

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi có 04 trang)

Môn thi: **TOÁN**

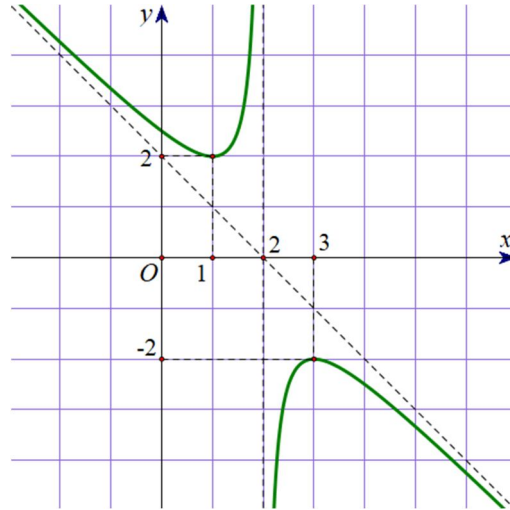
Ngày thi: 08 tháng 01 năm 2025

Thời gian làm bài: 180 phút

**PHẦN I - Trả lời ngắn (9,0 điểm).**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 15. Với mỗi câu hỏi, thí sinh viết kết quả vào giấy thi.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$  có đồ thị như hình vẽ:



Khi đó  $a + b + c$  bằng bao nhiêu?

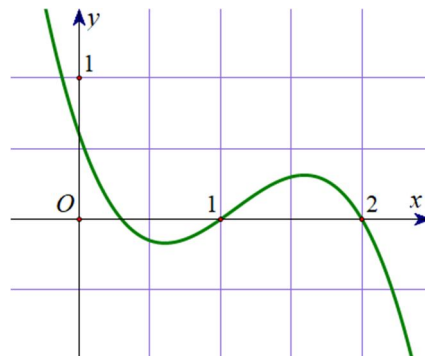
**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh 3cm, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy, đường thẳng  $SD$  tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $CD$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBM)$  bằng bao nhiêu centimet?

**Câu 3.** Bất phương trình  $\log_4 x^2 + \log_2 (x + 3) \leq 1 + \log_2 (2x + 3)$  có bao nhiêu nghiệm nguyên?

**Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x\sqrt{3} - \cos 2x$  trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$  bằng bao nhiêu?

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = mx^2 + (4 - m^2)x + n \ln x$  (với  $m, n$  là các tham số thực). Biết rằng hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm  $x = \frac{1}{2}$  và đạt cực tiểu tại điểm  $x = 1$ . Giá trị của  $m^2 + n^2$  bằng bao nhiêu?

**Câu 6.** Cho  $y = f(x)$  là hàm số đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số  $g(x) = f(f(x) - 1) - 3$  có bao nhiêu điểm cực đại?

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $2\sqrt{3}$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác cân đỉnh  $S$ , nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và  $\widehat{ASB} = 30^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $SD$  và  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $AM, CD$ . Khi đó  $\sin \alpha$  bằng bao nhiêu?

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; -2; 3), B(2; 1; -4)$ . Xét điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $2MA^2 - 3MB^2$  đạt giá trị lớn nhất. Khi đó độ dài đoạn thẳng  $OM$  bằng bao nhiêu?

**Câu 9.** Một xưởng sản xuất vận hành từ 14h00 đến 22h00 mỗi ngày (không tính các ngày Thứ Bảy, Chủ Nhật và ngày Lễ), chia 2 ca làm việc với mức lương tương ứng trả cho công nhân theo bảng sau:

| Ca | Khoảng thời gian làm việc | Mức lương / giờ |
|----|---------------------------|-----------------|
| I  | Từ 14h00 đến 19h00        | 60 000 đồng     |
| II | Từ 17h00 đến 22h00        | 70 000 đồng     |

Do yêu cầu sản xuất, bộ phận nhân sự đã sắp xếp công nhân làm việc thỏa mãn tất cả yêu cầu sau:

