

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 04 trang)

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi
0101

Họ và tên:.....SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+1}$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = 1$.

C. $I = +\infty$.

D. $I = 0$.

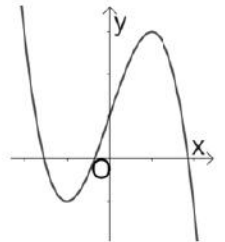
Câu 2. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?

A. $f(x) = x^3 + 3x + 1$.

B. $f(x) = -x^3 + 3x - 1$.

C. $f(x) = -x^3 + 3x + 1$.

D. $f(x) = x^3 - 3x - 1$.



Câu 3. Thống kê điểm thi tốt nghiệp môn Toán THPT năm 2024 của lớp 12D tại một trường THPT thu được kết quả như sau:

Nhóm	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Tần số	3	4	5	10	15	10	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu thống kê trên bằng

A. 10.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox .

A. $(2;0;0)$

B. $(3;0;0)$.

C. $(1;0;0)$.

D. $(1;0;3)$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 3$.

C. $x = -1$.

D. $x = 5$.

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị như hình vẽ.

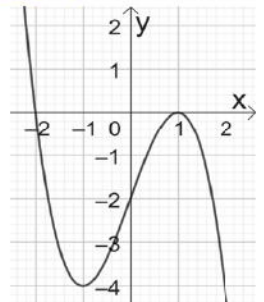
Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $J(0;-2)$.

B. $O(0;0)$.

C. $I(-2;0)$.

D. $K(0;2)$.



Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét phép chiếu song song theo phương $A'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$. Ảnh của đoạn thẳng

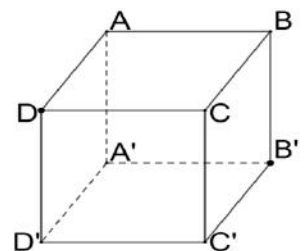
$A'C'$ qua phép chiếu song song đó là

A. đoạn thẳng $A'C$.

B. đoạn thẳng AB .

C. đoạn thẳng BD .

D. đoạn thẳng AC .



Câu 8. Trong các dãy số có số hạng tổng quát dưới đây, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $\frac{1}{3^n}$.

B. $n+1$.

C. $1+\frac{1}{n}$.

D. $6-2n$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $(1; 9)$.

C. $(9; +\infty)$.

D. $(-\infty; 9)$.

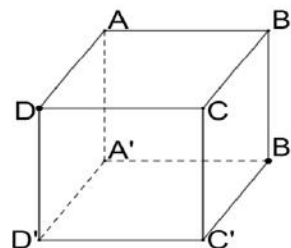
Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tích vô hướng của hai vec tơ $\overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{A'A}$ bằng

A. 0.

B. -1.

C. 2.

D. 1.



Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của một mặt phẳng?

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$.

B. $x-1=0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$.

D. $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} - \frac{3}{z} = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$. Độ dài của $\vec{a}$ là

A. $\sqrt{17}$.

B. 35.

C. 17.

D. $\sqrt{35}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hợp tác xã (viết tắt là HTX) nông nghiệp tại Nghệ An đầu tư dự án trồng dưa lưới nhà màng VietGAP. Xét trong một vụ canh tác, với diện tích x (nghìn m^2 , $x \geq 1$), tổng chi phí là $C(x) = x^2 + 30x + 100$ (triệu đồng). Tổng doanh thu dự kiến là $R(x) = x^2 + 100x$ (triệu đồng).

a) Hàm số lợi nhuận của HTX sau một vụ canh tác là $L(x) = 70x - 100$ (triệu đồng).

b) Nếu HTX muốn đạt mức lợi nhuận là 250 triệu đồng cho một vụ thì diện tích canh tác cần thiết là 5 nghìn m^2 .

c) Chi phí trung bình trên mỗi đơn vị diện tích được định nghĩa là $P(x) = \frac{C(x)}{x}$. Khi diện tích canh tác tăng từ 1 nghìn m^2 đến 11 nghìn m^2 thì chi phí trung bình luôn giảm.

d) Để đồng vốn đầu tư đạt hiệu quả cao nhất (tỉ lệ lợi nhuận trên tổng chi phí $Q(x) = \frac{L(x)}{C(x)}$ đạt giá trị lớn nhất), HTX cần tính toán để chi phí trung bình trên mỗi đơn vị diện tích $P(x)$ đạt mức thấp nhất.

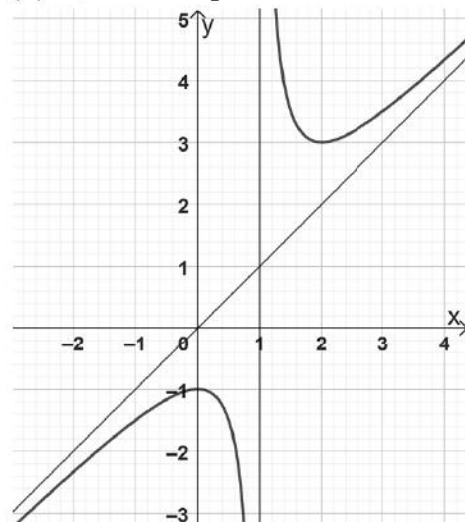
Câu 2. Cho hàm số $y = -x - \frac{1}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (C).

a) Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đường cong (C).

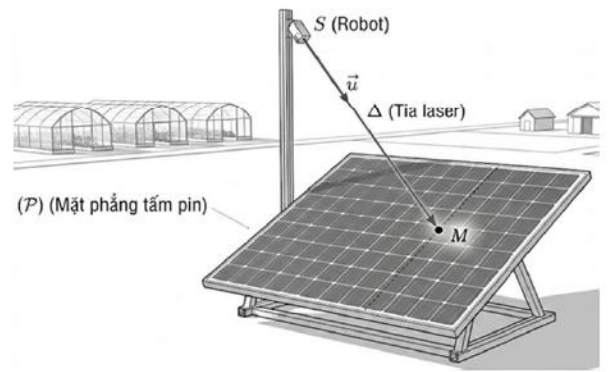
b) $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x-1}, \forall x \neq 1$.

c) Điểm cực đại của hàm số là $N(2; 3)$.

d) Đường cong (C) có dạng như hình vẽ:



Câu 3. Trong một mô hình nông nghiệp công nghệ cao, một tấm pin năng lượng mặt trời phẳng được lắp đặt nghiêng sao cho bề mặt của nó nằm trên mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$ (xét trong hệ không gian tọa độ $Oxyz$ với đơn vị đo là mét, mặt phẳng (Oxy) được xem là mặt đất phẳng). Người ta lắp đặt một robot cố định ở trên cao để kiểm tra bụi bẩn. Robot có mắt phát tia laser tại điểm $S(1;1;6)$. Robot thực hiện quét tia laser trên bề mặt tấm pin. Tại một thời điểm tia laser được chiếu theo đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -2)$ và chạm vào bề mặt tấm pin tại điểm M .



