

TRƯỜNG THPT THÁI PHÚC

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1 NĂM 2020



Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

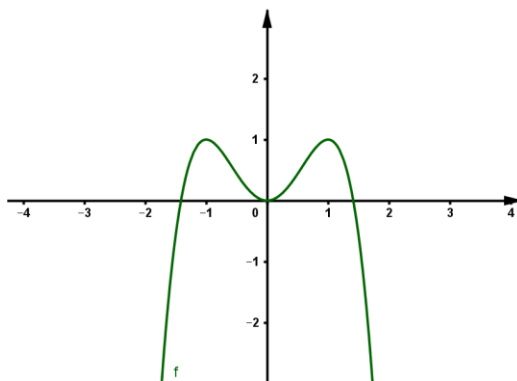
Đề thi gồm 06 trang - 50 câu trắc nghiệm

Họ và tên: SBD:

- Câu 1:** Từ các chữ số 1;2;3;4;5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau.
A. 3125. **B.** 120. **C.** 720. **D.** 15.
- Câu 2:** Cho dãy số u_n là cấp số cộng. Biết $u_3 = 12, u_5 = 18$. Tìm $u_7 = ?$
A. 6. **B.** 21. **C.** 24. **D.** 27.
- Câu 3:** Diện tích xung quanh của một hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng:
A. $2\pi(r+l)$. **B.** $\pi(r+l)$.
C. πrl . **D.** $2\pi rl$.
- Câu 4:** Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$.
C. $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.
- Câu 5:** Một khối nón có độ dài đường cao bằng 8, độ dài đường sinh bằng 10. Thể tích của khối nón đó bằng:
A. 288π . **B.** 96π . **C.** 360π . **D.** 120π .
- Câu 6:** Nghiệm của phương trình $3^{x+3} = \frac{1}{27}$ là:
A. $x = 5$. **B.** $x = -6$. **C.** $x = -5$. **D.** $x = 1$.
- Câu 7:** Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 8$ và $\int_3^5 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng
A. 13. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 0.
- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Giá trị của $M + 2m$ bằng:

x	-3	-1	0	1	2
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 3.
- Câu 9:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số nào dưới đây



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = -x^2 + 2x$. D. $y = x^3 + 2x^2 - x - 1$.

Câu 10: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{a \cdot \sqrt[3]{a^2}}$, $a > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $P = a^{\frac{5}{12}}$. B. $P = a^{\frac{7}{12}}$. C. $P = a^{\frac{3}{4}}$. D. $P = a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 11: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$?

- A. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$. B. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$. C. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3} - 2}{4}$. D. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

Câu 12: Số phức $z = 3 + 5i$ có phần ảo bằng?

- A. 5. B. $5i$. C. 3. D. -3.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(5; -4; 2)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào?

- A. $M_1(0; -4; 2)$. B. $M_1(5; 0; 2)$. C. $M_3(5; -4; 0)$. D. $M_4(-5; 4; 0)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4z - 10 = 0$ có tâm là điểm nào?

- A. $I(-4; 2; 4)$. B. $I(4; -2; -4)$. C. $I(2; -1; -2)$. D. $I(-2; 1; 2)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, vector chỉ phương của đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{-1}$ là

- A. $\vec{u}(2; 1; -1)$. B. $\vec{u}(1; -3; 0)$. C. $\vec{u}(-1; 3; 0)$. D. $\vec{u}(-2; 1; 1)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$ với mặt phẳng (Oyz) là

- A. $M(-2; 4; 0)$. B. $M(2; -4; 0)$. C. $M(0; -4; 1)$. D. $M(2; 4; 1)$.

Câu 17: Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 60cm^3 và điểm K trên cạnh AC sao cho $AC = 3KC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $BKCD$.

- A. $V = 20\text{cm}^3$. B. $V = 12\text{cm}^3$. C. $V = 30\text{cm}^3$. D. $V = 15\text{cm}^3$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-6		1		$-\infty$

- A. $(-5; 0)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 19: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên $-1; 2$ là

- A. 6. B. -5. C. 15. D. 11.

Câu 20: Cho a, b là hai số dương với $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Khi đó, giá trị $\log_b \left(\frac{a}{b^2} \right)$ bằng

- A. $-\frac{5}{3}$. B. 1. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 21: Bất phương trình $2^{2x} - 18 \cdot 2^x + 32 \geq 0$ có tập nghiệm là:

- A. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. B. $(-\infty; 1] \cup [16; +\infty)$. C. $(-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. D. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

Câu 22: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích mặt đáy bằng $16\pi (cm^2)$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

- A. $S_{xq} = 27\pi (cm^2)$. B. $S_{xq} = 32\pi (cm^2)$. C. $S_{xq} = 64\pi (cm^2)$. D. $S_{xq} = 16\pi (cm^2)$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 5 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 24: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cot x$ là

- A. $\ln|\sin x| + C$. B. $\frac{1}{\sin^2 x} + C$. C. $-\ln|\sin x| + C$. D. $-\frac{1}{\sin^2 x} + C$.

Câu 25: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$ trong đó $x(mg)$ và $x > 0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng:

- A. $20mg$. B. $30mg$. C. $40mg$. D. $15mg$.

