, suy ra $a \neq 0$

$f'(x) = 3ax^2 - 2ax = ax(3x - 2)$,

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 = 0 \\ ax = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = 0 \end{cases}$$

$f''(x) = 6ax - 2a = 2a(3x - 1)$

Hàm số có cực tiểu tại $x = \frac{2}{3}$ nên $f''\left(\frac{2}{3}\right) > 0$

$f''\left(\frac{2}{3}\right) = 2a > 0 \Leftrightarrow a > 0.$

Đáp án A đúng

27. TXĐ: $\mathbb{R}$

$y' = 5m^2x^2 + 4mx - 9 \qquad (1)$

• Với $m = 0 \Rightarrow y' = -9 < 0$ hàm số luôn luôn nghịch biến nên không có cực trị.

• Với $m \neq 0$ $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 = -\frac{9}{5m}$

$$x_2 = \frac{1}{m}$$

$y'' = 10m^2x + 4m$

* Với $m > 0$, $y''\left(-\frac{9}{5m}\right) = 10m^2 \cdot \left(-\frac{9}{5m}\right) + 4m = -14m < 0$

Vậy $x_{CD} = -\frac{9}{5m}$

$y''\left(\frac{1}{m}\right) = 10m^2.\frac{1}{m} + 4m = 14m > 0$ nên $x_{CT} = \frac{1}{m}$

Theo giải thiết $x_0 = -\frac{5}{9}$ là điểm cực đại, vậy $-\frac{9}{5m} = -\frac{5}{9} \Rightarrow m = \frac{81}{25}$

$\min f(x) = f\left(\frac{1}{m}\right) > 0 \Leftrightarrow \frac{5m^2}{3}.\left(\frac{1}{m}\right)^3 + 2m.\left(\frac{1}{m}\right)^2 - 9.\left(\frac{1}{m}\right) + n > 0$

$\Leftrightarrow \frac{5}{3m} + \frac{2}{m} - \frac{9}{m} + n > 0 \Leftrightarrow -\frac{16}{3m} + n > 0 \Leftrightarrow n > \frac{400}{243}$

* Với $m < 0$, $y''\left(-\frac{9}{5m}\right) > 0 \Rightarrow x_{CT} = -\frac{9}{5m}$

$y''\left(\frac{1}{m}\right) < 0 \Rightarrow x_{CĐ} = \frac{1}{m}$

Theo giả thiết $-\frac{5}{9}$ là điểm cực đại, nên ta có $\frac{1}{m} = -\frac{5}{9} \Rightarrow m = -\frac{9}{5}$. Mặt khác các giá trị cực trị đều là số dương nên $\min f(x) = f\left(-\frac{9}{5m}\right) = f(1) > 0$,

$f(1) = \frac{5m^2}{3} + 2m - 9 + n > 0$

$\Leftrightarrow \frac{5}{3}.\frac{81}{25} + 2\left(-\frac{9}{5}\right) - 9 + n > 0 \Leftrightarrow n > \frac{36}{5}$

Vậy: $\begin{cases} m = -\frac{9}{5} \\ n > \frac{36}{5} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m = \frac{81}{25} \\ n > \frac{400}{243} \end{cases}$

Đáp án C đúng.

28. Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}\backslash\{m\}$

$$y' = \frac{(x-m)\left[2x + m(m^2-1)\right] - x^2 - m(m^2-1)x + m^4 - 1}{(x-m)^2}$$

$$y' = \frac{x^2 - 2mx + m^2 - 1}{(x-m)^2};\ y' = 0 \Rightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_2 = m + 1 \\ x_1 = m - 1 \end{bmatrix} \qquad x_1, x_2 \in D$$

Lập bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y		↗	$y_{CĐ}$	↘	y_{CT}	↗	

Rõ ràng $\forall m$ hàm số luôn có cực đại và cực tiểu

Đáp án C đúng

29. $y' = f'(x) = 6x^2 + 6(m - 1)x + 6(m - 2) = 6[x^2 + (m-1)x + (m - 2)]$

Hàm số có điểm cực đại cực tiểu nằm trong khoảng (-2; 3) $\Leftrightarrow y' = 0$ hay $g(x) = x^2 + (m - 1)x + m - 2$ có 2 nghiệm x_1, x_2 và $-2 < x_1 < x_2 < 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-2) > 0 \\ f(3) > 0 \\ -2 < \dfrac{s}{2} < 3 \end{cases} \qquad \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -1 < m < 4 \end{cases}$$

Vậy với $m \in (-1; 3) \cup (3; 4)$ thì hàm số có x_{CT} và $x_{CĐ}$ và $x_{CT}, x_{CĐ} \in (-2;3)$

Đáp án A đúng

30. $y = f(x) = x^3 - mx^2 + 1$

$f'(x) = 3x^2 - 2mx$

$f''(x) = 6x - 2m$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2mx = 0 \qquad \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \dfrac{2}{3}m \end{cases}$$

$f''(0) = -2m < 0 \Rightarrow x_{CĐ} = 0, y_{CĐ} = 1$

$$f''\left(\frac{2m}{3}\right) = 2m > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_{CT} = \dfrac{2m}{3} \\ y_{CT} = x^3 - mx^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{3x}{2} \\ y = -\dfrac{x^3}{2} + 1 \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm cực tiểu là: $y = -\frac{x^3}{2} + 1$ với $x > 0$

Đáp án B đúng

31. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35, x \in [-4; 4]$.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9, y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Vậy hàm số có 2 điểm tới hạn thuộc [-4; 4]

$f(-1) = 40;\ f(3) = 8; f(-4) = -41; f(4) = 15$

GTLN của hàm số $= \max \{f(-1), f(3), f(-4), f(4)\}$

$= \max \{40; 8; -41; 15\} = 40$

GTNN của hàm số $= \min \{40; 8; -41; 15\} = -41$

Đáp án A đúng

32. $y = 1 + 8x - 2x^2$

$y' = 8 - 4x, y' = 0 \Rightarrow x = 2$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$	↗	9	↘	$-\infty$

Theo bảng biến thiên ta có GTLN $y = 9 \Leftrightarrow x = 2$

Đáp án A đúng

33. $y' = 3x^2 + 6x + 18$

$\Delta' = 9 - 54 = -45 < 0 \Rightarrow y' > 0 \Rightarrow$ hàm y luôn luôn đồng biến.

Vậy trong $[0; +\infty]$ hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất tại $x = 0$. Nên GTNN là $f(0) = 0$

Đán án B đúng

34. $y = \sin x - \cos x, y' = \cos x + \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$$y = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow |y| = \sqrt{2}\left|\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$\Rightarrow |y| \leq \sqrt{2}$ do $\left|\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right| \leq 1$

$\Rightarrow -\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2}$

Vậy maxy = $\sqrt{2}$ và miny = $-\sqrt{2}$

Đáp án B đúng

35. Gọi x (cm) là một cạnh hình chữ nhật $0 < x < 8$ cạnh thứ hai $8 - x$. vậy $S = x(8-x)$

$S' = 8 - 2x$, $S' = 0 \Rightarrow 8 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 4$ (có 1 điểm tới hạn) $S'' = -2 < 0$, vậy $x_{CĐ} = 4 \Rightarrow S_{CĐ} = 16$

Hình chữ nhật có diện tích lớn nhất là $16(cm^2)$ trong các hình chữ nhật có chu vi 16cm là hình vuông có cạnh bằng 4cm.

Đáp án C đúng

36. Gọi cạnh của hình chữ nhật là x(cm), $x > 0$. Cạnh thứ hai của hình chữ nhật là: $\frac{48}{x}$ (cm)

Gọi p là chu vi hình chữ nhật ta có: $p = \left(\frac{48}{x} + x\right)2$

$= 2x + \frac{96}{x}$

$p' = 2 - \frac{96}{x^2}$, $p' = 0 \Rightarrow 2 - \frac{96}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -4\sqrt{3} \text{ (loại)} \\ x = 4\sqrt{3} \end{array}\right.$

$p'' = \frac{192}{x^3}$ $\qquad p''(4\sqrt{3}) = \frac{192}{\left(4\sqrt{3}\right)^3} > 0$

Vậy $x_{CT} = 4\sqrt{3}$, $p_{CT} = 16\sqrt{3}$. Ở đây giá trị cực tiểu cũng là giá trị nhỏ nhất của p.

Hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất là hình vuông có cạnh là $4\sqrt{3}$ (cm)

Đáp án D đúng

37. $y = x^3 + x^2 - 5x;\ x \in [0; 2],\ y' = 3x^2 + 2x - 5,$

$$y' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\dfrac{5}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$y(1) = -3,\ y(0) = 0,\ y(2) = 2$

GTLN = max {-3; 0; 2} = 2

GTNN = min {-3; 0; 2} = -3

Vậy GTLN $y = 2 \Leftrightarrow x = 2$

GTNN $y = -3 \Leftrightarrow x = 1$

Đáp án A đúng

38. Do $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$ với $x, y \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1 - x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$

$\Rightarrow M = x^3 + y^3 = x^3 + (1 - x)^3 = 3x^2 - 3x + 1$

Xét $M = 3x^2 - 3x + 1$ trên [0; 1]

$$M' = 6x - 3,\ M' = 0 \Rightarrow 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \in [0; 1]$$

$$M(0) = 1,\ M(1) = 1,\ M\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\text{GTLN } M = \max\left\{M(0), M(1), M\left(\frac{1}{2}\right)\right\} = \max\left\{1; 1; \frac{1}{4}\right\} = 1$$

$$\text{GTNN } M = \min\left\{M(0), M(1), M\left(\frac{1}{2}\right)\right\} = \min\left\{1; 1; \frac{1}{4}\right\} = \frac{1}{4}$$

Vậy GTLN $M = 1$ khi $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$

GTNN $M = \dfrac{1}{4}$ khi $x = y = \dfrac{1}{2}$

Đáp án B đúng

39. $y \leq 0,\ x^2 + x = y + 12 \Rightarrow x^2 + x - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 3$

$y = x^2 + x - 12 \Rightarrow K = x(x^2 + x - 12) + x + 2(x^2 + x - 12) + 17$

$K = f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ với $x \in [-4; 3]$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9,\ f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ta có $f(1) = -12$, $f(-3) = 20$, $f(-4) = 13$, $f(3) = 20$

max K = 20 (x = 3, y = 0) hoặc (x = -3, y = -6)

min K = -12 (x = 1, y = -10)

Đáp án C đúng

40. Ta có $(x-y)^2 \geq 0\ \forall x, y \Leftrightarrow (x + y)^2 \geq 4xy$ (*)

$$\Leftrightarrow \frac{x+y}{xy} \geq \frac{4}{x+y}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$$ (dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = y$)

$$\text{Vậy } M = 2(x + y) + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 2(x + y) + \frac{12}{x+y}$$

Áp dụng (*) ta có:

$$M \geq \left[2(x + y) + \frac{2}{x+y}\right] + \frac{10}{x+y} \geq 4 + \frac{10}{x+y} \geq 4 + 10 = 14$$

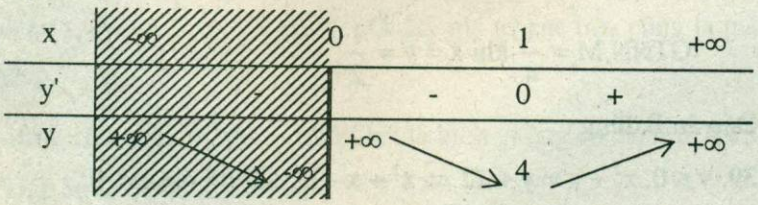
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = y \\ x + y = 1 \end{cases}$

Đáp án D đúng

41. Hàm số xác định với $x > 0$

$$y' = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}, \qquad y' = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \qquad x = 1 \Rightarrow y(1) = 4$$

Lập bảng biến thiên



Vậy $y_{min} = y(1) = 4$. Đáp án A đúng

42. $y = \sqrt{3 - 2x}$

TXĐ: $D = (-\infty; \frac{3}{2}]$ nên $[-1; 1] \subset D$

$y' = \frac{-1}{\sqrt{3 - 2x}} < 0 \ \forall x \in [-1; 1]$ suy ra hàm số nghịch biến trên $[-1; 1]$

Do đó $\max y = y(-1) = \sqrt{5}$, $\min y = y(1) = 1$

Vậy GTLN $y = \sqrt{5}$, khi $x = -1$.

Đáp án C đúng

43. $y = x\sqrt{1 - \frac{x^2}{9}} = \frac{1}{3}x\sqrt{9 - x^2}$

Tập xác định (TXĐ) của hàm số là $D = [-3; 3]$

$$y' = \frac{1}{3}\left(\sqrt{9 - x^2} - \frac{x.2x}{2\sqrt{9 - x^2}}\right) = \frac{1}{3}\frac{9 - x^2 - x^2}{\sqrt{9 - x^2}} = \frac{9 - 2x^2}{3\sqrt{9 - x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{\sqrt{2}} \\ x = -\frac{3}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Ta có $y(-3) = y(3) = 0$, $y\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \frac{3}{2}$, $y\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{3}{2}$

Vậy $\max y = \frac{3}{2}$, $\min y = -\frac{3}{2}$

Đáp án C đúng

44. $y = x^6 + 4(1 - x^2)^3$

$y' = 6x^5 + 12.(-2x).(1 - x^2)^2$

$= 6x^5 - 24x^5 + 48x^3 - 24x = -6x(3x^4 - 8x^2 + 4)$

$$y' = 0 \Rightarrow -6x(3x^4 - 8x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm\frac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$$

$y(-1) = 1, y(1) = 1,$ $\quad y(\pm\sqrt{2}) = 8 - 4 = 4$

$$y\left(\pm\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = \frac{8}{27} + \frac{4}{27} = \frac{12}{27}$$

Maxy = 4 khi $x = \pm\sqrt{2}$

Miny = $\frac{12}{27}$ khi $x = \pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

Đáp án D đúng

45. $y = (1 - \sin x)^4 + \sin^4 x$

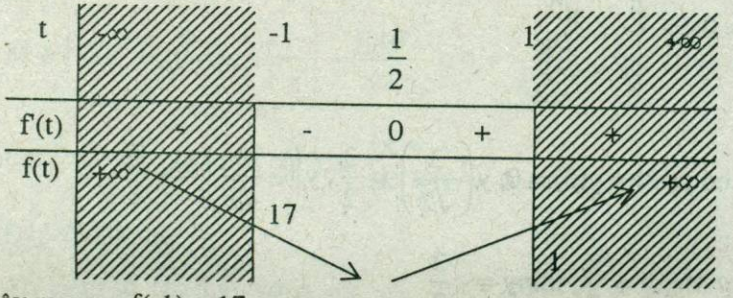
Đặt $t = \sin x \Rightarrow -1 \le t \le 1$

Xét hàm số $f(t) = (1 - t)^4 + t^4, -1 \le t \le 1$

$$f'(t) = -4(1-t)^3 + 4t^3 = 4[t^3 - (1 - t)^3]$$
$$= 4(2t - 1)(t^2 - t + 1)$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

Lập bảng biến thiên



Vậy maxy = f(-1) = 17

khi $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

Đáp án A đúng.

46. $y = \sin x(1 + \cos x)$ $x \in [0; \pi]$

$$y = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x$$

$$y' = \cos x + \cos 2x = 2\cos^2 x + \cos x - 1$$

Trên $[0; \pi]$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} \end{array}\right.$

Ta có $y(0) = 0$, $y(\pi) = 0$ $\quad y\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(1 + \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

Vậy $\max\limits_{[0;\pi]} y = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$; $\quad \min\limits_{[0;\pi]} y = 0$

khi $x = \dfrac{\pi}{3}$ $\qquad$ khi $x = 0$ hoặc $x = \pi$

Đáp án B đúng

47. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \cos x$ song song với trục hoành sang bên phải $\dfrac{\pi}{2}$ đơn vị thì nó là đồ thị của hàm số $y = \cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$ hay $y = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

Đáp án D đúng

48. (C') là đồ thị của hàm số $g(x) = y + 1 = \dfrac{x+1}{x-1} + 1 = \dfrac{2x}{x-1}$

Đáp án A đúng

49. Lấy đối xứng (C) qua trục hoành ta được đồ thị của hàm số

$y = -f(x) = -x(x + 4) = -x^2 - 4x$

Đáp án C đúng

50. Lấy đối xứng (C) qua trục tung ta được đồ thị của hàm số

$y = f(-x) \Rightarrow y = (-x)(4-x) = x^2 - 4x$

Đáp án B đúng

51. Lấy đối xứng (C) qua gốc toạ độ ta được đồ thị của hàm số

$y = -f(-x)$

$y = -[(-x)(4-x)] = -[4x + x^2] = -x^2 + 4x$

Đáp án A đúng

52. $y = f(x) = 3x + 4$

$y = 3x + 5 = (3x + 4) + 1 = f(x) + 1$

Từ (d) $\Rightarrow d_{(1)}$: Tịnh tiến (d) song song với trục tung lên phía trên 1 đơn vị.

Đáp án C đúng

53. Hình A loại vì đó là đường parabol $y = ax^2$

Hình B loại vì cắt trục hoành tại 1 điểm

Hình C loại vì đó là đường hyperbol $y = \frac{a}{x}$

Hình D chính là đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$

54. $y' = 3x^2 - 6$, $y'' = 6x$ khi $x < 0$ thì $y'' < 0$, vậy đường cong lồi trên khoảng $(-\infty; 0)$. Đáp án A đúng

55. $y'' = 6x$, khi $x > 0$ thì $y'' > 0$, vậy đường cong lõm trên khoảng $(0; +\infty)$. Đáp án C đúng

56. $y'' = 6x$, $y'' = 0 \Rightarrow 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Rõ ràng khi y'' qua $x = 0$ thì y'' đổi dấu, vậy $M(0; 1)$ là điểm uốn của đường cong.

Đáp án B đúng

57. $y = \sin x$, $y' = \cos x$, $y'' = -\sin x$, $y'' = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

$y'' < 0 \Leftrightarrow x \in (2k\pi, (2k + 1)\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

Đáp án A đúng

58. Như trên ta có $y'' = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ và qua điểm này y'' đổi dấu $\Rightarrow$ Số điểm uốn của (*) là: $(k\pi; 0)$ $k \in \mathbb{Z}$

Đáp án D đúng

59. $y = \frac{x}{x^2+1}$, $y' = \frac{(x^2+1) - 2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2+1)^2}$

$$y'' = \frac{(x^2 + 1)^2 . (-2x) - (1 - x^2) . 2(x^2 + 1) .2x}{(x^2 + 1)^4}$$

$$= \frac{2x(x^2+1)[-(x^2+1) - 2(1 - x^2)]}{(x^2+1)^4} = \frac{2x(x^2 - 3)}{(x^2+1)^3}$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Lập bảng xét dấu của y"

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
2x		-	|	-	0	+	|	+	
$(x-\sqrt{3})$		-	|	-	|	-	0	+	
$(x+\sqrt{3})$		-	0	+	|	+	|	+	
y"		-	0	+	0	-	0	+	

Rõ ràng đồ thị hàm số (*) có 3 điểm uốn

$\left(-\sqrt{3}; \frac{-\sqrt{3}}{4}\right)$ $(0; 0)$ $\left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Đáp án C đúng

60. $y = ax^3 + bx^2$ $y' = 3ax^2 + 2bx$ $y'' = 6ax + 2b$

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b}{3a}$. Muốn (1; 3) là điểm uốn

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -b \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Đường cong chỉ có một điểm uốn

Đáp án D đúng

61. $y = x^4 - mx^2 + 3$, $y' = 4x^3 - 2mx$, $y'' = 12x^2 - 2m$

Muốn đồ thị hàm số có 2 điểm uốn thì $y'' = 0$ phải có 2 nghiệm $\Rightarrow m > 0$ (hiển nhiên y" là một tam thức bậc 2 nên nó đổi dấu khi x qua nghiệm của nó)

Đáp án A đúng.

Nhận xét. Nếu $m < 0$ thì $12x^2 - 2m > 0$ $\forall x$ nên $y'' = 0$ vô nghiệm, nên đồ thị hàm số đã cho không có điểm uốn nào.

62. $\lim\limits_{x \to 1} y = \lim\limits_{x \to 1} \frac{x + 1}{x - 1} = \infty$, vậy đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

Đáp án B đúng

63. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = 1$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{-x} = -1$

Như vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ có 2 tiệm cận ngang $y = 1$ và $y = -1$

Đáp án D đúng

64. $y = \dfrac{3x^2+3x-6}{x+1} = 3x - \dfrac{6}{x+1}$

Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = 3x$

Đáp án C đúng

65. $y = f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$

Ta có $\lim\limits_{x \to a} = f(a)$ $\forall a \neq m$ nên các đường $x = a \neq m$ không phải tiệm cận đứng. Mặt khác ta có:

$$\lim_{x \to m} \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m} = \begin{cases} -\infty \text{ nếu } m^2 - m > 0 \\ +\infty \text{ nếu } m^2 - m < 0 \end{cases}$$

Vậy nếu $m^2 - m \neq 0$ thì $x = m$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, suy ra điều kiện cần để đồ thị không có tiệm đứng là $m^2 - m = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = 0 \\ m = 1 \end{bmatrix}$$

Thử lại: * Với $m = 0 \Rightarrow y = \dfrac{2x^2 - 3x}{x}$ nên

$$\lim_{x \to a} f(x) = \begin{cases} 2a - 3 \text{ với } a \neq 0 \\ -3 \text{ với } a = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow \forall a$ thì $x = a$ không là tiệm cận đứng $\Rightarrow m = 0$ thoả mãn

* Với $m = 1 \Rightarrow y = \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1}$

nên $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1} = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{(x-1)(2x-1)}{x-1} = 2a - 1$

$\Rightarrow \forall x$ thì $x = a$ không phải tiệm cận đứng $\Rightarrow m = 1$ thoả mãn

Vậy với $m = 0$ V $m = 1$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

Đáp án A đúng

66. Giả sử $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là tiệm cận xiên của đồ thị

* Trường hợp 1: $a = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x + \sqrt{x^2+1}}{x}$

$$= \lim_{x \to +\infty} \left(2 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right) = 3$$

$$b = \lim_{x \to +\infty} [f(x) - 3x] = \lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = 0$$

Ta có tiệm cận xiên bên phải là $y = 3x$

* Trường hợp 2: $a = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(2 - \sqrt{1 + \dfrac{1}{x^2}}\right) = 1$

$$b = \lim_{x \to -\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \to -\infty} (x + \sqrt{x^2+1})$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2+1}} = 0$$

Ta có tiệm cận xiên bên trái là $y = x$

Như vậy đồ thị có 2 tiệm cận xiên: bên phải là $y = 3x$

bên trái là $y = x$

Đáp án D đúng

67. $y = x^3 - 3x + 2$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 3,\ y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y(-1) = 4 \end{bmatrix}$$

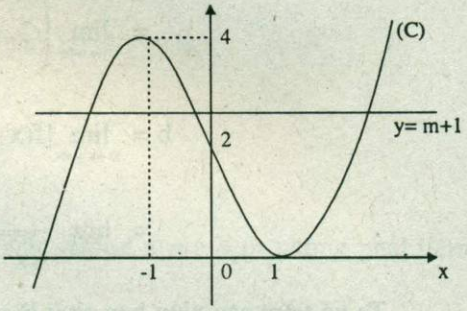
$$y'' = 6x,\ y'' = 0 \Rightarrow 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y(0) = 2$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$	↗	CĐ 4	↘		↘	CT 0	↗	$+\infty$

Từ phương trình $x^3 - 3x + 1 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = m + 1$

Vế trái của phương trình là hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ và có đồ thị (C) (h. 6). Vế phải của phương trình là đường thẳng $g(x) = m + 1$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của (C) và đường thẳng $g(x) = m + 1$. Vậy muốn phương tình đã cho có 3 nghiệm $\Leftrightarrow$ $0 < m + 1 < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 3$.



Hình 6.

Đáp án C đúng.

68. $\dfrac{-x^2 + x + m}{x + m} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + (m-2)x - 2m = 0 \ (1) \\ x \neq -m \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-m) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 + 16m > 0 \\ m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 12m + 4 > 0 \\ m^2 \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -6 - 4\sqrt{2} \\ m > -6 + 4\sqrt{2} \end{cases}$

Đáp án D đúng.

69. Đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $A(x_1; m)$ $B(x_2; m)$

$\Leftrightarrow$ phương trình $\dfrac{x^2 - 3x + 3}{2x - 2} = m$ có 2 nghiệm x_1, x_2 khác 1

$\Leftrightarrow x^2 - (3 + 2m)x + 3 + 2m = 0$ có 2 nghiệm $x_1, x_2 \neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (3 + 2m)^2 - 4(3 + 2m) > 0 \\ 1 - (3-2m) + 3 + 2m \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 + 4m - 3 > 0 \\ 4m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (*)$$

$AB = 2 \Leftrightarrow |x_1 - x_2| = 2$

Với $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 + 2m \\ x_1 - x_2 = 2 + 2m \end{cases}$

$AB^2 = 4 \Leftrightarrow |x_1 - x_2|^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 4$

mà $x_1 + x_2 = 3 + 2m \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = 9 + 4m^2 + 12m$

$x_1x_2 = 3 + 2m \quad \Leftrightarrow \quad x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 9 + 4m^2 + 12m - 4(3 + 2m)$

$$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 4m^2 + 4m - 3$$

Do đó ta có $4m^2 + 4m - 3 = 4 \Leftrightarrow 4m^2 + 4m - 7 = 0$

$m = \frac{-1 - 2\sqrt{2}}{2}$, $m = \frac{-1 + 2\sqrt{2}}{2}$ (nhận) vì thoả mãn (*)

Đáp án A đúng

70. $\Delta : y = kx - 2$

Hoành độ giao điểm giữa (C) và Δ là nghiệm của phương trình

$$x^3 - 3x - 2 = kx - 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x - kx = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x(x^2 - 3 - k) = 0 \ (1)$$

Để (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 - 3 - k = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow -3 - k < 0 \Leftrightarrow k > -3$

Đáp án B đúng

71. Trước hết phải khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ (câu 67) (h. 6)

Phương trình $|x^3| - 3|x| - m = 0 \ (1) \Leftrightarrow |x^3| - 3|x| + 2 = m + 2 \ (2)$

Ta thấy nếu x_0 là nghiệm của (1) thì $-x_0$ cũng là nghiệm của (1). Nên nếu biết số nghiệm x_0 ($x_0 \geq 0$) ta có thể suy ra số nghiệm của phương trình (1). Như vậy căn cứ vào số giao điểm của đường thẳng $y = m + 2$ với đồ thị (C): $y = x^3 - 3x + 2$ (với $x \geq 0$) ta suy ra số nghiệm của phương trình (1).

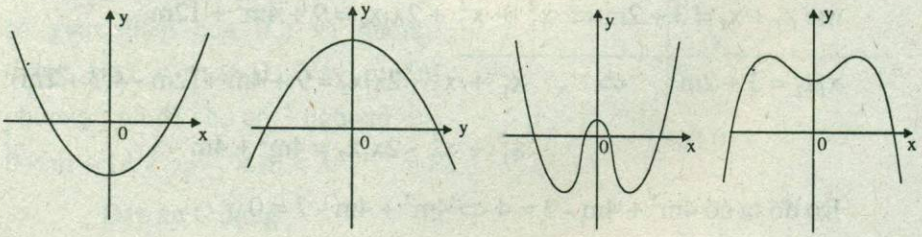
Căn cứ vào đồ thị (hình 6) ta thấy nếu $0 < m + 2 < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 0$ phương trình (1) có 4 nghiệm

Đáp án C đúng

72. (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^4 - 2mx^2 + m^2(m - 1) = 0$ (*) có 3 nghiệm phân biệt.

Ta biết đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) là một trong các hình dạng như sau:



Hình 7

Như vậy thông thường (C_m) cắt trục hoành tại 2 điểm hoặc 4 điểm.

Nếu (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm thì một điểm cực đại hay 1 điểm cực tiểu phải nằm trên trục hoành $\Leftrightarrow$ phương trình (*) phải có 1 nghiệm $x = 0$,

suy ra $m^2(m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

Thử lại chỉ có $m = 1$ thoả mãn yêu cầu của đề bài

Vậy đáp án D đúng

73. (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^4 - 2(m + 1)x^2 + 2m + 1 = 0$ (1) có 4 nghiệm phân biệt

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow t^2 - 2(m + 1)t + 2m + 1 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thoả mãn $t_2 > t_1 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > 0 \\ 2m+1 > 0 \\ 2(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \neq m > -\frac{1}{2}$$

Vậy với $0 \neq m > -\frac{1}{2}$ thì (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt

Đáp án B đúng

74. Phương trình đường thẳng (d) đi qua M(0; - 5) và có hệ số góc k là

(d): $y = kx - 5$

Đường thẳng (d) tiếp xúc (C)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - x - 1}{x+1} = kx - 5 \\ \left(\frac{x^2 - x - 1}{x+1}\right)' = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - x - 1}{x+1} = kx - 5 \quad (1) \\ \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = k \quad (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có phương trình:

$$3x^2 + 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{array}\right.$$

Lần lượt thay $x = -2, x = -\frac{2}{3}$ vào (2) ta được:

Với $x = -2 \Rightarrow k = 0 \Rightarrow$ (d): $y = -5$

Với $x = -\frac{2}{3} \Rightarrow k = -8 \Rightarrow$ (d): $y = -8x - 5$

Vậy (C) có hai tiếp tuyến: $y = -5$ và $y = -8x - 5$

Đáp án C đúng.

75. Đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y = -9x$ có dạng:

(Δ): $y = -9x + b$

(Δ) là tiếp tuyến của C $\Leftrightarrow \begin{cases} -x^3 + 3x^2 - 2 = -9x + b \\ -3x^2 + 6x = -9 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^3 + 3x^2 + 9x - 2 = b \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right. \end{cases}$$

Với $x = -1 \Rightarrow b_1 = -7 \Rightarrow (\Delta_1)$: $y = -9x - 7$

$x = 3 \Rightarrow b_2 = 25 \Rightarrow (\Delta_2)$: $y = -9x + 25$

Như vậy (C) có 2 tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -9x$

Đáp án D đúng

76. Đường thẳng song song với đường thẳng $y = -3x + 15$ có dạng $y = -3x + b$. Đường thẳng này là tiếp tuyến của (C) khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-1} = -3x + b \\ \left(\dfrac{2x+1}{x-1}\right)' = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-1} = -3x + b \quad (1) \\ \dfrac{-3}{(x-1)^2} = -3 \quad (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có $(x - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array}\right.$

Thay $x = 2$ vào (1) ta có: $5 = -6 + b \Leftrightarrow b = 11$

Thay $x = 0$ vào (1) ta có: $-1 = b$

Vậy có hai tiếp tuyến với (C) song song với đường thẳng $y = -3x + 15$

$y = -3x + 11$; $y = -3x - 1$

Đáp án A đúng.