- a) Khoảng cách từ mắt phát tia laser S đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{4}{3}$ mét.
b) Điểm M có tọa độ là $(1;1;2)$.
c) Góc α hợp bởi tia laser Δ và mặt phẳng (P) thỏa mãn hệ thức $\sin \alpha = \frac{4}{9}$.

d) Khi vệ sinh, nước được phun trúng điểm chạm của tia laser trên tấm pin sẽ tạo thành dòng nước chảy trên bề mặt pin xuống đất theo hướng dốc nhất, quỹ đạo chảy của dòng nước nằm trên một đường thẳng. Đường thẳng đó có một vector chỉ phương là $\vec{v} = (1;1;3)$.

Câu 4. Để tuyển chọn thành viên cho Câu lạc bộ Toán - Tin, nhà trường tổ chức một bài thi đánh giá năng lực (thang điểm 100) cho 100 học sinh. Kết quả điểm thi được thống kê trong bảng số liệu ghép nhóm gồm 6 nhóm như sau:

Điểm số	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số học sinh	10	15	25	30	15	5

An và Bình là hai học sinh tham gia thi, đạt số điểm lần lượt là 82 điểm và 69,5 điểm. Ban chủ nhiệm Câu lạc bộ đưa ra quy định phân loại dựa trên các chỉ số thống kê của toàn bộ mẫu số liệu như sau:

Xếp loại "xuất sắc": Điểm số lớn hơn hoặc bằng tứ phân vị thứ ba.

Xếp loại "tiềm năng": Điểm số từ mức điểm trung vị đến dưới tứ phân vị thứ ba.

Xếp loại "chưa đạt": Điểm số dưới mức điểm trung vị.

Một điều hết sức thú vị là không có học sinh nào có điểm số bằng một trong ba giá trị tứ phân vị.

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 60.

b) Điểm trung vị của 100 học sinh tham gia kỳ thi là 71 điểm.

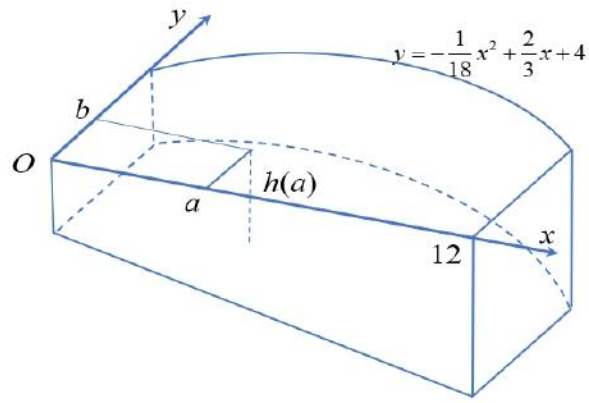
c) Mặc dù Bình xếp loại chưa đạt, nhưng điểm số của Bình vẫn cao hơn mức điểm trung bình.

d) Để đánh giá chất lượng đề thi, ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 4 học sinh tham gia kỳ thi để phỏng vấn. Xác suất để nhóm 4 học sinh được chọn có đầy đủ đại diện của cả 3 nhóm xếp loại và luôn có mặt An là $\frac{275}{14259}$.

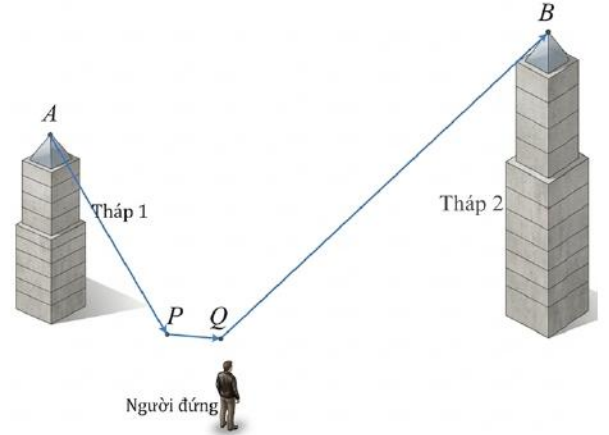
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một kiến trúc sư thiết kế một hồ bơi vô cực có mặt trên của bể bơi nằm trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trục là mét). Một cạnh của hồ bơi dài 12 m nằm trên trục Ox ; hai cạnh bên lần lượt nằm trên trục Oy và đường thẳng $x = 12$; cạnh còn lại (mặt vô cực) là một phần đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{2}{3}x + 4$. Đáy hồ bơi

không phẳng mà độ sâu tại điểm $(a; b)$ được tính theo công thức $h(a) = \frac{1}{4}a + 1$ (mét). Thể tích nước tối đa mà hồ bơi có thể chứa là bao nhiêu m^3 ?



Câu 2. Một nhân viên cứu hộ đứng ở mặt đất, điều khiển một drone chở vật y tế, dự kiến bay thẳng từ đỉnh A của tháp thứ nhất đến đỉnh B của tháp thứ hai. Tuy nhiên, do gặp một khu vực nhiễu sóng an ninh, nên drone phải bay thẳng từ A đến một điểm P trên mặt đất để hạ cánh. Nhân viên đó mang drone từ điểm P dọc theo hướng Tây 40 m đến điểm Q và sau đó drone bay thẳng từ Q lên đỉnh B của tháp thứ hai (Hình vẽ). Biết đỉnh A cao 100 m và có hình chiếu lên mặt đất cách vị trí người đứng ban đầu 200 m về phía Đông và 100 m về phía Nam. Đỉnh B cao 300 m và có hình chiếu lên mặt đất cách vị trí người đứng ban đầu 140 m về phía Tây và 200 m về phía Nam.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tại vị trí người đứng ban đầu, mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Ox hướng Đông, trục Oy hướng Nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trên (đơn vị trên các trục là 100 m). Để hoàn thành nhiệm vụ, người đó chọn vị trí điểm $P(a;b;c)$ trên mặt đất sao cho tổng quãng đường bay là ngắn nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = 2a + 4b + c$.

