LÊ MINH TÂM

MỆNH ĐỀ & TẬP HỢP



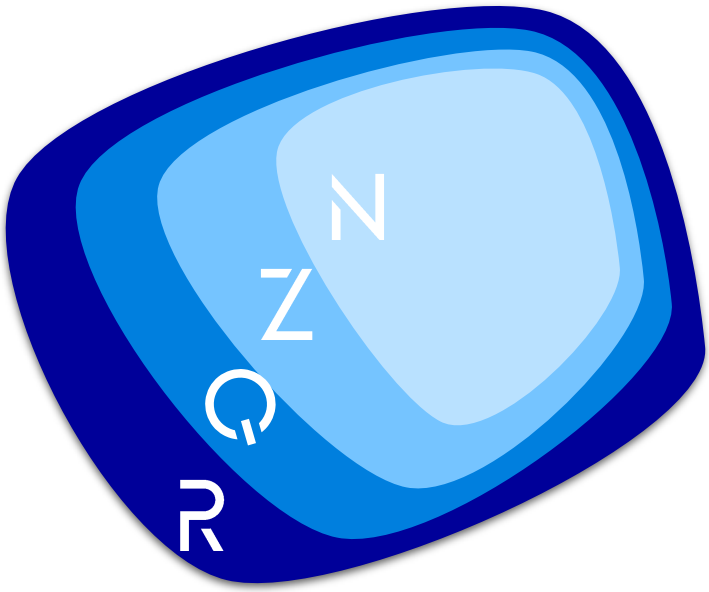
TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

※※※MỤC LỤC※※※

BÀI 01. MỆNH ĐỀ 4
I. MỆNH ĐỀ - MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN. 4
1.1. Mệnh đề. 4
1.2. Mệnh đề chứa biến. 4
II. PHỦ ĐỊNH CỦA MỘT MỆNH ĐỀ 5
III. MỆNH ĐỀ KÉO THEO,MỆNH ĐỀ ĐẢO 5
3.1. Mệnh đề kéo theo. 5
3.2. Mệnh đề đảo. 6
IV. HAI MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG 6
V. KÍ HIỆU VỚI MỌI "∀" VÀ TỒN TẠI "∃" 7
5.1. Kí hiệu ∀: đọc là "với mọi" 7
5.2. Kí hiệu ∃: đọc là "có một/ tồn tại một/ có ít nhất một/ tồn tại ít nhất một" 7
5.3. Phủ định của mệnh đề có kí hiệu ∀, ∃: 8
III. CÁC DẠNG BÀI TẬP 9
Dạng 01. MỆNH ĐỀ VÀ TÍNH ĐÚNG SAI CỦA MỆNH ĐỀ. 9
Dạng 02. MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN. 14
Dạng 03. PHỦ ĐỊNH CỦA MỆNH ĐỀ. 19
BÀI 02. ÁP DỤNG MỆNH ĐỀ VÀO SUY LUẬN TOÁN HỌC 24
I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT 24
1.1. Định lí và chứng minh định lí 24
1.2. Định lí đảo, điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ 24
II. CÁC DẠNG TOÁN 24
Dạng 01. ĐIỀU KIỆN CẦN – ĐIỀU KIỆN ĐỦ. 24
Dạng 02. PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH MỆNH ĐỀ. 30
BÀI 03. TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP 35
I. KHÁI NIỆM TẬP HỢP: 35
II. TẬP CON: 36
III. HAI TẬP HỢP BẰNG NHAU: 36
IV.CÁC TẬP HỢP SỐ ĐÃ HỌC. 36
V.CÁC TẬP HỢP CON THƯƠNG DÙNG CỦA ℝ 37
VI. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP: 38

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

VII. CÁC DẠNG BÀI TẬP. 41
Dạng 01. XÁC ĐỊNH TẬP HỢP. 41
Dạng 02. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP. 46
Dạng 03. TÌM THAM SỐ ĐỂ THỎA PHÉP TOÁN. 54
Dạng 04. TẬP HỢP CON – HAI TẬP HỢP BẰNG NHAU. 61
Dạng 05. SỬ DỤNG BIỂU ĐỒ VEN ĐỂ GIẢI. 67
BÀI 04. SỐ GẦN ĐÚNG – SAI SỐ 70
I. SỐ GẦN ĐÚNG 70
II. SAI SỐ TUYỆT ĐỐI 70
2.1. Sai số tuyệt đối của một số gần đúng 70
2.2. Độ chính xác của số gần đúng 70
2.3. Sai số tương đối 70
III. QUY TRÒN SỐ GẦN ĐÚNG 71
3.1. Nguyên tắc quy tròn 71
3.2. Cách viết số quy tròn của số gần đúng căn cứ vào độ chính xác cho trước 71
III. BÀI TẬP 71
BÀI 05. TỔNG ÔN TẬP CHƯƠNG 73
A. BÀI TẬP TỰ LUẬN. 73
B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM. 93



BÀI 1

MỆNH ĐỀ

I. MỆNH ĐỀ - MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN.

1.1.Mệnh đề.

- Một **mệnh đề lô-gic**(gọi tắt là mệnh đề) là một câu khẳng định có tính đúng hay một câu khẳng định có tính sai.
- Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

Chú ý

⇨ Câu không phải là câu khẳng định hoặc câu khẳng định nhưng không có tính đúng sai thì không phải là một mệnh đề.

Ví dụ 1

Điền dấu x vào ô thích hợp trong bảng sau ?

Câu	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai	Không phải mệnh đề
$7+5=3$		X	
$7+x>3$			X
$\sqrt{2}>1$	X		
15 không chia hết cho 3		X	
$\frac{3}{2}$ có phải số nguyên ?			X

1.2. Mệnh đề chứa biến.

- Mệnh đề chứa biến là 1 câu khẳng định chứa một hay một số biến số, chưa phải là một mệnh đề nhưng nếu cho các biến một số cụ thể thì ta được một mệnh đề

Ví dụ 2

Cho mệnh đề $P(x): x>x^2$, với $x\in\mathbb{R}$. Hỏi mệnh đề $P(2)$ và $P\left(\frac{1}{2}\right)$ đúng hay sai? Điền thông tin vào bảng sau:

$P(x)$	Mệnh đề	Đúng / Sai
$P(2)$	$2>2^2$	Sai
$P\left(\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}>\left(\frac{1}{2}\right)^2$	Đúng

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

II. PHỦ ĐỊNH CỦA MỘT MỆNH ĐỀ

⊙ Cho mệnh đề P. Mệnh đề "Không phải P" được gọi là mệnh đề phủ định của P, kí hiệu $\overline{P}$.
⊙ Mệnh đề P và mệnh đề phủ định $\overline{P}$ là hai câu khẳng định trái ngược nhau.
⇨ Nếu P đúng thì $\overline{P}$ sai.
⇨ Nếu P sai thì $\overline{P}$ đúng.
⊙ Mệnh đề phủ định có thể diễn đạt theo nhiều cách khác nhau.

Ví dụ 3

Cho P: "5 là số hữu tỉ" $\longrightarrow \overline{P}$: "5 không phải là số hữu tỉ" hoặc "5 là số vô tỉ"

Ví dụ 4

Điền vào ô trống trong bảng sau ?

Câu	Đ/S	Mệnh đề phủ định	Đ/S
Pa-ri là thủ đô nước Anh	**S**	Pa-ri không phải thủ đô nước Anh	**Đ**
2002 là số chia hết cho 4	**S**	2002 là số không chia hết cho 4	**Đ**
Phương trình $x^2+1=0$ có nghiệm thực	**S**	Phương trình $x^2+1=0$ không có nghiệm thực	**Đ**
Có vô số số nguyên tố	Đ	Không có vô số số nguyên tố	**S**

III. MỆNH ĐỀ KÉO THEO,MỆNH ĐỀ ĐẢO

3.1.Mệnh đề kéo theo.

⊙ Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là mệnh đề kéo theo và kí hiệu là $P \Rightarrow Q$
⊙ Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ có thể phát biểu " P kéo theo Q" hay "Từ P suy ra Q" hay "Vì P nên Q.
⊙ Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.

Ví dụ 5

Phát biểu mệnh đề $A \Rightarrow B$ và xét tính đúng sai của nó

① A: "$\pi > 3$", B: "$-2\pi > -6$"

② A: "252 chia hết cho 2 và 3", B: "252 chia hết cho 6"

Lời giải

① A: "$\pi > 3$", B: "$-2\pi > -6$"

$A \Rightarrow B$: "Nếu $\pi > 3$ thì $-2\pi > -6$". Mệnh đề sai

② A: *"252 chia hết cho 2 và 3"*, B: *"252 chia hết cho 6"*

$A \Rightarrow B$: "Nếu 252 chia hết cho 2 và 3 thì 252 chia hết cho 6". Mệnh đề đúng

Ví dụ 6

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

Mệnh đề	Đ/S
Vì 50 chia hết cho 6 nên 50 chia hết cho 3	Đ
Vì 50 là số chẵn nên 50 chia hết cho 4	S

Ví dụ 7

Cho mệnh đề kéo theo :"**Nếu hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau**".Hãy phát biểu lại mệnh đề sau bằng cách sử dụng các khái niệm : "điều kiện đủ " , " điều kiện cần "

Lời giải

Phát biểu lại :

"Điều kiện đủ để hai tam giác có diện tích bằng nhau là chúng bằng nhau"

"Điều kiện cần để hai tam giác bằng nhau là chúng có diện tích bằng nhau"

3.2. Mệnh đề đảo.

Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ gọi là mệnh đề đảo của $P \Rightarrow Q$

Ví dụ 8

Phát biểu các mệnh đề đảo của các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó

① P: "Nếu một số chia hết cho 2 và 3 thì chia hết cho 6"

② Q: "Nếu ΔABC đều thì ΔABC cân "

Lời giải

① P: *"Nếu một số chia hết cho 2 và 3 thì chia hết cho 6"*

P': "Nếu một số chia hết cho 6 thì chia hết cho 2 và 3 "

② Q: *"Nếu ΔABC đều thì ΔABC cân "*

Q': " Nếu ΔABC cân thì ΔABC đều "

IV. HAI MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG

⊙ Khi hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì ta nói hai mệnh đề P và .Q .tương đương.

⊙ Kí hiệu: $P \Leftrightarrow Q$ và đọc là "P tương đương Q" hoặc "P là điều kiện cần và đủ để có Q" hoặc "P khi và chỉ khi Q"

⊙ Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi:

⇨ Cả hai mệnh đề $P;Q$ cùng đúng hoặc cùng sai

⇨ Hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

Ví dụ 8

Ta xét các ví dụ sau

A	B	$A \Leftrightarrow B$	Đ/S
ΔABC đều	ΔABC cân và có góc bằng 60^0	ΔABC đều khi và chỉ khi ΔABC cân và có góc bằng 60^0	**Đ**
36 chia hết cho 12	36 chia hết cho 3 và 4	36 chia hết cho 12 khi và chỉ khi 6 chia hết cho 3 và 4	**Đ**
ΔABC cân	ΔABC có $\hat{A}$ bằng $\hat{B}$	ΔABC cân khi và chỉ khi ΔABC có góc A bằng góc B	**Đ**

V. KÍ HIỆU VỚI MỌI "$\forall$" VÀ TỒN TẠI "$\exists$"

5.1. Kí hiệu $\forall$: đọc là "với mọi"

- Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$.
  Khi đó "với mọi $x \in X$ thì $P(x)$ đúng" là một mệnh đề , được kí hiệu: hoặc $"\forall x \in X : P(x)"$
- Mệnh đề này đúng khi với x_0 bất kì thuộc X, $P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề này sai khi tồn tại x thuộc X sao cho $P(x_0)$ sai.

Ví dụ 10

Dùng kí hiệu $\forall$ để viết lại mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó:

A:"Mọi số thực đều có bình phương khác 1"

Lời giải

$A : "\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 1"$ đây là một mệnh đề sai vì tồn tại $x_0 = 1 \Rightarrow x_0^2 = 1$.

5.2. Kí hiệu $\exists$: đọc là "có một/ tồn tại một/ có ít nhất một/ tồn tại ít nhất một"

- Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với . $x \in X$.
  Khi đó "tồn tại $x \in X$ để $P(x)$ đúng" là một mệnh đề , được kí hiệu: $"\exists x \in X, P(x)"$ hoặc $"\exists x \in X : P(x)"$
- Mệnh đề này đúng khi có x_0 thuộc X, $P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề này sai khi với mọi x_0 bất kì thuộc X sao cho $P(x_0)$ sai (Không có x nào để $P(x)$ đúng).

Ví dụ 11

Dùng kí hiệu $\exists$ để viết lại mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó:

B:"Có một số tự nhiên n thỏa mãn: $n^2 + 2n - 3 = 0$"

Lời giải

$n_0 = 1 \Rightarrow 1^2 + 2.1 - 3 = 0$ đúng.

Ví dụ 12

Điền vào ô trống trong bảng sau:

$P(x)$	$\forall x \in X, P(x)$	Đ/S	"$\exists x \in X, P(x)$"	Đ/S
$x^2+1>0$	$\forall x \in \mathbb{R}: x^2+1>0$	Đ	$\exists x \in \mathbb{R}: x^2+1>0$	Đ
$n(n+1)$ lẻ $n \in \mathbb{Z}$	$\forall n \in \mathbb{Z}: n(n+1)$ là số lẻ	S	$\exists n \in \mathbb{Z}: n(n+1)$ là số lẻ	S
$2n-1$ là số nguyên tố	$\forall n \in \mathbb{Z}: 2n-1$ là số nguyên tố	S	$\exists n \in \mathbb{Z}: 2n-1$ là số nguyên tố	Đ

5.3. Phủ định của mệnh đề có kí hiệu $\forall$, $\exists$:

- Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" là mệnh đề: "$\exists x \in X, \overline{P(x)}$"
- Mệnh đề này đúng khi có x_0 thuộc X, $P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề này sai khi với mọi x_0 bất kì thuộc X sao cho $P(x_0)$ sai (Không có x nào để $P(x)$ đúng).

Ví dụ 13

Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề:

① A:"Hôm nay có bạn của lớp ta đi học muộn".

② B:"Mọi động vật đều di chuyển".

Lời giải

① A:"Hôm nay có bạn của lớp ta đi học muộn".

$\overline{A}$:"Hôm nay tất cả các bạn của lớp ta không đi học muộn".

② B:"Mọi động vật đều di chuyển".

$\overline{B}$:"Có động vật không di chuyển".

Ví dụ 14

Điền vào ô trống trong bảng sau:

Mệnh đề	Đ/S	Phủ định của mệnh đề
$\forall n \in \mathbb{N}^*: n^2-1$ là bội số của 3	S	$\exists n \in \mathbb{N}^*: n^2-1$ không là bội số của 3
$\forall x \in \mathbb{R}: x^2-x+1>0$	Đ	$\exists x \in \mathbb{R}: x^2-x+1 \le 0$
$\exists x \in \mathbb{Q}: x^2=3$	S	$\forall x \in \mathbb{Q}: x^2 \ne 3$
$\forall n \in \mathbb{N}: 2^n \ge n+2$	S	$\exists n \in \mathbb{N}: 2^n < n+2$

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

III. CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Dạng 01. MỆNH ĐỀ VÀ TÍNH ĐÚNG SAI CỦA MỆNH ĐỀ.

Phương pháp giải

- Khẳng định đúng là mệnh đề đúng, khẳng định sai là mệnh đề sai.
- Câu không phải là câu khẳng định hoặc câu khẳng định mà không có tính đúng sai đều không phải là mệnh đề.
- Tính đúng-sai có thể chưa xác định hoặc không biết nhưng chắc chắn hoặc đúng hoặc sai cũng là mệnh đề. Không có mệnh đề vừa đúng vừa sai hoặc không đúng cũng không sai.
- Mệnh đề đúng, mệnh đề sai.
  - $\overline{P}$ đúng $\Leftrightarrow P$ sai; $\overline{P}$ sai $\Leftrightarrow P$ đúng.
  - $(P \Rightarrow Q)$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.

※ Đặc biệt:

⇨ Nếu P sai thì $(P \Rightarrow Q)$ luôn đúng dù Q đúng hoặc sai.

⇨ Nếu Q đúng thì $(P \Rightarrow Q)$ luôn đúng dù P đúng hoặc sai.

① Mệnh đề tương đương.

- $(P \Leftrightarrow Q)$ chỉ đúng khi P và Q cùng đúng hoặc cùng sai.

② Mệnh đề chứa dấu $\forall$, $\exists$.

- Mệnh đề $\forall x \in X, P(x)$ đúng $\Leftrightarrow$ mọi $\forall x_0 \in X, P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề $\exists x \in X, P(x)$ đúng $\Leftrightarrow$ có $x_0 \in X, P(x_0)$ đúng.
- Mệnh đề $\exists x \in X, P(x)$ sai $\Leftrightarrow$ mọi $x_0 \in X, P(x_0)$ sai.

Bài 01.

Các câu sau đây, câu nào là mệnh đề, câu nào không phải là mệnh đề? Nếu là mệnh đề hãy cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

① Không được đi lối này!

② Bây giờ là mấy giờ?

③ 7 không phải là số nguyên tố.

④ $\sqrt{5}$ là số vô tỉ.

Lời giải

- Câu không phải mệnh đề là ① và ②.
- Câu ③ là mệnh đề sai và câu ④ là mệnh đề đúng.

Bài 02.

Các câu sau đây, câu nào là mệnh đề, câu nào không phải là mệnh đề? Nếu là mệnh đề hãy cho biết mệnh đề đó đúng hay sai? *ABCD*

① Số π có lớn hơn 3 không?

② Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng có diện tích bằng nhau.

③ Một tứ giác là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc với nhau.

④ Phương trình $x^2+2015x-2016=0$ vô nghiệm.

Lời giải

- Câu ① không phải là mệnh đề (vì là câu hỏi).
- Các câu ② , ③ và ④ là những mệnh đề sai.

Bài 03.

Cho tam giác ABC. Xét hai mệnh đề P: "tam giác ABC vuông" và Q: "$AB^2+AC^2=BC^2$". Phát biểu và cho biết mệnh đề sau đúng hay sai.

① $P\Rightarrow Q$. ② $Q\Rightarrow P$.

Lời giải

① Mệnh đề $P\Rightarrow Q$ là "Nếu tam giác ABC vuông thì $AB^2+AC^2=BC^2$".

- Mệnh đề $P\Rightarrow Q$ sai vì chưa chắc tam giác đã vuông tại A.

② Mệnh đề $Q\Rightarrow P$ là "Nếu tam giác ABC có $AB^2+AC^2=BC^2$ thì tam giác vuông".

- Mệnh đề $Q\Rightarrow P$ đúng (theo định lí Pitago).

Bài 04.

Cho tam giác ABC. Lập mệnh đề $P\Rightarrow Q$ và mệnh đề đảo của nó, rồi xét tính đúng sai của chúng khi

① P:"Góc A bằng 90°" và Q:"Cạnh BC lớn nhất".

② P:"$A=B$" và Q:"tam giác ABC cân".

Lời giải

① P:"Góc A bằng 90°" và Q:"Cạnh BC lớn nhất".

- Mệnh đề $P\Rightarrow Q$ là "Nếu góc A bằng 90° thì cạnh BC lớn nhất". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề $Q\Rightarrow P$ là "Nếu cạnh BC lớn nhất thì góc A bằng 90°". Đây là mệnh đề sai.

② P:"$A=B$" và Q:"tam giác ABC cân".

- Mệnh đề $P\Rightarrow Q$ là "Nếu $A=B$ thì tam giác ABC cân". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề $Q\Rightarrow P$ là "Nếu tam giác ABC cân thì $A=B$". Đây là mệnh đề sai vì tam giác ABC chưa chắc cân tại C.

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

Bài 05.

Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

① P:"Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật" và Q:"Tứ giác $ABCD$ có hai đường thẳng AC và BD vuông góc với nhau".

② P:"$-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$" và Q:"$\left(-\sqrt{3}\right)^3 > \left(-\sqrt{2}\right)^3$".

③ P:"Tam giác ABC có $A = B + C$" và Q:"Tam giác ABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2$".

④ P:"Tố Hữu là nhà Toán học lớn của Việt Nam" và Q:"Évariste Galios là nhà thơ lỗi lạc của Thế giới".

Lời giải

① P:"Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật" và Q:"Tứ giác $ABCD$ có hai đường thẳng AC và BD vuông góc với nhau".

- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường thẳng AC và BD vuông góc với nhau". Đây là mệnh đề sai.
- Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ là "Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường thẳng AC và BD vuông góc với nhau thì tứ giác $ABCD$ có là hình chữ nhật". Đây là mệnh đề sai.

② P:"$-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$" và Q:"$\left(-\sqrt{3}\right)^3 > \left(-\sqrt{2}\right)^3$".

- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$ thì $\left(-\sqrt{3}\right)^3 > \left(-\sqrt{2}\right)^3$". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ là "Nếu $\left(-\sqrt{3}\right)^3 > \left(-\sqrt{2}\right)^3$ thì $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$". Đây là mệnh đề sai.

③ P:"Tam giác ABC có $A = B + C$" và Q:"Tam giác ABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2$".

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tam giác ABC có $A = B + C$ thì nó có $BC^2 = AB^2 + AC^2$". Đây là mệnh đề đúng.

Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu tam giác ABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ thì $A = B + C$". Đây là mệnh đề đúng.

④ P:"Tố Hữu là nhà Toán học lớn của Việt Nam" và Q:"Évariste Galios là nhà thơ lỗi lạc của Thế giới".

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu Tố Hữu là nhà Toán học lớn của Việt Nam thì Évariste Galois là nhà thơ lỗi lạc của Thế giới". Đây là mệnh đề đúng.

Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ là "Nếu Évariste Galois là nhà thơ lỗi lạc của Thế giới thì Tố Hữu là nhà Toán học lớn của Việt Nam". Đây là mệnh đề đúng.

Bài 06.

Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

① P:"Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q:"Tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".

② P:"$2>9$" và Q:"$4<3$".

③ P:"Tam giác ABC vuông cân tại A" và Q:"Tam giác ABC có $A=2B$".

Lời giải

① P:"Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q:"Tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".

- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ là "Nếu tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì $ABCD$ là hình thoi". Đây là mệnh đề sai.

② P:"$2>9$" và Q:"$4<3$".

- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu $2>9$ thì $4<3$". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ là "Nếu $4<3$ thì $2>9$". Đây là mệnh đề đúng.

③ P:"Tam giác ABC vuông cân tại A" và Q:"Tam giác ABC có $A=2B$".

- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tam giác ABC vuông cân tại A thì $A=2B$". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$ là "Nếu tam giác ABC có $A=2B$ thì nó vuông cân tại A". Đây là mệnh đề sai.

Bài 07.

Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ bằng các thuật ngữ "khi và chỉ khi", "nếu và chỉ nếu" và xét tính đúng sai của nó.

① P:"Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q:"Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

② P:"Bất phương trình $\sqrt{x^2-3x}>1$ có nghiệm" và Q:"$\sqrt{(-1)^2-3(-1)}>1$".

Lời giải

① P:"Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q:"Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

⊙ **Cách 1:** "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

⊙ **Cách 2:** "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nếu và chỉ nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng và mệnh đề $Q \Rightarrow Q$ đúng.

② P:"Bất phương trình $\sqrt{x^2-3x}>1$ có nghiệm" và Q:"$\sqrt{(-1)^2-3(-1)}>1$".

⊙ **Cách 1:** "Bất phương trình $\sqrt{x^2-3x}>1$ có nghiệm khi và chỉ khi $\sqrt{(-1)^2-3(-1)}>1$".

⊙ **Cách 2:** "Bất phương trình $\sqrt{x^2-3x}>1$ có nghiệm nếu và chỉ nếu $\sqrt{(-1)^2-3(-1)}>1$".

Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề P, Q đều đúng nên mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng.

Bài 08.

Lập mệnh đề kéo theo và mệnh đề tương đương của hai mệnh đề sau đây và cho biết tính đúng, sai của chúng:

P:"Điểm M nằm trên phân giác của góc Oxy" và Q:"Điểm M cách đều hai cạnh Ox, Oy".

Lời giải

◆ Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu điểm M nằm trên phân giác của góc Oxy thì M cách đều hai cạnh Ox, Oy". Đây là mệnh đề đúng.

◆ Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu điểm M cách đều hai cạnh Ox, Oy thì M nằm trên phân giác của góc Oxy". Đây là mệnh đề đúng.

◆ Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là "Điểm M nằm trên phân giác của góc Oxy nếu và chỉ nếu (khi và chỉ khi) điểm M cách đều hai cạnh Ox, Oy". Đây là mệnh đề đúng.

Bài 09.

Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ bằng hai cách và xét tính đúng sai của nó.

① Cho tứ giác $ABCD$. Xét hai mệnh đề P:"Tứ giác $ABCD$ là hình vuông" và Q:"Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng và vuông góc với nhau".

② P:"Bất phương trình $x^2-3x+1>0$ có nghiệm" và Q:"Bất phương trình $x^2-3x+1\le 0$ vô nghiệm".

Lời giải

① Cho tứ giác $ABCD$. Xét hai mệnh đề P:"Tứ giác $ABCD$ là hình vuông" và Q:"Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng và vuông góc với nhau".

◆ Ta có mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng và được phát biểu bằng hai cách như sau:

⊙ **Cách 1:** "Tứ giác $ABCD$ là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng và vuông góc với nhau".

⊙ **Cách 2:** "Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nếu và chỉ nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng và vuông góc với nhau".

② P:"Bất phương trình $x^2-3x+1>0$ có nghiệm" và Q:"Bất phương trình $x^2-3x+1\le 0$ vô nghiệm".

Ta có mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ vì mệnh đề P đúng còn Q sai.

Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ bằng hai cách như sau:

⊙ **Cách 1:** "Bất phương trình $x^2-3x+1>0$ có nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình $x^2-3x+1\le 0$ vô nghiệm".

⊙ **Cách 2:** "Bất phương trình $x^2-3x+1>0$ có nghiệm nếu và chỉ nếu bất phương trình $x^2-3x+1\le 0$ vô nghiệm".

Dạng 02. MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN.

Phương pháp giải

❍ Mệnh đề chứa biến là 1 câu khẳng định chứa một hay một số biến số, chưa phải là một mệnh đề nhưng nếu cho các biến một số cụ thể thì ta được một mệnh đề

Bài 01.

Cho mệnh đề chứa biến "$P(x): x>x^3$", xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

① $P(1)$.

② $P\left(\frac{1}{3}\right)$.

③ $\forall x\in\mathbb{N}, P(x)$.

④ $\exists x\in\mathbb{N}, P(x)$.

Lời giải

① $P(1)$.

◆ Ta có "$P(1): 1>1^3$". Đây là mệnh đề sai.

② $P\left(\frac{1}{3}\right)$.

◆ Ta có "$P\left(\frac{1}{3}\right): \frac{1}{3}>\left(\frac{1}{3}\right)^3$". Đây là mệnh đề đúng.

③ $\forall x\in\mathbb{N}, P(x)$.

◆ Ta có "$\forall x\in\mathbb{N}, x>x^3$". Đây là mệnh đề sai và $P(1)$ là mệnh đề sai.

④ $\exists x\in\mathbb{N}, P(x)$.

◆ Ta có "$\exists x\in\mathbb{N}, x>x^3$". Đây là mệnh đề sai vì $x-x^3=x(1-x)(1+x)\le 0$ với mọi số tự nhiên.

Bài 02.

Thực hiện các yêu cầu sau:

① Với $n\in\mathbb{N}$, cho mệnh đề chứa biến $P(n)$:"n^2+2 chia hết cho 4". Xét tính đúng sai của mệnh đề $P(2015)$.

② Xét tính đúng sai của mệnh đề $P(n)$:"$\exists n\in\mathbb{N}^*, \frac{1}{2}n(n+1)$ chia hết cho 11".

Lời giải

① Với $n\in\mathbb{N}$, cho mệnh đề chứa biến $P(n)$:"n^2+2 chia hết cho 4". Xét tính đúng sai của mệnh đề $P(2015)$.

- Với $n=2015$ thì $n^2+2=2015^2+2$ là số lẻ nên không chia hết cho 4.

⇨ Vậy $P(2015)$ là mệnh đề sai.

② Xét tính đúng sai của mệnh đề $P(n)$:"$\exists n\in\mathbb{N}^*, \frac{1}{2}n(n+1)$ chia hết cho 11".

- Xét biểu thức $\frac{n(n+1)}{2}$, với $n\in\mathbb{N}^*$. Ta có với $n=10$ thì $\frac{n(n+1)}{2}=55$ chia hết cho 11.

⇨ Vậy mệnh đề đã cho là mệnh đề đúng.

Bài 03.

Xét các mệnh đề chứa biến sau. Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng; mệnh đề sai.

① $P(x)$:"$x\in\mathbb{R}, x^2-2x\geq 0$".

② $Q(n)$:"n chia hết cho 3, với $n\in\mathbb{N}$".

Lời giải

① $P(x)$:"$x\in\mathbb{R}, x^2-2x\geq 0$".

- Với $x=3$, ta có $P(3)$:"$3^2-2.3\geq 0$" là mệnh đề đúng.
- Với $x=1$, ta có $P(1)$:"$1^2-2.2\geq 0$" là mệnh đề sai.

② $Q(n)$:"n chia hết cho 3, với $n\in\mathbb{N}$".

- Với $n=6$, ta có $Q(6)$:"6 chia hết cho 3" là mệnh đề đúng.
- Với $n=5$, ta có $Q(5)$:"5 chia hết cho 3" là mệnh đề sai.

Bài 04.

Dùng các kí hiệu $\forall,\exists$ để viết các câu sau

① Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho sáu.

② Với mọi số thực, bình phương của nó là số không âm.

③ Có một số nguyên mà bình phương của nó bằng chính nó.

④ Có một số hữu tỉ mà nghịch đảo của nó lớn hơn chính nó.

Lời giải

① Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho sáu.

- $P(n)$:" $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) \vdots 6$".

② Với mọi số thực, bình phương của nó là số không âm.

- $P(x)$:" $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$".

③ Có một số nguyên mà bình phương của nó bằng chính nó.

- $P(n)$:" $\exists n \in \mathbb{Z}, n^2 = n$".

④ Có một số hữu tỉ mà nghịch đảo của nó lớn hơn chính nó.

- $P(q)$:" $\exists q \in \mathbb{Q}, \dfrac{1}{q} > q$".

Bài 05.

Xác định tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

① $\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$.

② $\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$.

③ $\forall m, n \in \mathbb{N}, m$ và n là các số lẻ $\Leftrightarrow m^2 + n^2$ là số chẵn.

④ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$.

Lời giải

① $\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$.

- Mệnh đề sai cho $x = 1$.

② $\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$.

- Mệnh đề đúng.

③ $\forall m, n \in \mathbb{N}, m$ và n là các số lẻ $\Leftrightarrow m^2 + n^2$ là số chẵn.

- Mệnh đề sai, cho $m = n = 2$ ta có $m^2 + n^2$ là số chẵn.

④ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$.

- Mệnh đề sai, cho $x = -3$

Bài 06.

Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau:

① $\exists a \in \mathbb{Q}, a^2 = 2$.

② $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

③ $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x > y \Leftrightarrow x^3 > y^3$.

④ $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : x + y \geq 2\sqrt{xy}$.

Lời giải

① $\exists a \in \mathbb{Q}, a^2 = 2$.

◆ Mệnh đề sai vì: $a^2=2\Leftrightarrow a=\pm\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$.

② $\forall n\in\mathbb{N}$, n^2+1 không chia hết cho 3.

◆ Mệnh đề đúng.

Thật vậy

◆ Xét $n=3k$, suy ra $n^2+1=9k^2+1$ không chia hết cho 3.

◆ Xét $n=3k+1$, suy ra

$n^2+1=(3k+1)^2+1=9k^2+6k+2=3k(3k+2)+2=3k'+2$ không chia hết cho 3.

◆ Xét $n=3k+2$, suy ra

$n^2+1=(3k+2)^2+1=9k^2+12k+5=3k(3k+4)+5=3k'+5$ không chia hết cho 3.

③ $\forall x\in\mathbb{R}$, $\exists y\in\mathbb{R}:x>y\Leftrightarrow x^3>y^3$.

◆ Mệnh đề đúng vì $x^3-y^3=(x-y)\left(x^2+xy+y^2\right)=(x-y)\underbrace{\left[\left(x+\frac{y}{2}\right)^2+\frac{3}{4}y^2\right]}_{\geq 0}$.

④ $\forall x\in\mathbb{R}$, $\forall y\in\mathbb{R}:x+y\geq 2\sqrt{xy}$.

◆ Mệnh đề sai vì với $x=y=-2$ thì $x+y=-4$, $2\sqrt{xy}=4\Rightarrow x+y<2\sqrt{xy}$.

Bài 07.

Cho số tự nhiên n. Xét hai mệnh đề chứa biến $A(n)$: "n là số chẵn" và $B(n)$: "n^2 là số chẵn".

① Hãy phát biểu mệnh đề $A(n)\Rightarrow B(n)$. Cho biết mệnh đề này đúng hay sai?

② Hãy phát biểu mệnh đề "$\forall n\in\mathbb{N},B(n)\Rightarrow A(n)$".

③ Hãy phát biểu mệnh đề "$\forall n\in\mathbb{N},A(n)\Leftrightarrow B(n)$".

Lời giải

① Hãy phát biểu mệnh đề $A(n)\Rightarrow B(n)$. Cho biết mệnh đề này đúng hay sai?

◆ Mệnh đề $A(n)\Rightarrow B(n)$ là "Nếu n là số chẵn thì n^2 là số chẵn".

◆ Đây là mệnh đề đúng, vì n là số chẵn khi đó $n=2k,k\in\mathbb{N}$ suy ra $n^2=4k^2$ là số chẵn.

② Hãy phát biểu mệnh đề "$\forall n\in\mathbb{N},B(n)\Rightarrow A(n)$".

◆ Mệnh đề "$\forall n\in\mathbb{N},B(n)\Rightarrow A(n)$" là "Với mọi số tự nhiên n, nếu n^2 là số chẵn thì n là số chẵn.

③ Hãy phát biểu mệnh đề "$\forall n\in\mathbb{N},A(n)\Leftrightarrow B(n)$".

◆ Mệnh đề "$\forall n\in\mathbb{N},A(n)\Leftrightarrow B(n)$" là "Với mọi số tự nhiên n, n là số chẵn khi và chỉ khi n^2 là số chẵn".

Bài 08.

Cho mệnh đề P : "Với mọi số thực x, nếu x là số hữu tỉ thì $2x$ là số hữu tỉ".

① Dùng kí hiệu $\forall, \exists$ viết P và xác định tính đúng – sai của nó.

② Phát biểu mệnh đề đảo của P và chứng tỏ mệnh đề đó là đúng. Phát biểu mệnh đề dưới dạng mệnh đề tương đương.

Lời giải

① Dùng kí hiệu $\forall, \exists$ viết P và xác định tính đúng – sai của nó.

- Mệnh đề $P(x)$: "$\forall x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Q} \Rightarrow 2x \in \mathbb{Q}$". Đây là mệnh đề đúng.

② Phát biểu mệnh đề đảo của P và chứng tỏ mệnh đề đó là đúng. Phát biểu mệnh đề dưới dạng mệnh đề tương đương.

- Mệnh đề đảo của mệnh đề $P(x)$ là "$\forall x \in \mathbb{R}, 2x \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$".

Đây là mệnh đề đúng, thật vậy nếu $2x \in \mathbb{Q}$ thì $2x = \frac{m}{n}$ với $m \in \mathbb{Z}; n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\rightarrow x = \frac{m}{2n}$ với $m \in \mathbb{Z}; 2n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ cũng thuộc $\mathbb{Q}$.

- Mệnh đề tương đương: "Với mọi số thực $x, x \in \mathbb{Q}$ khi và chỉ khi $2x \in \mathbb{Q}$".

Hay: "$\forall x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow 2x \in \mathbb{Q}$".

Bài 09.

Cho mệnh đề A: "6 là số nguyên tố"; B: "$7 \geq 5$". Phát biểu các mệnh đề $A \Rightarrow B$, $B \Rightarrow A$, $A \Leftrightarrow B$.

Lời giải

- Mệnh đề $A \Rightarrow B$ là "Nếu 6 là một số nguyên tố thì $7 \geq 5$".
- Mệnh đề $B \Rightarrow A$ là: "Nếu $7 \geq 5$ thì 6 là một số nguyên tố".
- Mệnh đề $A \Leftrightarrow B$ là "6 là một số nguyên tố khi và chỉ khi $7 \geq 5$".

Bài 10.

Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$ sao cho cả ba mệnh đề P, Q, R sau đây đều đúng:

$$P(x;y): "2x^2 - xy + 9 = 0", Q(x;y): "2x^2 + y^2 \leq 81", R(x): "x \in \mathbb{Z}".$$

Lời giải

- Giả sử $P(x;y)$ đúng, suy ra $\begin{cases} x \neq 0 \\ y = 2x + \frac{9}{x} \end{cases}$.
- Thay vào $Q(x;y)$ ta được $2x^2 + \left(2x + \frac{9}{x}\right)^2 \leq 81$ (1)
- Lại có

$$2x^2+\left(2x+\frac{9}{x}\right)^2 \ge 2\sqrt{2x^2\left(2x+\frac{2}{9}\right)^2}=2\sqrt{2}\left|x\left(2x+\frac{2}{9}\right)\right|=2\sqrt{2}\left(2x^2+9\right)\ (2)$$

◆ Từ (1) và (2), suy ra $x^2 \le \frac{1}{2}\left(\frac{81}{2\sqrt{2}}-9\right)$

◆ Mà $R(x)$ đúng nên $x^2=1$ hoặc $x^2=4$ hoặc $x^2=9$

◆ Thử trực tiếp ta thấy chỉ $x^2=4$ thỏa.

⇨ Vậy ta tìm được hai cặp số thỏa mãn là: $\left(2;\frac{17}{2}\right),\left(-2;-\frac{17}{2}\right)$.

Dạng 03. PHỦ ĐỊNH CỦA MỆNH ĐỀ.

Phương pháp giải

❍ Phủ định của mệnh đề P là mệnh đề "không phải P".

◎ Tính chất X thành tính chất không X, và ngược lại.

◎ Quan hệ "=" thành quan hệ "$\neq$",và ngược lại.

◎ Quan hệ ">" thành quan hệ "$\le$",và ngược lại.

◎ Quan hệ "<" thành quan hệ "$\ge$",và ngược lại.

◎ Liên kết "và" thành liên kết "hoặc", và ngược lại.

❍ Phủ định của mệnh đề có chứa dấu $"\forall","\exists"$:

◎ $\forall x\in X,P\ x$ thành $\exists x\in X,\overline{P\ x}$. ◎ $\exists x\in X,P\ x$ thành $\forall x\in X,\overline{P\ x}$.

※ ***Mở rộng:***

◎ $\forall x\in X,\forall y\in Y,P\ x,y$ thành $\exists x\in X,\exists y\in Y,\overline{P\ x,y}$.

◎ $\exists x\in X,\exists y\in Y,P\ x,y$ thành $\forall x\in X,\forall y\in Y,\overline{P\ x,y}$.

※ ***Chú ý:*** Đôi khi xét tính đúng, sai của mệnh đề P phức tập thì ta chuyển sang xét tính đúng, sai của mệnh đề phủ định.

Bài 01.

Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

① A: " Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau".

② B: " Tổng hai cạnh của một tam giác nhỏ hơn cạnh còn lại".

③ C: " Trong tam giác tổng ba góc không bằng $180°$ ".

④ D: " Tồn tại hình thang là hình vuông".

Lời giải

Lời giải

① A: " Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau".

⇨ $\overline{A}$: "Hai đường chéo của hình thoi không vuông góc với nhau". Mệnh đề này sai.

② B: " Tổng hai cạnh của một tam giác nhỏ hơn cạnh còn lại".

⇨ $\overline{B}$: " Tổng hai cạnh của một tam giác lớn hơn hoặc bằng cạnh còn lại". Mệnh đề này đúng.

③ C: " Trong tam giác tổng ba góc không bằng 180° ".

⇨ $\overline{C}$: "Trong một tam giác tổng ba góc bằng 180° ". Mệnh đề này đúng.

④ D: " Tồn tại hình thang là hình vuông".

⇨ $\overline{D}$: " Mọi hình thang đều không là hình vuông". Mệnh đề này sai.

Bài 02.

Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

① A: " 6 là số nguyên tố"

② B: " $\left(\sqrt{3}-\sqrt{27}\right)^2$ là một số nguyên".

③ C: "$\exists n\in\mathbb{N}, n(n+1)$ là một số chính phương".

④ D: "$\forall n\in\mathbb{N}, n^4-n^2+1$ là hợp số".

Lời giải

① A: " 6 là số nguyên tố"

- $\overline{A}$: " 6 là hợp số".

⇨ Mệnh đề $\overline{A}$ đúng

② B: " $\left(\sqrt{3}-\sqrt{27}\right)^2$ là một số nguyên".

- $\overline{B}$: " $\left(\sqrt{3}-\sqrt{27}\right)^2$ không phải là một số nguyên".

⇨ Mệnh đề $\overline{B}$ sai vì $\left(\sqrt{3}-\sqrt{27}\right)^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2=12$

③ C: "$\exists n\in\mathbb{N}, n(n+1)$ là một số chính phương".

- $\overline{C}$: "$\forall n\in\mathbb{N}, n(n+1)$ không phải là số chính phương".

⇨ Mệnh đề $\overline{C}$ sai vì với $n=0$,ta có $n\ (n+1)=0$ là một số chính phương.

④ D: "$\forall n\in\mathbb{N}, n^4-n^2+1$ là hợp số".

- $\overline{D}$. "$\exists n\in\mathbb{N}, n^4-n^2+1$ là số nguyên tố".

⇨ Mệnh đề $\overline{D}$ đúng vì với $n=2$, ta có $n^4-n^2+1=2^4-2^2+1=13$ là một số nguyên tố.

Bài 03.

Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

① A: "$\exists x \in \mathbb{N}, n^2+3$ chia hết cho 4".

② B: "$\exists x \in \mathbb{N}, x$ chia hết cho $x+1$".

Lời giải

① A: "$\exists x \in \mathbb{N}, n^2+3$ chia hết cho 4".

- $\overline{A}$: "$\exists x \in \mathbb{N}$, n^2+3 không chia hết cho 4".

⇨ Mệnh đề này sai.

② B: "$\exists x \in \mathbb{N}, x$ chia hết cho $x+1$".

- $\overline{B}$: "$\exists x \in \mathbb{N}$, x không chia hết cho $x+1$".

⇨ Mệnh đề này sai.

Bài 04.

Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

① A: "Phương trình $x^4-2x^2+2=0$ có nghiệm".

② B: "Bất phương trình $x^{2013}>2030$ vô nghiệm".

③ C: "$\forall x \in \mathbb{R}$, $x^4-x^2+1=\ x^2+\sqrt{3}x+1\ \ x^2-\sqrt{3}x+1$ ".

④ D: "$\exists q \in \mathbb{Q}$, $2q^2-1=0$".

Lời giải

① A: "Phương trình $x^4-2x^2+2=0$ có nghiệm".

- $\overline{A}$: "Phương trình $x^4-2x^2+2=0$ vô nghiệm".

⇨ Mệnh đề này **đúng** vì $x^4-2x^2+2=\ x^2-1\ ^2+1>0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

② B: "Bất phương trình $x^{2013}>2030$ vô nghiệm".

- $\overline{B}$: "Bất phương trình $x^{2013}>2030$ có nghiệm".

⇨ Mệnh đề này **đúng**.

③ C: "$\forall x \in \mathbb{R}$, $x^4-x^2+1=\ x^2+\sqrt{3}x+1\ \ x^2-\sqrt{3}x+1$ ".

- $\overline{C}$: "$\exists x \in \mathbb{R}$, $x^4-x^2+1\neq\ x^2+\sqrt{3}x+1\ \ x^2-\sqrt{3}x+1$ ".

⇨ Mệnh đề này **sai** vì $x^4-x^2+1=\ x^2+1\ ^2-3x^2=\ x^2+\sqrt{3}x+1\ \ x^2-\sqrt{3}x+1$.

④ D: "$\exists q \in \mathbb{Q}$, $2q^2-1=0$".

- $\overline{D}$: "$\forall q \in \mathbb{Q}$, $2q^2-1\neq 0$".

⇨ Mệnh đề này **đúng**.

Bài 05.

Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

① A: "$\forall x\in\mathbb{R},\ x^3-x^2+1>0$".

② B: "Tồn tại số thực a sao cho $a+1+\dfrac{1}{a+1}\le 2$".

Lời giải

① A: "$\forall x\in\mathbb{R},\ x^3-x^2+1>0$".

$\overline{A}$: "$\exists x\in\mathbb{R},\ x^3-x^2+1\le 0$".

⇨ Mệnh đề này đúng vì chẳng hạn $x=-1$, ta có $(-1)^3-(-1)^2+1=-1<0$.

② B: "Tồn tại số thực a sao cho $a+1+\dfrac{1}{a+1}\le 2$".

$\overline{B}$: "Với mọi số thực a thì $a+1+\dfrac{1}{a+1}>2$".

⇨ Mệnh đề này sai chẳng hạn khi $a=-2$.

Bài 06.

Xét tính đúng sai của mệnh đề sau và nêu mệnh đề phủ định của nó.

① $P(x)$: "$\exists x\in\mathbb{Z},\ x^2=3$".

② $P(n)$: "$\exists n\in\mathbb{N}^*:\ 2^n+3$ là một số nguyên tố".

③ $P(x)$: "$\exists x\in\mathbb{R},\ x^2+4x+5>0$".

④ $P(x)$: "$\exists x\in\mathbb{R},\ x^4-x^2+2x+2\ge 0$".

Lời giải

① $P(x)$: "$\exists x\in\mathbb{Z},\ x^2=3$".

◆ Ta có $x^2=3\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$. Vì $\pm\sqrt{3}\notin\mathbb{Z}$ nên mệnh đề đã cho sai.

⇨ Mệnh đề phủ định là $\overline{P}(x)$: "$\forall x\in\mathbb{Z},\ x^2\ne 3$".

② $P(n)$: "$\exists n\in\mathbb{N}^*:\ 2^n+3$ là một số nguyên tố".

◆ Với $n=5$ thì $2^n+3=2^5+3=35$, số này chia hết cho 5 (không nguyên tố). Do đó mệnh đề đã cho sai.

⇨ Mệnh đề phủ định là $\overline{P}(x)$: "$\exists n\in\mathbb{N}^*:\ 2^n+3$ không là một số nguyên tố".

③ $P(x)$: "$\exists x\in\mathbb{R},\ x^2+4x+5>0$".

◆ Mệnh đề đúng vì $x^2+4x+5=(x+2)^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

⇨ Mệnh đề phủ định là $\overline{P}(x)$: "$\exists x\in\mathbb{R}, x^2+4x+5\le 0$".

④ $P\ x$: "$\exists x \in \mathbb{R},\ x^4 - x^2 + 2x + 2 \geq 0$".

◆ Do $x^4 - x^2 + 2x + 2 = \left(x^2 - 1\right)^2 + \left(x + 1\right)^2 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên mệnh đề đã cho đúng.

⇨ Mệnh đề phủ định là $\overline{P}\ x$: "$\exists x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 2x + 2 < 0$".

Bài 07.

Hãy phát biểu mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$, $\overline{Q} \Rightarrow P$ và xét tính đúng sai của mệnh đề này.

① Cho tứ giác $ABCD$ và hai mệnh đề P : "Tổng hai góc đối của tứ giác lồi bằng $180°$" và Q : "Tứ giác nội tiếp được đường tròn".

② P : "$\sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$" và Q : "$\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 > \left(-1\right)^2$".

Lời giải

① Cho tứ giác $ABCD$ và hai mệnh đề P : "Tổng hai góc đối của tứ giác lồi bằng $180°$" và Q : "Tứ giác nội tiếp được đường tròn".

◆ Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tổng hai góc đối của tứ giác lồi bằng $180°$ thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn". Đây là mệnh đề đúng.

◆ Mệnh đề $\overline{Q} \Rightarrow P$ là "Nếu tứ giác không nội tiếp đường tròn thì tổng hai góc đối của tứ giác đó bằng $180°$". Đây là mệnh đề sai.

② P : "$\sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$" và Q : "$\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 > \left(-1\right)^2$".

◆ Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu $\sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$ thì $\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 > \left(-1\right)^2$". Đây là mệnh đề sai.

◆ Mệnh đề $\overline{Q} \Rightarrow P$ là "Nếu $\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2 \leq \left(-1\right)^2$ thì $\sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$". Đây là mệnh đề đúng.

---------- HẾT ----------

BÀI 2 ÁP DỤNG MỆNH ĐỀ VÀO SUY LUẬN TOÁN HỌC

I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1.1. Định lí và chứng minh định lí

※ Trong toán học định lý là một mệnh đề đúng. Nhiều định lý được phát biểu dưới dạng "$\forall x \in X$, $P(x) \Rightarrow Q(x)$" trong đó $P(x)$, $Q(x)$ là các mệnh đề chứa biến.

※ Ta có các cách chứng minh định lý sau:

Cách 01

Chứng minh trực tiếp gồm các bước sau:

Bước ①. Lấy $x \in X$ bất kỳ mà $P(x)$ đúng.

Bước ②. Chứng minh $Q(x)$ đúng (bằng suy luận, kiến thức toán học đã biết).

Cách 02

Bước ①. Giả sử tồn tại $x_0 \in X$ sao cho $P(x_0)$ đúng và $Q(x_0)$ sai.

Bước ②. Dùng suy luận và các kiến thức toán học để đi đến mâu thuẫn.

1.2. Định lí đảo, điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ

※ Cho định lí dưới dạng "$\forall x \in X$, $P(x) \Rightarrow Q(x)$" (1). Khi đó

- $P(x)$ là điều kiện đủ để có $Q(x)$.
- $Q(x)$ là điều kiện cần để có $P(x)$.

※ Mệnh đề "$\forall x \in X$, $Q(x) \Rightarrow P(x)$" đúng thì được gọi định lí đảo của định lí dạng (1).

Lúc đó (1) được gọi là định lý thuận và có thể gộp lại thành một định lí "$\forall x \in X$, $P(x) \Leftrightarrow Q(x)$"

※ Ta gọi là "$P(x)$ là điều kiện cần và đủ để có $Q(x)$". Ngoài ra còn nói "$P(x)$ nếu và chỉ nếu $Q(x)$", "$P(x)$ khi và chỉ khi $Q(x)$".

II. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 01. ĐIỀU KIỆN CẦN – ĐIỀU KIỆN ĐỦ.

Bài 01.

Sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần" để phát biểu các định lí sau.

① Nếu một số tự nhiên chia hết cho 15 thì nó chia hết cho 5.

② Nếu $a = b$ thì $a^2 = b^2$.

③ Trong mặt phẳng, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng ấy song song với nhau.

Lời giải

① Nếu một số tự nhiên chia hết cho 15 thì nó chia hết cho 5.

◆ Điều kiện cần để một số chia hết cho 15 là nó chia hết cho 5.

Hoặc: ◆ Một số tự nhiên chia hết cho 5 là điều kiện cần để nó nó chia hết cho 15.

② Nếu $a=b$ thì $a^2=b^2$.

◆ Điều kiện cần để $a=b$ là $a^2=b^2$.

Hoặc: ◆ $a^2=b^2$ là điều kiện cần để $a=b$.

③ Trong mặt phẳng, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng ấy song song với nhau.

◆ Trong mặt phẳng, điều kiện cần để hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba là chúng song song với nhau.

Hoặc: ◆ Trong mặt phẳng, hai đường thẳng song song với nhau là điều kiện cần để chúng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba.

Bài 02.

Dùng thuật ngữ "điều kiện cần" để phát biểu các định lí sau.

① Nếu $MA\perp MB$ thì M thuộc đường tròn đường kính AB.

② $a\neq 0$ hoặc $b\neq 0$ là điều kiện đủ để $a^2+b^2>0$.

Lời giải

① Nếu $MA\perp MB$ thì M thuộc đường tròn đường kính AB.

◆ Điều kiện cần để $MA\perp MB$ là M thuộc đường tròn đường kính AB.

Hoặc: ◆ M thuộc đường tròn đường kính AB là điều kiện cần để $MA\perp MB$.

② $a\neq 0$ hoặc $b\neq 0$ là điều kiện đủ để $a^2+b^2>0$.

◆ $a^2+b^2>0$ là điều kiện cần để $a\neq 0$ hoặc $b\neq 0$.

Bài 03.

Dùng thuật ngữ "điều kiện cần" để phát biểu các định lí sau.

① Nếu a và b là hai số hữu tỉ thì tổng $a+b$ là số hữu tỉ.

② Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.

③ Nếu một số tự nhiên có chữ số tận cùng là chữ số 5 thì nó chia hết cho 5.

Lời giải

① Nếu a và b là hai số hữu tỉ thì tổng $a+b$ là số hữu tỉ.

◆ Điều kiện đủ để tổng $a+b$ là số hữu tỉ là cả hai số a và b đều là số hữu tỉ.

Hoặc: ◆ a và b là hai số hữu tỉ là điều kiện đủ để tổng $a+b$ là số hữu tỉ.

② Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.

◆ Điều kiện đủ để hai tam giác có diện tích bằng nhau là chúng bằng nhau.

Hoặc: ◆ Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để chúng có diện tích bằng nhau.

③ Nếu một số tự nhiên có chữ số tận cùng là chữ số 5 thì nó chia hết cho 5.

◆ Điều kiện đủ để một số chia hết cho 5 là số đó tận cùng bằng 5.

Hoặc: ◆ Một số tự nhiên có chữ số tận cùng là chữ số 5 là điều kiện đủ để nó chia hết cho 5.

Bài 04.

Cho định lí "Cho số tự nhiên n, nếu n^5 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5". Định lí này được viết dưới dạng $P \Rightarrow Q$.

① Hãy xác định các mệnh đề P và Q.

② Phát biểu định lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện cần".

③ Phát biểu định lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện đủ".

④ Hãy phát biểu định lí đảo (nếu có) của định lí trên rồi dùng các thuật ngữ "điều kiện cần và đủ" phát biểu gộp cả hai định lí thuận và đảo.

Lời giải

① Hãy xác định các mệnh đề P và Q.

◆ P : "n là số tự nhiên và n^5 chia hết cho 5", Q: "n chia hết cho 5".

② Phát biểu định lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện cần".

◆ Với n là số tự nhiên, n chia hết cho 5 là điều kiện cần để n^5 chia hết cho 5.

③ Phát biểu định lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện đủ".

◆ Với n là số tự nhiên, n^5 chia hết cho 5 là điều kiện đủ để n chia hết cho 5.

④ Hãy phát biểu định lí đảo (nếu có) của định lí trên rồi dùng các thuật ngữ "điều kiện cần và đủ" phát biểu gộp cả hai định lí thuận và đảo.

◆ Định lí đảo: "Cho số tự nhiên n, nếu n chia hết cho 5 thì n^5 chia hết cho 5".

◆ Thật vậy, nếu $n=5k$ thì $n^5=5^5.k^5$ và số này chia hết cho 5.

◆ Phát biểu gộp cả hai định lí là: Điều kiện cần và đủ để n chia hết cho 5 là n^5 chia hết cho 5.

Bài 05.

Phát biểu các định lý sau đây bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần", "điều kiện đủ".

① Nếu trong mặt phẳng, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

② Nếu số nguyên dương có chữ tận cùng bằng 5 thì chia hết cho 5.

③ Nếu tứ giác là hình thoi thì hai đường chéo vuông góc với nhau.

④ Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có các góc tương ứng bằng nhau.

⑤ Nếu số nguyên dương a chia hết cho 24 thì chia hết cho 4 và 6.

Lời giải

① Nếu trong mặt phẳng, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

- Trong mặt phẳng, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba là điều kiện đủ để hai đường thẳng đó song song với nhau.

Hoặc:

- Trong mặt phẳng, hai đường thẳng đó song song với nhau là điều kiện cần để hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba.

② Nếu số nguyên dương có chữ tận cùng bằng 5 thì chia hết cho 5.

- Số nguyên dương có chữ số tận cùng bằng 5 là điều kiện đủ để chia hết cho 5.

Hoặc:

- Số nguyên dương chia hết cho 5 là điều kiện cần để nó có chữ số tận cùng bằng 5.

③ Nếu tứ giác là hình thoi thì hai đường chéo vuông góc với nhau.

- Tứ giác là hình thoi là điều kiện đủ để nó có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Hoặc:

- Tứ giác có hai đường chéo vuông góc với nhau là điều kiện cần để nó là hình thoi.

④ Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có các góc tương ứng bằng nhau.

- Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để chúng có các góc tương ứng bằng nhau.

Hoặc:

- Hai tam giác có các góc tương ứng bằng nhau là điều kiện cần để chúng bằng nhau.

⑤ Nếu số nguyên dương a chia hết cho 24 thì chia hết cho 4 và 6.

- Số nguyên dương a chia hết cho 24 là điều kiện đủ để nó chia hết cho 4 và 6.

Hoặc:

- Số nguyên dương a chia hết cho 4 và 6 là điều kiện cần để nó chia hết cho 24.

Bài 06.

Sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần", "điều kiện đủ" để phát biểu định lí sau.

① Nếu một tứ giác là hình vuông thì nó có bốn cạnh bằng nhau.

Có định lí đảo của định lí trên không, vì sao?

② Nếu một tứ giác là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc.

Có định lí đảo của định lí trên không, vì sao?

Lời giải

① Nếu một tứ giác là hình vuông thì nó có bốn cạnh bằng nhau. Có định lí đảo của định lí trên không, vì sao?

- Một tứ giác là hình vuông là điều kiện đủ để nó có bốn cạnh bằng nhau.
- Một tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là điều kiện cần để nó là hình vuông.
- Không có định lí đảo vì tứ giác có bốn cạnh bằng nhau có thể là hình thoi.

② Nếu một tứ giác là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc. Có định lí đảo của định lí trên không, vì sao?

- Một tứ giác là hình thoi là điều kiện đủ để nó có hai đường chéo vuông góc.

◆ Một tứ giác có hai đường chéo vuông góc là điều kiện cần để nó là hình thoi.

◆ Không có định lí đảo vì tứ giác có hai đường chéo vuông góc có thể là hình vuông hoặc một đa giác bất kì có hai đường chéo vuông góc.

Bài 07.

Phát biểu các mệnh đề sau với thuật ngữ "điều kiện cần", "điều kiện đủ".

① Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.

② Nếu số nguyên dương chia hết cho 6 thì chia hết cho 3.

③ Nếu hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì nó là hình thang cân.

④ Nếu tam giác ABC vuông tại A và AH là đường cao thì $AB^2 = BC.BH$.

Lời giải

① Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.

◆ Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để chúng có diện tích bằng nhau.

◆ Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện cần để chúng bằng nhau.

② Nếu số nguyên dương chia hết cho 6 thì chia hết cho 3.

◆ Số nguyên dương chia hết cho 6 là điều kiện đủ để nó chia hết cho 3.

◆ Số nguyên dương chia hết cho 3 là điều kiện cần để nó chia hết cho 6.

③ Nếu hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì nó là hình thang cân.

◆ Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là điều kiện đủ để nó là hình thang cân.

◆ Hình thang cân là điều kiện cần để nó có hai đường chéo bằng nhau.

④ Nếu tam giác ABC vuông tại A và AH là đường cao thì $AB^2 = BC.BH$.

◆ Tam giác ABC vuông tại A và AH là đường cao là điều kiện đủ để $AB^2 = BC.BH$.

◆ Tam giác ABC có ABC là điều kiện cần để nó vuông tại A và AH là đường cao.

Bài 08.

Sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần và đủ" để phát biểu các định lí sau

① Một tứ giác nội tiếp được trong một đường tròn khi và chỉ khi tổng hai góc đối diện của nó bằng $180°$.

② $x \ge y$ nếu và chỉ nếu $\sqrt[3]{x} \ge \sqrt[3]{y}$.

③ Tam giác cân khi và chỉ khi có trung tuyến bằng nhau.

Lời giải

① Một tứ giác nội tiếp trong một đường tròn khi và chỉ khi tổng hai góc đối diện của nó bằng $180°$.

◆ Điều kiện cần và đủ để tứ giác nội tiếp được trong một đường tròn là tổng hai góc đối diện của nó bằng $180°$.

② $x \ge y$ nếu và chỉ nếu $\sqrt[3]{x} \ge \sqrt[3]{y}$.

◆ Điều kiện cần và đủ để $x \ge y$ là $\sqrt[3]{x} \ge \sqrt[3]{y}$.

③ Tam giác cân khi và chỉ khi có trung tuyến bằng nhau.

◆ Điều kiện cần và đủ để tam giác cân là hai trung tuyến của nó bằng nhau.

Bài 09.

Dùng thuật ngữ "điều kiện cần và đủ" để phát biểu định lí sau.

① Một tam giác là tam giác cân nếu và chỉ nếu nó có hai góc bằng nhau.

② Tứ giác là hình bình hành khi và chỉ khi tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

③ Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Lời giải

① Một tam giác là tam giác cân nếu và chỉ nếu nó có hai góc bằng nhau.

◆ Một tam giác là tam giác cân là điều kiện cần và đủ để nó có hai góc bằng nhau.

② Tứ giác là hình bình hành khi và chỉ khi tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

◆ Tứ giác là hình bình hành là điều kiện cần và đủ để tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

③ Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

◆ Điều kiện cần và đủ để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành là $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

Bài 10.

Dùng thuật ngữ "điều kiện cần và đủ" để phát biểu định lí sau.

① Tam giác ABC vuông khi và chỉ khi $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

② Tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi nó có ba góc vuông.

③ Tứ giác là nội tiếp được trong đường tròn khi và chỉ khi nó có hai góc đối bù nhau.

④ Một số chia hết cho 2 khi và chỉ khi nó có chữ số tận cùng là số chẵn.

Lời giải

① Tam giác ABC vuông khi và chỉ khi $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

◆ Tam giác ABC vuông là điều kiện cần và đủ để $AB^2 + AC^2 = BC^2$

② Tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi nó có ba góc vuông.

◆ Tứ giác là hình chữ nhật là điều kiện cần và đủ để nó có ba góc vuông.

③ Tứ giác là nội tiếp được trong đường tròn khi và chỉ khi nó có hai góc đối bù nhau.

◆ Tứ giác là nội tiếp trong đường tròn là điều kiện cần và đủ để nó có hai góc đối bù nhau.

④ Một số chia hết cho 2 khi và chỉ khi nó có chữ số tận cùng là số chẵn.

◆ Một số chia hết cho 2 là điều kiện cần và đủ để nó có chữ số tận cùng là số chẵn.

Dạng 02. PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH MỆNH ĐỀ.

Phương pháp giải

※ Ta có các cách chứng minh sau:

Cách 01	Chứng minh trực tiếp gồm các bước sau: **Bước ①.** Lấy $x \in X$ bất kỳ mà $P(x)$ đúng. **Bước ②.** Chứng minh $Q(x)$ đúng (bằng suy luận, kiến thức toán học đã biết).
Cách 02	**Bước ①.** Giả sử tồn tại $x_0 \in X$ sao cho $P(x_0)$ đúng và $Q(x_0)$ sai. **Bước ②.** Dùng suy luận và các kiến thức toán học để đi đến mâu thuẫn.

Bài 01.

Chứng minh với mọi số tự nhiên n, ta có

① Nếu n lẻ thì n^3 lẻ.

② Nếu n chia hết cho 3 thì $n(n+1)$ chia hết cho 6.

Lời giải

① Nếu n lẻ thì n^3 lẻ.

- Nếu n lẻ thì $n=2k+1,\ k\in\mathbb{N}$.
- Do đó $n^3=(2k+1)^3=8k^3+12k^2+6k+1=2(4k^3+6k^2+3k)+1$.

⇨ Vậy n^3 lẻ.

② Nếu n chia hết cho 3 thì $n(n+1)$ chia hết cho 6.

- Nếu n chia hết cho 3 thì $n=3k,\ k\in\mathbb{N}$.
- Xét $k=2m$ thì $n=6m$ suy ra $n(n+1)=6m(2m+1)$ chia hết cho 6.
- Xét $k=2m+1$ thì $n=3(2m+1)=6m+3$, suy ra $n(n+1)=(6m+3)(6m+4)=6(2m+1)(3m+2)$ chia hết cho 6.

⇨ Vậy $n(n+1)$ chia hết cho 6.

Bài 02.

Chứng minh rằng

① Mọi số chính phương có dạng $4k$ hoặc $4k+1$.

② Mọi nguyên tố khác 2 đều là số lẻ.

Lời giải

① Mọi số chính phương có dạng $4k$ hoặc $4k+1$.

- Xét số chính phương $(2m)^2$ và $(2m+1)^2$. Ta có

◎ $(2m)^2 = 4m^2 = 4k$.

◎ $(2m+1)^2 = 4m^2 + 4m + 1 = k(m^2 + m) + 1 = 4k + 1$.

② Mọi nguyên tố khác 2 đều là số lẻ.

◆ Gọi p là số nguyên tố nên $p > 1$, chỉ chia hết cho 1 và chính p.

◆ Vì $p \neq 2$ nên p không chia hết cho 2.

Do đó p lẻ.

Bài 03.

Chứng minh với mọi x, y, ta có

① $x^2 - xy + y^2 + 1 > 0$.

② $4x^2 + 4y^2 + 6x + 3 \geq 4xy$.

Lời giải

① $x^2 - xy + y^2 + 1 > 0$.

◆ Ta có $x^2 - xy + y^2 + 1 > 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 + 1 > 0$ (đúng)

② $4x^2 + 4y^2 + 6x + 3 \geq 4xy$.

◆ Ta có $4x^2 + 4y^2 + 6x + 3 \geq 4xy \Leftrightarrow (x^2 - 4xy + 4y^2) + 3(x^2 + 2x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x - 2y)^2 + 3(x+1)^2 \geq 0$.

Bài 04.

Chứng minh rằng

① Nếu $a > 2$ thì $a^3 - 4a^2 + 5a - 2 > 0$.

② Nếu $a \geq b$, $A \geq B$ thì $\frac{aA + bB}{2} \geq \frac{a+b}{2} . \frac{A+B}{2}$.

Lời giải

① Nếu $a > 2$ thì $a^3 - 4a^2 + 5a - 2 > 0$.

◆ Ta có $a^3 - 4a^2 + 5a - 2 > 0 \Leftrightarrow (a-1)(a^2 - 3a + 2) > 0$

$\Leftrightarrow (a-1)(a-1)(a+2) > 0$

$\Leftrightarrow (a-2)(a-1)^2 > 0$ (đúng) vì $a > 2$.

② Nếu $a \geq b$, $A \geq B$ thì $\frac{aA + bB}{2} \geq \frac{a+b}{2} . \frac{A+B}{2}$.

◆ Ta có $\frac{aA + bB}{2} \geq \frac{a+b}{2} . \frac{A+B}{2} \Leftrightarrow 2(aA + bB) \geq (a+b)(A+B)$

$\Leftrightarrow 2(aA + bB) \geq aA + aB + bA + bB$

$\Leftrightarrow aA + bB - aB - bA \geq 0$

$\Leftrightarrow (a-b)(A-B) \geq 0$ đúng vì $a \geq b$, $A \geq B$.

Bài 05.

Chứng minh rằng

① Nếu $a+b>0$ thì có ít nhất một số a hoặc b dương.

② Nếu a và b là hai số dương thì $a+b\ge 2\sqrt{ab}$.

Lời giải

① Nếu $a+b>0$ thì có ít nhất một số a hoặc b dương.

◆ Giả sử cả a và b đều không dương suy ra $a\le 0$ và $b\le 0$ nên $a+b\le 0$: trái với giả thiết.

⇨ Vậy nếu $a+b>0$ thì có ít nhất một số a hoặc b dương.

② Nếu a và b là hai số dương thì $a+b\ge 2\sqrt{ab}$.

◆ Với a, b dương. Giả sử $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ suy ra $a+b-2\sqrt{ab}=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2<0$: vô lí.

⇨ Vậy nếu a, b là hai số dương thì $a+b\ge 2\sqrt{ab}$.

Bài 06.

Cho số tự nhiên n. Chứng minh rằng

① Nếu n^2 chẵn thì n chẵn.

② Nếu n^2 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5.

Lời giải

① Nếu n^2 chẵn thì n chẵn.

◆ Với số tự nhiên n. Giả sử n lẻ nên $n=2k+1,\ k\in\mathbb{Z}$ suy ra

$$n^2=\left(2k+1\right)^2=4k^2+4k+1=2\left(2k^2+2\right)+1$$

◆ Do đó n^2 lẻ: trái giả thiết.

⇨ Vậy nếu n^2 chẵn thì n chẵn.

② Nếu n^2 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5.

◆ Giả sử n^2 chia hết cho 5 và n không chia hết cho 5.

◎ Nếu $n=5k\pm 1,\ k\in\mathbb{N}$ thì $n^2=25k^2\pm 10k+1=5\left(5k^2\pm 2k\right)+1$ không chia hết cho 5 (mâu thuẫn).

◎ Nếu $n=5k\pm 2,\ k\in\mathbb{N}$ thì $n^2=25k^2\pm 20k+4=\left[5\left(5k^2\pm 4k\right)+4\right]\not\vdots 5$ (mâu thuẫn).

⇨ Vậy nếu n^2 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5.

Bài 07.

Chứng minh rằng

① Nếu $a+b<2$ thì một trong hai số a và b phải nhỏ hơn 1.

② Cho n là số tự nhiên, nếu $5n+4$ lẻ thì n lẻ.

Lời giải

① Nếu $a+b<2$ thì một trong hai số a và b phải nhỏ hơn 1.

- Giả sử $a\ge 1$ và $b\ge 1$, suy ra $a+b\ge 2$, mâu thuẫn với giả thiết.

⇨ Vậy nếu $a+b<2$ thì một trong hai số a và b phải nhỏ hơn 1.

② Cho n là số tự nhiên, nếu $5n+4$ lẻ thì n lẻ.

- Giả sử n là số tự nhiên chẵn, $n=2k\ \left(k\in N\right)$.
- Khi đó $5n+4=10k+4=2\left(5k+2\right)$ là một số chẵn (mâu thuẫn).

⇨ Vậy nếu $5n+4$ lẻ thì n lẻ.

Bài 08.

Chứng minh rằng

① Một tam giác không phải là tam giác đều thì nó có ít nhất một góc nhỏ hơn $60°$.

② Nếu $x\ne -1$ và $y\ne -1$ thì $x+y+xy\ne -1$.

Lời giải

① Một tam giác không phải là tam giác đều thì nó có ít nhất một góc nhỏ hơn $60°$.

- Không mất tính tổng quát, có thể giả sử $A\ge B\ge C$.
- Vì tam giác ABC không phải là tam giác đều, ta còn có $A>C$.
- Giả sử $C\ge 60°$ thì $A+B+C>180°$: vô lí.

⇨ Vậy $C<60°$.

② Nếu $x\ne -1$ và $y\ne -1$ thì $x+y+xy\ne -1$.

- Giả sử $x+y+xy=-1$.
- Suy ra $x+y+xy+1=0\Leftrightarrow \left(x+1\right)\left(y+1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ y+1=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ y=-1 \end{array}\right.$ (mâu thuẫn)

⇨ Vậy nếu $x\ne -1$ và $y\ne -1$ thì $x+y+xy\ne -1$.

Bài 09.

Chứng minh rằng $\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

Lời giải

- Dễ dàng chứng minh được nếu n^2 là số chẵn thì n là số chẵn.
- Giả sử $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ, tức là $\sqrt{2}=\dfrac{m}{n}$, trong đó $m,n\in \mathbb{N}^*$ và $\left(m,n\right)=1$.
- Từ $\sqrt{2}=\dfrac{m}{n}$ suy ra $m^2=2n^2$ hay m^2 là số chẵn nên m là số chẵn. Do đó $m=2k,k\in \mathbb{N}^*$.
- Từ $m^2=2n^2$ hay $4k^2=2n^2$ suy ra $n^2=2k^2$ hay n^2 là số chẵn nên n là số chẵn.
- Từ đó ta có m chẵn và n chẵn. Điều này mâu thuẫn với $\left(m,n\right)=1$.

⇨ Vậy $\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

Bài 10.

Bằng phương pháp phản chứng, hãy chứng minh rằng "Nếu hai số nguyên dương có tổng bình phương chia hết cho 3 thì cả hai số đó phải chia hết cho 3".

Lời giải

◆ Giả sử trong hai số nguyên dương a và b có ít nhất một số không chia hết cho 3.

◆ Chẳng hạn a không chia hết cho 3. Thế thì a có dạng $a=3k+1$ hoặc $a=3k+2$.

◆ Lúc đó $a^2=3m+1$, nên nếu b chia hết cho 3 hoặc b không chia hết cho 3 thì a^2+b^2 cũng có dạng $3n+1$ hoặc $3n+2$.

◆ Tức là a^2+b^2 không chia hết cho 3. Điều này trái với giả thiết.

⇨ Vậy nếu a^2+b^2 chia hết cho 3 thì cả a và b đều a^2+b^2 chia hết cho 3.

---------- HẾT ----------

BÀI 3 TẬP HỢP & CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

I. KHÁI NIỆM TẬP HỢP:

Tập hợp:

⇨ Tập hợp (hoặc tập) là một khái niệm cơ bản của toán học, do đó nó không được định nghĩa.

Các cách xác định một tập hợp:

Ta có hai cách để xác định tập hợp sau:

Cách 01

※ *Phương pháp liệt kê:*

⇨ Các phần tử viết trong dấu , cách nhau bởi dấu phẩy (hoặc chấm phẩy), mỗi phần tử chỉ viết 1 lần.

Cách 02

※ *Phương pháp nêu đặc trưng:*

Nếu tập X chứa và chỉ chứa những phần tử có tính chất P thì ta ghi $X=\{x\,|\,x \text{ co tinh chat } P\}$.

Ví dụ 1

Liệt kê các phần tử của tập hợp sau:

A : "Tập các ước nguyên dương của 30" $\Rightarrow A=\{1;2;3;5;6;15;30\}$.

$B=\{n\in\mathbb{N}\,|\,3\le n\le 20\}=\{3;4;\ldots;20\}$.

$C=\{x\in\mathbb{R}\,|\,2x^2-5x+3=0\}=\left\{1;\frac{3}{2}\right\}$.

Ví dụ 2

Viết tập hợp tất cả các chữ cái có mặt trong dòng chữ:

"Không có gì quý hơn độc lập tự do"

$D=\{k,h,o,n,g,c,i,q,u,y,d,l,a,p,t\}$.

Ví dụ 3

Viết lại tập hợp sau dưới dạng chỉ rõ tính chất đặc trưng:

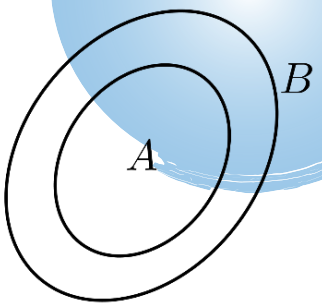
$E=\{-15;-10;-5;0;5;10;15\}=\{x\,|\,x\vdots 5,-15\le x\le 15\}$.

Tập rỗng:

⇨ Tập rỗng là tập hợp không chứa phần tử nào, kí hiệu là $\varnothing$.

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

II. TẬP CON:



⇨ Tập A được gọi là **tập con** của tập B và kí hiệu là $A \subset B$ (hay $B \supset A$) nếu mọi phần tử của tập A đều thuộc B.

⇨ Như vậy: $\boxed{A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B}$.

⇨ Nếu A không phải là tập con của B, ta viết: $A \not\subset B \Leftrightarrow \exists x \in A, x \notin B$.

※ Tính chất:

① $(A \subset B$ và $B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ (tính bắc cầu).

② $A \subset A$ với mọi tập A.

③ $\varnothing \subset A$ với mọi tập A.

Ví dụ 4

Tập nào là con của tập nào, trong các tập hợp sau:

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$; $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ là ước số của $6\}$; $C = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ là ước số của

Lời giải

$A = \{1;2\}, B = \{1;2;3;6\}, C = \{1;3;9\}$.

$\Rightarrow A \subset B$.

III. HAI TẬP HỢP BẰNG NHAU:

⇨ Hai tập hợp A và B bằng nhau nếu mọi phần tử của A đều thuộc tập B và ngược lại.

⇨ Như vậy : $A = B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Leftrightarrow x \in B$.

⇨ Ký hiệu : $A = B$.

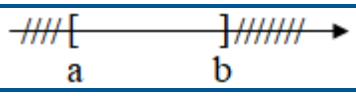
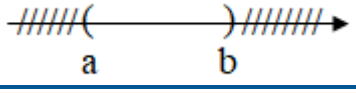
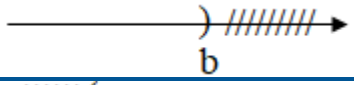
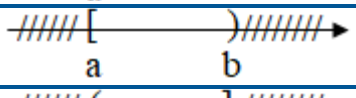
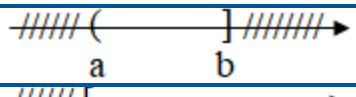
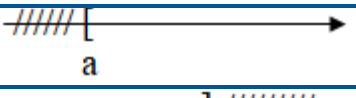
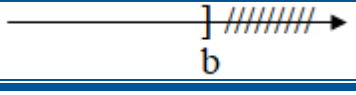
IV.CÁC TẬP HỢP SỐ ĐÃ HỌC.

Tên gọi	Kí hiệu	Mô tả
Tập hợp các số tự nhiên	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} = \{0;1;2;3;.....\}$
Tập hợp các số tự nhiên khác 0	$\mathbb{N}^*$	$\mathbb{N}^* = \{1;2;3;.....\}$
Tập hợp các số nguyên	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z} = \{...;-2;-1;0;1;2;3;.....\}$
Tập hợp các số hữu tỉ	$\mathbb{Q}$	⊙ Số hữu tỉ là các số có dạng $\frac{a}{b}$ (trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$). ⊙ Số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.
Tập hợp các số vô tỉ	I	Các số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
Tập hợp các số thực	$\mathbb{R}$	Là tập hợp các số hữu tỉ và số vô tỉ.

Mối liên hệ giữa các tập hợp số $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

V.CÁC TẬP HỢP CON THƯỜNG DÙNG CỦA $\mathbb{R}$.

Kí hiệu: $-\infty$:âm vô cực (âm vô cùng); $+\infty$:dương vô cực (dương vô cùng)

Tên gọi và kí hiệu	Tập hợp	Biểu diễn trên trục số (phần không bị gạch chéo)
Tập số thực, khoảng $(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)=\mathbb{R}$	
Đoạn $[a;b]$	$[a;b]=\{x\in\mathbb{R}/a\le x\le b\}$	
Khoảng $(a;b)$	$(a;b)=\{x\in\mathbb{R}/a<x<b\}$	
Khoảng $(-\infty;b)$	$(-\infty;b)=\{x\in\mathbb{R}/x<b\}$	
Khoảng $(a;+\infty)$	$(a;+\infty)=\{x\in\mathbb{R}/x>a\}$	
Nửa khoảng $[a;b)$	$[a;b)=\{x\in\mathbb{R}/a\le x<b\}$	
Nửa khoảng $(a;b]$	$(a;b]=\{x\in\mathbb{R}/a<x\le b\}$	
Nửa khoảng $[a;+\infty)$	$[a;+\infty)=\{x\in\mathbb{R}/x\ge a\}$	
Nửa khoảng $(-\infty;b]$	$(-\infty;b]=\{x\in\mathbb{R}/x\le b\}$	

Ví dụ 5

Hãy ghép mỗi ý ở cột trái với một ý ở cột phải có cùng một nội dung thành cặp

a. $x\in[1;5]$	**b.** $x\in(1;5]$	**1.** $1<x\le 5$	**2.** $x<5$
c. $x\in(1;5)$	**d.** $x\in[5;+\infty)$	**3.** $x\ge 5$	**4.** $1\le x\le 5$
e. $x\in(-\infty;5)$	**f.** $x\in(5;+\infty)$	**5.** $1<x<5$	**6.** $x>5$

Lời giải

a. 4: $x\in[1;5]\Leftrightarrow 1\le x\le 5$.
b. 1: $x\in(1;5]\Leftrightarrow 1<x\le 5$.
c. 5: $x\in(1;5)\Leftrightarrow 1<x<5$.
d. 3: $x\in[5;+\infty)\Leftrightarrow x\ge 5$.
e. 2: $x\in(-\infty;5)\Leftrightarrow x<5$.
f. 6: $x\in(5;+\infty)\Leftrightarrow x>5$.

Ví dụ 6

Tìm $A\cap B, A\cup B, A\setminus B, B\setminus A$ trong các trường hợp sau

① $A=(-1;3), B=(0;5]$. ② $A=(-\infty;0], B=[-1;3]$. ③ $A=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right), B=(-\infty;3]$.

Lời giải

① $A=(-1;3), B=(0;5]$.

$A\cap B=(0;3)$; $A\cup B=(-1;5]$; $A\setminus B=(-1;0]$; $B\setminus A=[3;5]$.

② $A=(-\infty;0], B=[-1;3]$.

$A\cap B=[-1;0]$; $A\cup B=(-\infty;3]$; $A\setminus B=(-\infty;-1)$; $B\setminus A=(0;3]$.

③ $A=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right), B=(-\infty;3]$

$A\cap B=\left(-\frac{1}{2};3\right]$; $A\cup B=(-\infty;+\infty)$; $A\setminus B=(3;+\infty)$; $B\setminus A=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]$.

Ví dụ 7

Cho các tập hợp $A=\{-1;0;2;3\}, B=\{0;3;5;7;9\}$, $C=(-\infty;2], D=[-2;4]$.

Tìm $A\cup C, B\cup D, B\cap D, A\setminus C, B\setminus D$.

Lời giải

$A\cup C=(-\infty;2]\cup\{3\}$;

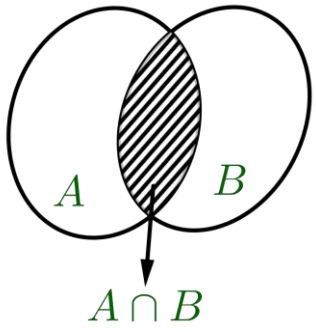
$B\cup D=[-2;4]\cup\{5;7;9\}$

$B\cap D=\{0;3\}$

$A\setminus C=\{3\}$

$B\setminus D=\{5;7;9\}$.

VI. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP:

Phép toán	*Định nghĩa*	*Ký hiệu*	*Kết quả*	*Biểu đồ Ven*
01. *Phép giao*	◆ Giao hai tập hợp của A và B là một tập hợp gồm các phần tử chung của A và B .	$A\cap B$	$x\in A\cap B$ $\Leftrightarrow x\in A$ và $x\in B$	

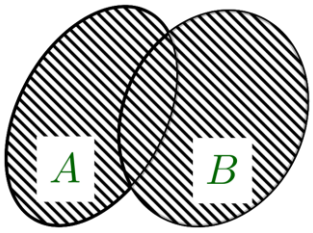
Ví dụ 8

Cho hai tập hợp $A=\{x\in\mathbb{N}\mid x<20\}$, $B=\{x\in\mathbb{N}\mid 10<x<30\}$. Tìm $A\cap B$.

Lời giải

$A=\{1;2;3;...;10;11...;19\}$, $B=\{11...;19;20...;29\}$.

$A\cap B=\{11;12;13...;19\}$.

Phép toán	Định nghĩa	Ký hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
02. Phép hợp	◆ Hợp hai tập hợp của A và B là một tập hợp gồm các phần tử chung và riêng của A và B.	$A\cup B$	$x\in A\cup B$ $\Leftrightarrow x\in A$ hoặc $x\in B$	 $A\cup B$

Ví dụ 9

Cho hai tập hợp $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\ /\ x^2-3x+2=0\right\}$, $B=\left\{x\in\mathbb{R}\ /\ 3x^2-4x+1=0\right\}$. Tìm $A\cup B$.

Lời giải

$A=\left\{1\,;\,2\right\}$, $B=\left\{1\,;\,\dfrac{1}{3}\right\}$.

$A\cup B=\left\{1\,;\,2\,;\,\dfrac{1}{3}\right\}$.

Ví dụ 10

Lớp 10A có 15 bạn là học sinh giỏi, 20 bạn được xếp hạnh kiểm tốt. Trong đó có 10 bạn vừa học giỏi vừa có hạnh kiểm tốt.

① Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn phải học giỏi hoặc có hạnh kiểm tốt.

② Ký hiệu A là tập hợp các học sinh giỏi, B là tập hợp các học sinh có hạnh kiểm tốt của lớp 10A. Hãy xác định mối liên hệ giữa số phần tử của $A\cup B$ với số phần tử của A, B và $A\cap B$

Lời giải

① Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn phải học giỏi hoặc có hạnh kiểm tốt.

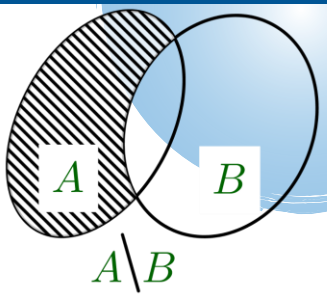
- Số học sinh giỏi và có hạnh kiểm tốt là: 10 học sinh.
- Số học sinh giỏi nhưng không có hạnh kiểm tốt là: $15-10=5$ học sinh.
- Số học sinh có hạnh kiểm tốt nhưng không là học sinh giỏi: $20-10=10$ học sinh.

⇨ Vậy số học sinh được khen thưởng là $10+5+10=25$ học sinh.

② Ký hiệu A là tập hợp các học sinh giỏi, B là tập hợp các học sinh có hạnh kiểm tốt của lớp 10A. Hãy xác định mối liên hệ giữa số phần tử của $A\cup B$ với số phần tử của A, B và $A\cap B$.

- A có 15 phần tử, B có 20 phần tử, $A\cap B$ có 10 phần tử, $A\cup B$ có 25 phần tử.

⇨ Vậy số phần tử của tập hợp $A\cup B$ bằng tổng số phần tử của 2 tập hợp A, B trừ đi số phần tử của $A\cap B$.

Phép toán	Định nghĩa	Ký hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
03. *Phép hiệu*	◆ Hiệu của hai tập hợp A và B là một tập hợp gồm các phần tử thuộc A và không thuộc B.	$A \setminus B$	$x \in A \setminus B$ $\Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	

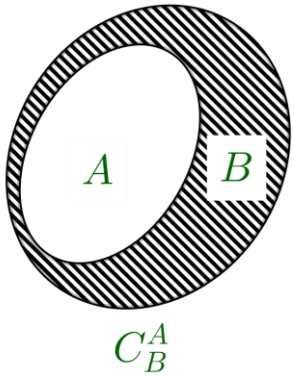
Ví dụ 11

Cho hai tập hợp $A=\{x \in \mathbb{N} \mid x<20\}$, $B=\{x \in \mathbb{N} \mid 10<x<30\}$. Tìm $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Lời giải

$A=\{1;2;3;...;10;11...;19\}$, $B=\{11...;19;20...;29\}$.

$A \setminus B=\{1;2;3;...;10\}$; $B \setminus A=\{20;21;22;...;29\}$.

Phép toán	Định nghĩa	Ký hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
04 *Phần bù*	◆ Khi $B \subset A$ thì $A \setminus B$ gọi là phần bù của B trong A kí hiệu $C_A B$.	$C_A B$	$x \in A \setminus B$ $\Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	

Ví dụ 12

① Phần bù của tập $\mathbb{N}$ trong tập $\mathbb{Z}$ là tập các số nguyên âm.

② Phần bù của tập $\mathbb{Q}$ trong tập $\mathbb{R}$ là tập các số vô tỉ.

③ Phần bù của tập các số lẻ trong tập các số nguyên là tập các số chẵn.

Ví dụ 13

Cho hai tập hợp $A=\{1;2;3\}$, $B=\{0;1;2;3;5;7;9\}$. Tìm $C_A B$

Lời giải

$C_B A=B \setminus A=\{0;5;7;9\}$.

Biên soạn: **LÊ MINH TÂM**

Ví dụ 14

Cho A là tập hợp các số nguyên dương chẵn không lớn hơn 10, $B=\{n\in N\,|\,n\le 6\}$ $C=\{n\in N\,|\,4\le n\le 10\}$. Tìm các tập hợp sau:

① $A\cap(B\cup C)$.

② $(A\setminus B)\cup(A\setminus C)\cup(B\setminus C)$.

Lời giải

Ta có: $A=\{2;4;6;8;10\}$, $B=\{0;1;2;3;4;5;6\}$, $C=\{4;5;6;7;8;9;10\}$

① $A\cap(B\cup C)$.

$B\cup C=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$ nên $A\cap(B\cup C)=\{2;4;6;8;10\}$

② $(A\setminus B)\cup(A\setminus C)\cup(B\setminus C)$.

$A\setminus B=\{8;10\}$, $A\setminus C=\{2\}$, $B\setminus C=\{0;1;2;3\}$

Nên $(A\setminus B)\cup(A\setminus C)\cup(B\setminus C)=\{0;1;2;3;8;10\}$.

VII. CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Dạng 01. XÁC ĐỊNH TẬP HỢP.

Phương pháp giải

❍ Tập hợp được mô tả theo 2 cách:

◎ Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp.

◎ Nêu tính chất đặc trưng.

Bài 01.

Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử

① $A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,(2x-x^2)(2x^2-3x-2)=0\}$.

② $B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,2x^3-3x^2-5x=0\}$.

③ $C=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,2x^2-75x-77=0\}$.

Lời giải

① $A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,(2x-x^2)(2x^2-3x-2)=0\}$.

◆ Ta giải phương trình $(2x-x^2)(2x^2-3x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-x^2=0\\2x^2-3x-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\vee x=2\\x=-\dfrac{1}{2}\vee x=2\end{array}\right.$

⇨ Do $x\in\mathbb{R}$ nên $A=\left\{-\dfrac{1}{2};0;2\right\}$.

② $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\middle|2x^3-3x^2-5x=0\right\}$.

◆ Ta giải phương trình

$$2x^3-3x^2-5x=0\Leftrightarrow x\left(2x^2-3x-5\right)=0\Leftrightarrow x=0 \text{ hoặc } x=-1 \text{ hoặc } x=\frac{5}{3}.$$

⇨ Do $x\in\mathbb{Z}$ nên $B=\left\{0;-1\right\}$.

③ $C=\left\{x\in\mathbb{Z}\middle|2x^2-75x-77=0\right\}$.

◆ Ta giải phương trình

$$2x^2-75x-77=0\Leftrightarrow x=-1 \text{ hoặc } x=\frac{77}{2}.$$

⇨ Do $x\in\mathbb{Z}$ nên $C=\left\{-1\right\}$.

Bài 02.

Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử

① $A=\left\{n\in\mathbb{N}^*\middle|3<n^2<30\right\}$.

② $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\middle||x|<3\right\}$.

③ $C=\{x\,|\,x=3k$ với $k\in\mathbb{Z}$ và $-4<x<12\}$.

Lời giải

① $A=\left\{n\in\mathbb{N}^*\middle|3<n^2<30\right\}$.

◆ Với $3<n^2<30$ và $n\in\mathbb{N}^*$ nên chọn $n=2;3;4;5$. Vậy $A=\left\{2;3;4;5\right\}$.

② $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\middle||x|<3\right\}$.

◆ Vì $x<|3|\Leftrightarrow -3<x<3$.

⇨ Do $x\in\mathbb{Z}$ nên $B=\left\{-2;-1;0;1;2\right\}$.

③ $C=\{x\,|\,x=3k$ với $k\in\mathbb{Z}$ và $-4<x<12\}$.

◆ Ta có $-4<x<12\Leftrightarrow -4<3k<12\Leftrightarrow -\frac{4}{3}<k<4$.

◆ Do $k\in\mathbb{Z}$ nên ta chọn $k\in\left\{-1;0;1;2;3\right\}$ suy ra $x=3k\in\left\{-3;0;3;6;9\right\}$.

⇨ Vậy $C=\left\{-3;0;3;6;9\right\}$.

Bài 03.

Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử.

① Tập hợp các số chính phương.

② Tập hợp các ước chung của 36 và 120.

③ Tập hợp các bội chung của 8 và 15.

Lời giải

① Tập hợp các số chính phương $\longrightarrow \{0;1;4;9;16;25;...\}$.

② Tập hợp các ước chung của 36 và 120 $\longrightarrow \{\pm 1;\pm 2;\pm 4;\pm 6;\pm 12\}$.

③ Tập hợp các bội chung của 8 và 15 $\longrightarrow \{\pm 0;\pm 120;\pm 240;\pm 1360;...\}$.

Bài 04.

Viết mỗi tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng

① $A=\{2;3;5;7\}$.

② $B=\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

③ $C=\{-5;0;5;10\}$.

④ $D=\{1;2;3;4;6;9;12;18;36\}$.

Lời giải

① $A=\{2;3;5;7\} \longrightarrow A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x$ nguyên tố và $x<10\}$.

② $B=\{-3;-2;-1;0;1;2;3\} \longrightarrow B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,|x|\le 3\}$.

③ $C=\{-5;0;5;10\} \longrightarrow C=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x\vdots 5,-5\le x\le 10\}$.

④ $D=\{1;2;3;4;6;9;12;18;36\} \longrightarrow D=\{n\in\mathbb{N}\,|\,x$ là ước của $36\}$

Bài 05.

Viết mỗi tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng.

① $A=\left\{\frac{2}{3};\frac{3}{8};\frac{4}{15};\frac{5}{24};\frac{6}{35}\right\}$.

② $B=\{0;3;8;15;24;35\}$.

③ $C=\{-4;1;6;11;16\}$.

④ $D=\{1;-2;7\}$

Lời giải

① $A=\left\{\frac{2}{3};\frac{3}{8};\frac{4}{15};\frac{5}{24};\frac{6}{35}\right\} \longrightarrow A=\left\{\frac{n}{n^2-1}\,|\,n\in\mathbb{N},2\le n\le 6\right\}$

② $B=\{0;3;8;15;24;35\} \longrightarrow B=\{n^2-1\,|\,n\in\mathbb{N},1\le n\le 6\}$.

③ $C=\{-4;1;6;11;16\} \longrightarrow C=\{n\in\mathbb{N}\,|\,5n-4\}$.

④ $D=\{1;-2;7\} \longrightarrow D=\{x\in\mathbb{R}\,|\,(x-1)(x+2)(x-7)=0\}$

Bài 06.

Viết mỗi tập hợp sau đây theo cách nêu tính chất đặc trưng.

① Tập hợp các điểm M trên mặt phẳng (P), thuộc đường tròn tâm O và đường kính $2R$.

② Tập hợp các điểm M trên mặt phẳng (P), thuộc hình tròn tâm O.

Lời giải

① Tập hợp các điểm M trên mặt phẳng (P), thuộc đường tròn tâm O và đường kính $2R$.

$A=\{M\in(P)|OM=R$ với O là điểm cố định cho trước $\}$.

② Tập hợp các điểm M trên mặt phẳng (P), thuộc hình tròn tâm O.

$B=\{M\in(P)|OM\le R$ với O là điểm cố định cho trước $\}$.

Bài 07.

Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập rỗng?

① $A=\left\{x\in\mathbb{R}\left|x^2-x+1=0\right.\right\}$.

② $B=\left\{x\in\mathbb{Q}\left|x^2-4x+2=0\right.\right\}$.

③ $C=\left\{x\in\mathbb{Z}\left|6x^2-7x+1=0\right.\right\}$.

④ $D=\left\{x\in\mathbb{Z}\left||x|<1\right.\right\}$

Lời giải

① $A=\left\{x\in\mathbb{R}\left|x^2-x+1=0\right.\right\}$.

- Phương trình $x^2-x+1=0$ có $\Delta<0$ nên vô nghiệm. Do đó $A=\varnothing$.

② $B=\left\{x\in\mathbb{Q}\left|x^2-4x+2=0\right.\right\}$.

- Phương trình $x^2-4x+2=0$ có 2 nghiệm $x=2\pm\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$. Do đó $B=\varnothing$.

③ $C=\left\{x\in\mathbb{Z}\left|6x^2-7x+1=0\right.\right\}$.

- Phương trình $6x^2-7x+1=0$ có nghiệm $x=1\in\mathbb{Z}$. Do đó $C\ne\varnothing$.

④ $D=\left\{x\in\mathbb{Z}\left||x|<1\right.\right\}$

- Chọn $x=0\in\mathbb{Z},|0|<1$. Do đó $D\ne\varnothing$.

Bài 08.

Viết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử.

① $A=\left\{x\in\mathbb{N}\left|\sqrt{x}\le4\right.\right.$ và x là bội của $3\left.\right\}$.

② $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\left|\left(x^2-2x\right)\left(2x^2-3x-5\right)=0\right.\right\}$.

③ $C=\left\{x\in\mathbb{Q}\left|\left(x-\frac{1}{2}\right)\left[x^2-\left(1+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}\right]=0\right.\right\}$.

④ $D=\left\{x\in\mathbb{R}\left|(x-1)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2x-3}\right)=0\right.\right\}$.

Lời giải

① $A=\left\{x\in\mathbb{N}\left|\sqrt{x}\le4\right.\right.$ và x là bội của $3\left.\right\}$.

- Ta có $\sqrt{x}\le4\Leftrightarrow0\le x\le16$.

◆ Hơn nữa $x\in\mathbb{N}$ và x là bội của 3 nên $A=\{0;3;6;9;12;15\}$.

② $B=\left\{x\in\mathbb{Z}\middle|\left(x^2-2x\right)\left(2x^2-3x-5\right)=0\right\}$.

◆ Phương trình $\left(x^2-2x\right)\left(2x^2-3x-5\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-2x=0\\2x^2-3x-5=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;x=2\\x=-1;x=\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$.

◆ Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $B=\{-1;0;2\}$.

③ $C=\left\{x\in\mathbb{Q}\middle|\left(x-\frac{1}{2}\right)\left[x^2-\left(1+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}\right]=0\right\}$.

◆ Phương trình $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left[x^2-\left(1+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-\dfrac{1}{2}=0\\x^2-\left(1+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\x=1;x=\sqrt{3}\end{array}\right.$.

◆ Vì $x\in\mathbb{Q}$ nên $C=\left\{\frac{1}{2};1\right\}$.

④ $D=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|(x-1)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2x-3}\right)=0\right\}$.

◆ Phương trình $(x-1)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2x-3}\right)=0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2x-3\ge0\\\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x-\sqrt{3}=0\\\sqrt{2x-3}=0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\ge\dfrac{3}{2}\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\sqrt{3}\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{3}\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.

◆ Vì $x\in\mathbb{R}$ nên $D=\left\{\frac{3}{2};\sqrt{3}\right\}$.

Bài 09.

① Cho A là tập hợp các số chẵn có hai chữ số. Hỏi A có bao nhiêu phần tử?

② Cho B là tập hợp các số lẻ có ba chữ số. Hỏi B có bao nhiêu phần tử?

③ Cho C là tập hợp các số nguyên dương bé hơn 500 và là bội của 3. Hỏi C có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

① Cho A là tập hợp các số chẵn có hai chữ số. Hỏi A có bao nhiêu phần tử?

◆ Mỗi số tự nhiên chẵn có dạng $2k\left(k\in\mathbb{N}\right)$. Theo giả thiết ta có $10\le2k\le100$.

Suy ra $A=\{2k\,|\,5\le k<50,k\in\mathbb{N}\}$. Vậy A có 45 phần tử.

② Cho B là tập hợp các số lẻ có ba chữ số. Hỏi B có bao nhiêu phần tử?

- Ta có $B=\{100;103;...;999\}$,
- Các phần tử của B hơn kém nhau 2 đơn vị nên số phần tử là $\frac{999-101}{2}+1=500$ số.

③ Cho C là tập hợp các số nguyên dương bé hơn 500 và là bội của 3. Hỏi C có bao nhiêu phần tử?

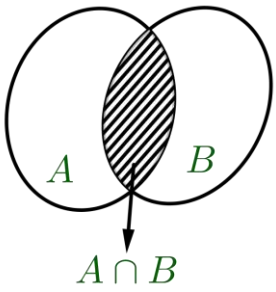
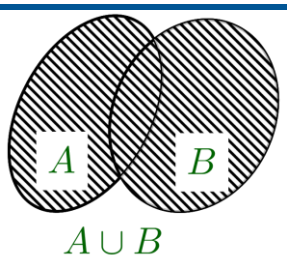
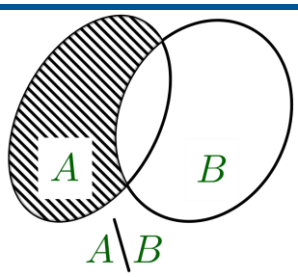
- Mỗi số nguyên dương là bội của 3 có dạng $3k\left(k\in\mathbb{N}\right)$.
- Theo giả thiết ta có $0<3k<500$. Suy ra $A=\{3k\mid 0<k<167, k\in\mathbb{N}\}$.

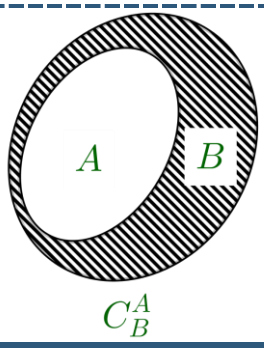
Vậy A có 166 phần tử.

Dạng 02. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP.

Phương pháp giải

Ta có các phép toán sau:

Phép toán	Định nghĩa	Ký hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
01. *Phép giao*	Giao hai tập hợp của A và B là một tập hợp gồm các phần tử chung của A và B.	$A\cap B$	$x\in A\cap B$ $\Leftrightarrow x\in A$ và $x\in B$	
02. *Phép hợp*	Hợp hai tập hợp của A và B là một tập hợp gồm các phần tử chung và riêng của A và B.	$A\cup B$	$x\in A\cup B$ $\Leftrightarrow x\in A$ hoặc $x\in B$	
03. *Phép hiệu*	Hiệu của hai tập hợp A và B là một tập hợp gồm các phần tử thuộc A và không thuộc B.	$A\setminus B$	$x\in A\setminus B$ $\Leftrightarrow x\in A$ và $x\notin B$	

04 *Phần bù*	• Khi $B \subset A$ thì $A \setminus B$ gọi là phần bù của B trong A kí hiệu $C_A B$.	$C_A B$	$x \in A \setminus B$ $\Leftrightarrow x \in A$ và $x \notin B$	 C_B^A

Bài 01.

Cho hai tập A, B khác $\varnothing$; $A \cup B$ có 6 phần tử, số phần tử của $A \cap B$ bằng nửa số phần tử của B. Hỏi A, B có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Gọi x là số phần tử của A, y là số phần tử của B. Điều kiện $x, y \in \mathbb{Z}^+$.

- $A \cup B$ có 6 phần tử nên ta có phương trình $x + y \geq 6$.
- Số phần tử của $A \cap B$ bằng nửa số phần tử của B nên ta có phương trình $x \geq y$.
- Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y \geq 6 & (1) \\ x \geq y & (2) \\ x, y \in \mathbb{Z}^+ & (3) \end{cases}$.
- Từ (1) và (2), suy ra $2x \leq x + y \leq 6$ nên $x \geq 3$.
- Mặt khác $y \geq 1$ nên $x = 6 - y \leq 5$.

Vậy kết quả có thể xảy ra là $|A| = 3$ và $|B| = 6$; $|A| = 4$ và $|B| = 4$; $|A| = 5$ và $|B| = 2$.

Bài 02.

Cho hai tập hợp $A = \{0;1;2;3;4\}$ và $B = \{0;1;2;3;4;5;6\}$.

① Tìm các tập $A \setminus B, B \setminus A, A \cup B, A \cap B$.

② Tìm các tập $(A \setminus B) \cup (B \setminus A), (A \setminus B) \cap (B \setminus A)$.

Lời giải

① Tìm các tập $A \setminus B, B \setminus A, A \cup B, A \cap B$.

- Ta có $A \setminus B = \{0;1\}$, $B \setminus A = \{5;6\}$, $A \cup B = \{0;1;2;3;4;5;6\}$, $A \cap B = \{2;3;4\}$.

② Tìm các tập $(A \setminus B) \cup (B \setminus A), (A \setminus B) \cap (B \setminus A)$.

- Ta có $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{0;1;5;6\}$, $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \varnothing$.

Bài 03.

Cho A là tập hợp các học sinh lớp 10 đang học ở trường em, B là tập hợp học sinh đang học Tiếng Anh ở trường em. Hãy diễn đạt bằng lời các tập hợp sau:

① $A\cap B$. ② $A\setminus B$. ③ $A\cup B$. ④ $B\setminus A$.

Lời giải

① $A\cap B$ là tập hợp các học sinh lớp 10 học môn Tiếng Anh của trường em.

② $A\setminus B$ là tập hợp các học sinh học lớp 10 nhưng không học môn Tiếng Anh của trường em.

③ $A\cup B$ là tập hợp các học sinh hoặc học lớp 10 hoặc học môn Tiếng Anh của trường em.

④ $B\setminus A$ là tập hợp các học sinh học môn Tiếng Anh nhưng không học lớp 10 của trường em.

Bài 04.

Cho hai tập A và B dưới đây. Viết tập $A\cap B, A\cup B$ bằng hai cách.

① $A=\{x\mid x$ là ước nguyên dương của $12\}$ và $B=\{x\mid x$ là ước nguyên dương của $18\}$

② $A=\{x\mid x$ là bội nguyên dương của $6\}$ và $B=\{x\mid x$ là bội nguyên dương của $15\}$.

Lời giải

① $A=\{x\mid x$ là ước nguyên dương của $12\}$ và $B=\{x\mid x$ là ước nguyên dương của $18\}$

- $A\cap B=\{x\mid x$ là ước nguyên dương của $6\}=\{1;2;3;6\}$.
- $A\cup B=\{x\mid x$ là ước nguyên dương của 12 hoặc $18\}=\{1;2;3;4;6;9;12;18\}$.

② $A=\{x\mid x$ là bội nguyên dương của $6\}$ và $B=\{x\mid x$ là bội nguyên dương của $15\}$.

- $A\cap B=\{x\mid x$ là bội nguyên dương của $30\}=\{30;60;90;\ldots;30n,\ldots\}$.
- $A\cup B=\{x\mid x$ là bội nguyên dương của 6 hoặc $15\}=\{6;12;15;18;24;30;\ldots\}$.

Bài 05.

Cho các tập hợp $A=\{1;2;3;4\}$, $B=\{2;4;6;8\}$, $C=\{3;4;5;6\}$. Tìm $A\cup B, A\cup C, B\cup C$, $A\cap B, A\cap C, B\cap C, (A\cup B)\cap C, A\cup(B\cap C)$.

Lời giải

- $A\cup B=\{1;2;3;4;6;8\}$.
- $A\cup C=\{1;2;3;4;5;6\}$.
- $B\cup C=\{2;3;4;5;6;8\}$.
- $A\cap B=\{2;4\}$.
- $A\cap C=\{3;4\}$.
- $B\cap C=\{4;6\}$.
- $(A\cup B)\cap C=\{3;4;6\}$.
- $A\cup(B\cap C)=\{1;2;3;4;6\}$.

Bài 06.

Cho tập hợp A các ước số tự nhiên của 18 và tập hợp B các ước số tự nhiên của 30. Xác định $A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$.

Lời giải

- Ta có $A = \{1;2;3;6;9;18\}$ và $B = \{1;2;3;5;6;10;15;30\}$.
- $A \cap B = \{1;2;3;6\}$.
- $A \cup B = \{1;2;3;5;6;9;10;15;18;30\}$.
- $A \setminus B = \{9;18\}$.
- $B \setminus A = \{5;10;15;30\}$.

Bài 07.

Cho $A = \{x \in N \mid x \le 5\}$, $B = \{x \in N \mid x = 3k-1, k \in N, k \le 3\}$. Xác định tập A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Lời giải

- Ta có: $A = \{0;1;2;3;4;5\}$, $B = \{-1;2;5;8\}$ nên
- $A \cap B = \{2;5\}$
- $A \cup B = \{-1;0;1;2;3;4;5;8\}$
- $A \setminus B = \{0;1;3;4\}$
- $B \setminus \mathrm{A} = \{-1;8\}$.

Bài 08.

Cho tập hợp $E = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ và các tập hợp con $A = \{1;2;3;4\}$, $B = \{2;4;6;8\}$. Xác định $C_E A$, $C_E B$, $C_E(A \cup B)$, $C_E A \cap C_E B$

Lời giải

Ta có

- $C_E A = E \setminus A = \{5;6;7;8;9\}$
- $C_E B = E \setminus \mathrm{B} = \{1;3;5;7;9\}$
- $A \cup B = \{1;2;3;4;6;8\}$ nên $C_E(A \cup B) = \{5;7;9\}$
- $C_E A \cap C_E B = \{5;7;9\}$.

Bài 09.

Cho các tập hợp sau $A = \{x \in Z \mid -1 \le x < 6\}$, $B = \{x \in Q \mid (1-3x)(x^4 - 3x^2 + 2) = 0\}$ $C = \{0;1;2;3;4;5;6\}$.

① Viết các tập hợp A, B dưới dạng liệt kê các phần tử.

② Tìm $A\cap B$, $A\cup B$, $A\setminus B$, $C_{B\cup A}A\cap B$.