77. Điều kiện cần và đủ để parabol $y = -\dfrac{3}{4}x^2 + 4 - m^2$ tiếp xúc với (C) là hệ phương trình sau có nghiệm :

$$\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = -\dfrac{3}{4}x^2 + 4 - m^2 \\ (x^3 - 6x^2 + 9x - 1)' = (-\dfrac{3}{4}x^2 + 4 - m^2)' \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - \dfrac{21}{4}x^2 + 9x - 5 = -m^2 \quad (1) \\ 2x^2 - 7x + 6 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Giải phương trình $2x^2 - 7x + 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

Thay x = 2 vào (1) ta có: $m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$

Thay $x = \frac{3}{2}$ vào (1) ta có $- m^2 = \frac{1}{16}$ vô nghiệm (không có giá trị m nào thoả mãn). Vậy với m = 0 thì parabol $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4 - m^2$ tiếp xúc với (C)

Đáp án B đúng

78. $y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x - 1}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Xét điểm $M_0(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị (C) khi đó tiếp tuyến tại M_0 có hệ số góc bằng $y'(x_0)$. Do tiếp tuyến vuông góc với tiệm cận xiên $y = x + 4$ nên $y'(x_0) = -1$

mà $y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x - 1} \Rightarrow y'_{(x)} = \dfrac{(x-1)(2x+3) - (x^2 + 3x + 2)}{(x-1)^2}$

$$y'(x) = \frac{2x^2 + x - 3 - x^2 - 3x - 2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 5}{(x-1)^2}$$

Vậy $y'(x_0) = \dfrac{x_0^2 - 2x_0 - 5}{(x_0 - 1)^2} = -1 \Leftrightarrow x_0^2 - 2x_0 - 5 + x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow x_0^2 - 2x_0 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 + \sqrt{3} \\ x_0 = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm trên đồ thị (C) mà tiếp tuyến tại điểm đó vuông góc với tiệm cận xiên là $M_1(1 + \sqrt{3}; 5 + 3\sqrt{3})$; $M_2(1 - \sqrt{3}; 5 - 3\sqrt{3})$

Đáp án C đúng

79. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(x_0; y_0) \in$ (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10 \Leftrightarrow y'(x_0) = 9$

$\Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{array}\right.$

Dễ dàng tìm thấy 2 điểm $M_1(-1; -4)$ $M_2(3; 0)$ thuộc (C) có tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 10$

Đáp án D đúng

80. Hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, đồ thị (C) của hàm số có 2 đường tiệm cận:

Tiệm cận ngang $y = 2$

Tiệm cận đứng $x = 1$

Giao điểm của 2 đường tiệm cận là I (1; 2)

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = \dfrac{2x_0 - 1}{x_0 - 1}$ (*)

Phương trình đường thẳng IM: $\dfrac{x-1}{x_0-1} = \dfrac{y-2}{y_0-2}$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{y_0 - 2}{x_0 - 1}(x - 1) + 2$

Vậy hệ số góc của đường thẳng IM là $k_0 = \dfrac{y_0 - 2}{x_0 - 1}$

Thay (*) vào k_0 ta có $k_0 = \dfrac{1}{(x_0-1)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại $M(x_0; y_0) \in (C)$ là

$k = f'(x_0) = -\dfrac{1}{(x_0-1)^2}$

Để tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ vuông góc với đường thẳng IM

$\Leftrightarrow k_0.k = -1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{(x_0-1)^2} \cdot \left(-\dfrac{1}{(x_0-1)^2}\right) = -1$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{(x_0-1)^4} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{array}\right.$

Vậy có 2 điểm M cần tìm là $M_1(2; 3)$; $M_2(0; 1)$

Đáp án A đúng

81. $y = x + 2 + \frac{1}{x-1}$, $y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	‖	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	1 (CĐ)	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	5 (CT)	↗	$+\infty$

Vậy 2 điểm cực đại và cực tiểu là: (0; 1) và (2; 5). Đường thẳng đi qua hai điểm CĐ và CT có hệ số góc là $k_1 = 2$. Gọi điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ mà tiếp tuyến tại M với (C) vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu thì hệ số góc của tiếp tuyến $k_2 = -\frac{1}{2} = y'(x_0)$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{(x_0-1)^2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x_0 - 1 = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$M_1\left(1+\frac{\sqrt{6}}{3}; 3+\frac{5\sqrt{6}}{6}\right), \quad M_2 = \left(1-\frac{\sqrt{6}}{3}; 3-\frac{5\sqrt{6}}{6}\right)$$

Đáp án C đúng

82. Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có đồ thị (C)

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\{2\}$

Có tiệm cận ngang $y - 1 = 0$ (Δ_1)

Có tiệm cận đứng $x - 2 = 0$ (Δ_2). Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$

$$d(M, \Delta_1) = |y_0 - 1| = \frac{3}{|x_0 - 2|}$$

$$d(M, \Delta_2) = |x_0 - 2|$$

$\Rightarrow d(M, \Delta_1) + d(M, \Delta_2) = |y_0 - 1| + |x_0 - 2|$

$$= \left|\frac{3}{|x_0 - 2|}\right| + |x_0 - 2| \geq 2\sqrt{3}$$

(bất đẳng thức Cauchy (côsi)

Như vậy tổng 2 khoảng cách nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$

$$\left|\frac{3}{|x_0 - 2|}\right| = |x_0 - 2| \Leftrightarrow 3 = |x_0 - 2|^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 + \sqrt{3} \\ x_0 = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Hai điểm cần tìm là $M_1(2 + \sqrt{3}\,;\, 1 + \sqrt{3})$; $M_2(2 - \sqrt{3}\,;\, 1 - \sqrt{3})$

Đáp án D đúng

83. Tập xác định: $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

(C) có 2 tiệm cận: Tiệm cận ngang: $y - 2 = 0$ (Δ_1)

Tiệm cận đứng: $x - 1 = 0$ (Δ_2)

Gọi $M(x_0, y_0) \in (C) \Rightarrow d(M, \Delta_1) + d(M, \Delta_2) = 4 \Rightarrow |y_0 - 2| + |x_0 - 1| = 4$

Mà $|y_0 - 2| = \left|\frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1} - 2\right| = \left|\frac{3}{x_0 - 1}\right|$. Suy ra $\frac{3}{|x_0 - 1|} + |x_0 - 1| = 4$

$$\Leftrightarrow |x_0 - 1|^2 - 4|x_0 - 1| + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x_0 - 1| = 1 \quad (1) \\ |x_0 - 1| = 3 \quad (2) \end{array}\right.$$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{array}\right. \qquad (2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 4 \\ x_0 = -2 \end{array}\right.$$

Vậy có 4 điểm cần tìm

$(2; 5), (0; -1), (4; 3), (-2; 1)$

Đáp án A đúng

84. $y = \frac{x^2 - x + 4}{x + 1} = x - 2 + \frac{6}{x + 1}$

Muốn x, y là số nguyên dương

$\Leftrightarrow (x + 1) \in U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$

$x + 1 = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2$ (chấp nhận)

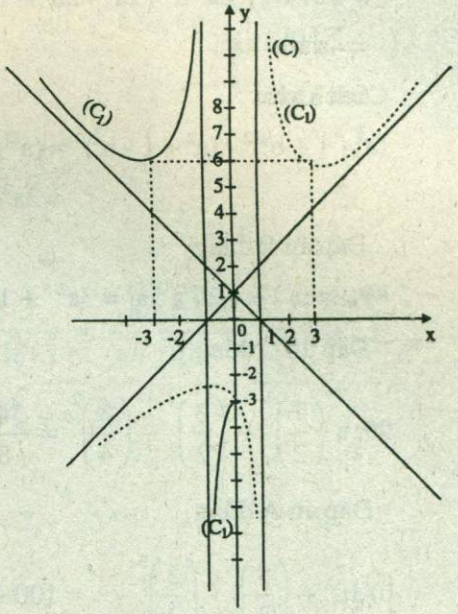
$x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$ (chấp nhận)

$x + 1 = 6 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow y = 4$ (chấp nhận)

Ta có 3 điểm thuộc (C) mà toạ độ là số nguyên dương: (1; 2), (2; 2), (5; 4)

Đáp án B đúng.

85. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ (nét đứt trên hình 9) và (C_1) là đồ thị hàm số $y = f|x| = \dfrac{x^2+3}{|x|-1}$. (C_1) suy từ (C) bằng cách:



Hình 9

* Lấy phần bên phải trục tung (kể cả điểm nằm trên trục tung)

* Lấy đối xứng qua trục tung phần đó. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2+3}{|x|-1} = m$ bằng số giao điểm của (C_1) và đường thẳng (d_m): $y = m$.

Nhìn vào đồ thị ta thấy (C_1) cắt (d_m) tại 2 điểm phân biệt khi $m = 6$ hoặc $m < -3$.

Đáp án C đúng

86. (C) và (d_m) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt thì phương trình

$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = mx$ có 3 nghiệm

$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x - mx = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9 - m) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - (9 - m) > 0 \\ f(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$$

Đáp án D đúng.

87. $[(a^{12}a^3):(a^4a^7)]^3 = [a^{15}:a^{11}]^3 = (a^{15-11})^3 = (a^4)^3$

$= a^{4.3} = a^{12}$

Đáp án A đúng

88. $(a^2 - 1 + b^2)^2 - (a^2 + 1 - b^2)^2$

$= a^4 + 1 + b^4 - 2a^2 + 2a^2b^2 - 2b^2 - (a^4 + 1 + b^4 + 2a^2 - 2a^2b^2 - 2b^2$

$= a^4 + b^4 + 2a^2b^2 - 2a^2 - 2b^2 + 1 - a^4 - 1 - b^4 - 2a^2 + 2a^2b^2 + 2b^2$

$= 4a^2b^2 - 4a^2$

Cách khác:

$(a^2 - 1 + b^2)^2 - (a^2 + 1 - b^2)^2 = (a^2 - 1 + b^2 + a^2 + 1 - b^2)(a^2-1+b^2-a^2-1+b^2)$

$= 2a^2.(2b^2 - 2) = 4a^2b^2 - 4a^2$

Đáp án B đúng

89. $3a^7.a^{-5} + 4{,}25^0a^{-3}.a^5 = 3a^{7-5} + 1.a^{5-3} = 3a^2 + a^2 = 4a^2$

Đáp án C đúng

90. a $\left(\frac{7}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{343}{8} + \frac{81}{16} - \frac{9}{16} = \frac{379}{8}$

Đáp án A đúng

b) $10^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^3 - \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 100 + \frac{125}{8} - \frac{27}{8}$

$= 100 + \frac{49}{4} = 100 + 12{,}25 = 112{,}25$

Đáp án B đúng

91. a) $\left[\frac{2}{3}.\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}.\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{6}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{18}}$

Đáp án A đúng

b) $\left[a.a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{4}}.a^{\frac{1}{8}}\right]^{\frac{1}{2}} = \left(a^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(a^{\frac{15}{8}}\right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{15}{16}}$

Đáp án C đúng

92. $B = \left[a^{-\frac{3}{2}}.b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}\right]^3 = \left[a^{-\frac{3}{2}}.ba^{-\frac{1}{2}}ba^{\frac{2}{3}}\right]^3$

$= \left[a^{-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}b^2\right]^3 = \left[a^{-\frac{4}{3}}.b^2\right]^3 = a^{-4}b^6$.

Thay $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2^{-\frac{1}{2}}$, $b = 2^{-\frac{1}{3}}$

Vậy giá trị của $B = \left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^{-4}.\left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^6 = 2^2.2^{-2} = 2^0 = 1$

Đáp án D đúng

93. $(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1} = \dfrac{1}{a+1} + \dfrac{1}{b+1} = \dfrac{a+b+2}{(a+1)(b+1)}$ $(a, b \neq -1)$

Với $a = \left(2+\sqrt{3}\right)^{-1} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

$b = \left(2-\sqrt{3}\right)^{-1} = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$

Thay vào biểu thức trên ta có

$$\frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}+2}{\left(3-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)} = \frac{6}{9-3} = \frac{6}{6} = 1$$

Đáp án A đúng

94. $\dfrac{x^{\frac{1}{2}}+1}{x+x^{\frac{1}{2}}+1} : \dfrac{1}{x^{\frac{3}{2}}-1} = \dfrac{(x^{\frac{1}{2}}+1)(x^{\frac{3}{2}}-1)}{x+x^{\frac{1}{2}}+1}$

$= \dfrac{(x^{\frac{1}{2}}+1)(x^{\frac{1}{2}}-1)(x+x^{\frac{1}{2}}+1)}{x+x^{\frac{1}{2}}+1} = (x^{\frac{1}{2}}+1)(x^{\frac{1}{2}}-1) = x-1$

Đáp án B đúng

95. $M = \left(2^{\frac{3}{2}}+27y^{\frac{3}{5}}\right) : \left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}+3y^{\frac{1}{5}}\right]$

$$= \left[\left(\frac{1}{2}^{-\frac{1}{2}}\right)^3 + \left(3y^{\frac{1}{5}}\right)^3\right] : \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} + 3y^{\frac{1}{5}}\right]$$

$$= \left(2^{\frac{1}{2}} + 3y^{\frac{1}{5}}\right)\left(2 + 9y^{\frac{2}{5}} - 3y^{\frac{1}{5}}.2^{\frac{1}{2}}\right) : \left(2^{\frac{1}{2}} + 3y^{\frac{1}{5}}\right)$$

$$= 2 + 9y^{\frac{2}{5}} - 3(2y)^{\frac{1}{5}}$$

$$\Rightarrow M = 2 + 9.2^{5.\frac{2}{5}} - 3(2^6)^{\frac{1}{2}} = 2 + 36 - 24 = 14$$

Đáp án D đúng

96. Ta có $\frac{a - a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}} = \frac{a^2(a - a^{-2})}{a^2(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}})} = \frac{a^3 - 1}{a^{\frac{3}{2}}\left[a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}\right)\right]}$

$$= \frac{a^3 - 1}{a^{\frac{3}{2}}(a - 1)} = \frac{a^2 + a + 1}{a^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{1 - a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}} = \frac{a^2(1 - a^{-2})}{a^2(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})} = \frac{a^2 - 1}{a^{\frac{3}{2}}\left[a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)\right]}$$

$$= \frac{(a-1)(a+1)}{a^{\frac{3}{2}}(a+1)} = \frac{a-1}{a^{\frac{3}{2}}}$$

Do đó $a^{\frac{1}{2}} - \frac{a - a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{1 - a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} - \frac{a^2 + a + 1}{a^{\frac{3}{2}}} + \frac{a-1}{a^{\frac{3}{2}}} + \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}}$

$$= \frac{a^2 - a^2 - a - 1 + a - 1 + 2}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{0}{a^{\frac{3}{2}}} = 0$$

Đáp án C đúng

97. $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{(a^2-ab)^{\frac{2}{3}}} : \dfrac{a^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{a-b}}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}$

$$= \frac{(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})(a+b-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})(a+b+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{2}{3}}(a-b)^{\frac{2}{3}}.a^{-\frac{2}{3}}(a-b)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{(a-b)\left[(a+b)^2-ab\right]}{a^0(a-b)} = (a+b)^2-ab\ (*)$$

Thay $a = 1,2 = \dfrac{6}{5}$, $b = \dfrac{3}{5}$ vào biểu thức (*), ta có:

$$\left(\frac{6}{5}+\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{6}{5}.\frac{3}{5} = \frac{81}{25} - \frac{18}{25} = \frac{63}{25} = 2,52$$

Đáp án B đúng

98. Ta biết nếu $\begin{cases} M^2 = N^2 \\ M, N \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow M = N$

$$M^2 = a^2 + \sqrt[3]{a^4b^2} + b^2 + \sqrt[3]{a^2b^4} + 2\sqrt{(a^2+\sqrt[3]{a^4b^2})(b^2+\sqrt[3]{a^2b^4})} \quad (1)$$

$$N^2 = \left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{b^2}\right)^3 = a^2+b^2+3\sqrt[3]{a^4b^2}+3\sqrt[3]{a^2b^4} \quad (2)$$

Muốn chứng minh M = N ta chỉ việc chứng minh (1) = (2) (vì $M, N \geq 0$ là hiển nhiên).

Vấn đề còn lại là chứng minh

$$\sqrt[3]{a^4b^2}+\sqrt[3]{a^2b^4} = \sqrt{(a^2+\sqrt[3]{a^4b^2})(b^2+\sqrt[3]{a^2b^4})} \quad (3)$$

Bình phương vế trái của (3) ta có: $\sqrt[3]{a^8b^4} + \sqrt[3]{a^4b^8} + 2\sqrt[3]{a^6b^6}$

$$= \sqrt[3]{a^8b^4} + \sqrt[3]{a^4b^8} + 2a^2b^2 = a^2\sqrt[3]{a^2b^4} + b^2\sqrt[3]{a^4b^2} + 2a^2b^2 \quad (4)$$

Bình phương vế phải của (3) ta có: $(a^2+\sqrt[3]{a^4b^2})(b^2+\sqrt[3]{a^2b^4})$

$$= a^2b^2 + a^2\sqrt[3]{a^2b^4} + b^2\sqrt[3]{a^4b^2} + a^2b^2$$

$= a^2\sqrt[3]{a^2b^4} + b^2\sqrt[3]{a^4b^2} + 2a^2b^2$ (5)

So sánh (4) và (5), rõ ràng (4) = (5). Vậy ta có $M^2 = N^2$

$\Leftrightarrow M = N$ $(M, N \geq 0)$

99. $\log_2 16 = 4$, $\log_{\frac{\sqrt{2}}{4}} 8 = x \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^x = 8 \Leftrightarrow 2^{-\frac{3}{2}x} = 2^3$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{2}x = 3 \Leftrightarrow x = -2$$

Vậy $\log_{\frac{\sqrt{2}}{4}} 8 = -2$ $\log_2 32 = 5$

Do đó ta có: $\log_2 16 + \log_{\frac{\sqrt{2}}{4}} 8 - \log_2 32 = 4 + (-2) - 5 = -3$

Đáp án A đúng

100. $\log_{10}(0{,}00001) + \log_{0,5} 8 - \log_{\frac{1}{9}} 3\sqrt[4]{3} = -5 - 3 - \frac{5}{8} = -8\frac{5}{8}$

Đáp án C đúng

101. a) $\log_a\left(a\sqrt[5]{a^3\sqrt{a\sqrt{a}}}\right) = \log_a^{\frac{39}{30}} = \frac{39}{30}$

Đáp án B đúng

b) $\log_b\left(\frac{b^2\sqrt[5]{b^2}\sqrt[3]{b^4}}{b^3\sqrt{b}}\right) = \log_b b^{\frac{7}{30}} = \frac{7}{30}$

Đáp án D đúng

102. a) $4^{\log_2 32} = 4^{\log_2 2^5} = 4^5 = 2^{10} = 1024$

Đáp án A đúng

b) $8^{1-\log_2 3} = 8.\left(8^{\log_2 3}\right)^{-1} = 8.\left(2^{\log_2 3}\right)^{-3} = 8.3^{-3} = \frac{8}{27}$

Đáp án B đúng

103. a) $10.\ 100^{\frac{1}{2}\lg 9 - \lg 2} = 10.\ 10^{2\left(\frac{1}{2}\lg 9 - \lg 2\right)} = 10.10^{\lg 9 - \lg 4}$

$$= 10.\ 10^{\lg\frac{9}{4}} = 10.\frac{9}{4} = 22{,}5$$

Đáp án C đúng

b) $100^{\frac{1}{2}-\lg 2^{\frac{1}{2}}} = 10^{2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\lg 2\right)} = 10^{1-\lg 2} = \dfrac{10}{10^{\lg 2}}$

$$= \frac{10}{2} = 5$$

Đáp án B đúng

104. a) $\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\lg 16}} = \sqrt{10^{2+2\lg 2}} = 10^{1+\lg 2} = 10^1 + 10^{\lg 2} = 10 \,.\, 2 = 20$

Đáp án D đúng

b) $M = 49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4} = ?$

$$49^{1-\log_7 2} = \frac{49^1}{49^{\lg\frac{2}{7}}} = \frac{49^1}{7^{\lg\frac{4}{7}}} = \frac{49}{4}$$

$$5^{-\log_5 4} = 5^{\log_5\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

$$M = \frac{49}{4} + \frac{1}{4} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

Đáp án A đúng

105. a) $\log_x 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \text{ loại} \end{cases}$

$(x > 0, x \neq 1)$

Đáp án B đúng

b) $\log_x^{\sqrt[5]{2}} = -\dfrac{3}{5} \quad \Leftrightarrow \quad x^{-\frac{3}{5}} = 2^{\frac{1}{5}}$

$(x > 0, x \neq 1)$

$\Leftrightarrow x^{\frac{3}{5}} = 2^{-\frac{1}{5}} \Leftrightarrow x = (2^{-\frac{1}{5}})^{\frac{5}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}}$

Đáp án C đúng

106. a) $\log_2 x = \frac{1}{2}(9\log_2 2^2 - \log_2 2^6)$ $(x > 0)$

$= 9 - 3 = 6$

$\log_2 x = 6 \Rightarrow x = 2^6 = 64$

Đáp án A đúng

b) $\lg x = -2 + 2\lg\frac{7}{10} - 2\lg\frac{21}{100}$

$$\lg x = \lg \frac{10^{-2}.\left(\frac{7}{10}\right)^2}{\left(\frac{21}{100}\right)^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{10^{-2}.\left(\frac{7}{10}\right)^2}{\left(\frac{21}{100}\right)^2} = \frac{\frac{7^2}{10^4}}{\frac{21^2}{10^4}} = \frac{7^2}{21^2} = \frac{7^2}{3^2.7^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Đáp án B đúng

107. $\log_4\log_3\log_2 x = 0 \Leftrightarrow \log_4\log_3\log_2 x = \log_4 1$ $(x > 0)$

$\Leftrightarrow$ $\log_3\log_2 x = 1 \Leftrightarrow \log_3\log_2 x = \log_3 3$

$\Leftrightarrow$ $\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8$

Đáp án B đúng

108. $\log_a y + \log_a(y + 5) + \log_a 0{,}02 = 0$

$\Leftrightarrow \log_a 0{,}02y(y + 5) = 0$ (với các điều kiện đã cho)

$\Leftrightarrow 0{,}02y(y + 5) = 1$

$$2y^2 + 10y - 100 = 0 \Leftrightarrow y^2 + 5y - 50 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ y = -10 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Đáp án D đúng

109. $4^y + 3.2^y - 10 = 0 \Leftrightarrow 2^{2y} + 3 \cdot 2^y - 10 = 0$

Đặt $2^y = t$ $(t > 0)$

Ta có phương trình: $t^2 + 3t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 2 \\ t = -5 \text{ (loại)} \end{bmatrix}$

Vậy $2^y = 2 \Leftrightarrow y = 1$

Đáp án A đúng

110. $3^{4x} - 4.3^{2x} + 3 = 0 \Leftrightarrow (3^{2x})^2 - 4 \cdot 3^{2x} + 3 = 0$

Đặt $t = 3^{2x}$ $(t > 0)$, ta có phương trình:

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 1 \\ t = 3 \end{bmatrix}$$

- Với $t = 1 \rightarrow \quad 3^{2x} = 1 \Leftrightarrow x = 0$
- Với $t = 3 \rightarrow \quad 3^{2x} = 3 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 0, x = \frac{1}{2}$

Đáp án B đúng

111. Ta biết $4 - \sqrt{15} = \frac{1}{4 + \sqrt{15}}$

Vậy $(4 + \sqrt{15})^x + (4 - \sqrt{15})^x = 62 \Leftrightarrow (4 + \sqrt{15})^x + \frac{1}{(4+\sqrt{15})^x} = 62$

Đặt $t = (4 + \sqrt{15})^x$ $(t > 0)$

Ta có phương trình: $t + \frac{1}{t} = 62 \Leftrightarrow t^2 - 62t + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 31 + 8\sqrt{15} \\ t = 31 - 8\sqrt{15} \text{ (chấp nhận)} \end{cases}$$

- $t = 31 + 8\sqrt{15} \Leftrightarrow (4 + \sqrt{15})^x = (4 + \sqrt{15})^2 \Leftrightarrow x = 2$
- $t = 31 - 8\sqrt{15} \Leftrightarrow (4 + \sqrt{15})^x = (4 - \sqrt{15})^2 = (4 + \sqrt{15})^{-2} \Leftrightarrow x = -2$

Đáp án C đúng

112. Giải tương tự như 111. Đáp án D đúng

113. $9^x + 6^x = 2.4^x \Leftrightarrow \frac{9^x}{4^x} + \frac{6^x}{4^x} - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0$

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ $(t > 0)$, ta có phương trình:

$t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{array}\right.$

$t = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

Đáp án A đúng

114. $6^x - 6^{1-x} = 1 \Leftrightarrow 6^x - \frac{6}{6^x} - 1 = 0$

Đặt $t = 6^x$, $(t > 0)$. Ta có phương trình:

$t - \frac{6}{t} - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{array}\right.$

$t = 3 \Rightarrow 6^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_6 3$

Đáp án D đúng

115. $3^{2x+5} - 36.3^{x+1} + 9 = 0 \Leftrightarrow 3.3^{2(x+2)} - 12.3^{x+2} + 9 = 0$

Đặt $t = 3^{x+2}$ $(t > 0)$ ta có phương trình: $3t^2 - 12t + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$

(đều chấp nhận vì $t > 0$)

- $t = 1 \Rightarrow 3^{x+2} = 1 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$
- $t = 3 \Rightarrow 3^{x+2} = 3 \Leftrightarrow x + 2 = 1 \Leftrightarrow x = -1$

Đáp án B đúng

116. Chia cả hai vế của phương trình (1) cho $4^{2x}(4^{2x} > 0)$ ta được phương trình tương đương: $4^{2(x^2-x)} - 2.4^{x^2-x} + 1 = 0$

Đặt $4^{x^2-x} = t$ $(t > 0)$, ta có phương trình:

$$t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$t = 1 \Rightarrow 4^{x^2 - x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \end{bmatrix}$$

Đáp án C đúng

117. $25^x + 10^x = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 25^x + 10^x = 2.4^x$

$$\Leftrightarrow \frac{25^x}{4^x} + \frac{10^x}{4^x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{5}{2}\right)^x - 2 = 0$$

Đặt $\left(\frac{5}{2}\right)^x = t > 0$, ta có phương trình: $t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 1 \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{bmatrix}$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Đáp án D đúng

118. Chia cả 2 vế của (1) cho 2^x ta có phương trình tương đương:

$$\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x + m\left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^x = 8$$

Đặt $\left(\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)^x = t > 0$, ta có phương trình:

$$t + m.\frac{1}{t} - 8 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 8t = -m \quad (2)$$

Đặt $f(t) = t^2 - 8t$ và $g(t) = -m$

Phương trình (1) có nghiệm thực $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm thực dương $\Leftrightarrow$ Đồ thị của $f(t)$ cắt $g(t)$ với $t > 0$. $f'(t) = 2t - 8$, $f'(t) = 0 \Rightarrow 2t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 4$

Lập bảng biến thiên của f(t)

t	$-\infty$	0	4	$+\infty$
f'(t)		-	0	+
f(t)		0 ↘	-16	↗

Đồ thị của f(t) cắt g(t) với $t > 0 \Leftrightarrow -m \geq -16 \Leftrightarrow m \leq 16$.

Tóm lại với $m \leq 16$ thì phương trình (1) có nghiệm thực.

Đáp án A đúng

119. (1) $\Leftrightarrow \quad 10.\left(\frac{25}{4}\right)^x - 29.\left(\frac{10}{4}\right)^x + 10 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 10.\left[\left(\frac{5}{2}\right)^x\right]^2 - 29.\left(\frac{5}{2}\right)^x + 10 = 0$

Đặt $\left(\frac{5}{2}\right)^x = t > 0$, ta có phương trình

$10t^2 - 29t + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{5} \\ t = \frac{5}{2} \end{cases}$ (chấp nhận vì $t > 0$)

$* t = \frac{2}{5} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x = \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow x = -1$

$* t = \frac{5}{2} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x = \frac{5}{2} \quad \Leftrightarrow x = 1$

Phương trình (1) có 2 nghiệm $x = 1, x = -1$

Đáp án B đúng

120. $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ (1) $\Leftrightarrow 2^{2(x+1)} - 2 \cdot 2^{x+1} + m = 0$

Đặt $t = 2^{x+1}$, $t > 0$, ta có phương trình

$$t^2 - 2t = -m \text{ (2)}$$

(1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm dương $\Leftrightarrow -m \geq -1 \Leftrightarrow m \leq 1$

Đáp án C đúng

121. Vì hai vế đều dương lấy logarít theo cơ số 2 hai vế ta có:

$$\log_2(2^{x^2-2x} \cdot 3^x) = \log_2 \frac{3}{2}$$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 2x + x\log_2 3 = \log_2 3 - 1$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - (2 - \log_2 3)x + 1 - \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 1 - \log_2 3 \end{array}\right.$

Đáp án C đúng

122. $3^{2x^2+2x+1} - 28.\ 3^{x^2+x} + 9 = 0 \Leftrightarrow 3.3^{2(x^2+x)} - 28.\ 3^{x^2+x} + 9 = 0$

Đặt $3^{x^2+x} = t > 0$, ta có phương trình:

$3t^2 - 28t + 9 = 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} t = 9 \\ t = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$ chấp nhận vì $t > 0$

$* \ t = 9 \Rightarrow 3^{x^2+x} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2+x} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$

$* \ t = \dfrac{1}{3} \Rightarrow 3^{x^2+x} = 3^{-1} \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm

Đáp án D đúng

123. (1) $\Leftrightarrow 8^{\sin^3 x} = 8^{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2 x + 2}$

$\Leftrightarrow \sin^3 x = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2 x + 2$

$\Leftrightarrow \sin^3 x - \sin^2 x - \sin x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (\sin x - 2)(\sin^2 x + \sin x + 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin x - 2 = 0, \text{ vô nghiệm} \\ \sin^2 x + \sin x + 1 = 0 \text{ vô nghiệm} \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

Đáp án C đúng

124. Điều kiện $4^x - 3 > 0 \Leftrightarrow 4^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_4 3$

(1) $\Leftrightarrow 4^x - 3 = 4^{1-x}$

Đặt $y = 4^x > 3$, ta có phương trình:

$y - 3 = \frac{4}{y} \Leftrightarrow y^2 - 3y - 4 = 0 \left[\begin{array}{l} y = -1 \\ y = 4 \end{array}\right.$; (y = -1 loại)

$y = 4 \Rightarrow 4^x = 4 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy phương trình có một nghiệm x = 1

Đáp án A đúng

Nhận xét: Dễ dàng loại đáp án B và D không thoả mãn $4^x - 3 > 0$

Loại đáp án C vì x = 2 thì VP là số âm, VT là số dương. Rõ ràng A đúng.