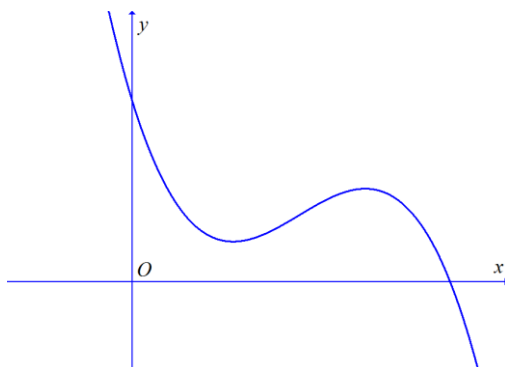
Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $ABC = 60^\circ$ và $AA' = 4a$, thể tích khối lăng trụ đó bằng

- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 27: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ là

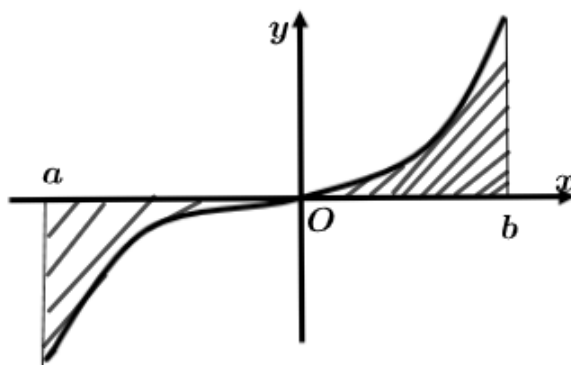
- A.** $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$ và $x=2$.

Câu 28: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 - cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, c > 0, d > 0$. **B.** $a < 0, c > 0, d > 0$. **C.** $a < 0, c < 0, d < 0$. **D.** $a < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D thì:

- A.** $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$. **B.** $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.
C. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$. **D.** $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

Câu 30: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$, với z_1 có phần ảo dương, z_2 có phần ảo âm. Số phức $z_1 + 2z_2$ được xác định bằng

- A.** $3-3i$. **B.** $3+3i$. **C.** $1+3i$. **D.** $1-3i$.

Câu 31: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy điểm $M(-3; 5)$ biểu diễn hình học của số phức nào?

- A.** $3-5i$. **B.** $5-3i$. **C.** $-3+5i$. **D.** $-5+3i$.

Câu 32: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 1; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x + y + 3z - 4 = 0$ có phương trình là

- A.** $2x - y + 3z - 12 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y + 3z - 14 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z - 13 = 0$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(0; -4; 0)$ và đi qua điểm $M(0; -3; 0)$ có phương trình

A. $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 5$.

B. $x^2 + (y+4)^2 + z^2 = 1$.

C. $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 25$.

D. $x^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+5=0$. Vector nào KHÔNG PHẢI vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

C. $\vec{n} = (-1; -2; 3)$.

D. $\vec{n} = (-2; -4; 6)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; -3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.

Câu 36: Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm năm nam và năm nữ vào ngồi hai dãy ghế sao cho mỗi ghế có đúng một người ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

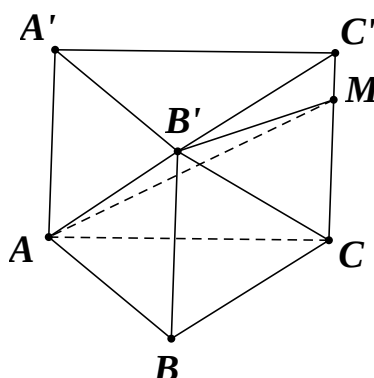
A. $\frac{8}{63}$.

B. $\frac{1}{1080}$.

C. $\frac{8}{55}$.

D. $\frac{27}{55}$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $12a^3$ và điểm M là một điểm nằm trên cạnh CC' sao cho $MC = 3MC'$. Tính thể tích của khối tứ diện $AB'MC$ theo a .



A. $2a^3$.

B. $4a^3$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Câu 38: Cho $\int_0^1 xf'(x)dx = -1$ và $f(1) = 10$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 8.

B. 11.

C. 10.

D. 9.

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 5

B. 4

C. 3

D. Vô số

Câu 40: Cho hình nón có độ dài đường cao bằng 8, một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $25\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón nói trên bằng:

A. $96\pi\sqrt{3}$.

B. 128π .

C. 96π .

D. $64\pi\sqrt{3}$.

Câu 41: Cho $\log_{15} 20 = \frac{a \log_5 2 + b}{\log_5 3 + c}$; $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$.

- A. 4. B. -2. C. 0. D. 1.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị nhỏ nhất của M bằng

- A. $\frac{59}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 16. D. $\frac{57}{2}$.

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có nghiệm thực

$$2^{x^2+3mx+2} - 2^{2x^2+4mx+m+2} = x^2 + mx + m$$

- A. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. B. $(0; 4)$.
C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot e^x$. Một nguyên hàm của $f'(x) \cdot e^x$ là:

- A. $-2\sin 2x + \cos 2x$. B. $2\cos 2x - \sin 2x$. C. $-\cos 2x + 2\sin 2x$. D. $-2\sin 2x - \cos 2x$.

Câu 45: Cho hàm số $g(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 7$. Tồn tại bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình

$$\sqrt{g(g(x)-3)+m} = 2g(x)-5$$
 có 6 nghiệm thực phân biệt?

- A. 25. B. 11. C. 13. D. 14.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x^2-2x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f(x^2+6x+m)$ có năm điểm cực trị?

- A. 7. B. 8. C. 10. D. 11.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $x + \log(10x+10) = 2y + 100^y$

- A. 2020. B. 4. C. 2021. D. 2.

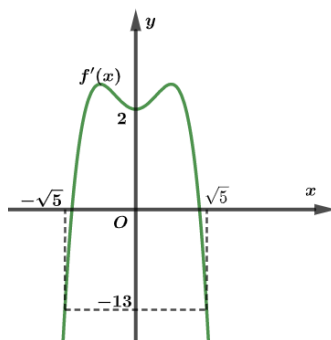
Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $3f(x) + 2xf(x^2) = \sqrt{1-x^2}$ với mọi x thuộc đoạn $[0; 1]$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{\pi}{16}$. B. $\frac{\pi}{28}$. C. $\frac{5\pi}{8}$. D. $\frac{\pi}{10}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp trên theo a .

- A. $\frac{8}{3}\pi a^2$. B. $\frac{7}{3}\pi a^2$. C. $\frac{5}{3}\pi a^2$. D. $\frac{2}{3}\pi a^2$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là số thực. Để

$$g(x) \geq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$$

thì điều kiện của m là

A. $m \geq \frac{2}{3} f(\sqrt{5}).$ **B.** $m \leq \frac{2}{3} f(\sqrt{5}).$

C. $m \leq \frac{2}{3} f(0) - 2\sqrt{5}.$ **D.** $m \leq \frac{2}{3} f(-\sqrt{5}) - 4\sqrt{5}.$

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.D	5.B	6.B	7.A	8.D	9.A	10.A
11.A	12.A	13.C	14.D	15.D	16.C	17.A	18.B	19.B	20.A
21.A	22.C	23.A	24.A	25.A	26.D	27.A	28.B	29.C	30.A
31.C	32.C	33.B	34.B	35.B	36.A	37.C	38.D	39.D	40.A
41.A	42.A	43.A	44.D	45.C	46.B	47.D	48.A	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Từ các chữ số 1;2;3;4;5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau.

A. 3125.

B. 120.

C. 720.

D. 15.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách xếp 5 số vào 5 vị trí là một hoán vị của 5 phần tử nên có: $5! = 120$ số.

Câu 2: Cho dãy số u_n là cấp số cộng. Biết $u_3 = 12, u_5 = 18$. Tìm $u_7 = ?$

A. 6.

B. 21.

C. 24.

D. 27.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_3 = u_1 + 2d \\ u_5 = u_1 + 4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 = u_1 + 2d \\ 18 = u_1 + 4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 6 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } u_7 = u_1 + 6d = 6 + 6 \cdot 3 = 24.$$

Câu 3: Diện tích xung quanh của một hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng:

A. $2\pi(r+l)$.B. $\pi(r+l)$.C. πrl .D. $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } S_{xq} = \pi rl$$

Câu 4: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?.

A. $(-2; 0)$.B. $(-\infty; -2)$.C. $(2; +\infty)$.D. $(0; 2)$.

Lời giải.

Chọn D

+ Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$

$$+ y' = -3x^2 + 6x, y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				4		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có, hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 5: Một khối nón có độ dài đường cao bằng 8, độ dài đường sinh bằng 10. Thể tích của khối nón đó bằng:

A. 288π .

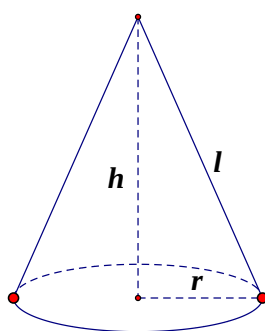
B. 96π .

C. 360π .

D. 120π .

Lời giải

Chọn B



Ta có $h = 8; l = 10 \Rightarrow r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$.

Nên $V_{(N)} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 36 \cdot 8 = 96\pi$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{x+3} = \frac{1}{27}$ là:

A. $x = 5$.

B. $x = -6$.

C. $x = -5$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{x+3} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^{x+3} = 3^{-3} \Leftrightarrow x+3 = -3 \Leftrightarrow x = -6$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = -6$.

Câu 7: Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 8$ và $\int_3^5 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^5 f(x) dx$ bằng

A. 13.

B. 3.

C. 5.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^5 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = 8 + 5 = 13$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $M + 2m$ bằng:

x	-3	-1	0	1	2
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	-2	3	0	2	1

A. 7.

B. 8.

C. 6.

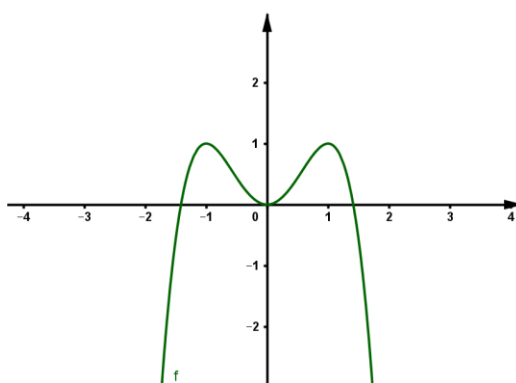
D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy $M = 3; m = 0 \Rightarrow M + 2m = 3$.

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số nào dưới đây



A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2$.

C. $y = -x^2 + 2x$.

D. $y = x^3 + 2x^2 - x - 1$.

Lời giải

Chọn A

+ Đồ thị hàm số đã cho là của hàm số trùng phương : loại đáp án D và C.

+ Đồ thị có nhánh ngoài cùng đi xuống, vậy hệ số $a < 0$: loại đáp án B.

Từ đây ta suy ra : đáp án A đúng.

Câu 10: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{a \cdot \sqrt[3]{a^2}}$, $a > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $P = a^{\frac{5}{12}}$.

B. $P = a^{\frac{7}{12}}$.

C. $P = a^{\frac{3}{4}}$.

D. $P = a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn A

$$P = \sqrt[4]{a \cdot \sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[4]{a \cdot a^{\frac{2}{3}}} = \sqrt[4]{a^{\frac{5}{3}}} = \left(a^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{5}{12}}.$$

Câu 11: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$?

A. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$.

B. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$.

C. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3} - 2}{4}$.

D. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

+) Ta có $F(x) = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

+) $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) + C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2}$.

+) $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

Câu 12: Số phức $z = 3 + 5i$ có phần ảo bằng?

A. 5.

B. $5i$.

C. 3.

D. -3 .

Lời giải

Chọn A

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(5; -4; 2)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào?

A. $M_1(0; -4; 2)$.

B. $M_1(5; 0; 2)$.

C. $M_3(5; -4; 0)$.

D. $M_4(-5; 4; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -4; 2)$ lên mặt phẳng (Oxy) là $M_3(5; -4; 0)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4z - 10 = 0$ có tâm là điểm nào?

A. $I(-4; 2; 4)$.

B. $I(4; -2; -4)$.

C. $I(2; -1; -2)$.

D. $I(-2; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

(với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Suy ra mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4z - 10 = 0$ có tâm $I(-2; 1; 2)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, vectơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{-1}$ là

A. $\vec{u}(2; 1; -1)$.

B. $\vec{u}(1; -3; 0)$.

C. $\vec{u}(-1; 3; 0)$.

D. $\vec{u}(-2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{-1}$ là $\vec{u}(-2; 1; 1)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$ với mặt phẳng (Oyz) là

A. $M(-2; 4; 0)$.

B. $M(2; -4; 0)$.

C. $M(0; -4; 1)$.

D. $M(2; 4; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M \in (Oyz) \Rightarrow M(0; a; b)$

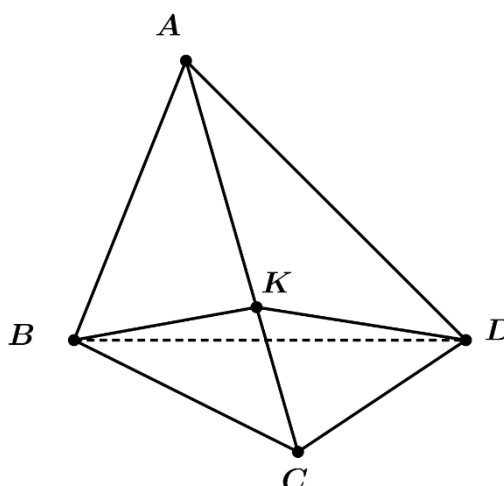
Do $M \in d$ nên $\frac{-2}{2} = \frac{a+3}{1} = \frac{b}{-1} \Rightarrow a = -4, b = 1 \Rightarrow M(0; -4; 1)$.

Câu 17: Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 60cm^3 và điểm K trên cạnh AC sao cho $AC = 3KC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $BKCD$.

- A. $V = 20\text{cm}^3$. B. $V = 12\text{cm}^3$. C. $V = 30\text{cm}^3$. D. $V = 15\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\frac{V_{CBKD}}{V_{CBAD}} = \frac{CK}{CA} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{CBKD} = \frac{1}{3} V_{CBAD} = 20\text{cm}^3$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-6	1	$-\infty$

- A. $(-5; 0)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(3; +\infty)$.

Câu 19: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên $-1; 2$ là

- A. 6. B. -5. C. 15. D. 11.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 6x^2 + 6x - 12$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Trên $-1; 2$: $f(-1) = 15$, $f(2) = 6$, $f(1) = -5$.

$$\Rightarrow \min_{x \in [-1; 2]} y = f(1) = -5.$$

Câu 20: Cho a, b là hai số dương với $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Khi đó, giá trị $\log_b \left(\frac{a}{b^2} \right)$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$.

B. 1.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_b \left(\frac{a}{b^2} \right) = \log_b a - \log_b b^2 = \frac{1}{\log_a b} - 2 = \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3}.$$

Câu 21: Bất phương trình $2^{2x} - 18 \cdot 2^x + 32 \geq 0$ có tập nghiệm là:

A. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. B. $(-\infty; 1] \cup [16; +\infty)$. C. $(-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. D. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\diamond 2^{2x} - 18 \cdot 2^x + 32 \geq 0.$$

$$\text{Đặt } t = 2^x (t > 0). \text{ Bất phương trình trở thành: } t^2 - 18t + 32 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 16 \\ t \leq 2 \end{cases}.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện: } \begin{cases} t \geq 16 \\ 0 < t \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x \geq 2^4 \\ 2^x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 1 \end{cases}.$$

Câu 22: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích mặt đáy bằng $16\pi (cm^2)$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. $S_{xq} = 27\pi (cm^2)$. B. $S_{xq} = 32\pi (cm^2)$. C. $S_{xq} = 64\pi (cm^2)$. D. $S_{xq} = 16\pi (cm^2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: diện tích mặt đáy: } S = 16\pi \Leftrightarrow \pi r^2 = 16\pi \Leftrightarrow r = 4 (cm).$$

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên chiều cao của hình trụ bằng: $h = 4 \cdot 2 = 8$.

$$\text{Diện tích xung quanh của khối lăng trụ đó là: } S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 8 = 64\pi (cm^2)$$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		5		1	$+\infty$
	$-\infty$				

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 5 = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y = -\frac{5}{3}$ cắt đồ thị tại 1 điểm.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 5 = 0$ là 1.

Câu 24: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cot x$ là

A. $\ln|\sin x| + C$.B. $\frac{1}{\sin^2 x} + C$.C. $-\ln|\sin x| + C$.D. $-\frac{1}{\sin^2 x} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$.

Khi đó $F(x) = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln|\sin x| + C$.

Câu 25: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$ trong đó $x(mg)$ và $x > 0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng:

A. 20mg.

B. 30mg.

C. 40mg.

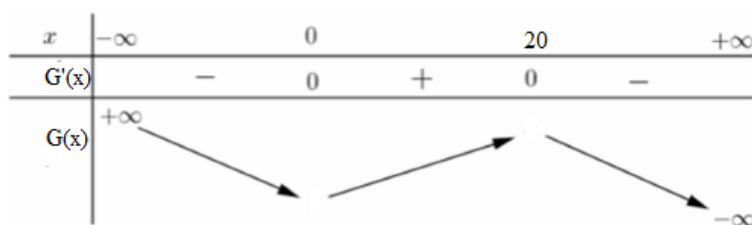
D. 15mg.

Lời giải

Chọn A

+)Ta có $G(x) = 0,025x^2(30 - x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{40}x^3 \Rightarrow G'(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{40}x^2$

$G'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 20 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên của hàm số là:



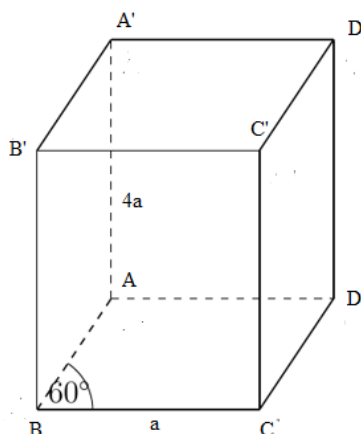
+)Suy ra để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng thuốc bằng $20mg$.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $ABC = 60^\circ$ và $AA' = 4a$, thể tích khối lăng trụ đó bằng

- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tam giác ABC cân tại B mà $ABC = 60^\circ$ nên suy ra tam giác ABC đều nên $AC = a$. Gọi m_b là trung tuyến hạ từ đỉnh B của tam giác ABC thì $m_b = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có $BD = 2m_b = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} \cdot 4a = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 27: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = 1$ và $x = 2$.

Lời giải.

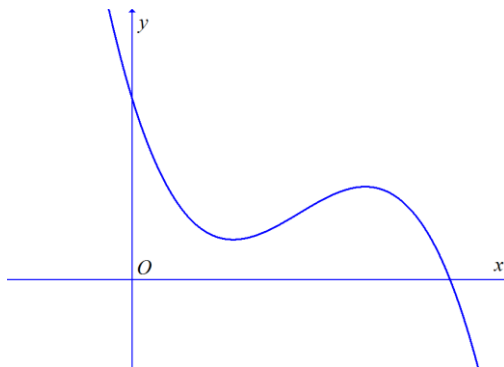
Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$.

Theo định nghĩa, tiệm cận đứng đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ là $x = 2$.

Câu 28: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 - cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, c > 0, d > 0$. **B.** $a < 0, c > 0, d > 0$. **C.** $a < 0, c < 0, d < 0$. **D.** $a < 0, c < 0, d > 0$.

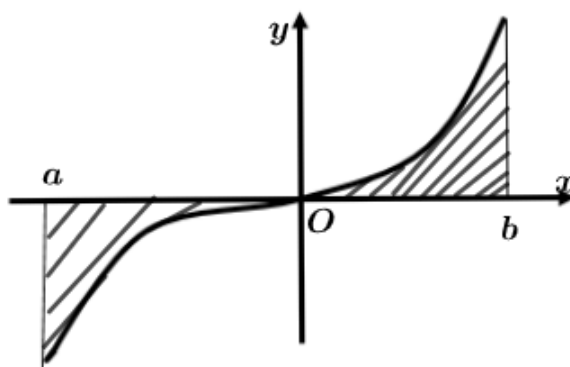
Lời giải.

Chọn B

Từ hình dáng đồ thị, dễ thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$; đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm trên trục hoành nên $d > 0$.

Đồ thị có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung suy ra điểm cực đại và điểm cực tiểu cùng dấu dương $\Rightarrow a(-c) > 0$. Mà $a < 0$ nên $c > 0$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D thì:

A. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

B. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

C. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

D. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

$$S_D = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^0 |f(x)| dx + \int_0^b |f(x)| dx.$$

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy $f(x) < 0, \forall x \in (a; 0)$ và $f(x) > 0, \forall x \in (0; b)$.

$$\text{Do đó } S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$$

Câu 30: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$, với z_1 có phần ảo dương, z_2 có phần ảo âm. Số phức $z_1 + 2z_2$ được xác định bằng

- A. $3 - 3i$. B. $3 + 3i$. C. $1 + 3i$. D. $1 - 3i$.

Lời giải

Chọn A

$$z^2 - 2z + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 3i \\ z_2 = 1 - 3i \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } z_1 + 2z_2 = (1 + 3i) + 2(1 - 3i) = 3 - 3i.$$

Câu 31: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy điểm $M(-3; 5)$ biểu diễn hình học của số phức nào?

- A. $3 - 5i$. B. $5 - 3i$. C. $-3 + 5i$. D. $-5 + 3i$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $M(-3; 5)$ biểu diễn hình học của số phức $-3 + 5i$.

Câu 32: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 1; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x + y + 3z - 4 = 0$ có phương trình là

- A. $2x - y + 3z - 12 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y + 3z - 14 = 0$. D. $x + 2y + 3z - 13 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): 2x + y + 3z - 4 = 0$ nên (P) có dạng: $2x + y + 3z + c = 0$ ($c \neq -4$). Do (P) đi qua $M(2; 1; 3)$ nên $2.2 + 1 + 3.3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -14$.

Vậy mặt phẳng (P) có phương trình: $2x + y + 3z - 14 = 0$.

Câu 33: Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm $I(0; -4; 0)$ và đi qua điểm $M(0; -3; 0)$ có phương trình

- A. $x^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 5$. B. $x^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 1$.
C. $x^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 25$. D. $x^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 25$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có bán kính $R = IM = 1$.

Khi đó phương trình của (S) là: $x^2 + (y+4)^2 + z^2 = 1$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z + 5 = 0$. Vector nào KHÔNG PHẢI vector pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

- A. $\vec{n} = (1; 2; -3)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (-1; -2; 3)$. D. $\vec{n} = (-2; -4; 6)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình tổng quát của (P) ta thấy (P) có một vector pháp tuyến là $(1; 2; -3)$

Ta có: $(-1; -2; 3) = -(1; 2; -3)$ và $(-2; -4; 6) = -2(1; 2; -3)$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; -3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (ABC)?

- A. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

Câu 36: Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm năm nam và năm nữ vào ngồi hai dãy ghế sao cho mỗi ghế có đúng một người ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

- A. $\frac{8}{63}$. B. $\frac{1}{1080}$. C. $\frac{8}{55}$. D. $\frac{27}{55}$.

Lời giải

Chọn A

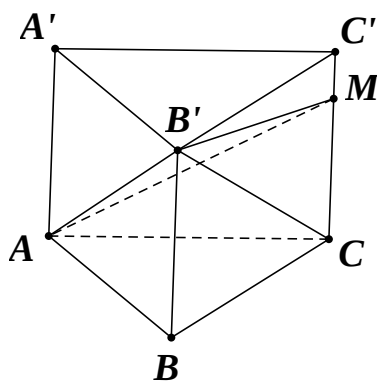
Không gian mẫu $n(\Omega) = 10!$.

Số cách chọn vị trí sao cho không có hai bạn nam nào ngồi đối diện là $2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! = 32$.

Số cách xếp năm bạn nam vào các vị trí đó là $5!$ và số cách xếp các bạn nữ vào các vị trí còn lại là $5!$.

Vậy xác suất để mỗi học sinh nam ngồi đối diện với một học sinh nữ là $P = \frac{5! \cdot 5! \cdot 32}{10!} = \frac{8}{63}$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $12a^3$ và điểm M là một điểm nằm trên cạnh CC' sao cho $MC = 3MC'$. Tính thể tích của khối tứ diện $AB'MC$ theo a .



A. $2a^3$.

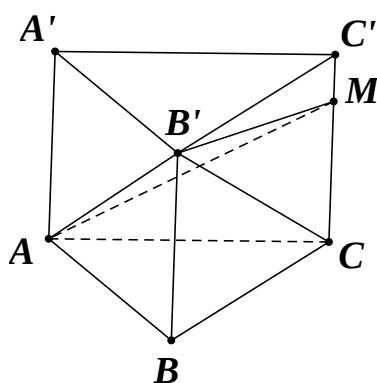
B. $4a^3$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{AB'CC'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = 4a^3$.

$$\frac{V_{AB'MC}}{V_{AB'CC'}} = \frac{CM}{CC'} = \frac{3}{4} \Rightarrow V_{AB'MC} = \frac{3}{4} \cdot 4a^3 = 3a^3.$$

Câu 38: Cho $\int_0^1 xf'(x)dx = -1$ và $f(1) = 10$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 8.

B. 11.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int_0^1 xf'(x)dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \int_0^1 xf'(x)dx = x \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = 1$$

$$\Leftrightarrow f(1) - \int_0^1 f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 9.$$

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 5

B. 4

C. 3

D. Vô số

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $x \neq m \Rightarrow y' = \frac{-m^2 + 9}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi $\begin{cases} -m^2 + 9 < 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \Rightarrow m < -3. \\ m \leq 0 \end{cases}$

Như vậy có vô số giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 40: Cho hình nón có độ dài đường cao bằng 8, một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $25\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón nói trên bằng:

A. $96\pi\sqrt{3}$.

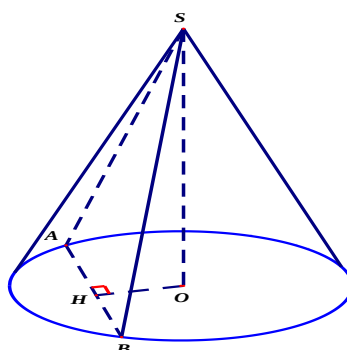
B. 128π .

C. 96π .

D. $64\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi SAB là thiết diện đã cho.

Theo giả thiết $h = SO = 8$.

$$S_{SAB} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3} AB^2}{4} = 25\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = 100 \Rightarrow AB = 10.$$

$$l = SA = AB = 10.$$

$$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{100 - 64} = 6.$$

$$\text{Thể tích của khối nón : } V = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 36 \cdot 8}{3} = 96\pi\sqrt{3}.$$

Câu 41: Cho $\log_{15} 20 = \frac{a \log_5 2 + b}{\log_5 3 + c}$; $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$.

A. 4.

B. -2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_{15} 20 = \frac{\log_5 20}{\log_5 15} = \frac{\log_5 2^2 \cdot 5}{\log_5 3 \cdot 5} = \frac{2\log_5 2 + 1}{\log_5 3 + 1} \Rightarrow a = 2; b = c = 1 \Rightarrow a + b + c = 4.$$

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị nhỏ nhất của M bằng

A. $\frac{59}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 16.

D. $\frac{57}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } g(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m. \text{ Có } g'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } g(-1) = m - 5; g(0) = m; g(2) = m - 32; g(3) = m + 27.$$

$$\text{Ta thấy: } m - 32 < m - 5 < m < m + 27, \forall m.$$

$$\text{TH1: Nếu } m - 32 < m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -27 \text{ thì } M = |m - 32| \text{ và } \min M = 59.$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} m - 32 < 0 < m + 27 \\ |m - 32| \leq |m + 27| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27 < m < 32 \\ -m - 27 \leq m - 32 \leq m + 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27 < m < 32 \\ m \geq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} \leq m < 32$$

$$\text{thì } M = |m + 27| \text{ và } \min M = \frac{59}{2}.$$

TH3:

$$\begin{cases} m - 32 < 0 < m + 27 \\ |m + 27| \leq |m - 32| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27 < m < 32 \\ m - 32 \leq m + 27 \leq -m + 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27 < m < 32 \\ m \leq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -27 < m \leq \frac{5}{2} \text{ thì}$$

$$M = |m - 32| \text{ và } \min M = \frac{59}{2}.$$

$$\text{TH4: Nếu } 0 \leq m - 32 < m + 27 \Leftrightarrow m \geq 32 \text{ thì } M = |m + 27| \text{ và } \min M = 59.$$

$$\text{Vậy } \min M = \frac{59}{2} \text{ khi } m = \frac{5}{2}.$$

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có nghiệm thực

$$2^{x^2+3mx+2} - 2^{2x^2+4mx+m+2} = x^2 + mx + m$$

A. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 2^{x^2+3mx+2} - 2^{2x^2+4mx+m+2} = x^2 + mx + m \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2+3mx+2} + x^2 + 3mx + 2 = 2^{2x^2+4mx+m+2} + 2x^2 + 4mx + m + 2.$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t; \forall t \in \mathbb{R}$

