



Chương 1:

§1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC



Tóm tắt lý thuyết

1. Hàm số sin

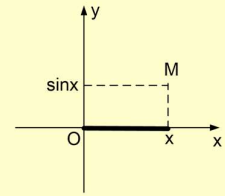
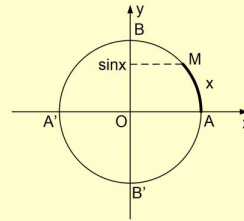
◆. **Hàm số sin:** $y = \sin x$

1. **Định nghĩa:** Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\sin x$

• $\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

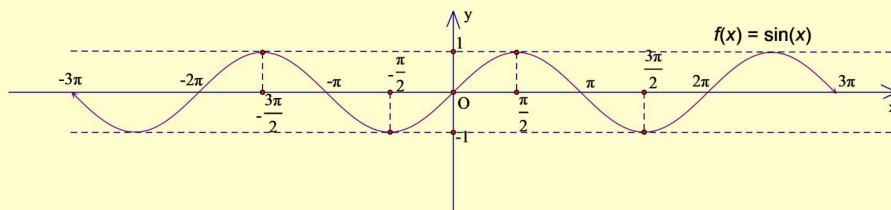
$x \mapsto \sin x$ được gọi là hàm số sin,

• Ký hiệu $y = \sin x$



2. Tính chất:

- Tập xác định $\mathbb{R}$.
- Tập giá trị: $[-1; 1]$, có nghĩa là $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.
- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π , có nghĩa $\sin(x + k2\pi) = \sin x$ với $k \in \mathbb{Z}$.
- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.
- $y = \sin x$ là hàm số lẻ, đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O là tâm đối xứng (Hình 1).



Hình 1.

◆. **Một số giá trị đặc biệt:**

- ✓ $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$
- ✓ $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$
- ✓ $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

②. Hàm số cos

◆. Hàm số cosin: $y = \cos x$

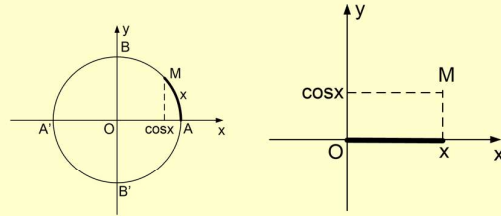
①. **Định nghĩa:** Qui tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\cos x$

• $\cos: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto \cos x$ được gọi là hàm số

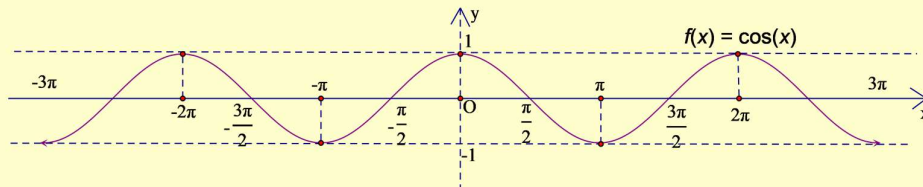
$\cos$,

• **Kí hiệu** $y = \cos x$



②. Tính chất:

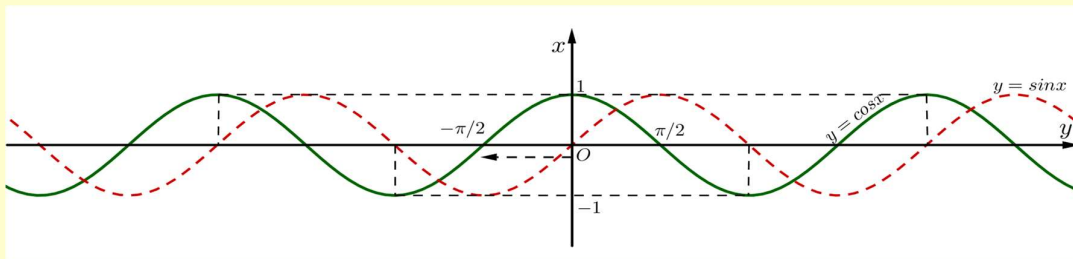
- Tập xác định $\mathbb{R}$.
- Tập giá trị: $[-1; 1]$, có nghĩa là $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.
- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π , có nghĩa $\cos(x + k2\pi) = \cos x$ với $k \in \mathbb{Z}$.
- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.
- $y = \cos x$ là hàm số chẵn, đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng (Hình 2).



Hình 2.

• Ta có $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ nên đồ thị của hàm số $y = \cos x$ được suy ra từ đồ thị hàm số

$y = \sin x$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ theo vectơ $\vec{u} = \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.



◆. Một số giá trị đặc biệt:

✓ $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

✓ $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

③. Hàm số tan

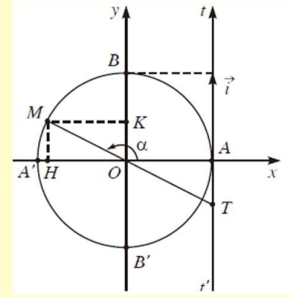
◆. **Hàm số tan:** $y = \tan x$

①. Định nghĩa:

- Hàm số tan là hàm số được xác định bởi công thức:

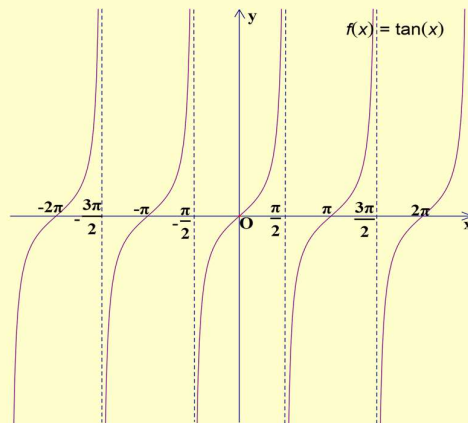
$$y = \frac{\sin x}{\cos x} \quad (\cos x \neq 0)$$

- Kí hiệu là $y = \tan x$.



②. Tính chất:

- Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
- Tập giá trị là $\mathbb{R}$.
- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ π , có nghĩa $\tan(x + k\pi) = \tan x, (k \in \mathbb{Z})$.
- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), (k \in \mathbb{Z})$.
- $y = \tan x$ là hàm số lẻ, đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng và nhận mỗi đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm đường tiệm cận. (Hình 3)



Hình 3.

◆. **Một số giá trị đặc biệt :**

- ✓ $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- ✓ $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- ✓ $\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

④. Hàm số cot

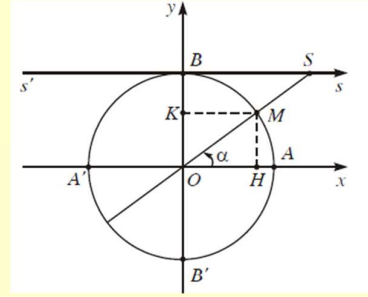
◆. **Hàm số tan:** $y = \cot x$

①. Định nghĩa:

• Hàm số cot là hàm số được xác định bởi công thức:

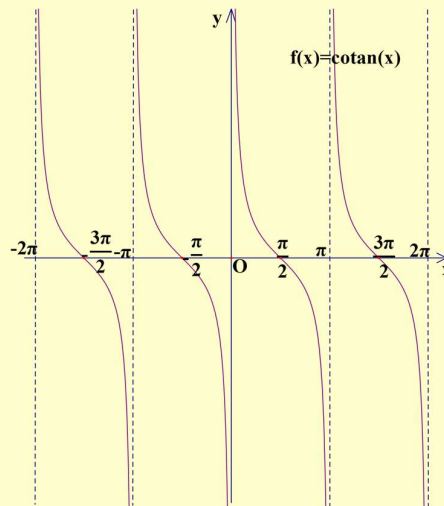
$$y = \frac{\cos x}{\sin x} \quad (\sin x \neq 0)$$

• Ký hiệu là $y = \cot x$.



②. Tính chất:

- Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$.
- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ π , có nghĩa $\cot(x + k\pi) = \cot x, (k \in \mathbb{Z})$.
- Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$.
- $y = \cot x$ là hàm số lẻ, đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng và nhận mỗi đường thẳng $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm đường tiệm cận (Hình 4).



Hình 4

◆. **Một số giá trị đặc biệt :**

- ✓ $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- ✓ $\cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- ✓ $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B

Phân dạng bài tập

1. Dạng 1 Tìm tập xác định

◆. Ghi nhớ

- $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ xác định $\Leftrightarrow g(x) \neq 0$
- $y = \sqrt[n]{f(x)}, n \in \mathbb{N}^*$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$.
- $y = \sin[u(x)]$ xác định $\Leftrightarrow u(x)$ xác định.
- $y = \cos[u(x)]$ xác định $\Leftrightarrow u(x)$ xác định.
- $y = \tan[u(x)]$ xác định $\Leftrightarrow u(x)$ xác định và $u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- $y = \cot[u(x)]$ xác định $\Leftrightarrow u(x)$ xác định và $u(x) \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

◆. Bài tập minh họa:

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan(x - \frac{\pi}{6})$

Lời giải

- Điều kiện: $\cos(x - \frac{\pi}{6}) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi$
- TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \cot^2(\frac{2\pi}{3} - 3x)$

Lời giải

- Điều kiện: $\sin(\frac{2\pi}{3} - 3x) \neq 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{3} - 3x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{2\pi}{9} - k\frac{\pi}{3}$
- TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{9} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\sin x + 1} + \cot(3x + \frac{\pi}{6})$

Lời giải

- Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq -1 \\ \sin(3x + \frac{\pi}{6}) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}$
- Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 4: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan 5x}{\sin 4x - \cos 3x}$

Lời giải

- Ta có: $\sin 4x - \cos 3x = \sin 4x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$

$$= 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$
- Điều kiện:
$$\begin{cases} \cos 5x \neq 0 \\ \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \sin\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \end{cases}$$
- Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}; \frac{\pi}{2} + k2\pi, -\frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \right\}.$

2. Dạng 2: Tuần hoàn, chu kỳ

◆. Ghi nhớ

- Hàm số $y = A \cdot \sin(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$
- Hàm số $y = A \cdot \cos(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$
- Hàm số $y = A \cdot \tan(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|a|}$
- Hàm số $y = A \cdot \cot(ax + b)$ ($A, a \neq 0$) là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|a|}$
- Nếu hàm số $y = f(x)$ chỉ chứa các hàm số lượng giác có chu kỳ lần lượt là $T_1, T_2, \dots, T_n$ thì hàm số f có chu kỳ T là bội chung nhỏ nhất của $T_1, T_2, \dots, T_n$.
- Nếu hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ T thì hàm số $y = f(x) + c$ (c là hằng số) cũng là hàm số tuần hoàn với chu kỳ T .

◆. Bài tập minh họa:

Câu 1: Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ (nếu có) của hàm số sau: $y = \cos^2 x - 1$.

Lời giải

- Ta biến đổi: $y = \cos^2 x - 1 = \frac{1 + \cos 2x}{2} - 1 = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2}.$
- Do đó f là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{2} = \pi.$

Câu 2: Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ (nếu có) của hàm số sau: $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right).$

Lời giải

- Ta biến đổi: $y = \sin\left(\frac{2}{5}x\right) \cdot \cos\left(\frac{2}{5}x\right) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{4}{5}x\right)$.
- Do đó f là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{5\pi}{2}$.

Câu 3: Xét tính tuần hoàn và tìm chu kỳ (nếu có) của hàm số sau: $y = \cos x + \cos(\sqrt{3}x)$

Lời giải

- Giả sử hàm số đã cho tuần hoàn $\Rightarrow$ có số thực dương T thỏa :
- $f(x+T) = f(x) \Leftrightarrow \cos(x+T) + \cos\sqrt{3}(x+T) = \cos x + \cos\sqrt{3}x$
- $x=0 \Rightarrow \cos T + \cos\sqrt{3}T = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos T = 1 \\ \cos\sqrt{3}T = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = 2n\pi \\ \sqrt{3}T = 2m\pi \end{cases} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{m}{n}$ vô lí, do
 $m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{m}{n}$ là số hữu tỉ.
- Vậy hàm số đã cho không tuần hoàn.

Câu 4: Chứng minh rằng hàm số sau là hàm số tuần hoàn và tìm chu kỳ của nó: $y = \frac{1}{\sin x}$.

Lời giải

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- Ta xét đẳng thức $f(x+T) = f(x) \Leftrightarrow \frac{1}{\sin(x+T)} = \frac{1}{\sin x} \Leftrightarrow \sin(x+T) = \sin x$.
- Chọn $x = \frac{\pi}{2}$ thì $\sin x = 1$ và do đó $\sin\left(\frac{\pi}{2} + T\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + T = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Số dương nhỏ nhất trong các số T là 2π .
- Rõ ràng $\forall x \in D, x+k2\pi \in D$ và $f(x+k2\pi) = \frac{1}{\sin(x+k2\pi)} = \frac{1}{\sin x} = f(x)$
- Vậy f là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

3. Dạng 3**Tính chẵn, lẻ****◆. Ghi nhớ**

- ✓ $\cos(-x) = \cos x$; $\sin(-x) = -\sin x$; $\tan(-x) = -\tan x$; $\cot(-x) = -\cot x$
- ✓ $\sin^2(-x) = [\sin(-x)]^2 = (-\sin x)^2 = \sin^2 x$

◆. Tìm chu kỳ của hàm số

- Bước 1 : Tìm TXĐ D của hàm số $f(x)$
- Bước 2 : Chứng minh D là **tập đối xứng**, nghĩa là $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$,
- Bước 3 : Tính $f(-x)$, so sánh với $f(x)$. Có 3 khả năng:

$$+) f(-x) = f(x) \rightarrow f \text{ chẵn}$$

$$+) f(-x) = -f(x) \rightarrow f \text{ lẻ}$$

$$+) \text{ Có } x_0 \text{ để } f(-x_0) \neq \pm f(x_0) \rightarrow f \text{ không chẵn, không lẻ}$$

◆. Chú ý: Hàm $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ là hàm số lẻ. $y = \cos x$ là hàm chẵn

◆. Bài tập minh họa:

Câu 1: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số

A. $y = f(x) = \sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right)$

B. $y = f(x) = \tan x + \cot x$

Lời giải

A. Tập xác định $D = \mathbb{R}$, là một tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

- Ta có $f(x) = \sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2} + 4\pi\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$.
- Có $f(-x) = \cos(-2x) = \cos 2x = f(x)$.
- Vậy hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq l\pi \end{cases} \text{ (với } k, l \in \mathbb{Z} \text{)}.$

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, l\pi \mid k, l \in \mathbb{Z} \right\}$, là một tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D$ thì $-x \in D$
- Ta có $f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -(\tan x + \cot x) = -f(x)$.
- Vậy hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 2: Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \tan^7 2x \cdot \sin 5x$

Lời giải

- Hàm số có nghĩa khi $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$, là một tập đối xứng. Do đó $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.
- Ta có $f(-x) = \tan^7(-2x) \cdot \sin(-5x) = \tan^7 2x \cdot \sin 5x = f(x)$.
- Vậy hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn.

4. Dạng 4

GTLN-GTNN

◆. Ghi nhớ

- $-1 \leq \sin x \leq 1$; $-1 \leq \cos x \leq 1$; $0 \leq \sin^2 x \leq 1$; $A^2 + B \geq B$
- $-1 \leq -\sin x \leq 1$, $-1 \leq -\cos x \leq 1$; $0 \leq \cos^2 x \leq 1$
- Hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì

$$GTLN_{[a; b]} f(x) = f(b); GTNN_{[a; b]} f(x) = f(a)$$
- Hàm số $y = f(x)$ luôn nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì

$$GTLN_{[a; b]} f(x) = f(a); GTNN_{[a; b]} f(x) = f(b)$$
- $-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin x + b \cos x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$

◆. Bài tập minh họa:

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau.

1. $y = 4 \sin x \cos x + 1$

2. $y = 4 - 3 \sin^2 2x$

Giải

1. Ta có $y = 2 \sin 2x + 1$.

Do $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2 \sin 2x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq 2 \sin 2x + 1 \leq 3$

$\Rightarrow -1 \leq y \leq 3$.

* $y = -1 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

* $y = 3 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3, giá trị nhỏ nhất bằng -1.

2. Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 4 - 3 \sin^2 x \leq 4$

* $y = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

* $y = 4 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4, giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số sau $y = \sin x - \frac{1}{\sin x}$ trong khoảng $0 < x < \pi$

Giải

Vì $0 < x < \pi$ nên $0 < \sin x \leq 1$, do đó $\sin x \leq \frac{1}{\sin x}$

Vậy hàm số đạt giá trị, lớn nhất là 0 tại $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$.



Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1-2x}{\sin 2x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\cos x + 1}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1-\sin x}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5: Tập xác định D của hàm số $y = \tan 3x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 6: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin x - 1}$.

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 8: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos x} + \cot x$.

Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓑ. $(-\infty; 1].$

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ. $[-1; 1] \setminus \{0\}.$

Câu 9: Hàm số $y = \sqrt{\frac{\sin x - 1}{3 + \sin x}}$ có tập xác định là

Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Ⓑ. $\mathbb{R}.$

Ⓒ. $\emptyset.$

Ⓓ. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}}$.

Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $\mathbb{R}.$

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 12: Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{1}{1 - \cos x}$ là

Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$

Ⓐ. $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Ⓑ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Ⓒ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Ⓓ. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 14: Hàm số $y = \frac{\tan 2x}{1 - \tan x}$ có tập xác định là

Ⓐ. $\mathbb{R}.$

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 + \cot \frac{x}{2}}{\cos x + 1}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}.$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 16: Cho các hàm số

(1) $y = \sin 3x.$ (2) $y = \frac{\tan x + 3}{\cos^2 x + 2}.$ (3) $y = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x + 1}.$

(4) $y = \sqrt{1 - \sin x}.$ (5) $y = \sqrt{\frac{2\cos x + 3}{\sin x + 1}}.$

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{1 + \sin x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}.$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\sin x + 1}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

D. $\mathbb{R}.$

Câu 19: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 2}$ là

A. $(-2; +\infty)$

B. $(2; +\infty)$

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}.$

D. $\mathbb{R}.$

Câu 20: Hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ xác định khi

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x \neq k\pi.$

C. $x \neq k2\pi.$

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

Câu 21: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.

D. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.

Câu 22: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \cot 4x.$

B. $y = \tan 6x.$

C. $y = \sin 2x.$

D. $y = \cos x.$

Câu 23: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

A. $y = \tan x.$

B. $y = \cos x.$

C. $y = \sin x.$

D. $y = \cot x.$

Câu 24: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cos x.$

B. $y = \tan x.$

C. $y = \sin x.$

D. $y = \cot x.$

Câu 25: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- Ⓐ. $y = 1 + \sin x$. Ⓑ. $y = x \cdot \tan x$. Ⓒ. $y = \sin^5 x$. Ⓓ. $y = \cos x \cdot \sin^2 x$.

Câu 26: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- Ⓐ. $y = -2 \sin x$. Ⓑ. $y = 2 \sin 2x$. Ⓒ. $y = \sin x - \cos x$. Ⓓ. $y = -2 \cos x$.

Câu 27: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

- Ⓐ. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. Ⓑ. $y = \tan x$. Ⓒ. $y = \sin x$. Ⓓ. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- Ⓐ. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 Ⓑ. Đồ thị của hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng.
 Ⓒ. Hàm số đó là hàm số lẻ trên $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 Ⓓ. Hàm số đó là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$.

Câu 29: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- Ⓐ. $y = x^2 \cos x$. Ⓑ. $y = \sin 2x$. Ⓒ. $y = \sin^2 x$. Ⓓ. $y = \cos 2x$.

Câu 30: Trong các hàm số sau, hàm số nào không là hàm số chẵn và cũng không là hàm số lẻ?

- Ⓐ. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Ⓑ. $y = \tan x - \frac{1}{\sin x}$.
 Ⓒ. $y = \sin^4 x - \cos^4 x$. Ⓓ. $y = \cos x$.

Câu 31: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn.

- Ⓐ. $y = \cot x$. Ⓑ. $y = \sin x$. Ⓒ. $y = \tan x$. Ⓓ. $y = \cos x$.

Câu 32: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm chẵn?

- Ⓐ. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. Ⓑ. $y = |\sin x|$. Ⓒ. $y = 1 - \sin x$. Ⓓ. $y = \sin x + \cos x$.

Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- Ⓐ. $y = \tan x$. Ⓑ. $y = \sin x$. Ⓒ. $y = \cos x$. Ⓓ. $y = \cot x$.

Câu 34: Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$?

- Ⓐ. $y = \sin x$. Ⓑ. $y = 2 \sin x$. Ⓒ. $y = \sin 2x$. Ⓓ. $y = 2 + \sin x$.

Câu 35: Hàm số nào sau đây tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{2}$?

- Ⓐ. $y = \tan \frac{x}{3}$. Ⓑ. $y = \tan \frac{x}{2}$. Ⓒ. $y = \tan 3x$. Ⓓ. $y = \tan 2x$.

Câu 36: Chọn khẳng định sai?

- Ⓐ. Hàm số $y = \tan x + \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 Ⓑ. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 Ⓒ. Hàm số $y = \cot x + \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .
 Ⓓ. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 37: Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ là

- Ⓐ. π . Ⓑ. $\frac{2\pi}{3}$. Ⓒ. $\frac{\pi}{3}$. Ⓓ. 2π .

Câu 38: Khẳng định nào sau đây đúng?

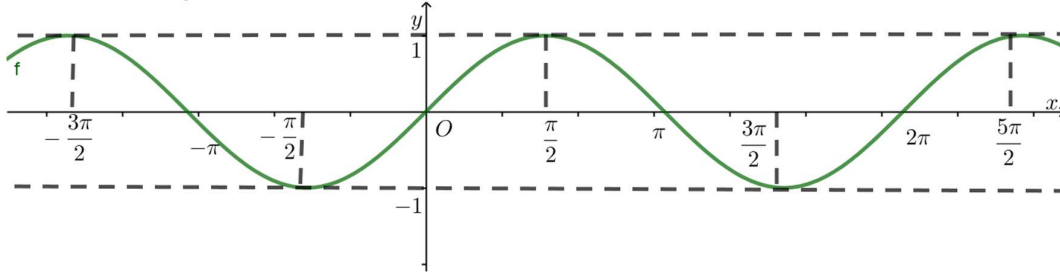
- ☐ A. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
☐ B. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
☐ C. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{2}$.
☐ D. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
- Câu 39:** Trong bốn hàm số: (1) $y = \cos 2x$; (2) $y = \sin x$; (3) $y = \tan 2x$; (4) $y = \cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π ?
- ☐ A. 3. ☐ B. 2. ☐ C. 0. ☐ D. 1.
- Câu 40:** Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?
- ☐ A. $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π . ☐ B. $y = \cos x$ là hàm nghịch biến trên $(0; \pi)$.
☐ C. $y = \cos x$ là hàm chẵn. ☐ D. $y = \cos x$ có tập xác định $\mathbb{R}$.
- Câu 41:** Hàm số $y = \frac{1}{1 + \tan^2 x} + \frac{1}{1 + \cot^2 2x}$ có chu kỳ là:
- ☐ A. $T = \frac{\pi}{2}$. ☐ B. $T = 2\pi$. ☐ C. $T = \pi$. ☐ D. $T = 4\pi$.
- Câu 42:** Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$ là
- ☐ A. π . ☐ B. 2π . ☐ C. $k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. ☐ D. $k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 43:** Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \tan x$ là
- ☐ A. 2π ☐ B. π ☐ C. $\frac{\pi}{2}$ ☐ D. 3π
- Câu 44:** Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cos x$
- ☐ A. $T = \frac{\pi}{2}$. ☐ B. $T = \pi$. ☐ C. $T = 2$. ☐ D. $T = 2\pi$.
- Câu 45:** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \cos 2x - 5$ lần lượt là
- ☐ A. -8 và -2 . ☐ B. 2 và 8 . ☐ C. -5 và 3 . ☐ D. -5 và 2 .
- Câu 46:** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là
- ☐ A. 4 và 7 . ☐ B. 5 và 9 . ☐ C. -2 và 7 . ☐ D. -2 và 2 .
- Câu 47:** Tập giá trị của hàm số $y = 2 \cos 3x + 1$.
- ☐ A. $[-3; 1]$. ☐ B. $[-3; -1]$. ☐ C. $[-1; 3]$. ☐ D. $[1; 3]$.
- Câu 48:** Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 3 \cos x + 4$ là
- ☐ A. 7 . ☐ B. 5 . ☐ C. 8 . ☐ D. 6 .
- Câu 49:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ là:
- ☐ A. 0 . ☐ B. -3 . ☐ C. 3 . ☐ D. -1 .
- Câu 50:** Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị là:
- ☐ A. $\mathbb{R}$. ☐ B. $[-1; 1]$. ☐ C. $[-\pi; \pi]$. ☐ D. $[0; \pi]$
- Câu 51:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 1$ là
- ☐ A. -1 . ☐ B. 1 . ☐ C. $-\frac{1}{2}$. ☐ D. 3 .
- Câu 52:** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là

- Ⓐ. $\sqrt{2}$ và 2. Ⓑ. $4\sqrt{2}$ và 8. Ⓒ. 2 và 4. Ⓓ. $4\sqrt{2}-1$ và 7.

Câu 53: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \cos^2 x$ là

- Ⓐ. 2 và -1. Ⓑ. 2 và 0. Ⓒ. 2 và 1. Ⓓ. 3 và 1.

Câu 54: Cho hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm những giá trị x để hàm số nhận giá trị âm.



- Ⓐ. $(-\pi; 0); (\pi; 2\pi)$. Ⓑ. $(0; \pi)$. Ⓒ. $(\pi; 2\pi)$. Ⓓ. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Câu 55: Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = 3 - 2\cos^2 x$ lần lượt là

- Ⓐ. $y_{\max} = 5, y_{\min} = 1$. Ⓑ. $y_{\max} = 1, y_{\min} = -1$. Ⓒ. $y_{\max} = 3, y_{\min} = 1$. Ⓓ. $y_{\max} = 5, y_{\min} = -1$.

Câu 56: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2\cos x - \sin x$.

- Ⓐ. $M = \sqrt{\frac{11}{2}}$. Ⓑ. $M = \sqrt{5}$. Ⓒ. $M = \sqrt{3}$. Ⓓ. $M = \sqrt{6}$.

Câu 57: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2}\cos 2x - 1$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{8}\right]$. khi đó $M.m$ bằng

- Ⓐ. -1. Ⓑ. $2 - 2\sqrt{2}$. Ⓒ. $2 - \sqrt{2}$. Ⓓ. $2\sqrt{2} - 2$.

Câu 58: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là

- Ⓐ. $4\sqrt{2}-1$ và 7. Ⓑ. $4\sqrt{2}$ và 8. Ⓒ. 2 và 4. Ⓓ. $\sqrt{2}$ và 2.

Câu 59: Tập giá trị hàm số $y = 5\sin x - 12\cos x$ là

- Ⓐ. $[-12; 5]$. Ⓑ. $[-13; 13]$. Ⓒ. $[-17; 17]$. Ⓓ. $(-13; 13)$.

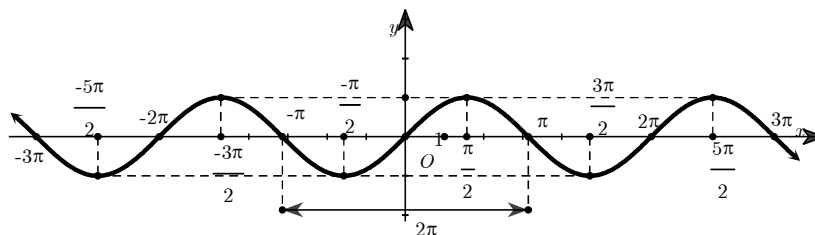
Câu 60: Hàm số $y = 4 - 11\cos^3 x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương?

- Ⓐ. 15. Ⓑ. 14. Ⓒ. 13. Ⓓ. 23.

Câu 61: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 5\sin 2x + 12\cos 2x$ là

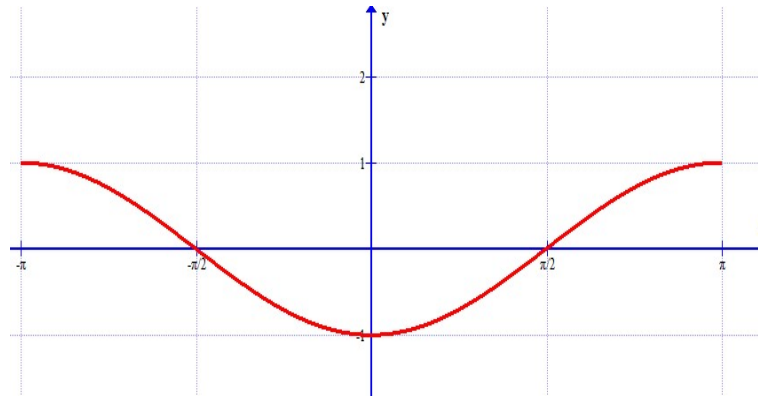
- Ⓐ. 10. Ⓑ. 12. Ⓒ. 17. Ⓓ. 13.

Câu 62: Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?



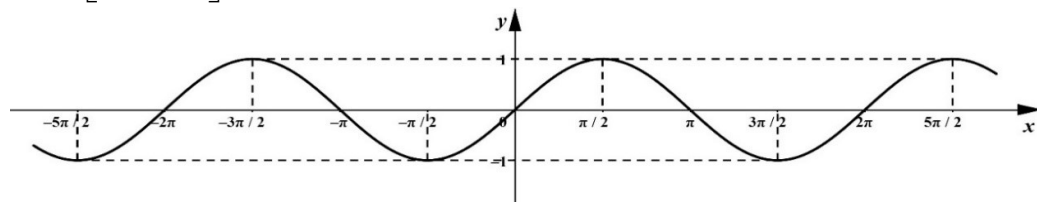
- Ⓐ. $y = \cot x$. Ⓑ. $y = \sin 2x$. Ⓒ. $y = \sin x$. Ⓓ. $y = \cos 2x$.

Câu 63: Cho đồ thị với $x \in [-\pi; \pi]$. Đây là đồ thị của hàm số của hàm số nào?



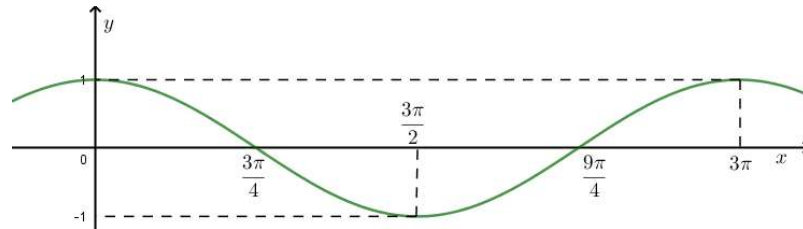
- Ⓐ. $y = \cos x$. Ⓑ. $y = -\cos x$. Ⓒ. $y = \sin x$. Ⓓ. $y = \cos|x|$.

Câu 64: Dựa vào đồ thị của hàm số $y = \sin x$, hãy tìm số nghiệm của phương trình: $\sin x = \frac{1}{2018}$ trên đoạn $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.



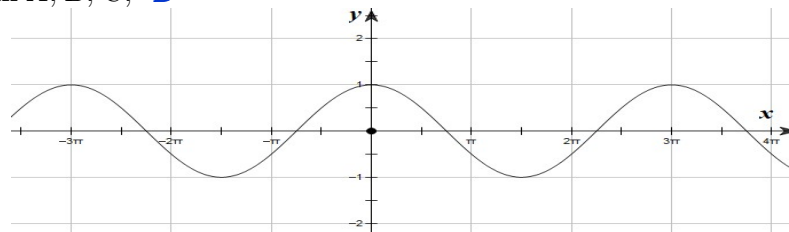
- Ⓐ. 4. Ⓑ. 6. Ⓒ. 10. Ⓓ. 5.

Câu 65: Hình bên là một phần đồ thị của hàm số nào sau đây?



- Ⓐ. $y = \cos \frac{2x}{3}$. Ⓑ. $y = \sin \frac{2x}{3}$. Ⓒ. $y = \cos \frac{3x}{2}$. Ⓓ. $y = \sin \frac{3x}{2}$.

Câu 66: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- Ⓐ. $y = \sin \frac{3x}{2}$. Ⓑ. $y = \sin \frac{2x}{3}$. Ⓒ. $y = \cos \frac{3x}{2}$. Ⓓ. $y = \cos \frac{2x}{3}$.

Câu 67: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- Ⓐ. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 Ⓑ. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
 Ⓒ. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Ⓓ. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 68: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ. $(0; \pi)$. Ⓑ. $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. Ⓒ. $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Ⓓ. $(-2\pi; -\pi)$.

Câu 69: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- Ⓐ. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.
 Ⓑ. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.
 Ⓒ. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.
 Ⓓ. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 70: Cho hàm số $y = \sin x$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- Ⓐ. Hàm số đã cho là hàm lẻ. Ⓑ. Hàm số đã cho có tập giá trị là $[-1; 1]$.
 Ⓒ. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; 2\pi)$. Ⓓ. Hàm số đã cho có tập xác định $\mathbb{R}$.

Câu 71: Cho ba hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$. Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$?

- Ⓐ. 1. Ⓑ. 3. Ⓒ. 0. Ⓓ. 2.

Hướng dẫn giải bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1-2x}{\sin 2x}$.

- Ⓐ. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. Ⓑ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 Ⓒ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\cos x + 1}$

- Ⓐ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 Ⓒ. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. Ⓓ. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Suy ra tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1}$ là

- Ⓐ. $\mathbb{R}$. Ⓑ. $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. Ⓒ. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\sin x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \geq 1 \Leftrightarrow \sin x = 1$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Tập xác định $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1-\sin x}}$.

Ⓐ. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓑ. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓒ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

$y = \frac{1}{\sqrt{1-\sin x}}$ xác định khi $1 - \sin x > 0$.

Có $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 1 - \sin x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}.$

Do đó $1 - \sin x > 0 \Leftrightarrow 1 - \sin x \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 5: Tập xác định D của hàm số $y = \tan 3x$ là

Ⓐ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓑ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓓ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Điều kiện: $\cos 3x \neq 0 \Leftrightarrow 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 6: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin x - 1}$.

Ⓐ. $\mathbb{R}.$

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ là

- Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Do đó tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos x} + \cot x$.

- Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- Ⓑ. $(-\infty; 1]$.
- Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- Ⓓ. $[-1; 1] \setminus \{0\}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \cos x \geq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \leq 1 \\ x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 9: Hàm số $y = \sqrt{\frac{\sin x - 1}{3 + \sin x}}$ có tập xác định là

- Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
- Ⓑ. $\mathbb{R}$.
- Ⓒ. $\emptyset$.
- Ⓓ. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

+) Ta có: $\sin x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $3 + \sin x \geq 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

+) Nên hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\sin x}}$.

- Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 Ⓒ. $\mathbb{R}$.
 Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1+\cos x}{1-\sin x} \geq 0 \\ 1-\sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

- Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số là} \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq l2\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy, tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-\cos x}$ là

- Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } 1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$

- Ⓐ. $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 Ⓑ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 Ⓒ. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 Ⓓ. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

$$\text{Hàm số } y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\text{xác định khi } \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{2} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq (1+2k)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 14: Hàm số $y = \frac{\tan 2x}{1 - \tan x}$ có tập xác định là

Ⓐ. $\mathbb{R}$.

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}.$$

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 + \cot \frac{x}{2}}{\cos x + 1}$ là:

Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin \frac{x}{2} \neq 0 \\ \cos x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} \neq k\pi \\ x \neq \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k2\pi \\ x \neq \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

Câu 16: Cho các hàm số

$$(1) \quad y = \sin 3x. \quad (2) \quad y = \frac{\tan x + 3}{\cos^2 x + 2}. \quad (3) \quad y = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x + 1}.$$

$$(4) \quad y = \sqrt{1 - \sin x}. \quad (5) \quad y = \sqrt{\frac{2\cos x + 3}{\sin x + 1}}.$$

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$

Ⓐ. 4.

Ⓑ. 1.

Ⓒ. 3.

Ⓓ. 2

Lời giải

(1) $y = \sin 3x$ có $D = \mathbb{R}$.

(2) $y = \frac{\tan x + 3}{\cos^2 x + 2}$ có điều kiện là $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos^2 x + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

$$(3) \quad y = \frac{2 \cos x - 1}{\sin^2 x + 1} \text{ có } D = \mathbb{R}.$$

$$(4) \quad y = \sqrt{1 - \sin x} \text{ có điều kiện là } \sin x \leq 1 \text{ luôn đúng } \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$(5) \quad y = \sqrt{\frac{2 \cos x + 3}{\sin x + 1}} \text{ có điều kiện là } \begin{cases} \frac{2 \cos x + 3}{\sin x + 1} \geq 0 \\ \sin x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{-\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy các hàm số (1), (3), (4) có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{1 + \sin x}$ là

Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

Ⓓ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Điều kiện: $1 + \sin x \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\sin x + 1}}$ là

Ⓐ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓑ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ. $\mathbb{R}.$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\sin x + 1}}$ xác định khi: $\sin x + 1 > 0 \Leftrightarrow \sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{-\pi}{2} + k2\pi$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 19: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 2}$ là

Ⓐ. $(-2; +\infty)$

Ⓑ. $(2; +\infty)$

Ⓒ. $\mathbb{R} \setminus \{2\}.$

Ⓓ. $\mathbb{R}.$

Lời giải

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}.$ Do đó $\sin x - 2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$ Vậy tập xác định $D = \mathbb{R}$

Câu 20: Hàm số $y = \frac{2 \sin x + 1}{1 - \cos x}$ xác định khi

Ⓐ. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Ⓑ. $x \neq k\pi.$

Ⓒ. $x \neq k2\pi.$

Ⓓ. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}.$

Câu 21: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Ⓐ. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.
 Ⓑ. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.
 Ⓒ. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.
 Ⓓ. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.

Lời giải

Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

Câu 22: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- Ⓐ. $y = \cot 4x$. Ⓑ. $y = \tan 6x$. Ⓒ. $y = \sin 2x$. Ⓓ. $y = \cos x$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Và $y(-x) = \cos(-x) = \cos x = y(x)$.

Vậy hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 23: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

- Ⓐ. $y = \tan x$. Ⓑ. $y = \cos x$. Ⓒ. $y = \sin x$. Ⓓ. $y = \cot x$.

Lời giải

Đồ thị hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng. Nên hàm số $y = \cos x$ có đồ thị đối xứng qua trục tung.

Câu 24: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- Ⓐ. $y = \cos x$. Ⓑ. $y = \tan x$. Ⓒ. $y = \sin x$. Ⓓ. $y = \cot x$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $\cos(-x) = \cos x \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Hàm số $y = \sin x, y = \tan x, y = \cot x$ là hàm số lẻ.

Câu 25: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- Ⓐ. $y = 1 + \sin x$. Ⓑ. $y = x \cdot \tan x$. Ⓒ. $y = \sin^5 x$. Ⓓ. $y = \cos x \cdot \sin^2 x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = f(x) = \sin^5 x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có
$$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = \sin^5(-x) = -\sin^5 x = -f(x) \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = \sin^5 x$ là hàm số lẻ.

Xét hàm số $y = f(x) = 1 + \sin x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có
$$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = 1 + \sin(-x) = 1 - \sin x \end{cases}, \begin{cases} f(-x) \neq f(x) \\ f(-x) \neq -f(x) \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = 1 + \sin x$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Xét hàm số $y = f(x) = x \cdot \tan x$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ta có
$$\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = (-x) \cdot \tan(-x) = x \cdot \tan x = f(x) \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = x \cdot \tan x$ là hàm số chẵn.

Xét hàm số $y = f(x) = \cos x \cdot \sin^2 x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có
$$\begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = \cos(-x) \sin^2(-x) = \cos x \sin^2 x = f(x) \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = \cos x \cdot \sin^2 x$ là hàm số chẵn.

Câu 26: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- ☐ A. $y = -2 \sin x$. ☐ B. $y = 2 \sin 2x$. ☐ C. $y = \sin x - \cos x$. ☐ D. $y = -2 \cos x$

Lời giải

Nhận xét, cả 4 đáp án đều có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Đáp án ☐ A. $f(x) = -2 \sin x$, $f(-x) = -2 \sin(-x) = 2 \sin x$
 $\Rightarrow f(-x) = -f(x)$. Vậy $y = -2 \sin x$ là hàm số lẻ.

- Đáp án

☐ B. $f(x) = 2 \sin 2x$, $f(-x) = 2 \sin(-2x) = -2 \sin 2x$
 $\Rightarrow f(-x) = -f(x)$. Vậy $y = 2 \sin 2x$ là hàm số lẻ.

- Đáp án

☐ C. $f(x) = \sin x - \cos x$, $f(-x) = \sin(-x) - \cos(-x) = -\sin x - \cos x$
 $\Rightarrow f(x) \neq f(-x)$. Vậy $y = \sin x - \cos x$ là hàm số không chẵn không lẻ.

- Đáp án

☐ D. $f(x) = -2 \cos x$, $f(-x) = -2 \cos(-x) = -2 \cos(x)$
 $\Rightarrow f(x) = f(-x)$. Vậy $y = -2 \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 27: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

- ☐ A. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. ☐ B. $y = \tan x$. ☐ C. $y = \sin x$. ☐ D. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

Lời giải

$y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- ☐ A. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
☐ B. Đồ thị của hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng.
☐ C. Hàm số đó là hàm số lẻ trên $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓓ. Hàm số đó là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ là hàm số chẵn nên đồ thị của nó nhận trục làm trục đối xứng.

Câu 29: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- Ⓐ. $y = x^2 \cos x$. Ⓑ. $y = \sin 2x$. Ⓒ. $y = \sin^2 x$. Ⓓ. $y = \cos 2x$.

Lời giải

Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ vì:

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$ và
 $y(-x) = \sin 2(-x) = -\sin 2x = -y(x)$.

Câu 30: Trong các hàm số sau, hàm số nào không là hàm số chẵn và cũng không là hàm số lẻ?

- Ⓐ. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Ⓑ. $y = \tan x - \frac{1}{\sin x}$.
 Ⓒ. $y = \sin^4 x - \cos^4 x$. Ⓓ. $y = \cos x$.

Lời giải

Ta có

Xét hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$

Rõ ràng D không là tập đối xứng, chẳng hạn $-\frac{\pi}{4} \in D$ nhưng $\frac{\pi}{4} \notin D$.

Nên hàm này không là hàm số chẵn cũng không là hàm số lẻ.

Câu 31: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn.

- Ⓐ. $y = \cot x$. Ⓑ. $y = \sin x$. Ⓒ. $y = \tan x$. Ⓓ. $y = \cos x$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Hàm số $y = \tan x$; $y = \cot x$; $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

Câu 32: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm chẵn?

- Ⓐ. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. Ⓑ. $y = |\sin x|$. Ⓒ. $y = 1 - \sin x$. Ⓓ. $y = \sin x + \cos x$.

Lời giải

TXD:

$$\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Và } y(-x) = |\sin(-x)| = |-\sin x| = |\sin x| = y(x)$$

Vậy hàm số trên là hàm số chẵn

Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- Ⓐ. $y = \tan x$. Ⓑ. $y = \sin x$. Ⓒ. $y = \cos x$. Ⓓ. $y = \cot x$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan x, y = \sin x, y = \cot x$ là các hàm số lẻ.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn

Câu 34: Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$?

- Ⓐ. $y = \sin x$. Ⓑ. $y = 2 \sin x$. Ⓒ. $y = \sin 2x$. Ⓓ. $y = 2 + \sin x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \sin 2x$ ta có:

$$y(x + \pi) = \sin[2(x + \pi)] = \sin(2x + 2\pi) = \sin 2x = y(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

Do đó hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Câu 35: Hàm số nào sau đây tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{2}$?

- Ⓐ. $y = \tan \frac{x}{3}$. Ⓑ. $y = \tan \frac{x}{2}$. Ⓒ. $y = \tan 3x$. Ⓓ. $y = \tan 2x$.

Lời giải

Ta có: Hàm số $y = \tan 2x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \right\}$.

a) $\forall x \in D$ ta có $x + \frac{\pi}{2} \in D$

b) $y\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(2x + \pi) = \tan 2x$.

Giả sử có số $0 < T < \frac{\pi}{2}$ thỏa mãn cả hai tính chất a) và b) sao cho: $y(x + T) = y(x)$

Với $x = 0$ ta có $\tan 2T = \tan 0 \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$0 < T < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} \text{ trái với điều giả sử.}$$

Suy ra $T = \frac{\pi}{2}$ là số dương nhỏ nhất thỏa mãn cả hai tính chất a) và b).

Vậy hàm số $y = \tan 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{2}$.

Câu 36: Chọn khẳng định **sai**?

- Ⓐ. Hàm số $y = \tan x + \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 Ⓑ. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 Ⓒ. Hàm số $y = \cot x + \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .
 Ⓓ. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Nên khẳng định **sai** là D.

Câu 37: Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ là

- Ⓐ. π . Ⓑ. $\frac{2\pi}{3}$. Ⓒ. $\frac{\pi}{3}$. Ⓓ. 2π .

Lời giải

Hàm số $y = \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ có chu kỳ tuần hoàn là $\frac{\pi}{3}$.

Câu 38: Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
 Ⓑ. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 Ⓒ. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{2}$.
 Ⓓ. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π . Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 39: Trong bốn hàm số: (1) $y = \cos 2x$; (2) $y = \sin x$; (3) $y = \tan 2x$; (4) $y = \cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π ?

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 2. Ⓒ. 0. Ⓓ. 1.

Lời giải

Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Hàm số $y = \tan 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{2}$.

Hàm số $y = \cot 4x$ tuần hoàn với chu kỳ $\frac{\pi}{4}$.

Câu 40: Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

- Ⓐ. $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π . Ⓑ. $y = \cos x$ là hàm nghịch biến trên $(0; \pi)$.
 Ⓒ. $y = \cos x$ là hàm chẵn. Ⓓ. $y = \cos x$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

Lời giải

Vì hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Câu 41: Hàm số $y = \frac{1}{1 + \tan^2 x} + \frac{1}{1 + \cot^2 2x}$ có chu kỳ là:

- Ⓐ. $T = \frac{\pi}{2}$. Ⓑ. $T = 2\pi$. Ⓒ. $T = \pi$. Ⓓ. $T = 4\pi$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{1 + \tan^2 x} + \frac{1}{1 + \cot^2 2x} = \cos^2 x + \sin^2 2x = \frac{1 + \cos 2x}{2} + \frac{1 - \cos 4x}{2} \\ &= \frac{-1}{2} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x + 1 \end{aligned}$$

Do hàm số $y_1 = \cos 4x$ có chu kỳ $T_1 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$, hàm số $y_2 = \cos 2x$ có chu kỳ $T_2 = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Vậy hàm số đã cho có chu kỳ $T = \pi$

Câu 42: Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$ là

- Ⓐ. π . Ⓑ. 2π . Ⓒ. $k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. Ⓓ. $k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Dựa vào sách giáo khoa, $T = \pi$ là chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$.

Câu 43: Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \tan x$ là

- Ⓐ. 2π Ⓑ. π Ⓒ. $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ. 3π

Lời giải

Theo tính chất của hàm số $y = \tan x$.

Câu 44: Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cos x$

- Ⓐ. $T = \frac{\pi}{2}$. Ⓑ. $T = \pi$. Ⓒ. $T = 2$. Ⓓ. $T = 2\pi$.

Lời giải

Chọn. Ⓓ

Hàm số lượng giác: $y = \cos x$ có chu kỳ là 2π .

Câu 45: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\cos 2x - 5$ lần lượt là

- Ⓐ. -8 và -2 . Ⓑ. 2 và 8 . Ⓒ. -5 và 3 . Ⓓ. -5 và 2 .

Lời giải

Ta có

$$-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow -8 \leq 3\cos 2x - 5 \leq -2 \Leftrightarrow -8 \leq y \leq -2$$

$$+ / y = -8 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$+ / y = -2 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi$$

Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\cos 2x - 5$ lần lượt là -8 và -2 .

Câu 46: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là

- Ⓐ. 4 và 7 . Ⓑ. 5 và 9 . Ⓒ. -2 và 7 . Ⓓ. -2 và 2 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq -2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 2 \Leftrightarrow 5 \leq 7 - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 9$$

Từ đó ta có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho lần lượt là 5 và 9 .

Câu 47: Tìm tập giá trị của hàm số $y = 2\cos 3x + 1$.

- Ⓐ. $[-3; 1]$. Ⓑ. $[-3; -1]$. Ⓒ. $[-1; 3]$. Ⓓ. $[1; 3]$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } -1 \leq \cos 3x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2\cos 3x + 1 \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 3.$$

Mà hàm số đã cho liên tục trên $D = \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $[-1; 3]$.

Câu 48: Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 3\cos x + 4$ là

- Ⓐ. 7. Ⓑ. 5. Ⓒ. 8. Ⓓ. 6.

Lời giải

Do $-1 \leq \cos x \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $1 \leq 3\cos x + 4 \leq 7, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên $\max_{\mathbb{R}} y = 7$ đạt được khi $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

$\min_{\mathbb{R}} y = 1$ đạt được khi $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Suy ra $\max_{\mathbb{R}} y + \min_{\mathbb{R}} y = 8$.

Câu 49: Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ là:

- Ⓐ. 0. Ⓑ. -3. Ⓒ. 3. Ⓓ. -1.

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ là -3

Câu 50: Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị là:

- Ⓐ. $\mathbb{R}$. Ⓑ. $[-1; 1]$. Ⓒ. $[-\pi; \pi]$. Ⓓ. $[0; \pi]$

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị trong đoạn $[-1; 1]$

Câu 51: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sin x + 1$ là

- Ⓐ. -1. Ⓑ. 1. Ⓒ. $-\frac{1}{2}$. Ⓓ. 3.

Lời giải

Vì $\sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $y = 2\sin x + 1 \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

$y = 3$ khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sin x + 1$ là 3.

Câu 52: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là

- Ⓐ. $\sqrt{2}$ và 2. Ⓑ. $4\sqrt{2}$ và 8. Ⓒ. 2 và 4. Ⓓ. $4\sqrt{2} - 1$ và 7.

Lời giải

Đặt $\sin x = t \Rightarrow -1 \leq t \leq 1$. Xét hàm số $y = 4\sqrt{t+3} - 1$ có $y' = \frac{2}{\sqrt{t+3}} > 0 \forall t \in [-1; 1]$

Do đó $\max_{[-1; 1]} y = y(1) = 7; \min_{[-1; 1]} y = y(-1) = 4\sqrt{2} - 1$.

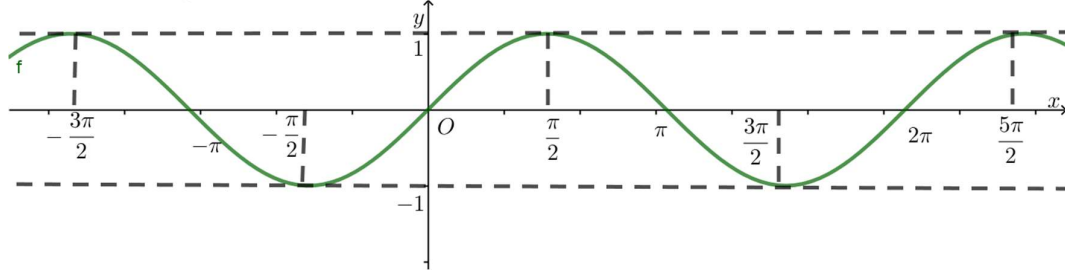
Câu 53: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \cos^2 x$ là

- Ⓐ. 2 và -1. Ⓑ. 2 và 0. Ⓒ. 2 và 1. Ⓓ. 3 và 1.

Lời giải

$\forall x \in \mathbb{R}, 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq -\cos^2 x \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 2$

Câu 54: Cho hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm những giá trị x để hàm số nhận giá trị âm.



- Ⓐ. $(-\pi; 0); (\pi; 2\pi)$. Ⓑ. $(0; \pi)$. Ⓒ. $(\pi; 2\pi)$. Ⓓ. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Lời giải

Trên các khoảng $(-\pi; 0); (\pi; 2\pi)$ đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành nên hàm số nhận giá trị âm.

Câu 55: Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = 3 - 2\cos^2 x$ lần lượt là

- Ⓐ. $y_{\max} = 5, y_{\min} = 1$. Ⓑ. $y_{\max} = 1, y_{\min} = -1$. Ⓒ. $y_{\max} = 3, y_{\min} = 1$. Ⓓ. $y_{\max} = 5, y_{\min} = -1$.

Lời giải

Ta có $0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq -2\cos^2 x \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 3 - 2\cos^2 x \leq 3$.

Vậy $y_{\max} = 3, y_{\min} = 1$.

Câu 56: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2\cos x - \sin x$.

- Ⓐ. $M = \sqrt{\frac{11}{2}}$. Ⓑ. $M = \sqrt{5}$. Ⓒ. $M = \sqrt{3}$. Ⓓ. $M = \sqrt{6}$.

Lời giải

Ta có: $y = 2\cos x - \sin x = \sqrt{5} \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \cos x - \frac{1}{\sqrt{5}} \sin x \right) = \sqrt{5} \cos(x + \alpha)$ với góc $\alpha \in [0; 2\pi]$ thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}; \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Do đó: $y \leq \sqrt{5}$ hay giá trị lớn nhất của hàm số là $M = \sqrt{5}$ khi $\cos(x + \alpha) = 1 \Leftrightarrow x = -\alpha + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 57: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2} \cos 2x - 1$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{8}\right]$. khi đó $M.m$ bằng

- Ⓐ. -1 . Ⓑ. $2 - 2\sqrt{2}$. Ⓒ. $2 - \sqrt{2}$. Ⓓ. $2\sqrt{2} - 2$.

Lời giải

$$x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{8}\right] \Rightarrow 2x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}\right]$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \cos 2x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -2 \leq \sqrt{2} \cos 2x - 1 \leq \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$$

$$\Rightarrow M = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1; m = -2 \Rightarrow M.m = 2 - \sqrt{2}.$$

Câu 58: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là

- Ⓐ. $4\sqrt{2} - 1$ và 7. Ⓑ. $4\sqrt{2}$ và 8. Ⓒ. 2 và 4. Ⓓ. $\sqrt{2}$ và 2.