Câu 3. Một doanh nghiệp phân bổ ngân sách quảng cáo trên Facebook và Google với tổng số tiền không vượt quá 80 triệu. Chi phí cho Facebook nằm trong khoảng từ 20 đến 50 triệu. Chi phí cho Google tối thiểu là 15 triệu. Số tiền chi cho chạy quảng cáo trên Google không được vượt quá chi phí chi cho quảng cáo trên Facebook. Biết rằng số khách tiếp cận là 4 nghìn khách cho mỗi triệu tiền chi quảng cáo trên Facebook và 6 nghìn khách cho mỗi triệu quảng cáo trên Google. Hỏi lượng khách tiếp cận lớn nhất là bao nhiêu nghìn?

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4. Tam giác SAB cân tại S , có diện tích bằng 6 và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính cosin của góc nhị diện $[S; AC; D]$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 5. Nồng độ thuốc C (mg/ml) trong máu của một bệnh nhân sau t giờ tiêm vào tĩnh mạch được xác định bởi công thức $C(t) = \frac{at}{t^2 + 4}$, với a là hằng số dương. Đạo hàm của $C(t)$ được gọi là tốc độ thay đổi tức thời của nồng độ thuốc tại thời điểm t . Biết rằng nồng độ thuốc đạt giá trị lớn nhất là 0,5 mg/ml. Một bác sĩ muốn tính tốc độ thay đổi tức thời của nồng độ thuốc tại thời điểm $t = 4$ giờ để quyết định liều tiêm tiếp theo. Tính giá trị tuyệt đối của tốc độ này (đơn vị: mg/ml/h).

Câu 6. Một khóa mã số sử dụng mật khẩu là một dãy gồm 5 chữ số phân biệt từ 1 đến 9. Một mật khẩu được gọi là mạnh nếu nó thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:

- Không có hai chữ số lẻ nào đứng cạnh nhau.
- Chữ số đứng sau luôn lớn hơn chữ số đứng trước hoặc luôn nhỏ hơn chữ số đứng trước.

Chọn ngẫu nhiên một mật khẩu. Xác suất để chọn được mật khẩu mạnh bằng $a \cdot 10^{-3}$. Tính giá trị của a (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

----- HẾT -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN
KỲ KSCL KẾT HỢP THI THỬ LỚP 12 - NĂM HỌC: 2025-2026
MÔN: TOÁN

Câu\Mã đ	0101	0102	0103	0104	0105	0106	0107	0108
1	B	D	D	D	B	D	C	C
2	C	D	D	C	A	C	D	C
3	B	D	C	A	C	B	B	C
4	C	C	A	A	D	C	C	A
5	B	B	D	B	D	C	C	D
6	A	B	D	A	B	D	D	B
7	D	A	B	D	C	D	B	B
8	B	C	A	A	C	B	A	A
9	C	B	D	B	B	C	C	C
10	B	B	B	C	D	A	A	B
11	B	A	C	D	D	C	D	A
12	D	A	A	D	A	A	B	A
13	ĐĐSS	ĐĐSS	ĐĐĐS	ĐĐSS	ĐĐSS	ĐSĐĐ	ĐĐSĐ	ĐSĐĐ
14	ĐSSS	ĐSSĐ	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐĐSĐ	ĐSSĐ
15	ĐSĐS	ĐĐSĐ	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐĐSS	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐSSĐ
16	ĐSĐĐ	ĐSSĐ	ĐSSĐ	ĐĐSĐ	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐSSĐ	ĐSSĐ
17	160	170	0,96	204	204	9,5	3,5	8,2
18	7,5	-0,5	-5	0,16	0,24	150	0,24	0,96
19	400	3,5	192	-0,8	228	9,7	228	192
20	-0,4	150	-0,6	650	9,7	204	170	-0,6
21	0,06	8,2	228	9,5	3,5	0,06	9,7	650
22	8,2	0,24	9,7	9,7	-0,5	-0,8	-0,5	3,5

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Tìm $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+1}$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = 1$.

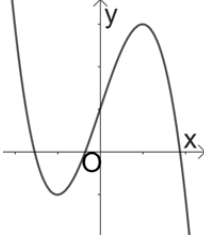
C. $I = +\infty$.

D. $I = 0$.

Lời giải

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{0+1} = 1$$

Câu 2. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $f(x) = x^3 + 3x + 1$.

B. $f(x) = -x^3 + 3x - 1$

C. $f(x) = -x^3 + 3x + 1$.

D. $f(x) = x^3 - 3x - 1$.

Câu 3. Thống kê điểm thi tốt nghiệp môn Toán THPT năm 2024 của lớp 12D tại một trường THPT thu được kết quả như sau:

Nhóm	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	3	4	5	10	15	10	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu thống kê trên bằng

A. 10.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Khoảng biến thiên $R = 10 - 3 = 7$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox .

A. $(2;0;0)$

B. $(3;0;0)$.

C. $(1;0;0)$.

D. $(1;0;3)$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

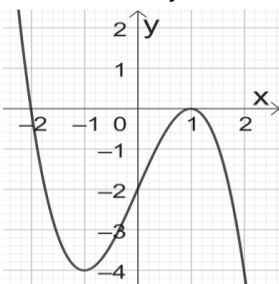
A. $x = 1$.

B. $x = 3$.

C. $x = -1$.

D. $x = 5$.

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là



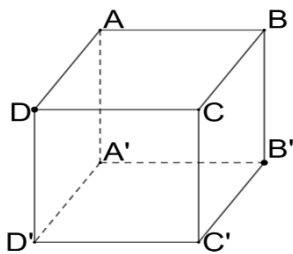
A. $J(0;-2)$.

B. $O(0;0)$.

C. $I(-2;0)$.

D. $K(0;2)$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét phép chiếu song song theo phương $A'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$. Ảnh của đoạn thẳng $A'C'$ qua phép chiếu song song đó là



- A. đoạn thẳng $A'C$. B. đoạn thẳng AB . C. đoạn thẳng BD . **D. đoạn thẳng AC .**

Lời giải

Ảnh của đoạn thẳng $A'C'$ qua phép chiếu song song đó là đoạn thẳng AC .