③ Chứng minh rằng $A\cap\left(B\cup C\right)=A$.

Lời giải

① Viết các tập hợp A, B dưới dạng liệt kê các phần tử.

- Ta có: $A=\left\{-1;0;1;2;3;4;5\right\}$, $B=\left\{-1;\frac{1}{3};1\right\}$.

② Tìm $A\cap B$, $A\cup B$, $A\setminus B$, $C_{B\cup A}A\cap B$.

- $A\cap B=\left\{-1;1\right\}$, $A\cup B=\left\{-1;0;\frac{1}{3};1;2;3;4;5\right\}$, $A\setminus B=\left\{0;2;3;4;5\right\}$,
- $C_{B\cup A}A\cap B=\left(B\cup A\right)\setminus\left(A\cap B\right)=\left\{0;\frac{1}{3};2;3;4;5\right\}$.

③ Chứng minh rằng $A\cap\left(B\cup C\right)=A$.

- Ta có $B\cup C=\left\{-1;0;1;2;3;4;5;6\right\}$ nên $A\cap\left(B\cup C\right)=\left\{-1;0;1;2;3;4;5\right\}=A$.

Bài 10.

Cho tập hợp $A=\left\{x\in R\,|\,\left(x^2+7x+6\right)\left(x^2-4\right)=0\right\}$, $B=\left\{x\in N\,|\,2x\le 8\right\}$, $C=\left\{2x+1\,|\,x\in Z\,va-2\le x\le 4\right\}$.

① Viết các tập hợp A, B, C dưới dạng liệt kê các phần tử.

② Tìm $A\cap B$, $A\cup B$, $B\setminus C$, $C_{A\cup B}\left(B\setminus C\right)$.

③ Tìm $\left(A\cup C\right)\setminus B$.

Lời giải

① Viết các tập hợp A, B, C dưới dạng liệt kê các phần tử.

- Ta có: $\left(x^2+7x+6\right)\left(x^2-4\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+7x+6=0\\x^2-4=0\end{array}\right.$ nên $A=\left\{-6;-2;-1;2\right\}$,
- $2x\le 8\Leftrightarrow x\le 4$ nên $B=\left\{0;1;2;3;4\right\}$,
- $x\in\left\{-2;-1;0;1;2;3;4\right\}$ nên $C=\left\{-3;-1;1;3;5;7;9\right\}$.

② Tìm $A\cap B$, $A\cup B$, $B\setminus C$, $C_{A\cup B}\left(B\setminus C\right)$.

- $A\cup B=\left\{-6;-2;-1;0;1;2;3;4\right\}$,
- $A\cap B=\left\{2\right\}$,
- $B\setminus C=\left\{0;2;4\right\}$,
- $C_{A\cup B}\left(B\setminus C\right)=\left\{-6;-2;-1;1;3\right\}$.

③ Tìm $(A\cup C)\setminus B$.

• Ta có $A\cup C=\{-6;-3;-2;-1;1;2;3;5;7;9\}$ nên $(A\cup C)\setminus B=\{-6;-3;-2;-1;5;7;9\}$.

Bài 11.

Xác định hai tập hợp A và B biết rằng: $A\setminus B=\{1;5;7;8\}$, $B\setminus A=\{2;10\}$, $A\cap B=\{3;6;9\}$.

Lời giải

• Theo định nghĩa về phép hiệu hai tập hợp ta có:

$$\begin{cases}A\setminus B=\{1;5;7;8\}\subset A\\ A\setminus B=\{1;5;7;8\}\not\subset B\end{cases}\text{ và }\begin{cases}B\setminus A=\{2;10\}\subset B\\ B\setminus A=\{2;10\}\not\subset A\end{cases}$$

• Mặc khác ta có $\begin{cases}A\cap B=\{3;6;9\}\subset B\\ A\cap B=\{3;6;9\}\subset A\end{cases}$

• Do đó $A=(A\setminus B)\cup(A\cap B)=\{1;3;5;6;7;8;9\}$ và $B=(\mathrm{B}\setminus\mathrm{A})\cup(A\cap B)=\{2;3;6;9;10\}$.

Bài 12.

Cho hai tập hợp $A=\{1;2\}$ và $B=\{1;2;3;4\}$. Tìm tất cả các tập hợp X sao cho $A\cup X=B$.

Lời giải

• Các tập X cần tìm thỏa mãn yêu cầu Câu toán là $\{3;4\}$; $\{1;3;4\}$; $\{2;3;4\}$; $\{1;2;3;4\}$.

Bài 13.

Cho các tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x<5\}$ và $B=\{x\in\mathbb{R}\mid -3\le x\le 7\}$. Tìm $A\cap B$; $A\cup B$.

Lời giải

• Ta có $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x<5\}=(-\infty;5)$, $B=\{x\in\mathbb{R}\mid -3\le x\le 7\}=[-3;7]$.

• Do đó $A\cap B=[-3;5)$ và $A\cup B=(-\infty;7]$.

Bài 14.

Cho đoạn $A=[-5;1]$ và khoảng $B=(-3;2)$. Xác định $A\cup B; A\cap B, A\setminus B, C_{\mathbb{R}}B$.

Lời giải

Ta có $A\cup B=[-5;2)$;

$A\cap B=(-3;1]$;

$A\setminus B=[-5;-3]$;

$C_{\mathbb{R}}B=\mathbb{R}\setminus B=(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

Bài 15.

Cho hai nửa khoảng $A=(-1;0]$ và $B=[0;1)$. Xác định $A\cup B; A\cap B, C_{\mathbb{R}}A, A\setminus B, B\setminus A$.

Lời giải

Ta có $A\cup B=(-1;1)$;

$A\cap B=\{0\}$;

$C_{\mathbb{R}}A=\mathbb{R}\setminus A=(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$;

$A\setminus B=(-1;0)$;

$B\setminus A=(0;1)$.

Bài 16.

Cho hai nửa khoảng $A=(0;2]$ và $B=[1;4]$. Xác định $C_{\mathbb{R}}(A\cup B), C_{\mathbb{R}}(A\cap B)$.

Lời giải

$A\cup B=(0;4)\Rightarrow C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$.

$A\cap B=[1;2]\Rightarrow C_{\mathbb{R}}(A\cap B)=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Bài 17.

Cho các tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x^2\le 4\}$, $B=\{x\in\mathbb{R}\mid x<1\}$. Viết các tập hợp $A\cup B, A\cap B, A\setminus B, C_{\mathbb{R}}B$ dưới dạng các khoảng, đoạn, nửa khoảng.

Lời giải

Ta có $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x^2\le 4\}=[-2;2]$, $B=\{x\in\mathbb{R}\mid x<1\}=(-\infty;1)$.

Suy ra $\begin{cases} A\cup B=(-\infty;2] \\ A\cap B=[-2;1) \\ A\setminus B=[1;2] \\ C_{\mathbb{R}}B=[1;+\infty) \end{cases}$;

Bài 18.

Xác định các tập hợp $A\cup B, A\setminus C, A\cap B\cap C$ biết

① $A=\{x\in\mathbb{R}\mid -1\le x\le 3\}, B=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 1\}, C=(-\infty;1)$.

② $A=\{x\in\mathbb{R}\mid -2\le x\le 2\}, B=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 3\}, C=(-\infty;0)$

Lời giải

① $A=\{x\in\mathbb{R}\mid -1\le x\le 3\}, B=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 1\}, C=(-\infty;1)$.

Ta có $A=[-1;3], B=[1;+\infty)$.

Suy ra $A\cup B=[-1;+\infty), A\setminus C=[1;3], A\cap B=[1;3]\Rightarrow A\cap B\cap C=\varnothing$.

② $A=\{x\in\mathbb{R}\mid -2\le x\le 2\}, B=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 3\}, C=(-\infty;0)$

Ta có $A=[-2;2], B=[3;+\infty)$.

Suy ra $A\cup B=[-2;2]\cup[3;+\infty), A\setminus C=[0;2], A\cap B=\varnothing \Rightarrow A\cap B\cap C=\varnothing$.

Bài 19.

Tìm $A\cup B; A\cap B; A\setminus B; B\setminus A.$ biết

① $A=(2;7]$ và $B=[4;+\infty)$

② $A=(-2;7)$ và $B=[1;3]$

③ $A=\{1;2;6;8;15;17\}$ và $B=(3;10]$.

Lời giải

① $A=(2;7]$ và $B=[4;+\infty)$

Ta có $A\cup B=(2;+\infty); A\cap B=[4;7]; A\setminus B=(2;4); B\setminus A=(7;+\infty)$.

② $A=(-2;7)$ và $B=[1;3]$

Ta có $A\cup B=(-2;7); A\cap B=(-2;3]; A\setminus B=(-2;1)\cup(3;7); B\setminus A=\varnothing$.

③ $A=\{1;2;6;8;15;17\}$ và $B=(3;10]$.

Ta có $A\cup B=\{1;2\}\cup(3;10]\cup\{15;17\}; A\cap B=\{6;8\}; A\setminus B=\{1;2;15;17\}; B\setminus A=(3;10]\setminus\{6;8\}$.

Bài 20.

Cho $A\subset B$ và $B\subset C$. Hãy xác định các tập hợp sau đây

① $A\cup(B\setminus C)$ ② $A\setminus(B\cap C)$

③ $(A\cap C)\cup B$ ④ $(A\setminus C)\cap B$

⑤ $(A\cup B)\cap C$ ⑥ $(A\cap C)\cup(B\cap C)$

Lời giải

① $B\setminus C=\varnothing$; $A\cup(B\setminus C)=A\cup\varnothing=A$.

② $B\cap C=B$; $A\setminus(B\cap C)=A\setminus B=\varnothing$.

③ $A\cap C=A$; $(A\cap C)\cup B=A\cup B=B$.

④ $A\setminus C=\varnothing$; $(A\setminus C)\cap B=\varnothing\cap B=\varnothing$.

⑤ $A\cup B=B$; $(A\cup B)\cap C=B\cap C=B$.

⑥ $A\cap C=A$; $B\cap C=B$; $(A\cap C)\cup(B\cap C)=A\cup B=B$.

Dạng 03. TÌM THAM SỐ ĐỂ THỎA PHÉP TOÁN.

Phương pháp giải

❍ Ta áp dụng định nghĩa và các phép toán trên tập hợp để biện luận.

Bài 01.

Cho các tập hợp $X=\{x\in\mathbb{R}\mid x^2-25\le 0\}$, $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le a\}$, $B=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge b\}$.

Tìm a,b để $A\cap X, B\cap X$ là các đoạn có độ dài lần lượt là 7 và 9.

Lời giải

Ta viết lại $X=[-5;5]$, $A=(-\infty;a]$, $B=[b;+\infty)$.

❒ Tìm a để $A\cap X$ là một đoạn có độ dài bằng 7:

⊙ Nếu $a\ge 5$ thì $A\cap X=X=[-5;5]$ có độ dài bằng 10 nên không thỏa mãn Câu toán.

⊙ Nếu $-5\le a<5$ thì $A\cap X=[-5;a]$. Để $A\cap X$ là một đoạn có độ dài bằng 7 thì $a-(-5)=7\Leftrightarrow a=2$ (thỏa mãn).

⊙ Nếu $a<-5$ thì $A\cap X=\varnothing$ nên không thỏa mãn Câu toán.

❒ Tìm b để $B\cap X$ là một đoạn có độ dài bằng 9:

⊙ Nếu $b\le -5$ thì $B\cap X=X=[-5;5]$ có độ dài bằng 10 nên không thỏa mãn Câu toán.

⊙ Nếu $-5<b\le 5$ thì $B\cap X=[b;5]$. Để $A\cap X$ là một đoạn có độ dài bằng 7 thì $5-b=9\Leftrightarrow b=-4$ (thỏa mãn).

⊙ Nếu $b>5$ thì $B\cap X=\varnothing$ nên không thỏa mãn Câu toán.

⇨ Vậy $a=2;b=-4$.

Bài 02.

Cho hai tập khác rỗng $A=(m-1;4]$ và $B=(-2;2m+2)$, với $m\in\mathbb{R}$. Xác định m để:

① $A\cap B\ne\varnothing$. ② $A\subset B$. ③ $B\subset A$. ④ $(A\cap B)\subset(-1;3)$.

Lời giải

◆ Với $A=(m-1;4]$ và $B=(-2;2m+2)$ khác tập rỗng nên:

$$\begin{cases}m-1<4\\2m+2>-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<5\\m>-2\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<5\,(*).$$

① $A\cap B\ne\varnothing$.

◆ Ta có: $A\cap B\ne\varnothing\Leftrightarrow m-1<2m+2\Leftrightarrow m>-3$.

◆ Đối chiếu điều kiện $(*)$, ta chọn $-2<m<5$ thỏa mãn.

② $A\subset B$.

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

◆ Ta có $A\subset B\Leftrightarrow\begin{cases}m-1\ge -2\\2m+2>4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -1\\m>1\end{cases}\Leftrightarrow m>1$.

◆ Đối chiếu điều kiện $(*)$, ta chọn $1<m<5$ thỏa mãn.

③ $B\subset A$.

◆ Ta có $B\subset A\Leftrightarrow\begin{cases}m-1\le -2\\2m+2\le 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -1\\m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow m\le -1$.

◆ Đối chiếu điều kiện $(*)$, ta chọn $-2<m\le -1$ thỏa mãn.

④ $(A\cap B)\subset(-1;3)$.

Ta xét các trường hợp sau:

⊙ ***Trường hợp 1.*** $A\cap B=(-2;4]\not\subset(-1;3)$.

⊙ ***Trường hợp 2.*** $A\cap B=A=(m-1;4]\not\subset(-1;3)$

⊙ ***Trường hợp 3.*** $A\cap B=B=(-2;2\text{m}+2]\not\subset(-1;3)$

⊙ ***Trường hợp 4.*** $A\cap B=B=(m-1;2m+2]\subset(-1;3)\Leftrightarrow\begin{cases}m-1\ge -1\\2m+2\le 3\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m\le\frac{1}{2}$.

Đối chiếu điều kiện $(*)$, ta chọn $0\le m\le\frac{1}{2}$ thỏa mãn Câu toán.

Bài 03.

Cho các tập hợp $A=(-\infty;m)$ và $B=[3m-1;3m+3]$. Tìm m để:

① $A\subset C_{\mathbb{R}}B$. ② $C_{\mathbb{R}}A\cap B\ne\varnothing$.

Lời giải

① $A\subset C_{\mathbb{R}}B$.

Ta có $C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;3m-1)\cup(3m+3;+\infty)$.

Suy ra $A\subset C_{\mathbb{R}}B\Leftrightarrow m\le 3m-1\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{2}$.

② $C_{\mathbb{R}}A\cap B\ne\varnothing$.

Ta có $C_{\mathbb{R}}A=[m;+\infty)$ suy ra $C_{\mathbb{R}}A\cap B\ne\varnothing\Leftrightarrow m\le 3m+3\Leftrightarrow m\ge-\frac{3}{2}$.

Bài 04.

Cho ba tập hợp $A=[-2;3),B=[-3;2015)$ và $C=[-2016;+\infty)$.

Tính: $C_{\mathbb{R}}^{A},C_{B}^{A},C_{C}^{A},C_{\mathbb{R}}^{B},C_{C}^{B},C_{\mathbb{R}}^{A\cap B},C_{C}^{A\cap B}$.

Lời giải

◆ $C_{\mathbb{R}}^{A}=(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.

◆ $C_{B}^{A}=[-3;-2)\cup[3;2015)$.

- $C_C^A = [-2016;-2) \cup [3;+\infty)$.
- $C_{\mathbb{R}}^B = (-\infty;-3) \cup [2015;+\infty)$.
- $C_C^B = [-2016;-3) \cup [2015;+\infty)$.

Ta có: $A \cap B = A$ nên

- $C_{\mathbb{R}}^{A\cap B} = C_{\mathbb{R}}^A = (-\infty;-2) \cup [3;+\infty)$.
- $C_C^{A\cap B} = C_C^A = [-2016;-2) \cup [3;+\infty)$.

Bài 05.

Có thể kết luận gì về số a, biết

① $(-1;3) \cap (a;+\infty) = \varnothing$.

② $[3;12) \setminus (-\infty;a) = \varnothing$.

③ $(5;a) \cup (2;8) = (2;8)$.

Lời giải

Theo đề thì ta có kết quả

① $(-1;3) \cap (a;+\infty) = \varnothing \Leftrightarrow a \ge 3$.

② $[3;12) \setminus (-\infty;a) = \varnothing \Leftrightarrow a \ge 12$.

③ $(5;a) \cup (2;8) = (2;8) \Leftrightarrow 5 < a \le 8$.

Bài 06.

Cho hai tập hợp $A = [-4;1], B = [-3;m]$. Tìm m để

① $A \cap B = [-3;1]$. ② $A \cup B = A$

Lời giải

Điều kiện: $m > -3$.

① $A \cap B = [-3;1]$.

- Để $A \cap B = [-3;1]$ khi và chỉ khi $m \ge 1$: thỏa mãn điều kiện.

⇨ Vậy $m \ge 1$ là giá trị cần tìm.

② $A \cup B = A$

- Để $A \cup B = A$ khi và chỉ khi $B \subset A$, tức là $m \le 1$.
- Đối chiếu điều kiện, ta được $-3 < m \le 1$ là giá trị cần tìm thỏa mãn yêu cầu.

Bài 07.

Cho hai tập hợp $A=(m-1;5)$ và $B=(3;+\infty)$. Tìm m để $A\setminus B=\varnothing$.

Lời giải

- Điều kiện: $m-1<5\Leftrightarrow m<6$.
- Để $A\setminus B=\varnothing$ khi và chỉ khi $A\subset B$, tức là $3\le m-1\Leftrightarrow m\ge 4$.
- Đối chiếu điều kiện, ta được $4\le m<6$.

⇨ Vậy $4\le m<6$ thỏa mãn yêu cầu Câu toán.

Bài 08.

Cho hai tập hợp $A=(-4;3)$ và $B(m-7;m)$. Tìm m để $B\subset A$.

Lời giải

- Điều kiện: $m\in\mathbb{R}$.
- Để $B\subset A$ khi và chỉ khi $\begin{cases}m-7\ge -4\\ m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 3\\ m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow m=3$.

⇨ Vậy $m=3$ thỏa mãn yêu cầu Câu toán.

Bài 09.

Cho hai tập hợp $A=(-\infty;m)$ và $B=(5;+\infty)$. Tùy theo m, tìm $A\cap B$.

Lời giải

- Nếu $m\le 5$ thì $A\cap B=\varnothing$.
- Nếu $m>5$ thì $A\cap B=(5;m]$.

Bài 10.

Cho số thực $a<0$ và hai tập hợp $A=(-\infty;9a)$, $B=\left(\frac{4}{a};+\infty\right)$. Tìm a để $A\cap B\ne\varnothing$.

Lời giải

- Để hai tập hợp A và B giao nhau khác rỗng khi và chỉ khi $9a>\frac{4}{a}\Leftrightarrow 9a^2<4\left(\text{do } a<0\right)$

$\Leftrightarrow a^2<\frac{4}{9}\Leftrightarrow -\frac{2}{3}<a<0$.

⇨ Vậy $-\frac{2}{3}<a<0$ thỏa mãn yêu cầu Câu toán.

Bài 11.

Tìm các giá trị thực của tham số a sao cho $\left[a;\frac{a+1}{2}\right]\subset(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

◆ Điều kiện: $a<\dfrac{a+1}{2}\Leftrightarrow a<1$.

◆ Vì $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$ là hai khoảng rời nhau nên yêu cầu thỏa mãn khi $\left[a;\dfrac{a+1}{2}\right]\subset(-\infty;-1)$ hoặc $\left[a;\dfrac{a+1}{2}\right]\subset(1;+\infty)$.

⊙ *Trường hợp 1.* $\left[a;\dfrac{a+1}{2}\right]\subset(-\infty;-1)\Leftrightarrow\dfrac{a+1}{2}<-1\Leftrightarrow a<-3$

⊙ *Trường hợp 2.* $\left[a;\dfrac{a+1}{2}\right]\subset(1;+\infty)\Leftrightarrow a>1$: không thỏa mãn điều kiện.

⇨ Vậy $a<-3$ thỏa mãn yêu cầu Câu toán.

Bài 12.

Cho hai tập hợp $A=(-\infty;a)$, $B=[b;+\infty)$. Tìm điều kiện đối với a,b để

① $A\cap B=\varnothing$.

② $A\cup B=\mathbb{R}$.

③ $\mathbb{R}\setminus A=B$.

④ $(\mathbb{R}\setminus A)\cap(\mathbb{R}\setminus B)\neq\varnothing$.

Lời giải

① $A\cap B=\varnothing$.

⇨ Để $A\cap B=\varnothing$ khi và chỉ khi $a\le b$.

② $A\cup B=\mathbb{R}$

⇨ Để $A\cup B=\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a\ge b$.

③ $\mathbb{R}\setminus A=B$.

⇨ Để $\mathbb{R}\setminus A=B$ (hay B là phần bù của A trong $\mathbb{R}$) khi và chỉ khi $a=b$.

④ $(\mathbb{R}\setminus A)\cap(\mathbb{R}\setminus B)\neq\varnothing$.

◆ Ta có $(\mathbb{R}\setminus A)=[a;+\infty)=A'$ và $(\mathbb{R}\setminus B)=(-\infty;b)=B'$.

⇨ Để $(\mathbb{R}\setminus A)\cap(\mathbb{R}\setminus B)\neq\varnothing$ tức là $A'\cap B'\neq\varnothing$ khi và chỉ khi $b>a$.

Bài 13.

Cho hai tập hợp $A=(2m-1;m+3)$, $B=(-4;5)$. Tìm m để

① $A\subset B$.

② $B\subset A$.

③ $A\cap B=\varnothing$.

Lời giải

- Điều kiện: $2m-1<m+3\Leftrightarrow m<4$.

① $A\subset B$.

- Để $A\subset B$ khi và chỉ khi $\begin{cases}2m-1\ge -4\\ m+3\le 5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -\dfrac{3}{2}\\ m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}\le m\le 2$: thỏa mãn điều kiện.

⇨ Vậy $-\dfrac{3}{2}\le m\le 2$ thỏa mãn yêu cầu.

② $B\subset A$.

- Để $B\subset A$ khi và chỉ khi $\begin{cases}2m-1\le -4\\ m+3\ge 5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -\dfrac{3}{2}\\ m\ge 2\end{cases}$: vô nghiệm.

⇨ Vậy không tồn tại giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

③ $A\cap B=\varnothing$.

- Để $A\cap B=\varnothing$ khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}m+3\le -4\\ 2m-1\ge 5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -7\\ m\ge 3\end{array}\right.$.

⇨ Đối chiếu điều kiện, ta được $m\le -7$ hoặc $3\le m<4$ thỏa yêu cầu.

Bài 13.

Cho hai tập hợp $A=(-\infty;m+1]$ và $B=\{x\in\mathbb{R}\,|\,2x+5\ge m\}$.

① Khi $m=5$. Tính $A\cap B, A\cup B$. ② Tìm m để $A\cap B=\varnothing$.

Lời giải

① Khi $m=5$. Tính $A\cap B, A\cup B$.

- Với $m=5$ thì $A=(-\infty;6]$ và $B=[0;+\infty)$. Khi đó $A\cap B=[0;6]$ và $A\cup B=\mathbb{R}$.

② Tìm m để $A\cap B=\varnothing$.

- Ta viết lại $A=(-\infty;m+1]$ và $B=\left[\dfrac{m-5}{2};+\infty\right)$.

- Để $A\cap B=\varnothing$ khi và chỉ khi $m+1<\dfrac{m-5}{2}\Leftrightarrow 2m+2<m-5\Leftrightarrow m<-7$.

Bài 15.

Cho hai tập hợp $A=[-2;m], B=(1;5]$. Tùy theo m, xác định tập $B\setminus A$.

Lời giải

- Nếu $m\le 1$ thì $A\cap B=\varnothing$. Do đó $B\setminus A=B$.
- Nếu $1<m<5$ thì $A\cap B=(1;m)$. Do đó $B\setminus A=B\setminus(1;m)=[m;5]$.
- Nếu $m\ge 5$ thì $B\subset A$. Do đó $B\setminus A=\varnothing$.

Bài 16.

Cho hai tập hợp $A=(-3;5], B=[a;+\infty)$. Tìm a để

① $A\cap B=[-2;5]$. ② $A\cap B$ có đúng một phần tử.

Lời giải

① $A\cap B=[-2;5]$.

◆ Để $A\cap B=[-2;5]$ khi và chỉ khi $\begin{cases}a>-3\\a=-2\end{cases}\Leftrightarrow a=-2$.

⇨ Vậy $a=-2$ là giátrị cần tìm.

② $A\cap B$ có đúng một phần tử.

◆ Để $A\cap B$ có đúng một phần tử khi và chỉ khi $a=5$. Khi đó $A\cap B=\{5\}$.

⇨ Vậy $a=5$ là giá trị cần tìm.

Bài 17.

Cho hai tập hợp $A=[-4;2]$ và $B=[-8;a+2]$. Tìm a để $A\cap B$ có vô số phần tử.

Lời giải

◆ Điều kiện: $a+2>-8\Leftrightarrow a>-10$.

◆ Để $A\cap B$ có vô số phần tử khi và chỉ khi $A\cap B$ có nhiều hơn 1 phần tử, tức là $a+2>-4\Leftrightarrow a>-6$.

◆ Khi đó $\begin{cases}A\cap B=[-4;a+2] & khi\ a+2\le 2\\A\cap B=[-4;2] & khi\ a+2>2\end{cases}$ hay $\begin{cases}A\cap B=[-4;a+2] & khi\ -6<a\le 0\\A\cap B=[-4;2] & khi\ a>0\end{cases}$.

⇨ Vậy $a>-6$ thỏa yêu cầu.

Bài 18.

Cho hai tập hợp $A=[2;m+1]$ và $B=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. Tìm m để $A\cap B$ chỉ có đúng 1 phần tử.

Lời giải

Điều kiện: $2<m+1\Leftrightarrow m>1$.

◆ Để $A\cap B$ chỉ có đúng 1 phần tử khi và chỉ khi $m+1=\frac{1}{2}\Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ không thỏa mãn.

⇨ Vậy không tồn tại giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Bài 19.

Cho hai tập hợp $A=(m;m+1)$ và $B=(3;5)$. Tìm m để $A\cup B$ là một khoảng.

Lời giải

Để $A\cup B$ là một khoảng, ta có các trường hợp sau:

⊙ *Trường hợp 1.* $m<3$ và $3<m+1\le 5$ hay $2<m\le 4$.

- Khi đó $A\cup B=(m;5)$.
- Do đó trong trường hợp này ta có $2<m<3$.
- $m+1>5$ hay $m>4$: không thỏa mãn với $m<3$.

⊙ *Trường hợp 2.* $3\le m<5$ và $m+1$ tùy ý

- Nếu $m+1\le 5$ thì $A\cup B=(3;5)$.
- Nếu $m+1>5$ thì $A\cup B=(3;m+1)$.
- Do đó trong trường hợp này ta có $3\le m<5$.

⇨ Vậy hợp hai trường hợp ta được $2<m<5$ thỏa mãn yêu cầu.

Bài 20.

Cho các nửa khoảng $A=(a;a+1],B=[b;b+2)$.

① Gọi $C=A\cup B$. Với điều kiện nào của a,b thì C là một đoạn. Tính độ dài của C khi đó.

② Gọi $C=A\cap B$. Với điều kiện nào của a,b thì C là một đoạn. Tính độ dài của C khi đó.

Lời giải

Điều kiện: $a,b\in\mathbb{R}$.

① Gọi $C=A\cup B$. Với điều kiện nào của a,b thì C là một đoạn. Tính độ dài của C khi đó.

- Để $C=A\cup B$ là một đoạn

$$\Leftrightarrow b\le a<b+2\le a+1\Leftrightarrow\begin{cases}b\le a<b+2\\b+2\le a+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b\le a<b+2\\b+1\le a\end{cases}\Leftrightarrow b+1\le a<b+2.$$

- Khi đó $C=[b;b+2)\cup(a;a+1]=[b;a+1]$ là đoạn có độ dài $a-b+1$.

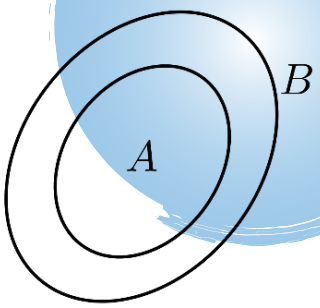
② Gọi $C=A\cap B$. Với điều kiện nào của a,b thì C là một đoạn. Tính độ dài của C khi đó.

- C là một đoạn $\Leftrightarrow a<b<a+1<b+2\Leftrightarrow\begin{cases}a<b\\b<a+1<b+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a<b\\b-1<a<b+1\end{cases}\Leftrightarrow b-1<a<b$.
- Khi đó $C=[b;b+2)\cap(a;a+1]=[b;a+1]$ là đoạn có độ dài $a-b+1$.

Dạng 04. TẬP HỢP CON – HAI TẬP HỢP BẰNG NHAU.

Phương pháp giải

⇨ Tập A được gọi là **tập con** của tập B và kí hiệu là $A \subset B$ (hay $B \supset A$) nếu mọi phần tử của tập A đều thuộc B.



⇨ Như vậy: $\boxed{A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B}$.

⇨ Nếu A không phải là tập con của B, ta viết: $A \not\subset B \Leftrightarrow \exists x \in A, x \notin B$.

※ Tính chất:

① $(A \subset B$ và $B \subset C) \Rightarrow A \subset C$ (tính bắc cầu).

② $A \subset A$ với mọi tập A.

③ $\varnothing \subset A$ với mọi tập A.

⇨ Hai tập hợp A và B bằng nhau nếu mọi phần tử của A đều thuộc tập B và ngược lại.

⇨ Như vậy : $A = B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Leftrightarrow x \in B$.

⇨ Ký hiệu : $A = B$

Bài 01.

Tìm tất cả các tập hợp con của tập

① $C = \{\varnothing\}$. ② $B = \{1;2;3\}$. ③ $A = \{a;b\}$. ④ $D = \{a;b;c;d\}$.

Lời giải

① $C = \{\varnothing\} \longrightarrow$ Có 2 tập con là: $\varnothing$ và $\{\varnothing\}$.

② $B = \{1;2;3\} \longrightarrow$ Có 8 tập con là: $\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1;2\}, \{2;3\}, \{1;3\}$ và $\{1;2;3\}$.

③ $A = \{a;b\} \longrightarrow$ Có 4 tập con là: $\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a;b\}$.

④ $D = \{a;b;c;d\} \longrightarrow$ Có 16 tập con là: $\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a;b\}, \{a;c\}, \{b;c\}, \{b;d\}, \{c;d\}$, $\{a;b;c\}, \{a;b;d\}, \{a;c;d\}, \{b;c;d\}$ và D.

Bài 02.

Cho tập $A = \{1;2;3;4\}$. Hãy viết các tập con gồm

① 1 phần tử. ② 2 phần tử. ③ 3 phần tử. ④ 4 phần tử.

Lời giải

① 1 phần tử $\longrightarrow \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$.

② 2 phần tử $\longrightarrow \{1;2\}, \{1;3\}, \{1;4\}, \{2;3\}, \{2;4\}, \{3;4\}$.

③ 3 phần tử $\longrightarrow \{2;3;4\}, \{1;3;4\}, \{1;2;4\}, \{1;2;3\}$.

④ 4 phần tử $\longrightarrow \{1;2;3;4\}$.

Bài 03.

Cho tập $A=\{1;2;3;4;5\}$. Viết tất cả tập con của A có ít nhất 3 phần tử.

Lời giải

◆ Có 15 tập con của A có ít nhất 3 phần tử là: $\{1;2;3\},\{1;2;4\},\{1;2;5\},\{1;3;4\},\{1;3;5\},\{1;4;5\},\{2;3;4\},\{2;3;5\},\{2;4;5\},\{1;2;3;4\},\{1;2;3;5\},\{1;2;4;5\},\{1;3;4;5\},\{2;3;4;5\},\{1;2;3;4;5\}$.

Bài 04.

Cho tập $X=\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

① Hãy tìm tất cả các tập con của X có chứa các phần tử $1;3;5;7$.

② Có bao nhiêu tập con của X chứa đúng 2 phần tử?

Lời giải

① Hãy tìm tất cả các tập con của X có chứa các phần tử $1;3;5;7$.

◆ Các tập con của X có chứa các phần tử $1;3;5;7$ được thành lập bằng cách thêm vào tập $\{1;3;5;7\}$ các phần tử còn lại của tập X.

◆ Do đó tất cả các tập con của X có chứa các phần tử $1;3;5;7$ là: $\{1;3;5;7\},\{1;3;5;7;2\},\{1;3;5;7;4\},\{1;3;5;7;6\},\{1;3;5;7;2;4\},\{1;3;5;7;2;6\},\{1;3;5;7;4;6\}$ và X.

② Có bao nhiêu tập con của X chứa đúng 2 phần tử?

◆ Giả sử tập cần tìm là X với $a,b\in X;a\neq b$.

◆ Vì X có 7 phần tử nên có 7 cách chọn phần tử a.

◆ Sau khi chọn a thì X còn 6 phần tử, do đó với mỗi cách chọn a, ta có 6 cách chọn phần tử b như vậy có $7.6=42$ cặp $a;b$ theo cách chọn này.

◆ Nhưng với cách chọn trên thì với hai phần tử bất kì a,b ta đã chọn lặp lại hai lần đó là hai cặp $a;b$ và $b;a$.

Do đó, có $\frac{42}{2}=21$ tập con của X chứa đúng hai phần tử.

Bài 05.

Cho hai tập hợp $A=\ 0;2;4;6$ và $B=\ 4;5;6$

① Hãy xác định tất cả các tập con khác rỗng X,Y của A biết rằng $X\cup Y=A$ và $A\cap B\subset X$.

② Hãy xác định tất cả các cặp P biết rằng $A\cap B\subset P\subset A\cup B$.

Lời giải

① Hãy xác định tất cả các tập con khác rỗng X,Y của A biết rằng $X\cup Y=A$ và $A\cap B\subset X$.

◆ Ta có $A\cap B=\{4;6\}\subset X$. Do đó các tập X,Y thỏa mãn yêu cầu là:

$X=\{4;6\}$ và $Y=\{0;2\}$ hoặc $X=\{0;4;6\}$ và $Y=\{2\}$ hoặc $X=\{2;4;6\}$ và $Y=\{0\}$.

② Hãy xác định tất cả các cặp P biết rằng $A\cap B\subset P\subset A\cup B$.

◆ Ta có $\begin{cases}A\cap B=\{4;6\}\\ A\cup B=\{0;2;4;6;5\}\end{cases}$.

◆ Do đó các tập P thỏa mãn điều kiện $A\cap B\subset P\subset A\cup B$ là: $\{4;6\}$, $\{4;6;0\}$, $\{4;6;2\}$, $\{4;6;5\}$, $\{4;6;0;2\}$, $\{4;6;2;5\}$, $\{4;6;5;0\}$ và $\{0;2;4;6;5\}$.

Bài 06.

Cho các tập hợp A,B và C. Chứng minh rằng:

① $A\setminus B\cap C=A\setminus B\cup A\setminus C$.

② $A\setminus B\cup C=A\setminus B\cap A\setminus C$.

③ $A\setminus B\cup B\setminus A=A\cup B\setminus A\cap B$.

Lời giải

① $A\setminus B\cap C=A\setminus B\cup A\setminus C$.

◆ $\forall x\in A\setminus B\cap C\Leftrightarrow\begin{cases}x\in A\\ x\notin B\cap C\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in A\\ \left[\begin{array}{l}x\notin B\\ x\notin C\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in A\\ x\notin B\end{cases}\\ \begin{cases}x\in A\\ x\notin C\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\in A\setminus B\\ x\in A\setminus C\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in A\setminus B\cup A\setminus C$.

⇨ Vậy $A\setminus B\cap C=A\setminus B\cup A\setminus C$.

② $A\setminus B\cup C=A\setminus B\cap A\setminus C$.

◆ $\forall x\in A\setminus B\cup C\Leftrightarrow\begin{cases}x\in A\\ x\notin B\cup C\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in A\\ x\notin B\\ x\notin C\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in A\\ x\notin B\end{cases}\\ \begin{cases}x\in A\\ x\notin C\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\in A\setminus B\\ x\in A\setminus C\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in A\setminus B\cap A\setminus C$.

⇨ Vậy $A\setminus B\cup C=A\setminus B\cap A\setminus C$.