Lời giải

$$y = f(x) = 4\sqrt{\sin x + 3}.$$

$$\text{Có } -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq \sin x + 3 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{2} \leq \sqrt{\sin x + 3} \leq 2 \Leftrightarrow 4\sqrt{2} - 1 \leq 4\sqrt{\sin x + 3} - 1 \leq 7.$$

$$\text{Có } 4\sqrt{\sin x + 3} - 1 = 4\sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \quad 4\sqrt{\sin x + 3} - 1 = 7 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 4\sqrt{2} - 1, \quad \max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 7.$$

Câu 59: Tập giá trị hàm số $y = 5 \sin x - 12 \cos x$ là

- Ⓐ. $[-12; 5]$. Ⓑ. $[-13; 13]$. Ⓒ. $[-17; 17]$. Ⓓ. $(-13; 13)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y = 5 \sin x - 12 \cos x = 13 \cdot \left(\frac{5 \sin x - 12 \cos x}{13} \right)$$

$$= 13 \cdot (\sin \alpha \sin x - \cos \alpha \cos x) = -13 \cos(x + \alpha)$$

$$\left(\text{ với } \sin \alpha = \frac{5}{13}, \cos \alpha = \frac{12}{13} \right)$$

$$\text{Lại có: } -1 \leq \cos(x + \alpha) \leq 1 \Leftrightarrow -13 \leq -13 \cos(x + \alpha) \leq 13$$

$$\text{Vậy tập giá trị hàm số } y = 5 \sin x - 12 \cos x \text{ là } [-13; 13]$$

Câu 60: Hàm số $y = 4 - 11 \cos^3 x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương?

- Ⓐ. 15. Ⓑ. 14. Ⓒ. 13. Ⓓ. 23.

Lời giải

$$\text{Ta có: } -1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \cos^3 x \leq 1 \Rightarrow -11 \leq -11 \cos^3 x \leq 11 \Rightarrow -7 \leq 4 - 11 \cos^3 x \leq 15.$$

$$\text{Suy ra các giá trị nguyên của hàm số } y = 4 - 11 \cos^3 x \text{ là: } S = \{-7; -6; -5; \dots; 0; 1; 2; \dots; 15\}.$$

Nên có tất cả 23 giá trị nguyên.

Câu 61: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 5 \sin 2x + 12 \cos 2x$ là

- Ⓐ. 10. Ⓑ. 12. Ⓒ. 17. Ⓓ. 13.

Lời giải

Cách 1

Ta có: $M \in \mathbb{R}$ là giá trị lớn nhất của hàm số $y = 5 \sin 2x + 12 \cos 2x$ trên $\mathbb{R}$ nếu $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ sao cho $y(x_0) = M$ và $M \geq y(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

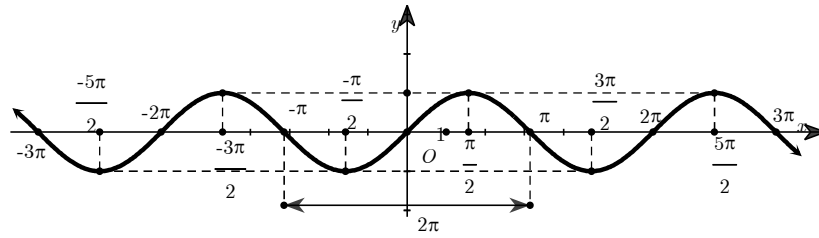
Suy ra phương trình $5 \sin 2x + 12 \cos 2x = M$ phải có nghiệm.

Phương trình $5 \sin 2x + 12 \cos 2x = M$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow M^2 \leq 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2 \Rightarrow -13 \leq M \leq 13.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 5 \sin 2x + 12 \cos 2x$ bằng 13.

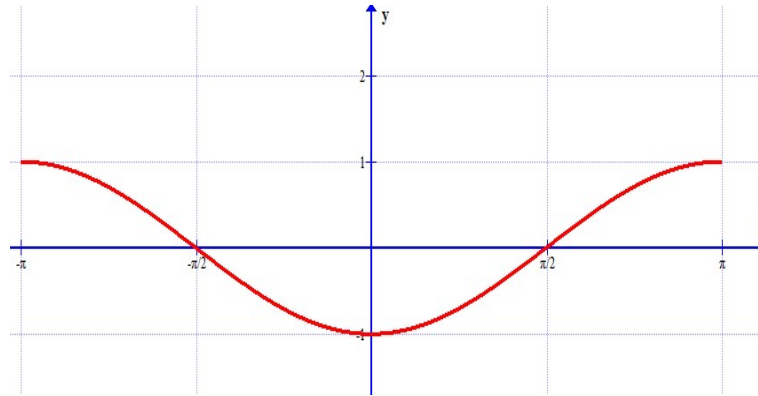
Câu 62: Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?



- Ⓐ. $y = \cot x$. Ⓑ. $y = \sin 2x$. Ⓒ. $y = \sin x$. Ⓓ. $y = \cos 2x$.

Lời giải

Câu 63: Cho đồ thị với $x \in [-\pi; \pi]$. Đây là đồ thị của hàm số của hàm số nào?



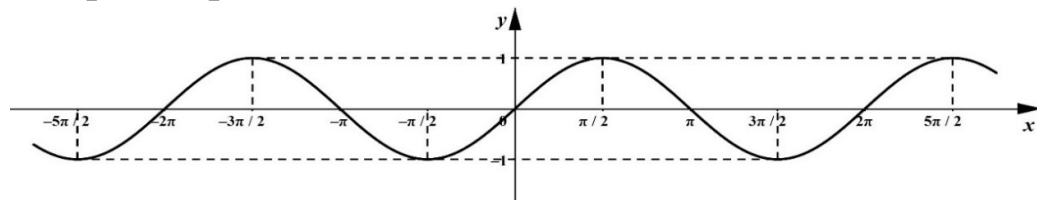
- Ⓐ. $y = \cos x$. Ⓑ. $y = -\cos x$. Ⓒ. $y = \sin x$. Ⓓ. $y = \cos|x|$.

Lời giải

Cách 1: Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; -1)$ và $(\pi; 1)$. Thay các điểm trên vào các hàm số ở các phương án thì chỉ có phương án B thỏa mãn.

Cách 2: Từ hình vẽ ta suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $[0; \pi]$. Trong các phương án chỉ có hàm số ở phương án B thỏa mãn.

Câu 64: Dựa vào đồ thị của hàm số $y = \sin x$, hãy tìm số nghiệm của phương trình: $\sin x = \frac{1}{2018}$ trên đoạn $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.



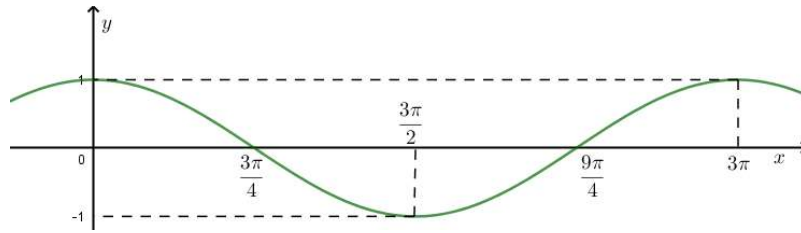
- Ⓐ. 4. Ⓑ. 6. Ⓒ. 10. Ⓓ. 5.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy, đường thẳng $y = \frac{1}{2018}$ cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn

$\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ tại 5 điểm phân biệt.

Câu 65: Hình bên là một phần đồ thị của hàm số nào sau đây?



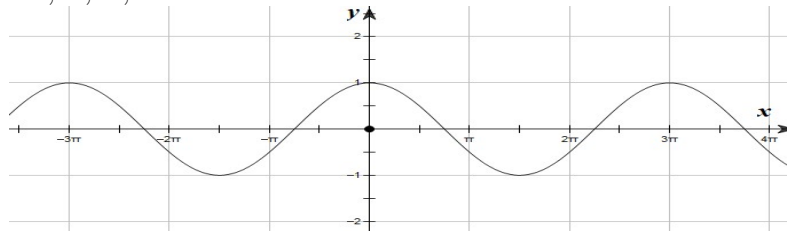
- Ⓐ. $y = \cos \frac{2x}{3}$. Ⓑ. $y = \sin \frac{2x}{3}$. Ⓒ. $y = \cos \frac{3x}{2}$ Ⓓ. $y = \sin \frac{3x}{2}$.

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số đi qua điểm $\left(\frac{3\pi}{4}; 0\right)$

Suy ra đó là đồ thị hàm số $y = \cos \frac{2x}{3}$.

Câu 66: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, Ⓓ.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- Ⓐ. $y = \sin \frac{3x}{2}$. Ⓑ. $y = \sin \frac{2x}{3}$. Ⓒ. $y = \cos \frac{3x}{2}$. Ⓓ. $y = \cos \frac{2x}{3}$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua trục Oy nên hàm số cần tìm là hàm số chẵn, loại hai phương án A và Ⓑ.

Ta lại có $y(3\pi) = 1$ mà $\cos \frac{2(3\pi)}{3} = \cos(2\pi) = 1$ cho nên ta chọn phương án Ⓓ.

Câu 67: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- Ⓐ. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 Ⓑ. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
 Ⓒ. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
 Ⓓ. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Lời giải

Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Câu 68: Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ. $(0; \pi)$. Ⓑ. $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. Ⓒ. $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Ⓓ. $(-2\pi; -\pi)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right)$.

Câu 69: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- Ⓐ. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.
- Ⓑ. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right)$.
- Ⓒ. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.
- Ⓓ. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

Lời giải

Ta có các lưu ý sau:

* Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên mỗi khoảng mà nó xác định.

* Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi \right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi \right)$.

* Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$.

Câu 70: Cho hàm số $y = \sin x$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- Ⓐ. Hàm số đã cho là hàm lẻ.
- Ⓑ. Hàm số đã cho có tập giá trị là $[-1; 1]$.
- Ⓒ. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; 2\pi)$.
- Ⓓ. Hàm số đã cho có tập xác định $\mathbb{R}$.

Lời giải

• Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

• Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị: $T = [-1; 1]$.

Ta có: $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$. Mà $y(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$.

Do đó hàm số $y = \sin x$ là hàm lẻ.

• Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$ và nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$.

Vậy đáp án C sai.

Câu 71: Cho ba hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$. Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{3\pi}{2} \right)$?

- Ⓐ. 1.
- Ⓑ. 3.
- Ⓒ. 0.
- Ⓓ. 2.

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Hàm số $y = \tan x$ gián đoạn tại $\frac{\pi}{2}$.

Vậy không có hàm số nào đồng biến trên $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$.



Chương 1:

§2. PT LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN



Tóm tắt lý thuyết

1. Phương trình $\sin x = a$

- $|a| > 1$: PT vô nghiệm
- $|a| \leq 1$: PT có các nghiệm
 - ①. $x = \arcsin a + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$;
 - ②. $x = \pi - \arcsin a + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

♦ Chú ý:

- $\sin f(x) = \sin g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
- $\sin x = \sin \beta^0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \beta^0 + k360^0 \\ x = 180^0 - \beta^0 + k360^0 \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

♦ Các trường hợp đặc biệt:

$$\textcircled{1}. \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\textcircled{2}. \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

2. Phương trình $\cos x = a$

- $|a| > 1$: PT vô nghiệm
- $|a| \leq 1$: PT có các nghiệm
 - ①. $x = \arccos a + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$;
 - ②. $x = -\arccos a + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

◆ Chú ý:

- $\cos f(x) = \cos g(x) \Leftrightarrow f(x) = \pm g(x) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cos x = \cos \beta^0 \Leftrightarrow x = \pm \beta^0 + k360^0, k \in \mathbb{Z}$

◆ Các trường hợp đặc biệt:

- ①. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$
- ②. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$

 π **3. Phương trình $\tan x = a$**

- ĐK: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- PT có nghiệm $x = \arctan a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$;

◆ Chú ý:

- $\tan f(x) = \tan g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\tan x = \tan \beta^0 \Leftrightarrow x = \beta^0 + k180^0, k \in \mathbb{Z}$

◆ Các trường hợp đặc biệt:

- ①. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

4. Phương trình $\cot x = a$

- DK: $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- PT có nghiệm $x = \operatorname{arccot} a + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$;

♦ Chú ý:

- $\cot f(x) = \cot g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- $\cot x = \cot \beta^0 \Leftrightarrow x = \beta^0 + k180^0$, $k \in \mathbb{Z}$

♦ Các trường hợp đặc biệt:

$$\textcircled{1}. \cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\textcircled{2}. \cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$



Phân dạng bài tập

①. Dạng 1: Phương trình $\sin x = a$

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

- Ⓐ. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 Ⓑ. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 Ⓒ. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 Ⓓ. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.
 Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.
 Ⓒ. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$.
 Ⓓ. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- Ⓐ. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{5\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

- Ⓑ. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, -\frac{5\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- Ⓒ. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{5\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- Ⓓ. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ là

- Ⓐ. $x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$
- Ⓑ. $x = \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}.$
- Ⓒ. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$
- Ⓓ. $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ là

- Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- Ⓑ. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- Ⓒ. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- Ⓓ. $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

②. Dạng 2: Phương trình $\cos x = a$

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Giải phương trình sau $2\cos x - \sqrt{2} = 0.$

- Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- Ⓑ. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- Ⓒ. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- Ⓓ. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\cos x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

Ⓐ. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Ⓑ. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Ⓒ. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Ⓓ. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Ta có $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Câu 3: Phương trình lượng giác $\cos 3x = \cos \frac{\pi}{15}$ có nghiệm là

Ⓐ. $x = \pm \frac{\pi}{15} + k2\pi.$

Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$

Ⓒ. $x = -\frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$

Ⓓ. $x = \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$

Lời giải

Ta có $\cos 3x = \cos \frac{\pi}{15} \Leftrightarrow 3x = \pm \frac{\pi}{15} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

Ⓐ. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Ⓒ. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Ⓓ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Ta có $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 5: Tập nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

Ⓐ. $\left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓑ. $\left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, \frac{5\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $\left\{ \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ. $\left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

③. Dạng 3: Phương trình $\tan x = a$

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $\tan x + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

$$\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\tan 2x - 1 = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$

Lời giải

$$\tan 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}.$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\tan x = \cot x$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \pm \frac{\pi}{4}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

$$\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $\tan \left(2x - \frac{5\pi}{6} \right) + \sqrt{3} = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là

A. 3.

B. 8.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

$$\tan \left(2x - \frac{5\pi}{6} \right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$x \in (0; 3\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 3\pi \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{11}{2} \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Vậy phương trình có 6 nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$.

Câu 5: Tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = \cot x$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m\frac{\pi}{2}, m \in \mathbb{Z}$$

$$\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \text{ thỏa mãn điều kiện.}$$

④. Dạng 4: Phương trình $\cot x = a$ **☒. Bài tập minh họa:**

Câu 1: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ là

Ⓐ. $\frac{5\pi}{6}$.

Ⓑ. $\frac{\pi}{3}$.

Ⓒ. $\frac{\pi}{6}$.

Ⓓ. $\frac{\pi}{12}$.

Lời giải

$$\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{3}$.

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $\cot(x - 15^\circ) - \sqrt{3} = 0$ là:

Ⓐ. $x = 75^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓑ. $x = 45^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓒ. $x = 75^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓓ. $x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cot(x - 15^\circ) - \sqrt{3} = 0 &\Leftrightarrow \cot(x - 15^\circ) = \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow x - 15^\circ = 30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$ trên khoảng $(-\pi; 3\pi)$ là

Ⓐ. 2.

Ⓑ. 3.

Ⓒ. 1.

Ⓓ. 4

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 &\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ \text{ycbt } &\Leftrightarrow -\pi < -\frac{\pi}{2} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{7}{2}, \text{ mà } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0; 1; 2; 3\}. \end{aligned}$$

◆ Bài tập rèn luyện

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

Ⓐ. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.

Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Ⓒ. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Ⓓ. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 2: Giải phương trình sau $2\cos x - \sqrt{2} = 0$.

Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓑ. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓒ. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓓ. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

Ⓐ. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Ⓑ. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Ⓒ. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Ⓓ. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Câu 4: Phương trình lượng giác $\cos 3x = \cos \frac{\pi}{15}$ có nghiệm là

Ⓐ. $x = \pm \frac{\pi}{15} + k2\pi.$ Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$ Ⓒ. $x = -\frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$ Ⓓ. $x = \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$

Câu 5: Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai?

Ⓐ. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$ Ⓑ. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$

Ⓒ. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$ Ⓓ. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ là

Ⓐ. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓑ. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓒ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓓ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 7: $x = \frac{8\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là một họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

Ⓐ. $2\cos x + 1 = 0.$ Ⓑ. $2\sin x + 1 = 0.$ Ⓒ. $2\cos x - 1 = 0.$ Ⓓ. $2\sin x + \sqrt{3} = 0.$

Câu 8: Phương trình $\tan x = \tan \alpha$, α thuộc $\mathbb{R}$ có nghiệm là

Ⓐ. $x = \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Ⓑ. $x = \alpha + k2\pi; x = \pi - \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Ⓒ. $x = \alpha + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Ⓓ. $x = \alpha + k2\pi; x = -\alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

Ⓐ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ Ⓑ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ Ⓒ. $x = 0.$ Ⓓ. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

Ⓐ. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Ⓒ. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Ⓓ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

Ⓐ. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{5\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓑ. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, -\frac{5\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓒ. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{5\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 12: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ là

- Ⓐ. $\frac{5\pi}{6}$. Ⓑ. $\frac{\pi}{3}$. Ⓒ. $\frac{\pi}{6}$. Ⓓ. $\frac{\pi}{12}$.

Câu 13: Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ có nghiệm là

- Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
Ⓒ. $x = -\frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. Ⓓ. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14: Tập nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- Ⓐ. $\left\{\frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ. $\left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{5\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ. $\left\{\pm\frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ. $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 15: Phương trình $\cos x = 0$ có nghiệm là

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Ⓑ. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Ⓓ. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 16: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- Ⓐ. $\tan x = 99$. Ⓑ. $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$.
Ⓒ. $\cot 2018x = 2017$. Ⓓ. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ là

- Ⓐ. $x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. Ⓑ. $x = \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.
Ⓒ. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. Ⓓ. $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 18: Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ có tập nghiệm là

- Ⓐ. $\left\{\pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ. $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ. $\left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ. $\left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 19: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- Ⓐ. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Ⓑ. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$.
Ⓒ. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$. Ⓓ. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ là

Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓑ. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓒ. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓓ. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 21: Trong các phương trình sau có bao nhiêu phương trình có nghiệm?

$$\sin x = \frac{1}{2}; \quad \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2}; \quad \sin x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

Ⓐ. 0.

Ⓑ. 1.

Ⓒ. 3.

Ⓓ. 2.

Câu 22: Tập nghiệm của phương trình $2\cos x - 1 = 0$ là

Ⓐ. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓑ. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓒ. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓓ. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 23: Tập nghiệm của phương trình $\tan x + 1 = 0$ là

Ⓐ. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓑ. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓒ. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓓ. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 24: Tập nghiệm của phương trình $\sin 3x + 1 = 0$ là

Ⓐ. $\left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓑ. $\left\{ -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓒ. $\left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓓ. $\left\{ -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 25: Tất cả các nghiệm của phương trình $\cot(x - 15^\circ) - \sqrt{3} = 0$ là:

Ⓐ. $x = 75^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓑ. $x = 45^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓒ. $x = 75^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓓ. $x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 26: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

Ⓐ. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ⓑ. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Ⓒ. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Ⓓ. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 27: Họ nghiệm của phương trình $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$ là:

Ⓐ. $x = 90^\circ + k180^\circ$.

Ⓑ. $x = 30^\circ + k180^\circ$.

Ⓒ. $x = 30^\circ + k90^\circ$.

Ⓓ. $x = 60^\circ + k180^\circ$.

Câu 28: Khẳng định nào sau đây là sai?

Ⓐ. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Ⓑ. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.

Ⓒ. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k\pi$.

Ⓓ. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 29: Phương trình $\cos x = m$ có nghiệm khi:

Ⓐ. $|m| \leq 1$.

Ⓑ. $m \leq 1$.

Ⓒ. $|m| < 1$.

Ⓓ. $m \geq -1$.

Câu 30: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = 1$ là

Ⓐ. $x = k\pi$.

Ⓑ. $x = \frac{k\pi}{2}$.

Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$.

Ⓓ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 31: Nghiệm của phương trình $\tan 2x - 1 = 0$ là:

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. Ⓒ. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$. Ⓓ. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

Câu 32: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x = -2$.

- Ⓐ. $x = k2\pi$. Ⓑ. $x = \pi + k2\pi$. Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Ⓓ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 33: Cho $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) là nghiệm của phương trình nào sau đây

- Ⓐ. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$. Ⓑ. $\cos 2x = -1$. Ⓒ. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$. Ⓓ. $2\cos x + \sqrt{3} = 0$.

Câu 34: Cho $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) là nghiệm của phương trình nào sau đây

- Ⓐ. $\cos 2x = 0$. Ⓑ. $\cos 2x = -1$. Ⓒ. $\sin x = 1$. Ⓓ. $\sin x = 0$.

Câu 35: Cho phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$, nghiệm của phương trình là:

- Ⓐ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$ Ⓑ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ Ⓒ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ Ⓓ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 36: Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có nghiệm là

- Ⓐ. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. Ⓒ. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. Ⓓ. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 37: Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào sai?

- Ⓐ. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ⓑ. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 Ⓒ. $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$. Ⓓ. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 38: Nghiệm của phương trình $\sin 2x - 1 = 0$ là

- Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 Ⓒ. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ⓓ. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 39: Phương trình $2\cos x = 1$ có một nghiệm là

- Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{2}$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{2}$. Ⓒ. $x = \frac{\pi}{3}$. Ⓓ. $x = \pi$.

Câu 40: Giải phương trình $\cos x = 1$.

- Ⓐ. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Ⓑ. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ⓓ. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 41: Phương trình $\cos x = 0$ có nghiệm là:

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Ⓑ. $x = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Ⓓ. $x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 42: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

Ⓐ. $\tan x + 3 = 0$.

Ⓑ. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

Ⓒ. $\sin x + 3 = 0$.

Ⓓ. $3\sin x - 2 = 0$.

Câu 43: Gọi α là nghiệm trong khoảng $(\pi; 2\pi)$ của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, nếu biểu diễn $\alpha = \frac{a\pi}{b}$

với a, b là hai số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản thì ab bằng bao nhiêu?

Ⓐ. $ab = 42$.

Ⓑ. $ab = 6$.

Ⓒ. $ab = 66$.

Ⓓ. $ab = 30$.

Câu 44: Nghiệm của phương trình: $\sin 4x + \cos 5x = 0$ là.

Ⓐ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$.

Ⓑ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{9} \end{cases}$.

Ⓒ. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$.

Ⓓ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$.

Câu 45: Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình $\cos 4x + \sin x = 0$ có tập nghiệm S bằng

Ⓐ. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}$.

Ⓑ. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{10} \right\}$.

Ⓒ. $S = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}$.

Ⓓ. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10} \right\}$.

Câu 46: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = 0$.

Ⓐ. $x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓑ. $x = \frac{3\pi}{2} + k6\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓒ. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ⓓ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 47: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ bằng T . Vậy T bằng bao nhiêu?

Ⓐ. $T = \pi$.

Ⓑ. $T = \frac{7\pi}{6}$.

Ⓒ. $T = \frac{4\pi}{3}$.

Ⓓ. $T = 2\pi$.

Câu 48: Số nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$ trên khoảng $(-\pi; 3\pi)$ là

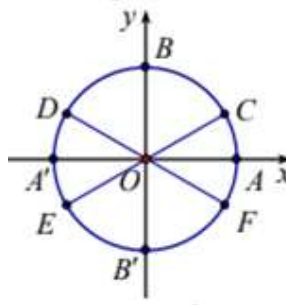
Ⓐ. 2.

Ⓑ. 3.

Ⓒ. 1.

Ⓓ. 4.

Câu 49: Cho $\widehat{AOC} = \widehat{AOF} = \frac{\pi}{6}$ như hình vẽ dưới đây. Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là những điểm nào?



- (A). Điểm E, điểm D. (B). Điểm C, điểm F.
 (C). Điểm D, điểm C. (D). Điểm E, điểm F.

Câu 50: Nghiệm của phương trình $\tan x = \cot x$ là

- (A). $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. (B). $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 (C). $x = \pm \frac{\pi}{4}$. (D). $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 51: Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; 20\pi]$?

- (A). 10. (B). 11. (C). 21. (D). 20.

Câu 52: Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + 1 = 0$ trên đoạn $[0; 1000\pi]$ là

- (A). 1000. (B). 999. (C). 2000. (D). 1001.

Câu 53: Tập các giá trị của tham số m để phương trình $2\sin\left(x + \frac{2017\pi}{2}\right) + 3m = 0$ có nghiệm là

- (A). $(-1; 1)$. (B). $[-1; 1]$. (C). $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$. (D). $\left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$.

Câu 54: Phương trình $\sin 2x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $\left(0; \frac{15\pi}{2}\right)$?

- (A). 18. (B). 16. (C). 14. (D). 12.

Câu 55: Phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2018\pi, 2018\pi]$?

- (A). 2018. (B). 4035. (C). 4037. (D). 4036.

Câu 56: Phương trình $\cos(x + 30^\circ) = \frac{1}{2}$ có các nghiệm là

- (A). $\begin{cases} x = k360^\circ \\ x = -60^\circ + k360^\circ \end{cases}$ (B). $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k360^\circ \\ x = -\frac{\pi}{2} + k360^\circ \end{cases}$.
 (C). $\begin{cases} x = 30^\circ + k2\pi \\ x = -90^\circ + k2\pi \end{cases}$ (D). $\begin{cases} x = 30^\circ + k360^\circ \\ x = -90^\circ + k360^\circ \end{cases}$.

Câu 57: Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k\pi$ và $x = \beta + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$\left(-\frac{\pi}{4} < \alpha < 0 < \beta < \frac{3\pi}{4}\right)$. Khi đó, tính $\beta^2 - \alpha^2$?

- (A). $\frac{\pi^2}{3}$. (B). $-\frac{\pi^2}{3}$. (C). $\frac{25\pi^2}{72}$. (D). $-\frac{25\pi^2}{72}$.

Câu 58: Số nghiệm của phương trình: $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ thuộc khoảng $(\pi; 2\pi)$ là

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 1. Ⓒ. 2. Ⓓ. 3.

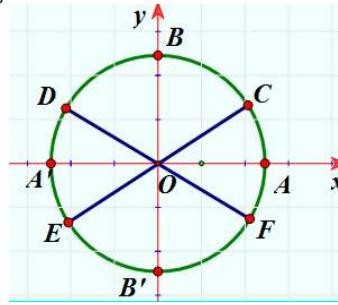
Câu 59: Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $2\cos^2 x = 1$?

- Ⓐ. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓑ. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓒ. $\tan^2 x = 1$. Ⓓ. $\tan x = 1$.

Câu 60: Số nghiệm của phương trình $\tan\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 8. Ⓒ. 4. Ⓓ. 6.

Câu 61: Xét đường tròn lượng giác như hình vẽ. Biết $\widehat{AOC} = \widehat{AOF} = 30^\circ$, E, D lần lượt là các điểm đối xứng của C, F qua gốc O . Nghiệm của phương trình $2\sin x - 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là những điểm nào?



- Ⓐ. Điểm C , điểm D . Ⓑ. Điểm E , điểm F .
Ⓒ. Điểm C , điểm F . Ⓓ. Điểm E , điểm D .

Câu 62: Số nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 1. Ⓒ. 4. Ⓓ. 2.

Câu 63: Nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ là

- Ⓐ. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ Ⓑ. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
Ⓒ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ Ⓓ. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 64: Tập nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 1 = 0$ là

- Ⓐ. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ Ⓑ. $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$
Ⓒ. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ Ⓓ. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 65: Phương trình $2\cos x - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- Ⓐ. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ Ⓑ. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$
Ⓒ. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}), \frac{\pi}{6} + l2\pi (l \in \mathbb{Z}) \right\}.$ Ⓓ. $\left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}), -\frac{\pi}{6} + l2\pi (l \in \mathbb{Z}) \right\}.$

Câu 66: Cho hàm số $y = x \sin x$, số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình $y'' + y = 1$ là

- Ⓐ. 2. Ⓑ. 0. Ⓒ. 1. Ⓓ. 3.

Câu 67: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ là

- Ⓐ. $x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. Ⓑ. $x = \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.
Ⓒ. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. Ⓓ. $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 68: Phương trình $\tan 3x = \tan x$ có nghiệm là

- Ⓐ. $x = k\pi$. Ⓑ. $x = k2\pi$. Ⓒ. $x = k\frac{\pi}{2}$. Ⓓ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 69: Phương trình $m \cos 2x = 1$ có nghiệm khi

- Ⓐ. $m \neq 0$. Ⓑ. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$. Ⓒ. $m > 1$. Ⓓ. $m \leq 1$.

Câu 70: Tập nghiệm của phương trình $\sin(\pi x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi x\right)$ là:

- Ⓐ. $\left\{\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ. $\left\{\frac{1}{12} + k, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓒ. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ. $\left\{\frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 71: Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

- Ⓐ. $3 \sin x + 1 = 0$. Ⓑ. $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
Ⓒ. $5 \tan x + 3 = 0$ Ⓓ. $3 \cos x - 5 = 0$.

Câu 72: Phương trình $\sin 2x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $\left(0; \frac{15\pi}{2}\right)$?

- Ⓐ. 18. Ⓑ. 16. Ⓒ. 14. Ⓓ. 12.

Câu 73: Cho phương trình $3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) + 1 = m$ có nghiệm khi $m \in [a; b]$. Khi đó $b - a$ bằng

- Ⓐ. 6. Ⓑ. 0. Ⓒ. -2. Ⓓ. 4.

Câu 74: Tập nghiệm S của phương trình $\cos 3x = \cos x$ là

- Ⓐ. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. Ⓑ. $S = \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ. $S = \left\{\frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓓ. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 75: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$ có mấy nghiệm trong nửa khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?

- Ⓐ. 0. Ⓑ. 2. Ⓒ. 1. Ⓓ. 3.

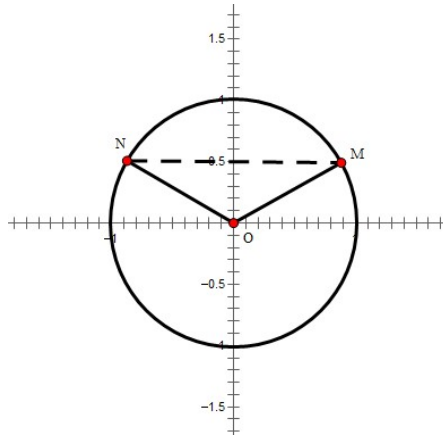
Câu 76: Phương trình $\cos 3x = \sin x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$?

- Ⓐ. 0. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 1.

Câu 77: Tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = \cot x$ là

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
Ⓒ. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ⓓ. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

- Câu 78:** Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bằng
- Ⓐ. $\frac{\pi}{9}$. Ⓑ. $\frac{\pi}{6}$. Ⓒ. $-\frac{\pi}{6}$. Ⓓ. $-\frac{\pi}{9}$.
- Câu 79:** Biết các nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có dạng $x = \frac{\pi}{m} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{n} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$; với m, n là các số nguyên dương. Khi đó $m + n$ bằng
- Ⓐ. 4. Ⓑ. 3. Ⓒ. 5. Ⓓ. 6.
- Câu 80:** Phương trình $2\sin x - m = 0$ vô nghiệm khi m là:
- Ⓐ. $-2 \leq m \leq 2$. Ⓑ. $m > 2$. Ⓒ. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. Ⓓ. $m < -2$.
- Câu 81:** Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{1 - \cos x} = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là:
- Ⓐ. 4. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. Vô số.
- Câu 82:** Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là
- Ⓐ. 2. Ⓑ. 0. Ⓒ. 1. Ⓓ. 3.
- Câu 83:** Giải phương trình $\left(2\cos\frac{x}{2} - 1\right)\left(\sin\frac{x}{2} + 2\right) = 0$.
- Ⓐ. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. Ⓑ. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 Ⓒ. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$. Ⓓ. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 84:** Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$.
- Ⓐ. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 Ⓒ. $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ⓓ. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 85:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?
- Ⓐ. 6. Ⓑ. 2. Ⓒ. 1. Ⓓ. 7.
- Câu 86:** Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình: $\tan x = \tan 3x$
- Ⓐ. 55π . Ⓑ. $\frac{171\pi}{2}$. Ⓒ. 45π . Ⓓ. $\frac{190\pi}{2}$.
- Câu 87:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x + \sin 2x = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.
- Ⓐ. 4π . Ⓑ. 5π . Ⓒ. 3π . Ⓓ. 2π .
- Câu 88:** Phương trình: $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi m là:
- Ⓐ. $-1 < m < 1$. Ⓑ. $m > 1$. Ⓒ. $m < -1$. Ⓓ. $m < -1; m > 1$
- Câu 89:** Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là 2 điểm M, N ?



- Ⓐ. $2\sin 2x = 1$. Ⓑ. $2\cos 2x = 1$. Ⓒ. $2\sin x = 1$. Ⓓ. $2\cos x = 1$.

Câu 90: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\sin 3x + \cos x = 0$ trên $(0; \pi)$.

- Ⓐ. $\frac{5\pi}{8}$. Ⓑ. $\frac{\pi}{3}$. Ⓒ. π . Ⓓ. 2π .

Câu 91: Cho phương trình $\sin 2x - \sin x - 2m \cos x + m = 0$, m là tham số. Số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt trên $\left[\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right]$ là

- Ⓐ. 0. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 1

Câu 92: Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

- Ⓐ. $\frac{7\pi}{2}$. Ⓑ. π . Ⓒ. $\frac{3\pi}{2}$. Ⓓ. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 93: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $8\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x - \sqrt{3} = 0$ là $\frac{m\pi}{n}$. Khi đó $m+n$ bằng

- Ⓐ. 12. Ⓑ. 13. Ⓒ. 14. Ⓓ. 11

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.B	5.C	6.B	7.A	8.C	9.D	10.C
11.A	12.B	13.A	14.D	15.A	16.B	17.C	18.D	19.A	20.A
21.D	22.C	23.C	24.D	25.D	26.B	27.C	28.C	29.A	30.D
31.C	32.C	33.C	34.B	35.C	36.C	37.D	38.C	39.C	40.D
41.A	42.C	43.C	44.A	45.D	46.A	47.D	48.D	49.D	50.A
51.D	52.A	53.D	54.B	55.D	56.D	57.A	58.C	59.C	60.D
61.A	62.D	63.B	64.C	65.A	66.D	67.C	68.A	69.B	70.B
71.D	72.B	73.A	74.B	75.C	76.C	77.D	78.C	79.D	80.C
81.C	82.C	83.D	84.D	85.B	86.C	87.B	88.D	89.C	90.D
91.D	92.B	93.C							

Hướng dẫn giải

Câu 1: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

Câu 2: Ta có: $2\cos x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 3: Ta có $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 4: Ta có $\cos 3x = \cos \frac{\pi}{15} \Leftrightarrow 3x = \pm \frac{\pi}{15} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}.$

Câu 5:

Câu 6: $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 7: Với $x = \frac{8\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta có: $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}; \sin x = \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Do đó $x = \frac{8\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là một họ nghiệm của phương trình $2\cos x + 1 = 0.$

Câu 8:

Câu 9: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 10:

Ta có $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 11: Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 12: $\cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{3}.$

Câu 13: Ta có $\sin\left(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{3} + \frac{\pi}{3} = k\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{3} = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\pi + k3\pi$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 14: $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 15: Theo công thức nghiệm đặc biệt thì $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 16: Vì $\frac{2\pi}{3} > 1$ là nên phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$ vô nghiệm.

Câu 17: Ta có: $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 18: $2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 19: Ta có:

➤ $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

➤ $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

➤ $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$.

Đáp án sai : $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 20: $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 21: Do $y = \sin x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$ nên các phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$; $\sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ có

nghiệm; phương trình $\sin x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ vô nghiệm do $\frac{1+\sqrt{3}}{2} > 1$

Câu 22: Ta có $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 23: $\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 24: Ta có phương trình $\sin 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 25: Ta có: $\cot(x - 15^\circ) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot(x - 15^\circ) = \sqrt{3}$
 $\Leftrightarrow x - 15^\circ = 30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 45^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 26: Ta có: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 27:

Lời giải

$$\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2x - 30^\circ = 30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ \ (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 28:

Lời giải

Ta có: $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$. Suy ra C là đáp án sai

Câu 29:

Lời giải

Phương trình $\cos x = m$ có nghiệm khi $|m| \leq 1$ do $-1 \leq \cos x \leq 1$.

Câu 30:

Lời giải

$$Pt \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi. \text{ Vậy chọn D}$$

Câu 31: $\tan 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}.$

Câu 32: Ta có: $2 \cos 2x = -2 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 33: Ta có: $2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 34: Ta có: $\cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 35: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 36: $\cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

Câu 37:

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$, nên đáp án **D** sai.

Câu 38: * Ta có: $\sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Câu 39: $2 \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ Vậy $x = \frac{\pi}{3}$ là một nghiệm của pt đã cho.

Câu 40: Ta có $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 41: Theo công thức nghiệm đặc biệt thì $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 42: + Phương trình $\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3 \Rightarrow$ phương trình $\sin x + 3 = 0$ vô nghiệm.

+ Phương trình $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$ phương trình

$2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ có nghiệm.

+ Phương trình $\tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -3 \Leftrightarrow x = \arctan(-3) + k\pi \Rightarrow$ phương trình $\tan x + 3 = 0$ có nghiệm.

+ Phương trình $\sin x = \frac{2}{3}$ mà $-1 < \frac{2}{3} < 1$ nên phương trình $3 \sin x - 2 = 0$ có nghiệm.

Câu 43: Phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Với $x \in (\pi; 2\pi) \Rightarrow x = \frac{11\pi}{6}.$ Suy ra $a = 11$ và $b = 6.$

Vậy $ab = 66.$

Câu 44: $\sin 4x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\sin 4x = \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$.

Câu 45: $\cos 4x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \end{cases}$.

Suy ra trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10}\right\}$.

Câu 46: Ta có $\cos \frac{x}{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 47: $\cos 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = k\frac{2\pi}{3}$.

Với $x \in (0; 2\pi) \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}; x = \frac{4\pi}{3}$.

Vậy $T = \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 2\pi$.

Câu 48: Ta có: $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

ycbt $\Leftrightarrow -\pi < -\frac{\pi}{2} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{7}{2}$, mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 49: $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Các cung lượng giác $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$, $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ lần lượt được biểu diễn trên đường tròn lượng giác bởi các điểm F và E .

Câu 50: $\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 51: Cách 1:

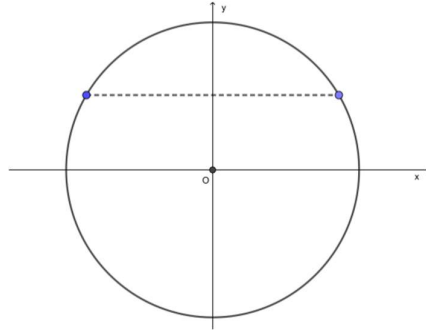
Ta có $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

+) $0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Rightarrow -\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{119}{12}$. Lại có $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

+) $0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 20\pi \Rightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{115}{12}$. Lại có $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Vậy phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có 20 nghiệm trên đoạn $[0; 20\pi]$.

Cách 2:



Dùng đường tròn lượng giác, trên đoạn $[0; 2\pi]$ phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có 2 nghiệm, tương tự với $[2\pi; 4\pi], [4\pi; 6\pi], \dots, [18\pi; 20\pi]$. Có 10 đoạn như vậy, trên mỗi đoạn có 2 nghiệm nên suy ra phương trình đã cho có $2 \cdot 10 = 20$ trên $[0; 20\pi] \rightarrow$ chọn đáp án **D**.

Câu 52: $\cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 1000\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1999}{2}$.

Ta được $k \in \{0; 1; 2; \dots; 999\}$.

Có 1000 giá trị k , ứng với 1000 nghiệm của phương trình trên $[0; 1000\pi]$.

Câu 53: Ta có: $2\sin\left(x + \frac{2017\pi}{2}\right) + 3m = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{2017\pi}{2}\right) = -\frac{3m}{2}$ có nghiệm

khi và chỉ khi $-1 \leq -\frac{3m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq m \leq \frac{2}{3}$.

Câu 54: Ta có: $\sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

➤ **Trường hợp 1:** $x = \frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vì $0 < x < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{89}{12} \Rightarrow k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy có tất cả có 8 giá trị k tương ứng với trường hợp 1 có 8 nghiệm là:

$$x = \frac{\pi}{12}; x = \frac{13\pi}{12}; x = \frac{25\pi}{12}; x = \frac{37\pi}{12}; x = \frac{49\pi}{12}; x = \frac{61\pi}{12}; x = \frac{73\pi}{12}; x = \frac{85\pi}{12}.$$

➤ **Trường hợp 2:** $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vì $0 < x < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{12} < k < \frac{85}{12} \Rightarrow k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy có tất cả có 8 giá trị k tương ứng với trường hợp 2 có 8 nghiệm là:

$$x = \frac{5\pi}{12}; x = \frac{17\pi}{12}; x = \frac{29\pi}{12}; x = \frac{41\pi}{12}; x = \frac{53\pi}{12}; x = \frac{65\pi}{12}; x = \frac{77\pi}{12}; x = \frac{89\pi}{12}$$

Vậy trên khoảng $\left(0; \frac{15\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có tất cả là 16 nghiệm.

Câu 55: $\cot x = \sqrt{3} \quad (1) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, mà $-2018\pi \leq x \leq 2018\pi$.

$\Rightarrow -2018\pi \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -2018 \leq \frac{1}{6} + k \leq 2018 \Leftrightarrow -2018 - \frac{1}{6} \leq k \leq 2018 - \frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Suy ra $-2018 \leq k \leq 2017, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy (1) có 4036 nghiệm thuộc $[-2018\pi, 2018\pi]$.

Nhận xét: Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$, nên trên mỗi đoạn có độ dài bằng một chu kỳ thì phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có đúng một nghiệm. Mà đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$ được chia làm 4036 đoạn có độ dài bằng 1 chu kỳ dạng $[-2018\pi; -2017\pi]$, $[-2017\pi; -2016\pi]$, ..., $[2017\pi; 2018\pi]$ nên phương trình đã cho có 4036 nghiệm.

Câu 56: Ta có: $\cos(x + 30^\circ) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 30^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ x + 30^\circ = -60^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k360^\circ \\ x = -90^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 57: $\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

$$\Rightarrow \beta = \frac{7\pi}{12}, \alpha = -\frac{\pi}{12} \Rightarrow \beta^2 - \alpha^2 = \frac{\pi^2}{3}.$$

Câu 58: Cách 1:

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

+) Xét $\frac{\pi}{3} + k\pi \in (\pi; 2\pi) \Leftrightarrow \frac{2}{3} < k < \frac{4}{3} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3}.$

+) Xét $-\frac{\pi}{3} + k\pi \in (\pi; 2\pi) \Leftrightarrow \frac{4}{3} < k < \frac{7}{3} \Rightarrow k = 2 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{3}.$

Vậy phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có 2 nghiệm trên $(\pi; 2\pi)$.

Cách 2:

Hàm số $y = \cos 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$. Trên mỗi khoảng có độ dài bằng chu kỳ thì phương trình $\cos 2x = m$, $(-1 < m < 1, m \neq 0)$ luôn có đúng hai nghiệm.

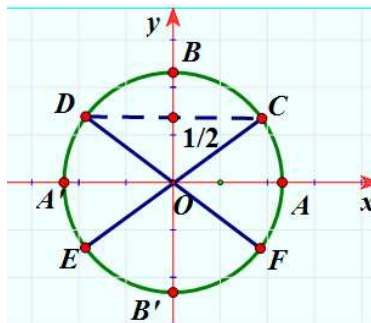
Do đó trên $(\pi; 2\pi)$ thì phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có đúng hai nghiệm.

Câu 59: $2\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 2 \Leftrightarrow 1 + \tan^2 x = 2 \Leftrightarrow \tan^2 x = 1.$

Câu 60: $\tan\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{5\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

$$x \in (0; 3\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 3\pi \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{11}{2} \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Vậy phương trình có 6 nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$.



Câu 61:

Ta có: $2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Dựa vào đường tròn lượng giác ta có điểm biểu diễn nghiệm của phương trình là điểm C , điểm D .

Câu 62: *Tự luận*

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

- Xét $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{5\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \Rightarrow k = 0$$

Chỉ có một nghiệm $x = \frac{\pi}{3} \in [0; 2\pi]$

- Xét $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{2\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{2}{3} \Rightarrow k = 0$$

Chỉ có một nghiệm $x = \frac{2\pi}{3} \in [0; 2\pi]$

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

$$\sin 2x + \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x \cdot (2 \sin x + 1) = 0$$

Câu 63:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 2 \sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 64:

Ta có $2 \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 65:

$$2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 66:

Ta có

$$y' = \sin x + x \cos x$$

$$y'' = \cos x + \cos x - x \sin x = 2 \cos x - x \sin x$$

Do đó

$$y'' + y = 1 \Leftrightarrow 2 \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Trường hợp 1. Với $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Do $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ nên $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{5}{6}$

Suy ra $k = 0$ ta được $x = \frac{\pi}{3}$.

Trường hợp 2. Với $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Do $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ nên $-\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{7}{6}$

Suy ra $k = 0$ ta được $x = -\frac{\pi}{3}$; $k = 1$ ta được $x = \frac{5\pi}{3}$.

Vậy có 3 nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình $y'' + y = 1$ là $x = \frac{\pi}{3}$; $x = -\frac{\pi}{3}$; $x = \frac{5\pi}{3}$.

Câu 67: Ta có: $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 68: Điều kiện: $\begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Ta có: $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}$.

Kết hợp với điều kiện ta được $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 69: Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{1}{|m|} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow |m| \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

Câu 70: Ta có:

$$\begin{aligned} \sin(\pi x) &= \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi x\right) \Leftrightarrow \sin(\pi x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - \pi x\right) \Leftrightarrow \sin(\pi x) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - \pi x\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \pi x = \frac{\pi}{6} - \pi x + k2\pi \\ \pi x = \pi - \frac{\pi}{6} + \pi x + k2\pi \quad (VL) \end{cases} &\Leftrightarrow x = \frac{1}{12} + k, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Câu 71: $3\cos x - 5 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{5}{3}$.

Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 72: Ta có: $\sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

➤ **Trường hợp 1:** $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Vì $0 < x < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{89}{12} \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy có tất cả 8 giá trị k tương ứng với trường hợp 1 có 8 nghiệm là:

$$x = \frac{\pi}{12}; x = \frac{13\pi}{12}; x = \frac{25\pi}{12}; x = \frac{37\pi}{12}; x = \frac{49\pi}{12}; x = \frac{61\pi}{12}; x = \frac{73\pi}{12}; x = \frac{85\pi}{12}.$$

➤ **Trường hợp 2:** $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{Vì } 0 < x < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < \frac{15\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{12} < k < \frac{85}{12} \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}.$$

Vậy có tất cả có 8 giá trị k tương ứng với trường hợp 2 có 8 nghiệm là:

$$x = \frac{5\pi}{12}; x = \frac{17\pi}{12}; x = \frac{29\pi}{12}; x = \frac{41\pi}{12}; x = \frac{53\pi}{12}; x = \frac{65\pi}{12}; x = \frac{77\pi}{12}; x = \frac{89\pi}{12}$$

Vậy trên khoảng $\left(0; \frac{15\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có tất cả là 16 nghiệm.

Câu 73: Ta có: $3\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) + 1 = m \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = \frac{m-1}{3}$

$$\text{Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi } -1 \leq \frac{m-1}{3} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 4.$$

Suy ra: $b - a = 6$.

Câu 74: Phương trình: $\cos 3x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

$$\text{Kết luận: Vậy phương trình tập nghiệm } S = \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 75: Ta có: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\pi.$

$$\text{Do } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{8} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{8} < k \leq \frac{3}{8}$$

$$\text{Mặt khác do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}.$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm } x = \frac{\pi}{8}$$

Câu 76: Ta có $\cos 3x = \sin x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{2} + x + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + l\pi \end{cases}.$

$$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq \frac{3}{4} \Rightarrow k \in \{-1; 0\}.$$

$$\text{Vậy họ nghiệm này có hai nghiệm thuộc đoạn } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ là } x = -\frac{3\pi}{8}, x = \frac{\pi}{2}.$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + l\pi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{4} + l\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq l \leq \frac{3}{4} \Leftrightarrow l = 0.$$

$$\text{Vậy họ nghiệm này có một nghiệm thuộc đoạn } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ là } x = -\frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Vậy phương trình ban đầu có ba nghiệm thuộc đoạn } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

Câu 77: Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m\frac{\pi}{2}, m \in \mathbb{Z}$

$$\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ thỏa mãn điều kiện.}$$

Câu 78: $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{11\pi}{36} + \frac{l2\pi}{3} \end{cases}; k, l \in \mathbb{Z}$

TH1: $x < 0$; x lớn nhất

Chọn $\begin{cases} k = -1; x = -\frac{17\pi}{36} \\ l = -1; x = -\frac{13\pi}{36} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{13\pi}{36}$

TH2: $x > 0$; x nhỏ nhất

Chọn $\begin{cases} k = 0; x = \frac{7\pi}{36} \\ l = 0; x = \frac{11\pi}{36} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{36}$

Khi đó tổng cần tìm là: $-\frac{13\pi}{36} + \frac{7\pi}{36} = -\frac{\pi}{6}$.

Câu 79: $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

$\Rightarrow m + n = 3 + 3 = 6$.

Câu 80: +) $2 \sin x - m = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{m}{2}$, phương trình có nghiệm khi $-1 \leq \frac{m}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$

+) $2 \sin x - m = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{m}{2}$, phương trình vô nghiệm khi $\left|\frac{m}{2}\right| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$

Chọn đáp án C

Câu 81: ĐKXD: $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Khi đó: $\frac{\sin 3x}{1 - \cos x} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Mà $0 \leq x \leq \pi$ nên $x = 0, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$. Kết hợp với điều kiện, suy ra nghiệm của

phương trình trên đoạn $[0; \pi]$ là $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$.

Câu 82: Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$ Phương trình có 1 nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$

Câu 83: Ta có: $\left(2 \cos \frac{x}{2} - 1\right) \left(\sin \frac{x}{2} + 2\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos \frac{x}{2} - 1 = 0 \quad (1) \\ \sin \frac{x}{2} + 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$.

Giải (1): $2 \cos \frac{x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Giải (2): $\sin \frac{x}{2} + 2 = 0$, phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình có họ nghiệm là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 84: Ta có: $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 85: Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin 2x = \frac{m^2 - 5}{3}$

$$\text{Vì } \sin 2x \in [-1; 1] \text{ nên } \frac{m^2 - 5}{3} \in [-1; 1] \Leftrightarrow m^2 \in [2; 8] \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} \leq m \leq -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy nên có 2 giá trị chọn B

Câu 86:

Lời giải

$$\text{Điều kiện để phương trình có nghĩa } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (*)$$

Khi đó, phương trình $3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ so sánh với đk

$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, x \in [0; 30] \Rightarrow k = \{0; \dots; 4\} \Rightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi; \dots; 9\pi\}$$

Vậy, tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình là: 45π .

Câu 87: Ta có $\sin x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \sin(-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -x + k2\pi \\ 2x = \pi + x + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} \\ x = \pi + 2l\pi \end{cases}, (k, l \in \mathbb{Z})$.

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $0 \leq x \leq 2\pi$.

$$+ \text{ Với } x = \frac{2k\pi}{3}. \text{ Ta có } 0 \leq \frac{2k\pi}{3} \leq 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 3. \text{ Suy ra } \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \\ k = 2 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3} \\ k = 3 \Rightarrow x = 2\pi \end{cases}$$

+ Với $x = \pi + 2l\pi$. Tương tự $0 \leq \pi + 2l\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq l \leq \frac{1}{2}$. Suy ra $l = 0 \Rightarrow x = \pi$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên $[0; 2\pi]$ là 5π .

Câu 88: Theo lý thuyết phương trình $\cos x = m$ vô nghiệm khi: $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$.

Câu 89: Ta thấy 2 điểm M và N là các giao điểm của đường thẳng vuông góc với trục tung tại điểm $\frac{1}{2}$ với đường tròn lượng giác $\Rightarrow$ M và N là các điểm biểu diễn tập nghiệm của

phương trình lượng giác cơ bản: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2\sin x = 1 \Rightarrow$ Đáp án. ©.

Câu 90: Ta có: $\sin 3x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 3x = \frac{3\pi}{2} - x + l2\pi \end{cases}$

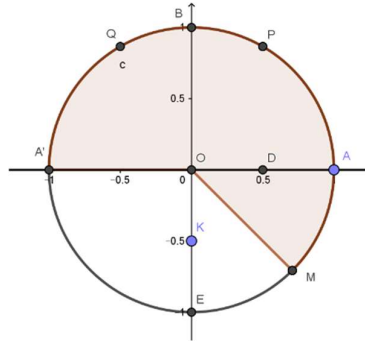
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + l\frac{\pi}{2} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Mà $x \in (0; \pi)$ nên $\begin{cases} 0 < -\frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{3\pi}{8} + l\frac{\pi}{2} < \pi \end{cases}$. Do $\begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ l \in \mathbb{Z} \end{cases}$ nên $\begin{cases} k = 1 \\ l = 0 \\ l = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow T = \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{8} + \frac{7\pi}{8} = 2\pi. \\ x = \frac{7\pi}{8} \end{cases}$$

Câu 91: Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$(2 \cos x - 1)(\sin x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} & (1) \\ \sin x = m & (2) \end{cases}$$



có 1 nghiệm là $x = \frac{8\pi}{3}$ trên $\left[\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right]$

Suy ra $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ m \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \end{cases}$

Câu 92: Ta có: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

+ Xét $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 0$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị k .

+ Xét $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên có hai giá trị k là:

$k = 0; k = 1$.

- Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$.
- Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$.

Do đó trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; \pi)$ là: $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Câu 93: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $8 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 4 \sin 2x \cdot \cos 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2 \sin 4x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{12} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 13 \end{cases} \Rightarrow m + n = 14$.

**Chương 1:****§ 3. PT LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP****Tóm tắt lý thuyết****1. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác****①. Định nghĩa:**

- Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác là pt có dạng: $at + b = 0$,
- Trong đó a, b là các hằng số ($a \neq 0$), t là một trong các hàm số lượng giác.

♦ **Ví dụ:** $2\sin x - \sqrt{3} = 0$; $2\cos x - 3 = 0$; $\sqrt{3}\tan x + 1 = 0$; $\cot x - 1 = 0$

②. Cách giải: Đưa về phương trình lượng giác cơ bản.

♦ **Ví dụ:** Giải các phương trình sau:

a) $2\sin x - 3 = 0$; b) $\sqrt{3}\tan x + 1 = 0$

Hướng dẫn giải:

a) $2\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{3}{2} > 1$: phương trình vô nghiệm

b) $\sqrt{3}\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$

③. PT đưa về PT bậc nhất đối với một hàm số lượng giác.

♦ **Ví dụ 1:** Giải các phương trình sau:

a) $5\cos x - 2\sin 2x = 0$ b) $8\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = -1$

Hướng dẫn giải:

a) $5\cos x - 2\sin 2x = 0 \Leftrightarrow \cos x(5 - 4\sin x) = 0$

b) $8\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2\sin 4x = -1$

♦ **Ví dụ 2:** Giải các phương trình sau:

a) $2\cos^2 x - 1 = 0$ b) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ c) $\sin x + \cos x = 1$

Hướng dẫn giải:

a) $2\cos^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0$

b) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x(2\cos x + 1) = 0$

c) $\sin x + \cos x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

②. PT bậc hai đối với một hàm số lượng giác

①. **Định nghĩa:** PT bậc hai đối với một HSLG là PT có dạng: $at^2 + bt + c = 0$; trong đó a, b, c là các hằng số ($a \neq 0$), t là một HSLG.

◆ **Ví dụ :**

a) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

b) $3\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$

c) $3\tan^2 x - 2\sqrt{3}\tan x + 3 = 0$

d) $3\cot^2 x - 5\cot x - 7 = 0$

②. Cách giải

- Đặt $t = \sin x$ ($\cos x, \tan x, \cot x$)
- Đưa về PT: $at^2 + bt + c = 0$
- Chú ý: Nếu đặt $t = \sin x$ ($\cos x$) thì cần có điều kiện $-1 \leq t \leq 1$

a) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sin x, & -1 \leq t \leq 1 \\ 2t^2 + 3t - 2 = 0 \end{cases}$

b) $3\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \cos x, & -1 \leq t \leq 1 \\ 3t^2 - 5t + 2 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} t = \tan x \\ 3t^2 - 2\sqrt{3}t + 3 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} t = \cot x \\ 3t^2 - 5t - 7 = 0 \end{cases}$

③. Bài tập áp dụng:

Giải các phương trình sau:

a) $2\sin^2 \frac{x}{2} + \sqrt{2}\sin \frac{x}{2} - 2 = 0$

b) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

c) $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

d) $\sqrt{3}\tan^2 x - (1 + \sqrt{3})\tan x + 1 = 0$

Hướng dẫn giải:

a) $\begin{cases} t = \sin \frac{x}{2}, & -1 \leq t \leq 1 \\ 2t^2 + \sqrt{2}t - 2 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} t = \cos x, & -1 \leq t \leq 1 \\ 2t^2 - 3t + 1 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} t = \sin x, & -1 \leq t \leq 1 \\ -t^2 + t + 2 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} t = \tan x \\ \sqrt{3}t^2 - (1 + \sqrt{3})t + 1 = 0 \end{cases}$

③. PT bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$

①. Công thức biến đổi biểu thức $a\sin x + b\cos x$

- $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
- $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin(x + \alpha)$
- với $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

②. PT dạng $a\sin x + b\cos x = c$

- ♦ Nếu $a = 0, b \neq 0$ hoặc $a \neq 0, b = 0$ thì đưa về PTLG cơ bản.
- ♦ Nếu $a \neq 0, b \neq 0$ thì dùng công thức biến đổi ở trên đưa về PTLG cơ bản.
- ♦ Điều kiện có nghiệm: $a^2 + b^2 \geq c^2$

◆ **Cách giải:** Chia hai vế của (1) cho $\sqrt{a^2 + b^2}$, ta được

- (1) $\Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
- Vì $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 = 1$ nên ta đặt $\begin{cases} \sin \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \cos \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}$
- Phương trình trở thành: $\sin x \sin \varphi + \cos x \cos \varphi = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \cos(x - \varphi) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
- Đặt $\cos \alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ta được phương trình lượng giác cơ bản giải được.

③. Bài tập áp dụng:

Giải các phương trình sau:

- $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$
- $\sqrt{3}\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2}$
- $3\cos x + 4\sin x = -5$
- $2\sin 2x - 2\cos 2x = \sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

- $\Leftrightarrow 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$
- $\Leftrightarrow 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$
- $\Leftrightarrow \cos(x + \alpha) = -1$, với $\cos \alpha = \frac{3}{5}$
- $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

B

Phân dạng bài tập

①. Dạng 1: Phương trình bậc nhất theo 1 hàm số lượng giác

Câu 1: Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- (A). $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B). $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C). $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D). $S = \left\{ \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2: Phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ có các nghiệm là

- (A). $x = \frac{\pi}{3} + k.2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. (B). $x = \frac{\pi}{6} + k.\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.
 (C). $x = -\frac{\pi}{6} + k.2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. (D). $x = -\frac{\pi}{6} + k.\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cot x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \left(-\frac{\pi}{6} \right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k.\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 3: Phương trình $\sin x = \cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là

- (A). 3. (B). 5. (C). 2. (D). 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Theo đề } x \in [-\pi; \pi] \Leftrightarrow -\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq \frac{3}{4}.$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1; 0\}.$$

Vậy có 2 nghiệm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 4: Số nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin 2x - 2\cos x = 0$ là

- (A). 4. (B). 3. (C). 2. (D). 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin 2x - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x \cos x - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow 2\cos x(\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Nghiệm trên đoạn } [0; 2\pi] \text{ ứng với } 0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên chọn $k = 0, k = 1$.

Vậy trên đoạn $[0; 2\pi]$ phương trình đã cho có 2 nghiệm.

②. Dạng 2: Phương trình bậc 2 theo một hàm số lượng giác

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Nghiệm của phương trình lượng giác: $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ là

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{6}$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{2}$. Ⓒ. $x = \frac{\pi}{3}$ Ⓓ. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ nên chỉ có nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 2: Tập nghiệm S của phương trình $\cos^2 x - 3\cos x = 0$ là

- Ⓐ. $S = \left\{-\frac{\pi}{2}\right\}$. Ⓑ. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
Ⓒ. $S = \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$. Ⓓ. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\cos^2 x - 3\cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 3(L) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 5\sin x + 4 = 0$ là

- Ⓐ. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
Ⓒ. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. Ⓓ. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin^2 x - 5\sin x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = 4(L) \end{cases}.$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 4: Tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình $2\cos^2 5x + 3\cos 5x - 5 = 0$ là

- Ⓐ. $\frac{\pi}{5}$. Ⓑ. $\frac{6\pi}{5}$. Ⓒ. $\frac{3\pi}{5}$. Ⓓ. $\frac{9\pi}{5}$.

Lời giải

$$2\cos^2 5x + 3\cos 5x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 5x = 1 \\ \cos 5x = -\frac{5}{2}(L) \end{cases} \Leftrightarrow 5x = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}$$

Vì x thuộc khoảng $(0; \pi)$ nên có 2 nghiệm thỏa mãn là $x = \frac{2\pi}{5}; x = \frac{4\pi}{5}$

Vậy tổng các nghiệm bằng $\frac{6\pi}{5}$.

③. Dạng 3: Phương trình $a.\sin x + b.\cos x = c$

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = 1$ là

- Ⓐ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$ Ⓑ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$ Ⓒ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$ Ⓓ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k\pi \end{cases}$

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos x + \sin x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$ là

- Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$. Ⓑ. $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi$.
 Ⓒ. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. Ⓓ. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2} &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\frac{\pi}{3}\sin x + \sin\frac{\pi}{3}\cos x = \sin\frac{\pi}{4} \\ &\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Câu 3: Tìm số nghiệm $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$?

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 3. Ⓒ. 1. Ⓓ. 2.

Lời giải

Ta có:

$$\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + 2\sin x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(\sqrt{3} + 2\cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

+ Ta có:

$$x = k\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq k\pi < -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq k < -\frac{1}{2} \Leftrightarrow k = -1 (\text{do } k \in \mathbb{Z}).$$

$$\begin{aligned} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right) &\Leftrightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{14}{12} \leq k < -\frac{8}{12} \Leftrightarrow k \\ &= -1 (\text{do } k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq -\frac{5\pi}{6} + k2\pi < -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{4}{12} \leq k < \frac{2}{12} \Leftrightarrow k = 0 \text{ (do } k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình $\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$ có 3 nghiệm $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$.

④. Dạng 4: Phương trình lượng giác có chứa tham số.

☒. Bài tập minh họa:

Câu 1: Điều kiện để phương trình: $3\sin x + m\cos x = 5$ vô nghiệm là

- Ⓐ. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. Ⓑ. $m > 4$. Ⓒ. $m < -4$. Ⓓ. $-4 < m < 4$.

Lời giải

Phương trình $3\sin x + m\cos x = 5$ vô nghiệm khi và chỉ khi $3^2 + m^2 < 5^2 \Leftrightarrow m^2 < 16 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Câu 2: Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $(m+1)\sin x - 3\cos x = m+2$ có nghiệm là

- Ⓐ. $(3; +\infty)$. Ⓑ. $(-\infty; 3)$. Ⓒ. $[3; +\infty)$. Ⓓ. $(-\infty; 3]$.

Lời giải

Phương trình có nghiệm khi $(m+1)^2 + 3^2 \geq (m+2)^2 \Leftrightarrow -2m \geq -6 \Leftrightarrow m \leq 3$.

Câu 3: Điều kiện của m để phương trình $m\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm là.

- Ⓐ. $m \geq \sqrt{34}$. Ⓑ. $-4 \leq m \leq 4$. Ⓒ. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. Ⓓ. $m \geq 4$.

Lời giải

Điều kiện có nghiệm của phương trình là: $m\sin x - 3\cos x = 5$ là

$$m^2 + 9 \geq 25 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}.$$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m$ vô nghiệm?

- Ⓐ. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{4}{3} \end{cases}$. Ⓑ. $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$. Ⓒ. $0 < m < \frac{4}{3}$. Ⓓ. $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có: $2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m \Leftrightarrow m\sin 2x - \cos 2x = 2m - 1$ (1)

Điều kiện phương trình (1) vô nghiệm là: $m^2 + 1 < (2m - 1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy với $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$ thì phương trình trên vô nghiệm.

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 10]$ để phương trình $(m+1)\sin x - \cos x = 1 - m$ có nghiệm.

- Ⓐ. 21. Ⓑ. 18. Ⓒ. 20. Ⓓ. 11.

Lời giải

Phương trình $(m+1)\sin x - \cos x = 1 - m$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + (-1)^2 \geq (1-m)^2 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{4}.$$

Vì m nhận giá trị nguyên thuộc đoạn $[0; 10]$ nên có 11 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.



Bài tập rèn luyện

Câu 1: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm:

Ⓐ. $\sqrt{3}\sin x = 2.$

Ⓑ. $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{2}.$

Ⓒ. $2\sin x + 3\cos x = 1.$

Ⓓ. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0.$

Câu 2: Tìm nghiệm của phương trình $2\sin x - 3 = 0.$

Ⓐ. $x \in \emptyset.$

Ⓑ.
$$\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Ⓒ.
$$\begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \\ x = -\arcsin\left(\frac{3}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Ⓓ. $x \in \mathbb{R}.$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0$ là

Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓑ. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓓ. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 4: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

Ⓐ. $\tan x = 3.$

Ⓑ. $\sin x + 3 = 0.$

Ⓒ. $3\sin x - 2 = 0.$

Ⓓ. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$

Câu 5: Giải phương trình $3\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0.$

Ⓐ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓑ. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓒ. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ⓓ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 6: Nghiệm của phương trình lượng giác $\sin^2 x - 2\sin x = 0$ có nghiệm là:

Ⓐ. $x = k2\pi.$

Ⓑ. $x = k\pi.$

Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

Ⓓ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Câu 7: Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện: $0 \leq x < \frac{\pi}{2}.$

Ⓐ. $x = \frac{\pi}{6}.$

Ⓑ. $x = \frac{\pi}{4}.$

Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2}.$

Ⓓ. $x = -\frac{\pi}{2}.$

Câu 8: Nghiệm dương bé nhất của phương trình: $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ là:

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{6}$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{2}$. Ⓒ. $x = \frac{3\pi}{2}$. Ⓓ. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 9: Phương trình $\cos 2x + 4\sin x + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$?

- Ⓐ. 5. Ⓑ. 4. Ⓒ. 2. Ⓓ. 3.

Câu 10: Phương trình lượng giác $\cos^2 x + 2\cos x - 3 = 0$ có nghiệm là:

- Ⓐ. $x = k2\pi$. Ⓑ. $x = 0$. Ⓒ. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Ⓓ. Vô nghiệm.

Câu 11: Cho phương trình: $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ (*). Bằng cách đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$) thì phương trình (*) trở thành phương trình nào sau đây?

- Ⓐ. $-2t^2 + t = 0$. Ⓑ. $t^2 + t - 2 = 0$. Ⓒ. $-2t^2 + t - 2 = 0$. Ⓓ. $-t^2 + t = 0$.

Câu 12: Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$.

- Ⓐ. $\frac{105\pi}{2}$. Ⓑ. $\frac{105\pi}{4}$. Ⓒ. $\frac{297\pi}{4}$. Ⓓ. $\frac{299\pi}{4}$.

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là

- Ⓐ. 1009. Ⓑ. 1008. Ⓒ. 2018. Ⓓ. 2017.

Câu 14: Tìm nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$.

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{2}$. Ⓑ. $x = 0$. Ⓒ. $x = \pi$. Ⓓ. $x = \frac{\pi}{4}$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $3\cos^2 x = -8\cos x - 5$ là

- Ⓐ. $x = k\pi$. Ⓑ. $x = \pi + k2\pi$. Ⓒ. $x = k2\pi$. Ⓓ. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 16: Giải phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$

- Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. Ⓑ. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. Ⓒ. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$. Ⓓ. $x = \frac{5\pi}{3} + k\pi$.

Câu 17: Giải phương trình $\sin^2 x + \sin^2 x \tan^2 x = 3$.

- Ⓐ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. Ⓒ. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. Ⓓ. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 18: Giải phương trình $4(\sin^4 x + \cos^4 x) = 5\cos 2x$.

- Ⓐ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. Ⓑ. $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$. Ⓒ. $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$. Ⓓ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$.

Câu 19: Giải phương trình $\cos \frac{4x}{3} = \cos^2 x$.

- Ⓐ. $\begin{cases} x = k3\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k3\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{4} + k3\pi \end{cases}$ Ⓑ. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{4} + k\pi \end{cases}$ Ⓒ. $\begin{cases} x = k3\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k3\pi \end{cases}$ Ⓓ. $\begin{cases} x = k3\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{4} + k3\pi \end{cases}$

Câu 20: Nghiệm của phương trình: $\sin x + \cos x = 1$ là

- Ⓐ. $x = k2\pi$. Ⓑ. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$. Ⓒ. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. Ⓓ. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 21: Phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$ có nghiệm là

- Ⓐ. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. Ⓑ. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$. Ⓒ. $x = \frac{4\pi}{3} + k\pi$. Ⓓ. $x = \frac{5\pi}{3} + k\pi$.

Điều kiện có nghiệm của pt $a.\sin 5x + b.\cos 5x = c$ là

Câu 22: Ⓐ. $a^2 + b^2 \geq c^2$. Ⓑ. $a^2 + b^2 \leq c^2$. Ⓒ. $a^2 + b^2 > c^2$. Ⓓ. $a^2 + b^2 < c^2$.

Câu 23: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm:

- Ⓐ. $\sqrt{3}\sin x = 2$. Ⓑ. $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{2}$.
 Ⓒ. $2\sin x + 3\cos x = 1$. Ⓓ. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$.

Câu 24: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm?

- Ⓐ. 13. Ⓑ. Vô số. Ⓒ. 26. Ⓓ. 27.

Câu 25: Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sin(x + \frac{\pi}{3})$ bằng a và b . Khi đó

$S = a + b + ab$ có giá trị bằng

- Ⓐ. $\sqrt{3}$ Ⓑ. 2 Ⓒ. -3 Ⓓ. $-\sqrt{3}$

Câu 26: Cho phương trình $2m\sin x \cos x + 4\cos^2 x = m + 5$, với m là một phần tử của tập hợp $E = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm?

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 2. Ⓒ. 6. Ⓓ. 4.

Câu 27: Số nghiệm thuộc $[-\frac{3\pi}{2}; -\pi]$ của phương trình $\sqrt{3}\sin x = \cos(\frac{3\pi}{2} - 2x)$ là:

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 1. Ⓒ. 2. Ⓓ. 0.

Câu 28: Nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$ là:

- Ⓐ. $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi$. Ⓑ. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$.
 Ⓒ. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. Ⓓ. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 29: Tìm giá trị nguyên lớn nhất của a để phương trình $a\sin^2 x + 2\sin 2x + 3a\cos^2 x = 2$ có nghiệm

- Ⓐ. $a = 3$ Ⓑ. $a = 2$ Ⓒ. $a = 1$ Ⓓ. $a = -1$

Câu 30: Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = 1$ là:

- Ⓐ. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Ⓑ. $x = k\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.
 Ⓒ. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = k2\pi$. Ⓓ. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = k\pi$.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = \sqrt{5}$ có nghiệm.

- A. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ C. $-2 \leq m \leq 2$ D. $-2 < m < 2$

Câu 32: Phương trình $(\sqrt{3}-1)\sin x - (\sqrt{3}+1)\cos x + \sqrt{3}-1=0$ có các nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{9} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases}$

Câu 33: Tìm số các giá trị nguyên của m để phương trình $m\cos x - (m+2)\sin x + 2m+1=0$ có nghiệm.