125. Điều kiện xác định: x > -8 (*)

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3(x+8) - \log_3(x+26) + \log_3 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{\sqrt{x+8}\,.9}{x+26} = \log_3 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+8}\,.9}{x+26} = 1 \Leftrightarrow 81(x+8) = (x+26)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 29x + 28 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 28 \end{array}\right.$$

(chấp nhận vì thoả mãn (*))

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm x = 1, x = 28

Đáp án C đúng

126. $\log_2(4^x + 4) + \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3) = x \qquad (1)$

Điều kiện xác định $2^{x+1} - 3 > 0 \Leftrightarrow 2^{x+1} > 3$

$\Leftrightarrow x + 1 > \log_2 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3 - 1$ (*)

$(1) \Leftrightarrow \log_2(4^x + 4) - \log_2(2^{x+1} - 3) = \log_2 2^x$

$$\log_2\left(\frac{4^x + 4}{2^{x+1} - 3}\right) = \log_2 2^x$$

$\Leftrightarrow 4^x + 4 = (2^{x+1} - 3).2^x$

$\Leftrightarrow 4^x - 2^{2x+1} + 3.2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 3.2^x - 4 = 0$

Đặt $2^x = t > 0$, ta có phương trình $t^2 - 3t - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 4 \text{ (chấp nhận)} \end{cases}$$

$t = 4 = 2^x \Leftrightarrow x = 2$ (chấp nhận vì thoả mãn (*)

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 2$

Đáp án A đúng

127. Điều kiện: $-1 < x < 1$ (*)

$$\log_3(1-x^2) + \log_3(1 - x) = 0 \Leftrightarrow (1 - x^2)(1 - x) = 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 + 1 - x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow x^3 - x^2 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x = 0, x = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$

Đáp án B đúng

128. Điều kiện xác định $x > 0$ (*) Phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\log_2 3 \log_3 x + \log_3 x + \log_4 3 \log_3 x = \log_4 108$$

$$\log_3 x (\log_2 3 + 1 + \log_4 3) = \log_4 108$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x (\log_4 9 + \log_4 4 + \log_4 3) = \log_4 108$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x \cdot \log_4 108 = \log_4 108$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (chấp nhận, vì thoả mãn (*))}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm $x = 3$. Đáp án C đúng

129. Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x^2 - 3 > 0 \\ 6x - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < -\sqrt{3} \approx -1{,}73 \\ x > \sqrt{3} \approx 1{,}73 \end{cases} \\ x > \dfrac{5}{3} \approx 1{,}67 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{3} \qquad (*)$$

Từ phương trình đã cho ta có phương trình tương đương:

$$\frac{2(x^2-3)}{6x-10}=1 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (loại)} \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 2$

Đáp án D đúng

130. Điều kiện xác định: $4^x + 2k^3 > 0$ (*). Ta có phương trình tương đương: $4^x + 2k^3 = 2^x \Leftrightarrow 4^x - 2^x + 2k^3 = 0$

Đặt $t = 2^x$ $(t > 0)$ ta có phương trình $t^2 - t + 2k^3 = 0$ (1)

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2k^3 > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 8k^3 > 0 \\ 2k^3 > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < k < \frac{1}{2}$$

Đáp án A đúng

131. Đặt $u = 2^x$, $v = 2^y \Rightarrow u, v > 0$ suy ra $x = \log_2 u$, $y = \log_2 v$

Ta có $\log_2 u + \log_2 v = -2 \Leftrightarrow \log_2 uv = \log_2 2^{-2} \Leftrightarrow u \cdot v = \frac{1}{4}$

Vậy ta có hệ $\begin{cases} u + v = 1 \\ uv = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{2} \\ v = \frac{1}{2} \end{cases}$

$u = \frac{1}{2} = 2^x \Leftrightarrow x = -1$

$v = \frac{1}{2} = 2^y \Leftrightarrow y = -1$

Do đó hệ đã cho có nghiệm là $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$

Đáp án B đúng

132. Làm tương tự như 131

Đáp án C đúng

133. Đặt $t = 2^{\frac{x+y}{6}}$ $(t > 0)$. Từ (1) ta có phương trình: $t^2 + t - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 2 \\ t = -3 \text{ (loại)} \end{bmatrix}$$

$$t = 2 = 2^{\frac{x+y}{6}} \Leftrightarrow \frac{x+y}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y = 6 \ (*)$$

Thay vào (2) ta có $(6 - y)^2 + 5y^2 = 6(6 - y)y$

$$\Leftrightarrow 12y^2 - 48y + 36 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} y = 1 \\ y = 3 \end{bmatrix}$$

Với $y = 1 \Rightarrow x = 5$ (Từ (*))

$y = 3 \Rightarrow x = 3$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$

Đáp án D đúng

134. Đặt $u = 6^x$, $u > 0$, $v = 3^y$, $v > 0$. Vậy ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} u - 2v = 2 \\ u \cdot v = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 + 2v \\ (2 + 2v)v - 12 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 + 2v \\ v^2 + v - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 + 2v \\ \begin{bmatrix} v = -3 \text{ (loại)} \\ v = 2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 6 \\ v = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 6 = 6^x \\ v = 2 = 3^y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \log_3 2 \end{cases}$$

Đáp án A đúng

135. Đặt $\begin{cases} u = (1 + \sqrt{2})^x, u > 0 \\ v = (1 + \sqrt{2})^y, v > 0 \end{cases}$

Hệ phương trình đã cho trở thành: $\begin{cases} u^2 + v = 4 \\ v^2 + u = 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + v = 4 \\ u^2 - v^2 - (u - v) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + v = 4 \\ (u - v)(u + v - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + v = 4 \\ \left[\begin{array}{l} u - v = 0 \\ u + v = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} u^2 + v = 4 \\ u - v = 0 \end{cases} & (1) \\ \begin{cases} u^2 + v = 4 \\ u + v = 1 \end{cases} & (2) \end{array}\right.$$

Giải (1): $\begin{cases} u = v \\ u^2 + u - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ \left[\begin{array}{l} u = \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ u = \dfrac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ (loại)} \end{array}\right. \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ v = \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Giải (2): $\begin{cases} u^2 + v = 4 \\ u + v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 - u - 3 = 0 \\ v = 1 - u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} u = \dfrac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ u = \dfrac{1 - \sqrt{13}}{2} \text{ (loại)} \end{array}\right. \\ v = 1 - u \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v = \dfrac{1 - \sqrt{13}}{2} \\ u = \dfrac{1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \text{ loại vì } v < 0$$

Vậy hệ (2) vô nghiệm

Như vậy ta có : $u = \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} = (1 + \sqrt{2})^x \Leftrightarrow x = \log_{1+\sqrt{2}} \dfrac{\sqrt{17} - 1}{2}$

$$v = \dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} = (1 + \sqrt{2})^y \Leftrightarrow y = \log_{1+\sqrt{2}} \dfrac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

Do đó hệ đã cho có nghiệm là:

$$x = y = \log_{1+\sqrt{2}} \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

Đáp án B đúng

136. Điều kiện: $x > 0, y > 0$ (*)

Khi đó (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ \log_2 x + \log_2 y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 32 \\ xy = 16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = 64 \\ xy = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \pm 8 \\ xy = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x+y=8 \\ x+y=-8 \end{array}\right. \\ xy = 16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=8 \\ xy=16 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y=-8 \\ xy=16 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-4 \\ y=-4 \end{cases} \text{ (loại, do (*))} \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình (I) đã cho có một nghiệm $\begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$

Đáp án C đúng

137. Điều kiện xác định: $y > x$

Khi đó ta có hệ phương trình tương đương:

$\begin{cases} 3^x.2^y = 576 \\ y - x = (\sqrt{2})^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x.2^y = 576 \\ y - x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x.2^{4+x} = 576 \\ y = x + 4 \end{cases}$

$\begin{cases} 3^x.16.2^x = 576 \\ y = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16.6^x = 576 \\ y = x + 4 \end{cases}$

$\begin{cases} 6^x = 36 \\ y = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$

Đáp án D đúng

Nhận xét.

Ta có thể loại ngay 3 đáp án A, B, C vì không thoả mãn điều kiện xác định của hệ phương trình, vậy D đúng

138. a) $2^x > \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^x > 2^{-2} \Leftrightarrow x > -2$

Đáp án B đúng

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow x > 3$

Đáp án A đúng

139. a) Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$ (1) $\Leftrightarrow 2x - 1 > 4^{\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow 2x - 1 \geq 2 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$ (chấp nhận)

Đáp án C đúng

b) Điều kiện xác định: $x > \frac{1}{2}$

(2) $\Leftrightarrow 2x - 1 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow 2x - 1 < 2 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$

Kết hợp với điều kiện $x > \frac{1}{2}$, nên ta có: $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

Vậy nghiệm của bất phương trình là: $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Đáp án A đúng

140. $2^x + 2^{x+1} < 6 \Leftrightarrow 2^x + 2 \cdot 2^x < 6 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x < 6$

$\Leftrightarrow 2^x < 2 \Leftrightarrow x < 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 1)$

Đáp án B đúng

141. Đặt $t = 3^x > 0$, ta có bất phương trình: $3t^2 - (m + 3)t - 2(m + 3) < 0$ (1)

Để bất phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ (1) có nghiệm t dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ f(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 18m - 63 \geq 0 \\ -2(m+3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m \leq -3 \\ m \geq 21 \end{array}\right. \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 21$$

Đáp án C đúng

142. Điều kiện xác định $x > 0$

Đặt $\log_6 x = t \Rightarrow 6^t = x$

Từ bất phương trình $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} \leq 12$, ta có bất phương trình:

$$6^{t^2} + 6^{t^2} \leq 12 \Leftrightarrow 6^{t^2} \leq 6 \quad \Leftrightarrow \quad t^2 \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \quad -1 \leq t \leq 1$$

Suy ra $-1 \leq \log_6 x \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{6} \leq x \leq 6$

Đáp án D đúng

143. Điều kiện xác định: $3^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$ (*)

Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình:

$$\log_4(3^x - 1)\left[\log_{\frac{1}{4}}(3^x - 1) - \log_{\frac{1}{4}} 16\right] \leq \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \quad 4\log_4^2(3^x - 1) - 8\log_4(3^x - 1) + 3 \geq 0$$

Đặt $\log_4(3^x - 1) = t$. Ta có phương trình:

$$4t^2 - 8t + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq \frac{1}{2} \\ t \geq \frac{3}{2} \end{array}\right.$$

$$\log_4(3^x - 1) \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$\log_4(3^x - 1) \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \leq 1$$

Kết hợp với điều kiện (*) nghiệm của bất phương trình là:

$$(0; 1] \cup [2; +\infty)$$

Đáp án A đúng

144. Điều kiện xác định: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ (*)

Lập bảng xét dấu của VT

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$x^2 - 5x + 4$	+	0 -	-	-	0 +	
$\log_3(x-2)$			-	+	+	
VT			+	0 -	0 +	

Vậy nghiệm của bất phương trình là $3 \le x \le 4$ hay $[3; 4]$

Đáp án B đúng

145. Điều kiện: $x > 1$ (*)

Bất phương trình tương đương với bất phương trình:

$$-\log_2 x - \log_2(x - 1) + \log_2 6 \le 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \log_2 x + \log_2(x - 1) - \log_2 6 \ge 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x(x-1)}{6} \ge 1 \quad \Leftrightarrow \quad x(x - 1) - 6 \ge 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \ge 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x \le -2 \\ x \ge 3 \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện (*) $x \le -2$ bị loại.

Vậy nghiệm của bất phương trình là: $x \ge 3$

Đáp án C đúng

146. Điều kiện: $x > 0, x \ne 1$ (*)

$$(1) \quad \Leftrightarrow \quad 2\log_5 x - \frac{1}{\log_{125} x} - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\log_5 x - \frac{3}{\log_5 x} - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2\log_5^2 x - \log_5 x - 3}{\log_5 x} < 0$$

Đặt $\log_5 x = t$, ta có bất phương trình: $\frac{2t^2 - t - 3}{t} < 0$

Lập bảng xét dấu của VT:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2t^2 - t - 4$		+	0	-	|	-	0	+	
t		-	|	-	0	+	|	+	
VT		-	0	+	||	-	0	+	

Ta có: $\begin{bmatrix} t < -1 \\ 0 < t < \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

Suy ra $\begin{bmatrix} \log_5 x < -1 \\ 0 < \log_5 x < \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x < \frac{1}{5} \\ 1 < x < 5\sqrt{5} \end{bmatrix}$

Vậy nghiệm của bất phương trình là: $0 < x < \frac{1}{5}$ hoặc $1 < x < 5\sqrt{5}$

Đáp án D đúng

147. $4^x - (m + 2).\ 2^{x+1} + m^2 + 2m + 2 > 0$ (1)

Đặt $2^x = t > 0$, thì bất phương trình trên trở thành:

$$t^2 - 2(m + 2)t + m^2 + 2m + 2 > 0 \quad (2)$$

(1) nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ (2) thoả mãn $\forall t > 0$

$\Leftrightarrow (0; +\infty) \supset S_2$ (S_2 là tập nghiệm của (2))

$$\Delta'_2 = (m + 2)^2 - m^2 - 2m - 2 = 2m + 2 = 2(m + 1)$$

• Nếu $\Delta_2' < 0 \Leftrightarrow 2(m + 1) < 0 \Leftrightarrow m < -1$ thì (2) thoả mãn $\forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow S_2 = R \supset (0; +\infty)$

• Nếu $\Delta'_2 \geq 0$ thì (2) có $S_2 = (-\infty; t_1) \cup (t_2; +\infty)$

với t_1, t_2 là nghiệm của $f(t) = 0$ và $t_1 < t_2$ nên

$$S_2 \subset (0; +\infty) \Leftrightarrow t_1 \leq t_2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_2 \geq 0 \\ S \leq 0 \\ P \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 2(m+2) \leq 0 \\ m^2 + 2m + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \phi$$

Vậy $m < -1$ là các giá trị thoả mãn đề bài.

Đáp án A đúng.

148. Điều kiện $x \geq 0$

$(1) \Leftrightarrow 3^{2\sqrt{x}} - 4.\ 3^{\sqrt{x}} + 3 < 0$

Đặt $3^{\sqrt{x}} = t > 0$ ta có bất phương trình

$$t^2 - 4t + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < t < 3$$

$$\Leftrightarrow 1 < 3^{\sqrt{x}} < 3 \Leftrightarrow 0 < \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

Đáp án B đúng

149. Điều kiện $8 + 2^{1+x} - 4^x \geq 0$

Đặt $2^x = t > 0$, ta có bất phương trình:

$$\sqrt{8+2t-t^2} + 2t > 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{8+2t-t^2} > 5 - 2t \Leftrightarrow \left[\begin{cases} t > 0 \\ 5 - 2t < 0 \\ 8 + 2t - t^2 \geq 0 \end{cases} \quad (I)\right.$$

$$\left.\begin{cases} t > 0 \\ 5 - 2t \geq 0 \\ 8 + 2t - t^2 > (5-2t)^2 \end{cases} \quad (II)\right.$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} t > 0 \\ t > \dfrac{5}{2} \\ -2 \leq t \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < t \leq 4$$

$$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} t > 0 \\ t \leq \dfrac{5}{2} \\ 5t^2 - 22t + 17 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < t \leq \dfrac{5}{2} \\ 1 < t \leq \dfrac{17}{15} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < t \leq \frac{5}{2}$$

Kết hợp (I) và (II) ta có $1 < t \le 4$

Thay $2^x = t$ ta có: $1 < 2^x \le 4 \Leftrightarrow 0 < x \le 2$

Đáp án C đúng

150. Điều kiện: $\begin{cases} x+3>0 \\ x+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x\neq -1 \end{cases}$ (*)

• Nếu $x + 1 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < -1$ (**)

Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+3)^2 - \log_{\frac{1}{3}}(x+3)^3 < 0$$

$\Leftrightarrow 3\log_3(x+3) - 2\log_2(x+3) < 0$

$\Leftrightarrow 3\log_3(x+3) - 2\log_2 3.\log_3(x+3) < 0$

$\Leftrightarrow \log_3(x+3)(3 - 2\log_2 3) < 0 \Leftrightarrow \log_3(x+3) > 0$ (vì $3 - 2\log_2 3 < 0$)

$\Leftrightarrow x + 3 > 1 \Leftrightarrow -2 < x < -1$

• Nếu $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình

$$2\log_{\frac{1}{2}}(x+3) - 3\log_{\frac{1}{3}}(x+3) > 0$$

$\log_3(x+3)(3 - \log_2 9) > 0 \Leftrightarrow \log_3(x+3) < 0$ (do $3 - \log_2 9 < 0$)

$\Leftrightarrow x + 3 < 1 \Leftrightarrow x < -2$ không thoả mãn điều kiện $x > -1$, nên bị loại

Vậy nghiệm của bất phương trình là: $-2 < x < -1$

Đáp án D đúng

151. $\log_2(2^x - 1)\log_2(2^{x+1} - 2) > 2$ (1)

Điều kiện: $2^x - 1 > 0 \Leftrightarrow 2^x > 1 \Leftrightarrow x > 0$ (*)

(1) $\Leftrightarrow \log_2(2^x - 1)[\log_2(2^x - 1) + 1] - 2 > 0$

Đặt $t = \log_2(2^x - 1)$, ta có phương trình

$$t^2 + t - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -2 \\ t > 1 \end{cases}$$

* $t < -2 \Rightarrow \log_2(2^x - 1) < -2 \Leftrightarrow 2^x - 1 < 2^{-2}$

$$2^x < \frac{5}{4} \Leftrightarrow x < \log_2 \frac{5}{4}$$

$*\ t > 1 \quad \Rightarrow \log_2(2^x - 1) > 1 \Leftrightarrow 2^x - 1 > 2$

$$\Leftrightarrow 2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$$

Kết hợp với điều kiện (*). Nghiệm của bất phương trình là:

$$\left[\begin{array}{l} 0 < x < \log_2^{\frac{5}{4}} \\ x > \log_2 3 \end{array}\right.$$

Đáp án A đúng

152. Điều kiện $x > 0, x \neq 1$

Đặt $t = \dfrac{\log_2 x}{\log_2(2x+1)}$ (1) $\Leftrightarrow t \leq \dfrac{1}{t} \Leftrightarrow \dfrac{t^2 - 1}{t} \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq -1 \\ 0 < t \leq 1 \end{array}\right.$

$* t \leq -1 \Rightarrow \dfrac{\log_2 x}{\log(2x+1)} \leq -1$

$\Leftrightarrow \log_2 x \leq \log_2(2x+1)$ (do $\log_2(2x+1) > 0$)

$\Leftrightarrow \log_2[(2x+1) . x] \leq (2x+1)x \leq 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \dfrac{1}{2}$

$$* 0 < t \leq 1 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \log_2 x > 0 \\ \log_2 x - \log_2(2x+1) \leq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x > 1 \\ \dfrac{x}{2x+1} \leq 1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x > 1 \\ \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \quad x > 1$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là: $-1 \leq x \leq \dfrac{1}{2} \vee x > 1$

Đáp án B đúng

Cách khác

$$t = \frac{\log_2 x}{\log_2(2x+1)} = \frac{\log_{(2x+1)} x}{\log_{(2x+1)} 2} \cdot \log_2(2x+1) = \log_{2x+1} x$$

Như vậy $t = \log_{2x+1} x$. Lời giải bài toán sẽ đơn giản hơn.

153. $F(x) = x^3 + 2x^2 + \ln|x| + C$

vì $F'(x) = 3x^2 + 4x + \frac{1}{x}$

Đáp án D đúng

154. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 2\sqrt[4]{x}$

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{1}{4}}$$

$$F(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + \frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} - \frac{2x^{\frac{1}{4}+1}}{\frac{1}{4}+1} + C$$

$$= \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} - \frac{8x^{\frac{5}{4}}}{5} + C$$

$$F(1) = -\frac{4}{15} \Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{8}{5} + C = -\frac{4}{15}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{11}{60} + C = -\frac{4}{15}$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{11}{60} - \frac{4}{15} = -\frac{5}{60} = -\frac{1}{12}$$

Do đó $F(x) = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} - \frac{8x^{\frac{5}{4}}}{5} - \frac{1}{12}$

Đáp án B đúng

Nhận xét

F(x) là nguyên hàm của hàm số f(x) nên $F(x) = \int f(x) + C$

mà $F(1) = -\frac{4}{15} \Rightarrow C$ là một hằng số xác định. Từ đó suy ra các phương án A, C, D là sai. Vậy B đúng

155. $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1} = x + 1 - \frac{2}{(x+1)^2}$

$= x + 1 - 2.(x+1)^{-2}$

$\Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} + x + 2(x+1)^{-1} + C$

$\Rightarrow F(1) = \frac{1}{2} + 1 + 1 + C = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow C = \frac{1}{3} - \frac{5}{2} = -\frac{13}{6}$

Vậy $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$

Đáp án A đúng

156. $f(x) = x^5 + \cos x$ thì $F(x) = \frac{x^6}{6} + \sin x + M$ (M là hằng số)

Đáp án A đúng

157. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 6x^2 - 4x + 1$ là

$F(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + M$

Đồ thị của F(x) đi qua gốc toạ độ nên ta có $F(0) = 0$

$(x = 0 \Rightarrow y = 0)$, $F(0) = 0 + 0 + 0 + M = 0 \Rightarrow M = 0$

Vậy $F(x) = 2x^3 - 2x^2 + x$

Đáp án B đúng

158. Nguyên hàm của hàm số f(x) là: $F(x) = 2x^2 - x + C$

Đồ thị hàm số f(x) và F(x) cắt nhau tại một điểm trên trục tung, điểm đó là $(0; -1) \Rightarrow F(0) = -1 \Leftrightarrow 0 - 0 + C = -1 \Leftrightarrow C = -1$

Vậy $F(x) = 2x^2 - x - 1$

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số f(x) và F(x) là nghiệm của phương trình: $2x^2 - x - 1 = 4x - 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x = 0$

$$\Leftrightarrow x(2x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

Với $x = \frac{5}{2} \Rightarrow y = 9$

Vậy đồ thị hàm số F(x) và f(x) có hai điểm chung: (0; -1) và $(\frac{5}{2}; 9)$

Đáp án C đúng

159. $F(x) = \ln\left|x + \sqrt{x^2+1}\right| + C$

$$F'(x) = \frac{(x+\sqrt{x^2+1})'}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} = f(x)$$

Vậy đáp án A đúng

160. $F(x) = \ln\left|tg\frac{x}{2}\right| + C$

$$\Rightarrow F'(x) = \frac{(tg\frac{x}{2})'}{tg\frac{x}{2}} = \frac{\frac{1}{2\cos^2\frac{x}{2}}}{\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}} = \frac{1}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}} = \frac{1}{\sin x}$$

Vậy đáp án C đúng

161. $F(x) = -\cos x + 2\sin x + C$

Đáp án B đúng

162. Theo công thức hạ bậc của cosx và sinx ta có:

$$\cos^3 x = \frac{1}{4}(3\cos x + \cos 3x)$$

Vậy $f(x) = \cos^3 x = \frac{1}{4}(3\cos x + \cos 3x)$

nên $F(x) = \frac{3}{4}\sin x + \frac{1}{12}\sin 3x + C$. Đáp án C đúng

163. Đặt $t = \sqrt{1+x} \Rightarrow 1 + x = t^2 \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2tdt$

$$\Rightarrow I = \int \frac{\sqrt{1+x}}{x} dx = 2\int \frac{t^2}{t^2-1} dt = 2\int \left(1 + \frac{1}{t^2-1}\right) dt$$

$$= 2t + \int \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1}\right) dt$$

$$= 2t + \ln|t-1| - \ln|t+1| + C$$

$$I = 2\sqrt{1+x} + \ln\left|\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{1+x}+1}\right| + C$$

Đáp án D đúng

164. $I = \int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^4 x} = \int \frac{\sin^2 x.\sin x dx}{\cos^4 x}$

$$= -\int \frac{(1-\cos^2 x)d(\cos x)}{\cos^4 x} = -\int \frac{d\cos x}{\cos^4 x} + \int \frac{d(\cos x)}{\cos^2 x}$$

$$= -\int \cos^{-4} x d(\cos x) + \int \cos^{-2} x\, d(\cos x)$$

$$= \frac{1}{3\cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C$$

Đáp án D đúng

165. $I = \int \frac{dx}{\sin^2 x.\cos^2 x} = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$

$$= \int \frac{dx}{\sin^2 x} + \int \frac{dx}{\cos^2 x} = -\cot x + \tan x + C$$

Đáp án A đúng

166. $I = \int \frac{dx}{\cos x.\sin^3 x} = \int \frac{\sin x dx}{\cos x.\sin^4 x} = \int \tan x . \frac{1}{\sin^2 x} . \frac{dx}{\sin^2 x}$

$$= \int \tan x (1 + \cot^2 x)[-d(\cot x)] = -\int \frac{d(\cot x)}{\cot x} - \int \cot x.\, d(\cot x)$$

$$= -\ln|\cot x| - \frac{1}{2}\cot^2 x + C$$

Đáp án C đúng

167. $$I = \int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{(1-\cos^2 x)^2}{\cos^2 x} dx = \int \frac{(1-2\cos^2 x + \cos^4 x)}{\cos^2 x} dx$$

$$= \int \frac{dx}{\cos^2 x} - 2\int dx + \int \cos^2 x\, dx$$

$$= \tan x - 2x + \int \frac{1+\cos 2x}{2} dx$$

$$= \tan x - 2x + \frac{1}{2}\int dx + \frac{1}{2}\cdot\int \frac{1}{2}\cos 2x\, d2x$$

$$= \tan x - 2x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

$$I = \tan x - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

Đáp án A đúng

168. $$I = \int \frac{dx}{1-\cos x} = \int \frac{dx}{2\sin^2 \frac{x}{2}} = \int \frac{2d\frac{x}{2}}{2\sin^2 \frac{x}{2}} = \int \frac{d\frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}}$$

$$I = -\cot \frac{x}{2} + C$$

Đáp án B đúng

169. $$I = \int \frac{dx}{1+\sin x} = \int \frac{dx}{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} = \int \frac{dx}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)}$$

$$= \int \frac{-2d\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)} = -\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) + C$$

Đáp án C đúng

170. $I = \int \frac{1-\cos x}{1+\cos x} dx = \int \frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{2\cos^2 \frac{x}{2}} 2d\frac{x}{2}$

$= 2\int \tan^2 \frac{x}{2} d\frac{x}{2} = 2\int \left(\tan^2 \frac{x}{2} + 1 - 1\right) d\frac{x}{2}$

$= 2\int d\left(\tan \frac{x}{2}\right) - 2\int d\frac{x}{2} = 2\tan \frac{x}{2} - x + C$

Đáp án A đúng

171. *Chú ý:* $d\tan x = \frac{1}{\cos^2 x} dx = (1 + \tan^2 x)dx$

$I = \int (\tan^2 x + \tan^4 x)dx = \int (1 + \tan^2 x)\tan^2 x dx$

$= \int \tan^2 x . d(\tan x) = \frac{1}{3}\tan^3 x + C$

Đáp án B đúng

172. $I = \int \frac{\cos 2x}{1 + \sin x \cos x} dx = \int \frac{2\cos 2x dx}{2(1 + \sin x \cos x)}$

$= \int \frac{d(\sin 2x)}{2 + \sin 2x} = \ln(2 + \sin 2x) + C$

Đáp án D đúng

173. $I = \int \sin 3x \cos x dx = \frac{1}{2}\int [\sin(4x) - \sin(-2x)]dx$

$= \frac{1}{2}\int \sin 4x dx + \frac{1}{2}\int \sin 2x dx$

$I = -\frac{1}{8}\cos 4x - \frac{1}{4}\cos 2x + C$

Đáp án C đúng

174. $I = \int \cos 2x . \cos 3x dx = \frac{1}{2}\int (\cos 5x + \cos x) dx$

$$I = \frac{1}{10}\sin 5x + \frac{1}{2}\sin x + C$$

Đáp án A đúng

175. $I = \int \sin 5x.\sin 2x\,dx = \int \frac{1}{2}(\cos 3x - \cos 7x)\,dx$

$$= \frac{1}{2}\int \cos 3x\,dx - \frac{1}{2}\int \cos 7x\,dx = \frac{1}{6}\sin 3x - \frac{1}{14}\sin 7x + C$$

Đáp án B đúng

176. $I = \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x}dx = \int \frac{\cos^2 x.\cos x dx}{\sin^4 x} = \int \frac{(1-\sin^2 x)d\sin x}{\sin^4 x}$

$$= \int \sin^{-4} x d\sin x - \int \sin^{-2} x d\sin x = -\frac{1}{3\sin^3 x} + \frac{1}{\sin x} + C$$

Đáp án D đúng

177. $I = \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}dx = \int \frac{(1-\cos^2 x)\sin x dx}{\cos^{\frac{1}{2}} x} = -\int \frac{(1-\cos^2 x)d\cos x}{\cos^{\frac{1}{2}} x}$

$$= -\int \cos^{-\frac{1}{2}} x d(\cos x) + \int \cos^{\frac{3}{2}} x d\cos x$$

$$\Rightarrow I = -2\sqrt{\cos x} + \frac{2}{5}\cos x.\sqrt[3]{\cos^2 x} + C$$

Đáp án A đúng

178. $I = \int (\sqrt{\sin x} + \cos x)^2 dx = \int (\sin x + 2\sqrt{\sin x}.\cos x + \cos^2 x)\,dx$

$$= \int \sin x\,dx + 2\int \sqrt{\sin x}\,d\sin x + \int \cos^2 x\,dx$$

$$= -\cos x + 2\int \sin^{\frac{1}{2}} x\,d\sin x + \int \frac{1+\cos 2x}{2}dx$$

$$= -\cos x + \frac{4}{3}\sin^{\frac{3}{2}} x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

Đáp án C đúng

179. $\int_0^1 3x\,dx = \frac{3}{2}x^2\Big|_0^1 = \frac{3}{2}$. Đáp án A đúng

180. $\int_1^2 \frac{dx}{x^3} = \frac{x^{-2}}{-2}\Big|_1^2 = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

Đáp án C đúng

181. $\int_0^1 \left|x^2 - 2x + 1\right| dx = \int_0^1 (x-1)^2\, dx$ (do $x^2 - 2x + 1 \geq 0\ \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy $I = \int_0^1 (x-1)^2\, dx = \int_0^1 \left(x^2 - 2x + 1\right) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + x\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$

Đáp án B đúng

182. $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^5 + 2x^3}{\sqrt{x^2+1}}\, dx$

Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$ $(t > 0)$ $\quad x^2 = t^2 - 1,\ xdx = tdt$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$

$x = \sqrt{3} \Rightarrow t = 2$

Vậy $I = \int_1^2 \frac{(t^2-1)(t^2+1)}{t}\, tdt = \int_1^2 (t^4 - 1)dt = \frac{t^5}{5} - t\Big|_1^2$

$= \frac{2^5}{5} - 2 - \frac{1}{5} + 1 = \frac{26}{5}$

Đáp án C đúng

183. Đặt $t = 1 + e^x \Rightarrow e^x = t - 1 \Rightarrow e^x dx = dt$

$\Rightarrow dx = \frac{dt}{t-1}$

Đổi cận: $x = 0 \quad \Rightarrow t = 2$

$x = 1 \quad \Rightarrow t = 1 + e$

Vậy $I = \int_2^{1+e} \frac{dt}{t(t-1)} = \int_2^{1+e} \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t}\right) dt = \ln\left|\frac{t-1}{t}\right|_2^{1+e} = \ln\frac{2e}{1+e}$

Đáp án D đúng

184. Xét $f(x) = |x+2| - |x-2|$ trên $(-3; 5)$

x	$-\infty$	-3		-2		2		5	$+\infty$
$\|x+2\|$			$-x-2$	0	$x+2$		$x+2$		
$-\|x-2\|$			$x-2$		$x-2$	0	$2-x$		
f(x)				-4		$2x$		4	

Do đó $I = \int_{-3}^{-2}(-4)dx + \int_{-2}^{2}2xdx + \int_{2}^{5}4dx$

$= -4x\Big|_{-3}^{-2} + x^2\Big|_{-2}^{2} + 4x\Big|_{2}^{5}$

$= -4(-2+3) + 4 - 4 + 4(5-2)$

$= -4 + 0 + 12 = 8$

Đáp án A đúng

185. Đặt $\sqrt{x^5+1} = t \Rightarrow t^2 = x^5 + 1 \Rightarrow 5x^4dx = 2tdt$

$\Rightarrow x^4dx = \frac{2}{5}tdt$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$

$x = 2 \Rightarrow t = \sqrt{33}$

Vậy $I = \frac{2}{5}\int_{1}^{\sqrt{33}}\frac{tdt}{t} = \frac{2}{5}\int_{1}^{\sqrt{33}}dt = \frac{2t}{5}\Big|_{1}^{\sqrt{33}} = \frac{2}{5}(\sqrt{33} - 1)$

Đáp án B đúng

186. Ta có: $2x^2 + 5x + 2 = (x+2)(2x+1)$

suy ra $\frac{1}{2x^2+5x+2} = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{2x+1} - \frac{1}{x+2}\right)$

nên $\int_{0}^{1}\frac{1}{2x^2+5x+2}dx = \frac{1}{3}\int\left(\frac{2}{2x+1} - \frac{1}{x+2}\right)dx$