③ $A\setminus B\cup B\setminus A=A\cup B\setminus A\cap B$.

◆ $\forall x\in A\setminus B\cup B\setminus A\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\in A\setminus B\\ x\in B\setminus A\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in A\\ x\notin B\end{cases}\\ \begin{cases}x\in B\\ x\notin A\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\in A\\ x\in B\end{cases}\\ \begin{cases}x\notin A\\ x\notin B\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\in A\cup B\\ x\notin A\cap C\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in A\cup B\setminus A\cap C$.

⇨ Vậy $A\setminus B\cup B\setminus A=A\cup B\setminus A\cap B$.

Bài 07.

Tìm quan hệ bao hàm hay bằng nhau giữa các tập hợp sau đây:

① $A=\{x\in\mathbb{N}\mid x<2\}$ và $B=\{x\in\mathbb{Q}\mid (x^2-x)(x^2-2)=0\}$.

② $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x<4\}$ và $B=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2-9=0\}$.

Lời giải

① $A=\{x\in\mathbb{N}\mid x<2\}$ và $B=\{x\in\mathbb{Q}\mid (x^2-x)(x^2-2)=0\}$.

- Ta có $A=\{x\in\mathbb{N}\mid x<2\}$ suy ra $A=\{0;1\}$;
- Và $B=\{x\in\mathbb{Q}\mid (x^2-x)(x^2-2)=0\}$ suy ra $B=\{0;1\}$.

Vậy $A=B$.

② $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x<4\}$ và $B=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2-9=0\}$.

- Ta có $A=\{x\in\mathbb{N}\mid 1<x<4\}$ suy ra $A=\{2;3\}$;
- Và $B=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2-9=0\}$ suy ra $B=\{-3;3\}$.

Ta thấy $2\in A$ mà $2\notin B$ nên $A\not\subset B$; $-3\in B$ mà $-3\notin A$ nên $B\not\subset A$.

Bài 08.

Cho ba tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}\mid -3\le x<1\}$, $B=\{x\in\mathbb{R}\mid -1\le x\le 5\}$, $C=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\ge 2\}$.

Chứng minh rằng $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(C_{\mathbb{R}}A)\cap(C_{\mathbb{R}}B)$.

Lời giải

- Ta viết lại $A=[-3;1)$, $B=[-1;5]$, $C=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.
- Do đó $A\cup B=[-3;5]$ suy ra $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=C_{\mathbb{R}}[-3;5]=(-\infty;-3)\cup(5;+\infty)$ (1),
- $C_{\mathbb{R}}A=C_{\mathbb{R}}[-3;1)=(-\infty;-3)\cup[1;+\infty)$ và $C_{\mathbb{R}}B=C_{\mathbb{R}}[-1;5]=(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$
- Nên suy ra $(C_{\mathbb{R}}A)\cap(C_{\mathbb{R}}B)=(-\infty;-3)\cup(5;+\infty)$ (2).

Từ $(1)\&(2)$, suy ra $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(C_{\mathbb{R}}A)\cap(C_{\mathbb{R}}B)$.

Bài 09.

Cho hai tập hợp A,B bất kì. Chứng minh rằng $A\cup B=A\cap B\Leftrightarrow A=B$.

Lời giải

◎ *Phần thuận:* Giả sử $A\cup B=A\cap B$ ta chứng minh $A=B$.

Với mọi $x\in A\Rightarrow x\in A\cup B$ (vì $A\subset A\cup B$) suy ra $x\in A\cap B$ (vì $A\cup B=A\cap B$) $\Rightarrow x\in B$ (vì $A\cap B\subset B$).

Như thế $\forall x \in A \Rightarrow x \in B$ nên $A \subset B$ (1).

Với mọi $x \in B \Rightarrow x \in A \cup B$ (vì $B \subset A \cup B$) suy ra $x \in A \cap B$ (vì $A \cup B = A \cap B$) $\Rightarrow x \in A$ (vì $A \cap B \subset A$).

Như thế $\forall x \in B \Rightarrow x \in A$ nên $B \subset A$ (2).

Từ $(1)\&(2)$, suy ra $A = B$.

◎ ***Phần đảo:*** Giả sử $A = B$ ta chứng minh $A \cup B = A \cap B$.

Ta có $A \cup B = A \cup A$ (vì $B = A$) $= A$ (3).

Lại có $A \cap B = A \cap A$ (vì $B = A$) $= A$ (4).

Từ $(3)\&(4)$, suy ra $A \cup B = A \cap B$.

Bài 10.

Tìm tập hợp X sao cho $\{a;b\} \subset X \subset \{a;b;c;d\}$.

Lời giải

- Tập hợp X phải chứa các phần tử a,b ngoài ra có thể chứa thêm một số phần tử còn lại là c,d
- Tức X là tập hợp của hai tập A và B, trong đó
- $A = \{a;b\}$.
- B là tập con của tập $\{c;d\}$.

Vậy các tập X cần tìm là $\{a;b\},\{a;b;c\},\{a;b;d\},\{a;b;c;d\}$.

Bài 11.

Cho hai tập hợp $A = \{a;b;c;d;e\}$ và $B = \{a;c;e;f\}$. Tìm tất cả tập hợp X sao cho $X \subset A$ và $X \subset B$.

Lời giải

- Ta có $\begin{cases} X \subset A \\ X \subset B \end{cases}$, suy ra $X \subset (A \cap B)$. Mà $A \cap B = \{a;c;e\}$.
- Vậy các tập X cần tìm là các tập con của tập $\{a;c;e\}$
- Nên tập $\varnothing,\{a\},\{c\},\{e\},\{a;c\},\{a;e\},\{c;e\},\{a;c;e\}$.

Bài 12.

Cho ba tập hợp $A = \{2;5\}, B = \{5;x\}, C = \{x;y;5\}$. Tìm các giá trị của x,y sao cho $A = B = C$.

Lời giải

- Để $A = B \Leftrightarrow x = 2$.

◆ Với $x=2$, suy ra $C=\{2;y;5\}$. Khi đó $\begin{cases}\{2;y;5\}\subset\{2;5\}\\ \{x;y;5\}\subset\{5;2\}\end{cases}$ hay $\begin{cases}A\subset C\\ B\subset C\end{cases}$.

◆ Do đó để $A=B=C$ khi và chỉ khi $\begin{cases}C\subset A\\ C\subset B\end{cases}\Leftrightarrow y=2$ hoặc $y=5$.

Vậy $(x;y)=(2;2)$ hoặc $(x;y)=(2;5)$ thỏa mãn yêu cầu Câu toán.

Bài 13.

Cho các tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}|1\le x\le 5\}, B=\{x\in\mathbb{R}|4<x\le 7\}$ và $C=\{x\in\mathbb{R}|2\le x<6\}$. Gọi $D=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$. Hãy xác định a,b để $D\subset(A\cap B\cap C)$.

Lời giải

◆ Ta viết lại A,B,C,D như sau: $A=[1;5], B=(4;7], C=[2;6)$ và $D=[a;b]$.

Suy ra $A\cap B\cap C=(4;5]$.

◆ Do đó để $D\subset(A\cap B\cap C)$ hay $[a;b]\subset(4;5]$ khi và chỉ khi $4<a<b\le 5$.

Bài 14.

Cho hai tập hợp $A=[0;3]$ và $B=[a;a+2]$. Tìm a để $B\subset A$.

Lời giải

◆ Điều kiện: $a\in\mathbb{R}$.

◆ Để $B\subset A$ khi và chỉ khi $\begin{cases}a\ge 0\\ a+2\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge 0\\ a\le 1\end{cases}\Leftrightarrow 0\le a\le 1$.

Vậy $0\le a\le 1$ thỏa mãn yêu cầu.

Dạng 05. SỬ DỤNG BIỂU ĐỒ VEN ĐỂ GIẢI.

Phương pháp giải

⇨ Chuyển Câu toán về ngôn ngữ tập hợp.
⇨ Sử dụng biểu đồ Ven để minh họa các tập hợp.
⇨ Dựa vào biểu đồ Ven ta thiết lập được đẳng thức (hoặc phương trình hệ phương trình) từ đó tìm được kết qua Câu toán.

Bài 01.

Trong lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một trong ba môn trên.

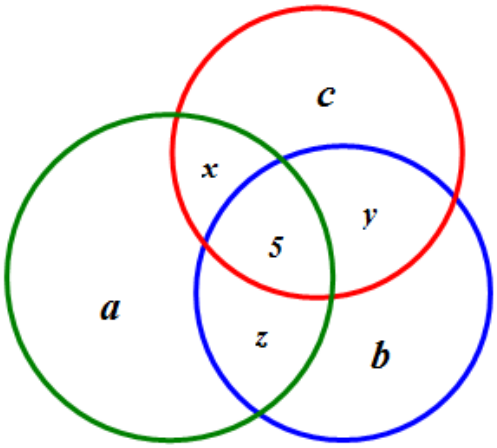
Lời giải

◆ Gọi a,b,c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán.

x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán.

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán.

z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử.



◆ Ta có số em thích nhất một môn là $45-6=39$.

◆ Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+x+z+5=25 & (1) \\ b+y+z+5=18 & (2) \\ c+x+y+5=20 & (3) \\ x+y+z+a+b+c+5=39 & (4) \end{cases}$$

◆ Cộng vế với vế $(1),(2),(3)$ ta có

$a+b+c+2(x+y+z)+15=63$ (5).

◆ Từ (4) và (5), ta có $a+b+c+2(39-5-a-b-c)+15=63 \Leftrightarrow a+b+c=20$.

⇨ Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Bài 02.

Trong lớp 11A có 16 học sinh giỏi Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý (có thể giỏi thêm môn Hóa), 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa (có thể giỏi thêm môn Toán), 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán (có thể giỏi thêm môn Lý) và trong đó chỉ có đúng 11 học sinh giỏi đúng hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp:

① Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

② Giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc Hóa.

Lời giải

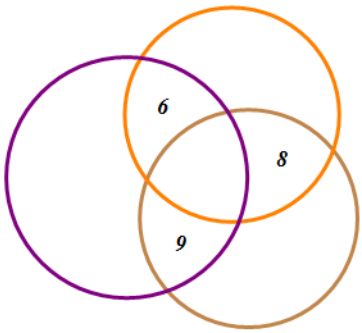
◆ Gọi T,L,H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa; B là tập hợp học sinh giỏi đúng hai môn.

◆ Ta có $n(T)=16, n(L)=15, n(B)=11$; $n(T\cap L)=9, n(L\cap H)=6$ và $n(H\cap T)=8$.

① Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

◆ Xét tổng $n(T\cap L)+n(L\cap H)+n(H\cap T)$ thì mỗi phần tử của tập hợp $T\cap L\cap H$ được tính ba lần do đó ta có:

$$n(T\cap L)+n(L\cap H)+n(H\cap T)-3n(T\cap L\cap H)=n(B).$$



◆ Hay $n(T\cap L\cap H)=$

$$\frac{1}{3}\left[n(T\cap L)+n(L\cap H)+n(H\cap T)-n(B)\right]=4.$$

⇨ Vậy có 4 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

② Giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc Hóa.

◆ Xét $n(T\cap L)+n(L\cap T)$ thì mỗi phần tử của tập hợp $T\cap L\cap H$ được tính hai lần do đó:

⊙ Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Toán là:

$$n(T)-\left[n(T\cap L)+n(H\cap T)-n(T\cap L\cap H)\right]=16-(9+8-4)=3.$$

⊙ Tương tự, ta có số học sinh chỉ giỏi đúng môn Lý là:

$$n(L)-\left[n(T\cap L)+n(L\cap H)-n(T\cap L\cap H)\right]=15-(9+6-4)=4.$$

⊙ Tương tự, ta có số học sinh chỉ giỏi đúng môn Hóa là:

$$n(H)-\left[n(H\cap T)+n(L\cap H)-n(T\cap L\cap H)\right]=11-(8+6-4)=1.$$

⇨ Số học sinh giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc Hóa là $3+4+1=8$.

---------- HẾT ----------

BÀI 4 SỐ GẦN ĐÚNG – SAI SỐ

I. SỐ GẦN ĐÚNG

Ví dụ: $\frac{10}{3}\approx 3,33$, ta gọi $3,33$ là số gần đúng của $\frac{10}{3}$.

II. SAI SỐ TUYỆT ĐỐI

2.1. Sai số tuyệt đối của một số gần đúng

Cho $\bar{a}$ là giá trị đúng, a là giá trị gần đúng của $\bar{a}$.

⇨ Giá trị $\Delta_a=|\bar{a}-a|$, được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a.

2.2. Độ chính xác của số gần đúng

⊙ Nếu $\Delta_a=|\bar{a}-a|\le d$ thì $a-d\le\bar{a}\le a+d$.

⊙ Quy ước $\bar{a}=a\pm d$, thì d được gọi là độ chính xác của số gần đúng a.

Ví dụ 1

Kết quả đo chiều dài một cây cầu được ghi là $15,2m\pm 0,2m$, điều đó có nghĩa như thế nào?

Lời giải

- Kết quả đo chiều dài một cây cầu được ghi là $15,2m\pm 0,2m$.
- Điều đó có nghĩa chiều dài của cây cầu là $15,2m$ với độ chính xác là $0,2m$.

2.3. Sai số tương đối

- Tỉ số $\delta_a=\frac{\Delta_a}{|a|}=\frac{|\bar{a}-a|}{|a|}$, được gọi là sai số tuơng đối của số gần đúng a.
- Nếu $\bar{a}=a\pm d$ thì $\Delta_a\le d$ do đó $\delta_a<\frac{d}{|a|}$.

⇨ Vậy $\frac{d}{|a|}$ càng nhỏ thì chất lượng của phép đo đạc càng cao.

Ví dụ 2

So sánh độ chính xác của phép đo trong H1 với phép đo chiều cao ghi là $15,2m\pm 0,1m$.

Lời giải

- Độ chính xác của phép đo trong H1 không chất lượng bằng với phép đo chiều cao ghi là $15,2m\pm 0,1m$.

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

III. QUY TRÒN SỐ GẦN ĐÚNG

3.1. Nguyên tắc quy tròn

◆ Nếu chữ số ngay sau hàng quy tròn nhỏ hơn 5, ta thay chữ số đó và các chữ số đứng bên phải nó bởi số 0.

Ví dụ 3

$542 \approx 540$ (làm tròn đến số hàng chục).

$86,149 \approx 86,1$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

◆ Nếu chữ số ngay sau hàng quy tròn ≥ 5 ta thay thế chữ số đó và các chũ số bên phải nó bởi số 0 và cộng thêm 1 đơn vị vào chữ số ở hàng quy tròn.

3.2. Cách viết số quy tròn của số gần đúng căn cứ vào độ chính xác cho trước

Cho số gần đúng a với độ chính xác d (tức là $\overline{a} = a \pm d$).

◆ Khi yêu cầu quy tròn a mà không nói rõ quy tròn đến hàng nào thì ta quy tròn a đến hàng cao nhất mà d nhỏ hơn 1 đơn vị của hàng đó.

Ví dụ 4

Cho $\overline{a} = 1,236 \pm 0,002$. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $a = 1,236$.

Lời giải

Ta có $a = 1,236 \approx 1,24$.

III. BÀI TẬP.

Bài 01.

Cho biết $\sqrt{3} = 1,7320508...$ Viết gần đúng $\sqrt{3}$ theo quy tắc làm tròn đến hai, ba, bốn chữ số thập phân có ước lượng sai số tuyệt đối trong mỗi trường hợp.

Lời giải

Số $\sqrt{3} \approx 1.73 \pm 0,003$ làm tròn đến hai chữ số thập phân.

Số $\sqrt{3} \approx 1.732 \pm 0,00006$ làm tròn đến ba chữ số thập phân.

Số $\sqrt{3} \approx 1.7321 \pm 0,00005$ làm tròn đến bốn chữ số thập phân.

Bài 02.

Theo thống kê, dân số năm 2010 là 88033000 người. Giả sử sai số tuyệt đối của sốliệu thống kê này nhỏ hơn 10000 người. Hãy viết số quy tròn của số trên.

Lời giải

Số gần đúng của số 88033000 là 88030000

Bài 03.

Độ cao của ngọn núi là $h=1372,5m\pm 0,1m$. Hãy viết số quy tròn của số $1372,5$.

Lời giải

Số quy tròn của số $1372,5$ là 1373

Bài 04.

Thực hiện các phép tính sau trên máy tính bỏ túi:

① $\sqrt{13}.(0,12)^3$ và làm tròn kết quả đến bốn chữ số thập phân.

② $\sqrt[3]{5}:\sqrt{7}$ và làm tròn kết quả đến 6 chữ số thập phân.

Lời giải

① $\sqrt{13}.(0,12)^3$ và làm tròn kết quả đến bốn chữ số thập phân.

$\sqrt{13}.(0,12)^3\approx 0,0062$.

② $\sqrt[3]{5}:\sqrt{7}$ và làm tròn kết quả đến 6 chữ số thập phân.

$\sqrt[3]{5}:\sqrt{7}\approx 0,646310$.

---------- HẾT ----------

BÀI 5 TỔNG ÔN TẬP CHƯƠNG

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Bài 01.

Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề? Nếu là mệnh đề thì đó là mệnh đề đúng hay sai?

① Việt Nam thuộc khu vực Đông Nam Á.
② $2+1=0$
③ Hôm nay là thứ mấy?
④ Phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm.
⑤ Lập phương của một số thực luôn dương.
⑥ Ôi đẹp quá!

Lời giải

① Việt Nam thuộc khu vực Đông Nam Á $\longrightarrow$ Mệnh đề. Mệnh đề đúng.

② $2+1=0$ $\longrightarrow$ Mệnh đề. Mệnh đề sai.

③ Hôm nay là thứ mấy? $\longrightarrow$ Không phải mệnh đề.

④ Phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm $\longrightarrow$ Mệnh đề. Mệnh đề đúng.

⑤ Lập phương của một số thực luôn dương $\longrightarrow$ Mệnh đề. Mệnh đề sai.

⑥ Ôi đẹp quá! $\longrightarrow$ Không phải mệnh đề.

Bài 02.

Dùng ký hiệu $\forall;\exists$ để viết lại các mệnh đề dưới đây. Viết mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề đó.

① Tồn tại một số thực x để $x^2=2$.
② Có ít nhất một số nguyên dương x thỏa $x^2=2$.
③ Với a,b là hai số nguyên dương bất kỳ, $a<b\Rightarrow a^2<b^2$.
④ Với a,b là hai số thực bất kỳ, $a<b\Rightarrow a^2<b^2$.
⑤ Với mọi số nguyên dương x, tồn tại một số nguyên dương y để $x\le y$.
⑥ Có ít nhất một số nguyên dương x để với mọi số nguyên dương y ta đều có $x\le y$.
⑦ Tồn tại một số nguyên dương x và một số nguyên dương y để $x\le y$.

Lời giải

① Tồn tại một số thực x để $x^2=2$.

⇨ $P:\ \exists x\in\mathbb{R},x^2=2.$ $\quad$ $\overline{P}:\ \forall x\in\mathbb{R},x^2\neq 2.$

② Có ít nhất một số nguyên dương x thỏa $x^2=2$.

⇨ $P:\ \exists x\in\mathbb{N}^*,x^2=2.$ $\quad$ $\overline{P}:\ \forall x\in\mathbb{N}^*,x^2\neq 2.$

③ Với a,b là hai số nguyên dương bất kỳ, $a<b\Rightarrow a^2<b^2$.

Biên soạn: LÊ MINH TÂM

⇨ P: $\forall a,b\in\mathbb{N}^*, a<b\Rightarrow a^2<b^2$. $\overline{P}$: $\exists a,b\in\mathbb{N}^*, a<b$ và $a^2\geq b^2$.

④ Với a, b là hai số thực bất kỳ, $a<b\Rightarrow a^2<b^2$.

⇨ P: $\forall a,b\in\mathbb{R}, a<b\Rightarrow a^2<b^2$. $\overline{P}$: $\exists a,b\in\mathbb{R}, a<b$ và $a^2\geq b^2$.

⑤ Với mọi số nguyên dương x, tồn tại một số nguyên dương y để $x\leq y$.

⇨ P: $\forall x\in\mathbb{N}^*, \exists y\in\mathbb{N}^*: x\leq y$. $\overline{P}$: $\exists x\in\mathbb{N}^*, \forall y\in\mathbb{N}^*: x>y$.

⑥ Có ít nhất một số nguyên dương x để với mọi số nguyên dương y ta đều có $x\leq y$.

⇨ P: $\exists x\in\mathbb{N}^*, \forall y\in\mathbb{N}^*: x\leq y$. $\overline{P}$: $\forall x\in\mathbb{N}^*, \exists y\in\mathbb{N}^*: x>y$.

⑦ Tồn tại một số nguyên dương x và một số nguyên dương y để $x\leq y$.

⇨ P: $\exists x\in\mathbb{N}^*, y\in\mathbb{N}^*: x\leq y$. $\overline{P}$: $\exists x\in\mathbb{N}^*, y\in\mathbb{N}^*: x>y$.

Bài 03.

Viết lại các mệnh đề sau bằng cách sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần" và "điều kiện đủ"

① Số có tận cùng bằng chữ số 0 thì chia hết cho 2.

② Tam giác cân có một góc bằng 60^o thì tam giác đó đều.

③ Nếu a và b cùng chia hết cho c thì $a+b$ chia hết cho c.

④ Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.

Lời giải

① Số có tận cùng bằng chữ số 0 thì chia hết cho 2.

- Số có tận cùng bằng chữ số 0 là điều kiện đủ để số đó chia hết cho 2.
- Một số chia hết cho 2 là điều kiện cần để số đó có tận cùng bằng chữ số 0.

② Tam giác cân có một góc bằng 60^o thì tam giác đó đều.

- Tam giác cân có một góc bằng 60^o là điều kiện đủ để tam giác đó đều.
- Một tam giác đều là điều kiện cần để tam giác đó cân và có một góc bằng 60^o.

③ Nếu a và b cùng chia hết cho c thì $a+b$ chia hết cho c.

- a và b cùng chia hết cho c là điều kiện đủ để $a+b$ chia hết cho c.
- $a+b$ chia hết cho c là điều kiện cần để a và b cùng chia hết cho c

④ Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.

- Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để hai tam giác có diện tích bằng nhau.
- Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện cần để hai tam giác đó bằng nhau.

Bài 04.

Chứng minh các định lý sau bằng phương pháp phản chứng.

① Nếu tích hai số tự nhiên là số chẵn thì ít nhất một trong hai số là số chẵn.

② Nếu bình phương của một số tự nhiên chia hết cho 5 thì số đó chia hết cho 5.

③ Nếu tổng bình phương hai số thực bằng 0 thì cả hai số đều bằng 0.

④ Với a,b,c là ba số thực bất kì, nếu $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$ thì $a=b=c$.

⑤ Với a,b là hai số tự nhiên bất kì, nếu $a^2\le b^2$ thì $a\le b$.

⑥ Cho các số thực $a_1,a_2,...,a_n$. Gọi a là trung bình cộng của chúng. Chứng minh rằng trong các số $a_1,a_2,...,a_n$ có ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng a.

⑦ $\sqrt{6}$ là một số vô tỉ.

Lời giải

① Nếu tích hai số tự nhiên là số chẵn thì ít nhất một trong hai số là số chẵn.

- Giả sử tích hai số tự nhiên $a.b$ là một số chẵn và cả a,b đều là số tự nhiên lẻ.
- Ta có: $a=2n+1;\quad b=2k+1\quad (n,k\in\mathbb{N})$

$\rightarrow a.b=(2n+1).(2k+1)=4nk+2(n+k)+1$

- Mà $4nk$ là số chẵn, $2(n+k)$ là số chẵn nên $a.b$ là số lẻ

$\rightarrow$ Mâu thuẫn với giả thiết tích hai số tự nhiên $a.b$ là một số chẵn.

$\Rightarrow$ Vậy trong hai số a,b phải có ít nhất một số chẵn.

② Nếu bình phương của một số tự nhiên chia hết cho 5 thì số đó chia hết cho 5.

- Giả sử bình phương của số tự nhiên a chia hết cho 5 và a không chia hết cho 5.
- Vì a không chia hết cho 5 nên ta xét các trường hợp:

⊙ $a=5n+1\Rightarrow a^2=(5n+1)^2=25n^2+10n+1$.

- Nhận thấy $25n^2\vdots 5$; $10n\vdots 5$ nên $\Rightarrow a^2=(25n^2+10n+1)\not\vdots 5$

$\rightarrow$ Mâu thuẫn với giả thiết bình phương của số tự nhiên a chia hết cho 5.

⊙ $a=5n+2\Rightarrow a^2=(5n+2)^2=25n^2+20n+4$.

- Nhận thấy $25n^2\vdots 5$; $20n\vdots 5$ nên $\Rightarrow a^2=(25n^2+20n+4)\not\vdots 5$

$\rightarrow$ Mâu thuẫn với giả thiết bình phương của số tự nhiên a chia hết cho 5.

⊙ $a=5n+3\Rightarrow a^2=(5n+3)^2=25n^2+30n+9$.

- Nhận thấy $25n^2\vdots 5$; $30n\vdots 5$ nên $\Rightarrow a^2=(25n^2+30n+9)\not\vdots 5$

$\rightarrow$ Mâu thuẫn với giả thiết bình phương của số tự nhiên a chia hết cho 5.

⊙ $a=5n+4\Rightarrow a^2=(5n+4)^2=25n^2+40n+16$.

- Nhận thấy $25n^2\vdots 5$; $40n\vdots 5$ nên $\Rightarrow a^2=(25n^2+40n+16)\not\vdots 5$

$\rightarrow$ Mâu thuẫn với giả thiết bình phương của số tự nhiên a chia hết cho 5.

$\Rightarrow$ Vậy bình phương của số tự nhiên a chia hết cho 5 thì a chia hết cho 5.

③ Nếu tổng bình phương hai số thực bằng 0 thì cả hai số đều bằng 0.

- Giả sử tổng bình phương hai số $a;b$ bằng 0 và một trong hai số a hoặc b khác 0
- Không giảm tổng quát, giả sử $a\ne 0$, ta có: $a^2>0$ và $b^2\ge 0$ suy ra $a^2+b^2>0$

$\rightarrow$ Mâu thuẫn giả thiết tổng bình phương hai số thực a và b bằng 0.

$\Rightarrow$ Vậy $a^2+b^2=0\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$.

④ Với a,b,c là ba số thực bất kì, nếu $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$ thì $a=b=c$.

◆ Với a,b,c là ba số thực bất kì, giả sử $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$ và trong a,b,c có ít nhất hai số khác nhau.

◆ Chẳng hạn $a\neq b\Leftrightarrow a-b\neq 0$, ta có: $(a-b)^2>0$ và nếu $(b-c)^2\geq 0$ thì $(c-a)^2>0$

$\rightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2>0$ mâu thuẫn giả thiết $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$.

⇨ Vậy $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0\Rightarrow a=b=c$.

⑤ Với a,b là hai số tự nhiên bất kì, nếu $a^2\leq b^2$ thì $a\leq b$.

◆ Với a,b là hai số tự nhiên bất kì, giả sử $a^2\leq b^2$ và $a>b$.

◆ Vì $a,b\in\mathbb{N}$ và $a>b$ bình phương hai vế ta được $a^2>b^2$ mâu thuẫn với giả thiết $a^2\leq b^2$.

⇨ Vậy a,b là hai số tự nhiên bất kì, nếu $a^2\leq b^2$ thì $a\leq b$.

⑥ Cho các số thực $a_1,a_2,...,a_n$. Gọi a là trung bình cộng của chúng. Chứng minh rằng trong các số $a_1,a_2,...,a_n$ có ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng a.

◆ Giả sử các số thực $a_1,a_2,...,a_n$ có trung bình cộng là a

◆ Và trong các số $a_1,a_2,...,a_n$ không có số nào lớn hơn hoặc bằng a.

◆ Vì trong các số $a_1,a_2,...,a_n$ không có số nào lớn hơn hoặc bằng a nên

$$a_1<a,\ a_2<a,\ a_3<a,\ ...,a_n<a$$

$$\Rightarrow a_1+a_2+a_3+...+a_n<n.a\Rightarrow\frac{a_1+a_2+a_3+...+a_n}{n}<a\Leftrightarrow a<a$$ Điều này vô lý.

⇨ Vậy trong các số $a_1,a_2,...,a_n$ có ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng a.

⑦ $\sqrt{6}$ là một số vô tỉ.

◆ Giả sử $\sqrt{6}$ không là một số vô tỉ.

◆ Khi đó tồn tại hai số nguyên dương m và n nguyên tố cùng nhau và $\sqrt{6}=\frac{m}{n}$.

◆ $\sqrt{6}=\frac{m}{n}\Leftrightarrow m^2=6n^2\quad(1)$

◆ Do m và n nguyên tố cùng nhau nên $(1)\Leftrightarrow m^2\vdots 6\Leftrightarrow m\vdots 6\Leftrightarrow m=6k,k\in\mathbb{N}$.

◆ Với $m=6k,k\in\mathbb{N}$ ta lại có $(6k)^2=6n^2\Leftrightarrow n^2=6k^2\Rightarrow n^2\vdots 6\Rightarrow n=6i,i\in\mathbb{N}$

◆ Như vậy ta thấy m và n cùng chia hết cho 6 mâu thuẫn với tồn tại hai số nguyên dương m và n nguyên tố cùng nhau và $\sqrt{6}=\frac{m}{n}$.

⇨ Vậy $\sqrt{6}$ là một số vô tỉ.

Bài 05.

Xác định các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó

① $A=\{n-10 \mid n\in\mathbb{N}, 2n-2<25\}$

② $B=\{3k-1 \mid k\in\mathbb{Z}, -5\le k\le 1\}$

③ $C=\{(x-1)(x-2) \mid x\in\mathbb{R}, (x-1)(x^2-2x-3)=0\}$

Lời giải

① $A=\{n-10 \mid n\in\mathbb{N}, 2n-2<25\}$

- Ta có $n\in\mathbb{N}, 2n-2<25 \Rightarrow 0\le n<13,5$ $n\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13\}$

$\Rightarrow A=\{-10;-9;-8;-7;-5;-6;-3;-2;-1;0;1;2;3\}$

② $B=\{3k-1 \mid k\in\mathbb{Z}, -5\le k\le 1\}$

- Ta có $k\in\mathbb{Z}, -5\le k\le 1\Rightarrow k\in\{-5;-4;-3;-2;0;1\}$.

vậy $B=\{-16;-13;-10;-7;-1;2\}$

③ $C=\{(x-1)(x-2) \mid x\in\mathbb{R}, (x-1)(x^2-2x-3)=0\}$

- Ta có $(x-1)(x^2-2x-3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right. \Rightarrow C=\{0;2;6\}$.

Bài 06.

Xác định các tập hợp sau bằng cách nêu lên tính chất đặc trưng của tập hợp

① $A=\{-15;-10;-5;0;5;10;15\}$.

② $B=\left\{1;\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8};\frac{1}{16}\right\}$.

③ $C=\{-3;-2;;-1;0;1;2;3\}$.

④ $D=\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{6};\frac{1}{12};\frac{1}{20};\frac{1}{30}\right\}$.

Lời giải

① $A=\{-15;-10;-5;0;5;10;15\}$. Ta có: $A=\{5k \mid k\in\mathbb{Z}, |k|\le 3\}$.

② $B=\left\{1;\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8};\frac{1}{16}\right\}$. Ta có: $B=\left\{\frac{1}{2^n} \mid n\in\mathbb{N}; 0\le n\le 4\right\}$.

③ $C=\{-3;-2;;-1;0;1;2;3\}$. Ta có $C=\{k \mid k\in\mathbb{Z}; |k|\le 3\}$.

④ $D=\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{6};\frac{1}{12};\frac{1}{20};\frac{1}{30}\right\}$. Ta có $D=\left\{\frac{1}{k(k+1)} \mid k\in\mathbb{N}, 1\le k\le 5\right\}$.

Bài 07.

Xét quan hệ bằng nhau, tập con của các tập hợp sau

$A=\{x\in\mathbb{N}: 0<x<3\}$.

$B=\{x\in\mathbb{Z}: x^2-3x+2=0\}$.

$C=\{x\in\mathbb{Z}:x^2<2\}$. $D=\{x\in\mathbb{Z}:|x|<3\}$.

Lời giải

◆ Ta có:

$A=\{x\in\mathbb{N}:0<x<3\}=\{1;2\}$. $B=\{x\in\mathbb{Z}:x^2-3x+2=0\}=\{1;2\}$.

$C=\{x\in\mathbb{Z}:x^2<2\}=\{-1;0;1\}$. $D=\{x\in\mathbb{Z}:|x|<3\}=\{-2;-1;0;1;2\}$.

◆ Từ đó suy ra $A=B\subset D;\ C\subset D$.

Bài 08.

Tìm các tập con của các tập hợp sau

① $A=\{a;b\}$. ② $B=\{1;2;3\}$. ③ $C=\{a;b;1;2\}$.

Lời giải

① $A=\{a;b\}$.

⇨ Tập hợp con của tập hợp $A=\{a;b\}$ là: $\varnothing,\{a\},\{b\},\{a;b\}$.

② $B=\{1;2;3\}$.

⇨ Tập hợp con của tập hợp $B=\{1;2;3\}$ là: $\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1;2\},\{1;3\},\{2;3\},\{1;2;3\}$.

③ $C=\{a;b;1;2\}$.

⇨ Tập hợp con của tập hợp $C=\{a;b;1;2\}$ là:

$\varnothing,\{a\},\{b\},\{1\},\{2\},\{a;b\},\{a;1\},\{a;2\},\{1;b\},\{2;b\},\{1;2\},\{a;b;1\},\{a;b;2\},\{1;2;a\},\{1;2;b\},\{a;b;1;2\}$

Bài 09.

Cho hai tập hợp $A=\{x\in\mathbb{N}:x\le 4\}$; $B=\{x\in\mathbb{Z}:-3<x\le 5\}$. Tìm $A\cup B;A\cap B;A\setminus B;B\setminus A$.

Lời giải

Ta có $A=\{0;1;2;3;4\};B=\{-2;-1;0;1;2;3;4;5\}\Rightarrow A\subset B$

$\Rightarrow A\cup B=\{-2;-1;0;1;2;3;4;5\};A\cap B=A=\{0;1;2;3;4\};A\setminus B=\varnothing;B\setminus A=\{-2;-1\}$.

Bài 10.

Cho $A=\{x\in\mathbb{R}:(x^2-1)(x^2-4)=0\}$; $B=\{x\in\mathbb{N}:x^2\le 10\}$. Tìm $A\cup B;A\cap B;\ A\setminus B\ ;\ B\setminus A$.

Lời giải

Ta có $A=\{-1;1;-2;2\};B=\{0;1;2;3\}$

$\Rightarrow A\cup B=\{-2;-1;0;1;2;3\};A\cap B=A=\{1;2\};A\setminus B=\{-2;-1\};B\setminus A=\{0;3\}$.

Bài 11.

Tìm $A\cup B;A\cap B;A\setminus B;B\setminus A$. biết

① $A=(2;7]$ và $B=[4;+\infty)$

② $A=(-2;7)$ và $B=[1;3]$

③ $A=\{1;2;6;8;15;17\}$ và $B=(3;10]$.

Lời giải

① $A=(2;7]$ và $B=[4;+\infty)$

- Ta có $A\cup B=(2;+\infty); A\cap B=[4;7]; A\setminus B=(2;4); B\setminus A=(7;+\infty)$.

② $A=(-2;7)$ và $B=[1;3]$

- Ta có $A\cup B=(-2;7); A\cap B=(-2;3]; A\setminus B=(-2;1)\cup(3;7); B\setminus A=\varnothing$.

③ $A=\{1;2;6;8;15;17\}$ và $B=(3;10]$.

- Ta có $A\cup B=\{1;2\}\cup(3;10]\cup\{15;17\}; A\cap B=\{6;8\}; A\setminus B=\{1;2;15;17\}; B\setminus A=(3;10]\setminus\{6;8\}$.

Bài 12.

Cho $A\subset B$ và $B\subset C$. Hãy xác định các tập hợp sau đây

① $A\cup(B\setminus C)$ ② $A\setminus(B\cap C)$

③ $(A\cap C)\cup B$ ④ $(A\setminus C)\cap B$

⑤ $(A\cup B)\cap C$ ⑥ $(A\cap C)\cup(B\cap C)$

Lời giải

① $A\cup(B\setminus C)$

- $B\setminus C=\varnothing$; $A\cup(B\setminus C)=A\cup\varnothing=A$.

② $A\setminus(B\cap C)$

- $B\cap C=B$; $A\setminus(B\cap C)=A\setminus B=\varnothing$.

③ $(A\cap C)\cup B$

- $A\cap C=A$; $(A\cap C)\cup B=A\cup B=B$.

④ $(A\setminus C)\cap B$

- $A\setminus C=\varnothing$; $(A\setminus C)\cap B=\varnothing\cap B=\varnothing$.

⑤ $(A\cup B)\cap C$

- $A\cup B=B$; $(A\cup B)\cap C=B\cap C=B$.

⑥ $(A\cap C)\cup(B\cap C)$

- $A\cap C=A$; $B\cap C=B$; $(A\cap C)\cup(B\cap C)=A\cup B=B$.

Bài 13.

Xác định các tập hợp

$A\cap B;\ A\cup B;\ B\cap C;\ A\cap B\cap C;$

$(A\cup B)\cap C;\ A\cup(B\cap C);\ (A\cap B)\setminus C;\ A\setminus(B\setminus C)$ nếu biết:

① $A=[0;3];B=(1;5);C=(-2;0]$.

② $A=(-\infty;1];B=[1;\infty);C=(0;1)$.

③ $A=[-3;1];B=[2;\infty);C=(-\infty;-2)$.

④ $A=[-1;1];B=(-\infty;0);C=[0;2)$.

Lời giải

① $A=[0;3];B=(1;5);C=(-2;0]$.

- $A\cap B=(1;3];A\cup B=[0;5);B\cap C=(1;0]$
- $A\cap B\cap C=(1;0];(A\cup B)\cap C=\{0\};A\cup(B\cap C)=(1;3]$
- $(A\cap B)\setminus C=(0;3];A\setminus(B\setminus C)=\{0\}$.

② $A=(-\infty;1];B=[1;\infty);C=(0;1)$.

- $A\cap B=\{1\};A\cup B=(-\infty;\infty);B\cap C=\varnothing$
- $A\cap B\cap C=\varnothing;(A\cup B)\cap C=(0;1);A\cup(B\cap C)=(-\infty;1]$
- $(A\cap B)\setminus C=\{1\};A\setminus(B\setminus C)=(-\infty;1)$.

③ $A=[-3;1];B=[2;\infty);C=(-\infty;-2)$.

- $A\cap B=\varnothing;A\cup B=[-3;1]\cup[2;+\infty);B\cap C=\varnothing$
- $A\cap B\cap C=\varnothing;(A\cup B)\cap C=[-3;2);A\cup(B\cap C)=[-3;1]$
- $(A\cap B)\setminus C=\varnothing;A\setminus(B\setminus C)=[-3;1]$

④ $A=[-1;1];B=(-\infty;0);C=[0;2)$

- $A\cap B=[-1;0);A\cup B=(-\infty;1];B\cap C=\varnothing$
- $A\cap B\cap C=\varnothing;(A\cup B)\cap C=[0;1];A\cup(B\cap C)=[-1;1]$
- $(A\cap B)\setminus C=[-1;0);A\setminus(B\setminus C)=(0;1]$.

Bài 14.

Xác định các tập hợp $C_RA\cap B;A\cup C_RB;A\setminus C_RB;C_R(A\cup B)\setminus(A\cap B)$ nếu biết

① $A=(-3;+\infty);B=(0;+\infty)$

② $A=(-\infty;0);B=[-5;2]$

Lời giải

① $A=(-3;+\infty);B=(0;+\infty)$

- $C_RA\cap B=\varnothing;\ A\cup C_RB=(-\infty;+\infty);\ A\setminus C_RB=(0;+\infty);$
- $C_R(A\cup B)\setminus(A\cap B)=(-\infty;-3]\cup(0;+\infty)$.

② $A=(-\infty;0);B=[-5;2]$

- $C_R A \cap B = [-5;+\infty)$; $A \cup C_R B = (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$; $A \setminus C_R B = (-\infty;0)$;
- $C_R (A \cup B) \setminus (A \cap B) = (2;+\infty)$.

Bài 15.

Cho $A = [4;7]$ và $B = [m;10]$. Tìm m để $A \subset B$

Lời giải

- $A \subset B \Leftrightarrow m \le 4$.

Bài 16.

Cho $A = (1;5-m], B = (m;+\infty)$. Tìm m để $A \cap B = \varnothing$

Lời giải

- $A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \ge 5-m \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \dfrac{5}{2}$.

Bài 17.

Thu gọn các hệ điều kiện sau:

① $\begin{cases} -1 < x \le 3 \\ \left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x \ge 5 \end{array}\right. \end{cases}$. ② $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < -2 \\ x > 4 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x < -5 \\ x \ge 7 \end{array}\right. \end{cases}$. ③ $\left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ 0 < x < 7 \end{array}\right.$

Lời giải

① $\begin{cases} -1 < x \le 3 \\ \left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x \ge 5 \end{array}\right. \end{cases}$. Viết lại dưới dạng $(-1;0]$.

② $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < -2 \\ x > 4 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x < -5 \\ x \ge 7 \end{array}\right. \end{cases}$. Viết lại dưới dạng $(-\infty;-5) \cup [7;+\infty)$

③ $\left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ 0 < x < 7 \end{array}\right.$. Viết lại dưới dạng $(-\infty;7)$.

Bài 18.

Trong các phát biểu sau cho biết phát biểu nào là mệnh đề và nếu là mệnh đề thì đúng hay sai, phủ định lại các mệnh đề đó.

① $-5 \in \mathbb{N}$.

② Việt Nam thuộc Châu Á.

③ 7 là số nguyên tố.

④ 1367 chia hết cho 9.

⑤ Chúng ta đi nhanh lên nào!

⑥ Hôm nay bạn đã làm hết bài tập rồi phải không?

⑦ Phương trình $x+3=0$ có 1 nghiệm.

⑧ Bình phương của một số luôn luôn là một số dương.

Lời giải

① $-5\in\mathbb{N}$.

- Là một mệnh đề sai.

⇨ Mệnh đề phủ định là: "$-5\notin\mathbb{N}$".

② Việt Nam thuộc Châu Á.

- Là mệnh đề đúng.

⇨ Mệnh đề phủ định là: "Việt Nam không thuộc Châu Á"

③ 7 là số nguyên tố.

- Là mệnh đề đúng.

⇨ Mệnh đề phủ định là: "7 không là số nguyên tố".

④ 1367 chia hết cho 9.

- Là mệnh đề sai.

⇨ Mệnh đề phủ định là: "1367 không chia hết cho 9".

⑤ Chúng ta đi nhanh lên nào!

- Không là mệnh đề.

⑥ Hôm nay bạn đã làm hết bài tập rồi phải không?

- không là mệnh đề.

⑦ Phương trình $x+3=0$ có 1 nghiệm.

- Là mệnh đề đúng.

⇨ Mệnh đề phủ định là: "Phương trình $x+3=0$ không có 1 nghiệm".

⑧ Bình phương của một số luôn luôn là một số dương.

- Là mệnh đề sai.

⇨ Mệnh đề phủ định là: "Tồn tại một số mà bình phương của nó không là số dương".

Bài 19.

Phát biểu các mệnh đề sau bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần'' và "điều kiện cần''.

① ''Nếu $a+b<2$ thì một trong hai số a và b nhỏ hơn 1''.

② ''Nếu một tứ giác hình thang cân thì tứ giác đó có hai đường chéo bằng nhau.''

③ ''Nếu hai số nguyên a và b chia hết cho 3 thì tổng bình phương hai số đó chia hết cho 3.''

④ '' Nếu một số tự nhiên chia hết cho 6 thì nó chia hết cho 3.''

Lời giải

① ''Nếu $a+b<2$ thì một trong hai số a và b nhỏ hơn 1''.

⇨ '' $a+b<2$ là điều kiện đủ để một trong hai số a và b nhỏ hơn 1.''

⇨ ''một trong hai số a và b nhỏ hơn 1 là điều kiện cần để $a+b<2$.''

② ''Nếu một tứ giác hình thang cân thì tứ giác đó có hai đường chéo bằng nhau.''

⇨ ''Một tứ giác hình thang cân là điều kiện đủ để tứ giác đó có hai đường chéo bằng nhau.''

⇨ ''Tứ giác đó có hai đường chéo bằng nhau là điều kiện cần để tứ giác đó là hình thang cân.''

③ ''Nếu hai số nguyên a và b chia hết cho 3 thì tổng bình phương hai số đó chia hết cho 3.''

⇨ ''Hai số nguyên a và b chia hết cho 3 là điều kiện đủ để tổng bình phương hai số đó chia hết cho 3.''

⇨ ''Tổng bình phương hai số chia hết cho 3 là điều kiện cần để hai số nguyên đó chia hết cho 3.''

④ '' Nếu một số tự nhiên chia hết cho 6 thì nó chia hết cho 3.''

⇨ ''Một số tự nhiên chia hết cho 6 là điều kiện đủ để nó chia hết cho 3.''

⇨ ''Một số tự nhiên chia hết cho 3 là điều kiện cần để số đó chia hết cho 6.''

Bài 20.

Viết các mệnh đề sau bằng cách sử dụng ký hiệu $\forall$ hoặc $\exists$.

① "Trên tập số thực, phép cộng có tính giao hoán".

② "Có một số hữu tỷ nhỏ hơn nghịch đảo của nó".

③ "Trên tập số thực, phép nhân có tính phân phối với phép cộng".

④ "Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3".

⑤ "Cho hai số thực khác nhau bất kỳ, luôn tồn tại một số hữu tỷ nằm giữa hai số thực đã cho".

Lời giải

① "Trên tập số thực, phép cộng có tính giao hoán".

⇨ $\forall x,y\in\mathbb{R}:x+y=y+x$

② "Có một số hữu tỷ nhỏ hơn nghịch đảo của nó".

⇨ $\exists x\in\mathbb{Q}:x<\dfrac{1}{x}$

③ "Trên tập số thực, phép nhân có tính phân phối với phép cộng".

⇨ $\forall x,y,z\in\mathbb{R}:x\left(y+z\right)=xy+xz$

④ "Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3".

⇨ $\exists x\in\mathbb{R}:x^2=3.$

⑤ "Cho hai số thực khác nhau bất kỳ, luôn tồn tại một số hữu tỷ nằm giữa hai số thực đã cho".

⇨ $\forall x,z\in\mathbb{R},x\neq z,\ \exists y\in\mathbb{Q}:x<y<z.$

Bài 21.

Dùng ký hiệu $\forall,\exists$ để viết các mệnh đề sau. Lập mệnh đề phủ định của nó.

① Tất cả các số tự nhiên đều chia hết cho 2.

② Với mọi số thực x thì $x^2>x$.

③ Tồn tại số thực x sao cho $x^2+1<0$.

④ Có ít nhất một số tự nhiên n sao cho $n<1$.

Lời giải

① Tất cả các số tự nhiên đều chia hết cho 2.

$\forall x\in\mathbb{N}$, x chia hết cho 2.

⇨ Phủ định: $\exists x\in\mathbb{N}$, x không chia hết cho 2.

② Với mọi số thực x thì $x^2>x$.

$\forall x\in\mathbb{R},x^2>x.$

⇨ Phủ định: $\exists x\in\mathbb{R},x^2\le x.$

③ Tồn tại số thực x sao cho $x^2+1<0$.

$\exists x\in\mathbb{R},x^2+1<0$

⇨ Phủ định: $\forall x\in\mathbb{R},x^2+1\ge 0.$

④ Có ít nhất một số tự nhiên n sao cho $n<1$.

$\exists n\in\mathbb{N},\mathrm{n}<1.$

⇨ Phủ định: $\forall n\in\mathbb{N},\mathrm{n}\ge 1.$

Bài 22.

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai? Nếu sai hãy sửa lại cho đúng.

① $\exists x\in\mathbb{R},|x|=-x$

② $\forall x\in\mathbb{R},x^2<1\Rightarrow x<1$

③ $\forall x\in\mathbb{R},x<2\Rightarrow x^2<4$

④ $\forall x\in X,x^2=3.$

Lời giải

① $\exists x\in\mathbb{R},|x|=-x$

⇨ Mệnh đề đúng, chẳng hạn như lấy $x=0$

② $\forall x\in\mathbb{R},x^2<1\Rightarrow x<1$

⇨ Mệnh đề đúng

③ $\forall x\in\mathbb{R},x<2\Rightarrow x^2<4$

Mệnh đề sai, chẳng hạn như $x=-3$

⇨ Sửa lại: $\forall x\in\mathbb{R},\ 0<x<2\Rightarrow x^2<4$

④ $\forall x\in X, x^2=3.$

⇨ Không phải mệnh đề

Bài 23.

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai? Lập mệnh đề phủ định của nó.

① $\exists x\in\mathbb{N}, 2x^2-x=0.$

② $\forall x\in\mathbb{N},\left(x^2+x\right)$ chia hết cho 2

③ $\forall x\in\mathbb{R}, x^2+x+1>0$

④ $\exists x\in\mathbb{R}, x^2-3x+10=0.$

Lời giải

① $\exists x\in\mathbb{N}, 2x^2-x=0.$

◆ Mệnh đề đúng, chẳng hạn lấy $x=0$

⇨ Phủ định: $\forall x\in\mathbb{N}, 2x^2-x\neq 0.$

② $\forall x\in\mathbb{N},\left(x^2+x\right)$ chia hết cho 2

◆ Mệnh đề đúng vì $\left(x^2+x\right)=x\left(x+1\right)$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp nên luôn chia hết cho 2.

⇨ Phủ định: $\exists x\in\mathbb{N},\left(x^2+x\right)$ không chia hết cho 2

③ $\forall x\in\mathbb{R}, x^2+x+1>0$

◆ Mệnh đề đúng vì $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0, \forall x\in\mathbb{R}$

⇨ Phủ định: $\exists x\in\mathbb{R}, x^2+x+1\le 0$

④ $\exists x\in\mathbb{R}, x^2-3x+10=0.$

◆ Mệnh đề sai vì $x^2-3x+10=x^2-3x+\frac{9}{4}+\frac{31}{4}=\left(x^2-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{31}{4}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

⇨ Phủ định: $\forall x\in\mathbb{R},\ x^2-3x+10\neq 0.$

Bài 24.

Viết lại các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử

① $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\middle|-3<x\le 3\right\}.$

② $B=\left\{x\in\mathbb{N}\middle|x^2<30\right\}.$

③ $C=\left\{x\in\mathbb{Z}\middle|3x^3-4x^2-7x=0\right\}.$

④ $D=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|\left(2x-x^2\right)\left(x^2+2x-1\right)=0\right\}.$

⑤ $E=\left\{x\middle|x=4k, k\in\mathbb{Z}, -4\le x<12\right\}$

⑥ $F=\left\{x\middle|x=2n^2-1, n\in\mathbb{N}, x<9\right\}.$

Lời giải

① $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\middle|-3<x\le 3\right\}.$

⇨ $A=\left\{-2;-1;0;1;2;3\right\}.$

② $B=\{x\in\mathbb{N}\,|\,x^2<30\}$.

◆ Vì $\begin{cases}x\in\mathbb{N}\\x^2<30\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}x\in\mathbb{N}\\0\le x<\sqrt{30}\end{cases}$.

⇨ Vậy $B=\{0;1;2;3;4;5\}$.

③ $C=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,3x^3-4x^2-7x=0\}$.

◆ Ta có $3x^3-4x^2-7x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\mathbb{Z}\\x=\dfrac{7}{3}\notin\mathbb{Z}\\x=-1\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$.

⇨ Vậy $C=\{0;-1\}$.

④ $D=\{x\in\mathbb{R}\,|\,(2x-x^2)(x^2+2x-1)=0\}$.

◆ Ta có $(2x-x^2)(x^2+2x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-x^2=0\\x^2+2x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-1\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

⇨ Vậy $D=\{-1-\sqrt{2};0;-1+\sqrt{2};2\}$.

⑤ $E=\{x\,|\,x=4k,k\in\mathbb{Z},-4\le x<12\}$

⇨ $E=\{-4;0;4;8\}$.

⑥ $F=\{x\,|\,x=2n^2-1,n\in\mathbb{N},x<9\}$.

◆ Vì $x<9\Leftrightarrow 2n^2-1<9\Leftrightarrow-\sqrt{5}<n<\sqrt{5}$. Mà $n\in\mathbb{N}\Rightarrow n\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

⇨ Vậy $F=\{7;1;-1\}$.

Bài 25.

Xác định các tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng

① $A=\{2;4;6;8;10;12\}$.

② $B=\{1;3;9;27\}$.

③ $C=\{0;1;4;9;16;25\}$.

④ $D=\left\{\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{8};\dfrac{1}{16};\ldots\right\}$.

⑤ $E=\left\{\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{12};\dfrac{1}{20};\ldots\right\}$.

Lời giải

① $A=\{2;4;6;8;10;12\}\longrightarrow A=\{x\,|\,x=2n,n\in\mathbb{N}^*,x\le 12\}$.

② $B=\{1;3;9;27\}\longrightarrow B=\{x\,|\,x=3^n,n\in\mathbb{N}^*,n<4\}$.

③ $C=\{0;1;4;9;16;25\}\longrightarrow C=\{x\,|\,x=n^2,n\in\mathbb{N},x<30\}$.

④ $D=\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8};\frac{1}{16};\ldots\right\}\longrightarrow D=\left\{x\middle|x=\frac{1}{2^n},n\in\mathbb{N}^*\right\}$.

⑤ $E=\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{6};\frac{1}{12};\frac{1}{20};\ldots\right\}\longrightarrow E=\left\{x\middle|x=\frac{1}{n(n+1)},n\in\mathbb{N}^*\right\}$.

Bài 26.

Xét tất cả các tập X sao cho $\{1;2\}\subset X\subset\{1;2;3;4;5\}$.

Lời giải

⇨ Vì $\{1;2\}\subset X\subset\{1;2;3;4;5\}$ nên

$X\in\{\{1;2\};\{1;2;3\};\{1;2;4\};\{1;2;5\};\{1;2;3;4\},\{1;2;3;5\};\{1;2;4;5\};\{1;2;3;4;5\}\}$.

Bài 27.

Xét quan hệ (con, bằng nhau) của các tập hợp

$A=\{x\in\mathbb{N}|0<x<3\}$.

$B=\{x\in\mathbb{R}|x^2-3x+2=0\}$.

$C=\{x\in\mathbb{Z}|x^2<2\}$.

$D=\{x\in\mathbb{Z}||x|<3\}$.

$E=\{x\in\mathbb{N}|3x^2+4x+1=0\}$.

Lời giải

◆ Ta có $A=\{1;2\},B=\{1;2\},C=\{-1;0;1\},D=\{-2;-1;0;1;2\},E=\varnothing$.

⇨ Vậy $A=B,A\subset D,B\subset D,C\subset D$ và $E\subset A,E\subset B,E\subset C,E\subset D$.

Bài 28.

Cho $A=\{1;2;3;4\}$, $B=\{2;4;6;8\}$, $C=\{3;4;5;6\}$.

Tìm $A\cup B$; $B\cup C$; $C\cap A$; $A\setminus B$; $C\setminus A$ và $(A\cup B)\cap C$.

Lời giải

Ta có:

◆ $A\cup B=\{1;2;3;4;6;8\}$.

◆ $B\cup C=\{2;3;4;5;6;8\}$.

◆ $C\cap A=\{3;4\}$.

◆ $A\setminus B=\{1;3\}$.

◆ $C\setminus A=\{5;6\}$.

◆ $(A\cup B)\cap C=\{3;4;6\}$.

Bài 29.

Cho tập hợp $A=\{a;b\}$ và $B=\{a;b;c;d\}$. Tìm tất cả tập hợp X thỏa $A\cup X=B$.

Lời giải

◆ Ta có $A=\{a;b\}$. X có thể là: $X=\{c;d\}$, $X=B$, $X=\{a;c;d\}$, $X=\{b;c;d\}$.

Bài 30.

Cho tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x^2-x-2=0\}$ và $B=\{x\in\mathbb{Z}\,||x|\le 2\}$. Tìm tất cả tập X thỏa $A\cup X=B$.

Lời giải

◆ Ta có: $x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$.

Nên $A=\{-1;2\}$.

◆ Ta có: $|x|\le 2\Leftrightarrow -2\le x\le 2$.

Nên $B=\{-2;-1;0;1;2\}$.

⇨ Các tập X có thể là: $X=B$, $X=\{-2;-1;0;1\}$, $X=\{-2;0;1;2\}$, $X=\{-2;0;1\}$.

Bài 31.

Trong số 45 học sinh của lớp $10A$ có 15 bạn được xếp vào học lực giỏi, 20 bạn được xếp hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa được học sinh giỏi vừa được hạnh kiểm tốt. Khi đó, lớp $10A$ có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng thì bạn học sinh đó phải có học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt.

Lời giải

◆ Gọi A là tập hợp các học sinh giỏi, B là tập hợp các học sinh có hạnh kiểm tốt.

Nên số lượng học sinh được khen thưởng là:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=15+20-10=25\,(\text{học sinh}).$$

Bài 32.

Trong kì thi học sinh giỏi cấp trường, lớp $10A$ có 17 bạn được xếp công nhận học sinh giỏi Văn, 25 học sinh giỏi Toán. Tìm số học sinh giỏi cả Văn lẫn Toán biết lớp $10A$ có 45 học sinh và có 13 học sinh không đạt học sinh giỏi.

Lời giải

◆ Giả sử để được gọi là học sinh giỏi thì phải là học sinh giỏi văn hoặc toán.

◆ Gọi A là số học sinh giỏi văn, B là số học sinh giỏi toán, C là số học sinh không đạt học sinh giỏi và X là tập hợp tất cả các học sinh lớp $10A$.

◆ Nên $A\cup B=X\setminus C$ là tập hợp các học sinh giỏi, $A\cap B$ là số học sinh giỏi cả văn lẫn toán.

◆ Ta có: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$$\Rightarrow n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(X\setminus C)=17+25-45+13=10\ (\text{học sinh}).$$

Bài 33.

Viết lại các tập hợp sau dưới dạng khoảng, đoạn, nửa khoảng:

$A=\{x\in\mathbb{R}\mid -2<x\le 6\}$; $B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>0\}$;
$C=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 4\}$; $D=\{x\in\mathbb{R}\mid 5<x\vee x\le -5\}$; $E=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\le 10\}$.

Lời giải

- $A=\{x\in\mathbb{R}\mid -2<x\le 6\}=(-2;6]$;
- $B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>0\}=(0;+\infty)$;
- $C=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 4\}=(-\infty;4]$;
- $D=\{x\in\mathbb{R}\mid 5<x\vee x\le -5\}=(-\infty;-5]\cup(5;+\infty)$;
- $E=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\le 10\}=\{x\in\mathbb{R}\mid -10\le x\le 10\}=[-10;10]$.

Bài 34.

Tìm $A\cup B;A\cap B;A\setminus B;B\setminus A;C_{\mathbb{R}}A;C_{\mathbb{R}}B$ biết:

① $A=(-3;2),B=(0;4)$.
② $A=(-\infty;2),B=(1;+\infty)$.
③ $A=(-\infty;3],B=[1;5)$.
④ $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 2\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>5\}$.
⑤ $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 0\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>-3\}$.
⑥ $A=\{x\in\mathbb{R}\mid -3<x\le 1\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>0\}$.
⑦ $A=\{x\in\mathbb{R}\mid 0<x\le 3\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>4\}$.

Lời giải

① $A=(-3;2),B=(0;4)$.
- $A\cup B=(-3;4),A\cap B=(0;2),A\setminus B=(-3;0],B\setminus A=[2;4)$,
- $C_{\mathbb{R}}A=(-\infty;-3]\cup[2;+\infty),C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$.

② $A=(-\infty;2),B=(1;+\infty)$.
- $A\cup B=\mathbb{R},A\cap B=(1;2),A\setminus B=(-\infty;1],B\setminus A=[2;+\infty),C_{\mathbb{R}}A=[2;+\infty),C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;1]$.

③ $A=(-\infty;3],B=[1;5)$.
- $A\cup B=(-\infty;5),A\cap B=[1;3],A\setminus B=(-\infty;1),B\setminus A=(3;5)$,
- $C_{\mathbb{R}}A=(3;+\infty),C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;1)\cup[5;+\infty)$.

④ $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 2\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>5\}$.
- Có $A=(-\infty;2],B=(5;+\infty)$.
- $A\cup B=(-\infty;2]\cup(5;+\infty),A\cap B=\varnothing,A\setminus B=A,B\setminus A=B$, $C_{\mathbb{R}}A=(2;+\infty),C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;5]$.

⑤ $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 0\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>-3\}$.
- Có $A=(-\infty;0],B=(-3;+\infty)$.
- $A\cup B=\mathbb{R},A\cap B=(-3;0],A\setminus B=(-\infty;-3],B\setminus A=(0;+\infty)$, $C_{\mathbb{R}}A=(0;+\infty),C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;-3]$.

⑥ $A=\{x\in\mathbb{R}\mid -3<x\le 1\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>0\}$.

- Có $A=(-3;1],B=(0;+\infty)$.
- $A\cup B=(-3;+\infty),A\cap B=(0;1],A\setminus B=(-3;0],B\setminus A=(1;+\infty)$,
- $C_{\mathbb{R}}A=(-\infty;-3]\cup(1;+\infty),C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;0]$.

⑦ $A=\{x\in\mathbb{R}\mid 0<x\le 3\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>4\}$.

- Có $A=(0;3],B=(4;+\infty)$.
- $A\cup B=(0;3]\cup(4;+\infty),A\cap B=\varnothing,A\setminus B=A,B\setminus A=B,\ C_{\mathbb{R}}A=(-\infty;0]\cup(3;+\infty),C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;4]$.

Bài 35.

Tìm $A\cup(B\cap C);(A\cup B)\cap C$ biết:

① $A=(-3;6),B=(1;4),C=[2;5)$.

② $A=(-\infty;1),B=(-2;+\infty),C=(-3;3)$.

③ $A=(-\infty;4),B=[0;6],C=(-1;+\infty)$.

④ $A=(-2;7),B=(2;8),C=[3;6)$.

Lời giải

① $A=(-3;6),B=(1;4),C=[2;5)$.

- Có $B\cap C=[2;4),A\cup(B\cap C)=(-3;6)$.
- Có $A\cup B=(-3;6),(A\cup B)\cap C=[2;5)$.

② $A=(-\infty;1),B=(-2;+\infty),C=(-3;3)$.

- Có $B\cap C=(-2;3),A\cup(B\cap C)=(-\infty;3)$.
- Có $A\cup B=\mathbb{R},(A\cup B)\cap C=(-3;3)$.

③ $A=(-\infty;4),B=[0;6],C=(-1;+\infty)$.

- Có $B\cap C=[0;6],A\cup(B\cap C)=(-\infty;6]$.
- Có $A\cup B=(-\infty;6],(A\cup B)\cap C=(-1;6]$.

④ $A=(-2;7),B=(2;8),C=[3;6)$.

- Có $B\cap C=[3;6),A\cup(B\cap C)=(-2;7)$.
- Có $A\cup B=(-2;8),(A\cup B)\cap C=[3;6)$.

Bài 36.

Xác định các tập hợp $A\cap B,A\cup B,B\cap C,A\cap B\cap C,\ (A\cup B)\cap C,A\cup(B\cap C),\ (A\cap B)\setminus C,$ $A\setminus(B\setminus C)$ biết:

① $A=[0;3],B=[1;+\infty)C=(-2;0]$.

② $A=(-\infty;1);B=[1;+\infty);C=(0;1]$.

③ $A=[-3;1];B=[2;+\infty);C=(-\infty;2)$.

④ $A=[-1;1],B=(-\infty;0);C=[0;2)$.

Lời giải

① $A=[0;3],B=[1;+\infty);C=(-2;0]$.

- $A\cap B=[0;3]\cap[1;+\infty)=[1;3]$.
- $A\cup B=[0;3]\cup[1;+\infty)=[0;+\infty)$.
- $A\cap B\cap C=[1;3]\cap(-2;0]=\varnothing$.
- $(A\cup B)\cap C=[0;+\infty)\cap(-2;0]=\{0\}$.
- $B\cap C=[1;+\infty)\cap(-2;0]=\varnothing$.
- $A\cup(B\cap C)=[0;3]\cup\phi=[0;3]$.
- $(A\cap B)\setminus C=[1;3]\setminus(-2;0]=[1;3]$
- $B\setminus C=[1;+\infty)\setminus(-2;0]=[1;+\infty)\Rightarrow A\setminus(B\setminus C)=[0;3]\setminus[1;+\infty)=[0;1)$.

② $A=(-\infty;1);B=[1;+\infty);C=(0;1]$.

- $A\cap B=(-\infty;1)\cap[1;+\infty)=\varnothing$.
- $A\cup B=(-\infty;1)\cup[1;+\infty)=\mathbb{R}$.
- $A\cap B\cap C=\varnothing\cap(0;1]=\varnothing$.
- $(A\cup B)\cap C=\mathbb{R}\cap(0;1]=(0;1]$.
- $B\cap C=[1;+\infty)\cap(0;1]=\{1\}$.
- $A\cup(B\cap C)=(-\infty;1)\cup\{1\}=(-\infty;1]$.
- $(A\cap B)\setminus C=\varnothing\setminus(0;1]=\varnothing$
- $B\setminus C=[1;+\infty)\setminus(0;1]=(1;+\infty)\Rightarrow A\setminus(B\setminus C)=(-\infty;1)\setminus(1;+\infty)=(-\infty;1)$.

③ $A=[-3;1];B=[2;+\infty);C=(-\infty;2)$.

- $A\cap B=[-3;1]\cap[2;+\infty)=\varnothing$.
- $A\cup B=[-3;1]\cup[2;+\infty)$.
- $A\cap B\cap C=\varnothing\cap(-\infty;2)=\varnothing$.
- $(A\cup B)\cap C=([-3;1]\cup[2;+\infty))\cap(-\infty;2)=[1;2)$.
- $B\cap C=[2;+\infty)\cap(-\infty;2)=\varnothing$.
- $A\cup(B\cap C)=[-3;1]\cup\varnothing=[-3;1]$.
- $(A\cap B)\setminus C=\varnothing\setminus(-\infty;2)=\varnothing$.
- $B\setminus C=[2;+\infty)\setminus(-\infty;2)=[2;+\infty)\Rightarrow A\setminus(B\setminus C)=[-3;1]\setminus[2;+\infty)=[-3;1]$.

④ $A=[-1;1],B=(-\infty;0);C=[0;2)$.

- $A\cap B=[-1;1]\cap(-\infty;0)=[-1;0)$.
- $A\cup B=[-1;1]\cup(-\infty;0)=(-\infty;1]$.
- $A\cap B\cap C=[-1;0)\cap[0;2)=\varnothing$.
- $(A\cup B)\cap C=(-\infty;1]\cap[0;2)=[0;1]$.

- $B\cap C=(-\infty;0)\cap[0;2)=\varnothing$.
- $A\cup(B\cap C)=[-1;1]\cup\varnothing=[-1;1]$.
- $(A\cap B)\setminus C=[-1;0)\setminus[0;2)=[-1;0)$.
- $B\setminus C=(-\infty;0)\setminus[0;2)=(-\infty;0)\Rightarrow A\setminus(B\setminus C)=[-1;1]\setminus(-\infty;0)=[0;1]$.

Bài 37.

Cho tập hợp $C_{\mathbb{R}}A=[0;6)$, $C_{\mathbb{R}}B=\left(-\frac{12}{3};5\right)\cup\left(\sqrt{17};\sqrt{55}\right)$. Tìm tập hợp $C_{\mathbb{R}}(A\cap B)$.

Lời giải

- Ta có, $C_{\mathbb{R}}A=[0;6)\Rightarrow A=\mathbb{R}\setminus[0;6)=(-\infty;0)\cup[6;+\infty)$.
- $C_{\mathbb{R}}B=\left(-\frac{12}{3};5\right)\cup\left(\sqrt{17};\sqrt{55}\right)=\left(-\frac{12}{3};\sqrt{55}\right)\Rightarrow B=\left(-\infty;-\frac{12}{3}\right]\cup\left[\sqrt{55};+\infty\right)$.
- $A\cap B=\left((-\infty;0)\cup[6;+\infty)\right)\cap\left(\left(-\infty;-\frac{12}{3}\right]\cup\left[\sqrt{55};+\infty\right)\right)=\left(-\infty;-\frac{12}{3}\right]\cup\left[\sqrt{55};+\infty\right)$.
- $C_{\mathbb{R}}(A\cap B)=\mathbb{R}\setminus\left(\left(-\infty;-\frac{12}{3}\right]\cup\left[\sqrt{55};+\infty\right)\right)=\left(-\frac{12}{3};\sqrt{55}\right)$.

Bài 38.

Cho $A=(-4;3)$ và $B=(m-7;m)$. Tìm giá trị thực của tham số m để $B\subset A$.

Lời giải

- $B\subset A\Leftrightarrow(m-7;m)\subset(-4;3)\Leftrightarrow -4\le m-7<m\le 3\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 3\\ m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow m=3$.

Bài 39.

Cho $a<0$. Tìm điều kiện của a để $(-\infty;9a)\cap\left(\frac{4}{a};+\infty\right)\neq\varnothing$.

Lời giải

- $(-\infty;9a)\cap\left(\frac{4}{a};+\infty\right)\neq\varnothing$

$\Leftrightarrow\frac{4}{a}<9a\Leftrightarrow\frac{4}{a}-9a<0\Leftrightarrow\frac{4-9a^2}{a}<0\Leftrightarrow 4-9a^2>0$, (vì $a<0$) $\Leftrightarrow -\frac{2}{3}<a<\frac{2}{3}$.

Bài 40.

Cho hai tập hợp : $A=[-2;3)$ và $B=[m;m+5)$, với $m\in\mathbb{R}$.

Tìm giá trị thực của tham số m để $A\cap B\neq\varnothing$.

Lời giải

• $A\cap B\neq\varnothing\Leftrightarrow[-2;3)\cap[m;m+5)\neq\varnothing\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2\le m<3\\-2<m+5<3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2\le m<3\\-7<m<-2\end{array}\right.\Leftrightarrow-7<m<3.$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1. Trong các câu sau, câu nào không phải là mệnh đề?

A. Buồn ngủ quá!

B. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau.

C. 8 là số chính phương.

D. Băng Cốc là thủ đô của Mianma.

Lời giải

Chọn A

Câu cảm thán không phải là mệnh đề.

Câu 2. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu không phải là mệnh đề?

a. Huế là một thành phố của Việt Nam.

b. Sông Hương chảy ngang qua thành phố Huế.

c. Hãy trả lời câu hỏi này!

d. $5+19=24$.

e. $6+81=25$.

f. Bạn có rỗi tối nay không?

g. $x+2=11$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Các câu **c**, **f** không phải là mệnh đề vì không phải là một câu khẳng định.

Câu 3. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

a. Hãy đi nhanh lên!

b. Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.

c. $5+7+4=15$.

d. Năm 2018 là năm nhuận.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Câu a) là câu cảm thán, không phải là mệnh đề.

Câu 4. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

a. Cố lên, sắp đói rồi!

b. Số 15 là số nguyên tố.

c. Tổng các góc của một tam giác là $180°$.

d. x là số nguyên dương.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Câu **a** không phải là mệnh đề.

Câu 5. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

A. Đi ngủ đi!

B. Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới.

C. Bạn học trường nào?

D. Không được làm việc riêng trong giờ học.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.

B. Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.

C. Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

D. Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

Lời giải

Chọn B

B là mệnh đề sai: Ví dụ: $2.3=6$ là số chẵn nhưng 3 là số lẻ.

C là mệnh đề sai: Ví dụ: $1+3=4$ là số chẵn nhưng 1 và 3 là số lẻ.

Câu 7. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

A. Nếu $a \ge b$ thì $a^2 \ge b^2$.

B. Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.

C. Nếu em chăm chỉ thì em thành công.

D. Nếu một tam giác có một góc bằng $60°$ thì tam giác đó đều.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề A là một mệnh đề sai thì $b \le a < 0$ thì $a^2 \le b^2$.

Mệnh đề B là mệnh đề đúng. Vì $a \vdots 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 9n,\ n \in \mathbb{Z} \\ 9 \vdots 3 \end{cases} \Rightarrow a \vdots 3$.

Câu C chưa là mệnh đề vì chưa khẳng định được tính đúng, sai.

Mệnh đề D là mệnh đề sai vì chưa đủ điều kiện để khẳng định một tam giác là đều.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. $-\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$.

B. $\pi < 4 \Leftrightarrow \pi^2 < 16$.

C. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow 2\sqrt{23} < 2.5$.