- A. 0 B. 3 C. vô số D. 1

Câu 34: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

Câu 35: Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình:

$$\sqrt{2}\cos 3x = \sin x + \cos x.$$

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. 3π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. π

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để phương trình

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2m \text{ vô nghiệm.}$$

- A. 21. B. 20. C. 18. D. 9.

Câu 37: Cho phương trình $m\sin x + 4\cos x = 2m-5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm?

- A. 4. B. 7. C. 6. D. 5.

Câu 38: Phương trình: $3\sin 3x + \sqrt{3}\sin 9x = 1 + 4\sin^3 3x$ có các nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{6} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{9} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $\sin \frac{x}{2} + (m-1) \cdot \cos \frac{x}{2} = \sqrt{5}$ vô nghiệm?

- A. $m > 3$ hoặc $m < -1$. B. $-1 \leq m \leq 3$.
 C. $m \geq 3$ hoặc $m \leq -1$. D. $-1 < m < 3$.

Câu 40: Hàm số $y = \frac{2\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x + 3}$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 41: Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $4\sin x + (m-4)\cos x - 2m + 5 = 0$ có nghiệm là:

A. 5

B. 6

C. 10

D. 3

Câu 42: Tìm m để phương trình $m \sin x + 5 \cos x = m + 1$ có nghiệm.

A. $m \leq 12$.

B. $m \leq 6$

C. $m \leq 24$.

D. $m \leq 3$.

Câu 43: Với giá trị lớn nhất của a bằng bao nhiêu để phương trình $a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2$ có nghiệm?

A. 2.

B. $\frac{11}{3}$.

C. 4.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 44: Để phương trình $m \sin 2x + \cos 2x = 2$ có nghiệm thì m thỏa mãn

A. $m \leq 1$.

B. $\begin{cases} m \geq \sqrt{3} \\ m \leq -\sqrt{3} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m \geq \sqrt{2} \\ m \leq -\sqrt{2} \end{cases}$

D. $m \geq 1$.

Câu 45: Tìm m để phương trình $2 \sin x + m \cos x = 1 - m$ có nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

A. $-1 \leq m \leq 3$.

B. $-\frac{3}{2} \leq m$.

C. $1 \leq m \leq 3$.

D. $m \leq \frac{3}{2}$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2 \sin^2 x + m \sin 2x = 2m$ vô nghiệm?

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{4}{3} \end{cases}$

B. $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$.

C. $0 < m < \frac{4}{3}$.

D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$

Câu 47: Điều kiện để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là:

A. $m \geq 4$.

B. $-4 \leq m \leq 4$.

C. $m \geq \sqrt{34}$.

D. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Câu 48: Tìm m để phương trình $m = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$ có nghiệm.

A. $-2 \leq m \leq 0$

B. $0 \leq m \leq 1$

C. $\frac{2}{11} \leq m \leq 2$

D. $-2 \leq m \leq -1$

Câu 49: Để phương trình: $\sin^2 x + 2(m+1) \sin x - 3m(m-2) = 0$ có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

A. $\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq m < \frac{1}{2} \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} -\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{3} \\ 1 \leq m \leq 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} -2 \leq m \leq -1 \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ 3 \leq m \leq 4 \end{cases}$

Câu 50: Cho phương trình: $\sin x \cos x - \sin x - \cos x + m = 0$, trong đó m là tham số thực. Để phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của m là

A. $-2 \leq m \leq -\frac{1}{2} - \sqrt{2}$.

B. $-\frac{1}{2} - \sqrt{2} \leq m \leq 1$.

C. $1 \leq m \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2}$.

D. $-\frac{1}{2} + \sqrt{2} \leq m \leq 1$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
C	A	C	B	C	B	A	A	A	A	A	A	C	A	B	B	C	A	A

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	C	D	C	A	C	A	B	A	A	B	D	A	C	C	C	D	D	B

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	D	B	A	D	A	C	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $2\sin x + 3\cos x = 1$ có $2^2 + 3^2 \geq 1^2$. Vậy phương trình $2\sin x + 3\cos x = 1$ có nghiệm.

Câu 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{3}{2} > 1$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 3.

Lời giải

Chọn C

$$\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = 3 \end{cases}$$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Với $\sin x = 3$ phương trình vô nghiệm.

Câu 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên phương trình $\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3$ vô nghiệm.

Câu 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sin^2 x - 2 \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x (\sin x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 2 \end{cases}$$

Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên chỉ có $\sin x = 0$ thỏa mãn. Vậy ta có

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 7.

Lời giải

Chọn A

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 8.

Lời giải

Chọn A

$$2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -3 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}.$$

Câu 9.

Lời giải

Chọn A

$$\text{PT đã cho } \Leftrightarrow -2 \sin^2 x + 4 \sin x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = 3 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Theo đề: } x \in (0; 10\pi) \Rightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + k2\pi < 10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < \frac{21}{4}.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy PT đã cho có 5 nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$.

Câu 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos^2 x + 2 \cos x - 3 = 0$. Đặt $\cos x = t$ với điều kiện $-1 \leq t \leq 1$, ta được phương trình bậc hai theo t là

$$t^2 + 2t - 3 = 0. (*)$$

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm $t_1 = 1$ và $t_2 = -3$ nhưng chỉ có t_1 thỏa mãn điều kiện. Vậy ta có

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 11.

Lời giải

Chọn A

$$\cos 2x + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow -2 \sin^2 x + \sin x = 0 \Rightarrow -2t^2 + t = 0.$$

Câu 12.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Theo đề bài: } 0 \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{41}{4} \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 10.$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm là: } S = \frac{3\pi}{4} + \left(\frac{3\pi}{4} + \pi\right) + \dots + \left(\frac{3\pi}{4} + 9\pi\right) = \frac{105\pi}{2}.$$

Câu 13.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2 \sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(1 - \cos^2 2x) + \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 2x - \cos 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = \frac{3}{2} \text{ (ko t/m)} \end{cases} \Rightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\text{Đề } x \in [0; 2018\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 2018\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq 2018 - \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow k \in [0; 2017], k \in \mathbb{Z}.$$

Khi đó phương trình có 2018 nghiệm.

Vậy chọn đáp án C.

Câu 14.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Với $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, do $0 < x < \pi$ nên ta được $x = \frac{\pi}{2}$.

Với $x = k2\pi$, do $0 < x < \pi$ nên không có x nào thỏa mãn.

Câu 15.

Lời giải

Chọn B

$$3 \cos^2 x = -8 \cos x - 5 \Leftrightarrow 3 \cos^2 x + 8 \cos x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{5}{3} < -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 16.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3 \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$$

Câu 17.

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐK: } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

$$\sin^2 x + \sin^2 x \tan^2 x = 3 \Leftrightarrow \frac{\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = 3 \Leftrightarrow \sin^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 3 \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 x = 3 \Leftrightarrow \tan x = \pm \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (\text{tm}).$$

Câu 18.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} 4(\sin^4 x + \cos^4 x) &= 5 \cos 2x \Leftrightarrow 4(1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x) = 5 \cos 2x \\ \Leftrightarrow 4 - 2 \sin^2 2x &= 5 \cos 2x \Leftrightarrow 4 - 2(1 - \cos^2 2x) = 5 \cos 2x \Leftrightarrow 2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 2 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = 2 \end{cases} &\Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi. \end{aligned}$$

Câu 19.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \cos \frac{4x}{3} &= \cos^2 x \Leftrightarrow \cos \frac{4x}{3} = \frac{1 + \cos 2x}{2} \Leftrightarrow 2 \cos 2 \cdot \frac{2x}{3} = 1 + \cos 3 \cdot \frac{2x}{3} \\ \Leftrightarrow 2 \left[2 \cos^2 \frac{2x}{3} - 1 \right] &= 1 + 4 \cos^3 \frac{2x}{3} - 3 \cos \frac{2x}{3} \Leftrightarrow 4 \cos^3 \frac{2x}{3} - 4 \cos^2 \frac{2x}{3} - 3 \cos \frac{2x}{3} + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{2x}{3} = 1 \\ \cos \frac{2x}{3} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} &\begin{cases} \frac{2x}{3} = k2\pi \\ \frac{2x}{3} = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{2x}{3} = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k3\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k3\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{4} + k3\pi \end{cases}. \end{aligned}$$

Câu 20.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \sin x + \cos x &= 1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1 \\ \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}. \end{aligned}$$

Câu 21.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Phương trình tương đương } &\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \\ \Leftrightarrow \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) &= 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{aligned}$$

Câu 22.**Lời giải****Chọn A**

Áp dụng công thức điều kiện để phương trình bậc nhất với sin và cos có nghiệm

Câu 23.**Lời giải****Chọn C**

Phương trình $2\sin x + 3\cos x = 1$ có $2^2 + 3^2 \geq 1^2$. Vậy phương trình $2\sin x + 3\cos x = 1$ có nghiệm.

Câu 24.**Lời giải****Chọn D**

Phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $5^2 + (-12)^2 \geq m^2 \Leftrightarrow m^2 \leq 169$
 $\Leftrightarrow -13 \leq m \leq 13$.

Suy ra có 27 số nguyên m để phương trình $5\sin x - 12\cos x = m$ có nghiệm.

Câu 25.**Lời giải****Chọn C**

Ta có $y = \sin x + \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{3}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$.

Gọi y_0 là một giá trị của hàm số khi đó phương trình $y_0 = \frac{3}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ có nghiệm khi và chỉ khi

$$y_0^2 \leq \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} \Leftrightarrow -\sqrt{3} \leq y_0 \leq \sqrt{3}.$$

Suy ra $a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3}$ Vậy $S = a + b + ab = -3$

Câu 26.**Lời giải****Chọn A**

Ta có $2m\sin x \cos x + 4\cos^2 x = m + 5 \Leftrightarrow m\sin 2x + 4\frac{1 + \cos 2x}{2} = m + 5$

$$\Leftrightarrow m\sin 2x + 2\cos 2x = m + 3.$$

Phương trình trên có nghiệm khi và chỉ khi $m^2 + 4 \geq (m + 3)^2 \Leftrightarrow m \leq \frac{-5}{9}$.

Vậy có ba giá trị của $m \in E$ để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 27.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = \sin(2x - \pi)$

$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -\sin 2x \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -2 \sin x \cos x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Bài ra $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$ nên $k\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right] \Rightarrow k = -1 \Rightarrow x = -\pi$.

$\frac{5\pi}{6} + k2\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right] \Rightarrow k = -1 \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{6}$.

$-\frac{5\pi}{6} + k2\pi \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right] \Rightarrow k \in \emptyset \Rightarrow x \in \emptyset$.

Do đó số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$ của phương trình đã cho là 2.

Câu 28.

Lời giải

Chọn A

$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin x + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos x = \sin \frac{\pi}{4}$

$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 29.

Lời giải

Chọn B

$a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2 \Leftrightarrow a \frac{1 - \cos 2x}{2} + 2 \sin 2x + 3a \frac{1 + \cos 2x}{2} = 2$

$\Leftrightarrow a - a \cos 2x + 4 \sin 2x + 3a + 3a \cos 2x = 4 \Leftrightarrow 4 \sin 2x + 2a \cos 2x = 4 - 4a \quad (*)$

$(*)$ có nghiệm khi $4^2 + 4a^2 \geq (4 - 4a)^2 \Leftrightarrow 12a^2 - 32a \leq 0 \Leftrightarrow 12a^2 - 32a \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{8}{3}$.

Do $a \in \mathbb{Z}$ và là số lớn nhất nên $a = 2$.

Câu 30.

Lời giải

Chọn A

$$\cos x + \sin x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 31.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện có nghiệm của phương trình là: $m^2 + 1^2 \geq \sqrt{5}^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}.$

Câu 32.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tương đương $(\sqrt{3} \sin x - \cos x) - (\sin x - \sqrt{3} \cos x) + \sqrt{3} - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 - \sqrt{3} \Leftrightarrow 4 \cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 1 - \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Câu 33.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi:

$$m^2 + (m+2)^2 \geq (2m+1)^2 \Leftrightarrow 2m^2 - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy có 1 giá trị nguyên.

Câu 34.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x + \frac{1}{2} \cdot \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 35.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\sqrt{2} \cos 3x = \sin x + \cos x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Vì $x \in (0; \pi)$ nên nhận $x = \frac{7\pi}{8}, x = \frac{\pi}{16}, x = \frac{9\pi}{16}.$

Câu 36.

Lời giải

Chọn C

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow 1^2 + (-\sqrt{3})^2 < (2m)^2 \Leftrightarrow 4m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}.$

$\frac{m \in \mathbb{Z}}{m \in [-10; 10]} \rightarrow m \in \{-10; -9; -8; \dots; -2; 2; \dots; 8; 9; 10\} \longrightarrow$ có 18 giá trị.

Câu 37.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện để phương trình $m \sin x + 4 \cos x = 2m - 5$ có nghiệm là $m^2 + 16 \geq (2m - 5)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 20m + 9 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{10 - \sqrt{73}}{3} \leq m \leq \frac{10 + \sqrt{73}}{3}.$

Vậy $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$

Câu 38.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3 \sin 3x + \sqrt{3} \cos 9x = 1 + 4 \sin^3 3x \Leftrightarrow (3 \sin 3x - 4 \sin^3 3x) + \sqrt{3} \cos 9x = 1$

$\Leftrightarrow \sin 9x + \sqrt{3} \cos 9x = 1 \Leftrightarrow \sin \left(9x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 9x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{54} + \frac{k2\pi}{9} \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}.$

Câu 39.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\sin \frac{x}{2} + (m-1) \cdot \cos \frac{x}{2} = \sqrt{5}$ vô nghiệm khi

$a^2 + b^2 < c^2 \Leftrightarrow 1 + (m-1)^2 < 5 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$

Câu 40.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có } y = \frac{2 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x + 3} \Leftrightarrow (y-2) \sin 2x - (y+1) \cos 2x = -3y.$$

$$\text{Điều kiện để phương trình có nghiệm } \Leftrightarrow (y-2)^2 + (y+1)^2 \geq (-3y)^2 \Leftrightarrow 7y^2 + 2y - 5 \leq 0.$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq y \leq \frac{5}{7} \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{-1; 0\} \text{ nên có 2 giá trị nguyên.}$$

Câu 41.**Lời giải****Chọn A**

$$4 \sin x + (m-4) \cos x - 2m + 5 = 0 \Leftrightarrow 4 \sin x + (m-4) \cos x = 2m - 5.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm khi } 4^2 + (m-4)^2 - (2m-5)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 12m + 7 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6 - \sqrt{57}}{3} \leq m \leq \frac{6 + \sqrt{57}}{3}$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm là 10.

Câu 42.**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Phương trình có nghiệm } \Leftrightarrow m^2 + 25 \geq (m+1)^2 \Leftrightarrow 2m \leq 24 \Leftrightarrow m \leq 12.$$

Câu 43.**Lời giải****Chọn D**

Ta có:

$$a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2 \Leftrightarrow a \frac{1 - \cos 2x}{2} + 2 \sin 2x + 3a \frac{1 + \cos 2x}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow 4 \sin 2x + 2a \cos 2x = 4 - 4a (*).$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow 16 + 4a^2 \geq (4 - 4a)^2 \Leftrightarrow 12a^2 - 32a \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{8}{3}.$$

Câu 44.**Lời giải****Chọn B**

$$m \sin 2x + \cos 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{m}{\sqrt{m^2+1}} \sin 2x + \frac{1}{\sqrt{m^2+1}} \cos 2x = \frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$$

$$\Leftrightarrow \sin(2x + \alpha) = \frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$$

$$\text{có nghiệm khi } \frac{2}{\sqrt{m^2+1}} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{3} \\ m \leq -\sqrt{3} \end{cases}$$

Câu 45.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \tan \frac{x}{2}$, do $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ suy ra $t \in [-1; 1]$.

Phương trình trở thành tìm m để phương trình $\frac{4t}{1+t^2} + m \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2} = 1-m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1; 1]$.

Ta có $\frac{4t}{1+t^2} + m \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2} = 1-m \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}t^2 - 2t + \frac{1}{2} = f(t)$.

Hoành độ đỉnh là $t_0 = 2$ loại. Ta có $f(-1) = 3$ và $f(1) = -1$.

Suy ra $-1 \leq f(t) \leq 3$. Vậy ta chọn đáp án **A**.

Câu 46.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m \Leftrightarrow m\sin 2x - \cos 2x = 2m - 1$ (1)

Điều kiện phương trình (1) vô nghiệm là: $m^2 + 1 < (2m - 1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$

Vậy với $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$ thì phương trình trên vô nghiệm.

Câu 47.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để phương trình $m \cdot \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là $3^2 + m^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Câu 48.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2 \cos x - \sin x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên

$$m = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4} \Leftrightarrow \cos x + 2 \sin x + 3 = m(2 \cos x - \sin x + 4)$$

$$\Leftrightarrow (2m-1)\cos x - (m+2)\sin x + 4m-3 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$(2m-1)^2 + (m+2)^2 \geq (4m-3)^2 \Leftrightarrow -11m^2 + 24m - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq m \leq 2$$

Câu 49.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow t^2 + 2(m+1)t - 3m(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3m \\ t = m-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -3m \\ \sin x = m-2 \end{cases}$$

$$\text{Để phương trình có nghiệm thì } \begin{cases} -1 \leq -3m \leq 1 \\ -1 \leq m-2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{3} \\ 1 \leq m \leq 3 \end{cases}$$

Câu 50.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\sin x + \cos x = t \left(|t| \leq \sqrt{2} \right) \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$. Khi đó ta có phương trình

$$\frac{t^2 - 1}{2} - t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 2m - 1 = 0 (*)$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi phương trình (*) có nghiệm

$$t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2 - 2m > 0 \\ -\sqrt{2} < \frac{2}{2} = 1 < \sqrt{2} \\ f(-\sqrt{2}) = 1 + 2\sqrt{2} + 2m \geq 0 \\ f(\sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2} + 2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq -\frac{1}{2} + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} + \sqrt{2} \leq m \leq 1.$$