Câu 8. Trong các dãy số có số hạng tổng quát dưới đây, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $\frac{1}{3^n}$. **B. $n+1$.** C. $1+\frac{1}{n}$. D. $6-2n$.

Lời giải

Xét $u_{n+1} - u_n = (n+1) + 1 - (n+1) = 1 > 0$ nên dãy $u_n = n+1$ là dãy số tăng.

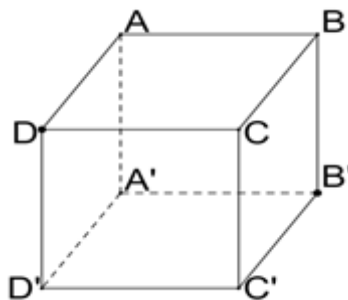
Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(1; 9)$. **C. $(9; +\infty)$.** D. $(-\infty; 9)$.

Lời giải

$$\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 > 8 \end{cases} \Leftrightarrow x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 9$$

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{A'A}$ bằng



- A. 0. **B. -1.** C. 2. D. 1.

Lời giải

$\overrightarrow{CC'} \cdot \overrightarrow{A'A} = -1$ (Hai vectơ ngược hướng, có cùng độ dài bằng 1).

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của một mặt phẳng?

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. **B. $x-1=0$.** C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$. D. $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} - \frac{3}{z} = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$. Độ dài của $\vec{a}$ là

- A. $\sqrt{17}$. B. 35. C. 17. **D. $\sqrt{35}$.**

Lời giải

$\vec{a} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$ suy ra $\vec{a} = -3; 5; 1$.

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2 + 1^2} = \sqrt{35}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hợp tác xã (viết tắt là HTX) nông nghiệp tại Nghệ An đầu tư dự án trồng dưa lưới nhà màng VietGAP. Xét trong một vụ canh tác, với diện tích x (nghìn m^2 , $x \geq 1$), tổng chi phí là $C(x) = x^2 + 30x + 100$ (triệu đồng). Tổng doanh thu dự kiến là $R(x) = x^2 + 100x$ (triệu đồng).

- a) Hàm số lợi nhuận của HTX sau một vụ canh tác là $L(x) = 70x - 100$ (triệu đồng).
- b) Nếu HTX muốn đạt mức lợi nhuận là 250 triệu đồng cho một vụ thì diện tích canh tác cần thiết là 5 nghìn m^2 .
- c) Chi phí trung bình trên mỗi đơn vị diện tích được định nghĩa là $P(x) = \frac{C(x)}{x}$. Khi diện tích canh tác tăng từ 1 nghìn m^2 đến 11 nghìn m^2 thì chi phí trung bình luôn giảm.
- d) Để đồng vốn đầu tư đạt hiệu quả cao nhất (tỉ lệ lợi nhuận trên tổng chi phí $Q(x) = \frac{L(x)}{C(x)}$ đạt giá trị lớn nhất), HTX cần tính toán để chi phí trung bình trên mỗi đơn vị diện tích $P(x)$ đạt mức thấp nhất.

Lời giải

(a) Đúng.

Hàm số lợi nhuận của HTX sau một vụ canh tác là:

$$L(x) = R(x) - C(x) = (x^2 + 100x) - (x^2 + 30x + 100) = 70x - 100 \text{ (triệu đồng)}.$$

(b) Đúng

Với diện tích canh tác là 5 nghìn m^2 HTX đạt mức lợi nhuận là $L(5) = 70 \cdot 5 - 100 = 250$ (triệu đồng)

(c) Sai.

Chi phí trung bình trên mỗi đơn vị diện tích được định nghĩa là $P(x) = \frac{C(x)}{x}$.

$$\text{Suy ra } P(x) = \frac{x^2 + 30x + 100}{x}$$

Đk: $x \neq 0$

$$P'(x) = \frac{(2x + 30)x - (x^2 + 30x + 100)}{x^2} = \frac{x^2 - 100}{x^2}$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ x = 10 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	10	$+\infty$
$P'(x)$		0	
$P(x)$		50	

Từ bảng biến thiên ta thấy: Nếu diện tích canh tác tăng từ 1 nghìn m^2 đến 10 nghìn m^2 thì chi phí trung bình sẽ giảm và diện tích canh tác tăng từ 10 nghìn m^2 thì chi phí trung bình sẽ tăng nên nếu diện tích canh tác tăng từ 1 nghìn m^2 đến 11 nghìn m^2 thì chi phí trung bình giảm là sai

(d) Sai.

$$\text{Xét hàm } Q(x) = \frac{70x - 100}{x^2 + 30x + 100}$$

$$\text{Đk: } \begin{cases} x \neq -15 - 5\sqrt{5} \\ x \neq -15 + 5\sqrt{5} \end{cases}$$

$$Q'(x) = \frac{70(x^2 + 30x + 100) - (2x + 30)(70x - 100)}{(x^2 + 30x + 100)^2} = \frac{-70x^2 + 200x + 3000}{(x^2 + 30x + 100)^2}$$

$$Q'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10 - 10\sqrt{22}}{7} < 0 \\ x = \frac{10 + 10\sqrt{22}}{7} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	$\frac{10+10\sqrt{22}}{7}$	$+\infty$
$Q'(x)$		0	
$Q(x)$			

Từ bảng biến thiên ta có tỉ lệ lợi nhuận trên tổng chi phí $Q(x) = \frac{L(x)}{C(x)}$ đạt giá trị lớn nhất khi

$x = \frac{10+10\sqrt{22}}{7} \approx 8.13$ khi đó chi phí trung bình trên mỗi đơn vị diện tích $P(x)$ không đạt mức thấp nhất. Vì $P(x)$ đạt mức thấp nhất khi $x=10$.

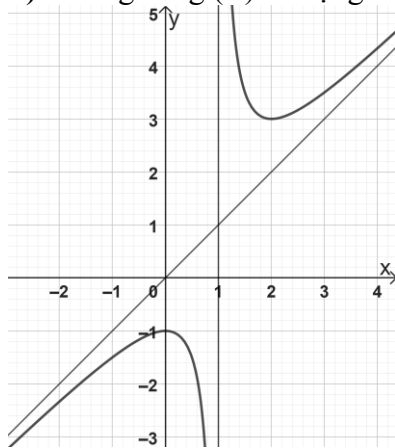
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = -x - \frac{1}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (C).

a) Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đường cong (C).

b) $f'(x) = \frac{-x^2+2x}{x-1}, \forall x \neq 1$.

c) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $N(2;3)$.

d) Đường cong (C) có dạng như hình vẽ:



Lời giải

(a) Đúng

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đường cong (C).

(b) Sai

Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{-x^2+2x}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$.

(c) Sai

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$		$+\infty$	-3		$-\infty$

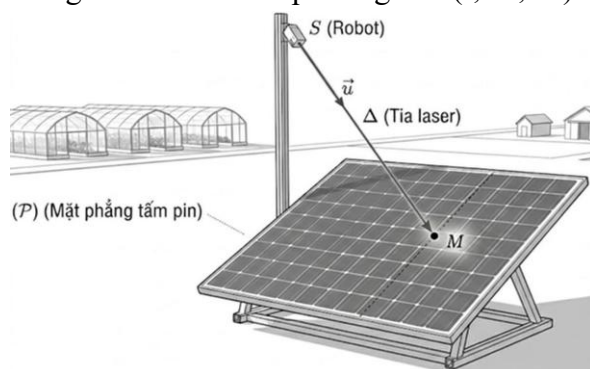
Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2;-3)$.

(d) Sai

Dựa vào tiệm cận xiên $y = -x$ của đồ thị hàm số hoặc dấu khoảng ngoài cùng bên phải đạo hàm của hàm số, ta đều có thể dễ dàng đi đến kết luận ý (d) là sai.

Câu 3. Trong một mô hình nông nghiệp công nghệ cao, một tấm pin năng lượng mặt trời phẳng được lắp đặt nghiêng sao cho bề mặt của nó nằm trên mặt phẳng (P): $2x+2y+z-6=0$ (xét trong hệ không gian tọa độ $Oxyz$ với đơn vị đo là mét, mặt phẳng (Oxy) được xem là mặt đất phẳng). Người ta lắp đặt một robot cố định ở trên cao để kiểm tra bụi bẩn. Robot có mắt phát tia laser tại điểm $S(1;1;6)$.

Robot thực hiện quét tia laser trên bề mặt tấm pin. Tại một thời điểm tia laser được chiếu theo đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -2)$ và chạm vào bề mặt tấm pin tại điểm M .



a) Khoảng cách từ mắt phát tia laser S đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{4}{3}$ mét.

b) Điểm M có tọa độ là $(1; 1; 2)$.

c) Góc α hợp bởi tia laser Δ và mặt phẳng (P) thỏa mãn hệ thức $\sin \alpha = \frac{4}{9}$.

d) Khi vệ sinh, nước được phun trúng điểm chạm của tia laser trên tấm pin sẽ tạo thành dòng nước chảy trên bề mặt pin xuống đất theo hướng dốc nhất, quỹ đạo chảy của dòng nước nằm trên một đường thẳng. Đường thẳng đó có một vector chỉ phương là $\vec{v} = (1; 1; 3)$.

Lời giải

(a) Đúng

$$d(S; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 6 - 6|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = \frac{4}{3}$$

(b) Sai

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 6 - 2t \end{cases}$$

$$M = \Delta \cap (P) \Rightarrow \text{toạ độ điểm } M(x; y; z) \text{ thỏa hệ: } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 6 - 2t \\ 2x + 2y + z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 4 \\ t = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của M là $M(2; -1; 4)$

(c) Đúng

(Δ) có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; -2)$.

(P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{|1 \cdot 2 + (-2) \cdot 2 + (-2) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4}{9}$$

(d) Sai

Gọi (d) là giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng Oxy , H là hình chiếu của M

lên đường thẳng (d) , A là hình chiếu của M lên mặt phẳng Oxy và K là điểm bất kỳ trên đường thẳng (d) .

$$\text{Ta có } MH \leq MK \Rightarrow \frac{MA}{MK} \leq \frac{MA}{MH} \Rightarrow \sin MKA \leq \sin MHA$$

$$\Rightarrow MKA \leq MHA$$

Như vậy, trong vô số các đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đi qua M thì MH tạo với mặt phẳng Oxy một góc lớn nhất. Nghĩa là đường thẳng MH tạo với mặt đất độ dốc lớn nhất. Ta cần tìm vector chỉ phương của MH .

Vector đơn vị của trục Oz chính là vector pháp tuyến của mặt phẳng Oxy : $\vec{k} = (0; 0; 1)$

(P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Vector chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u}_d = [\vec{k}, \vec{n}] = (-2; 2; 0)$.

Vector chỉ phương của MH là $\vec{u}_{MH} = [\vec{u}_d, \vec{n}] = (2; 2; -8) = 2(1; 1; -4)$

Câu 4. Để tuyển chọn thành viên cho Câu lạc bộ Toán - Tin, nhà trường tổ chức một bài thi đánh giá năng lực (thang điểm 100) cho 100 học sinh. Kết quả điểm thi được thống kê trong bảng số liệu ghép nhóm gồm 6 nhóm như sau:

Điểm số	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số học sinh	10	15	25	30	15	5

An và Bình là hai học sinh tham gia thi, đạt số điểm lần lượt là 82 điểm và 69,5 điểm. Ban chủ nhiệm Câu lạc bộ đưa ra quy định phân loại dựa trên các chỉ số thống kê của toàn bộ mẫu số liệu như sau:

Xếp loại "xuất sắc": Điểm số lớn hơn hoặc bằng tứ phân vị thứ ba.

Xếp loại "tiềm năng": Điểm số từ mức điểm trung vị đến dưới tứ phân vị thứ ba.

Xếp loại "chưa đạt": Điểm số dưới mức điểm trung vị. Một điều hết sức thú vị là không có học sinh nào có điểm số bằng một trong ba giá trị tứ phân vị.

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 60.

b) Điểm trung vị của 100 học sinh tham gia kỳ thi là 71 điểm.

c) Mặc dù Bình xếp loại chưa đạt, nhưng điểm số của Bình vẫn cao hơn mức điểm trung bình.

d) Để đánh giá chất lượng đề thi, ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 4 học sinh tham gia kỳ thi để phỏng vấn. Xác suất để nhóm 4 học sinh được chọn có đầy đủ đại diện của cả 3 nhóm xếp loại và luôn có mặt An

là $\frac{275}{14259}$.

Lời giải

(a) Đúng

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 100 - 40 = 60$.

(b) Sai

Có 100 học sinh tham gia

Ta có $M_e = Q_2 \in [60; 70) \Rightarrow Q_2 = 60 + \frac{50-25}{25} \cdot 10 = 70$

(c) Đúng

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x} = \frac{45 \cdot 10 + 55 \cdot 15 + 65 \cdot 25 + 75 \cdot 30 + 85 \cdot 15 + 95 \cdot 5}{100} = 69.$$

Mặc dù Bình xếp loại chưa đạt, nhưng điểm số của Bình vẫn cao hơn mức điểm trung bình.

(d) Đúng

Ta có $Q_3 \in [70; 80)$

$$Q_3 = 70 + \frac{75-50}{30} \cdot 10 = 78,3$$

$$n(\Omega) = C_{100}^4$$

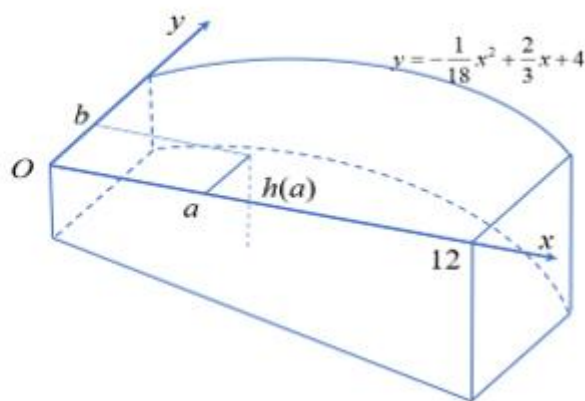
Gọi biến cố A là: "4 học sinh được chọn có đầy đủ đại diện của cả 3 nhóm xếp loại và luôn có mặt An"

$$n(A) = C_{50}^1 \cdot C_{25}^1 \cdot C_{24}^1 + C_{50}^2 \cdot C_{25}^1 + C_{50}^1 \cdot C_{25}^2$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^1 \cdot C_{25}^1 \cdot C_{24}^1 + C_{50}^2 \cdot C_{25}^1 + C_{50}^1 \cdot C_{25}^2}{C_{100}^4} = \frac{275}{14259}$$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Một kiến trúc sư thiết kế một hồ bơi vô cực có mặt trên của bể bơi nằm trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trục là mét). Một cạnh của hồ bơi dài $12m$ nằm trên trục Ox ; hai cạnh bên lần lượt nằm trên trục Oy và đường thẳng $x=12$; cạnh còn lại (mặt vô cực) là một phần đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{2}{3}x + 4$. Đáy hồ bơi không phẳng mà độ sâu tại điểm $(a; b)$ được tính theo công thức $h(a) = \frac{1}{4}a + 1$ (mét). Thể tích nước tối đa mà hồ bơi có thể chứa là bao nhiêu m^3 ?



Lời giải

Đáp án: 160.

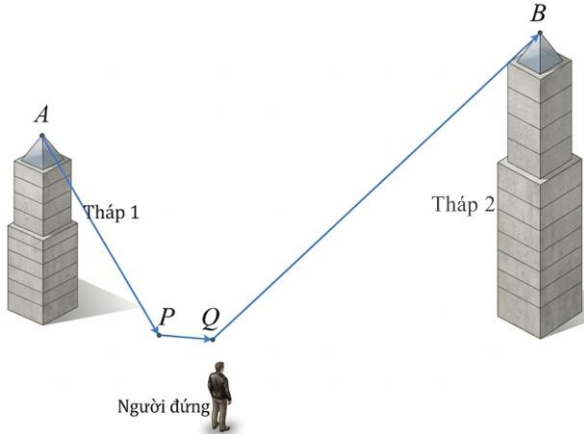
Thiết diện mặt cắt ngang tại điểm x ($0 \leq x \leq 12$) vuông góc với trục Ox là một hình chữ nhật có một cạnh là chiều rộng của hồ: $y = f(x) = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{2}{3}x + 4$ và cạnh còn lại là độ sâu của hồ:

$h(x) = \frac{1}{4}x + 1$. Do đó, diện tích thiết diện mặt cắt ngang tại vị trí x ($0 \leq x \leq 12$) là:

$$S(x) = f(x) \cdot h(x) = \left(-\frac{1}{18}x^2 + \frac{2}{3}x + 4 \right) \left(\frac{1}{4}x + 1 \right)$$

Suy ra, thể tích tối đa của hồ bơi là: $V = \int_0^{12} S(x) dx = \int_0^{12} \left(-\frac{1}{18}x^2 + \frac{2}{3}x + 4 \right) \left(\frac{1}{4}x + 1 \right) dx = 160 (m^3)$.

Câu 2. Một nhân viên cứu hộ đứng ở mặt đất, điều khiển một drone chở vật tư y tế, dự kiến bay thẳng từ đỉnh A của tháp thứ nhất đến đỉnh B của tháp thứ hai. Tuy nhiên, do gặp một khu vực nhiễu sóng an ninh, nên drone phải bay thẳng từ A đến một điểm P trên mặt đất để hạ cánh. Nhân viên đó mang drone từ điểm P dọc theo hướng Tây 40 m đến điểm Q và sau đó drone bay thẳng từ Q lên đỉnh B của tháp thứ hai (Hình vẽ). Biết đỉnh A cao 100 m và có hình chiếu lên mặt đất cách vị trí người đứng ban đầu 200 m về phía Đông và 100 m về phía Nam. Đỉnh B cao 300 m và có hình chiếu lên mặt đất cách vị trí người đứng ban đầu 140 m về phía Tây và 200 m về phía Nam. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tại vị trí người đứng ban đầu, mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Ox hướng Đông, trục Oy hướng Nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trên (đơn vị trên các trục là 100 m). Để hoàn thành nhiệm vụ, người đó chọn vị trí điểm $P(a;b;c)$ trên mặt đất sao cho tổng quãng đường bay là ngắn nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = 2a + 4b + c$.



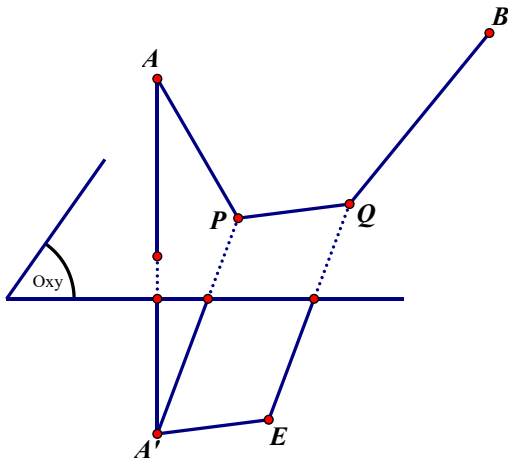
Lời giải

Đáp án: 7,5

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tại vị trí người đứng ban đầu, mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Ox hướng Đông, trục Oy hướng Nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trên (đơn vị trên các trục là 100 m).

Ta có: $A(2;1;1)$, $B(-1;4;2;3)$ và $\overline{PQ}(-0,4;0;0)$.

Bài toán trở thành: Tìm $P \in (Oxy)$ sao cho $AP + QB$ nhỏ nhất.



Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) , suy ra $A'(2;1;-1)$

Dựng $\overline{A'E} = \overline{PQ} = (-0,4;0;0)$. Suy ra $E(1,6;1;-1)$

Ta có hình bình hành $A'PQE$.

Khi đó, $AP + QB = A'P + QB = EQ + QB \geq EB$

Mà EB không đổi. Do đó, $AP + QB$ nhỏ nhất bằng EB .

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $Q = EB \cap (Oxy)$.

Phương trình đường thẳng EB đi qua E và nhận $\overline{BE}(3;-1;-4)$ là vectơ chỉ phương là

$$\begin{cases} x = 1,6 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - 4t \end{cases}.$$

Suy ra $Q(0,85;1,25;0)$. Mà $\overrightarrow{PQ}(-0,4;0;0)$ nên $P(1,25;1,25;0)$.

Vậy $S = 2a + 4b + c = 7,5$.

- Câu 3.** Một doanh nghiệp phân bổ ngân sách quảng cáo trên Facebook và Google với tổng số tiền không vượt quá 80 triệu. Chi phí cho Facebook nằm trong khoảng từ 20 đến 50 triệu. Chi phí cho Google tối thiểu là 15 triệu. Số tiền chi cho chạy quảng cáo trên Google không được vượt quá chi phí chi cho quảng cáo trên Facebook. Biết rằng với mỗi triệu tiền chi cho quảng cáo trên Facebook thì được tiếp cận 4 nghìn khách, và với mỗi triệu tiền chi cho quảng cáo trên Google thì được tiếp cận 6 nghìn khách. Hỏi lượng khách tiếp cận lớn nhất là bao nhiêu nghìn?

Đáp số: 400

Lời giải

x là số triệu đồng chi cho quảng cáo Facebook ($x \geq 0$).

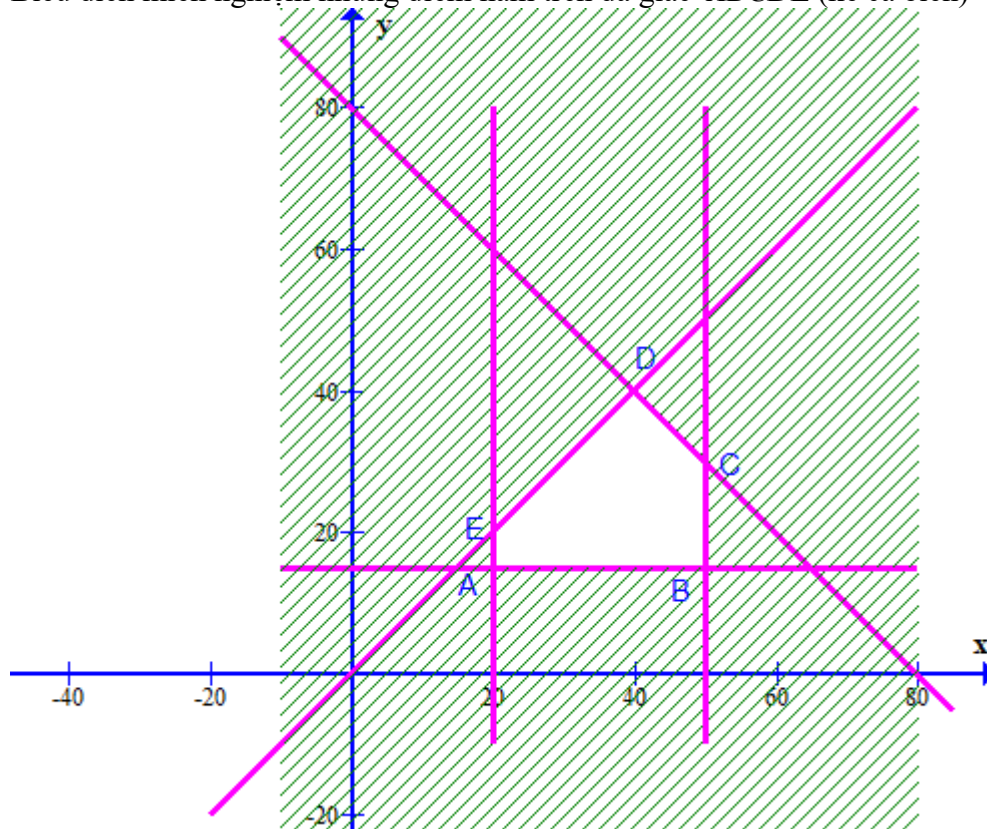
y là số triệu đồng chi cho quảng cáo Google ($y \geq 0$).

