

Câu 1.(1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C)

Câu 2(1 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên $[0;5]$.

Câu 3 (1.điểm).

1. Gọi $z_1; z_2$ là nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 8 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức sau. $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

2. Giải phương trình sau: $3.25^x - 2.5^{x+1} + 7 = 0$

Câu 4 (1 điểm). Tính tích phân sau $I = \int_0^{\pi} x \left(\frac{2}{x^2 + 1} + \sin x \right) dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian oxyz viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với đường thẳng d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-5}{1}$. Tính khoảng cách từ điểm A(2;3;-1) đến mặt phẳng (P).

Câu 6 (1 điểm).

1. Một trường trung học phổ thông tổ Toán có 15 giáo viên trong đó có 8 giáo viên nam, 7 giáo viên nữ; Tổ Lý gồm 12 giáo viên trong đó có 5 giáo viên nam, 7 giáo viên nữ. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ 2 giáo viên đi dự tập huấn chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi. Tính xác suất sao cho trong các giáo viên được chọn có 2 nam và 2 nữ.

2. Giải phương trình $2\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x = 2$

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD biết góc giữa SC và mặt phẳng chứa đáy là α với $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác nhọn ABC. Đường thẳng chứa đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A và đường thẳng BC lần lượt có phương trình là $3x + 5y - 8 = 0$, $x - y - 4 = 0$. Đường thẳng qua A vuông góc với đường thẳng BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là D(4;-2). Viết phương trình các đường thẳng AB, AC; biết rằng hoành độ của điểm B không lớn hơn 3.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình sau .
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 3(x + y) = 6y(y - 2) + 14 \\ 27x^3 + 27x^2 + 20x + 4 = 4\sqrt[3]{y + 2x - 1} \end{cases}$$

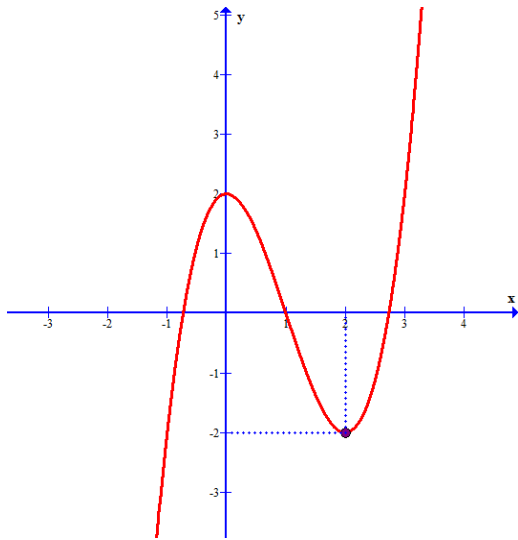
Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số x, y, z thỏa mãn $0 < x \leq y \leq z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz - \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{6}.$$

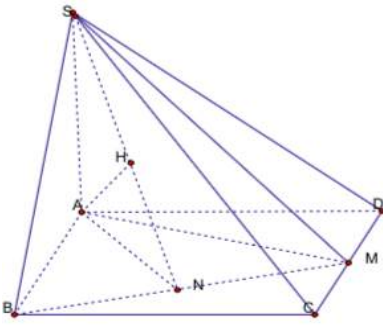
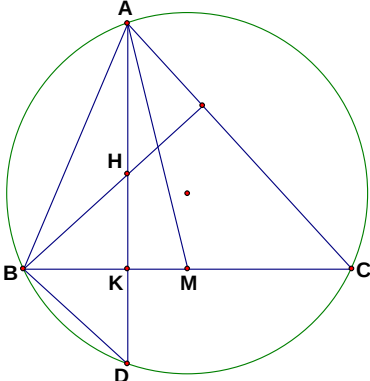
----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm!
Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN I, NĂM 2015-2016
Môn thi: Toán 12

Câu	Đáp án	Điểm																	
Câu 1 (2 điểm)	1. (1,0 điểm)																		
	- Tập xác định: $D=\mathbb{R}$ - Sự biến thiên: Chiều biến thiên: $y'=3x^2-6x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$	0.25																	
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$; $y_{CT}=-2$, đạt cực đại tại $x=0$; $y_{CD}=2$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0.25																	
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>2</td><td></td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y		2		-2	$+\infty$	0.25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	+														
y		2		-2	$+\infty$														
Đồ thị: 	0.25																		
Câu 2. (1 điểm)																			
	Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$ $x \in [0;5] \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ $f(0)=3$; $f(1)= 2$; $f(5)= 578$	0.25 0.25 0.25																	