D. $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow -2\sqrt{23} > -2.5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\pi^2 < 4 \Leftrightarrow |\pi| < 2 \Leftrightarrow -2 < \pi < 2$. Suy ra mệnh đề: $-\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$ sai.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.

B. Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.
C. Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.
D. Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng $60°$.

Lời giải

Chọn A

Đáp án A sai vì hai tam giác đồng dạng thì các góc tương ứng bằng nhau. Hai tam giác đồng dạng bằng nhau khi chúng có cặp cạnh tương ứng bằng nhau.

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?
A. Nếu số nguyên tố n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5.
B. Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
C. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau.
D. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thi tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn B

Xét mệnh đề đảo của đáp án A: "Nếu số nguyên n chia hết cho 5 thì số nguyên n có chữ số tận cùng là 5". Mệnh đề này sai là số nguyên n cũng có thể có chữ số tận cùng là 0.
Xét mệnh đề đảo của đáp án B: "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường". Mệnh đề này đúng.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?
A. Nếu số nguyên n có tổng các chữ số bằng 9 thì số tự nhiên n chia hết cho 3.
B. Nếu $x>y$ thì $x^2>y^2$.
C. Nếu $x=y$ thì $t.x=t.y$.
D. Nếu $x>y$ thì $x^3>y^3$.

Lời giải

Chọn D

Xét mệnh đề đảo của đáp án A: "Nếu số tự nhiên n chia hết cho 3 thì số nguyên n có tổng các chữ số bằng 9". Mệnh đề này sai vì tổng các chữ số của n phải chia hết cho 9 thì n mới chia hết cho 9.

Xét mệnh đề đảo của đáp án B: "Nếu $x^2>y^2$ thì $x>y$" sai vì $x^2>y^2 \Leftrightarrow |x|>|y| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>y \\ x<-y \end{array}\right.$.

Xét mệnh đề đảo của đáp án C: "Nếu $t.x=t.y$ thì $x=y$" sai với $t=0 \Rightarrow x,y\in\mathbb{R}$.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?
A. "ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ tam giác ABC cân".
B. "ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ tam giác ABC cân và có một góc $60°$".
C. "ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ ABC là tam giác có ba cạnh bằng nhau".
D. "ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ tam giác ABC có hai góc bằng $60°$".

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề kéo theo " ABC là tam giác đều $\Rightarrow$ tam giác ABC cân" là mệnh đề đúng. Nhưng mệnh đề đảo: "Tam giác ABC cân $\Rightarrow ABC$ là tam giác đều" là mệnh đề sai.

Do đó, 2 mệnh đề " ABC là tam giác đều" và "tam giác ABC cân" không phải là 2 mệnh đề tương đương.

Câu 13. Mệnh đề nào sau đây là phủ định của mệnh đề "Mọi động vật đều di chuyển"?

A. Mọi động vật đều không di chuyển.

B.Mọi động vật đều đứng yên.

C. Có ít nhất một đọng vật không di chuyển.

D.Có ít nhất một động vật di chuyển

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in K, P(x)$ " là mệnh đề " $\exists x \in K, \overline{P(x)}$ ".

Do đó, phủ định của mệnh đề "Mọi động vật đều di chuyển" là mệnh đề "Có ít nhất một động vật không di chuyển"

Câu 14. Phủ định của mệnh đề "Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn tuần hoàn" là mệnh đề nào sau đây?

A.Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

B. Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

C.Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

D.Mọi số vô tỷ đều là số thập phân tuần hoàn.

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in K, P(x)$ " là mệnh đề " $\forall x \in K, \overline{P(x)}$ ".

Do đó, phủ định của mệnh đề "Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn tuần hoàn" là mệnh đề "Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn không tuần hoàn"

Câu 15. Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề: " Số 6 chia hết cho 2 và 3".

A. Số 6 chia hết cho 2 hoặc 3.

B. Số 6 không chia hết cho 2 và 3.

C. Số 6 không chia hết cho 2 hoặc 3.

D. Số 6 không chia hết cho 2 và chia hết cho 3.

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề " Số 6 chia hết cho 2 và 3" là mệnh đề " Số 6 không chia hết cho 2 hoặc 3"

Câu 16. Viết mệnh đề phủ định $\overline{P}$ của mệnh đề P : " Tất cả các học sinh khối 10 của trường đều biết bơi".

A. $\overline{P}$: " Tất cả các học sinh khối 10 của trường đều biết bơi".

B. $\overline{P}$: " Tất cả các học sinh khối 10 của trường em có bạn không biết bơi"..

C. $\overline{P}$: " Tất cả các học sinh khối 10 của trường đều biết bơi".

D. $\overline{P}$: " Có một học sinh khối 10 của trường em không biết bơi"..

Lời giải

Chọn D

Câu 17. Kí hiệu X là tập hợp các cầu thủ x trong đội tuyển bóng rổ, $P(x)$ là mệnh đề chứa biến "x cao trên $180(cm)$". Mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" khẳng định rằng

A. Mọi cầu thủ trong đội tuyển bóng rổ đều cao trên $180(cm)$.

B. Trong các cầu thủ trong đội tuyển bóng rổ có một số cầu thủ cao trên $180(cm)$.

C. Bất cứ ai cao trên $180(cm)$ đều là cầu thủ của đội tuyển bóng rổ.

D. Có một số người cao trên $180(cm)$ là cầu thủ trong đội tuyển bóng rổ.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề "$\forall x \in X$, x cao trên $180(cm)$" khẳng định : "Mọi cầu thủ trong đội tuyển bóng rổ đều cao trên $180(cm)$.

Câu 18. Mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$" khẳng định rằng ?

A. Bình phương của mỗi số thực bằng 2.

B. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 2.

C. Chỉ có một số thực mà bình phương của nó bằng 2.

D. Nếu x là một số thực thì $x^2 = 2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Không có số chẵn là số nguyên tố .

B. $\forall x \in \mathbb{R}, -x^2 < 0$.

C. $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+11)+6$ chia hết cho 11.

D. Phương trình $3x^2 - 6 = 0$ có nghiệm hữu tỷ.

Lời giải

Chọn C

Với $n-4 \in \mathbb{N} \Rightarrow n(n+11)+6-4(4+11)-66 \vdots 11$.

Câu 20. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\exists x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 8 = 0$.

B. $\exists n \in \mathbb{N}, (n^2 + 11n + 2)$ chia hết cho 11.

C. Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 5.

D. $\exists \in \mathbb{N}, (n^2 + 1)$ chia hết cho 4.

Lời giải

Chọn D

Với $k \in \mathbb{N}$, ta có

Khi $n = 4k \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 1$ không chia hết cho 4.

Khi $n = 4k+1 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 8k + 2$ không chia hết cho 4

Khi $n = 4k+2 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 16k + 5$ không chia hết cho 4

Khi $n = 4k+3 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 24k + 10$ không chia hết cho 4

Câu 21. Mệnh đề nào sau là mệnh đề **sai**?

A. $\forall x\in\mathbb{R},\exists y\in\mathbb{R},\ x+y^2\ge 0$.

B. $\exists x\in\mathbb{R},\forall y\in\mathbb{R},\ x+y^2\ge 0$.

C. $\forall x\in\mathbb{R},\forall y\in\mathbb{R},\ x+y^2\ge 0$.

D. $\exists x\in\mathbb{R},\forall y\in\mathbb{R},\ x+y^2\le 0$.

Lời giải

Chọn C

Với $x=-1\in\mathbb{R},y=0\in\mathbb{R}$ thì ta có $x+y^2=-1+0<0$

Câu 22. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Với mọi số thực x, nếu $x<-2$ thì $x^2>4$.

B. Với mọi số thực x, nếu $x^2<4$ thì $x<-2$.

C. Với mọi số thực x, nếu $x<-2$ thì $x^2<4$

D. Với mọi số thực x, nếu $x^2>4$ thì $x>-2$.

Lời giải

Chọn A

B sai vì $x=1\Rightarrow x^2=1<4$ **nhưng** $1>-2$.

C sai vì $x=-3<-2$ **nhưng** $x^2=9>4$.

D sai vì $x=-3\Rightarrow x^2=9>4$ **nhưng** $-3<-2$.

Câu 23. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề đúng?

A. $\exists x\in\mathbb{R}:x^2<x$.

B. $\forall x\in\mathbb{R},x^2>x$.

C. $\forall x\in\mathbb{R},|x|>1\Rightarrow x>1$.

D. $\forall x\in\mathbb{R}:x^2\ge x$.

Lời giải

Chọn A

Với $x=\dfrac{1}{2}\in\mathbb{R}\Rightarrow x^2=\dfrac{1}{4}<\dfrac{1}{2}=x$.

Câu 24. Cho x là số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall x,\ x^2>5\Rightarrow x>\sqrt{5}\vee x<-\sqrt{5}$.

B. $\forall x,\ x^2>5\Rightarrow -\sqrt{5}<x<\sqrt{5}$.

C. $\forall x,\ x^2>5\Rightarrow x>\pm\sqrt{5}$.

D. $\forall x,\ x^2>5\Rightarrow x\ge\sqrt{5}\vee x\le-\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Đáp án A đúng vì $\forall x,x^2>5\Rightarrow|x|>\sqrt{5}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x>\sqrt{5}\\x<-\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Câu 25. Chọn mệnh đề đúng:

A. $\forall x\in\mathbb{N}^*$, x^2-1 là bội số của 3.

B. $\exists x\in\mathbb{Q},\ x^2=3$.

C. $\forall x\in\mathbb{N},\ 2^x+1$ là số nguyên tố.

D. $\exists x\in\mathbb{N},\ 2^x\ge x+2$.

Lời giải

Chọn A

B sai vì $x^2=3\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$ **là số vô tỉ.**

C sai vì $x=3\Rightarrow 2^3+1=9$ **là hợp số.**

D sai vì $x=0\Rightarrow 2^0=1<0+2=2$.

Câu 26. Cho mệnh đề P: "$\forall x\in\mathbb{R},x^2-x+7<0$" Mệnh đề phủ định của P là:

A. $\forall x\in\mathbb{R},x^2-x+7>0$.

B. $\forall x\in\mathbb{R},x^2-x+7>0$.

C. Không tồn tại $x:x^2-x+7<0$.

D. $\exists x\in\mathbb{R},x^2-x+7\geq 0$.

Lời giải

Chọn D

Phủ định của P là $\overline{P}$:"$\exists x\in\mathbb{R},x^2-x+7\geq 0$"

Câu 27. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x)$:"$x^2+3x+1>0$ với mọi x" là:

A. Tồn tại x sao cho $x^2+3x+1>0$.

B. Tồn tại x sao cho $x^2+3x+1\leq 0$.

C. Tồn tại x sao cho $x^2+3x+1=0$.

D. Tồn tại x sao cho $x^2+3x+1<0$.

Lời giải

Chọn B

Phủ định của mệnh đề $P(x)$:"$x^2+3x+1>0$"là $\overline{P(x)}$: "Tồn tại x sao cho $x^2+3x+1\leq 0$"

Câu 28. Mệnh đề phủ định của mệnh đề P: "$\exists x:x^2+2x+5$ là số nguyên tố" là :

A. $\forall x:x^2+2x+5$ không là số nguyên tố.

B. $\exists x:x^2+2x+5$là hợp số.

C. $\forall x:x^2+2x+5$là hợp số.

D. $\exists x:x^2+2x+5$là số thực.

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề $P(x)$:"$\exists x:x^2+2x+5$là số nguyên tố " là $\overline{P(x)}$: "$\forall x:x^2+2x+5$ là hợp số".

Câu 29. Phủ định của mệnh đề $P(x)$:"$\exists x\in\mathbb{R},5x-3x^2=1$" là:

A. "$\exists x\in\mathbb{R},5x-3x^2$".

B. "$\forall x\in\mathbb{R},5x-3x^2=1$".

C. "$\forall x\in\mathbb{R},5x-3x^2\neq 1$".

D. "$\exists x\in\mathbb{R},5x-3x^2\geq 1$".

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề $P(x)$:"$\exists x\in\mathbb{R},5x-3x^2=1$" là $\overline{P(x)}$: "$\forall x\in\mathbb{R},5x-3x^2\neq 1$".

Câu 30. Cho mệnh đề $P(x)$:"$\forall x\in\mathbb{R},x^2+x+1>0$". Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x)$ là:

A. "$\forall x\in\mathbb{R},x^2+x+1<0$".

B. "$\forall x\in\mathbb{R},x^2+x+1\leq 0$".

C. "$\exists x\in\mathbb{R},x^2+x+1\leq 0$".

D. "$x\in\mathbb{R},x^2+x+1>0$".

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề $P(x)$:"$\forall x\in\mathbb{R},x^2+x+1>0$" là $\overline{P(x)}$: "$\exists x\in\mathbb{R},x^2+x+1\leq 0$".

Câu 31. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào có **mệnh đề đảo** là đúng?

A. Nếu a và b cùng chia hết cho c thì $a+b$ chia hết cho c.

B. Nếu $a>b$ thì $a^2>b^2$.

C. Nếu số nguyên chia hết cho 14 thì chia hết cho cả 7 và 2.

D. Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.

Lời giải

Chọn C

Xét từng mệnh đề ta có các mệnh đề đảo tương ứng là

" Nếu $a+b$ chia hết cho c thì a và b cùng chia hết cho c " đây là mệnh đề **sai**

" Nếu $a^2>b^2$ thì $a>b$, đây là mệnh đề **sai**

"Nếu một số nguyên chia hết cho cả 7 và 2 thì số nguyên đó chia hết cho 14 "đây là mệnh đề **Đúng**

"Nếu hai tam giác có diện tích bằng nhau thì hai tam giác đó bằng nhau" là mệnh đề sai.

Câu 32. Với giá trị nào của x thì " $x^2-1=0, x\in\mathbb{N}$ " là mệnh đề đúng:

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\mathbb{N}\\x=-1\notin\mathbb{N}\end{array}\right.$

Vậy mệnh đề chứa biến trở thành mệnh đề đúng khi và chỉ khi $x=1$.

Câu 33. Trong các câu sau, có bao nhiêu câu **không** phải là một mệnh đề?

(1) Huế là một thành phố của Việt Nam.

(2) Sông Hương chảy ngang qua thành phố Huế.

(3) Hãy trả lời câu hỏi này !

(4) $4+19=24$.

(5) $6+81=25$.

(6) Bạn có rỗi tối nay không ?

(7) $x+2=11$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Có 3 câu không phải là mệnh đề, gồm (3), (6), (7).

Câu 34. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $-\pi<-2\Leftrightarrow\pi^2<4$. **B.** $\pi<4\Leftrightarrow\pi^2<16$.

C. $\sqrt{23}<5\Rightarrow 2\sqrt{23}<2.5$. **D.** $\sqrt{23}<5\Rightarrow -2\sqrt{23}>-2.5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-\pi<-2$ là mệnh đề đúng , $\pi^2<4$ là mệnh đề sai.

Suy ra mệnh đề $-\pi<-2\Leftrightarrow\pi^2<4$ **là mệnh đề sai.**

Ta có $\pi<4$ là mệnh đề đúng , $\pi^2<16$ là mệnh đề đúng.

Suy ra mệnh đề $\pi<4\Leftrightarrow\pi^2<16$ **là mệnh đề đúng.**

Ta có $\sqrt{23}<5$ là mệnh đề đúng , $2\sqrt{23}<2.5$ là mệnh đề đúng.

Suy ra mệnh đề $\sqrt{23}<5\Rightarrow 2\sqrt{23}<2.5$ **là mệnh đề đúng.**

Ta có $\sqrt{23}<5$ là mệnh đề đúng , $-2\sqrt{23}>-2.5$ là mệnh đề sai.

Suy ra mệnh đề $\sqrt{23}<5\Rightarrow -2\sqrt{23}>-2.5$ **là mệnh đề đúng.**

Câu 35. Cho mệnh đề $"\forall x\in\mathbb{R},x^2-2+a>0"$, với a là số thực cho trước. Tìm a để mệnh đề đúng:

A. $a<2$. **B.** $a=2$. **C.** $a>2$. **D.** $a\le 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2-2+a>0\Leftrightarrow x^2>2-a$ do đó mệnh đề đúng khi và chỉ khi $2-a<0\Leftrightarrow a>2$

Câu 36. Mệnh đề nào sau là mệnh đề **sai**?

A. $\exists x\in\mathbb{Z}:x^2=-2x$. **B.** $\forall x\in\mathbb{N}:x^2>0$. **C.** $\forall x\in\mathbb{N}^*:x^2>0$. **D.** $\exists x\in\mathbb{Z}:x^2\le x$.

Lời giải

Chọn B

$\forall x\in\mathbb{N}:x^2>0$ là mệnh đề sai, chẳng hạn $x=0\in\mathbb{N}$ thì $x^2=0>0$ sai.

Câu 37. Cho mệnh đề $P:"\forall x\in\mathbb{R}:9x^2-1\ne 0"$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là phủ định của mệnh đề đã cho là

A. $\overline{P}:"\exists x\in\mathbb{R},9x^2-1=0"$. **B.** $\overline{P}:"\exists x\in\mathbb{R},9x^2-1\le 0"$.

C. $\overline{P}:"\exists x\in\mathbb{R},9x^2-1>0"$. **D.** $\overline{P}:"\forall x\in\mathbb{R},9x^2-1\le 0"$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P:"\forall x\in\mathbb{R}:9x^2-1\ne 0"$ là $\overline{P}:"\exists x\in\mathbb{R},9x^2-1=0"$.

Câu 38. Cho mệnh đề $"\forall x\in\mathbb{R}:x^2+1>0"$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là phủ định của mệnh đề đã cho là

A. $"\forall x\in\mathbb{R},x^2+1\le 0"$. **B.** $"\forall x\in\mathbb{R},x^2+1<0"$.

C. $"\exists x\in\mathbb{R}:x^2+1\le 0"$. **D.** $"\exists x\in\mathbb{R}:x^2+1>0"$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề phủ định của mệnh đề $"\forall x\in\mathbb{R}:x^2+1>0"$ là $"\exists x\in\mathbb{R}:x^2+1\le 0"$.

Câu 39. Mệnh đề phủ định của mệnh đề " 2018 là số tự nhiên chẵn " là

A. 2018 là số chẵn. **B.** 2018 là số nguyên tố.

C. 2018 không là số tự nhiên chẵn. **D.** 2018 là số chính phương.

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề đã cho là " 2018 không là số tự nhiên chẵn"

Câu 40. Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\exists x\in\mathbb{R}, x^2+x+13=0$" là

A. "$\forall x\in\mathbb{R}, x^2+x+13\neq 0$".

B. "$\exists x\in\mathbb{R}, x^2+x+13>0$".

C. "$\forall x\in\mathbb{R}, x^2+x+13=0$".

D. "$\exists x\in\mathbb{R}, x^2+x+13\neq 0$".

Lời giải

Chọn A

Phủ định của mệnh đề "$\exists x\in\mathbb{R}, x^2+x+13=0$" là "$\forall x\in\mathbb{R}, x^2+x+13\neq 0$"

Câu 41. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $6\sqrt{2}$ là số hữu tỉ.

B. Phương trình $x^2+7x-2=0$ có hai nghiệm trái dấu.

C. 17 là số chẵn.

D. Phương trình $x^2+x+7=0$ có nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Vì $\sqrt{2}$ là số vô tỷ nên $6\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

Phương trình $x^2+7x-2=0$ có $a.c=-2<0$ nên có hai nghiệm trái dấu.

17 là số lẻ

Vì $x^2+x+7=x^2+x+\frac{1}{4}+\frac{27}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{27}{4}>0$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 42. Cho mệnh đề P: " 9 là số chia hết cho 3". Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là

A. $\overline{P}$: "9 là số chia hết cho 3".

B. $\overline{P}$: "9 là bội của 3".

C. $\overline{P}$: "9 là số không chia hết cho 3".

D. $\overline{P}$: "9 là số lớn hơn 3".

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề P: " 9 là số chia hết cho 3" có mệnh đề phủ định là $\overline{P}$: " 9 là số không chia hết cho 3".

Câu 43. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $x+y>0\Rightarrow x.y>0$.

B. $(x+y)^2>x^2+y^2$.

C. $x+y>0\Rightarrow\begin{cases}x>0\\y>0\end{cases}$.

D. $x\geq y\Rightarrow x^2\geq y^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta xét các mệnh đề

$x+y>0\Rightarrow x.y>0$ sai ví dụ $x=2$ và $y=-1$ không thỏa mãn mệnh đề.

$(x+y)^2>x^2+y^2$ sai ví dụ $x=-2$ và $y=-1$ không thỏa mãn mệnh đề.

$x+y>0 \Rightarrow \begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$ đúng vì ngược lại thì cả hai x và y đều không dương thì $x+y \le 0$ (vô lí).

$x \ge y \Rightarrow x^2 \ge y^2$ sai ví dụ $x=1$ và $y=-2$ không thỏa mãn mệnh đề.

Câu 44. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\exists x \in \mathbb{Q}, 4x^2-1=0$

B. $\exists n \in \mathbb{N}$, n^2+1 chia hết cho 4.

C. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > n$".

D. $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \ne x-1$.

Lời giải

Chọn A

Có $4x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{2} \notin \mathbb{Q}$.

Câu 45. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Số 141 chia hết cho $3 \Rightarrow 141$ chia hết cho 9.

B. 81 là số chính phương $\Rightarrow \sqrt{81}$ là số nguyên.

C. 7 là số lẻ $\Rightarrow 7$ chia hết cho 2

D. $3.5=15 \Rightarrow$ Bắc kinh là thủ đô của Hàn Quốc.

Lời giải

Chọn B

81 là số chính phương là mệnh đề đúng , $\sqrt{81}=9$ là số nguyên là mệnh đề đúng.

Do đó 81 là số chính phương $\Rightarrow \sqrt{81}$ là số nguyên là mệnh đề đúng.

Câu 46. Trong các câu sau, câu nào không phải là mệnh đề?

A. $2x^2+1>0$ **B.** $\sqrt{17}-3>0$. **C.** $2-3=4$. **D.** Đẹp quá!.

Lời giải

Chọn D

Câu: "Đẹp quá" không phải là mệnh đề vì dó không có tính đúng- sai.

Câu 47. Cho các phát biểu sau:

(1) Hôm nay các em có khỏe không?

(2) Số 1320 là một số lẻ.

(3) 13 là một số nguyên tố.

(4) 2018 là một số chẵn.

(5) Chúc các em kiểm tra đạt kết quả tốt!

(6) $x^2+8x+12 \ge 0$.

Trong các phát biểu trên, có tất cả bao nhiêu phát biểu là mệnh đề?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có (1), (5), (6) không phải là mệnh đề.

Vậy có tất cả 4 mệnh đề.

Câu 48. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề P:"$\forall x\in\mathbb{R}, x^2-x+1>0$" là

A. $\overline{P}$:"$\forall x\in\mathbb{R}, x^2-x+1\le 0$".
B. $\overline{P}$:"$\forall x\in\mathbb{R}, x^2-x+1<0$".
C. $\overline{P}$:"$\exists x\in\mathbb{R}, x^2-x+1<0$".
D. $\overline{P}$:"$\exists x\in\mathbb{R}, x^2-x+1\le 0$".

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{P}$:"$\exists x\in\mathbb{R}, x^2-x+1\le 0$".

Câu 49. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Để tứ giác T là một hình vuông, điều kiện cần là nó có bốn cạnh bằng nhau.
B. Một tam giác là đều khi và chỉ khi nó có hai đường trung tuyến bằng nhau và một góc $60°$
C. Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một cạnh bằng nhau.
D. Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi nó có ba góc vuông.

Lời giải

Chọn C

Xét tam giác ABC có $AB=4$, $BC=3$, $AC=2$ và tam giác DEF có $EF=4, DF=6, DE=8$. Dễ thấy tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF và $AB=EF$ nhưng hai tam giác này không bằng nhau.
Do đó mệnh đề "Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một cạnh bằng nhau" là mệnh đề sai.

Câu 50. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\exists n\in\mathbb{N}, n^2+1$ chia hết cho 3" .

A. "$\forall n\in\mathbb{N}, n^2+1$ không chia hết cho 3"
B. "$\forall n\in\mathbb{N}, n^2+1$ chia hết cho 3"
C. "$\exists n\in\mathbb{N}, n^2+1$ không chia hết cho 3"
D. "$\forall n\notin\mathbb{N}, n^2+1$ không chia hết cho 3".

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\exists n\in\mathbb{N}, n^2+1$ chia hết cho 3" là mệnh đề "$\forall n\in\mathbb{N}, n^2+1$ không chia hết cho 3".

Câu 51. Trong các mệnh đề sau, câu nào là mệnh đề ?

A. Số 345 có chia hết cho 3 không?.
B. Số 625 là số chính phương.
C. Kết quả của bài toán này rất đẹp.
D. Bạn Hoa thật xinh.

Lời giải

Chọn B

Câu "Số 625 là số chính phương" là một mệnh đề.

Câu 52. Cho mệnh đề P: "$\forall x\in\mathbb{R}, x^2+x+1>0$", mệnh đề phủ định của mệnh đề P là

A. $\overline{P}$:"$\exists x\in\mathbb{R}, x^2+x+1<0$".
B. $\overline{P}$:"$\forall x\in\mathbb{R}, x^2+x+1<0$".
C. $\overline{P}$:"$\exists x\in\mathbb{R}, x^2+x+1\le 0$".
D. $\overline{P}$:"$\forall x\in\mathbb{R}, x^2+x+1\le 0$".

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{P}:"\exists x\in\mathbb{R},x^2+x+1\le 0"$.

Câu 53. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\exists x\in\mathbb{Z},x^2<0$

B. $\exists x\in\mathbb{R},x^2+1=0$.

C. $\exists x\in\mathbb{N},2x^2-1<0$.

D. $\exists x\in\mathbb{Q},x^2-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề $\exists x\in\mathbb{N},2x^2-1<0$ đúng vì tồn tại $x=0$ để $2x^2-1<0$.

Câu 54. Câu nào sau đây **không phải** là một mệnh đề?

A. π có phải là số vô tỷ không?.

B. $2+2=4$.

C. $\sqrt{2}$ là một số hữu tỉ.

D. $\frac{4}{2}=2$.

Lời giải

Chọn A

"π có phải là số vô tỷ không?" là một câu hỏi nên không phải là mệnh đề.

Câu 55. Phủ định của mệnh đề $P:"\exists x\in\mathbb{Q},2x^2-5x+2=0"$là

A. $\overline{P}:"\exists x\in\mathbb{Q},2x^2-5x+2>0"$.

B. $\overline{P}:"\exists x\in\mathbb{Q},2x^2-5x+2\ne 0"$.

C. $\overline{P}:"\forall x\in\mathbb{Q},2x^2-5x+2\ne 0"$.

D. $\overline{P}:"\forall x\in\mathbb{Q},2x^2-5x+2=0"$.

Lời giải

Chọn C

Phủ định của mệnh đề $P:"\exists x\in\mathbb{Q},2x^2-5x+2=0"$là $\overline{P}:"\forall x\in\mathbb{Q},2x^2-5x+2\ne 0"$.

Câu 56. Cho $P\Leftrightarrow Q$ là một mệnh đề đúng. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\overline{P}\Leftrightarrow Q$ sai.

B. $\overline{P}\Leftrightarrow\overline{Q}$ đúng .

C. $\overline{Q}\Leftrightarrow P$ sai.

D. $\overline{Q}\Leftrightarrow\overline{P}$ sai.

Lời giải

Chọn D

Ta có $P\Leftrightarrow Q$ là một mệnh đề đúng $\Leftrightarrow P$ đúng, Q đúng hoặc P sai, Q sai.

Ta có $\overline{P}$ đúng $\Leftrightarrow P$ sai $\Leftrightarrow Q$ sai $\Leftrightarrow\overline{Q}$ đúng.

Ta có $\overline{P}$ sai $\Leftrightarrow P$ đúng $\Leftrightarrow Q$ đúng $\Leftrightarrow\overline{Q}$ sai.

Vậy $\overline{P}\Leftrightarrow\overline{Q}$ đúng

Câu 57. Trong các câu sau, câu nào **không phải** là mệnh đề?

A. $\sqrt{11}$ là số vô tỉ.

B. Hai véc- tơ cùng phương nếu chúng cùng hướng.

C. Tích của một vec-tơ với một số thực là một vec- tơ

D. Hôm nay lạnh thế nhỉ!.

Lời giải

Chọn D

"Hôm nay lạnh thế nhỉ!" không phải là câu khẳng định.

Câu 58. Trong các câu sau, câu nào **không phải** là mệnh đề?

A. 5 là số nguyên tố.

B. Năm 2016 là năm nhuận.

C. Đề thi trắc nghiệm môn toán hay quá!.

D. Hà nội là thủ đô của Việt Nam.

Lời giải

Chọn C

Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng hoặc sai. Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

Câu "Đề thi trắc nghiệm môn toán hay quá!." Không thể nói đúng hay sai nên không phải là một mệnh đề.

Câu 59. Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2x$" là

A. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = 2x$".

B. "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x$".

C. "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 2x$".

D. "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x$".

Lời giải

Chọn D

Câu 60. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P:"\forall x \in \mathbb{R}: x^3 + 1 > x"$ là

A. $\overline{P}:"\exists x \in \mathbb{R}: x^3 + 1 < x"$.

B. $\overline{P}:"\exists x \in \mathbb{R}: x^3 + 1 \le x"$.

C. $\overline{P}:"\exists x \in \mathbb{R}: x^3 + 1 > x"$.

D. $\overline{P}:"\forall x \in \mathbb{R}: x^3 + 1 \le x"$.

Lời giải

Chọn B

Với $P:"\forall x \in \mathbb{R}: x^3 + 1 > x"$ ta có $\overline{P}:"\exists x \in \mathbb{R}: \overline{x^3 + 1 > x}"$ hay $\overline{P}:"\exists x \in \mathbb{R}: x^3 + 1 \le x"$.

Câu 61. Cho hai tập hợp $A = \{1;5\}$ và $B = \{1;3;5\}$. Tìm $A \cap B$.

A. $A \cap B = \{1\}$.

B. $A \cap B = \{1;3\}$.

C. $A \cap B = \{1;3;5\}$.

D. $A \cap B = \{1;5\}$.

Lời giải

Chọn D

Tập hợp $A \cap B$ gồm những phần tử vừa thuộc A vừa thuộc $B \Rightarrow A \cap B = \{1;5\}$.

Câu 62. Cho tập hợp $A = \{a;b;c;d;m\}$ và $B = \{c;d;m;k;l\}$. Tìm $A \cap B$.

A. $A \cap B = \{a;b\}$.

B. $A \cap B = \{c;d;m\}$.

C. $A \cap B = \{c;d\}$.

D. $A \cap B = \{a;b;c;d;m;k;l\}$.

Lời giải

Chọn B

Tập hợp A và tập hợp B có chung các phần tử c,d,m. Do đó $A \cap B = \{c;d;m\}$.

Câu 63. Cho tập hợp $A=\left\{x\in\mathbb{R}\left|\left(2x-x^2\right)\left(2x^2-3x-2\right)=0\right.\right\}$ và $B=\left\{n\in\mathbb{N}^*\left|3<n^{2<30}\right.\right\}$. Tìm $A\cap B$.

A. $A\cap B=\{2;4\}$. **B.** $A\cap B=\{2\}$. **C.** $A\cap B=\{4;5\}$. **D.** $A\cap B=\{3\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(2x-x^2\right)\left(2x^2-3x-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Rightarrow A=\left\{-\dfrac{1}{2};0;2\right\}$.

Và $\begin{cases}n\in N^*\\3<n^2<30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n\in N^*\\\sqrt{3}<n<\sqrt{30}\end{cases}\Rightarrow B=\{2;3;4;5\}$. Suy ra $A\cap B=\{2\}$.

Câu 64. Cho các tập hợp $M=\left\{x\in N\left|x=2k,k\in N\right.\right\}$ và $N=\left\{x\in N\left|x=6k,k\in N\right.\right\}$ và $P=\left\{x\in N\left|x\text{ uoc cua }2\right.\right\}$, $Q=\left\{x\in N\left|x\text{ uoc cua }6\right.\right\}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng ?**.

A. $M\subset N$. **B.** $Q\subset P$. **C.** $A\cap B=N$. **D.** $P\cap Q=Q$.

Lời giải

Chọn D

Ta có các tập hợp $\begin{cases}M=\left\{x\in N\left|x=2k,k\in N\right.\right\}=\{2;4;6;8...\}\\N=\left\{x\in N\left|x=6k,k\in N\right.\right\}=\{6;12;18;24...\}\\P=\left\{x\in N\left|x\text{ uoc cua }2\right.\right\}=\{1;2\}\\Q=\left\{x\in N\left|x\text{ uoc cua }6\right.\right\}=\{1;2;3;6\}\end{cases}$

Do đó $P\cap Q=Q$. Chọn D.

Câu 65. Gọi B_n là tập hợp các bội số của n trong N. Xác định tập hợp $B_2\cap B_4$?

A. B_2. **B.** B_4. **C.** $\varnothing$. **D.** B_3.

Lời giải

Chọn B

Ta có các tập hợp $\begin{cases}B_2=\left\{x\left|x=2k,k\in N\right.\right\}=\{2;4;6;8...\}\\B_4=\left\{x\left|x=2k,k\in N\right.\right\}=\{4;8;12;16...\}\end{cases}$.

Do đó $B_2\cap B_4=B_4$. Chọn B.

Câu 66. Cho các tập hợp $A=\{1;3;5;8\}$, $B=\{3;5;7;9\}$. Xác định tập hợp $A\cup B$.

A. $A\cup B=\{3;5\}$. **B.** $A\cup B=\{1;3;5;7;8;9\}$.

C. $A\cup B=\{1;7;9\}$. **D.** $A\cup B=\{1;3;5\}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 67. Cho các tập hợp $A=\{a;b;c\}$, $B=\{b;c;d\}$, $C=\{b;c;e\}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng ?**

A. $A\cup(B\cap C)=A\cup B\cap C$.

B. $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

C. $(A\cup B)\cap=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

D. $(A\cap B)\cup C=(A\cup B)\cap C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases}A\cup(B\cap C)=\{a,b,c\}\\(A\cup B)\cap C=(A\cup B)\cap(A\cup C)=\{a,b,c,d\}\cap\{a,b,c,e\}=\{a,b,c\}\end{cases}$

$\Rightarrow A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

Câu 68. Gọi B_n là bội số của n trong N. Xác định tập $B_3\cup B_6$.

A. $B_3\cup B_6=\varnothing$.

B. $B_3\cup B_6=B_3$.

C. $B_3\cup B_6=B_6$.

D. $B_3\cup B_6=B_{12}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có các tập hợp $\begin{cases}B_3=\{x\,|\,x=3k,k\in N\}=\{3;6;9;12;15...\}\\B_6=\{x\,|\,x=6k,k\in N\}=\{6;12;18;24;30...\}\end{cases}$

$\Rightarrow B_3\cup B_6=B_3$.

Câu 69. Cho hai tập hợp $A=\{0;1;2;3;4\}$, $B=\{2;3;4;5;6\}$. Xác định $A\setminus B$.

A. $A\setminus B=\{0\}$.

B. $A\setminus B=\{0;1\}$.

C. $A\setminus B=\{1;2\}$.

D. $A\setminus B=\{1;5\}$.

Lời giải

Chọn A

Tập hợp $A\setminus B$ gồm các phần tử thuộc A mà không thuộc B $\Rightarrow A\setminus B=\{0\}$.

Câu 70. Cho hai tập hợp $A=\{0;1;2;3;4\}$, $B=\{2;3;4;5;6\}$. Xác định $B\setminus A$.

A. $B\setminus A=\{5\}$.

B. $B\setminus A=\{0;1\}$.

C. $B\setminus A=\{2;3;4\}$.

D. $B\setminus A=\{5;6\}$.

Lời giải

Chọn D

Tập hợp $B\setminus A$ gồm các phần tử thuộc B mà không thuộc A $\Rightarrow A=\{5;6\}$.

Câu 71. Cho hai tập hợp $A=\{0;1;2;3;4\}$, $B=\{2;3;4;5;6\}$. Tìm $X=(A\setminus B)\cap(B\setminus A)$.

A. $X=\{0;1;5;6\}$.

B. $X=\{1;2\}$.

C. $X=\{5\}$.

D. $X=\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} A\setminus B=\{0;1\} \\ B\setminus A=\{5;6\} \end{cases} \Rightarrow (A\setminus B)\cap(B\setminus A)=\varnothing$

Câu 72. Cho hai tập hợp $A=\{0;1;2;3;4\}$, $B=\{2;3;4;5;6\}$. Xác định tập hợp $X=(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$.