$= \frac{1}{3}(\ln|2x+1| - \ln|x+2|)\Big|_{0}^{1}$

$$= \frac{1}{3}(\ln 3 - \ln 3) - \frac{1}{3}(\ln 1 - \ln 2)$$

$$= \frac{1}{3}\ln 2$$

Đáp án D đúng

187. Đặt $t = \sqrt{x^2 + 3} \Rightarrow t^2 = x^2 + 3 \Rightarrow 2tdt = 2xdx$

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 2$

$x = \sqrt{6} \Rightarrow t = 3$

Vậy $I = \int_2^3 (t^2 - 3)\,tdt = \frac{t^4}{4} - \frac{3}{2}t^2\Big|_2^3$

$$= \frac{81}{4} - \frac{27}{2} - \frac{16}{4} + 6 = 6\frac{11}{4}$$

Đáp án A đúng

188. Đặt $du = e^{3x} \Leftrightarrow u = \frac{1}{3}e^{3x}$

$v = x \qquad dv = dx$

$$I = \int_0^2 e^{3x}.xdx = \frac{1}{3}e^{3x}.x\Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{1}{3}e^{3x}dx$$

$$= \left(\frac{1}{3}e^{3x}.x - \frac{1}{9}e^{3x}\right)\Big|_0^2 = \frac{2}{3}e^6 - \frac{1}{9}e^6 + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}e^6 + \frac{1}{9}$$

Đáp án B đúng

189. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x}dx$

Đặt $1 + \sin 2x = t \Rightarrow dt = 2\cos 2xdx$

Đổi cận: Với $x = 0 \Rightarrow t = 1$

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 2$$

Vậy $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x}dx = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{dt}{t} = \frac{1}{2}\ln|t|_1^2 = \frac{1}{2}\ln 2$

Đáp án C đúng

190. Đặt $x = \frac{\pi}{2} - t \Rightarrow dx = -dt$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$

Vậy $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)}dt$

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\cos t + \sin t}dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}dx = J$

Ta có $I + J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin x}{\cos x + \sin x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$

Suy ra $2I = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}$

Đáp án D đúng

191. Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$

$I = \int_0^1 t^2(1 - t^2)\,dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

Đáp án A đúng

192. Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x$ và $x + y = 0$ là nghiệm của phương trình: $-x^2 + 2x = -x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x$ và $x + y = 0$ là:

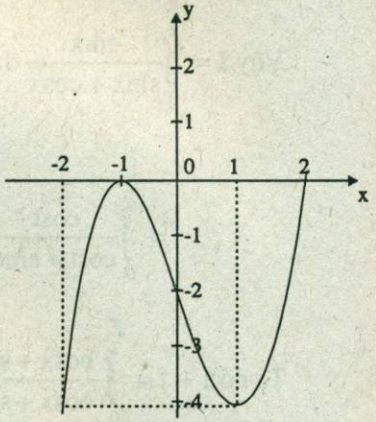
$$S = \int_0^3 \left|-x^2 + 2x - (-x)\right| dx = \int_0^3 \left|-x^2 + 3x\right| dx = \left|\left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\right)\Big|_0^3\right| = \frac{9}{2} \text{ (đvdt)}$$

Đáp án B đúng

193. $S = \int_1^2 \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2|\Big|_1^2 = \ln\frac{4}{3}$ (đvdt)

Đáp án C đúng

194. Dễ dàng vẽ được đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ (hình. 10)



Hình. 10

Gọi diện tích phải tìm là S ta có:

$$S = \int_{-1}^{2} \left|x^3 - 3x - 2\right| dx$$

$$= \int_{-1}^{2} (-x^3 + 3x + 2)\, dx$$

$$= -\frac{x^4}{4} + \frac{3}{2}x^2 + 2x\Big|_{-1}^{2} = \frac{27}{4} \text{ (đvdt)}$$

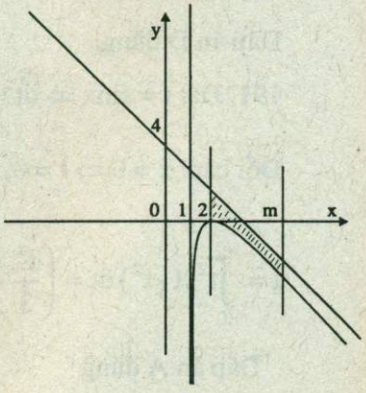
Đáp án B đúng

195. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

$$y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1}$$

$$S = \int_2^m \left[\left(-x + 3\right) - \left(-x + 3 - \frac{1}{x-1}\right)\right] dx$$

$$= \int_0^m \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1|\Big|_2^m = \ln|m-1|$$



Hình. 11

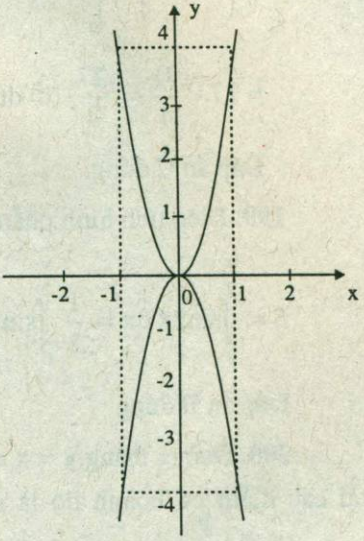
mà $S = 3 \Leftrightarrow \ln|m-1| = 3 = \ln e^3$

$$\begin{cases} m-1 = e^3 \\ m-1 = -e^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = e^3 + 1 \text{ (nhận)} \\ m = 1 - e^3 \text{ (loại vì } m < 2) \end{cases}$$

Do đó $m = e^3 + 1$

Đáp án D đúng

196. Vẽ parabol P: $(y) = 4x^2$ và P': $y^2 = 16x$ trên cùng một hệ trục toạ độ (h. 12)



Hình 12.

$$S = 2\int_0^1 \left(\sqrt{16x} - 4x^2\right)dx$$

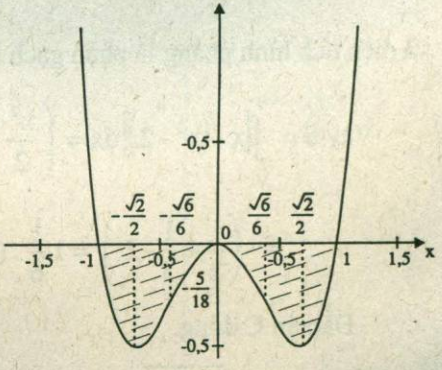
$$= 8\int_0^1 \left(\sqrt{x} - x^2\right)dx$$

$$= \left(\frac{16}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{8}{3}x^3\right)\Big|_0^1$$

$$= \frac{16}{3} - \frac{8}{3} = \frac{8}{3}$$

Đáp án C đúng

197. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 2x^2$ là hình 13



Hình 13

Vậy diện tích hình phẳng phải tìm là:

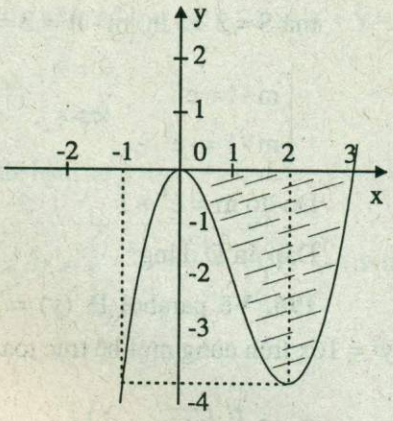
$$S = 2\int_0^1 (2x^2 - 2x^4)\,dx$$

$$= 4\int_0^1 (x^2 - x^4)\,dx$$

$$= 4\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^1 = 4\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = \frac{8}{15} \text{ (đvdt)}$$

Đáp án A đúng

198. Đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ là hình 14



Hình 14

Vậy $S = \int_0^3 (3x^2 - x^3)\,dx$

$$= \left(x^3 - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^3$$

$$= 27 - \frac{81}{4} = \frac{27}{4} \text{ (đvdt)}$$

Đáp án C đúng

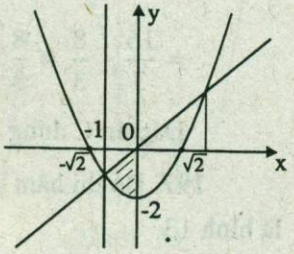
199. Diện tích hình phẳng phải tìm là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\,dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\,d2x = -\frac{1}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 \text{ (đvdt)}$$

Đáp án B đúng

200. Đường thẳng $y = x$ cắt parabol $y = x^2 - 2$ tại các điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $x^2 - 2 = x \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

và diện tích hình phẳng là phần gạch sọc ở hình 15



Hình 15

Vậy $S = \int_{-1}^{0} \left[x - \left(x^2 - 2\right)\right]dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 2x\right)\Big|_{-1}^{0}$

$$= -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 2\right) = 1\frac{1}{6} \text{ (đvdt)}$$

Đáp án C đúng.

201. $y = \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x}$ $\forall x \in [1; e]$ thì $y > 0$. Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = e$ là

$$S = \int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\,dx$$

Đặt $t = 1 + \ln x \Rightarrow dt = \dfrac{dx}{x}$

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 1$

$x = e \Rightarrow t = 2$

Vậy $S = \int_1^2 \sqrt{t}\,dt = \dfrac{2}{3}\sqrt{t^3}\Big|_1^2 = \dfrac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1) \approx 1{,}2$ (đvdt)

Đáp án D đúng

202. Ta có (P): $x = \dfrac{y^2}{2}$ và (d): $x = 2y - 2$

Dễ dàng thấy $\begin{cases} \dfrac{y^2}{2} = 2y - 2 \\ x = 2 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy (P) và (d) tiếp xúc nhau tại (2; 2)

Ta có $S = \int_0^2 \left(\dfrac{y^2}{2} - 2y + 2\right) dy = \left(\dfrac{y^3}{6} - y^2 + 2y\right)\Big|_0^2 = \dfrac{4}{3}$ (đvdt)

Đáp án A đúng

203. Diện tích cần tìm:

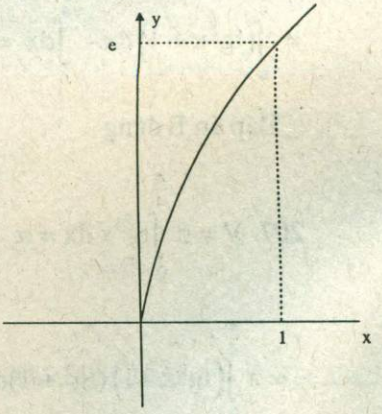
$$S = \int_0^1 x e^x dx$$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

Vậy $S = x.\ e^x\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x\,dx$

$= \left(xe^x - e^x\right)\Big|_0^1 = e - e + e^0 = e^0$

$= 1$ (đvdt). Đáp án C đúng



Hình 16

204. Diện tích hình phẳng (M) là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2x}{2}\, dx = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4} \text{ (đvdt)}$$

Đáp án D đúng

205. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x\, dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2 dx$

$$= \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x)\, dx = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{3}{2} + 2\cos 2x + \frac{1}{2}\cos 4x\right) dx$$

$$= \frac{\pi}{4}\left(\frac{3}{2}x + \sin 2x + \frac{1}{8}\sin 4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3\pi^2}{16} \text{ (đvtt)}$$

Đáp án A đúng

206. Diện tích (D) là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left|tg^2 x\right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^2 x\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\left(tg^2 x + 1\right) - 1\right] dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(tg^2 x + 1\right) dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx = \left(tgx - x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (đvdt)}$$

Đáp án B đúng

207. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^4 x\, dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\left(tg^4 x - 1\right) + 1\right] dx$

$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(tg^2 x - 1\right)\left(tg^2 + 1\right) dx + \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx$$

Đặt $tgx = t \Rightarrow dt = (1 + tg^2 x)dx$

Với $x = 0 \Rightarrow t = 0$

$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$

Vậy $V = \pi \int_0^1 (t^2 - 1)dt + \pi\left(\frac{\pi}{4}\right) = \pi\left(\frac{t^3}{3} - t\right)\Big|_0^1 + \pi\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$= \frac{\pi}{3} - \pi + \frac{\pi^2}{4} = \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{2}{3}\pi\right)$ (đvtt)

Đáp án C đúng

208. $\sqrt[3]{-3}$; $\sqrt[5]{-3}$ là số thực vì căn bậc lẻ của một số âm là một số âm.

$\sqrt{-3}$; $\sqrt[4]{-3}$; $\sqrt[6]{-3}$ là số ảo vì trên $\mathbb{R}$ không có căn bậc chẵn của một số âm.

Đáp án D đúng

209. $z_1 = 8 + 7i$ có phần thực là 8; $z_4 = 8 - 7i$ có phần thực là 8. Vậy z_1 và z_4 cùng có một phần thực là 8.

Đáp án C đúng

210. $z_1 = 8 + 7i$ có phần ảo là 7; $z_3 = 3 + 7i$ có phần ảo là 7. Vậy 2 số z_1 và z_3 cùng có một phần ảo là 7.

Đáp án B đúng

211. Ta biết hai số phức bằng nhau là hai số phức có phần thực bằng nhau và phần ảo bằng nhau.

Vậy $(x + y) + (x - y)i = 5 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Đáp án A đúng

212. $(x - 2) + (2y - 1)i = (y - 1) + (x + 2)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = y - 1 \\ x + 2 = 2y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ -x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$

Đáp án B đúng

213. Ta đã biết trong mặt phẳng phức trục hoành Ox gọi là trục thực trục tung Oy gọi là trục ảo.

Vậy điểm M biểu diễn số phức có phần thực là 3, phần ảo là 4.

Đáp án C đúng

214. $z = a + bi$ thì môđun của z kí hiệu $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ mà $\sqrt{a^2 + b^2} = 5$ và $a, b \in \mathbb{Z}$. Vậy a, b phải thoả mãn hệ số sau: $\begin{cases} a^2 + b^2 = 25 \\ a, b \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\Leftrightarrow (a, b) =$ (3, 4), (-3, -4), (3; -4), (-3; 4),

(-4, -3), (4, -3), (-4, 3)

(0, 5), (0, -5), (5; 0), (-5, 0)

Đáp án D đúng

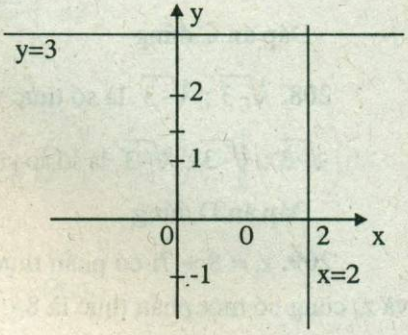
215. Ta đã biết $z = a + bi$, $a,b \in \mathbb{R}$

$a = 2$, b tuỳ ý thuộc $\mathbb{R} \Rightarrow M$ (z) thuộc đường thẳng $x = 2$ (h. 17)

Đáp án B đúng

216. $b = 3$, a tuỳ ý thuộc $\mathbb{R} \Rightarrow M$ (Z) thuộc đường thẳng $y = 3$ (hình 17)

Đáp án C đúng



Hình 17

217. Ta đã biết $z = a + bi$ thì số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$

Vậy số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là $\bar{z} = 3 - 2i$

Đáp án A đúng.

218. $z = (2 + 3i)(1 - 2i) = 2 - 4i + 3i = 6i^2$

$= 2 - i - 6.(-1) = 8 - i$

Vậy phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là: 8; -1

Đáp án C đúng

219. Số phức $z = (3 + 2i)^2 = 9 + 12i + 4i^2 = 9 + 12i + 4(-1)$

$= 5 + 12i$

Vậy phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là 5; 12

Đáp án D đúng

220. $i^{15} = i^{14}.i = (i^2)^7.i = (-1)^7.i = -i$

Đáp án A đúng

221. z là số phức khác 0 thì $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$

$z = 2 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 3i$ và $|z|^2 = 4 + 9 = 13$

Do đó $\frac{1}{z} = \frac{2 - 3i}{13} = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$

Đáp án C đúng

222. $\frac{(2-i)^2(2i)^4}{1-i} = \frac{(2-i)^2(2i)^4(1+i)}{2} = \frac{(4-4i-1).16(1+i)}{2}$

$= 8(3 - 4i)(1 + i) = 8(3 + 3i - 4i - 4i^2)$

$= 8(7-i) = 56 - 8i$

Đáp án B đúng

223. Giả sử x + yi là căn bậc hai của số phức Z = -5 + 12i

$\Rightarrow \quad (x + yi)^2 = -5 + 12i$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - y^2 + 2xyi = -5 + 12i$

$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 & (1) \\ xy = 6 & (2) \end{cases}$

Bình phương hai vế của (1) và (2) ta được

$$+ \begin{cases} x^4 - 2x^2y^2 + y^4 = 25 \\ 4x^2y^2 = 144 \end{cases}$$

$(x^2 + y^2)^2 = 169 \quad \Rightarrow x^2 + y^2 = 13$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được: $x = \pm 3$, $y = \pm 2$, do $xy = 6 > 0$

Nên ta được $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$

Vậy ta được 2 số phức là căn bậc 2 của số phức z = -5 + 12i:

$z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = -3 - 2i$. Đáp án D đúng

224. Gọi x + yi là căn bậc 2 của số phức z = 3 - 4i

suy ra $(x + yi)^2 = 3 - 4i$

$\Leftrightarrow \quad x^2 + 2xyi + (yi)^2 = 3 - 4i$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - y^2 + 2xyi = 3 - 4i$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - y^2 = 3$

$\quad\quad 2xy = -4$

Làm tương tự như 224 ta được $\begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

Nhưng $xy = -4 < 0 \Rightarrow$ x, y trái dấu nhau

Vậy ta được $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Do đó có 2 số phức là căn bậc 2 của z = 3 - 4i: $z_1 = 2 - i$, $z_2 = -2 + i$

Đáp án A đúng

225. $\Delta' = 9 - 58 = -49$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{-49} = \sqrt{49i^2} = 7i$$

$$x_1 = \frac{3 + 7i}{2}, \qquad x_2 = \frac{3 - 7i}{2}$$

Đáp án B đúng

226. $x^2 - 4x + 5 = 0 \qquad \Delta' = 4 - 5 = -1 = i^2$

$$\sqrt{\Delta'} = i$$

$\Leftrightarrow \quad x_1 = 2 + i$

$\quad\quad x_2 = 2 - i$

Đáp án A đúng.

227. $x^2 - (2 - i)x + (1 - 7i) = 0 \Rightarrow \Delta = (2 - i)^2 - 4(1 - 7i) = -1 + 24i$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-1 + 24i} = \left(\sqrt{\frac{\sqrt{577} - 1}{2}} + \sqrt{\frac{\sqrt{577} + 1}{2}}\, i \right)$$

$$x_1 = \frac{1}{2}(2 - i + \sqrt{\Delta}) = \frac{1}{2}\left[\left(2 + \sqrt{\frac{\sqrt{577} - 1}{2}}\right) + \left(\sqrt{\frac{\sqrt{577} + 1}{2}} - 1\right)i\right]$$

$$x_2 = \frac{1}{2}(2 - i - \sqrt{\Delta}) = \frac{1}{2}\left[\left(2 - \sqrt{\frac{\sqrt{577} - 1}{2}}\right) - \left(\sqrt{\frac{\sqrt{577} + 1}{2}} + 1\right)i\right]$$

Đáp án D đúng

228. $\begin{cases} x + 2y = \sqrt{3} \\ x.(2y) = 1 \end{cases}$

Vậy x, 2y là nghiệm của phương trình: $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$

$\Delta = 3 - 4 = -1 = i^2$

$\Rightarrow z_1 = \dfrac{\sqrt{3} + i}{2}$

$z_2 = \dfrac{\sqrt{3} - i}{2}$. Do đó hệ có hai nghiệm:

$$\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3} + i}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{3} - i}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{3} - i}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{3} + i}{4} \end{cases}$$

Đáp án D đúng.

229. $z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

$\cos\varphi = \dfrac{\frac{1}{2}}{1} = \dfrac{1}{2}$. Từ đó có thể lấy $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$

Vậy $\dfrac{1}{2} = \cos\dfrac{\pi}{3}$.

Do đó z viết dưới dạng lượng giác là $z = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$

Đáp án B đúng

230. $z = -\frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$

$$r = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$\cos\varphi = \frac{-\frac{5}{2}}{5} = -\frac{1}{2}$. Từ đó có thể lấy $\varphi = \frac{2\pi}{3}$

Vậy $-\frac{5}{2} = 5\cos\frac{2\pi}{3}$

$\frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\sin\frac{2\pi}{3}$

Do đó z viết dưới dạng lượng giác là:

$$z = 5\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

Đáp án C đúng

231. Nếu $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$

$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$

$$z_1z_2 = r_1r_2\,(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)$$

Vậy $5\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) . \frac{1}{5}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$$= 5 . \frac{1}{5}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$= \cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12} \Rightarrow |z| = 1, \varphi = \frac{11\pi}{12}$

Đáp án A đúng.

232. $z = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^5$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 1.\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

Vậy $z = 1.\ \cos\left(\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^5 = 1^5.\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

$$= \cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Đáp án B đúng

Chú ý. Trong bài 232, ta đã sử dụng công thức Moa-vrơ

Moivre: $\boxed{[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)}$

233. Mọi số phức $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ đều có đúng n căn bậc n đó là các giá trị

$$\boxed{\varepsilon_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + k2\pi}{n} + i\sin\frac{\varphi + k2\pi}{n}\right)}$$

(với $k = 0,1,2,\ldots n-1$)

Ta có thể viết 8 dưới dạng lượng giác:

$$8 = 8(\cos 0 + i\sin 0)$$

Vậy căn bậc ba của 8 có 3 giá trị:

$$\varepsilon_k\ \sqrt[3]{8}\left(\cos\frac{k2\pi}{3} + i\sin\frac{k2\pi}{3}\right)$$

với $k = 0, 1, 2$

Do đó $\varepsilon_0 = 2(\cos 0 + i\sin 0) = 2$

$$\varepsilon_1 = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = -1 + \sqrt{3}i$$

$$\varepsilon_2 = 2\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right) = -1 - \sqrt{3}i$$

Đáp án D đúng

234. $z = a + bi \Rightarrow z + 1 - i = (a + 1) + (b - 1)i$

nên $|z + 1 - i| \leq 3 \Rightarrow (a + 1)^2 + (b - 1)^2 \leq 9$

Vậy $\{M(z)\}$ là hình tròn tâm I (-1; 1) bán kính bằng 3

Đáp án D đúng

235. Gọi H là hình chiếu 0 trên mp (ABC). Dễ dàng có $AA' \perp BC$

$\Rightarrow OA' \perp BC$ nên $\widehat{OA'A}$ là góc tạo bởi mặt bên (OBC) và đáy (ABC)

$\Rightarrow \widehat{OA'A} = x \Rightarrow \cos x = \sin \widehat{OAH} = \dfrac{OH}{OA} = \dfrac{OH}{a}$. Tương tự ta có

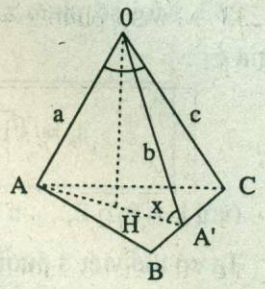
$$\cos y = \frac{OH}{b}, \cos z = \frac{OH}{c}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = OH^2 . \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)$$

Do hai tam giác AOA' và BOC là hai tam giác vuông nên:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA'} + \frac{1}{OA^2}$$

$$= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$



Hình 18

Do đó $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z$

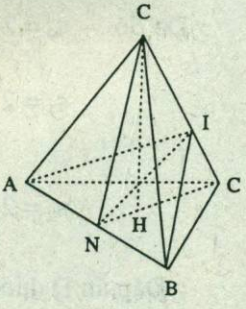
$= OH^2 . \dfrac{1}{OH^2} = 1$. Đáp án A đúng

236. Qua AB dựng mặt phẳng (α) vuông góc với SC, gọi I và giao của (α) và SC thì $SC \perp AI$. Vậy ΔABI là thiết diện tạo bởi mặt phẳng α và hình chóp đã cho.

Gọi N là trung điểm của AB, dễ dàng chứng minh $IA = IB \Rightarrow \Delta ABI$ cân, nên $IN \perp AB$. Theo giả thiết S.ABC là hình chóp đều nên H là tâm của tam giác đều $ABC \Rightarrow SH \perp NC$.

Vậy $SH . CN = NI . SC$ (*)

Dễ dàng tính được



Hình 19

$SC = SB = SA = 4\sqrt{3}$, $CN = 3\sqrt{3}$

Từ (*) ta có: $NI = \dfrac{SH \cdot CN}{SC} \Rightarrow NI = \dfrac{6 \cdot 3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{9}{2}$

Vậy $S_{ABI} = \dfrac{1}{2} AB \cdot NI$

$= \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot \dfrac{9}{2} = \dfrac{27}{2}$ (cm^2)

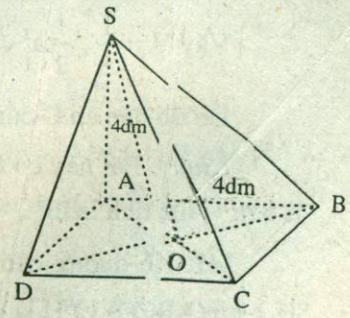
Đáp án C đúng

Câu 237. Ta có $\left.\begin{array}{l} BD \perp AC \text{ (do ABCD là hình vuông)} \\ BD \perp SA \quad \text{(do } SA \perp (ABCD) \text{ (gt.))} \end{array}\right\}$

$\Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$ hay góc tạo bởi hai đường thẳng BD và SC là 90^0.

Đáp án D đúng

Câu 238. ABCD là hình vuông cạnh 4dm. Vậy $BD = 4\sqrt{2}$ dm và $BD \perp AC$. Ta lại có $SA \perp (ABCD)$ nên OA là hình chiếu của đường xiên SO trên đáy ABCD, mà $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp SO$ (định lí ba đường vuông góc)



Hình 20

Trong tam giác vuông SAO:

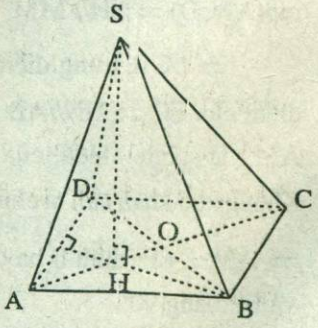
$SO^2 = OA^2 + SA^2$

$\Rightarrow SO^2 = (2\sqrt{2})^2 + 4^2 = 24 \Rightarrow SO = 2\sqrt{6}$

Diện tích tam giác SBD là: $S_{SBD} = \dfrac{1}{2} BD \cdot SO$

$\Rightarrow S_{SBD} = \dfrac{1}{2} 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{3}$ (dm^2).

Đáp án B đúng



Hình 21

239. Theo giả thiết ABCD là hình thoi $\hat{A} = 60^0$ $\Rightarrow \Delta$ ABD đều. Gọi H là hình chiếu của S trên mp(ABCD) thì H là tâm của tam giác đều ABD (vì giả thiết cho $SA = SB = SD \Rightarrow HA = HB = HD$ (định lí))

Do H là tâm của Δ ABD đều ⇒ BH ⊥ AD mà AD // BC (tính chất hình thoi) ⇒ BC ⊥ BH. Ta lại có BH là hình chiếu của SB trên mp(ABCD) ⇒ BC ⊥ SB (định lí ba đường vuông góc)

⇒ Góc tạo bởi SB và BC là 90^0.

Đáp án C đúng

240. Gọi V là thể tích hình chóp S_{ABCD} thì:

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

B là diện tích hình thoi cạnh a, $B = \frac{1}{2}AC.BD$

$$B = \frac{1}{2}a.a\sqrt{3} = \frac{1}{2}a^2\sqrt{3}$$

h = SH. Dễ dàng có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{6}$

Vậy $V = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{15}}{6} = \frac{a^3\sqrt{5}}{12}$

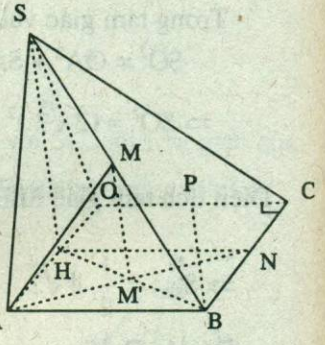
Do đó đáp án C đúng

Chú ý. Bài này có thể khẳng định đáp án C đúng vì đáp án A, B, D sai vì đơn vị thể tích là m^3

241. Kẻ đường cao SH của ΔSAD đều ⇒ SH ⊥ mp(ABCD) và H là trung điểm của AD.

Gọi M' là hình chiếu của điểm M trên mp(ABCD) ⇒ SH// MM'

⇒ M' là trung điểm của HB, do N là trung điểm của BC ⇒ HN//AB và AM' đi qua N. Ta có AM' là hình chiếu của AM trên mp(ABCD). Không khó khăn lắm ta chứng minh được AM' ⊥ BP



Hình 22

⇒ AM ⊥ BP (định lí ba đường vuông góc). Vậy góc giữa hai đường thẳng AM và BP bằng 90^0.

Đáp án D đúng.

242. Dễ dàng có MN // A'B. Vậy mặt phẳng α cắt mặt phẳng ABB'A' theo giao tuyến AX song song với A'B. Gọi $S = BB' \cap AX$

$\Rightarrow S \in (\alpha)$, gọi $I = SN \cap BC$, $P = SN \cap B'C'$ thì I chính là giao của α và BC (hiển nhiên $I, P \in (\alpha)$)

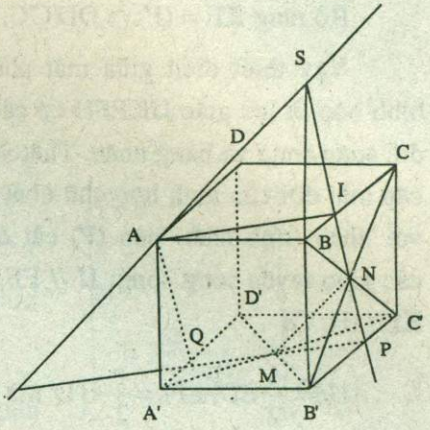
Dễ dàng có IC = B'P (hình 23).

Vậy $\frac{BI}{IC} = \frac{BI}{B'P}$. Trong Δ SB'P có BI // B'P $\Rightarrow \frac{BI}{B'P} = \frac{SB}{SB'}$.

Mặt khác AS // A'B $\Rightarrow \Delta$ SAB là tam giác vuông cân

$\Rightarrow AB = BS = BB' \Rightarrow \frac{SB}{SB'} = \frac{1}{2}$

Vậy $\frac{BI}{B'P} = \frac{1}{2}$. Đáp án A đúng



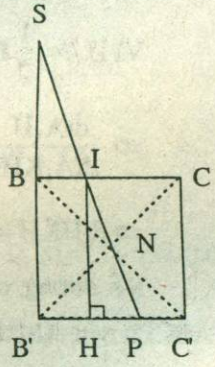
Hình 23

243. Rõ ràng IP = $(\alpha) \cap (BCC'B')$, AI = $(\alpha) \cap (ABCD)$.

Gọi Q = PM $\cap$ A'D' $\Rightarrow$ PQ = $\alpha \cap (A'B'C'D')$, $Q \in (\alpha)$ và AQ = $(\alpha) \cap (ADD'A')$.

Vậy thiết diện tạo bởi mpα với hình lập phương ABCD.A'B'C'D' là tứ giác AIPQ. Tứ giác này có AI // PQ (do ABCD//A'B'C'D' bị (α) cắt theo 2 giao tuyến song song (định lí)).

Tương tự IP // AQ, suy ra AIPQ là hình bình hành. Không khó khăn lắm ta chứng minh được $IP = PQ = \frac{a\sqrt{10}}{3}$ (a là cạnh của hình lập phương).