	$\max_{[0;5]} f(x) = 578 \Leftrightarrow x = 5; \min_{[0;5]} f(x) = 2 \Leftrightarrow x = 1$	0.25
Câu 3 (1 điểm)	Câu 3.1 (0.5 điểm)	
	Ta có $\Delta' = 4 - 8 = -4 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -2 - 2i \\ z_2 = -2 + 2i \end{cases}$ $A = \sqrt{8} + \sqrt{8} = 4\sqrt{2}$	0.25 0.25
	Câu 3.2 (0.5 điểm)	
	PT $\Leftrightarrow 3.25^x - 10.5^x + 7 = 0$ Đặt $t = 5^x (t > 0)$ Pt có dạng: $3t^2 - 10t + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{7}{3} \end{cases}$ Với $t = 1 \Rightarrow 5^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ Với $t = \frac{7}{3} \Rightarrow 5^x = \frac{7}{3} \Leftrightarrow x = \log_5\left(\frac{7}{3}\right)$ Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \left\{0; \log_5\left(\frac{7}{3}\right)\right\}$	
Câu 4 (1 điểm)	$I = \int_0^\pi x \left(\frac{2}{x^2 + 1} + \sin x \right) dx = \int_0^\pi \frac{2x}{x^2 + 1} dx + \int_0^\pi x \sin x dx$ Tính $I_1 = \int_0^\pi \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \int_0^\pi \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \ln(x^2 + 1) \Big _0^\pi = \ln(\pi^2 + 1)$ Tính $I_2 = \int_0^\pi x \sin x dx$ Đặt $\begin{cases} x = u \\ \sin x dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$ $I_2 = -x \cdot \cos x \Big _0^\pi + \int_0^\pi \cos x dx = \pi + \sin x \Big _0^\pi = \pi$ Vậy $I = \ln(\pi^2 + 1) + \pi$	
Câu 5 (1 điểm)	Ta có. Vtcp của đường thẳng d: $\vec{u}_d = (2; 3; 1)$ Vì đường thẳng $d \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{(d)} = (2; 3; 1)$ Phương trình mặt phẳng (P): $2x + 3y + z = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là. $d(A/(P)) = \frac{ 4 + 9 - 1 }{\sqrt{4 + 9 + 1}} = \frac{12}{\sqrt{13}}$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu 6 (1 điểm)	Câu 6.1	
	Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{15}^2 \cdot C_{12}^2$ Gọi A là biến cố: “4 giáo viên được chọn có 2 nam và 2 nữ” $n(A) = C_8^2 \cdot C_7^2 + C_7^2 \cdot C_5^2 + C_8^1 \cdot C_5^1 \cdot C_7^1 \cdot C_7^1$	0.25

	$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{197}{495}$	0.25
	Câu 6.2	
	Phương trình $\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{1+\cos 2x}{2} - \sqrt{3} \sin 2x = 2 \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = 1$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$	0.25
Câu 7 (1 điểm)		
	Ta có hình chiếu của SC trên mặt phẳng đáy là AC vậy góc SCA là góc giữa SC và mặt phẳng đáy $\Rightarrow SA = AC \tan \alpha = a$	0.25
	Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$ Do đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3} (dvt)$	0.25
	Ta có $d(D, (SBM)) = d(C, (SBM)) = \frac{1}{2} d(A, (SBM))$ Dựng $AN \perp BM$ (N thuộc BM) và $AH \perp SN$ (H thuộc SN) Ta có: $BM \perp AN$, $BM \perp SA$ suy ra: $BM \perp AH$. Và $AH \perp BM$, $AH \perp SN$ suy ra: $AH \perp (SBM)$. Do đó $d(A, (SBM)) = AH$	0.25
	Ta có: $S_{ABM} = S_{ABCD} - 2S_{ADM} = a^2$; $S_{ABM} = \frac{1}{2} AN \cdot BM = a^2 \Rightarrow AN = \frac{2a^2}{BM} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$ Trong tam giác vuông SAN có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \frac{4a}{\sqrt{33}}$ Suy ra $d(D, (SBM)) = \frac{2a}{\sqrt{33}}$	0.25
Câu 8 (1 điểm)		