$f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0; \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Rightarrow x^2 + 3mx + 2 = 2x^2 + 4mx + m + 2 \Leftrightarrow x^2 + mx + m = 0 \quad (2).$$

Để phương trình (1) có nghiệm thực thì phương trình (2) có nghiệm thực

$$\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 4 \end{cases}.$$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của $f(x).e^x$. Một nguyên hàm của $f'(x).e^x$ là:

A. $-2\sin 2x + \cos 2x$. B. $2\cos 2x - \sin 2x$. C. $-\cos 2x + 2\sin 2x$. D. $-2\sin 2x - \cos 2x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos 2x$ là một nguyên hàm của $f(x).e^x \Rightarrow f(x).e^x = (\cos 2x)' \Leftrightarrow f(x).e^x = -2\sin 2x$

$$\Rightarrow (f(x).e^x)' = -4\cos 2x \Leftrightarrow f'(x).e^x + e^x.f(x) = -4\cos 2x \Leftrightarrow f'(x).e^x = -4\cos 2x + 2\sin 2x.$$

$$\Rightarrow \int f'(x).e^x dx = \int (-4\cos 2x + 2\sin 2x) dx = -2\sin 2x - \cos 2x + C.$$

Vậy một nguyên hàm của $f'(x).e^x$ là: $-2\sin 2x - \cos 2x$.

Câu 45: Cho hàm số $g(x) = 2x^3 + x^2 - 8x + 7$. Tồn tại bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $\sqrt{g(g(x)-3)+m} = 2g(x)-5$ có 6 nghiệm thực phân biệt?

A. 25. B. 11. C. 13. D. 14.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = g(x) - 3 = 2x^3 + x^2 - 8x + 4$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	1	$+\infty$
t'		+	-	+
t	$-\infty$	$\frac{316}{27}$	-1	$+\infty$

Từ cách đặt, ta có $\sqrt{g(g(x)-3)+m} = 2g(x)-5$ trở thành $\sqrt{g(t)+m} = 2t+1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2t+1 \geq 0 \\ g(t)+m = (2t+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -\frac{1}{2} \\ 2t^3 - 3t^2 - 12t + 6 = -m \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 - 12t + 6$:

t	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$f'(t)$		+		-	+
$f(t)$	$-\infty$		13	11	-14
					$+\infty$

Từ các bảng biến thiên trên, ta có:

Mỗi $t \in \left(-1; \frac{316}{27}\right)$ đều có 3 giá trị phân biệt của x .

Do $f\left(\frac{316}{27}\right) > 11$ nên phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $f(t) = -m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{316}{27}\right) \Leftrightarrow -14 < -m \leq 11 \Leftrightarrow 11 \leq m < 14$. Do đó có 13 số nguyên dương m thỏa mãn yêu cầu bài toán,

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x^2 - 2x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f(x^2 + 6x + m)$ có năm điểm cực trị?

A. 7. B. 8. C. 10. D. 11.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x) = f(x^2 - 6x + m)$

$$f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x) \Rightarrow g'(x) = (2x-6)(x^2 - 6x + m-1)^2(x^2 - 6x + m)(x^2 - 6x + m-2)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 - 6x + m - 1 = 0(1) \\ x^2 - 6x + m = 0(2) \\ x^2 - 6x + m - 2 = 0(3) \end{cases}$$

Các phương trình (1),(2),(3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2 - 6x + m - 1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 cực trị khi và chỉ (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - m > 0 \\ 9 - m + 2 > 0 \\ 9 - 18 + m \neq 0 \\ 9 - 18 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m < 11 \\ m \neq 9 \\ m \neq 11 \end{cases} \Leftrightarrow m < 9$$

m nguyên dương và $m < 9$ nên có 8 giá trị m cần tìm.

- Câu 47:** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $x + \log(10x+10) = 2y + 100^y$
- A. 2020. B. 4. C. 2021. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x + \log(10x+10) = 2y + 100^y$

$$\Leftrightarrow x + \log[10(x+1)] = \log 10^{2y} + 100^y$$

$$\Leftrightarrow x + \log 10 + \log(x+1) = \log 100^y + 100^y$$

$$\Leftrightarrow x+1 + \log(x+1) = 100^y + \log 100^y \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t + \log t \quad \forall t > 0$

$$\Rightarrow f'(t) = 1 + \frac{1}{t \cdot \ln 10} > 0 \quad \forall t > 0$$

$$\Rightarrow f(t) = t + \log t \text{ đồng biến } \forall t > 0$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow f(x+1) = f(100^y) \Rightarrow x+1 = 100^y.$$

$$\text{Do } 0 \leq x \leq 2020 \Rightarrow 1 \leq x+1 \leq 2021 \Rightarrow 1 \leq 100^y \leq 2021.$$

$$\text{Do } y \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow y \in \{0, 1\}$$

$$\text{Khi } y=0 \Rightarrow x+1 = 100^0 \Rightarrow x=0$$

$$\text{Khi } y=1 \Rightarrow x+1 = 100^1 \Rightarrow x=99$$

Vậy có 2 cặp số nguyên thỏa ycbt: $(0;0), (99;1)$

- Câu 48:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $3f(x) + 2xf(x^2) = \sqrt{1-x^2}$ với mọi x thuộc đoạn $[0;1]$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi}{16}$.