Hình 24

Vậy AIPQ là hình thoi. Đáp án A đúng

244. IJ $\subset$ (P), IJ $\subset$ (ABCD) $\Rightarrow$ IJ = (P) $\cap$ (ABCD)

JK $\subset$ (P), JK $\subset$ (AA'D'D) $\Rightarrow$ JK = (P) $\cap$ (AA'D'D)

Trong mặt phẳng (AA'D'D), gọi $A_1 = AA' \cap JK$, $D_1 = A'D' \cap JK$

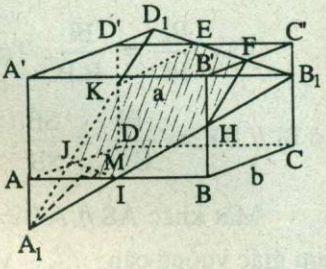
$\Rightarrow A_1, D_1 \in (P)$

Trong mặt phẳng (AA'B'B) gọi $H = A_1I \cap BB' \Rightarrow IH = (P) \cap (AA'B'B)$ gọi $B_1 = IH \cap A'B' \Rightarrow B_1 \in (P)$

Trong mặt phẳng (A'B'C'D'), gọi E, F theo thứ tự là giao của D_1B_1 với D'C' và B'C' $\Rightarrow EF = (P) \cap (A'B'C'D')$

Rõ ràng $KE = (P) \cap DD'C'C$, $HF = (P) \cap (BB'C'C)$

Vậy thiết diện giữa mặt phẳng (P) và hình hộp là lục giác IJKEFH có các cặp cạnh đối song song và bằng nhau. Thật vậy. Do các cặp mặt đối của hình hộp chữ nhật song song với nhau (tính chất) nên (P) cắt chúng theo các giao tuyến song song: IJ // EF, JK // HF, KE// IH. Có



Hình 25

$IJ//= \frac{1}{2}BD$, $EF//= \frac{1}{2}B'D'$ mà $BD//=B'D'$

$\Rightarrow IJ //= EF$

Chứng minh tương tự cho các cặp cạnh đối khác.

Đáp án C đúng.

245. Ta có dt IJKEFH = 2dt IJKH

Vì $IJ //= \frac{1}{2}BD$, mà $BD //= KH$ nên $IJ //= \frac{1}{2}KH$

$$\Rightarrow \frac{dtA_1IJ}{dtA_1KH} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{dtA_1IJ}{dtA_1KH - dtA_1IJ} = \frac{1}{4-1} \Leftrightarrow \frac{dtA_1IJ}{dtIJKH} = \frac{1}{3}$$

$\Rightarrow dtIJKH = 3dtA_1IJ \Rightarrow dtIJKEFH = 6dtA_1IJ.$

Kẻ đường cao A_1M của ΔA_1IJ thì AM là hình chiếu của A_1M trên (ABCD) nên $AM \perp IJ$ theo định lí ba đường vuông góc.

Tam giác vuông AIJ cho:

$$AI \cdot AJ = AM.IJ \Rightarrow AM = \frac{AI.AJ}{IJ} = \frac{ab}{2\sqrt{a^2+b^2}}$$

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông A_1AM cho:

$$A_1M = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a^2 + b^2}}$$

$$dt\Delta A_1IJ = \frac{1}{2}IJ.A_1M = \frac{1}{8}\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$$

$$dtIJKEFH = 6dtA_1IJ = \frac{3}{4}\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$$

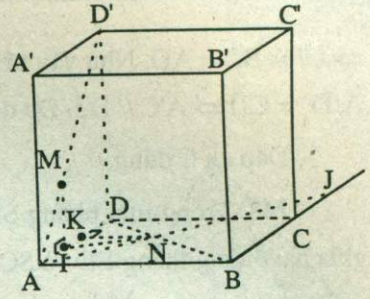
Đáp án D đúng

246. Trước hết phải tính MN theo a và x (a là độ dài cạnh của hình lập phương).

Kẻ $MI \perp AD \Rightarrow MI \perp (ABCD) \Rightarrow MI \perp IN$

$\Rightarrow \Delta MIN$ vuông mà ΔMAI là tam giác vuông cân $\Rightarrow \widehat{MAI} = 45^0$

$\Rightarrow MA = AI\sqrt{2} \Rightarrow x = AI\sqrt{2}$ nên $AI = \frac{x\sqrt{2}}{2} = MI$. Từ N kẻ $NK \perp AD$



Hình 26

$\Rightarrow NK \perp (ADD'A')$.

Tương tự $NK = KD = \frac{x\sqrt{2}}{2} \Rightarrow KI = AD - 2AI = a - x\sqrt{2}$

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông KIN và MIN ta có:

$$NI^2 = KI^2 + KN^2 = (a - x\sqrt{2})^2 + \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2, \quad MN^2 = MI^2 + NI^2$$

$MN^2 = 3x^2 - 2a\sqrt{2}x + a^2$ hay $MN^2 = 3x^2 - 6\sqrt{2}x + 9$. MN^2 là một hàm số bậc hai (biến x và có hệ số của x là $3 > 0$ nên có cực tiểu khi $x = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}$

Nghĩa là MN ngắn nhất khi $x = \sqrt{2}$.

Đáp án B đúng.

247. Do AD // BC nên theo định lí talét:

$$\frac{AN}{NJ} = \frac{AD}{BJ} = \frac{DN}{NB}$$

Do DN = x = $\sqrt{2}$ mà BD = $3\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông cạnh 3) $\Rightarrow$

$\frac{DN}{DB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DN}{NB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AN}{NJ} = \frac{1}{2}$ (1). Ta lại có $\frac{AM}{MD'} = \frac{1}{2}$ (2)

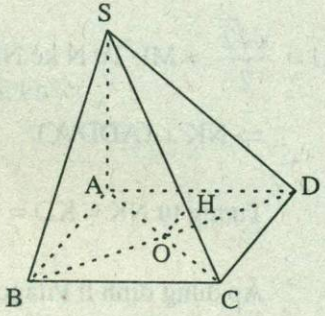
(do AM = DN = $\sqrt{2}$). Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{AN}{NJ} = \frac{AM}{MD'}$, suy ra MN // D'J (theo định lí đảo của Talet).

Cũng từ chứng minh trên ta có $\frac{AD}{BJ} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ BJ = 2AD mà AD = BC $\Rightarrow$ CJ = BC = AD. Như vậy tứ giác A'CJD' là hình bình hành (vì có A'D'//CJ; A'D' = CJ) $\Rightarrow$ A'C // D'J. Do đó MN // A'C.

Đáp án C đúng

248. Trong mặt phẳng SAC, từ O kẻ OH $\perp$ SC thì OH là khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC (0 = AC $\cap$ BD).

Thật vậy: Dễ dàng chứng minh BD$\perp$(SAC) $\Rightarrow$ BD$\perp$OH (vì OH $\subset$ (SAC)), hiển nhiên OH $\perp$ SC (cách dựng) nên OH là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng BD và AC. Trong tam giác vuông SAC có SA = a, OA = OC = $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, SC = $a\sqrt{3}$. Hai tam giác vuông SAC và OHC đồng dạng



Hình 27

$\Rightarrow \frac{OH}{SA} = \frac{OC}{SC} \Rightarrow OH = \frac{SA.OC}{SC} \Rightarrow OH = \frac{a.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

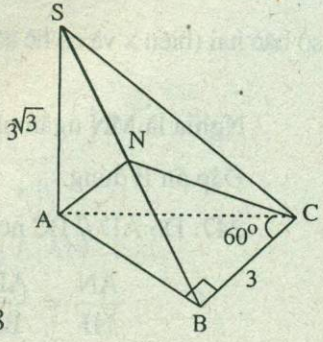
Đáp án D đúng

249. Theo giả thiết SA $\perp$ (ABC)

$\Rightarrow$ SA $\perp$ BC, BC $\perp$ AB

$\Rightarrow$ BC $\perp$ (SAB)

Khối tứ diện NABC chính là khối chóp C.NAB. Theo công thức tính thể tính khối chóp:



Hình 28

$V = \frac{1}{3}$ Bh. Ở đây B là diện tích ΔNAB, h = BC (vì BC $\perp$ (SAB)). Dễ dàng tính được AB = $3\sqrt{3}$ cm và B = $dt_{\Delta NAB} = \frac{1}{2} dt_{\Delta SAB}$

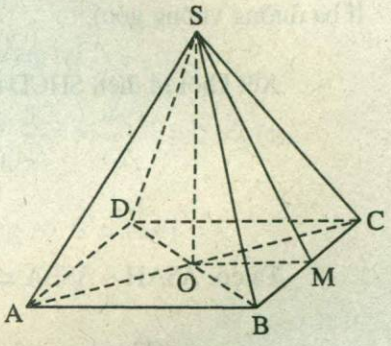
$dt\ \Delta SAB = \frac{1}{2}$ SA. AB = $\frac{1}{2} 3\sqrt{3} . 3\sqrt{3} = \frac{27}{2}$ (cm^2)

$\Rightarrow B = \frac{27}{4}$ (cm^2); BC = 3cm

Vậy $V = \frac{1}{3} . \frac{27}{4} . 3 = \frac{27}{4}$ (cm^3)

Đáp án A đúng

250. S.ABCD là hình chóp đều nên ABCD là hình vuông và đường cao của hình chóp là SO (hình 29) Gọi M là trung điểm của BC. Dễ dàng chứng minh được OM $\perp$ BC và SM $\perp$ BC $\Rightarrow$ $\widehat{SMO}$ là góc giữa mặt bên SBC và đáy.



Hình 29

Ta có OM = $\frac{a}{2}$ (OM là trung tuyến tuyến thuộc cạnh huyền của tam giác vuông OBC). Ta lại có SO = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong tam giác vuông SOM ($\hat{O} = 90^0$) ta có tan $\widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}}$

$= \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SMO} = 60^0$.

Đáp án C đúng

251. Ta có AD // BC $\Rightarrow$ AD // (SBC). Ta lại có $\widehat{ABC}$ = 1v $\Rightarrow$ BC $\perp$ AB

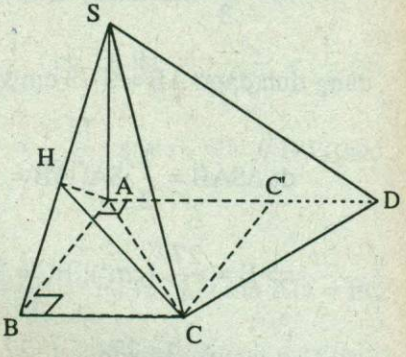
$\Rightarrow$ BC $\perp$ SB (định lí ba đường vuông góc) $\Rightarrow$ (SBC) $\perp$ (SAB).

H là hình chiếu của A trên SB nên AH $\perp$ SB $\Rightarrow$ AH $\perp$ (SBC). Như vậy d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = AH

Dễ dàng tính được $AH = 2\sqrt{6}$ (cm) (Trong tam giác vuông SAB, AH là chiều cao nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}$).

Từ C kẻ CC' // AB, C' ∈ AD. Theo giả thiết ta có BC = AB = 6cm, AD = 12cm. Dễ dàng có AC' = C'D = CC' = 6cm.

Như vậy ΔACD có CC' là trung tuyến và $CC' = \frac{1}{2}$ AD nên Δ ACD là tam giác vuông ở C hay CD⊥ AC ⇒ CD ⊥ SC (định lí ba đường vuông góc).



Hình 30

Xét khối tứ diện SHCD ta có $V_{SHCD} = \frac{1}{3}$ dtΔSHC. d(D, (SBC)

$= \frac{1}{3}$ dtΔ SCD. d(H, (SCD))

Ta có: ΔSAH ~ ΔSBA ⇒ $\frac{SH}{SA} = \frac{SA}{SB}$ ⇒ $SH = \frac{SA^2}{SB}$

⇒ $SH = \frac{72}{6\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$ (cm) (vì $SB = 6\sqrt{3}$)

Diện tích $\Delta SBC = \frac{1}{2}$ SB. BC = $\frac{1}{2}$. $6\sqrt{3}$. 6 = $18\sqrt{3}$ (cm^2)

$\frac{SH}{SB} = \frac{4\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$. Vậy dt ΔSHC = $\frac{2}{3}$. $18\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ (cm^2)

Như chứng minh trên d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AH = $2\sqrt{6}$ cm.

Vậy $V_{SHCD} = \frac{1}{3}.12\sqrt{3}\ .2\sqrt{6} = 24\sqrt{2}$ (cm^3)

Ta có dt $\Delta SCD = \frac{1}{2}$ SC. CD = $\frac{1}{2}$. 12. $6\sqrt{2} = 36\sqrt{2}$ (cm^2)

Do đó $d(H, (SCD)) = \frac{3V_{SHCD}}{dt\Delta SCD} = \frac{72\sqrt{2}}{36\sqrt{2}} = 2$ (cm)

Đáp án D đúng.

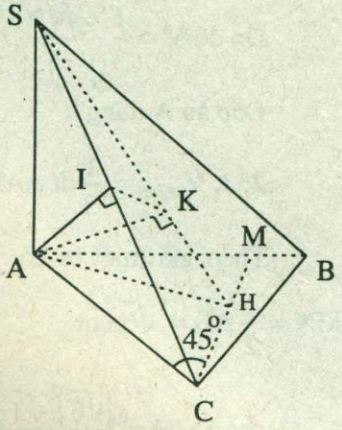
252. H là hình chiếu của S trên CM nên

SH ⊥ CM ⇒ CM ⊥ AH (định lí ba đường vuông góc) ⇒ CM ⊥ (SAH)

⇒ (SCM) ⊥ (SAH) mà AK ⊥ SH

⇒ AK ⊥ (SCM).

Vậy $V_{SAIK} = \frac{1}{3}$ dt ΔSIK. AK



Hình 31

Do AK ⊥ (SCM) nên AI là đường xiên, KI là hình chiếu của đường xiên AI trên mặt phẳng (SCM) mà AI ⊥ SC (gt) ⇒ SC ⊥ IK (định lí ba đường vuông góc ⇒ Δ SIK là tam giác vuông tại I

⇒ dtΔSIK = $\frac{1}{2}$ SI. IK. Dễ dàng có SI = $\frac{SC}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ (cm)

Ta có ΔSIK ∽ Δ SHC (hai tam giác vuông có $\hat{S}$ chung)

$$\Rightarrow \frac{IK}{HC} = \frac{SI}{SH} \Rightarrow IK = \frac{HC.SI}{SH}$$

Mà HC = $4\cos45^0 = 2\sqrt{2}$ (cm), AH = $4\sin45^0 = 2\sqrt{2}$ (cm)

$$\Rightarrow SH = 2\sqrt{6}$$

Vậy IK = $\frac{2\sqrt{2}.2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ (cm)

Diện tích ΔSIK = $\frac{1}{2}.2\sqrt{2}.\frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm^2)

Trong tam giác vuông SAH, AK là đường cao, nên ta có:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} \Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$$

$$AK = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$

Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{16}{9}$ (cm^3).

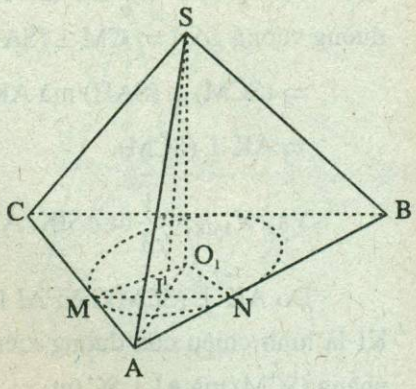
Đáp án A đúng

253. $V_{SAMN} = \frac{1}{3}$ dt ΔAMN. SO

Theo giả thiết ta có: AM = AN = MN = $\frac{1}{2}$AB = $\sqrt{6}$ cm

$$dt\Delta AMN = \frac{\left(\sqrt{6}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2} (cm^2)$$

(Diện tích của tam giác đều cạnh a bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V_{SAMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (cm^3)



Hình 32

Đáp án B đúng

254. Gọi $(O_1; r)$ là hình cầu nội tiếp hình chóp S.AMN. Lấy O_1 làm đỉnh, các mặt của hình chóp làm đáy thì đường cao của hình chóp này là khoảng cách từ O_1 đến các mặt của hình chóp, nó chính là r. Vậy ta có:

$$V_{SAMN} = \frac{1}{3} r(dt\Delta NAM + dt\ \Delta SAM + dt\ \Delta SAN + dt\ \Delta SMN)\ (*).$$

Dễ thấy chân 0 của đường cao SO cũng là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC (vì ABC là tam giác đều) $\Rightarrow$ OM $\perp$ AC, ON $\perp$ AB, SM $\perp$ AC, SN $\perp$ AB $\Rightarrow$

$$MO = NO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{2}\ \ (a = 2\sqrt{6})$$

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông SOM, ta có:

$$SM = \sqrt{OM^2 + SO^2} = \sqrt{3} = SN.$$

Vậy dt ΔSAM = dt $\Delta SAN = \frac{1}{2}$MA. SM = $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Gọi I là trung điểm MN thì SI $\perp$ MN (Vì ΔAMN là tam giác cân) có

$$MN = \frac{1}{2}CB = \sqrt{6},\ MI = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

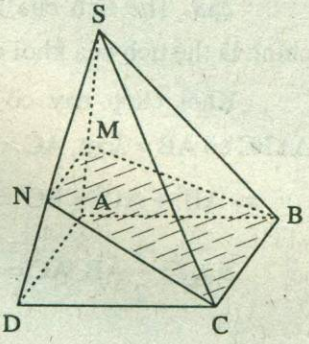
Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông SIM ta có:

$$SI = \sqrt{SM^2 - MI^2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow dt\ \Delta SMN = SI.\ IM = \frac{3}{2}$$

Thay vào (*) $r = \frac{\sqrt{3}}{1+2\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

Đáp án A đúng

255. Mặt phẳng (MBC) chứa BC // AD nên gọi MN = (MBC) ∩ (SAD) thì MN// BC// AD. Rõ ràng mp(MBC) cắt hình chóp theo một thiết diện là tứ giác BCNM. Ta lại có MN // BC ⇒ BCNM là hình thang. Theo giả thiết ABCD là hình chữ nhật nên BC ⊥ AB ⇒ BC ⊥ SB (định lí ba đường vuông góc) ⇒ BC ⊥ (SAB) ⇒ BC ⊥ MB mà MN // BC ⇒ MN ⊥ MB. Vậy BCNM là hình thang vuông tại M và B. Trong ΔSAD, MN // AD



Hình 33

$$\Rightarrow \frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA} \Rightarrow \frac{MN}{3} = \frac{10}{15} \Rightarrow MN = 2dm$$

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông MAB ta có: $MB^2 = MA^2 + AB^2$

$$\Rightarrow MB^2 = 5^2 + \sqrt{39}^2 = 64 \Rightarrow MB = 8\ (dm)$$

Diện tích hình thang vuông BCNM là $S_{BCMN} = \frac{MN + BC}{2}.\ MB$

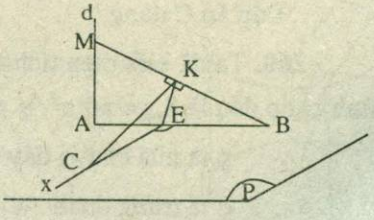
$$= \frac{2+3}{2}.\ 8 = 20\ (dm^2)$$

Đáp án C đúng

256. d ⊥ (P) ⇒ d⊥ CE, AB ⊥ CE (gt)

⇒ CE ⊥ mp(d, AB) tức là CE ⊥ (MAB) hay góc tạo bởi CE và mặt phẳng (BAM) bằng 90^0.

Đáp án D đúng



Hình 34

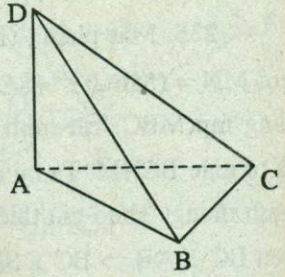
257. KE là hình chiếu của CK trên mp(BAM) mà CK ⊥ MB (gt) ⇒ MB ⊥ EK (định lí ba đường vuông góc) ⇒ tứ giác AMKE nội tiếp trong một đường tròn.

Theo hệ thức trong đường tròn này ta có BK . BM = BE. BA = 4.6 = 24 (vì B, A, E cố định).

Đáp án A đúng

258. Thể tích của khối chóp A. BCD cũng chính là thể tích của khối chóp D. ABC.

Khối chóp này có đường cao AD = 4cm. ΔABC có AB = 3cm, AC = 4cm, BC = 5cm



Hình 35

$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A nên

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.\ AC = \frac{1}{2}.3.4 = 6(cm^2)$$

Gọi V là thể tích khối chóp A. BCD ta có: $V = \frac{1}{3} AD.\ S_{\Delta ABC}$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}.4.6 = 8\ (cm^3)$$

Đáp án D đúng

259. Theo kết quả của bài 258. $V_{ABCD} = 8cm^3$

Dễ dàng tính được $S_{\Delta BCD} = 2\sqrt{34}\ cm^2$

Gọi khoảng cách từ A đến (BCD) là h. Vậy ta có $V_{A.BCD} = \frac{1}{3} h.S_{BCD}$

$$\Rightarrow h = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\Delta BCD}} \Rightarrow h = \frac{24}{2\sqrt{34}} = \frac{12}{\sqrt{34}} = \frac{6\sqrt{34}}{17}$$

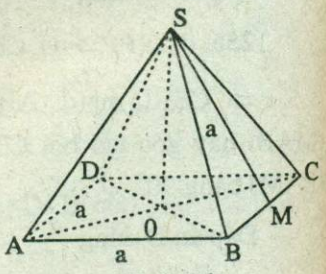
Đáp án C đúng

260. Ta đã biết diện tích xung quanh của hình chóp đều là $S_{xq} = pd$

p là nửa chu vi đáy

d là trung đoạn

Ở đây p = 2a.



Hình 36

Gọi M là trung điểm của BC thì $d = SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (SM là đường cao của ΔSBC đều cạnh a)

Vậy $S_{xq} = 2a.\ \frac{a\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3}$; $S_d = a^2$

Mà $S_{tp} = S_{xq} + S_d = a^2\sqrt{3} + a^2 = a^2(1 + \sqrt{3})$

Đáp án B đúng

261. Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Trong tam giác vuông SOC: $SO = h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Gọi thể tích khối chóp S.ABCD là V

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh$

Ở đây B là diện tích hình vuông ABCD cạnh $a \Rightarrow B = a^2$

$h = SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy $V = \frac{1}{3}a^2.\ \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

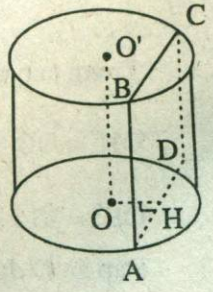
Đáp án A đúng

262. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình chữ nhật có hai cạnh lần lượt bằng đường kính đáy và chiều cao của hình trụ. Vậy 2 cạnh của hình chữ nhật là: 8cm, 6cm.

Do đó độ dài đường chéo là: $\sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$ (cm)

Đáp án A đúng.

263. Giả sử có thiết diện ABCD song song với trục và cách trục 4cm. Từ O trong mặt phẳng đáy dưới kẻ $OH \perp AD$, $AB \perp (O)$ (đáy) nên $AB \perp OH \Rightarrow OH \perp ABCD \Rightarrow OH$ là khoảng cách từ trục đến thiết diện vậy OH = 3cm.



Hình 37

Trong tam giác vuông AOH:

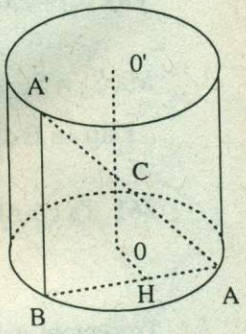
$AH^2 = OA^2 - OH^2$

$AH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$

$AH = \sqrt{16} = 4(cm) \Rightarrow AD = 8cm$

Vậy diện tích thiết diện là: $8 \times 7 = 56\ (cm^2)$. Đáp án B đúng

264. * HD. - Giả sử có đoạn thẳng AA' (h. 38). Tính khoảng cách ngắn nhất giữa OO' và AA' tức là tìm độ dài đường vuông góc chung, giữa hai đường thẳng chéo nhau AA' và OO'.



Hình 38

- Phải tạo ra một mặt phẳng chứa AA' và song song với OO' (Phương pháp duy nhất tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là tìm một mặt phẳng chứa đường này và song song với đường kia, lúc đó khoảng cách giữa chúng là khoảng cách từ một điểm bất kì của đường thẳng và mặt phẳng.

* Giải:

Từ A' dựng đường sinh A'B, vậy mặt phẳng (A'BA) // OO' (A'B//OO')

Từ O kẻ OH ⊥ AB thì OH là khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và OO'.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Thật vậy } OH \perp AB \text{ (cách dựng)} \\ A'B \perp (O) \Rightarrow A'B \perp OH\end{array}\right\} \Rightarrow OH \perp (AA'B) \Rightarrow OH \perp AA'$$

Hiển nhiên OH ⊥ OO'. Đó là điều phải chứng minh.

Trong tam giác vuông AA'B: $AB^2 = AA'^2 - A'B^2$

$AB^2 = 100 - 36 = 64$

$(A'B = OO' = 6)$

$AB = 8(m)$

Trong tam giác vuông BOH:

$OH^2 = OB^2 - BH^2 (BH = \frac{1}{2} AB$ và OH ⊥ dây AB)

$OH^2 = 25 - 16 = 9;\ OH = 3(m)$

Đáp án D đúng

265. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều $\Rightarrow \Delta SAA'$ là tam giác đều $\Rightarrow SA = SA' = 2R = 6cm$

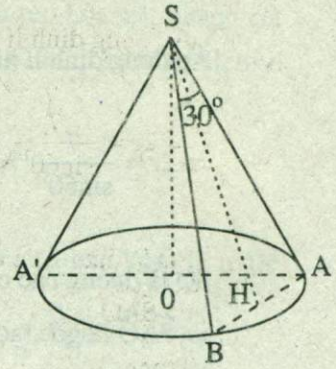
$\Rightarrow R = 3cm, SA = SB = 6cm.$

Kẻ $SH \perp AB \Rightarrow HA = HB, \widehat{ASH} = \widehat{BSH} = 15^0$

Trong tam giác vuông SAH:

$SH = SA.\cos 15^0 = 6\cos 15^0$

$HA = SA \sin 15^0 = 6\sin 15^0$



Hình 39

$AB = 2HA = 2.6\sin 15^0 = 12\sin 15^0$

Vậy diện tích $\Delta SAB = \frac{1}{2} AB.\ SH = \frac{1}{2} 6\cos 15^0.\ 12\sin 15^0$

$= 36\cos 15^0 \sin 15^0 = 18\sin 30^0 = 9\ (cm^2)$

Cách khác:

$dt\ \Delta SAB = \frac{1}{2} SA.\ SB \sin \widehat{ASB}$

$= \frac{1}{2} 6^2 \sin 30^0 = \frac{1}{2}.6^2.\ \frac{1}{2} = 9\ (cm^2)$

Đáp án C đúng

266. Hình thang, ABCD là hình thang cân vì nó nội tiếp đường tròn (O).

Từ B kẻ $BH \perp AD$.

Dễ dàng tính được

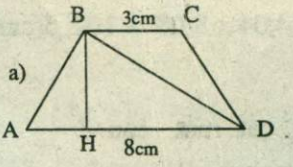
$AH = \frac{5}{2} cm$

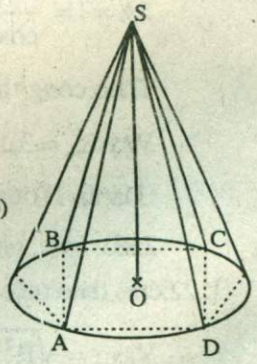
$\Rightarrow AB = 5cm$ (do $\hat{A} = 60^0$)

Áp dụng định lí hàm số cosin (ΔABC:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$)

tính được $BD = 7$ cm





Hình 40

Áp dụng định lí hàm số sin ta có: $\frac{BD}{\sin A} = 2r$

$$\Rightarrow 2r = \frac{7}{\sin 60^0} = \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow r = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

SO là đường cao của hình chóp cũng là đường cao của hình nón

$\Rightarrow \widehat{SAO}$ là góc tạo bởi đường sinh SA và đáy $\Rightarrow \widehat{SAO} = 60^0$

Trong tam giác vuông SAO $\Rightarrow$ SO = OA tan $\widehat{SAD}$

$$= \frac{7\sqrt{3}}{3} \tan 60^0 = 7(cm)$$

Theo công thức tính thể tích khối nón:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow \quad V = \frac{1}{3}\pi . \left(\frac{7\sqrt{3}}{3}\right)^2 . 7$$

$$V = \frac{7^3}{3^2} .\pi \ (cm^3) \approx 114cm^3$$

Đáp án A đúng

267. Từ kết quả bài 266 có $r = \frac{7\sqrt{3}}{3}$ (cm) $\approx 4,04$ (cm)

$$SA = l = \frac{r}{\cos 60^0} = \frac{7\sqrt{3}}{3} : \frac{1}{2} = \frac{14\sqrt{3}}{3} \approx 8,08 \text{ (cm)}$$

Theo công thức tính diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl$

Vậy $S_{xq} \approx 3,14 \times 4,04 \times 8,08 \approx 102,5 (cm^2)$

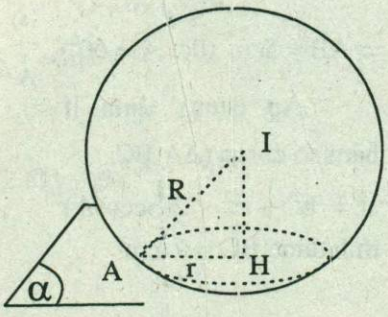
Đáp án B đúng

268. Mặt phẳng cắt mặt cầu S (I; 2,6cm) theo một đường tròn (H ; r)

Vậy $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$

$$= \sqrt{(2,6)^2 - (2,4)^2} = 1 \text{ (cm)}$$

Đáp án C đúng



Hình 41

269. Hình tròn lớn của hình cầu S là hình tròn tạo bởi mặt phẳng cắt hình cầu và đi qua tâm của hình cầu. Gọi R là bán kính hình cầu thì hình tròn lớn cũng có bán kính là R.

Vậy ta có $\pi R^2 = p \Rightarrow R = \sqrt{\frac{p}{\pi}}$ (*)

Mặt phẳng (α) cắt hình cầu theo một hình tròn có bán kính là r. Dễ dàng có $\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{\frac{p}{2}}{p} = \frac{1}{2} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{2}R^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{R^2}{2}} = R\sqrt{\frac{1}{2}}$

Thay R từ (*) ta có $r = \sqrt{\frac{p}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{p}{2\pi}}$. Đáp án D đúng

270. Gọi khoảng cách từ tâm cầu đến mặt phẳng là d, ta có: $d^2 = R^2 - r^2$

R = 2m. Ta phải tìm r.

r chính là bán kính của hình tròn tạo ra do mặt phẳng cắt hình cầu, nên ta có $2\pi r = 2{,}4\pi m \Rightarrow r = \frac{2{,}4\pi}{2\pi} = 1{,}2$ (m)

Vậy $d^2 = 2^2 - (1{,}2)^2 = 4 - 1{,}44 = 2{,}56 \Rightarrow d = \sqrt{2{,}56} = 1{,}6m$

Đáp án A đúng

271. Gọi (x_M, y_M), $(x_N; y_N)$, $(x_p; y_p)$ lần lượt là toạ độ điểm M, N, P của ΔMNP

Do M_3 (3; 4) là trung điểm của cạnh MN nên ta có

$$x_M + x_N = 6; \quad y_M + y_N = 8$$

Cũng làm tương tự như trên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_M + x_N = 6 \\ x_M + x_P = 4 \\ x_N + x_P = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_M + y_N = 8 \\ y_M + y_P = 6 \\ y_N + y_P = 4 \end{cases}$$

Giải hai hệ phương trình này ta được

$$\begin{cases} x_M = 4, \\ x_N = 2, \\ x_P = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} y_M = 5 \\ y_N = 3 \\ y_P = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ M = (4; 5), N (2; 3), P (0; 1). Đáp án A đúng

272. $\overrightarrow{AB}$ = (-2; 1) nên vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n}$ =(1; 2)

Vậy phương trình của đường thẳng AB là:

$$1.(x + 1) + 2(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$$

Đáp án B đúng

273. Đường thẳng (d) đi qua điểm M (3; 0) và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ = (1; 2). Vậy vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d): $\vec{n}$ = (2; -1) và nó đi qua điểm M nên có phương trình tổng quát là:

$$2(x - 3) - 1(y - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 6 = 0$$

Đáp án A đúng

274. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d) là $\vec{n}$ = (3; 2) nên vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}$ (2; -3) và (d) đi qua điểm M(1; 1) nên phương trình tham số của (d) là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$

Đáp án D đúng

275. Gọi (d') là đường thẳng đi qua M vuông góc với (d), nên $\vec{n}$ của (d) là vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của (d') $\Rightarrow$ $\vec{u}$ = (1; -2). Vậy phương trình của (d):

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

Toạ độ điểm M' là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases}$$

Ta có. $1 + t - 2(2 - 2t) - 2 = 0 \Leftrightarrow 5t = 5 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M' = (2; 0)$.

Đáp án B đúng

276. Phương trình đường thẳng (d') qua M(1; -2) và vuông góc với (d)

(d'): $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 2t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$

Gọi H là giao điểm của (d) và (d') thì tọa độ của H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ 3x + 2y - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow H = (4; 0)$$

Dễ dàng có H là trung điểm của MM' nên toạ độ của M' = (7; 2).

Đáp án A đúng

277. Giả sử A là giao của (d_1) và (d_2). Vậy toạ độ của A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy A = (1; 2)

Tương tự toạ độ của B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 19 + 4t \\ y = -t \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \\ t = -4 \end{cases}$$

Vậy B = (3; 4); C = (-1; 5)

Gọi toạ độ của G là (x; y), ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

$\Rightarrow (1 - x; 2 - y) + (3 - x; 4 - y) + (-1 - x; 5 - y) = (0; 0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x + 3 - x + (-1 - x) = 0 \\ 2 - y + 4 - y + 5 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{11}{3} \end{cases}$$

Vậy $G = \left(1; \dfrac{11}{3}\right)$

Đáp án B đúng

278. Toạ độ ba đỉnh của ΔABC là: A(1; 2), B(3; 4), C(-1; 5). Khi đó phương trình các cạnh của ΔABC là

AB: x - y + 1 = 0, AC: 3x + 2y - 7 = BC: $\begin{cases} x = 19 + 4t \\ y = -t \end{cases}$

Đường cao (AH) đi qua A và vuông góc với BC, nên vectơ chỉ phương của BC, chính là vectơ pháp tuyến của AH $\Rightarrow \overrightarrow{n_{AH}} = (4; -1)$. Vậy phương trình đường cao (AH): $4(x - 1) - (y - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow 4x - y - 2 = 0$$

Phương trình đường cao (BH): $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Vậy toạ độ trực tâm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 + 2t \\ 4x - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{14}{5} \end{matrix} \Rightarrow H\left(\frac{6}{5}; \frac{14}{5}\right)$$

Đáp án A đúng

279. Toạ độ đỉnh C là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ x + 3y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$$

Gọi toạ độ đỉnh A, B lần lượt là $(x_A; y_A)$, $(x_B; y_B)$

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_A + x_B = -2 \\ y_A + y_B = 2 \\ 2x_A + y_A - 2 = 0 \\ x_B + 3y_B - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 1 \\ y_A = 0 \\ x_B = -3 \\ y_B = 2 \end{cases}$$

Vậy A (1; 0), B (-3; 2)

$\overrightarrow{AB} = (-4; 2)$ mà $CH \perp AB$ nên vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ pháp của đường cao CH. Vậy phương trình của CH là:

$$-4\left(x - \frac{3}{5}\right) + 2\left(y - \frac{4}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow -20x + 10y + 4 = 0$$

hay $10x - 5y - 2 = 0$

Đáp án B đúng

280. Có nhiều cách tính diện tích ΔABC. Ở đây ta trình bày một cách.

$\overrightarrow{AB} = (-4; 2)$ nên vectơ pháp tuyến của đường thẳng chứa cạnh AB là $\vec{n} = (2; 4)$. Vậy phương trình cạnh (AB):

$2(x - 1) + 4y = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - 2 = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 1 = 0$

Khoảng cách từ C đến AB chính là độ dài đường cao CH nên

$$d(C; AB) = \frac{\left|\frac{3}{5} + \frac{8}{5} - 1\right|}{\sqrt{5}} = \frac{6}{5\sqrt{5}}$$

$\overrightarrow{AB} = (-4; 2) \Rightarrow AB = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Diện tích $\Delta ABC = \frac{1}{2} AB.CH$

$$= \frac{1}{2} . 2\sqrt{5} . \frac{6}{5\sqrt{5}} = \frac{6}{5} \text{ (đvdt)}$$

Đáp án C đúng

281. Phương trình đoạn chắn:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Đường thẳng đi qua điểm A(8; 6) và tạo với hai trục một tam giác có diện tích là 12, nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{8}{a} + \frac{6}{b} = 1 & (1) \\ |ab| = 24 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) ta có $\frac{6}{b} = 1 - \frac{8}{a} \Leftrightarrow b = \frac{6a}{a - 8}$

Thay vào (2), ta có $\left|\frac{6a}{a-8} . a\right| = 24 \Leftrightarrow a^2 = 4|a - 8|$

- Nếu $a > 8 \Rightarrow a^2 - 4a + 32 = 0$, phương trình vô nghiệm
- Nếu $a < 8 \Rightarrow a^2 + 4a - 32 = 0 \Leftrightarrow a = 4, a = -8$

$\Rightarrow b = -6; b = 3$

Ta có hai đường thẳng thoả mãn điều kiện bài toán

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1 \text{ và } \frac{-x}{8} + \frac{y}{3} = 1$$

Đáp án D đúng

282. Phương trình đường tròn đã cho viết theo dạng chính tắc là:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

Vậy tâm I (1; -2) và bán kính R = 2.

Đáp án D đúng

283. Dễ dàng tìm được toạ độ các điểm A(5; 3), B(2; 0), C(7; 1)

Gọi M là trung điểm của AB thì $M = \left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Gọi N là trung điểm của AC thì N = (6; 2)

Phương trình trung trực của đoạn thẳng AB:

$$x + y - 5 = 0$$

Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AC:

$$x - y - 4 = 0$$

Toạ độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases}$$

$$I\left(\frac{9}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

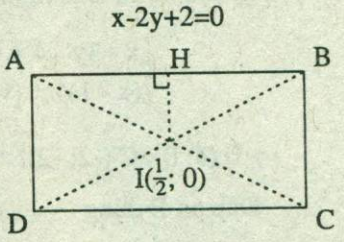
$$R^2 = \left(\frac{9}{2} - 5\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 3\right)^2 = \frac{26}{4}$$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là:

$$\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{26}{4}$$

Đáp án C đúng

284. $IH = d(I, AB) = \dfrac{\left|\frac{1}{2} - 0 + 2\right|}{\sqrt{5}} = \dfrac{5}{2\sqrt{5}}$



Hình 42

Dễ dàng có $AH = AD = 2IH = \sqrt{5}$

Trong tam giác vuông AHI ta có:

$$IA^2 = IH^2 + AH^2 = \frac{25}{20} + 5 = \frac{125}{20}$$

Vậy A; B nằm trên đường tròn $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{125}{20}$

Do đó toạ độ của A, B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{125}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

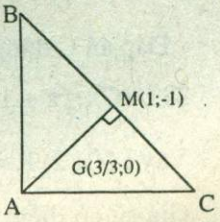
A có toạ độ âm nên A (-2; 0), B (2; 2).

Đáp án A đúng

285. Gọi tọa độ của đỉnh A (x; y)

$$\overrightarrow{AG} = \left(\frac{2}{3} - x; -y\right)$$

$$\overrightarrow{GM} = \left(\frac{1}{3}; -1\right)$$



Hình 43.

Dễ dàng có $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM}$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{matrix} \frac{2}{3} - x = \frac{2}{3} \\ -y = -2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A\ (0; 2)$$

$\overrightarrow{AM} = (1; -3) \Rightarrow AM = \sqrt{10}$

Phương trình đường thẳng BC: $1.(x - 1) - 3.(y + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow x - 3y - 4 = 0$$

Đường tròn tâm I (1; -1) có bán kính R = AM đi qua B, C có phương trình $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 10$

Vậy tọa độ B, C là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 3y - 4 = 0 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}, \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ B (4; 0), C (-2; -2).

Đáp án B đúng

286. Ta đã biết quỹ tích tâm các đường tròn đi qua hai điểm A(1; 2), B(3; 0) là đường thẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Gọi M là trung điểm của AB thì M = (2; 1). $\overrightarrow{AB}$ = (2; -2) = 2(1; -1)

Vậy phương trình đường trung trực của AB là:

Δ: 1. (x - 2) - 1(y - 1) = 0 $\Leftrightarrow$ x - y - 1 = 0

Toạ độ tâm I của đường tròn là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - 10 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow I\,(4; 3)$$

$R^2 = IA^2 = (4 - 1)^2 + (3 - 2)^2 = 10$

Do đó phương trình đường tròn cần tìm là:

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 10$$

Đáp án C đúng

287. (C): $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$

Vậy I (-1; 2) R = $\sqrt{5}$

Giả sử có điểm M $\in$ d kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB với (C), A, B là tiếp điểm và $\widehat{AMB} = 60^0 \Rightarrow \widehat{AMI} = 30^o$

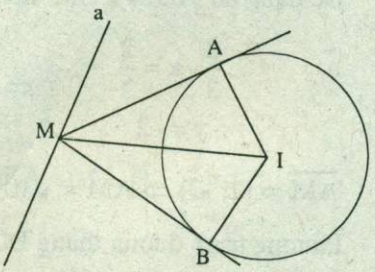
$\Rightarrow$ IM = 2IA = 2R = $2\sqrt{5}$

$\Rightarrow$ M nằm trên đường tròn

$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$

Do đó toạ độ của điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = 20 \end{cases}$$



Hình 44

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = -2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thoả mãn điều kiện bài toán

M (3; 4), M' (-3; -2)

Đáp án D đúng

288. Dễ dàng $\widehat{API} = 30^0 \Rightarrow PI = 2IA$

(C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \Rightarrow I(1; -2), R = 3 \Rightarrow PI = 6$

Để trên d có một điểm P duy nhất mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến PA, PB và ΔPAB đều thì đường tròn (I; IP) tiếp xúc với (d) hay khoảng cách từ I đến d bằng PI = 6.

Vậy ta có $\dfrac{|3+8+m|}{5} = 6 \Leftrightarrow |11+m| = 30$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 11 + m = 30 \\ 11 + m = -30 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} m = 19 \\ m = -41 \end{bmatrix}$$

Đáp án C đúng

289. Đặt các vectơ cơ sở: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$

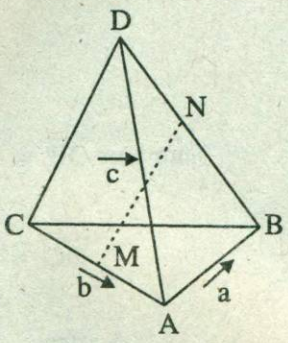
hiển nhiên: $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = d$

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$

$$= -\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})$$

$$= -\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{c} - \vec{a})$$

$$= \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - \vec{b})$$



Hình 45

$$MN^2 = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{a^2} + \overrightarrow{c^2} + \overrightarrow{b^2} + 2\overrightarrow{ac} - 2\overrightarrow{ab} - 2\overrightarrow{bc}\right) = \frac{1}{2}d^2$$

$MN = \dfrac{d\sqrt{2}}{2}$. Đáp án B đúng

290. $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AB} = \left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|.\cos\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{AB}\right)$

Ta đã biết $\left|\overrightarrow{MN}\right| = \frac{d\sqrt{2}}{2}$, $\overrightarrow{AB} = d$

Mà $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}\right).\vec{a} = \frac{1}{2}\left(\vec{a}^2-\vec{a}\vec{b}+\vec{a}\vec{c}\right) = \frac{1}{2}d^2$

Vậy $\cos\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{AB}\right) = \dfrac{\frac{1}{2}d^2}{\frac{d^2\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{AB}\right) = 45^0$

Đáp án C đúng

291. Chứng minh tương tự như câu 290 ta được $\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{AC}\right) = 90^0$

$\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{BD}\right) = 90^0$

Đáp án D đúng

292. Nếu A', B', C', D' đồng phẳng thì ta luôn luôn có p, q, r với p+q+r=1 thoả mãn $\overrightarrow{OA'} = p\overrightarrow{OB'} + q\overrightarrow{OC'} + r\overrightarrow{OD'}$ (1)

Từ đầu bài cho $\overrightarrow{A'A} = k\overrightarrow{A'B} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OA'} = k(\overrightarrow{OB'} - \overrightarrow{OA'})$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA'} = \frac{\overrightarrow{OA} - k\overrightarrow{OB}}{1-k}$$

Tương tự $\overrightarrow{OB'} = \dfrac{\overrightarrow{OB} - k\overrightarrow{OC}}{1-k}$

$$\overrightarrow{OC'} = \frac{\overrightarrow{OC} - k\overrightarrow{OD}}{1-k}$$

$$\overrightarrow{OD'} = \frac{\overrightarrow{OD} - k\overrightarrow{OA}}{1-k} \qquad (2)$$

Ta sử dụng (2) và chọn O ≡ A ta có

$$(1) \Leftrightarrow \frac{-k\overrightarrow{AB}}{1-k} = p.\frac{\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}}{1-k} + q.\frac{\overrightarrow{AC} - k\overrightarrow{AD}}{1-k} + r\frac{\overrightarrow{AD}}{1-k}$$

$$\Leftrightarrow (p+k)\overrightarrow{AB} + (q-pk)\overrightarrow{AC} + (1-p-q-qk)\overrightarrow{AD} = \vec{0}$$

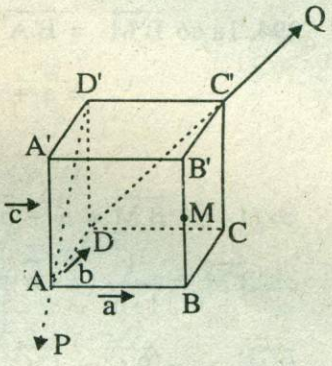
$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ là 3 véctơ không đồng phẳng nên:

$$\begin{cases} p + k = 0 \\ q - pk = 0 \\ 1 - p - q - qk = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -k \\ q = pk = -k^2 \\ 1 + k + k^2 + k^3 = 0 \end{cases}$$

Vậy ta có $1 + k + k^2 + k^3 = 0 \Leftrightarrow (k^2 + 1)(k + 1) = 0 \Leftrightarrow k = -1$

Đáp án B đúng

293. Đặt vectơ cơ sở $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$, ta có:



Hình 46.

$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 3$ và $\vec{a}.\vec{b} = 0$,

$\vec{a}.\vec{c} = 0$, $\vec{b}.\vec{c} = 0$

Gọi M là trung điểm của BB' ta có

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$$

$$= \overrightarrow{AD'} + \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

$$= \vec{c} + \vec{b} + \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

$$= \vec{a} + \vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$$

$$\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'Q}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{b} - \overrightarrow{C'D} \qquad = \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{b} - \overrightarrow{C'D}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{b} - (-\vec{c} - \vec{a})$$

$$= \vec{a} + \vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$$

Vậy $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MQ} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PM}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} = 2(\vec{a} + \vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c})$$

$\Rightarrow \overrightarrow{PQ}^2 = 4(\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \frac{9}{4}\vec{c}^2 + 2\vec{a}\,\vec{b} + 3\vec{a}\,\vec{c} + 3\vec{b}\,\vec{c})$

$= 4(9 + 9 + \frac{81}{4})$

$\overrightarrow{PQ}^2 = 153 \Rightarrow PQ = \sqrt{153} = 3\sqrt{17}$

Đáp án C đúng

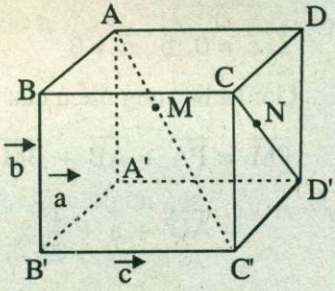
294. Ta có $\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AM}$

$= \vec{a} + \vec{b} - \overrightarrow{MA} = \vec{a} + \vec{b} - m\overrightarrow{MC'}$

$= \vec{a} + \vec{b} - m(\overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{B'M})$

$\Leftrightarrow (1 - m)\overrightarrow{B'M} = \vec{a} + \vec{b} - m\vec{c}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{B'M} = \frac{1}{1-m}(\vec{a} + \vec{b} - m\vec{c})$



Hình 47

$\overrightarrow{B'N} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{CN}$

$= \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'C} - \overrightarrow{NC}$

$= \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'C} - n\overrightarrow{ND'}$

$= \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'C} - n(\overrightarrow{B'D'} - \overrightarrow{B'N})$

$\Rightarrow (1 - n)\overrightarrow{B'N} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'C} - n\overrightarrow{B'D'}$

$= \vec{c} + \vec{b} - n(\vec{a} + \vec{c})$

$\overrightarrow{B'N} = \frac{1}{1-n}\left[\vec{b} - n\vec{a} + (1 - n)\vec{c}\right]$

Vậy $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{B'N} - \overrightarrow{B'M}$

$= -\left(\frac{n}{1-n} + \frac{1}{1-m}\right)\vec{a} + \left(\frac{1}{1-n} - \frac{1}{1-m}\right)\vec{b} + \frac{1}{1-m}\vec{c}$ (1)

$\overrightarrow{B'D} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

$MN // B'D \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = p\overrightarrow{B'D} = p(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ (2)

Do $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng bằng từ (1) và (2) cho ta

$$p = -\left(\frac{n}{1-n} + \frac{1}{1-m}\right) = \frac{1}{1-n} - \frac{1}{1-m} = \frac{1}{1-m} \Rightarrow m = -3, n = -1$$

Vậy đáp án D đúng

295. Trên mp Oxy thì độ cao z = 0, nên toạ độ hình chiếu điểm M(1; -3; -5) trên mp Oxy là M' (1; -3; 0)

Đáp án B đúng

296. Toạ độ điểm M' đối xứng với M qua trục tung là: M' (3; 2; 1)

Đáp án C đúng

297. M' (-3; 2; -1)

Đáp án A đúng

298. Gọi M là trung điểm của AC thì M(0; y; 0)

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{2}(x_A + x_C) \\ y = \frac{1}{2}(y_A + y_C) \\ 0 = \frac{1}{2}(z_A + z_C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 + x_C = 0 \\ 2 + z_C = 0 \\ y = \frac{1}{2}(y_A + y_C) \end{cases}$$

$\Rightarrow C(4; y; -2)$

Gọi N là trung điểm của BC thì N (x; 0; z)

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(x_B + x_C) \\ 0 = \frac{1}{2}(y_B + y_C) \\ z = \frac{1}{2}(z_B + z_C) \end{cases} \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}(5 + y_C) \Rightarrow y_C = -5$$

$\Rightarrow C(4; -5; -2)$

Đáp án D đúng

299. Gọi thể tích của khối tứ diện ABCD là V_{ABCD} thì:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{BD}\right|$$

$\overrightarrow{BA} = (-2; 2; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (2; 2; 9)$, $\overrightarrow{BD} = (-9; -5; 10)$

$$[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}] = \left(\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 9 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}\right)$$

$$= (12; 24; -8)$$

$$\left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{BD}\right| = \left|(12; 24; -8).(-9; -5; 10)\right| = \left|(-108) + (-120) + (-80)\right|$$

$$= 308$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}.308 = \frac{154}{3} \text{ (đvtt)}$$

$$S_{BAC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right]\right|$$

Mà $\left|\left[\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right]\right| = \sqrt{(12)^2 + 24^2 (-8)^2} = 28$

Vậy $S_{BAC} = 14$

Ta đã biết $V_{ABCD} = \frac{1}{3}Bh$ (ở đây $B = S_{BAC} = 14$ h là đường cao của tứ diện ABCVD kẻ từ D đến mặt (ABC))

Vậy $h = 3V_{ABCD} : B$

$= 154 : 14 = 11$ (đvd)

Đáp án A đúng

300. Từ phương trình tổng quát suy ra

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}z + 3$$

Đặt $x = t$, $z = s$ ta có

$$\begin{cases} x = t \\ y = 3 + \frac{3}{2}t + \frac{5}{2}s \\ z = s \end{cases} \qquad (t, s \in \mathbb{R})$$

Đáp án A đúng

301. Từ phương trình tham số của (P) ta biết (P) đi qua điểm $M_0(0;2;1)$ và hai vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 1)$ và $\vec{v} = (-1; -1; 2)$. Vậy vectơ pháp $\vec{n}$ của (P) là:

$$\vec{n} = \left(\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}\right) = (-3; 5; 1)$$

Vậy phương trình tổng quát của (P) là:

$-3(x - 0) + 5(y - 2) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow -3x + 5y + z - 11 = 0$

hay $3x - 5y - z + 11 = 0$

Đáp án B đúng

302. (ABC): $6x + 3y + 2z - 6 = 0 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z = 6$

$\Leftrightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ (Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn)

$\Rightarrow A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$

Vậy $\overrightarrow{OA} = (1; 0; 0)$, $\overrightarrow{OB} = (0; 2; 0)$; $\overrightarrow{OC} = (0; 0; 3)$

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right]\overrightarrow{OC}\right|$

$\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right] = (0; 0; 2)$

$\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right]. \overrightarrow{OC} = (0; 0; 2). (0; 0; 3) = 6$

Do đó $V_{OABC} = \frac{1}{6}. 6 = 1$ (đvtt).

Đáp án C đúng

303. Sử dụng kết quả của câu 302 ta có: A (1; 0; 0), B (0; 2; 0), C (0; 0; 3)

Gọi M là trung điểm của OC thì $M = \left(\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$. Tập hợp các tâm mặt cầu cách đều O và C là mặt phẳng (α) trung trực của đoạn thẳng OC, mặt phẳng (α) đi qua M và nhận $\overrightarrow{OC} = (0; 0; 3)$ làm vectơ pháp tuyến nên

$$(\alpha) = 3\left(z - \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 6z - 9 = 0$$

Tập hợp các tâm mặt cầu đi qua O, A, B là đường thẳng (Δ) qua trung điểm của đoạn thẳng AB và vuông góc với mp xoy. Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $N = \left(\frac{1}{2}; 1; 0\right)$, Δ // 0z mà $\overrightarrow{Oz} = (0; 0; 1)$

Vậy phương trình của (Δ): $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + 0t \\ y = 1 + 0t \\ z = 0 + t \end{cases}$

Do đó toạ độ tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 6z - 9 = 0 \\ x = \frac{1}{2} + 0t \\ y = 1 + 0t \\ z = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \\ z = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$$

$$R^2 = IA^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (0 - 1)^2 + \left(0 - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}$$

Vậy phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC là:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}$$

Đáp án D đúng.

304. Vectơ chỉ phương của (d) là: $\vec{u} = \left(\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\right)$

$= (-5; 2; 3)$

Mặt phẳng (α) đi qua M (7; 0; 0) và vuông góc với (d) nên nhận $\vec{u}$ (-5; 2; 3) làm vectơ pháp tuyến, suy ra (α) $-5(x - 7) + 2y + 3z = 0$

$$\Leftrightarrow -5x + 2y + 3z + 35 = 0$$

Toạ độ hình chiếu M' của điểm M trên (d) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 1 = 0 \\ x + y + z + 2 = 0 \\ -5x + 2y + 3z + 35 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow M'(4; -3; -3)$$

Đáp án A đúng

305. Trước hết phải xét xem vị trí tương đối của hai đường thẳng. Dễ dàng thấy $\overrightarrow{u_\Delta} \neq k\overrightarrow{u_{\Delta'}}$ (hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng không cộng tuyến)

(Δ) và (Δ') cắt nhau thì hệ phương tình sau có một nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 & (1) \\ x - y + z - 1 = 0 & (2) \\ 3x + y - z + 3 = 0 & (3) \\ 2x - y + 1 = 0 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế của (1) và (4) ta có $4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$. Thế $x = -\frac{1}{2}$ vào (1) ta được y = 0. Thế $x = -\frac{1}{2}$, y = 0 vào (2), (3) ta đều được $z = \frac{3}{2}$. Vậy nghiệm của hệ là:

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = 0 \\ z = \frac{3}{2} \end{cases}$$

suy ra (Δ) cắt (Δ') tại $M_0(-\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{2})$

Vậy mặt phẳng α là tồn tại và duy nhất.

Như vậy mặt phẳng α có hai vectơ chỉ phương đó là hai vectơ chỉ phương của (Δ) và (Δ') là:

$$\vec{u} = \left(\begin{vmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}\right) = (1; -2; -3)$$

$$\vec{v} = \left(\begin{vmatrix}1 & -1\\ -1 & 0\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}-1 & 3\\ 0 & 2\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}3 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix}\right) = (-1; -2; -5)$$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α):

$$\vec{n} = \left[\vec{u}, \vec{v}\right] = \left(\begin{vmatrix}-2 & -3\\ -2 & -5\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}-3 & 1\\ -5 & -1\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}1 & -2\\ -1 & -2\end{vmatrix}\right) = (4; 8; -4)$$

Mặt phẳng (α) qua điểm $M_0(-\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{2})$ nên phương trình của (α):

$$4(x+\frac{1}{2}) + 8y - 4(z - \frac{3}{2}) = 0$$

$$4x + 8y - 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z + 2 = 0$$

Đáp án B đúng

306. Mặt phẳng (α) phải tìm thuộc chùm mặt phẳng

$$m(x - 3y + 7z + 36) + n(2x + y - z - 15) = 0 \quad (m^2 + n^2 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow (m + 2n)x + (-3m + n)y + (7m - n)z + (36m - 15n) = 0$$

$$d(O, \alpha) = \frac{|36m - 15n|}{\sqrt{(m + 2n)^2 + (-3m + n)^2 + (7m - n)^2}} = 3$$

$$\Leftrightarrow 85m^2 + 19n^2 - 104mn = 0, \text{ do } m^2 + n^2 \neq 0 \text{ giải sử } n \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 85\left(\frac{m}{n}\right)^2 - 104\frac{m}{n} + 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{n} = 1 \\ \frac{m}{n} = \frac{19}{85} \end{cases}$$

Chọn $m = n = 1$ ta có phương trình phải tìm:

$3x - 2y + 6z + 21 = 0$

Chọn m = 19, n = 85 ta có phương trình phải tìm

$189x + 28y + 48z - 591 = 0$

Đáp án D đúng

307. Đường thẳng đã cho thuộc chùm mặt phẳng:

$$m(5x - 4y - 2z - 5) + n(x + 2z - 2) = 0 \quad (m^2 + n^2 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow \quad (5m + n)x - 4my + (-2m + 2n)z + (-5m - 2n) = 0 \ (\beta) \ (*)$$

Hình chiếu của đường thẳng (Δ) trên mp (α) là giao của mặt phẳng (β) chứa (Δ) vuông góc với (α) và mặt phẳng (α)

$(\beta) \perp (\alpha) \Rightarrow \overrightarrow{n_\beta} \perp \overrightarrow{n_\alpha}$ mà $\overrightarrow{n_\alpha} = (2; -1; 1)$

$$\overrightarrow{n_\beta} = (5m + n; -4m; -2m + 2n)$$

$\Rightarrow 2(5m + n) - 1(-4m) + 1.(-2m + 2n) = 0$

$\Leftrightarrow 3m = -n$. Chọn $m = -1 \Rightarrow n = 3$

Thay vào (*) ta được mp (β): $-2x + 4y + 8z - 1 = 0$

Vậy hình chiếu của đường thẳng (Δ) trên (α) là

$$\begin{cases} -2x + 4y + 8z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

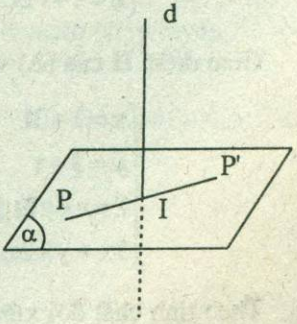
Đáp án A đúng

308. Vectơ chỉ phương của (Δ):

$$\overrightarrow{u} = \left(\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right)$$

$= (6; -6; 3)$

Mặt phẳng (α) qua P(4; 1; 6) và vuông góc với Δ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{u} = (6; -6; 3)$.



Hình 48

Vậy phương trình (α): $6(x - 4) - 6(y - 1) + 3(z - 6) = 0$

$\Leftrightarrow 6x - 6y + 3z - 36 = 0$

$\Leftrightarrow 2x - 2y + z - 12 = 0$

Tọa độ giao điểm I của (Δ) và (α) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0 \\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \\ 2x - 2y + z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow I\,(3; -1; 4)$$

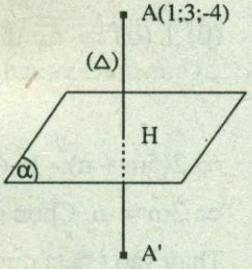
Theo tính chất đối xứng thì I là trung điểm của PP'. Theo công thức toạ độ trung điểm ta có:

$$\begin{cases} x_{P'} = 2x_I - x_P \\ y_{P'} = 2y_I - y_P \\ z_{P'} = 2z_I - z_P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_{P'} = 2 \\ y_{P'} = -3 \\ z_{P'} = 2 \end{matrix} \Rightarrow P'\,(2; -3; 2)$$

Đáp án B đúng

309. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α), $\vec{n} = (3; 1; -2)$. Qua điểm A dựng đường thẳng (Δ) vuông góc với (α). Vậy vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của (Δ) là vectơ pháp của (α):

$$\vec{u} = \vec{n} = (3; 1; -2)$$



Hình 49

Đường thẳng (Δ) đi qua A nên có phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 + t \\ z = -4 - 2t \end{cases}$$

Giao điểm H của (Δ) và (α) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 + t \\ z = -4 - 2t \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = -2 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow H\,(-2; 2; -2)$$

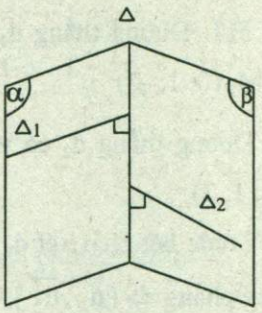
Theo tính chất đối xứng thì H là trung điểm của AA' nên dễ dàng tính được tọa độ của A' = (-5; 1; 0)

Đáp án C đúng

310. Vectơ chỉ phương của

Δ_1: $\vec{u_1} = (1; 2; -1)$

Δ_2: $\vec{u_2} = (-7; 2; 3)$



Hình 50

Gọi vectơ chỉ phương của Δ (là đường vuông góc chung của Δ_1, Δ_2)

$$\vec{u} = [\vec{u_1}, \vec{u_2}]$$

Vậy $\vec{u} = \left(\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -7 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -7 & 2 \end{vmatrix}\right) = (8; 4; 16)$

Mặt phẳng α chứa Δ_1 và Δ nên có hai vectơ chỉ phương

$\vec{u_1} = (1; 2; -1)$ và $\vec{u} = (8; 4; 16)$ và đi qua điểm (7; 3; 3)

Vậy $\vec{n_\alpha} = \left[\vec{u_1}, \vec{u}\right] = \left(\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 16 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 16 & 8 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}\right) = (36; -24; -12)$

Phương trình của (α): $36(x - 7) - 24(y - 3) - 12(z-3) = 0$

$\Leftrightarrow 3(x - 7) - 2(y -3) - (z - 3) = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 2y - z - 12 = 0$

Mặt phẳng β chứa Δ_2 và Δ có hai vectơ chỉ phương

$\vec{u_2} = (-7; 2; 3)$ và $\vec{u} = (8; 4; 16)$ nên có vectơ pháp tuyến

$\vec{n_\beta} = \left(\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 16 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 16 & 8 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}\right) = (20; 136; -44) = 4(5; 34; -11)$

(β) đi qua điểm (3; 1; 1) nên có phương trình

$5(x - 3) + 34(y - 1) - 11(z - 1) = 0$

$5x + 34y - 11z - 38 = 0$

Vậy phương trình của đường thẳng (Δ) là:

$$\begin{cases} 3x - 2y - z - 12 = 0 \\ 5x + 34y - 11z - 38 = 0 \end{cases}$$

Đáp án D đúng

311. Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}$ = (2; -1; 1) và đi qua điểm M_1 (0; 1; -2)

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}$ = (2; 1; 0) và đi qua điểm M_2(-1; 1; 3)

Trước hết phải xét d_1 và d_2 có đồng phẳng hay không. Ta đã biết d_1 và d_2 đồng phẳng $\Rightarrow [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}]. \overrightarrow{M_1M_2} = 0$

Mà $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = \left(\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}\right) = (-1; 2; 4)$

$\overrightarrow{M_1M_2} = (-1; 0; 5)$

Vậy $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}]. \overrightarrow{M_1M_2} = (-1; 2; 4). (-1; 0; 5)$

$= 1 + 20 \neq 0.$

Suy ra d_1 và d_2 chéo nhau.