	Gọi M là trung điểm của BC, H là trực tâm tam giác ABC, K là giao điểm của BC và AD, E là giao điểm của BH và AC. Ta kí hiệu $\vec{n_d}, \vec{u_d}$ lần lượt là vtcp, vtcp của đường thẳng d. Do M là giao điểm của AM và BC nên tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x-y-4=0 \\ 3x+5y-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$	0.25
	AD vuông góc với BC nên $\vec{n_{AD}} = \vec{u_{BC}} = (1;1)$, mà AD đi qua điểm D suy ra phương trình của $AD: 1(x-4)+1(y+2)=0 \Leftrightarrow x+y-2=0$. Do A là giao điểm của AD và AM nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+5y-8=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow A(1;1)$	0.25
	Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x-y-4=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow K(3;-1)$	
	Tứ giác $HKCE$ nội tiếp nên $BHK = KCE$, mà $KCE = BDA$ (nội tiếp chắn cung AB) Suy ra $BHK = BDK$, vậy K là trung điểm của HD nên $H(2;4)$. (Nếu học sinh thừa nhận H đối xứng với D qua BC mà không chứng minh, trừ 0.25 điểm)	0.25
	Do B thuộc $BC \Rightarrow B(t;t-4)$, kết hợp với M là trung điểm BC suy ra $C(7-t;3-t)$. $\vec{HB}(t-2;t-8); \vec{AC}(6-t;2-t)$. Do H là trực tâm của tam giác ABC nên $\vec{HB} \cdot \vec{AC} = 0 \Leftrightarrow (t-2)(6-t) + (t-8)(2-t) = 0 \Leftrightarrow (t-2)(14-2t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=7 \end{cases}$	
	Do $t \leq 3 \Rightarrow t=2 \Rightarrow B(2;-2), C(5;1)$. Ta có $\vec{AB} = (1;-3), \vec{AC} = (4;0) \Rightarrow \vec{n_{AB}} = (3;1), \vec{n_{AC}} = (0;1)$ Suy ra $AB: 3x+y-4=0; AC: y-1=0$.	0.25
Câu 9 (1 điểm)	Phương trình (1) $\Leftrightarrow x^3 + 3x = -y^3 + 6y^2 - 15y + 14$ $\Leftrightarrow x^3 + 3x = (2-y)^3 + 3(2-y)$ Xét hàm số: $f(t) = t^3 + 3t$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0$ với $(\forall t \in \mathbb{R}) \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. $pt: f(x) = f(2-y) \Leftrightarrow x = 2-y \Leftrightarrow y = 2-x$	0.25
	Thế $y = 2-x$ vào phương trình (2) ta được. $27x^3 + 2x^2 + 20x + 4 = 4\sqrt[3]{1+x} \Leftrightarrow (3x+1)^3 + 4(3x+1) = x+1 + 4\sqrt[3]{x+1}$ Xét hàm số: $g(t) = t^3 + 4t$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có $g'(t) = 3t^2 + 4 > 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Suy ra: $g(3x+1) = g(\sqrt[3]{x+1}) \Leftrightarrow 3x+1 = \sqrt[3]{x+1} \Leftrightarrow 27x^3 + 27x^2 + 9x + 1 = x+1$ $\Leftrightarrow 27x^3 + 27x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=2 \\ 27x^2 + 27x + 8 = 0 (vn) \end{cases}$	0.25

	Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(0;2)$	0.25
Câu 10 (1 điểm)	Vì $0 < x \leq y \leq z$ nên $x(x-y)(y-z) \geq 0 \Leftrightarrow (x^2 - xy)(y-z) \geq 0$ $\Leftrightarrow x^2y - x^2z - xy^2 + xyz \geq 0 \Leftrightarrow x^2y + xyz \geq x^2z + xy^2$	0.25
	$xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz = (x^2z + xy^2) + yz^2 - xyz$ $\leq (x^2y + xyz) + yz^2 - xyz = y(x^2 + z^2)$	
	Theo bất đẳng thức Cô si ta có: $y(x^2 + z^2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2y^2(x^2 + z^2)(x^2 + z^2)}$ $\leq \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{2y^2 + (x^2 + z^2) + (x^2 + z^2)}{3}\right)^3} = 2\sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}\right)^3}$	0.25
	Do đó $P = xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz - \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{6} \leq 2\sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}\right)^3} - \frac{3}{2}\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}\right)^2$	
	Đặt $t = \sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}\right)}$ ($t > 0$). Ta có $P \leq f(t) = 2t^3 - \frac{3}{2}t^4$. $f'(t) = 6t^2 - 6t^3 = 6t^2(1-t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Lập bảng biến thiên của hàm $f(t)$ suy ra được $f(t) \leq f(1) = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow P \leq \frac{1}{2}$.	0.25
	Ta thấy $P = \frac{1}{2}$ khi $x = y = z = 1$. Vậy giá trị lớn nhất cần tìm là $\text{Max } P = \frac{1}{2}$ khi $x = y = z = 1$.	0.25