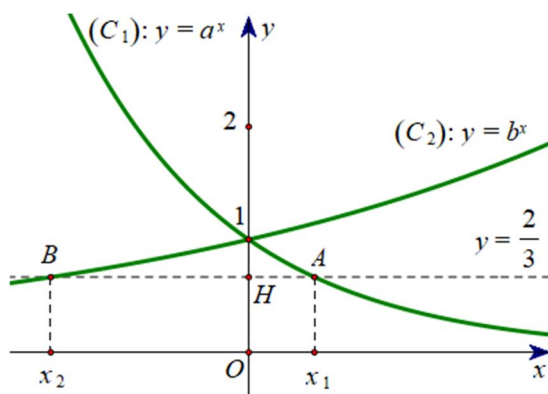
- Trong khoảng thời gian từ 17h00 đến 19h00: Tổng số công nhân làm việc trong xưởng không được ít hơn 12 người;

- Trong khoảng thời gian từ 19h00 đến 22h00: Tổng số công nhân làm việc trong xưởng không được nhiều hơn 10 người;

- Số công nhân làm Ca II luôn nhiều hơn ít nhất 2 người so với số công nhân làm Ca I.

Hỏi tổng số tiền lương tối thiểu trong một ngày làm việc mà xưởng sản xuất trả cho công nhân là bao nhiêu?

**Câu 10.** Cho các hàm số  $y = a^x$  và  $y = b^x$  (với  $a, b$  là các số thực dương) có đồ thị là các đường cong  $(C_1), (C_2)$  như hình vẽ:



Đường thẳng  $y = \frac{2}{3}$  lần lượt cắt  $(C_1), (C_2)$  và trục  $Oy$  tại  $A, B$  và  $H$ . Biết rằng  $HB = 3HA$ , giá trị của tích  $ab^3$  bằng bao nhiêu?

**Câu 11.** Gọi  $S$  là tập hợp giá trị thực của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \left| \frac{2x+m}{x+1} \right|$  trên đoạn  $[0; 1]$  bằng  $\frac{5}{6}$ . Tổng tất cả phân tử của  $S$  bằng bao nhiêu?

**Câu 12.** Hàm số  $y = (x+1)(x+2)^2(x+3)^3 \dots (x+2025)^{2025}$  có bao nhiêu điểm cực tiểu?

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = \ln \left( e^{\frac{x}{1013}} + e \right)$ . Giá trị của biểu thức  $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2025)$  bằng bao nhiêu?

**Câu 14.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ;  $AB = 4\text{ cm}$ ;  $BC = 6\text{ cm}$ ; đường thẳng  $AA'$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Biết rằng tam giác  $ABB'$  là tam giác vuông tại  $A$ , tam giác  $B'BC$  là tam giác cân tại  $B'$ . Thể tích của khối tứ diện  $ABB'C'$  bằng bao nhiêu centimét khối?

**Câu 15.** Anh An bắt đầu tham gia đầu tư vào chứng khoán của công ty X từ ngày 07/01/2023. Hằng năm, công ty X đều trả *cổ tức* bằng cổ phiếu, số cổ phiếu được nhận tính theo tỉ lệ trên tổng số cổ phiếu hiện có trong tài khoản của mỗi nhà đầu tư.

Giá trung bình của cổ phiếu và những thông tin liên quan về quá trình đầu tư của mình được anh An thống kê trong bảng sau:

| Ngày       | Giá trung bình<br>mỗi cổ phiếu<br>(đồng) | Tỉ lệ cổ tức bằng<br>cổ phiếu nhận<br>được hàng năm | Số lượng cổ phiếu<br>mua lần đầu<br>(cổ phiếu) | Số lượng cổ phiếu<br>mua thêm<br>(cổ phiếu) |
|------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| 07/01/2023 | 10 000                                   |                                                     | 10 000                                         |                                             |
| 07/01/2024 | 15 000                                   | 10%                                                 |                                                | 10 000                                      |
| 07/01/2025 | 13 000                                   | 10%                                                 |                                                | 0                                           |

Ngày 08/01/2025, nếu bán toàn bộ số cổ phiếu của công ty X hiện có trong tài khoản của mình với giá bằng giá trung bình của cổ phiếu đó trong ngày 07/01/2025 thì anh An sẽ lãi là bao nhiêu tiền?