B. $\frac{\pi}{28}$.

C. $\frac{5\pi}{8}$.

D. $\frac{\pi}{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có : } 3f(x) + 2xf(x^2) = \sqrt{1-x^2} \quad (1).$$

Lấy tích phân hai vế phương trình (1) từ 0 đến 1. Ta được

$$\int_0^1 (3f(x) + 2xf(x^2)) dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 3f(x) dx + \int_0^1 2xf(x^2) dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$\Leftrightarrow 3 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 f(x^2) d(x^2) = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \quad (2)$$

Xét về trái của đẳng thức (2): $VT = 3 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 f(x^2) d(x^2)$

Đặt $t = x^2$

Đổi cận:

x	0	1
t	0	1

$$VT = 3 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 f(x^2) d(x^2) = 3 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 f(t) dt = 3 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$$

$$VT = 4 \int_0^1 f(x) dx \quad (3)$$

Xét về phải của đẳng thức (2):

$$VP = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4} \quad (4) \quad \left(\text{do } \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \text{ là diện tích một phần tư đường tròn đơn vị} \right).$$

$$\text{Từ (3) \& (4) suy ra: } \int_0^1 f(x) dx = \frac{\pi}{16}.$$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp trên theo a .

A. $\frac{8}{3} \pi a^2$.

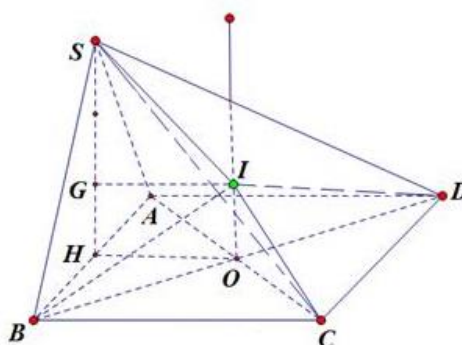
B. $\frac{7}{3} \pi a^2$.

C. $\frac{5}{3} \pi a^2$.

D. $\frac{2}{3} \pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi G là trọng tâm của ΔSAB , kẻ $\Delta // OH$; Δ đi qua G .

Kẻ đường thẳng d đi qua tâm O của $ABCD$ và $d // SH$.

Vì $SH \perp (ABCD); d // SH \Rightarrow d \perp (ABCD)$.

Gọi I là giao điểm của d và Δ

Vì $OH \perp AB \Rightarrow GI \perp (SAB)$.

Vì $I \in \Delta \Rightarrow IS = IA = IB$.

Vì $I \in d \Rightarrow IA = IB = IC = ID$.

Do đó: $IA = IB = IC = ID = IS$.

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

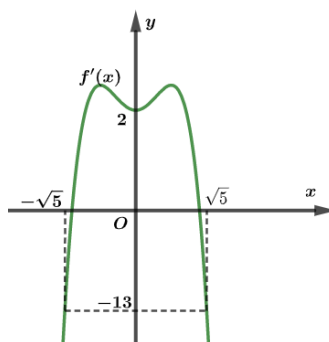
Bán kính mặt cầu: $R = IS$.

Ta có: $GI = OH = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$.

$$SG = \frac{2}{3}SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = IS = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{21}{36}a^2 = \frac{7}{3}\pi a^2$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là số thực. Để

$$g(x) \geq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$$

thì điều kiện của m là

A. $m \geq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$. **B.** $m \leq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.

C. $m \leq \frac{2}{3}f(0) - 2\sqrt{5}$. **D.** $m \leq \frac{2}{3}f(-\sqrt{5}) - 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$g(x) \geq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}] \Leftrightarrow 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5} \geq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$$

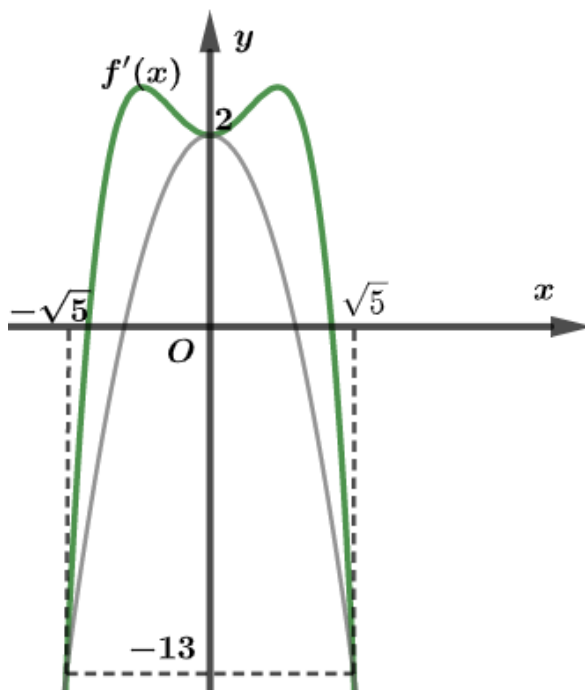
$$\Leftrightarrow 2f(x) + 2x^3 - 4x - 6\sqrt{5} \geq 3m, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$$

Xét hàm số $h(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 6\sqrt{5}$

Ta có: $h'(x) = 2f'(x) + 6x^2 - 4$

Xét $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -3x^2 + 2$

Vẽ đồ thị của hàm số $y = -3x^2 + 2$ trên cùng với đồ thị của hàm $y = f'(x)$.



Từ đồ thị của 2 hàm số ta thấy phương trình trên có nghiệm $\begin{cases} x = -\sqrt{5} \\ x = \sqrt{5} \\ x = 0 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\sqrt{5}$	0	$\sqrt{5}$
$h'(x) = 2f'(x) - [-3x^2 + 2]$	0	+	0
$h(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 6\sqrt{5}$	$h(-\sqrt{5})$		$h(\sqrt{5})$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $h(x)$ đồng biến trên $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

$$\Rightarrow \min_{[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]} h(x) = h(-\sqrt{5}) = 2f(-\sqrt{5}) + 2(-\sqrt{5})^3 - 4(-\sqrt{5}) - 6\sqrt{5} = 2f(-\sqrt{5}) - 12\sqrt{5}.$$

$$2f(x) + 2x^3 - 4x - 6\sqrt{5} \geq 3m, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$$

$$\Leftrightarrow 3m \leq 2f(-\sqrt{5}) - 12\sqrt{5} \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}f(-\sqrt{5}) - 4\sqrt{5}.$$

----- HẾT -----