A. $X=\{0;1;5;6\}$. **B.** $X=\{1;2\}$. **C.** $X=\{2;3;4\}$. **D.** $X=\{5;6\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} A\setminus B=\{0;1\} \\ B\setminus A=\{5;6\} \end{cases} \Rightarrow (A\setminus B)\cup(B\setminus A)=\{0;1;5;6\}$

Câu 73. Cho hai tập hợp $A=\{1;2;3;7\}$, $B=\{2;4;6;7;8\}$. Khẳng định nào **đúng ?**

A. $A\cap B=\{2;7\}$ và $A\cup B=\{4;6;8\}$. **B.** $A\cap B=\{2;7\}$ và $A\setminus B=\{1;3\}$.

C. $A\setminus B=\{1;3\}$ và $B\setminus A=\{2;7\}$. **D.** $A\setminus B=\{1;3\}$ và $A\cup B=\{1;3;4;6;8\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} A\cap B=\{2;7\} \\ A\cup B=\{1;2;3;4;6;7;8\} \\ A\setminus B=\{1;3\} \\ B\setminus A=\{4;6;8\} \end{cases}$

Câu 74. Cho A là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $x^2-4x+3=0$; B là tập hợp các số có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 4. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $A\cup B=A$. **B.** $A\cap B=A\cup B$. **C.** $A\setminus B=\varnothing$. **D.** $B\setminus A=\varnothing$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.\Rightarrow A=\{1;3\}$, $B=\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

Do đó $A\setminus B=\varnothing$.

Câu 75. Cho hai tập hợp $A=\{0;1;2;3;4\}$ và $B=\{1;3;4;6;8\}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $A\cap B=B$. **B.** $A\cup B=A$. **C.** $A\setminus B=\{0;2\}$. **D.** $B\setminus A=\{0;4\}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 76. Cho hai tập hợp $A=\{0;2\}$ và $B=\{0;1;2;3;4\}$. Có bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn $A\cup X=B$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

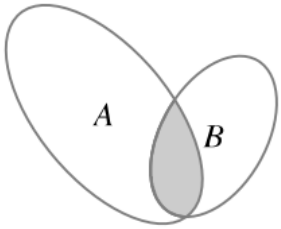
Lời giải

Chọn C

Vì $A \cup X = B$ nên X chắc chắn có chứa các phần tử 1, 3, 4.

Các tập hợp X có thể là $\{1;3;4\}, \{1;3;4;0\}, \{1;3;4;2\}, \{1;3;4;0;2\}$.

Câu 77. Cho A, B là hai tập hợp được minh họa như hình vẽ. Phần tô đen trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây?

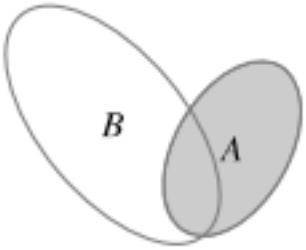


A. $A \cap B$. **B.** $A \cup B$. **C.** $A \setminus B$. **D.** $B \setminus A$.

Lời giải

Chọn A

Câu 78. Cho A, B là hai tập hợp được minh họa như hình vẽ. Phần tô đen trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây?



A. $A \cap B$.

B. $A \cup B$.

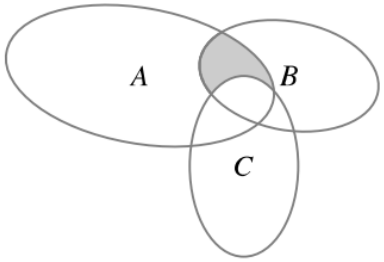
C. $A \setminus B$.

D. $B \setminus A$.

Lời giải

Chọn D

Câu 79. Cho A, B, C là ba tập hợp được minh họa như hình vẽ bên. Phần tô đen trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây?



A. $(A \cup B) \setminus C$.

B. $(A \cap B) \setminus C$.

C. $(A \setminus C) \cup (A \setminus B)$.

D. $A \cap B \cap C$.

Lời giải

Chọn B

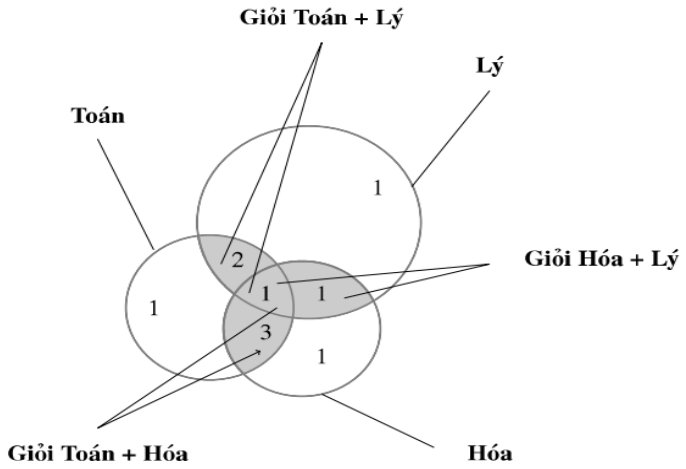
Câu 80. Lớp $10B_1$ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp $10B_1$ là

A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 28.

Lời giải

Chọn B

Ta dùng biểu đồ Ven để giải :



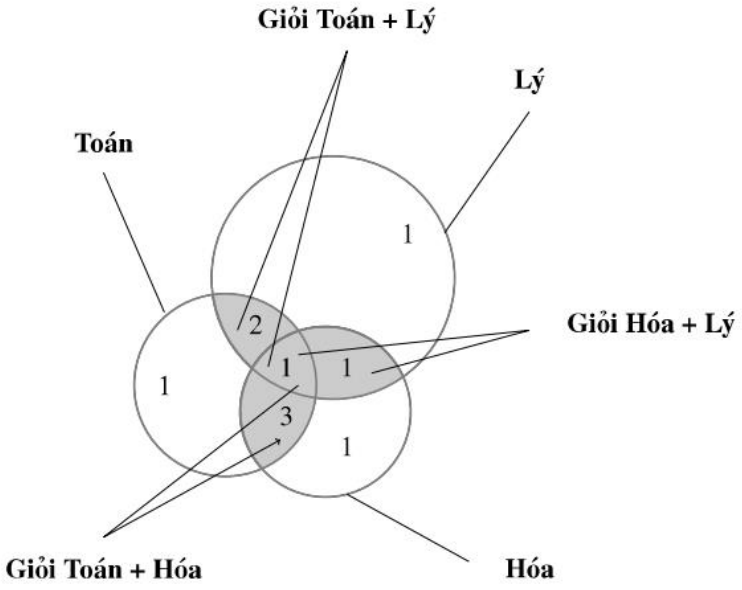
Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là : $1+2+1+3+1+1+1=10$.

Câu 81. Lớp 10A_1 có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi đúng hai môtn học của lớp 10A_1 là

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A



Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi đúng 2 môn là : $2+1+3=6$

Câu 82. Cho hai đa thức $f(x)$ và $g(x)$. Xét tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}\mid f(x)=0\}$, $B=\{x\in\mathbb{R}\mid g(x)=0\}$, $C=\left\{x\in\mathbb{R}\mid \dfrac{f(x)}{g(x)}=0\right\}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $C=A\cup B$. **B.** $C=A\cap B$. **C.** $C=A\setminus B$. **D.** $C=B\setminus A$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{f(x)}{g(x)}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)\neq 0 \end{cases}$.

Hay $C=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x)=0, g(x)\neq 0\}$ nên $C=A\setminus B$.

Câu 83. Cho hai đa thức $f(x)$ và $g(x)$. Xét tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x)=0\}$, $B=\{x\in\mathbb{R} \mid g(x)=0\}$, $C=\{x\in\mathbb{R} \mid f^2(x)+g^2(x)=0\}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $C=A\cup B$. **B.** $C=A\cap B$. **C.** $C=A\setminus B$. **D.** $C=B\setminus A$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f^2(x)+g^2(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)=0 \end{cases}$.

Nên $C=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x)=0, g(x)=0\}$ nên $C=A\cap B$

Câu 84. Cho các tập hợp $E=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x)=0\}$, $F=\{x\in\mathbb{R} \mid g(x)=0\}$ và $H=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x).g(x)=0\}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $H=E\cap F$. **B.** $H=E\cup F$. **C.** $H=E\setminus F$. **D.** $H=F\setminus E$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x).g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ g(x)=0 \end{array}\right.$.

Vì $H=\{x\in\mathbb{R} \mid f(x)=0 \vee g(x)=0\}$ nên $H=E\cup F$.

Câu 85. Cho tập hợp $A\neq\varnothing$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $A\setminus\varnothing=\varnothing$. **B.** $\varnothing\setminus A=A$. **C.** $\varnothing\setminus\varnothing=A$. **D.** $A\setminus A=\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Câu 86. Cho tập hợp $A\neq\varnothing$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $A\cup\varnothing=\varnothing$. **B.** $\varnothing\cup A=A$. **C.** $\varnothing\cup\varnothing=\varnothing$. **D.** $A\cup A=A$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A\cup\varnothing=\varnothing\cup A=A$.

Câu 87. Cho tập hợp $A\neq\varnothing$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $A\cap\varnothing=A$. **B.** $\varnothing\cap A=\varnothing$. **C.** $\varnothing\cap\varnothing=\varnothing$. **D.** $A\cap A=A$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A\cap\varnothing=\varnothing$.

Câu 88. Cho M,N là hai tập hợp khác rỗng. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $M\setminus N\subset N$. **B.** $M\setminus N\subset M$. **C.** $(M\setminus N)\cap N\neq\varnothing$. **D.** $M\setminus N\subset M\cap N$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x\in(M\setminus N)\Leftrightarrow\begin{cases}x\in M\\x\notin N\end{cases}$.

Câu 89. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subset B$. **B.** $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subset A$.

C. $A\setminus B=A\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$. **D.** $A\setminus B=\varnothing\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Câu 90. Chonk khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. $\mathbb{N}\cup\mathbb{N}^*=\mathbb{N}^*$. **B.** $\mathbb{N}^*\cap\mathbb{R}=\mathbb{N}^*$. **C.** $\mathbb{Z}\cup\mathbb{Q}=\mathbb{Q}$. **D.** $\mathbb{Q}\cap\mathbb{R}=\mathbb{Q}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\mathbb{N}^*\subset\mathbb{N}$ nên $\mathbb{N}^*\cup\mathbb{N}=\mathbb{N}$.

Câu 91. Cho hai tập hợp $A=(-\infty;1-m];B=[1;+\infty)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A\cap B=\varnothing$

A. $m>0$. **B.** $m\geq0$. **C.** $m\neq0$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow1-m<1\Leftrightarrow m>0$.

Câu 92. Cho hai tập hợp $A=\{x\in\mathbb{N}\mid x^2<15\};B=\{x\in\mathbb{Z}\mid -2\leq x\leq2\}$. Tập hợp $A\setminus B$ có bao nhiêu phần tử?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2<15\Leftrightarrow-\sqrt{15}<x<\sqrt{15}$

Mà $x\in\mathbb{N}$ nên $x\in\{0;1;2;3\}\Rightarrow A=\{0;1;2;3\}$

Ta có $\begin{cases}x\in\mathbb{Z}\\-2\leq x\leq2\end{cases}\Leftrightarrow x\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

$\Rightarrow B=\{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy $A\setminus B=\{3\}$.

$\Rightarrow$ Số phần tử của $A\setminus B$ là 1.

Câu 93. Cho $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x+1\geq0\},B=\{x\in\mathbb{R}\mid 4-x\geq0\}$. Khi đó $A\setminus B$ là

A. $[-1;4]$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

$A=\{x\in\mathbb{R}\mid x+1\ge 0\}=[-1;+\infty)$

$B=\{x\in\mathbb{R}\mid 4-x\ge 0\}=(-\infty;4]$

Nên $A\setminus B=(4;+\infty)$

Câu 94. Cho hai tập hợp $A=\left[-1;\sqrt{3}\right)$ và $B=\left[\sqrt{2};3\right]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A\cap B=(\sqrt{2};\sqrt{3})$.

B. $A\setminus B=[-1;\sqrt{2}]$.

C. $B\setminus A=\left[\sqrt{3};3\right]$.

D. $A\cup B=\mathbb{R}\setminus(-1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$A\cap B=\left[\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$.

$A\setminus B=\left[-1;\sqrt{2}\right)$.

$A\cup B=\left[-1;3\right]$.

$B\setminus A=\left[\sqrt{3};3\right]$.

Câu 95. Cho tập hợp $X=\{-2;-1;1;2;3;4;5;6;7;8\}$, $Y=\{-1;0;1;2;3;4;5;9;10\}$. Tập hợp $X\setminus Y$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\{-2\}$.

B. $\{-2;6;7;8\}$.

C. $\{6;7;8\}$.

D. $\{9;10\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $X\setminus Y=\{-2;6;7;8\}$.

Câu 96. Cho tập hợp $X=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 10\}$ và tập hợp $Y=\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge 5\}$. Trong các tập hợp sau đây, tập hợp nào bằng $X\cap Y$?

A. $(5;10)$.

B. $(-\infty;5]$.

C. $[10;+\infty)$.

D. $[5;10]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $X=(-\infty;10]$, $Y=[5;+\infty)$. Suy ra $X\cap Y=[5;10]$.

Câu 97. Cho $X=\{2;4;6;8;10\}$ và $Y=\{1;2;3;4\}$. Tìm $X\cap Y$

A. $\{2;4\}$.

B. $\{1;2;3;4;6;8;10\}$.

C. $\{1;3\}$.

D. $\{6;8;10\}$.

Lời giải

Chọn A

$X\cap Y=\{2;4\}$.

Câu 98. Cho hai tập hợp $A=\{3;5;7\}$ và $B=\{2;4;6\}$. Tìm $A\cup B$

A. $A\cup B=\{3;5;7\}$. **B.** $A\cup B=\{2;4;6\}$.

C. $A\cup B=\{2;3;4;5;6;7\}$. **D.** $A\cup B=\varnothing$.

Lời giải

Chọn C

$A\cup B=\{2;3;4;5;6;7\}$.

Câu 99. Cho tập $A=\{1;2;3;4;5\}, B=\{3;4;5;6;7\}$.Tìm $A\setminus B$.

A. $A\setminus B=\{6;7\}$. **B.** $A\setminus B=\{3;4;5\}$.

C. $A\setminus B=\{1;2\}$. **D.** $A\setminus B=\{1;2;3;4;5\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A\setminus B=\{1;2\}$.

Câu 100. Cho các tập hợp $A=(-\infty;m), B=[3m-1;3m+3]$.Tìm m để $A\cap B=\varnothing$.

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $m\ge\frac{1}{2}$. **C.** $m<\frac{1}{2}$. **D.** $m\le\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow m\le 3m-1\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{2}$.

Câu 101. Cho tập hợp $X=(-\infty;2]\cap(-6;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $X=(-\infty;2]$. **B.** $X=(-6;+\infty)$. **C.** $X=(-\infty;+\infty)$. **D.** $X=(-6;2]$.

Lời giải

Chọn D

Câu 102. Cho tập hợp $X=\{2011\}\cap[2011;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $X=\{2011\}$. **B.** $X=[2011;+\infty)$. **C.** $X=\varnothing$. **D.** $X=(-\infty;2011]$.

Lời giải

Chọn A

Câu 103. Cho tập hợp $A=\{-1;0;1;2\}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $A=[-1;3)\cap\mathbb{N}$. **B.** $A=[-1;3)\cap\mathbb{Z}$. **C.** $A=[-1;3)\cap\mathbb{N}^*$. **D.** $A=[-1;3)\cap\mathbb{Q}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

- $A=[-1;3)\cap\mathbb{N}=\{0;1;2\}$.
- $A=[-1;3)\cap\mathbb{Z}=\{-1;0;1;2\}$.
- $A=[-1;3)\cap\mathbb{N}^*=\{1;2\}$.

- $A=[-1;3)\cap\mathbb{Q}$ là tập hợp các số hữu tỉ trong nửa khoảng $[-1;3)$.

Câu 104. Cho $A=[1;4]$, $B=(2;6)$ và $C=(1;2)$. Xác định $X=A\cap B\cap C$.

A. $X=[1;6)$. **B.** $X=(2;4]$. **C.** $X=(1;2]$. **D.** $X=\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A\cap B=(2;4]\Rightarrow A\cap B\cap C=\varnothing$.

Câu 105. Cho $A=(-2;2)$, $B=(-1;+\infty)$ và $C=\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. Gọi $X=A\cap B\cap C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $X=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|-1\le x\le\dfrac{1}{2}\right\}$. **B.** $X=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|-2<x<\dfrac{1}{2}\right\}$.

C. $X=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|-1<x\le\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $X=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|-1<x<\dfrac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A\cap B=(-1;2)\Rightarrow A\cap B\cap C=\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 106. Cho các số thực a, b, c, d thoả $a<b<c<d$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(a;c)\cap(b;d)=(b;c)$. **B.** $(a;c)\cap(b;d)=[b;c]$.

C. $(a;c)\cap(b;d)=(b;c]$. **D.** $(a;c)\cup(b;d)=(b;d)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 107. Cho hai tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R},x+3<4+2x\}$ và $B=\{x\in\mathbb{R},5x-3<4x-1\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên thuộc tập $A\cap B$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x+3<4+2x\Leftrightarrow x>-1\Rightarrow A=(-1;+\infty)$

$5x-3<4x-1\Leftrightarrow x<2\Rightarrow B=(-\infty;2)$

Suy ra $A\cap B=(-1;2)\Rightarrow$ có hai số tự nhiên là 0 và 1.

Câu 108. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\mathbb{Q}\cap\mathbb{R}=\mathbb{Q}$. **B.** $\mathbb{N}^*\cap\mathbb{R}=\mathbb{N}^*$. **C.** $\mathbb{Z}\cup\mathbb{Q}=\mathbb{Q}$. **D.** $\mathbb{N}\cup\mathbb{N}^*=\mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn D

Câu 109. Cho tập hợp $A=[-4;4]\cup[7;9]\cup[1;7)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $A=[-4;7)$. **B.** $A=[-4;9]$. **C.** $A=(1;8)$. **D.** $A=(-6;2]$.

Lời giải

Chọn B

Câu 110. Cho $A=[1;5)$, $B=(2;7)$ và $C=(7;10)$. Xác định $X=A\cup B\cup C$.

A. $X=[1;10)$. **B.** $X=\{7\}$. **C.** $X=[1;7)\cup(7;10)$. **D.** $X=[1;10]$.

Lời giải

Chọn C

Câu 111. Cho $A=(-\infty;-2]$, $B=[3;+\infty)$ và $C=(0;4)$. Xác định $X=(A\cup B)\cap C$.

A. $X=[3;4]$. **B.** $X=[3;4)$. **C.** $X=(-\infty;4)$. **D.** $X=[-2;4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A\cup B=(-\infty;-2]\cup[3;+\infty)\Rightarrow(A\cup B)\cap C=[3;4)$.

Câu 112. Cho hai tập hợp $A=[-4;7]$ và $B=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$. Xác định $X=A\cap B$.

A. $X=[-4;+\infty)$. **B.** $X=[-4;-2)\cup(3;7]$.

C. $X=(-\infty;+\infty)$. **D.** $X=[-4;7]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A\cap B=[-4;7]\cap(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)=[-4;-2)\cup(3;7]$.

Câu 113. Cho $A=(-5;1]$, $B=[3;+\infty)$ và $C=(-\infty;-2)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $A\cup B=(-5;+\infty)$. **B.** $B\cup C=(-\infty;+\infty)$.

C. $B\cap C=\varnothing$. **D.** $A\cap C=[-5;-2]$.

Lời giải

Chọn C

- $A\cup B=(-5;1]\cup[3;+\infty)=(-5;+\infty)\setminus(1;3)$.
- $B\cup C=[3;+\infty)\cup(-\infty;-2)=(-\infty;+\infty)\setminus[-2;3)$.
- $B\cap C=[3;+\infty)\cap(-\infty;-2)=\varnothing$.
- $A\cap C=(-5;1]\cap(-\infty;-2)=(-5;-2)$.

Câu 114. Hình vẽ sau đây (phần không bị gạch) minh họa cho một tập con của tập số thực. Hỏi tập đó là tập nào?



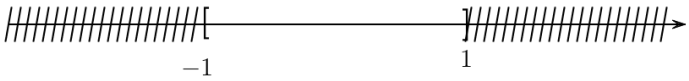
A. $\mathbb{R}\setminus[-3;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus[-3;3)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus(-\infty;-3)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus(-3;3)$.

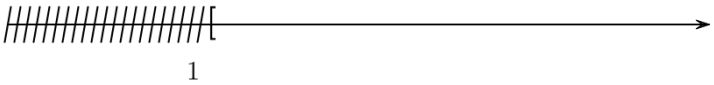
Lời giải

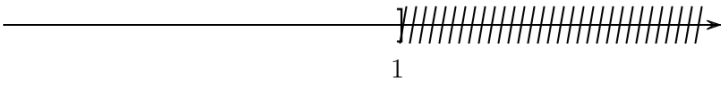
Chọn B

Câu 115. Hình vẽ nào sau đây (phần không bị gạch) minh họa cho tập $A=\{x\in\mathbb{R}\mid|x|\geq 1\}$?

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Chọn A

Ta có $|x|\ge 1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\x\le -1\end{array}\right.$ nên hình minh họa cho tập hợp A là đáp án A.

Câu 116. Cho hai tập hợp $A=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x^2-7x+6=0\right\}$ và $B=\left\{x\in\mathbb{R}\mid |x|<4\right\}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $A\cup B=A$. **B.** $A\cap B=A\cup B$. **C.** $(A\setminus B)\subset A$. **D.** $B\setminus A=\varnothing$.

Lời giải

Chọn C

- $x^2-7x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=6\end{array}\right.\Rightarrow A=\{1;6\}$.
- $|x|<4\Leftrightarrow -4<x<4\Rightarrow B=(-4;4)$.

Do đó $A\setminus B=\{6\}\subset A$.

Câu 117. Cho $A=[0;3]$, $B=(1;5)$ và $C=(0;1)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $A\cap B\cap C=\varnothing$. **B.** $A\cup B\cup C=[0;5)$.

C. $(A\cup B)\setminus C=(1;5)$. **D.** $(A\cap B)\setminus C=(1;3]$.

Lời giải

Chọn C

- $A\cap B=[0;3]\cap(1;5)=(1;3]\Rightarrow A\cap B\cap C=(1;3]\cap(0;1)=\varnothing$.
- $A\cup B=[0;3]\cup(1;5)=[0;5)\Rightarrow A\cup B\cup C=[0;5)\cup(0;1)=[0;5)$.
- $A\cup C=[0;3]\cup(0;1)=[0;3]\Rightarrow(A\cup C)\setminus C=[0;3]\setminus(0;1)=\{0\}\cup[1;3]$.
- $A\cap B=(1;3]\Rightarrow(A\cap B)\setminus C=(1;3]\setminus(0;1)=(1;3]$.

Câu 118. Cho tập $X=[-3;2)$. Phần bù của X trong $\mathbb{R}$ là tập nào trong các tập sau?

A. $A=(-3;2]$. **B.** $B=(2;+\infty)$.

C. $C=(-\infty;-3]\cup(2;+\infty)$. **D.** $C=(-\infty;-3)\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_{\mathbb{R}}A=\mathbb{R}\setminus A=(-\infty;-3)\cup[2;+\infty)$.

Câu 119. Cho tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\ge 5\}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $C_{\mathbb{R}}A=(-\infty;5)$. **B.** $C_{\mathbb{R}}A=(-\infty;5]$. **C.** $C_{\mathbb{R}}A=(-5;5)$. **D.** $C_{\mathbb{R}}A=[-5;5]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\ge 5\}=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)\Rightarrow C_{\mathbb{R}}A=\mathbb{R}\setminus A=(-5;5)$.

Câu 120. Cho $C_{\mathbb{R}}A=(-\infty;3)\cup[5;+\infty)$ và $C_{\mathbb{R}}B=[4;7)$. Xác định tập $X=A\cap B$.

A. $X=[5;7)$. **B.** $X=(5;7)$. **C.** $X=(3;4)$. **D.** $X=[3;4)$.

Lời giải

Chọn D

- $C_{\mathbb{R}}A=(-\infty;3)\cup[5;+\infty)\Rightarrow A=[3;5)$.
- $C_{\mathbb{R}}B=[4;7)\Rightarrow B=(-\infty;4)\cup[7;+\infty)$.

Suy ra $X=A\cap B=[3;4)$.

Câu 121. Cho hai tập hợp $A=[-2;3]$ và $B=(1;+\infty)$. Xác định $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)$.

A. $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(-\infty;-2]$. **B.** $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(-\infty;-2)$.

C. $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(-\infty;-2]\cup(1;3]$. **D.** $C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(-\infty;-2)\cup[1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A\cup B=[-2;+\infty)\Rightarrow C_{\mathbb{R}}(A\cup B)=(-\infty;-2)$.

Câu 122. Cho hai tập hợp $A=[-3;7)$ và $B=(-2;4]$. Xác định phần bù của B trong A.

A. $C_AB=[-3;2)\cup[4;7)$. **B.** $C_AB=(-3;2)\cup[4;7]$.

C. $C_AB=(-3;2]\cup(4;7]$. **D.** $C_AB=[-3;2]\cup(4;7)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 123. Cho hai tập hợp $A=(-4;3)$ và $B=(m-7;m)$. Tìm giá trị thực của tham số m để $B\subset A$.

A. $m\le 3$. **B.** $m\ge 3$. **C.** $m=3$. **D.** $m>3$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $m\in\mathbb{R}$.

$B\subset A$ khi và chỉ khi $\begin{cases}m-7\ge -4\\ m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 3\\ m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow m=3$.

Câu 124. Cho số thực $a<0$ và hai tập hợp $A=(-\infty;9a)$, $B=\left(\dfrac{4}{a};+\infty\right)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để $A\cap B\neq\varnothing$.

A. $a=-\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}\le a<0$. **C.** $-\frac{2}{3}<a<0$. **D.** $a<-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hai tập hợp A và B giao nhau khác rỗng khi và chỉ khi

$9a>\frac{4}{a}\Leftrightarrow 9a^2<4\ (do\ a<0)\Leftrightarrow a^2<\frac{4}{9}\Leftrightarrow -\frac{2}{3}<a<0$.

Câu 125. Cho hai tập hợp $A=[-2;3)$ và $B=[m;m+5)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A\cap B\neq\varnothing$.

A. $-7<m\le -2$. **B.** $-2<m\le 3$. **C.** $-2\le m<3$. **D.** $-7<m<3$.

Lời giải

Chọn D

Nếu giải trực tiếp thì hơi khó một chút. Nhưng ta đi giải mệnh đề phủ định thì đơn giản hơn, tức là đi tìm m để $A\cap B=\varnothing$.

Ta có $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 3\\ m+5\le -2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 3\\ m\le -7\end{array}\right.$.

Suy ra để $A\cap B\neq\varnothing$ thì $-7<m<3$.

Câu 126. Cho hai tập hợp $A=[-4;1]$ và $B=[-3;m]$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A\cup B=A$.

A. $m\le 1$. **B.** $m=1$. **C.** $-3\le m\le 1$. **D.** $-3<m\le 1$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $m>-3$.

Để $A\cup B=A$ khi và chỉ khi $B\subset A$, tức là $m\le 1$. Đối chiếu điều kiện, ta được $-3<m\le 1$.

Câu 127. Cho hai tập hợp $A=(-\infty;m]$ và $B=(2;+\infty)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A\cup B=\mathbb{R}$.

A. $m>0$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 128. Cho hai tập hợp $A=(m-1;5)$ và $B=(3;+\infty)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A\setminus B=\varnothing$.

A. $m\ge 4$. **B.** $m=4$. **C.** $4\le m<6$. **D.** $4\le m\le 6$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $m-1<5\Leftrightarrow m<6$.

Để $A\setminus B=\varnothing$ khi và chỉ khi $A\subset B$, tức là $3\le m-1\Leftrightarrow m\ge 4$.

Đối chiếu điều kiện, ta được $4\le m<6$.

Câu 129. Cho hai tập hợp $A=(-\infty;m)$ và $B=[3m-1;3m+3]$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A\subset C_{\mathbb{R}}B$.

A. $m=\dfrac{-1}{2}$. **B.** $m\ge\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m\ge\dfrac{-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;3m-1)\cup(3m+3;+\infty)$.

Do đó, để $A\subset C_{\mathbb{R}}B\Leftrightarrow m\le 3m-1\Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{2}$.

Câu 130. Cho hai tập hợp $A=[-1;5)$ và $B=[2;10]$. Khi đó tập hợp $A\cap B$ bằng

A. $[2;5)$. **B.** $[-1;10]$. **C.** $(2;5)$. **D.** $[-1;10)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A\cap B=[-2;5)$.

Câu 131. Cho hai tập hợp $A=[-1;5)$ và $B=[2;10]$. Khi đó tập hợp $A\cap B$ bằng

A. $[2;5)$. **B.** $[-1;10]$. **C.** $(2;5)$. **D.** $[-1;10)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A\cap B=[-2;5)$.

Câu 132. Cho hai tập hợp $C_{\mathbb{R}}A=(0;+\infty)$ và $C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;-5)\cup(-2;+\infty)$. Xác định tập $A\cap B$.

A. $A\cap B=(-2;0)$. **B.** $A\cap B=(-5;-2)$. **C.** $A\cap B=(-5;0]$. **D.** $A\cap B=[-5;-2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_{\mathbb{R}}A\cup C_{\mathbb{R}}B=C_{\mathbb{R}}(A\cap B)=(-\infty;-5)\cup(-2;+\infty)$, suy ra $A\cap B=[-5;-2]$.

Câu 133. Cho $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 5\}$. Tập A là tập nào trong các tập hợp sau

A. $(-\infty;5)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5]$. **D.** $[-\infty;5)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa về nửa khoảng ta có $A=(-\infty;5]$.

Câu 134. Cho hai tập hợp $A=(-\infty;2m-7)$ và $B=(13m+1;+\infty)$. Số nguyên m nhỏ nhất thỏa mãn $A\cap B=\varnothing$ là

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow 2m-7\le 13m+1\Leftrightarrow 11m\ge -8\Leftrightarrow m\ge-\dfrac{8}{11}$.

Do đó số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn $A\cap B=\varnothing$ là $m=0$.

Câu 135. Cho hai tập hợp khác rỗng $A=(m-1;4]$ và $B=(-2;2m+2)$, với $m\in\mathbb{R}$. Tìm m để $A\cap B=\varnothing$.

A. $m<5$. **B.** $-3<m<5$. **C.** $-3<m$. **D.** $-2<m<5$.

Lời giải

Chọn D

Hai tập A, B khác rỗng $\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<4\\2m+2>-2\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<5$. (1)

Ta có $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow 2m+2\le m-1\Leftrightarrow m\le -3$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow -2<m<5$.

Câu 136. Cho tập hợp $M=[-3;6]$ và $N=(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. Khi đó $M\cap N$ là

A. $(-\infty;-2)\cup[3;6]$. **B.** $[-3;-2)\cup(3;6]$. **C.** $(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$. **D.** $(-3;-2)\cup(3;6)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 137. Cho tập $A=\left[-\sqrt{3};\frac{3}{2}\right)$ và $B=\left[-\frac{3}{2};\sqrt{5}\right)$. Tập $A\cup B$ là

A. $\left[\frac{3}{2};\sqrt{5}\right)$. **B.** $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)$. **D.** $\left[-\sqrt{3};-\frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

Câu 138. Cho hai tập hợp $I=(-10;1)$ và $J=(-1;10]$. Hãy xác định $I\cup J$.

A. $I\cup J=(-10;-1]$. **B.** $I\cup J=[1;10]$. **C.** $I\cup J=(-1;1)$. **D.** $I\cup J=(-10;10]$.

Lời giải

Chọn D

Câu 139. Xác định kết quả của $(-\infty;1]\cap[-2;3]$.

A. $(-\infty;3]$. **B.** $(1;3]$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $[-2;1]$.

Lời giải

Chọn D

Câu 140. Cho hai tập hợp $M=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 4\}$ và $N=[m+1;10)$, với m là tham số. Tìm giá trị của m để $M\cap N$ là một đoạn có độ dài bằng 10.

A. $m=5$. **B.** $m>3$. **C.** $m=-7$. **D.** $m\le 3$.

Lời giải

Chọn C

+ Nếu $m+1>4\Leftrightarrow m>3$ thì $M\cap N=\varnothing$, suy ra loại.

+ Nếu $m+1\le 4\Leftrightarrow m\le 3$ thì $M\cap N=[m+1;4]$.

Để $M\cap N$ là một đoạn có độ dài bằng 10 khi và chỉ khi $4-(m+1)=10\Leftrightarrow m=-7$.

Câu 141. Cho $A=(-1;3), B=[0;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A\cap B=[0;3]$. **B.** $A\cup B=(3;+\infty)$. **C.** $A\setminus B=(-1;0)$. **D.** $B\setminus A=[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 142. Cho tập hợp $A=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,1<x\le 2\}$, cách viết nào sau đây đúng?

A. $A=[1;2]$. **B.** $A=(1;2]$. **C.** $A=\{1;2\}$. **D.** $A=\{2\}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 143. Cho tập hợp $A=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,-3<x<2\}$. Tập hợp A là

A. $A=[-3;2]$. **B.** $A=\{-3;-2;-1;0;1;2\}$.

C. $A=\{-2;-1;0;1;2\}$. **D.** $A=(-3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 144. Cho tập hợp $A=(-3;2]$ và $B=(-1;+\infty)$. Các tập hợp $A\cap B, A\setminus B$ lần lượt là

A. $(-1;2],(-3;-1)$. **B.** $(-1;2),(-3;-1)$. **C.** $(-1;2],(-3;-1]$. **D.** $(-1;2),(-3;-1]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A\cap B=(-1;2]$, $A\setminus B=(-3;-1]$

Câu 145. Cho tập hợp $A=(-3;2]$ và $B=[m;m+1)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A\cap B=\varnothing$.

A. $m\in(-\infty;-4]\cup(2;+\infty)$. **B.** $m\in[-4;2)$.

C. $m\in(-4;2)$. **D.** $m\in(-4;2]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>2\\ m+1\le -3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>2\\ m\le -4\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in(-\infty;-4]\cup(2;+\infty)$.

Câu 146. Cho hai tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,-3<x\le 2\}, B=(-1;3)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $A\cap B=(-1;2]$. **B.** $A\setminus B=(-3;-1)$.

C. $C_{\mathbb{R}}B=(-\infty;-1)\cup[3;+\infty)$. **D.** $A\cup B=\{-2;-1;0;1;2\}$.

Lời giải

Chọn A

$A=\{x\in\mathbb{R}\,|\,-3<x\le 2\}=(-3;2]$. Do đó $A\cap B=(-1;2]$.

Câu 147. Cho hai tập hợp $A=[1;3], B=[m;m+1]$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để $B\subset A$.

A. $m=1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $1\le m\le 2$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn C

Để $B\subset A$ thì $1\le m<m+1\le 3\Leftrightarrow 1\le m\le 2$.

Câu 148. Kết quả của phép toán $(-\infty;1)\cap[-1;2)$ là

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $[-1;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 149. Cho m là tham số thực và hai tập hợp $A=[m-1;m+3], B=\{x\in\mathbb{R}\mid x\geq 8-5m\}$. Tìm tất cả giá trị m để $A\cap B=\varnothing$.

A. $m<\frac{5}{6}$. **B.** $m\leq\frac{5}{6}$. **C.** $m\leq\frac{3}{2}$. **D.** $m<\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $B=[8-5m;+\infty)$

Khi đó $A\cap B=\varnothing\Leftrightarrow m+3<8-5m\Leftrightarrow m<\frac{5}{6}$

Câu 150. Cho hai tập hợp $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x+3<4+2x\}, B=\{x\in\mathbb{R}\mid 5x-3<4x-1\}$. Tất cả các số tự nhiên thuộc cả hai tập A và B là

A. Không có số nào. **B.** 0. **C.** 0 và 1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

- $A=\{x\in\mathbb{R}\mid x+3<4+2x\}=\{x\in\mathbb{R}\mid x>-1\}$
- $B=\{x\in\mathbb{R}\mid 5x-3<4x-1\}=\{x\in\mathbb{R}\mid x<2\}$

Do đó $A\cap B=\{x\in\mathbb{R}\mid -1<x<2\}$.

Bởi vậy, có hai số tự nhiên thuộc cả hai tập A và B là 0 và 1.

---------- HẾT ----------