Dựa vào các điều kiện của đề bài, ta có hệ sau:

$$\begin{cases} x + y \leq 80 \\ x, y \geq 0 \\ 20 \leq x \leq 50 \\ y \geq 15 \\ y \leq x \end{cases}$$

Số lượng khách hàng tiếp cận được (đơn vị: nghìn người) là $F(x, y) = 4x + 6y$

Biểu diễn miền nghiệm những điểm nằm trên đa giác $ABCDE$ (kể cả biên)



Tìm tọa độ các đỉnh của miền nghiệm:

Giao của $x = 20$ và $y = 15 \Rightarrow A(20;15)$; $F(A) = 4(20) + 6(15) = 80 + 90 = 170$

Giao của $x = 50$ và $y = 15 \Rightarrow B(50;15)$; $F(B) = 4(50) + 6(15) = 200 + 90 = 290$

Giao của $x = 50$ và $x + y = 80 \Rightarrow C(50;30)$; $F(C) = 4(50) + 6(30) = 200 + 180 = 380$

Giao của $x + y = 80$ và $y = x \Rightarrow 2x = 80 \Rightarrow D(40;40)$; $F(D) = 4(40) + 6(40) = 160 + 240 = 400$

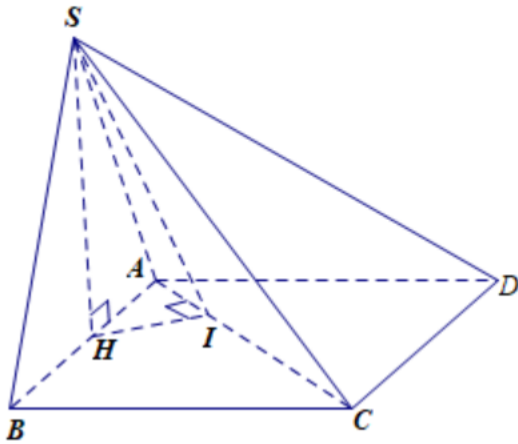
Giao của $y = x$ và $x = 20 \Rightarrow E(20;20)$. $F(E) = 4(20) + 6(20) = 80 + 120 = 200$

Giá trị lớn nhất là 400 (nghìn người).

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh 4. Tam giác SAB cân tại S , có diện tích bằng 6 và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính cosin của góc nhị diện $[S; AC; D]$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: -0,8



+ Gọi H là trung điểm của AB , dựng $HI \perp AC$

$$SH = \frac{2 \cdot S_{\triangle SAB}}{AB} = \frac{2 \cdot 6}{4} = 2$$

Đường cao kẻ từ B xuống AC có độ dài là $h = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{4 \cdot 4}{4\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$

Suy ra $HI = \frac{1}{2}d = 2\sqrt{2}$.

$$\cos[S; AC; D] = -\cos[(SAC), (ABC)] = -\cos SIH = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2}} = -0,8.$$

Câu 5. Nồng độ thuốc C (mg / ml) trong máu của một bệnh nhân sau t giờ tiêm vào tĩnh mạch được xác định bởi công thức $C(t) = \frac{at}{t^2 + 4}$, với a là hằng số dương. Đạo hàm của $C(t)$ được gọi là tốc độ thay đổi tức thời của nồng độ thuốc tại thời điểm t . Biết rằng nồng độ thuốc đạt giá trị lớn nhất là 0,5mg / ml. Một bác sĩ muốn tính tốc độ thay đổi tức thời của nồng độ thuốc tại thời điểm $t = 4$ giờ để quyết định liều tiêm tiếp theo. Tính giá trị tuyệt đối của tốc độ này (đơn vị: mg / ml / h).

Lời giải

Đáp số: 0,06

Ta có: $C(t) = \frac{at}{t^2 + 4} \leq \frac{a}{4}, \forall t > 0, a > 0$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow t = 2$.

Vậy $\frac{a}{4} = 0,5 \Leftrightarrow a = 2$

Với $a = 2$ ta có $C(t) = \frac{2t}{t^2 + 4}$.

Khi đó $C'(t) = \frac{2(4 - t^2)}{(t^2 + 4)^2} \Rightarrow C'(4) = \frac{2(4 - 16)}{(16 + 4)^2} = -0,06 \Rightarrow |C'(4)| = 0,06$.

Chú ý: Bài này học sinh có thể giải bằng phương pháp hàm số.

Câu 6. Một khóa mã số sử dụng mật khẩu là một dãy gồm 5 chữ số phân biệt từ 1 đến 9. Một mật khẩu được gọi là mạnh nếu nó thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:

i) Không có hai chữ số lẻ nào đứng cạnh nhau.

ii) Chữ số đứng sau luôn lớn hơn chữ số đứng trước hoặc luôn nhỏ hơn chữ số đứng trước.

Chọn ngẫu nhiên một mật khẩu. Xác suất để chọn được mật khẩu mạnh bằng. Tính giá trị của (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 8,2

Ta có $|\Omega| = A_9^5$

Từ điều kiện ii), mỗi tập hợp 5 chữ số được chọn tạo thành đúng 2 mật khẩu (xếp tăng dần hoặc giảm dần). Do đó, ta chỉ cần đếm số tập con 5 phần tử sao cho khi xếp theo thứ tự tăng dần, không có 2 số lẻ nào kề nhau.

Từ 0 đến 8 có 5 chữ số chẵn: 0; 2; 4; 6; 8 và 4 chữ số lẻ 1; 3; 5; 7.

Trường hợp 1: 5 chữ số gồm 1 chẵn và 4 lẻ:

Với mỗi số chẵn trong 5 số chẵn 0; 2; 4; 6; 8 có duy nhất một mật khẩu thỏa mãn.

Vậy có 5 mật khẩu thỏa mãn điều kiện:

01357; 12357; 13457; 13567; 13578.

Trường hợp 2: 5 chữ số gồm 2 chẵn 3 lẻ

Số cách chọn 2 chẵn và 3 lẻ là $C_5^2 C_4^3 = 40$

Xét trường hợp bù trừ có 2 chẵn kề nhau. Có 5 trường hợp là 02357; 12457; 13467; 13568.

Vậy có $40 - 4 = 36$ mật khẩu thỏa mãn điều kiện.

Trường hợp: 5 chữ số gồm 3 chẵn và 2 lẻ

Gọi mật khẩu thỏa có dạng $(2a; 2b+1; 2c; 2d+1; 2e)$

Ta có $0 \leq 2a < 2b+1 < 2c < 2d+1 < 2e \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq a < b < c < d < e \leq 4$

$\Leftrightarrow 0 \leq a < b+1 < c+1 < d+2 < e+2 \leq 6$

Chọn 5 số trong 7 số từ 0 đến 6 có C_7^5 , cách tương ứng với C_7^5 mật khẩu thỏa điều kiện.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{2(5+36+C_7^5)}{A_9^5}$. Suy ra $a = P.10^3 \approx 8,2$.