Đáp án A đúng

312. Khoảng cách giữa hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) là khoảng cách giữa một điểm của đường thẳng (Δ_2) đến mặt chứa đường thẳng (Δ_1) và song song với đường thẳng (Δ_2)

Phương trình tham số của Δ_1, Δ_2 là:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \qquad M_1 (0; 4; -1)$$

$$\Delta_2: \begin{cases} x = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases} \qquad M_2 (\frac{2}{3}; 0; -2)$$

Gọi mặt phẳng (α) chứa Δ_1 và song song $\Delta_2 \Rightarrow (\alpha)$ có hai vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}$ = (1; -1; 2) và $\overrightarrow{u_2} = (-\frac{1}{3}; 1; 1)$

Vậy $\overrightarrow{n_\alpha} = \left(\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -\frac{1}{3}\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}1 & -1\\ -\frac{1}{3} & 1\end{vmatrix}\right) = (-3; -1\frac{2}{3}; \frac{2}{3})$

$= -\frac{1}{3}(9; 5; -2)$

Mặt phẳng (α) lại chứa điểm (0; 4 -1) nên có phương trình:

(α): $9x + 5(y - 4) - 2(y + 1) = 0$

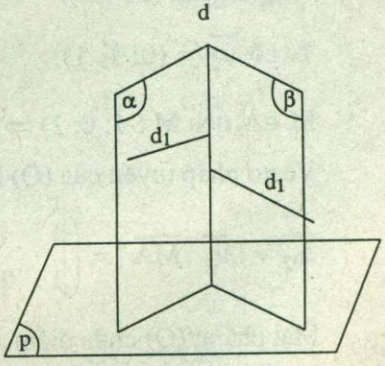
$\Leftrightarrow 9x + 5y - 2z - 22 = 0$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau (Δ_1), (Δ_2) là khoảng cách giữa $M_2(\frac{2}{3}; 0; -2)$ đến (α)

$$d(M_2, \alpha) = \frac{|6 + 4 - 22|}{\sqrt{81 + 25 + 4}} = \frac{12}{\sqrt{110}} = \frac{12\sqrt{110}}{110} = \frac{6\sqrt{110}}{55}$$

Đáp án A đúng (HS tự chứng minh (Δ_1), (Δ_2) là hai đường thẳng chéo nhau).

313. Trong hình học không gian ta đã biết nếu $\alpha \perp (P)$ và $\beta \perp (P)$ mà $d = \alpha \cap \beta$ thì $d \perp (P)$ (hình 51)



Hình 51

Mặt phẳng α chứa d_1 và vuông góc với P có hai vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (2; -1; 1)$ và $\overrightarrow{u_2} = (7; 1; -4)$ (vì $\alpha \perp (p)$ thì $\overrightarrow{n_P}$ là vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}$ của α)

Vậy $\overrightarrow{n_\alpha} = \left(\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 1 & -4\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}1 & 2\\ -4 & 7\end{vmatrix}; \begin{vmatrix}2 & -1\\ 7 & 1\end{vmatrix}\right) = (3; 15; 9) = 3(1; 5; 3)$

Mặt phẳng α đi qua điểm $M_1(0; 1; -2)$. Vậy mp α có phương trình:

$1.(x - 0) + 5(y - 1) + 3(z + 2) = 0$

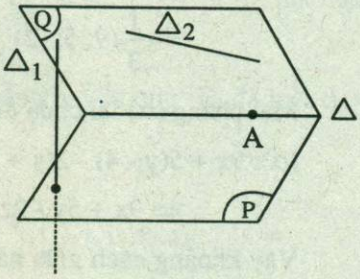
$\Leftrightarrow \quad x + 5y + 3z + 1 = 0$

Tương tự phương trình của mặt phẳng β là: $4x - 8y + 5z - 3 = 0$

Vậy phương trình của đường thẳng (d): $\begin{cases} x + 5y + 3z + 1 = 0 \\ 4x - 8y + 5z - 3 = 0 \end{cases}$

Đáp án C đúng

314. Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng P và Q (hình 52). Mặt phẳng $P \perp \Delta_1$ và đi qua A (0; 1; 2) nên $\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{u_1}$ ($\overrightarrow{u_1}$ = (3; 1; 1) là vectơ chỉ phương của Δ_1). Vậy phương trình của mặt phẳng (P):



Hình 52

$3(x - 0) + 1.(y - 1) + 1.(z - 2) = 0$

$\Leftrightarrow \quad 3x + y + z - 3 = 0$

Mặt phẳng Q chứa Δ_2 và đi qua A (0; 1; 2). Vậy Q có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}$ ($\overrightarrow{u_2}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2) và vectơ $\overrightarrow{MA}$ là vectơ chỉ phương thứ hai ($M \in \Delta_2$)

Ta có $\overrightarrow{u_2}$ = (0; 1; 1)

$M \in \Delta_2$ nên M (-1; 0; 1) $\Rightarrow \overrightarrow{MA}$ = (1; 1; 0)

Vectơ pháp tuyến của (Q) là

$$\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{MA}] = \left(\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-1; 1; -1)$$

Mặt phẳng (Q) chứa điểm A (0; 1; 2)

nên phương trình của mặt phẳng (Q) là:

$-1(x - 0) + 1.(y - 1) - 1(z - 2) = 0$

$\Leftrightarrow -x + y - z + 1 = 0 \Leftrightarrow x - y + z - 1 = 0$

Vậy phương trình đường thẳng (Δ) phải tìm là:

$$\begin{cases} 3x + y + z - 3 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

Đáp án C đúng

ĐÁP ÁN

ĐỀ 1

Phần chung cho mọi thí sinh

Câu 1	A	Câu 11	B	Câu 21	A	Câu 31	A
Câu 2	D	Câu 12	A	Câu 22	C	Câu 32	C
Câu 3	C	Câu 13	B	Câu 23	a→2 b→3 c→5	Câu 33	B
Câu 4	D	Câu 14	C	Câu 24	A	Câu 24	D
Câu 5	B	Câu 15	B	Câu 25	A	Câu 35	C
Câu 6	A	- 16	A	Câu 26	C	Câu 36	C
Câu 7	D	- 17	A	Câu 27	C	Câu 37	D
Câu 8	C	- 18	C	Câu 28	A	Câu 38	B
Câu 9	D	- 19	A	Câu 29	D	Câu 39	C
Câu 10	C	- 20	D	Câu 30	B	Câu 40	A

Phần dành cho học sinh không phân ban

Câu 1	B	Câu 2	D	Câu 3	D	Câu 4	C
Câu 5	B	Câu 6	A	Câu 7	A	Câu 8	A
Câu 9	B	Câu 10	C				

Phần dành cho học sinh phân ban

Câu 1	B	Câu 2	D	Câu 3	B	Câu 4	A
Câu 5	B	Câu 6	D	Câu7	C	Câu 8	A
Câu 9	A	Câu 10	D				

Phần chung

1. $f(x) = \dfrac{2x+5}{x^3 - 3x^2 + 2x}$

TXĐ: $x^3 - 3x^2 + 2x = x(x^2 - 3x + 2) = x(x - 1)(x - 2) \neq 0$

Vậy $D = R\backslash\{0; 1; 2\}$

Đáp án (A)

2. $y = x^2 + \dfrac{x^2 - 4x}{x - 4} = x^2 + x$ với $x \neq 4 \Rightarrow y' = 2x + 1$ với $x \neq 4$.

Đáp án (D)

3. $y = x^3$ và $y = 4x \Rightarrow x^3 = 4x \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0$

Đáp án (C)

Hai đồ thị gặp nhau tại (0; 0) (2; 8) (-2; -8)

4. $f(x_0) = x_0^3 - 4x_0 - 15$; $f(-x_0) = (-x_0)^3 - 4(-x_0) - 15 = -x_0^3 + 4x_0 - 15$

$f(x_0) = f(-x_0) \Leftrightarrow x_0^3 - 4x_0 = -x_0^3 + 4x_0 \Leftrightarrow x_0^3 - 4x_0 = 0$

$\Leftrightarrow x_0(x_0^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0; x_0 = \pm 2$

$\Rightarrow$ Đáp án (D)

5. $f(x) = -2x^4 - 3x^2 + 5 = -2t^2 - 3t + 5$ có $f_{max} = 5$

Đáp án (B) vì $-2x^4 - 3x^2 \leq 0 \Rightarrow f(x) \leq 5$. Vậy $f_{max} = 5$ khi $x = 0$

6. $y = x + \dfrac{1}{x}$ có TXĐ $\forall x \neq 0$. Với $x < 0$ thì $y < 0$ nên y cực đại

$y' = 1 - \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	‖	-	0	+	

Vậy $y_{CĐ} = y(-1) = -2$

$\Rightarrow$ Đáp án (A)

7. $y = x^3 - 3x$

$\Rightarrow y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Có $y_{CT} = y(1) = -2$

Đáp án (D)

8. $y = (m^2 - 4m + 3)x + 5$ có

$y' = m^2 - 4m + 3 > 0$ thì y đồng biến $\forall x$

Vậy $m^2 - 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow m < 1$ hoặc $m > 3$

Đáp án (C)

9. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x - 3$

Có $a_{tt} = k = y' = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow y'_{min} = 1$.

Đáp án (D)

10. Đồ thị $y = \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)}$

Có 2 tiệm cận đứng: $x = -1$, ngang $y = 1$

Đáp án (C)

11. Tiếp tuyến của $y = \frac{1}{x}$ tại M (1, 1) có $y'(1) = -1$ nên phương trình tiếp tuyến là $y = -(x - 1) + 1 = -x + 2$

Đáp án (B)

12. Đồ thị $y = (m + 2)x - m$

Điểm cố định (x_0, y_0) thoả mãn

$y_0 = mx_0 + 2x_0 - m \ \forall m \Leftrightarrow (x_0 - 1)m + (2x_0 - y_0) = 0 \ \forall m$

$\Rightarrow x_0 = 1, y_0 = 2$

Vậy có 1 điểm cố định (1; 2)

Đáp án (A)

13. Phương trình $\sin 2x = 2\cos^2 x \Leftrightarrow 2\cos x.(\sin x - \cos x) = 0$

Trên tập $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\cos x \neq 0 \Rightarrow \sin x = \cos x$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow$ Đáp án (B)

14. x thoả mãn $\sin x = \sqrt{3}\cos x \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 x = 4 = \frac{1}{\cos^2 x}$

$\Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$

Đáp án (C)

15. ΔABC có $\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} = \frac{1}{8}$ thì Δ ABC đều vì

$$\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} \leq \frac{1}{8} \quad \forall A, B, C$$

Dãy đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow A = B = C$

Đáp án (B)

16. Phương trình $\sin 2x (\operatorname{cotg} x + 1) = 0$ có nghiệm là:

$$\sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}$$

và $\operatorname{cotg} x = -1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ nhưng loại nghiệm $\sin x = 0$; $x = k\pi$

Vậy phương trình còn nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{2} + m\pi$.

Đáp án (A)

17. Ta có $\left.\begin{aligned}\cos^4 x + \sin^4 x &= 1 - 2\sin^2 x\cos^2 x \\ \cos^6 x + \sin^6 x &= 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x\end{aligned}\right\}$

$\Rightarrow 3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$

Đáp án (A)

18. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 - 4)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x \in \{\pm 2; -3\}$

Đáp án (C)

19. Phương trình $x = \sqrt{6 - 5x}$ có tập xác định $0 \le x \le \frac{6}{5}$. Bình phương 2 vế ta được $x^2 + 5x - 6 = 0$ có $x = 1, x = -\frac{6}{5}$ (loại).

Vậy đáp án (A)

20. Với $x = \frac{7}{8}$ chỉ có thể là A, C, D. Thay $x = 1$ loại A và C

Vậy đáp án (D)

21. Bất phương trình $\sqrt{x} - 2x < 0$ có miền nghiệm là

vì $\sqrt{x} - 2x < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 4x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad 4x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

Vậy đáp án (A)

22. Phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm đối nhau khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -\frac{b}{a} = 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(m - 1) = 0 \\ m - 3 < 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow m = 1$

Đáp án (C)

23. $x^2 + mx + n$ có nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow n < 0$ vậy $a \to 2$

có 2 nghiệm phân biệt $\Delta = m^2 - 4n > 0$ $b \to 3$

$f(x) > 0\ \forall x$ có $a > 0 \Rightarrow \Delta < 0$ $c \to 5$

24. Hệ $\begin{cases} x + y + 2xy = 7 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S + 2P = 7 \\ S^2 - 2P = 5 \end{cases}$

$\Rightarrow S^2 + S - 12 = 0 \Rightarrow S = 3, -4$

Với $S = 3 \rightarrow P = 2 \leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Với $S = -4 \rightarrow P = \dfrac{11}{2} \Rightarrow \begin{cases} x + y = -4 \\ xy = \dfrac{11}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow$ x và y là nghiệm của phương trình

$T^2 + 4T + \dfrac{11}{2} = 0$ có $\Delta' = -\dfrac{3}{2} < 0$ nên vô nghiệm

Đáp án (A)

25. $\begin{cases} 2x + y^2 + xy = 8 \\ 2y + x^2 + xy = 8 \end{cases}$

$\Rightarrow \quad 2(x - y) + y^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow (x - y)(2 - x - y) = 0$

Với $x = y \Rightarrow 2x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} = y$

Với $x = 2 - y \Rightarrow 4 - 2y + y^2 + (2 - y)y = 8 \Leftrightarrow 4 = 0$(VL) $\Rightarrow$ pt vô nghiệm

Vậy hệ có nghiệm $x = y = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

Đáp án (A)

26. Đáp án C đúng (BĐ tự làm)

27. Nguyên hàm F(x) của $f(x) = \dfrac{x}{2}$ thoả mãn F(2) = 5 là $F(x) = \dfrac{x^2}{4} + C$ với C = 4. Vậy đáp án (C)

28. Nếu $F(x) = \dfrac{\sin x}{\cot gx \cos x}$ là nguyên hàm của f(x) thì

$$f(x) = F'(x) = \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)'$$

Vậy $f(x) = 2tgx$

Đáp án (A)

29. Nếu $k = \int_{-1}^{3}(x+|x|)\,dx = \int_{-1}^{0}(x+|x|)\,dx + \int_{0}^{3}(x+|x|)\,dx$

$$= \int_{-1}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{3} 2x\,dx = x^2\Big|_0^3 = 9$$

Đáp án (D)

30. Hình phẳng giới hạn bởi x = 1; x = 4; y = 0; $y = \sqrt{x}$ có diện tích

$$S = \int_1^4 \sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\Big|_1^4 = \frac{2}{3}(8-1) = \frac{14}{3} \text{ (đvdt)}$$

Đáp án (B)

31. Hình phẳng giới hạn x = 0; x = 2; y = 0; $y = x^2$ quay quanh Oy tạo thành vật tròn xoay có thể tích

$$V = \pi\int_0^4 2^2\,dy - \pi\int_0^4 \left(\sqrt{y}\right)^2 dy = 4\pi y\Big|_0^4 - \pi\frac{y^2}{2}\Big|_0^4 = 16\pi - 8\pi = 8\pi \text{ (đvtt)}$$

Đáp án (A)

32. $\vec{a} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ có $|\vec{a}| = \sqrt{36+4+9} = 7.$

Đáp án (C)

33. $\vec{a} = (2; -5; 3) \Rightarrow 2\vec{a} = (4; -10; 6)$

$\vec{b} = (0; 2; -1) \quad -3\vec{b} = (0; -6; 3)$

$\Rightarrow \vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = (4; -16; 9)$

Đáp án (B)

34. A (1; 0; 1); B (4; 6; -2) M $\in$ đoạn AB phải có $1 < x < 4$; $0 < y < 6$ và $-2 < z < 1$. Vậy đó là Q

Đáp án (D)

35. $\overrightarrow{n_P} = (2; 5 -7)$ (Q) // (P) thì $\overrightarrow{n_Q} = k\overrightarrow{n_P} \Rightarrow$ Đáp án (C)

36. Hình chiếu của M (2; -3; 4) trên các trục toạ độ là A (2; 0; 0), B(0; -3; 0), C(0; 0; 4) nên mp ABC là $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1$

Đáp án (C)

37. d_1: $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -t \\ z = 4 - t \end{cases}$ d_2: $\begin{cases} x - 2y - 2 = 0 \\ x - 7y + 3z - 17 = 0 \end{cases}$

d_1 đi qua M_1 (-2; 0; 4) với $\overrightarrow{v_1} = (3; -1; -1)$

d_2 đi qua M_2 (2; 0; 5) với $\overrightarrow{v_2} = [(1; -2; 0), (1; -7; 3)] = -1(6; 3; 5)$

$[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}]\ \overrightarrow{M_1M_2} = [(3; -1; -1), (6; 3; 5)]\ (4; 0; 1)$

$= (-2; -21; 15)\ (4; 0; 1) = 7 \neq 0$

Vậy d_1, d_2 chéo nhau. Đáp án (D)

38. d_1 đi qua $M_1(1; 0; -1)$ và $\overrightarrow{v_1} = (a; 1; 2)$

d_2 đi qua M_2 (1; 2; 3) và $\overrightarrow{v_2} = (-1; 2; -1)$

Để $d_1 \cap d_2$ thì phải có 2 điều kiện $[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}] \neq 0$ và $[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}]\overrightarrow{M_1M_2} = 0$

Ta có $[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}] = [(a; 1; 2)\ (-1; 2; -1)] = (-5; a - 2; 2a + 1) \neq 0\ \forall a$

$[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}](0; 2; 4) = (-5; a - 2; 2a + 1)(0; 2; 4)$

$= 2a - 4 + 8a + 4 = 0$

$\Rightarrow a = 0$. Vậy đáp án (B)

39. d_1 // $(\alpha) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{v_1} = 0 \Leftrightarrow (1; 4; 0)(4; 3; -1) = 16 \neq 0$

d_2 // $(\alpha) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{v_2} = 0 \Leftrightarrow (1; 4; 0)(-3; 4; -1) = 3 \neq 0$

$d_1 \subset (\beta) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_\beta} . \overrightarrow{v_1} = 0 \Leftrightarrow (1; -1; 1)(4; 3; -1) = 4 - 3 - 1 = 0$ đúng

$d_2 \subset (\beta) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_\beta} . \overrightarrow{v_2} = 0 \Leftrightarrow (1; -1; 1)(-3; 4; -1) = -3 - 4 - 1 \neq 0$

Vậy đáp án (C)

40. Tiếp diện của cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 4 = 0$ vuông góc với đường thẳng $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ có phương trình là:

Tâm cầu là I(2; 3; 4) bán kính $R = \sqrt{4+9+16-4} = 5$

Tiếp tuyến có dạng $x + y + z + k = 0$ với k thoả mãn

$$d = \frac{|2+3+4+k|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 5$$

$\Leftrightarrow |k+9| = 5\sqrt{3} \Leftrightarrow k = -9 \pm 5\sqrt{3}$

Đáp án (A)

PHẦN DÀNH CHO HỌC SINH KHÔNG PHÂN BAN

1. Đường thẳng // $4x + 2y - 3 = 0$ và đi qua (1; 2) có phương trình

$$4(x - 1) + 2(y - 2) = 0$$

$\Leftrightarrow 4x + 2y - 8 = 0$ cắt Ox tại x = 2. Đáp án (B)

2. Tiếp tuyến tại A(2; -1) có phương trình

$$x_0x + y_0y - \frac{3}{2}(x + x_0) + 2(y+y_0) + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y - \frac{3}{2}(x + 2) + 2(y - 1) + 5 = 0$$

$\Leftrightarrow y + \frac{1}{2}x = 0 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$. Đáp án (D)

3. $y = x + a$ là tiếp tuyến của E: $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow A^2a^2 + B^2b^2 = C^2$

với A = 1; B = -1, $a^2 = 2$, $b^2 = 1$ thay vào ta có $a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$

Đáp án (D)

4. Tiếp tuyến $y^2 = 5x + 5$ tại $B\left(-\frac{1}{5}; 2\right)$ $B \in$ đồ thị $y = \sqrt{5x+5}$

$$y' = \frac{5}{2\sqrt{5x+5}} \rightarrow y'\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{5}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{4}\left(x + \frac{1}{5}\right) + 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{5}{4}x + \frac{9}{4}$$

Tiếp tuyến cắt Ox tại $x = -\frac{9}{5}$. Đáp án (C)

5. Góc giữa d_1 và d_2 là α thì $tg\alpha = \left|\frac{k_1 - k_2}{1 - k_1 k_2}\right| = 1 \Rightarrow \alpha = 45^0$

Đáp án (B)

6. Số phải tìm có dạng $\overline{abcd}$. Xếp 2 số 1 và 2 vào 4 vị trí $\overline{abcd}$ có $2.C_4^2$. Còn 2 vị trí khác dành cho 2 số lấy từ 5 số còn lại là 3, 4, 5, 6, 7 sẽ có C_5^2 cách chọn 2 số trong 5 số còn lại và có $2C_5^2$ cách xếp nhóm 2 số đó vào nhóm 4 số đó. Vậy số các số thoả mãn bài toán là $2.C_4^2.2.C_5^2 = 240$

Đáp án (A)

7. Cho hệ $\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5.A_x^y - 2C_x^y = 80 \end{cases}$

$D = -29$, $D_X = 570$ $D_Y = -290$

Do đó $X = A_x^y = 20$; $Y = C_x^y = 10 \Rightarrow$ $\begin{cases} \frac{x!}{(x-y)!} = 20 \\ \frac{x!}{(x-y)!\,y!} = 10 \end{cases}$

$$\Rightarrow y! = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 20 \Rightarrow x(x-1) = 20 \Rightarrow x = 5 \text{ và } x = -4 \text{ (loại). Đáp án (A)}$$

8. Phân phối 7 vật vào 5 hộp phân biệt (không có hạn chế gì)

Mỗi vật có 5 cách xếp vào các hộp. Nên số cách là $5.5.5.5.5.5.5 = 5^7$

Đáp án (A)

9. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^{k}\, x^{12-k}.\, x^{-k} = \sum C_{12}^{k}\, x^{12-2k}.$

Vậy số hạng không chứa x khi $12 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 6$.

Đó là số hạng $C_{12}^{6} = 924$

Đáp án (B)

10. $31.752.000 = 2^6.\, 3^4.5^3.\, 7^2$

Ước số chỉ là bội của 2 có 6 số
Ước số chỉ là bội của 3 có 4 số } có 15 ước số
Ước số chỉ là bội của 5 có 3 số

Ước số chỉ là bội của 7 có 2 số

Ước số chỉ là bội của 2 và 3 là 24
Ước số chỉ là bội của 2 và 5 là 18
Ước số chỉ là bội của 2 và 7 là 12 } 80 số
Ước số chỉ là bội của 3 và 5 là 12
Ước số chỉ là bội của 3 và 7 là 8
Ước số chỉ là bội của 5 và 7 là 6

Ước số chỉ là bội của 2, 3, 5 là 6. 4. 3 = 72 số
Ước số chỉ là bội của 2, 3, 7 là 6. 4. 2 = 48 số } 180 số
Ước số chỉ là bội của 2, 5, 7 là 6. 3. 2 = 36 số
Ước số chỉ là bội của 3, 5, 7 là 4. 3. 2 = 24 số

Ước số có mặt cả 2, 3, 5, 7 là 6. 4. 3. 2 = 144 số

Vậy 1 + 15 + 80 + 180 + 144 = 420 số

Đáp án (C)

1. Đặt $(\sqrt{5}-2)^x = t \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 18 \Leftrightarrow t^2 - 18t + 1 = 0$

$\Leftrightarrow t_{1,2} = 9 \pm 4\sqrt{5}$

Với $(\sqrt{5}-2)^x = 9 \pm 4\sqrt{5} = (2 \pm \sqrt{5})^2 \Rightarrow x = \pm 2$

$\Rightarrow$ Đáp án (B)

2. Cho $25^{x^2} . 5^{4x} \geq \frac{1}{25} \Rightarrow 5^{2x^2+4x} \geq 5^{-2} \Rightarrow 2x^2 + 4x + 2 \geq 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 \geq 0$ đúng $\forall x \in R$

Đáp án (D)

3. Phương trình $4^{\log_2 x} \geq 8x \Leftrightarrow x^2 \geq 8x \Leftrightarrow x^2 - 8x \geq 0$

$\Leftrightarrow x \geq 8$ vì $x > 0$

Đáp án (B)

4. $\log_2(x^2 - 4) - \log_2(x + 2) = 1$ có tập xác định $x > 2$

Khi đó $\log_2(x^2 - 4) - \log_2(x + 2) = \log_2(x - 2) = 1 \Leftrightarrow x - 2 = 2$

$\Leftrightarrow x = 4$

Đáp án (A)

5. $1 + 2^x + 3^x = 6^x$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^x + \left(\frac{2}{6}\right)^x + \left(\frac{3}{6}\right)^x = 1$ có nghiệm $x = 1$

Đáp án (B)

6. $S_{đáy} = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow V = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}a^2\right)a = \frac{1}{6}a^3.$

Đáp án (D)

7. $V_{hộp} = S_{đáy}$. chiều cao $= a^2 . h$ và $h = \frac{a\sqrt{2}}{2} tg\alpha \Rightarrow V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} tg\alpha$

Đáp án (C)

8. $9\pi = \pi R^2 \Rightarrow R = 3$ đường sinh $l = 2R = 6$ mà $h^2 = l^2 - R^2$

Vậy $h^2 = 36 - 9 = 27 \quad \Rightarrow h = 3\sqrt{3}$

Đáp án (A)

9. Cầu nội tiếp hình lập phương nên cạnh $a = 2R$. $V_{cầu} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi$

$\Rightarrow R = 1$

và $a = 2 \Rightarrow$ Thể tích khối lập phương là $V = a^3 = 8$

Đáp án (A)

10. Đường chéo đáy của hộp là 10 $\Rightarrow$ Đường kính đường tròn ngoại tiếp đáy có $2R = 10$

$V_{trụ} = \pi R^2 h = \pi.5^2.10 = 250\pi$ đvtt

Đáp án (D)

Phần	1.A	2.A	3 C	4 D	5 B	6 A	7 D	8 C	9 D	10C
chung	11B	12A	13B	14C	15B	16A	17A	18C	19A	20D
	21A	23 a2 b3 c5	22C	24A	25A	26D	27C	28A	29D	30B
	31A	32C	33B	34D	35C	36C	37D	38B	39C	40A
không phân ban	1B	2D	3D	4C	5B	6A	7A	8A	9B	10C
Phân ban	1B	2D	3B	4A	5B	6D	7C	8A	9A	10D

ĐÁP ÁN ĐỀ 2

Câu 1	B	Câu 21	A	Câu 36	A
Câu 2	D	Câu 22	C	Câu 37	C
Câu 3	A	Câu 23	D	Câu 38	A
Câu 4	B	Câu 24	A	Câu 39	D
Câu 5	C	Câu 25	D	Câu 40	A
Câu 6	D	Câu 26	B	Câu 41	B
Câu 7	C	Câu 27	C	Câu 42	A
Câu 8	A	Câu 28	D	Câu 43	B
Câu 9	B	Câu 29	A	Câu 44	D
Câu 10	B	Câu 30	B	Câu 45	A
Câu 11	C	Câu 31	C	Câu 46	B
Câu 12	B	Câu 32	A	Câu 47	C
Câu 13	A	Câu 33	C	Câu 48	B
Câu 14	B	Câu 34	B	Câu 49	C
Câu 15	C	Câu 35	D	Câu 50	D
Câu 16	C				
Câu 17	D				
Câu 18	A				
Câu 19	C				
Câu 20	D				

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ 2

1. $A = \dfrac{1}{1+\sin\alpha}$ A nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $1 + \sin\alpha$ lớn nhất

$1 + \sin\alpha$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin\alpha = 1$

$$\alpha = 90^0 + k360^0$$

Vậy để A nhỏ nhất thì α nhỏ nhất là $\alpha = 90^0$

Đáp án B đúng

2. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \le 0 & (1) \\ (x+2).3^x < 1 & (2) \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow -4 \le x \le -1$

* $-4 \le x \le -2 \Rightarrow (x+2)3^x \le 0$ nên (2) luôn luôn đúng

* $-2 < x \le -1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x + 2 \le 1 \\ 3^{-2} < 3^x \le 3^{-1} \end{cases}$

$$\Rightarrow 0 < (x+2)3^x < \frac{1}{3} < 1$$

(2) luôn luôn đúng

Vậy nghiệm của hệ là $-4 \le x \le -1$.

Đáp án D đúng

3. đk $n \ge 5, n \in N$

$$\frac{(n+3)!}{\dfrac{n!}{(n-5)!}(n-5)!} = 720$$

$\Leftrightarrow (n+1)(n+2)(n+3) = 720$

$\Leftrightarrow (n+1)(n+2)(n+3) = 8 \cdot 9 \cdot 10$

$\Leftrightarrow n + 1 = 8 \Leftrightarrow n = 7$

Đáp án A đúng

Nhận xét. Rõ ràng điều kiện $n \ge 5$, nên loại 3 đáp án B, C, D, vậy A đúng

4. Ta có $M = \int \frac{(x+3)^3}{(x-7)^5} dx = \int \left(\frac{x+3}{x-7}\right)^3 \cdot \frac{dx}{(x-7)^2}$

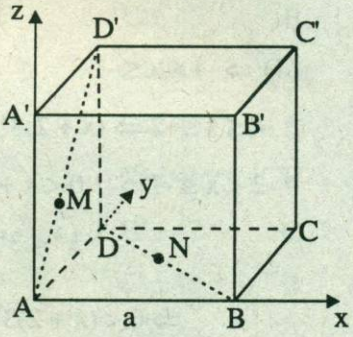
Đặt $t = \frac{x+3}{x-7} \Rightarrow dt = \frac{-10}{(x-7)^2} dx \Rightarrow \frac{dt}{-10} = \frac{dx}{(x-7)^2}$

Vậy $M = -\frac{1}{10} \int t^3 dt = -\frac{1}{40} t^4 + C$

$$\Rightarrow M = -\frac{1}{40}\left(\frac{x+3}{x-7}\right)^4 + C$$

Đáp án B đúng

5. Chọn hệ trục toạ độ Oxyz như hình vẽ (hình 53), ta có:



Hình 53

$O \equiv A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$

$A'(0; 0; a)$, $AM = x$

$$\Rightarrow M\left(0; \frac{x}{\sqrt{2}}; \frac{x}{\sqrt{2}}\right)$$

$DN = x \Rightarrow N = \left(\frac{x}{\sqrt{2}}; a - \frac{x}{\sqrt{2}}; 0\right)$, $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{\sqrt{2}}; a - \frac{x}{\sqrt{2}}; -\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$

$$MN^2 = \frac{x^2}{2} + \left(a - \frac{2x}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{x^2}{2} = x^2 + a^2 - \frac{4ax}{\sqrt{2}} + 2x^2$$

$$= 3x^2 - \frac{4ax}{\sqrt{2}} + a^2$$

$$MN^2 = 3\left(x^2 - \frac{4ax}{\sqrt[3]{2}} + \frac{a^2}{3}\right) = 3\left(x - \frac{2a}{3\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \geq \frac{a^2}{3}$$

Suy ra $\min MN = \frac{a}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{2a}{3\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

Đáp án C đúng

6. Hình hộp chữ nhật có 12 cạnh, không có cạnh nào song song với BC'. Có 6 cạnh nằm trên các đường thẳng cắt BC' là: BA; BB'; BC và C'C, C'D, C'B'. Vậy có 6 đường thẳng chứa 6 cạnh chéo nhau với đường thẳng BC'

Đáp án D đúng

7. $f(x) = (x - 2)(6x^3 + 3x^2 - \sqrt[5]{x})$

$f'(x) = (x - 2)(6x^3 + 3x^2 - \sqrt[5]{x})' + 1.(6x^3 + 3x^2 - \sqrt[5]{x})$

$f'(2) = 0 + 48 + 12 - \sqrt[5]{2}$

$= 60 - \sqrt[5]{2}$

Đáp án C đúng

8. Điều kiện:

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 > 0 \\ x^2 + 7x + 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \text{ hoặc } x > -1 \\ x < -4 \text{ hoặc } x > -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad x < -4 \text{ hoặc } x > -1$$

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\log_2(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = \log_2 8.3$$

$$\Leftrightarrow \quad (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24$$

$$\Leftrightarrow \quad x(x^3 + 10x^2 + 35x + 50) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = -5 \end{cases}$$

Đáp án A đúng

9. Ta có $\tan 540^0 = \tan 3.180^0 = 0$; $\cos 1170^0 = \cos(3.360^0 + 90^0)$

$= \cos 90^0 = 0$

$\sin 990^0 = \sin(3.360^0 - 90^0) = \sin(-90^0) = -1$

$\cos 540^0 = \cos(2.180^0 + 180^0) = \cos 180^0 = -1$

Biểu thức đã cho thành:

$$0 + 2.0 + 4(-1) - 3(-1) = -4 + 3 = -1$$

Đáp án B đúng

10. $y = \dfrac{2x-1}{3-x} \Rightarrow y' = \dfrac{(3-x).2+1(2x-1)}{(3-x)^2} = \dfrac{5}{(3-x)^2}$

Đáp án B đúng

11. $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{dx}{\cos^2 x} = \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1$

Đáp án C đúng

12. Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 4 \\ x \in N \end{cases}$

Ta có phương trình tương đương: $\dfrac{(x+1)!}{(x-2)!} - \dfrac{x!}{(x-4)!4!} = \dfrac{23}{4}.\dfrac{x!}{(x-4)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+1}{(x-3)(x-2)} - \dfrac{1}{4!} = \dfrac{23}{24} \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{(x-3)(x-2)} = \dfrac{23}{24} + \dfrac{1}{24}$

$\Leftrightarrow x + 1 = (x-3)(x-2) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (loại)} \\ x = 5 \end{cases}$

Đáp án B đúng

13. $A \in (d_1)$ $A(m; m+2)$; $B \in (d_2) \Rightarrow B(n; -2n+5)$

M là trung điểm của AB $\Rightarrow \begin{cases} m+n=-2 \\ m-2n=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ n=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow A(-1; 1)$; $B(-1; 7)$

Vậy đường thẳng AB là $x = -1$

Đáp án A đúng

14. Mặt phẳng phải vuông góc với trục cao nên nhận vectơ $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình của mặt phẳng phải tìm là:

$0(x-2) + 0(y+1) + z + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad z + 1 = 0$

Đáp án B đúng

15. Điều kiện $x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$. Ta có phương trình tương đương:

$$2^{\sqrt{x+1}} = 2^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{20-x}{8}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^{\sqrt{x+1}} = 2^{4+\frac{x-20}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{x+1} = \frac{x-4}{4} \text{ (thêm điều kiện } x \geq 4)$$

$$\Leftrightarrow \quad x + 1 = \left(\frac{x-4}{4}\right)^2 \Leftrightarrow x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 24 \end{bmatrix}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 24$

Đáp án C đúng

16. Theo giả thiết $\sin B = 2\sin C \cos A$. Trong ΔABC thì

$$B = 180^0 - (C + A) \Rightarrow \sin B = \sin(C + A)$$

Vậy $\sin(C + A) = 2\sin C \cos A$

$\Leftrightarrow \sin A\cos C + \cos A\sin C = 2\sin C\cos A$

$\Leftrightarrow \sin A\cos C = \sin C\cos A$

$\Leftrightarrow \sin A\cos C - \sin C\cos A = 0$

$\sin(A - C) = 0 \Leftrightarrow A - C = 0 \Leftrightarrow A = C$

Vậy ΔABC cân

Đáp án C đúng

17. $y = x^2 \Rightarrow y' = 2x$

$y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2$

Hai tiếp tuyến song song với nhau $\Leftrightarrow 2x = 3x^2$

$$\Leftrightarrow \quad x(2-3x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

Đáp án D đúng

18. $\int_0^{\pi}(x+\sin x)dx = \left(\frac{x^2}{2} - \cos x\right)\Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2} + 1 + 1$

$$= \frac{\pi^2}{2} + 2$$

Đáp án A đúng

19. Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \in \mathbf{N} \end{cases}$

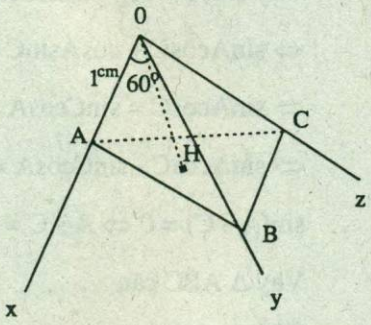
Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x + 3x^2 - 3x + x^3 - 3x^2 + 2x = 9x^2 - 14x$

$$\Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 14x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 9x + 14) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 9x + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 7 \end{matrix}\right\} \text{ loại}$$

Vậy nghiệm của phương trình là x = 7. Đáp án C đúng

20. Khối chóp OABC là tứ diện đều vì các tam giác OAB, OBC, OAC là các tam giác đều bằng nhau có cạnh bằng 1. Gọi H là chân đường cao hạ từ O đến mp(ABC), suy ra H là tâm của tam giác đều ABC cạnh là 1cm,



Hình 54

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC.\ AB \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{4} (cm^2)$$

$$V_{OABC} = \frac{1}{3} Bh$$

$$B = S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}\ cm^2$$

$$h = OH = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Vậy $V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{12}$ (cm^3)

Đáp án D đúng

21. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $\overrightarrow{n_P} = (1; 0; 0)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q): $\overrightarrow{n_Q} = (0; 1; -1)$

Mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) nên nhận hai vectơ pháp tuyến của 2 mặt phẳng này làm vectơ chỉ phương.

Vậy vectơ pháp tuyến của mp(R) là:

$$\overrightarrow{n_R} = [\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}] = \left(\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\right)$$

$$= (0; 1; 1)$$

Mặt phẳng (R) đi qua A(-1; 2; 3), nên phương trình của mp(R) là:

$$0(x + 1) + 1(y - 2) + 1(z - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad y + z - 5 = 0$$

Đáp án A đúng

22. $(1) \Leftrightarrow 4^x\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 3^{x-\frac{1}{2}}(3 + 1)$

$$\Leftrightarrow 4^x \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 3^{x-\frac{1}{2}} \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 4^{x-\frac{3}{2}} = 3^{x-\frac{3}{2}}$$

$$x - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Đáp án C đúng

23. Đặt $\sin 18^0 = t$ vậy $0 < t < 1$

$\cos 36^0 = \sin 54^0 = \sin 3.18^0 = 3\sin 18^0 - 4\sin^3 18^0 = 3t - 4t^2$ (1)

Mặt khác $\cos 36^0 = \cos 2.18^0 = 1 - 2\sin^2 18^0 = 1 - 2t^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $3t - 4t^3 = 1 - 2t^2$

$$\Leftrightarrow 4t^3 - 2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$\Leftrightarrow (t - 1)(4t^2 + 2t - 1) = 0 \Leftrightarrow 4t^2 + 2t - 1 = 0$ (*) (do $t \neq 1$)

$\Rightarrow (2t + 1)(4t^2 + 2t - 1) = 0 \Rightarrow 8t^3 + 8t^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow 8t^3 + 8t^2 = 1 \Rightarrow 8\sin^3 18 + 8\sin^2 18^0 = 1$

Đáp án D đúng

Chú ý. Từ phương trình (*): $4t^2 + 2t - 1 = 0$

ta có: $t_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$, $t_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}$ (loại do $0 < t < 1$)

Vậy $t = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$

Do đó $8\sin^3 18^0 + 8\sin^2 18^0 = 8.\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^3 + 8\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2$

$$= 8\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}+1\right) = \frac{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{4} = 1$$

24. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{-x}\,dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$

$$I = -xe^{-x}\Big|_0^1 + \int e^{-x}\,dx$$

$$= \left(-xe^{-x} - e^{-x}\right)\Big|_0^1 = -\frac{1}{e} - \frac{1}{e} + 1 = 1 - \frac{2}{e}$$

Đáp án A đúng

25. Điều kiện $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \in N \end{cases}$

PT đã cho $\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!2!} + \frac{x!}{(x-1)!} + 1 = 11$

$\Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{2} + x - 10 = 0$

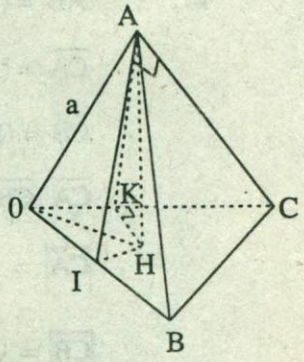
$\Leftrightarrow x^2 + x - 20 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \text{ (loại)} \\ x = 4 \end{cases}$

Vậy nghiệm của phương trình là x = 4

Đáp án D đúng

26. Kẻ đường cao AH (AH ⊥ (OBC))

kẻ HI ⊥ OB, HK ⊥ OC



Hình 55

⇒ AK ⊥ OC, AI ⊥ OB (định lí ba đường vuông góc)

Hai tam giác vuông OAI và OAK bằng nhau (OA chung $\widehat{AOI} = \widehat{AOK} = 60^0$)

⇒ AI = AK ⇒ HI = HK ⇒ H cách đều hai cạnh của góc $\widehat{BOC} = 60^0$ ⇒ OI là tia phân giác của góc này: $\widehat{HOI} = \widehat{HOK} = 30^0$

Dễ dàng có $OI = \frac{1}{2}a$, $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow HI = \frac{1}{2}a\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông HAI:

$$AH^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Thể tích khối chóp O.ABC bằng thể tích khối chóp A.OBC:

$V_{OABC} = \frac{1}{3} AH.dt\,\Delta OBC$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2}$ b. c. $\sin 60^0$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2}$ b. c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{abc\sqrt{2}}{12}$

Đáp án B đúng

27. $\overrightarrow{AB} = (-5; 0; -10)$

$\overrightarrow{CA} = (-3; 0; 6)$

$\overrightarrow{CB} = (8; 0; 4)$

$\overrightarrow{CA} . \overrightarrow{CB} = -24 + 24 = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \perp \overrightarrow{CB}$ nên ΔABC vuông tại C

$\left|\overrightarrow{CA}\right| = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\left|\overrightarrow{CB}\right| = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} 3\sqrt{5} . 4\sqrt{5} = 30$ (đvdt)

Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC, p là nửa chu vi ΔABC

$\Rightarrow S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p}$

$p = \frac{1}{2}(CA + CB + BA)$

$CA = 3\sqrt{5}$, $CB = 4\sqrt{5}$, $BA = \sqrt{45+80} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

$\Rightarrow p = \frac{1}{2}(3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 5\sqrt{5}) = 6\sqrt{5}$

$\Rightarrow r = \frac{30}{6\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

Đáp án C đúng

28. Theo kết quả từ bài 27, ta có

$\overrightarrow{CA} = (-3; 0; 6)$

$\overrightarrow{CB} = (8; 0; 4)$

$\overrightarrow{CD} = (-4; 3; 1)$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{CA}\left[\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right]\right| = \frac{1}{6}|(-3; 0; 6).(-12; -24; 24)|$$

$$= \frac{1}{6}.\ 180 = 30 \text{ (đvtt)}$$

Đáp án D đúng

Cách khác. Trước hết viết phương trình mp(BCD)

Vectơ pháp tuyến của mp(BCD) là: $\vec{n} = (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = -12(1; 2; -2)$

Vậy phương trình mặt phẳng (BCD) là:

$$1.(x - 5) + 2.(y + 1) - 2(z - 0) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x + 2y - 2z - 3 = 0$$

Khoảng cách h từ A đến (BCD) là:

$$h = d(A, (BCD)) = \frac{|2 - 2 - 12 - 3|}{\sqrt{9}} = \frac{15}{3} = 5$$

$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{(12)^2 + (-24)^2 + (24)^2} = 18$$

Vậy thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}Bh$

ở đây $B = S_{\Delta BCD} = 18$

$h = 5$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}.\ 5.\ 18 = 30 \text{ (đvtt)}$$

Đáp án D đúng.

29. $\begin{cases} x+y=4 \\ x^2+y^2=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ (x+y)^2-2xy=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ xy=4 \end{cases}$

Vậy x,y là nghiệm của phương trình bậc 2:

$$z^2 - 4z + 4 = 0 \Leftrightarrow (z-2)^2 = 0 \Leftrightarrow z = 2$$

Do đó hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

Đáp án A đúng

Nhận xét. Do nghiệm của hệ mà đáp án cho đều là số nguyên nhỏ. Ta có thể thử các nghiệm vào phương trình (1) của hệ, ta đã có thể loại các đáp án B, C, D. Vậy đáp án A đúng

30. $(1) \Leftrightarrow 8(1-\cos^2 x) - 2\cos x - 5 = 0 \Leftrightarrow 8\cos^2 x + 2\cos x - 3 = 0$

Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow |t| \le 1$

Ta có phương trình $8t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{1}{2} \\ t_2 = -\dfrac{3}{4} \end{array}\right.$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \dfrac{1}{2} \\ \cos x = -\dfrac{3}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pm\varphi + l2\pi \end{array}\right.$$

$$(k, l \in \mathbb{Z} \text{ và } \cos\varphi = -\frac{3}{4})$$

Đáp án B đúng

31. Ta đã biết $V_t = S'_{(t)} = (t^2 - 3t + 2)' = 2t - 3$

Đáp án C đúng

$$32.\ I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x\, dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x)\, dx = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} = \frac{\pi + 2}{8}$$

33. Điều kiện $\begin{cases} x \in \mathbf{N} \\ x > 2 \end{cases}$

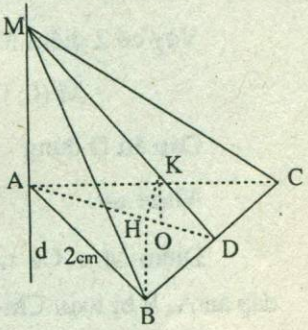
$(1) \Leftrightarrow x!x(x-1) + 72 = 6[x(x-1) + 2.x!]$

$\Leftrightarrow (x! - 6)(x^2 - x \quad 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x! = 6 \\ x^2 - x - 12 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \\ x = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$

Vậy (1) có 2 nghiệm x = 3, x = 4. Đáp án C đúng

34. Gọi D là trung điểm của BC thì K ∈ MD. Dễ dàng chứng minh BC⊥ (MAD). Trong mp (MAD) kẻ KO ⊥ AD (O ∈ AD), dễ dàng chứng minh được:



Hình 56

$$V_{KABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}.OK.$$

Vậy V_{KABC} lớn nhất khi và chỉ khi OK lớn nhất. Do Δ HKD vuông ở K (HK ⊥ (BMC)) ⇒ K nằm trên đường tròn đường kính HD nên OK lớn nhất

$$\Leftrightarrow OK = \frac{HD}{2} = \frac{1}{6}\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}.2.\sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Khi đó thể tích lớn nhất là

$$V = \frac{1}{3}.\sqrt{3}.\frac{1}{6}\sqrt{3} = \frac{1}{6} \text{ (cm}^3\text{)}$$

Đáp án B đúng

35. $M \in Oz$ nên $M(0; 0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (1; -2; z_0)$

$$\Rightarrow \left|\overrightarrow{MA}\right| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + z_0^2} = \sqrt{5 + z_0^2}$$

$$d(M, P) = \frac{|6z_0 - 9|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} = \frac{|6z_0 - 9|}{7}$$

Theo đề bài ta có:

$$\sqrt{5 + z_0^2} = \frac{|6z_0 - 9|}{7}$$

$$\Leftrightarrow 49(5 + z_0^2) = (6z_0 - 9)^2 \Leftrightarrow z_0^2 + 46z_0 + 88 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = -2 \\ z_0 = -44 \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm M thoả mãn điều kiện bài toán:

$M(0; 0; -2)$ và $M(0; 0; -44)$

Đáp án D đúng

Nhận xét:

Điểm $M \in Oz \Rightarrow$ hoành độ và tung độ của điểm M bằng 0, suy ra 2 đáp án A, B bị loại. Chỉ còn đáp án C và D.

Thử đáp án C với M(0; 0; -3) ta thấy $MA \neq d(M, p)$ loại đáp án C. Vậy đáp án D đúng.

36. Điều kiện $n \geq 1$

Ta có $C_1^1 + C_2^1 + \ldots + C_n^1 = 120 \Leftrightarrow 1 + 2 + \ldots + n = 120$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 120 \Leftrightarrow n^2 + n - 240 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -16 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy $n = 16$.

Đáp án A đúng

37. Để số lập được chia hết cho 5 thì chữ số hàng đơn vị phải là số 5. Như vậy 4 chữ số đứng trước số 5 sẽ nhận một trong các số 1, 2, 3, 4. Vậy số lập được thoả mãn bài toán là 4! = 24 số.

Đáp án C đúng

38. Dùng khai triển nhị thức Niutơn:

$$(1 + x)^{2008} = C_{2008}^0 + C_{2008}^1 x + C_{2008}^2 x^2 + \ldots + C_{2008}^{2008} x^{2008} \quad (1)$$

$$(1 - x)^{2008} = C_{2008}^0 - C_{2008}^1 x + C_{2008}^2 x^2 - \ldots + C_{2008}^{2008} x^{2008} \quad (2)$$

Cộng vế với vế (1) và (2) ta có:

$$(1 + x)^{2008} + (1 - x)^{2008} = 2(C_{2008}^0 + C_{2008}^2 x^2 + \ldots + C_{2008}^{2008} x^{2008})$$

Cho x = 2 ta có:

$$3^{2008} + 1 = 2(C_{2008}^0 + C_{2008}^2 2^2 + \ldots + C_{2008}^{2008} 2^{2008})$$

$$\Rightarrow C_{2008}^0 + 2^2 C_{2008}^2 + 2^4 C_{2008}^4 + \ldots + 2^{2008} C_{2008}^{2008} = \frac{3^{2008} + 1}{2}$$

Đáp án A đúng

39. $\Omega = \{i, j, k, l, m \mid 1 \le i, j, k, l, m \le 6\}$

$N(\Omega) = 6^5$

B là biến cố xuất hiện 5 mặt chấm bằng nhau.

$$N(B) = 6$$

$$P(B) = \frac{6}{6^5} = \frac{1}{6^4}$$

Đáp án D đúng

40. Điều kiện $x \neq 0$ và $x \neq \pm 1$. Ta có phương trình tương đương

$$6.\ 9^{\frac{1}{x}} - 13.\ 6^{\frac{1}{x}} + 6.\ 4^{\frac{1}{x}} = 0$$

Chia cả hai vế của phương trình cho $4^{\frac{1}{x}} \neq 0\ \forall x$

$$\Leftrightarrow 6.\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{x}} - 13.\left(\frac{6}{4}\right)^{\frac{1}{x}} + 6 = 0 \Leftrightarrow 6.\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{x}} - 13.\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} + 6 = 0$$

Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = t > 0$, có phương trình tương đương:

$$6t^2 - 13t + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{3}{2} \\ t = \frac{2}{3} \end{array}\right.$$

• Với $t = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (loại)

• Với $t = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = -1 \Leftrightarrow x = -1$ (loại)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Đáp án A đúng

Nhận xét. Điều kiện của x trong phương trình là $x \neq 0$, $x \neq \pm 1$ nên loại 3 đáp án B, C, D. Vậy đáp án A đúng

41. (1) $\Leftrightarrow 5.2^{-3}.2^{3x} - 3.2^5.2^{-3x} + 7 = 0$

Đặt $2^{3x} = t > 0$, có phương trình tương đương:

$$\frac{5}{8}t - 96\frac{1}{t} + 7 = 0 \Leftrightarrow 5t^2 + 56t - 768 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -\frac{96}{5} \text{ (loại)} \\ t = 8 \end{array}\right.$$

$2^{3x} = 8 \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$

Đáp án B đúng

42. (1) $\Leftrightarrow \sin x - \frac{3}{4}\cos x = \frac{1}{2}$

Đặt $\frac{3}{4} = \tan\alpha$, ta có phương trình tương đương: $\sin x - \tan\alpha\cos x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow$ $\sin x\cos\alpha - \sin\alpha\cos x = \frac{1}{2}\cos\alpha$

$\Leftrightarrow$ $\sin(x - \alpha) = \frac{1}{2}\cos\alpha$ (2)

Ta có $\tan\alpha = \frac{3}{4}$. Từ công thức $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{5}$

Thay vào (2) ta có: $\sin(x - \alpha) = \frac{1}{2}.\frac{4}{5} = \frac{2}{5}$

Đặt $\frac{2}{5} = \sin\varphi$ ta có phương trình tương đương:

$$\sin(x - \alpha) = \sin\varphi \Leftrightarrow \begin{cases} x - \alpha = \varphi + k2\pi \\ x - \alpha = \pi - \varphi + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + \varphi + k2\pi \\ x = \alpha - \varphi + \pi + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Đáp án A đúng

43. $3\sin^2x - 4\sin x\cos x + 2\cos^2x = \frac{1}{2}$

Ta nhận thấy $\cos x \neq 0$, vì nếu $\cos x = 0$ thì $\sin x = 1$, cho nên vế trái bằng 3, vế phải bằng $\frac{1}{2}$ vô lí.

Chia cả hai vế của phương trình cho $\cos^2x$ ta được phương trình tương đương:

$$3\tan^2x - 4\tan x + 2 = \frac{1}{2}.\frac{1}{\cos^2x}$$

$\Leftrightarrow$ $3\tan^2x - 4\tan x + 2 = \frac{1}{2}(\tan^2x + 1)$

$\Leftrightarrow$ $5\tan^2x - 8\tan x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 & \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ \tan x = \dfrac{3}{5} & \Leftrightarrow \quad x = \varphi + l\pi \end{cases} \qquad k, l \in \mathbb{Z},\ \tan\varphi = \frac{3}{5}$$

Đáp án B đúng

44. $y = \dfrac{2x + a}{x + 1}$

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$

$$y' = \frac{2 - a}{(x+1)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định của nó

$$\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow \frac{2 - a}{(x+1)^2} < 0 \Leftrightarrow 2 - a < 0 \Leftrightarrow a > 2$$

Đáp án D đúng

45. $y = x^3 + ax - 2$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 + a$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow 3x^2 + a \geq 0\ \forall x \Leftrightarrow a \geq 0$

Đáp án A đúng

46. Ta có: $\dfrac{1}{x^2 - 3x + 2} = \dfrac{1}{(x-1)(x-2)} = \dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x-1}$

$$I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2} = \int_3^4 \frac{1}{x-2}dx - \int_3^4 \frac{1}{x-1}dx$$

$$= \ln\left|\frac{x-2}{x-1}\right|\Bigg|_3^4 = \ln\frac{4}{3}$$

Đáp án B đúng

47. $\sin^2 mx = \dfrac{1 - \cos 2mx}{2} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\cos 2mx$

Vậy $I = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(1 - \cos 2mx)\,dx = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2m}\sin mx\right)\Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{2}\cdot 2\pi = \pi$

Đáp án C đúng

48. Gọi số được lập là $n = a_1a_2a_3$

Các số chia hết cho 3 được lập bởi:

- Nhóm 1: {0, 1, 2}, {0, 1, 5}, {0, 2, 4}, {0, 2, 5}
- Nhóm 2: {1, 2, 3}, {1, 3, 5}, {2, 3, 4}

Xét {0, 1, 2}

* Chọn $a_1 \neq 0$: có 2 cách chọn

* Chọn a_2 và a_3: có 2! cách chọn

Vậy có 2.2! = 4 số chọn từ {0, 1, 2}

Do đó nhóm 1 có 4. 4 = 16 số

Xét {1, 2, 3} có 3! số chọn được

Do đó nhóm 2 có 18 số

Như vậy số các số chia hết cho 3 là 16 + 18 = 34 số

Đáp án B đúng

49. $\Omega = \{(i, j, k) \mid 1 \leq i, j \leq 6\}$, $N(\Omega) = 6^3 = 216$

$A = \{(i, j, k) \mid i + j + k = 8\}$

Có bộ ba số 1, 2, 5 và các hoán vị của nó: 6 trường hợp

Có bộ ba số 1, 3, 4 và các hoán vị của nó: 6 trường hợp

Có bộ ba số (1, 1, 6), (1, 6, 1), (6, 1, 1): 3 trường hợp

Có bộ ba số (2, 2, 4), (2, 4, 2), (4, 2, 2): 3 trường hợp

Có bộ ba số (2, 3, 3), (2, 3, 2), (3, 2, 2): 3 trường hợp

$N(A) = 21$

$P(A) = \frac{21}{216} = \frac{7}{72}$

Đáp án C đúng

50. Chuyển phương trình đường thẳng (d) đã cho ra dạng tham số:

$$\begin{array}{l} x - y - 4z + 12 = 0 \\ +\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \\ \hline 3x \quad - \quad 6z + 15 = 0 \end{array} \quad \Leftrightarrow x = 2z - 5$$

Đặt $z = t$, ta có phương trình tham số của (d)

$$(d): \begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 7 - 2t \\ z = t \end{cases}$$

Vậy (d) đi qua điểm (-5; 7; 0) và có vectơ chỉ phương (2; -2; 1)

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua P (4; 1; 6) và vuông góc với (d) là:

$$2(x - 4) - 2(y - 1) + (z - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x - 2y + z - 12 = 0$$

Toạ độ điểm A của (α) và (d) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0 \\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \\ 2x - 2y + z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow A(3; -1; 4)$$

Theo tính chất đối xứng thì A là trung điểm của PQ. Theo công thức toạ độ trung điểm ta có:

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(x_P + x_Q) \\ y_A = \frac{1}{2}(y_P + y_Q) \\ z_A = \frac{1}{2}(z_P + z_Q) \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = \frac{1}{2}(4 + x_Q) \\ -1 = \frac{1}{2}(1 + y_Q) \\ 4 = \frac{1}{2}(6 + z_Q) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = 2 \\ y_Q = -3 \\ z_Q = 2 \end{cases} \Rightarrow Q(2; -3; 2)$$

Đáp án D đúng.

MỤC LỤC

Lời nói đầu 3

Phần một: KIẾN THỨC CẦN NHỚ VÀ BÀI TẬP

1. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số 5

A. Kiến thức cần nhớ 5

B. Bài tập 8

2. Hàm số lũy thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarít 20

A. Kiến thức cần nhớ 20

B. Bài tập 25

3. Nguyên hàm tích phân và ứng dụng 35

A. Kiến thức cần nhớ 35

B. Bài tập 37

4. Số phức 47

A. Kiến thức cần nhớ 47

B. Bài tập 50

5. Khối đa diện 54

A. Kiến thức cần nhớ 54

B. Bài tập 55

6. Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu 60

A. Kiến thức cần nhớ 60

B. Bài tập 63

7. Phương pháp tọa độ trong không gian 64

A. Kiến thức cần nhớ 64

B. Bài tập 71

Đề trắc nghiệm ôn tập cuối năm và thi tốt nghiệp 79

Đề số 1 79

A. Phần chung dành cho tất cả các thí sinh 79

B. Phần dành cho học sinh theo chương trình không phân ban 85

C. Phần dành cho học sinh phân ban 86

Đề số 2 87

Phần hai: HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP 95

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

Chịu trách nhiệm xuất bản
NGUYỄN KIM SƠN

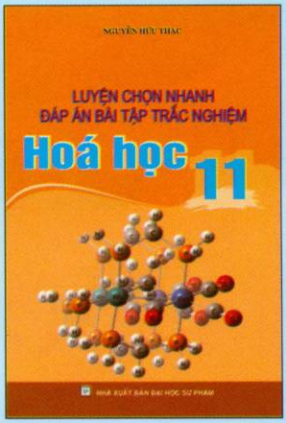
Chịu trách nhiệm nội dung và bản quyền
TRUNG TÂM VĂN HÓA TRÀNG AN

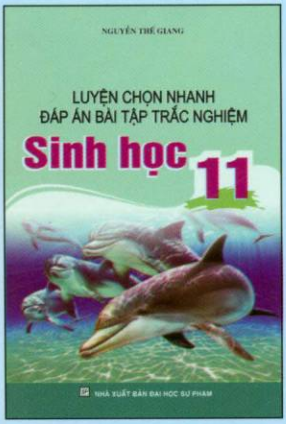
Biên tập nội dung
PHẠM QUỐC TUẤN

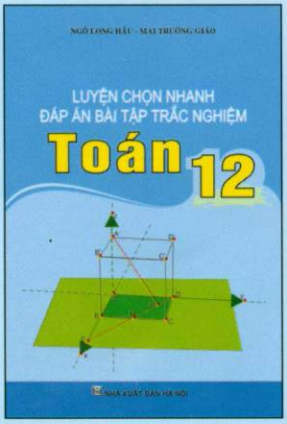
Trình bày bìa
PHẠM HUỆ

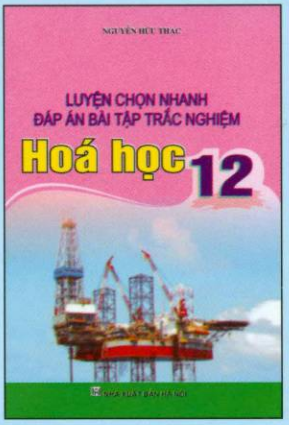
LUYỆN CHỌN NHANH ĐÁP ÁN
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 12

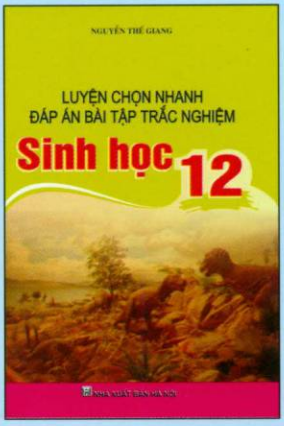
In 1000 cuốn, khổ 16x24cm, tại Xí nghiệp in NXB Văn hoá Dân tộc
Đăng kí KHXB số: 451-2013/CXB/30a TK-43/HN
In xong và nộp lưu chiểu năm 2013











TỔNG PHÁT HÀNH - TRUNG TÂM VĂN HOÁ TRÀNG AN
ĐC: 54/171 Nguyễn An Ninh - Hoàng Mai - Hà Nội
Tel: 04 3664 7143 - 3662 1060
Fax: 04 6284 1316
Mobile: 0912 344 084
Website: sachtrangan.com - sachtrangan.vn
Email: vanhoatrangan@gmail.com

LUYỆN CHỌN NHANH ĐÁP ÁN
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 12

8 934909 001238

Giá: 54.000 đ