Giải thích thuật ngữ:

- ***Cổ tức*** là khoản lợi nhuận ròng được trả cho mỗi cổ phần, thường được chi trả bằng cổ phiếu hoặc bằng tiền mặt.

- ***Giá trung bình của cổ phiếu*** trong một ngày giao dịch được tính bằng trung bình cộng của giá cao nhất và giá thấp nhất của cổ phiếu trong ngày giao dịch đó.

**PHẦN II - Tự luận (11,0 điểm).**

Thí sinh trả lời từ câu 16 đến câu 20. Với mỗi câu hỏi, thí sinh trình bày lời giải vào giấy thi.

**Câu 16 (2,0 điểm).**

Cho hàm số  $y = \frac{2x}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm tất cả điểm  $M$  thuộc  $(C)$  sao cho tổng khoảng cách từ  $M$  đến các đường thẳng  $\Delta_1 : 2x + y - 5 = 0$  và  $\Delta_2 : x + 2y - 4 = 0$  là nhỏ nhất.

**Câu 17 (2,0 điểm).**

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình chóp cụt đều  $ABC.A'B'C'$  có  $A', B', C'$  nằm trong mặt phẳng  $(Oxy)$ . Biết rằng  $A(0; 2; 3)$ , điểm  $B$  thuộc trục  $Oz$  và điểm  $C$  có hoành độ dương. Tìm tọa độ điểm  $C'$  sao cho  $\left| \overrightarrow{C'A} + \overrightarrow{C'B} + 2\overrightarrow{C'C} \right|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 18 (3,0 điểm).**

Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $\widehat{A'AB}$  là góc nhọn và thỏa mãn các điều kiện  $\cos[A', AB, C] = -\frac{1}{3}$ ;  $\widehat{A'AD} = 90^\circ$ ;  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ;  $AA' = 2\text{ m}$ ;  $AB = AD = 1\text{ m}$ .

- a) Tính cosin của góc nhị diện  $[B', AA', D]$ .
- b) Một chất điểm xuất phát từ  $A$  chuyển động thẳng đều trên đoạn thẳng  $AB$  với vận tốc  $1\text{ m/s}$ , đồng thời một chất điểm khác xuất phát từ  $D'$  chuyển động thẳng đều trên đoạn thẳng  $B'D'$  với vận tốc  $2\text{ m/s}$ . Hỏi sau bao lâu khoảng cách giữa hai chất điểm ngắn nhất.

**Câu 19 (2,0 điểm).**

Từ một sợi dây thép thẳng dài 4 m, người ta cắt thành các đoạn thép nhỏ dài 2 cm và 5 cm. Sau đó ghép thành những hình hộp chữ nhật có cạnh dài 2 cm hoặc 5 cm. Mỗi hình hộp chữ nhật thành phẩm sẽ được bán làm đồ trang trí.

Có bốn loại hình hộp chữ nhật được tạo ra với thông tin được cho như bảng sau:

| Loại hình hộp chữ nhật | Thể tích         | Giá bán / 1 hình hộp chữ nhật |
|------------------------|------------------|-------------------------------|
| 1                      | $8\text{cm}^3$   | 3 000 đồng                    |
| 2                      | $20\text{cm}^3$  | 5 000 đồng                    |
| 3                      | $50\text{cm}^3$  | 6 000 đồng                    |
| 4                      | $125\text{cm}^3$ | 9 000 đồng                    |

Xét tất cả phương án cắt sợi dây thép dài 4 m thành các đoạn 2 cm và 5 cm, sau đó ghép thành các hình hộp chữ nhật kể trên. Tính tổng số tiền lớn nhất thu được khi bán hết các hình hộp chữ nhật thành phẩm.

**Câu 20 (2,0 điểm).**

Xét các số thực  $a, b$  với  $b > 0$  thỏa mãn hệ thức  $e^{a+b} - e^a + 2a = 1 + 2\ln(e^a + 2b + 1)$ . Chứng minh:

$$a + 2b - \ln b > \frac{1}{2b+1} + 3\ln 2.$$

----- **HẾT** -----

*Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Họ tên và chữ kí của giám thị số 1:

Họ tên và chữ kí của giám thị số 2: