

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI 2019

ĐỀ SỐ 5

(Thời gian làm bài: 90 phút)

(NGUYỄN KHAI VÀ BAN QUẢN TRỊ NHÓM TOÁN VD – VDC)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(3; 5)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (Oxz) ?

- A. $(P): x - 3 = 0$. B. $(Q): y - 2 = 0$.
C. $(R): z + 1 = 0$. D. $(S): x + z + 3 = 0$.

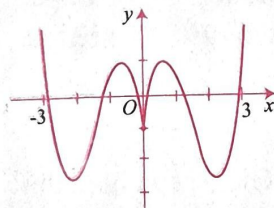
Câu 3. Cho $\log_a b = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a (a^2 \cdot b^3)$ bằng

- A. 11. B. 6. C. 23. D. 13.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy , gọi M, N theo thứ tự là các điểm biểu diễn cho số phức z và $\bar{z}$ (với $z \neq 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. M và N đối xứng nhau qua trục Ox .
B. M và N đối xứng nhau qua trục Oy .
C. M và N đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
D. M và N đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ hai.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-3; 3)$?



- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = \sqrt{6}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

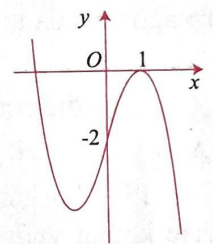
thẳng d là

- A. $\vec{u}_1 = (0; -1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.
C. $\vec{u}_3 = (2; -3; -1)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -1; -1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 0; -1)$ và $C(-3; 0; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $\left(0; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $(0; -1; -1)$.
C. $(0; 1; 1)$. D. $\left(0; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x - 2$.
B. $y = x^3 - 3x - 2$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.
D. $y = -x^4 - 3x^2 - 2$.

Câu 10. Phương trình $\log_2(x+1) = 4$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = 15$. C. $x = 3$. D. $x = 16$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. -1. D. 1.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$ là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(1; +\infty)$.
C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Câu 13. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Hàm số $F(x)$ là

- A. $\cos x - \sin x + 1$. B. $-\cos x + \sin x + 1$.
C. $-\cos x + \sin x - 2$. D. $-\cos x + \sin x + 2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ và mặt phẳng

$$(P): x - y + z + 1 = 0 \text{ bằng}$$

- A. $\frac{3}{\sqrt{14}}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. 0.

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 14. B. -2. C. 30. D. 1.

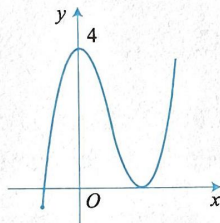
Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) = 2x + 1$. Giá trị $f(2) - f(1)$ bằng

- A. 4. B. -2. C. 2. D. 0.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy và SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $a^3 \sqrt{6}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 18. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị



(C) tại ba điểm phân biệt bằng

- A. 6. B. 10. C. 9. D. 5.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác không vuông và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $BC \perp SC$. B. $BC \perp AH$.
C. $BC \perp AB$. D. $BC \perp AC$.

Câu 20. Ký hiệu $a = \log_2 10$ thì $\log_{16} 125$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{4}{3a}$. C. $\frac{3a-1}{4}$. D. $\frac{3a-3}{4}$.

Câu 21. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$, với a, b là các số thực, có một nghiệm phức là $z = 1 - i$, giá trị của biểu thức $a^{10} + b$ bằng

- A. 1026. B. 4. C. 1. D. 1024.

Câu 22. Số hạng không chứa x trong khai triển

$$\left(x - \frac{2}{x^3}\right)^{12}, x \neq 0 \text{ là}$$

- A. -1760. B. 1760. C. 220. D. -220.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	-	0	+	+
y	-2	$+\infty$	1	$+\infty$	-2

Đồ thị hàm số đã cho có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 24. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^6 f(x) dx = 4, \int_2^6 f(u) du = -3.$$

Giá trị của $\int_0^2 [f(v) - 3] dv$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 25. Trong mặt phẳng Oxy , gọi (H) là hình biểu diễn tập hợp các số phức z thỏa mãn $|7z - \bar{z}| \leq 10$. Diện tích của hình (H) bằng

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{25\pi}{12}$. C. $\frac{7\pi}{2}$. D. 5π .

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(0; 0; 3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mp(ABC) bằng

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{6}{7}$.

Câu 27. Gọi A, a lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để $A.a = 12$, tổng các phần tử của S bằng

- A. 0. B. 2. C. -2. D. 1.

Câu 28. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - (m+3).2^{x+1} + m+9 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. vô số.

Câu 29. Ký hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình

$$(z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) - z(9 + 2z^2) + z^2 = 0.$$

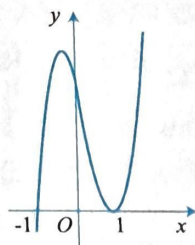
Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ bằng

- A. $2\sqrt{3}(1 + \sqrt{2})$. B. 2.
C. $2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})$. D. $2\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})$.

Câu 30. Cho hình nón có bán kính đáy, độ dài đường cao và đường sinh lần lượt lập thành cấp số cộng. Biết diện tích xung quanh của hình nón bằng 60π , thể tích của khối nón bằng

- A. 35π . B. 66π . C. 96π . D. 70π .

Câu 31. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(x^2 + x - 1)$ đồng biến trên khoảng



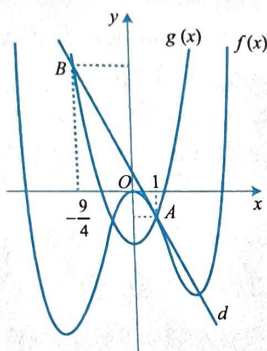
A. $(0;1)$.

B. $(-2;-1)$.

C. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $g(x) = 2x^2 - 3$ và đường thẳng d có đồ thị như hình vẽ. Biết A là điểm chung của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$, $x_A = 1$. Điểm B thuộc đồ thị



$g(x)$, $x_B = -\frac{9}{4}$ và d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Giá trị $f'(x_A)$ bằng

A. -1 . B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. -2 .

Câu 33. Ông Tuấn đầu tư 500 triệu đồng để mua xe ô tô chở khách. Sau khi mua, thu nhập trung bình mỗi tháng được 10 triệu đồng (sau khi trừ đi các khoản chi phí khác). Tuy nhiên, mỗi năm giá trị xe lại giảm 10% so với năm trước đó. Tổng số tiền lãi sau 4 năm kinh doanh của ông Tuấn bằng bao nhiêu?

A. 480 triệu đồng. B. 308,05 triệu đồng.
C. 328,05 triệu đồng. D. Lỗ 171,95 triệu đồng

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$ và

$\int_0^1 x^{2018} f(x) dx = 2$. Giá trị của $\int_0^1 x^{2019} f'(x) dx$ bằng

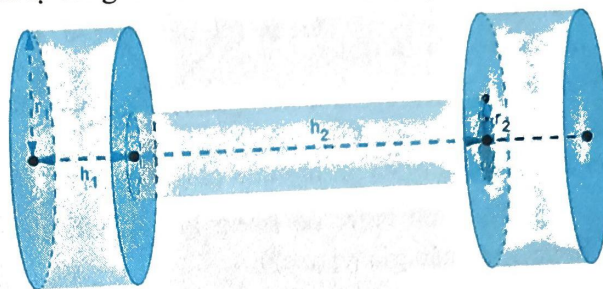
A. -4038 . B. $\frac{2}{2019}$.

C. 4038 . D. $-\frac{2}{2019}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AD = 2a$, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SD và BC . Khoảng cách giữa SC và MN bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{12}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{24}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 36. Một quả tạ tập tay gồm 3 khối trụ (H_1) , (H_2) , (H_3) gắn liền nhau lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là $r_1, h_1, r_2, h_2, r_3, h_3$ thỏa mãn $r_3 = r_1, h_3 = h_1, r_2 = \frac{1}{3}r_1$ (xem hình vẽ). Biết thể tích của toàn bộ quả tạ bằng 60π và chiều dài quả tạ bằng 9. Thể tích khối trụ (H_2) bằng



A. $\pi \cdot \frac{16(9-2h_1)}{16h_1+9}$.

B. $\pi \cdot \frac{36(9-2h_1)}{16h_1+9}$.

C. $\pi \cdot \frac{60(9-2h_1)}{16h_1+9}$.

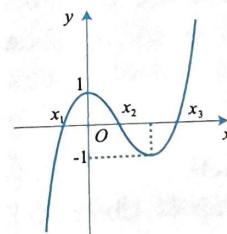
D. $\pi \cdot \frac{46(9-2h_1)}{16h_1+9}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(3;-1;5)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB và cắt các trục Ox, Oy và Oz tại các điểm D, E và F . Biết thể tích của tứ diện $ODEF$ bằng $\frac{3}{2}$, phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x - 3y + 4z \pm \sqrt{36} = 0$. B. $2x - 3y + 4z + \frac{3}{2} = 0$.

C. $2x - 3y + 4z \pm 12 = 0$. D. $2x - 3y + 4z \pm 6 = 0$.

Câu 38. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Biết đồ thị hàm số đã cho cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$. Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục Ox là S , diện tích S_1 của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) + 1, y = -f(x) - 1, x = x_1$ và $x = x_3$ bằng



A. $S + 2\sqrt{3}$.

B. $S + 4\sqrt{3}$.

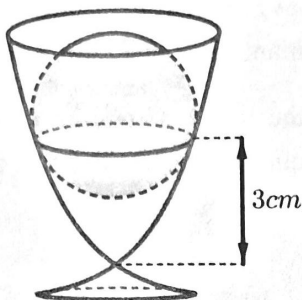
C. $4\sqrt{3}$.

D. $8\sqrt{3}$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2iz| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |iz + 1|$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 40. Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay 1 phần đồ thị hàm số $y = 2^x$ xung quanh trục Oy . Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết điểm tiếp xúc của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly 3cm (như hình vẽ). Thể tích nước có trong ly gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. 30cm³. B. 40cm³. C. 50cm³. D. 60cm³.
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(2 - \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} - 3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây.

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(2; 3)$

Câu 42. Gọi M thuộc đồ thị hàm số $y = 2^x$; N thuộc đồ thị hàm số $y = 2^{-x}$; P, Q là hai điểm thuộc trục hoành sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân với đáy lớn MN , $MN = 2PQ$ và có chu vi bằng 14 đơn vị dài. Diện tích của hình thang $MNPQ$ nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. (20; 25). B. (27; 33). C. (34; 39). D. (41; 45).

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2019 để hàm số $y = \frac{x^2}{8} + \sqrt{x+m+2}$ không có điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2018. D. 2019.

Câu 44. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Biết mp(AMP) cắt CC' tại N , thể tích của khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

- A. $2a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{11a^3}{3}$. D. $\frac{9a^3}{4}$.

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2 + 3| = 2|z + \bar{z}|$ và $|z - 4 + 3i| = 3$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = AB = 3\sqrt{2}$, $S(1; 3; 2)$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{-1}$ và góc giữa SC

và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khi ba điểm A, B, C cùng với ba trung điểm của ba cạnh bên của hình chóp $S.ABC$ nằm trên một mặt cầu thì mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $y + z + 1 = 0$. B. $x + y - 4z - 14 = 0$.
 C. $x - 2y - 7z - 8 = 0$. D. $x + y - 4z + 14 = 0$.

Câu 47. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu đường thẳng d có đúng ba điểm chung với đồ thị (C) và các điểm chung có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -1$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 48. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 x + x(x+y) \geq \log_2(6-y) + 6x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$ bằng

- A. $\frac{59}{3}$. B. 19. C. $\frac{53}{3}$. D. $8 + 6\sqrt{2}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 6)$, $B(2; 4; 0)$ và $C(0; 4; 6)$. Biết M là điểm để biểu thức $MA + MB + MC + MO$ đạt giá trị nhỏ nhất, phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm $H(3; 0; -1)$ và M là

- A. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-3}$. B. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$.
 C. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$.

Câu 50. Chọn ngẫu nhiên một bộ $(a; b)$ từ tập hợp $A = \{2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{25}\}$. Xác suất để $\log_a b$ là số nguyên bằng

- A. $\frac{2}{200}$. B. $\frac{31}{300}$.
 C. $\frac{13}{300}$. D. $\frac{7}{50}$.

1B	2B	3A	4A	5B	6D	7A	8A	9A	10B
11A	12D	13D	14B	15B	16A	17D	18A	19B	20D
21A	22A	23C	24A	25B	26D	27A	28A	29A	30C
31A	32C	33B	34A	35D	36C	37D	38C	39C	40A
41A	42C	43B	44B	45B	46C	47B	48B	49D	50B

Câu 3. Ta có

$$P = \log_a(a^2 \cdot b^3) = \log_a a^2 + \log_a b^3 = 2 + 3 \log_a b = 11.$$

Chọn A.

Câu 4. Đặt $z = a + bi$ trong đó $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow M(a; b)$

là điểm biểu diễn của z . Có $\bar{z} = a - bi \Rightarrow N(a; -b)$

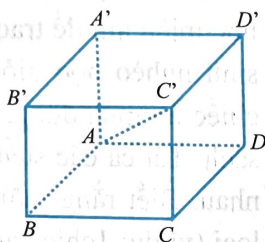
$\Rightarrow M, N$ đối xứng nhau qua trục Ox . Chọn A.

Câu 6. Ta có cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$

$$\text{bằng } \frac{AC'}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}.$$

Vậy thể tích khối lập phương

$$\text{là: } V = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 7. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

$$\vec{u} = (0; -1; -1). \text{ Chọn A.}$$

Câu 8. G là trọng tâm tam giác ABC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -\frac{1}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = -\frac{1}{3} \end{cases} \text{ Chọn A.}$$

Câu 10. Ta có

$$\log_2(x+1) = 4 \Leftrightarrow x+1 = 16 \Leftrightarrow x = 15. \text{ Chọn B.}$$

Câu 11. Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y	$-$	0	$+$	0	$+$
y'	$+\infty$	$\searrow 2$	$\nearrow 3$	$\searrow 2$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $y_{CT} = 2$. Chọn A.

Câu 12. Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$

Chọn D.

Câu 13. Ta có

$$\int (\sin x + \cos x) dx = -\cos x + \sin x + C.$$

Do $F(0) = 1 \Rightarrow C = 2$. Chọn D.

Câu 14. Nhận xét. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) . Gọi $A(1; 2; -3)$ là điểm thuộc đường thẳng d . Ta có:

$$d(d; (P)) = d(A; (P)) = \frac{|1 - 2 - 3 + 1|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 15. Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

do $x \in [-1; 3]$ nên chỉ nhận $x = 1$. $y(-1) = 14$;

$y(1) = -2; y(3) = 30$. Vậy $\min_{[-1; 3]} y = -2$. Chọn B.

Câu 16. Ta có

$$f(2) - f(1) = \int_1^2 f'(x) dx = \int_1^2 (2x + 1) dx = 4. \text{ Chọn A.}$$

Câu 17. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ góc giữa SC với

mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Vì đáy $ABCD$ là hình vuông

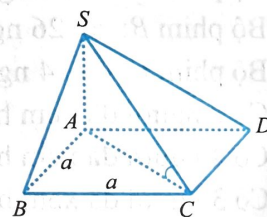
cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Ta có

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC}$$

$$\Rightarrow SA = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 18. Từ đồ thị ta thấy: Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt khi $0 < m < 4$. Do m nguyên dương, nên $m = 1; 2; 3$. Tổng các giá trị của m là 6. Chọn A.

Câu 19. Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$$

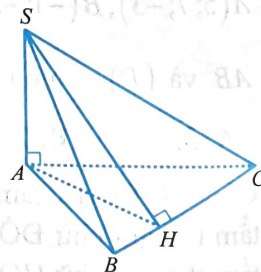
$\Rightarrow BC \perp AH$. Chọn B.

Câu 20. Ta có

$$a = \log_2 10 \Leftrightarrow \log_2 5 = a - 1.$$

Do đó

$$\log_{16} 125 = \frac{\log_2 125}{\log_2 16} = \frac{3a - 3}{4}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 21. Vì a, b là số thực nên phương trình có hai nghiệm phức là liên hợp của nhau. Do đó $\bar{z} = 1 + i$

cũng là một nghiệm của phương trình. Theo định lý Viète ta có: $-a = z + \bar{z} = 2 \Rightarrow a = -2; b = z \cdot \bar{z} = 2$. Chọn A.

Câu 22. Ta có

$$\left(x - \frac{2}{x^3}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{12-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{12-4k}$$

Theo đề bài ta tìm hệ số của số hạng không chứa x nên $12 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số là $C_{12}^3 (-2)^3 = -1760$. Chọn A.

Câu 23. Dựa vào BBT của hàm số ta thấy đồ thị của hàm số có 3 đường tiệm cận là $x = 1; x = -1$ và $y = -2$. Chọn C.

Câu 24. Ta có

$$4 = \int_0^6 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 7$$

$$\Rightarrow \int_0^2 [f(v) - 3] dv = \int_0^2 f(v) dv - \int_0^2 3 dv = 7 - 6 = 1.$$

Chọn A.

Câu 25. Gọi $z = x + yi$ trong đó $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$|7z - \bar{z}| \leq 10 \Leftrightarrow |6x + 8yi| \leq 10 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{5}{3}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{5}{4}\right)^2} \leq 1$$

$\Rightarrow (H)$ là hình elip $\Rightarrow S_{(H)} = \pi \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25\pi}{12}$. Chọn B.

Câu 26. Ta có

$$\text{mp}(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0.$$

$$\text{Khi đó } d(O; (ABC)) = \frac{|-6|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{6}{7}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 27. Xét $g(x) = x^3 - 3x + m$ trên $[0; 2]$. Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $[0; 2]$, suy ra

$$\max_{x \in [0; 2]} g(x) = m + 2 \text{ và } \min_{x \in [0; 2]} g(x) = m - 2.$$

Nếu $(m - 2)(m + 2) \leq 0$ thì $a = \min_{[0; 2]} |g(x)| = 0$ nên

$A.a = 0$, không thỏa mãn.

$$\text{Nếu } (m - 2)(m + 2) > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = m + 2, a = m - 2 \\ A = 2 - m, a = -m - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A.a = |(m - 2)(m + 2)| = |m^2 - 4| = 12 \Rightarrow m = \pm 4.$$

Chọn A.

Câu 28. Ta có: $4^x - (m + 3) \cdot 2^{x+1} + m + 9 = 0$

$$\Leftrightarrow 4^x - 2(m + 3) \cdot 2^x + m + 9 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = 2^x$. Phương trình trở thành

$$t^2 - 2(m + 3)t + m + 9 = 0 \quad (2).$$

• **Cách 1.** (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 - 1 + t_2 - 1 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m + 3)^2 - (m + 9) > 0 \\ t_1 + t_2 > 2 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 5m > 0 \\ 2(m + 3) > 2 \\ m + 9 - 2(m + 3) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -5) \cup (0; +\infty) \\ m > -2 \\ m < 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 0 < m < 4. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}.$$

• **Cách 2.**

$$(2) \Leftrightarrow t^2 - 6t + 9 = m \cdot (2t - 1) \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 6t + 9}{2t - 1}.$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 6t + 9}{2t - 1}$ trên $(1; +\infty)$;

$$f'(t) = \frac{2t^2 - 2t - 12}{(2t - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -2 < 1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	1	3	$+\infty$
$f(t)$	-	0	+
$f(t)$	4	$\searrow$ 0 $\nearrow$	$+\infty$

Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow$

Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1

$\Leftrightarrow 0 < m < 4$. Chọn A.

Câu 29.

$$(z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) - z(9 + 2z^2) + z^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow z^2 - [(z^2 - 3z + 6) + (z^2 + 3z + 3)]z$$

$$+ (z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = z^2 - 3z + 6 \\ z = z^2 + 3z + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 - 4z + 6 = 0 \\ z^2 + 2z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \pm i\sqrt{2} \\ z = -1 \pm i\sqrt{2} \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 30. Gọi R, h, l lần lượt là độ dài của bán kính đáy, đường cao và đường sinh của hình nón.

Đặt $R = x, h = x + d, l = x + 2d$. ĐK: $x > 0$.

Do $l > h$, nên ta có $d > 0$. Ta có:

$$l^2 = h^2 + R^2 \Leftrightarrow (x + 2d)^2 = (x + d)^2 + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xd - 3d^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{d}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{d}\right) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -d \text{ (không thỏa mãn ĐK)} \\ x = 3d \text{ (thỏa mãn ĐK)} \end{cases}$$

Mặt khác: $S_{xq} = \pi Rl = \pi x.(x+2d) = 60\pi$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2xd = 60 \Leftrightarrow 15d^2 = 60 \Leftrightarrow d = 2.$$

Do đó $R = 6, h = 8$. Vậy thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi.6^2.8 = 96\pi. \text{ Chọn C.}$$

Câu 31. Từ đồ thị ta có $f'(x) = a(x+1)(x-1)^2$ với $a > 0$. Ta có $g'(x) = (2x+1)f'(x^2+x-1)$

$$= a(2x+1)(x^2+x)(x^2+x-2)^2$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \text{ trong đó } x=1 \text{ và } x=-2 \text{ là nghiệm kép.} \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

nghiệm kép. Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. Chọn A.

Câu 32. Vì d tiếp xúc của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm A nên $f'(x_A)$ là hệ số góc của d và $f'(x_A)$ chính là hệ số góc cát tuyến của đồ thị hàm số $g(x) = 2x^2 - 3$. Do đó ta có

$$f'(x_A) = \frac{g(x_B) - g(x_A)}{x_B - x_A} = -\frac{5}{2}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 33. Sau bốn năm kinh doanh, giá trị xe còn lại là $500 \times (1-0,1)^4 = 328,05$ triệu đồng. Số tiền thu được khi kinh doanh là $10 \times 48 = 480$ triệu đồng.

Vậy sau bốn năm kinh doanh, tổng số tiền ông Tuấn có là $480 + 328,05 = 808,05$ triệu đồng nên số tiền lãi là $308,05$ triệu đồng. Chọn B.

Câu 34. Tích phân từng phần ta có:

$$\int_0^1 x^{2018} f(x) dx = f(x) \cdot \frac{x^{2019}}{2019} \Big|_0^1 - \frac{1}{2019} \int_0^1 x^{2019} f'(x) dx.$$

Mà theo giả thiết $f(1) = 0$ và $\int_0^1 x^{2018} f(x) dx = 2$ nên

$$\text{ta có } \int_0^1 x^{2019} f'(x) dx = -4038. \text{ Chọn A.}$$

Câu 35. Gọi P, I lần lượt trung điểm của SB và AD
 $\Rightarrow SC \parallel (PMN)$.

Vậy $d(SC, MN) = d(S, (PMN)) = \frac{3V_{SMNP}}{S_{\Delta MNP}}$. Ta có

$$PN = \frac{a\sqrt{6}}{2}, PM = \frac{a\sqrt{5}}{2},$$

$$MN = \sqrt{MI^2 + NI^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$\Rightarrow \Delta MNP$ cân tại M

$$\Rightarrow S_{\Delta MNP} = \frac{a^2\sqrt{21}}{8}. \text{ Mặt khác}$$

$$\frac{V_{SMNP}}{V_{SDNB}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SMNP} = \frac{1}{4} V_{SDNB} = \frac{1}{12} SA \cdot S_{\Delta BND} = \frac{a^3}{24}.$$

$$\text{Suy ra } d(SC, MN) = \frac{3V_{SMNP}}{S_{\Delta MNP}} = \frac{a\sqrt{21}}{21}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 36. Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của khối trụ $(H_1), (H_2), (H_3)$. Thể tích của khối trụ (H_1) là $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = V_3$. Thể tích của khối trụ (H_2) là

$$V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi \left(\frac{1}{3} r_1\right)^2 h_2 = \frac{1}{9} \pi r_1^2 h_2.$$

Theo bài ra ta có

$$V_1 + V_2 + V_3 = 60\pi \Leftrightarrow 2V_1 + V_2 = 60\pi$$

$$\Leftrightarrow 2\pi r_1^2 h_1 + \frac{1}{9} \pi r_1^2 h_2 = 60\pi (*).$$

Mặt khác: $2h_1 + h_2 = 9 \Leftrightarrow h_2 = 9 - 2h_1$.

Lúc đó:

$$(*) \Leftrightarrow 2\pi r_1^2 h_1 + \frac{1}{9} \pi r_1^2 (9 - 2h_1) = 60\pi \Leftrightarrow \frac{16}{9} r_1^2 h_1 + r_1^2 = 60$$

$$\Leftrightarrow r_1^2 \left(\frac{16}{9} h_1 + 1\right) = 60 \Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{540}{16h_1 + 9}}$$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{540}{16h_1 + 9}} = \sqrt{\frac{60}{16h_1 + 9}}$$

$$\text{Vậy } V_{(H_2)} = \pi r_2^2 h_2 = \pi \cdot \frac{60(9 - 2h_1)}{16h_1 + 9}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 37. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$, phương trình

$(P): 2x - 3y + 4z + d = 0$. Mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại

$$D\left(-\frac{d}{2}; 0; 0\right); E\left(0; \frac{d}{3}; 0\right); F\left(0; 0; -\frac{d}{4}\right).$$

$$\text{Thể tích tứ diện } OABC: V = \frac{1}{6} OD.OE.OF = \frac{|d^3|}{144}.$$

Theo giả thiết ta có: $\frac{|d^3|}{144} = \frac{3}{2} \Rightarrow d = \pm 6$. Vậy phương trình mp (P): $2x - 3y + 4z \pm 6 = 0$. Chọn D.

Câu 38. Ta có $x_3 - x_2 = x_2 - x_1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}$ và

do đồ thị hàm bậc ba cắt trục hoành theo thứ tự tại ba điểm có hoành độ lập thành cấp số cộng nên đồ thị hàm số nhận điểm $A(x_2; 0)$ làm tâm đối xứng

của đồ thị. Khi đó $\int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx = \int_{x_2}^{x_3} |f(x)| dx = \frac{S}{2}$

$$\Leftrightarrow \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = - \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx = \frac{S}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \frac{S}{2}; \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx = -\frac{S}{2}.$$

Vì đồ thị của hai hàm số $y = f(x) + 1$ và

$y = -f(x) - 1$ đối xứng với nhau qua trục hoành nên

$$\text{ta có: } S_1 = 2 \int_{x_1}^{x_3} |f(x) + 1| dx = 2 \int_{x_1}^{x_3} [f(x) + 1] dx$$

$$= 2 \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx + 2 \int_{x_1}^{x_3} dx$$

$$= 2 \left[\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \int_{x_2}^{x_3} f(x) dx \right] + 2 \int_{x_1}^{x_3} dx$$

$$= 2 \left(\frac{S}{2} - \frac{S}{2} \right) + 2(x_3 - x_1) = 4\sqrt{3}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 39. Ta có $|z^2 - 2iz| = 2$

$$\Leftrightarrow |-(iz)^2 - 2iz - 1 + 1| = 2 \Leftrightarrow |(iz + 1)^2 - 1| = 2.$$

Đặt $w = iz + 1 \Rightarrow |w^2 - 1| = 2 \Rightarrow$ tập các điểm biểu diễn hình học của số phức w^2 là đường tròn tâm $I(1; 0)$ bán kính $R = 2$. Lại có:

$$P = |iz + 1| \Rightarrow P^2 = |w|^2 = |w^2|.$$

Suy ra $\max P^2 = OI + R = 3 \Rightarrow \max P = \sqrt{3}$. Chọn C.

Câu 40. Xét mặt cắt bởi thiết diện đi qua trục của chiếc ly. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ: Ta có điểm tiếp xúc của đường tròn và đồ thị (C): $y = 2^x$ là điểm $A(2; 4)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là:

$$d: y = 4 \ln 2(x - 2) + 4 \text{ hay } 4 \ln 2 x - y - 8 \ln 2 + 4 = 0.$$

Khi đó tâm I của đường tròn bằng giao điểm của Δ và Oy với Δ là đường thẳng vuông góc với d tại A.

Ta có

$$\Delta: x + 4 \ln 2 y - 2 - 16 \ln 2 = 0 \\ \Rightarrow I \left(0; \frac{1 + 8 \ln 2}{2 \ln 2} \right).$$

Từ hình vẽ ta thấy:

$$y_B = y_I + IA = \frac{1 + 8 \ln 2}{2 \ln 2} + IA.$$

Suy ra thể tích chiếc ly: $V_{ly} = \pi \int_1^{y_B} (\log_2 y)^2 dy$.

Thể tích bi: $V_{bi} = \frac{4}{3} \pi IA^3$. Thể tích nước:

$$V = V_{ly} - V_{bi} \approx 29,66 \text{ cm}^3. \text{ Chọn A.}$$

Câu 41. Ta có

$$g'(x) = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \\ = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot [f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) + 1].$$

Suy ra

$$g'(x) = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot [(2 - \sqrt{x^2 + 1})^2 - 2(2 - \sqrt{x^2 + 1}) + 1] \\ = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} (1 - \sqrt{x^2 + 1})^2.$$

Hàm số đồng biến khi $g'(x) \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$. Chọn A.

Câu 42. (Định chính. Trong đề bài câu 42 này, đã viết: tứ giác MNPQ có chu vi bằng 14, xin sửa là: tứ giác MNPQ có chu vi bằng $9 + \sqrt{265}$. Thành thật xin lỗi bạn đọc).

Ta có $MN \parallel PQ \parallel Ox$ nên

$$y_M = y_N \Rightarrow 2^{x_M} = 2^{-x_N} \Rightarrow$$

$$x_M = -x_N. \text{ Gọi } M(-a; 2^a)$$

$$\text{với } a > 0 \Rightarrow N(a; 2^a).$$

$$MN = 2a \text{ và } PQ = a.$$

$$\text{Kẻ } QH \perp MN. \text{ Suy ra } MH = \frac{MN - PQ}{2} = \frac{a}{2}.$$

Xét tam giác ΔMQH vuông tại H, ta có:

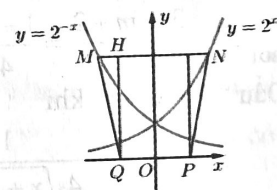
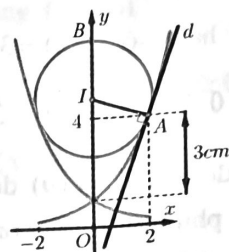
$$MQ = \sqrt{MH^2 + QH^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (2^a)^2} = \frac{\sqrt{4^{a+1} + a^2}}{2}.$$

Ta có chu vi của hình thang MNPQ bằng $9 + \sqrt{265}$.

$$\text{nên: } MN + QP + 2MQ = 9 + \sqrt{265}$$

$$\Leftrightarrow 3a + \sqrt{4^{a+1} + a^2} = 9 + \sqrt{265}$$

$$\Leftrightarrow 3a + \sqrt{4^{a+1} + a^2} - 9 - \sqrt{265} = 0.$$



Xét hàm số $f(a) = 3a + \sqrt{4^{a+1} + a^2} - 9 - \sqrt{265}$ với $a > 0$. Ta có: $f'(a) = 3 + \frac{4^{a+1} \ln 2 + a}{\sqrt{4^{a+1} + a^2}} > 0$ với $a > 0$.

Do đó hàm số $f(a)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên phương trình $f(a) = 0$ có tối đa một nghiệm. Mà $f(3) = 0$ suy ra $a = 3$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Với $a = 3 \Rightarrow MN = 6, PQ = 3$ và $QH = 8$.

Vậy $S_{MNPQ} = \frac{MN + PQ}{2} \cdot QH = \frac{6 + 3}{2} \cdot 8 = 36$ (đơn vị).

Chọn C.

Câu 43. Ta có $y' = \frac{x}{4} + \frac{1}{2\sqrt{x+m+2}}$. Hàm số

$y = \frac{x^2}{8} + \sqrt{x+m+2}$ không có điểm cực trị khi $y' \geq 0$ với mọi $x > -m-2$ hoặc $y' \leq 0$ với mọi $x > -m-2$.

Mặt khác dễ thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y' = +\infty$ cho nên điều kiện cần và đủ là: $y' \geq 0$ với mọi $x > -m-2$. Đặt $D = (-m-2; +\infty)$.

Do đó: $0 \leq \min_D \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{2\sqrt{x+m+2}} \right)$ với D là miền xác định của hàm số. Lại có:

$$\frac{x}{4} + \frac{1}{2\sqrt{x+m+2}} = \left(\frac{x+m+2}{4} + \frac{1}{4\sqrt{x+m+2}} \right) + \frac{1}{4\sqrt{x+m+2}} - \frac{m+2}{4}$$

$$\geq \text{BDT Cauchy} \frac{3}{4} - \frac{m+2}{4} = \frac{1-m}{4}.$$

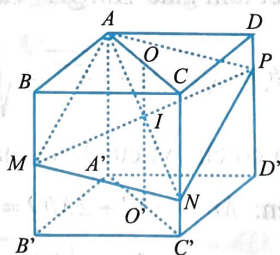
Dấu "=" xảy ra khi

$$\frac{x+m+2}{4} = \frac{1}{4\sqrt{x+m+2}} \Rightarrow x = -m-1 \in D.$$

Suy ra: $0 \leq \frac{1-m}{4} \Leftrightarrow m \leq 1$. Chọn B.

Câu 44.

Gọi O, O' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$ và I là giao điểm của OO' với MP . Khi đó N là giao điểm của CC' với AI .



Ta dễ dàng chứng minh được tứ giác $AMNP$ là hình bình hành và $CN = \frac{3}{4}CC'$. Từ đó suy ra $BM = a, CN = \frac{3a}{2}, DP = \frac{a}{2}$. Ta có

$$V_{AMNPBCD} = V_{A.BMNC} + V_{A.CNPD}.$$

$$V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}AB \cdot S_{BMNC} = \frac{1}{3}AB \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot (MB + NC)$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \left(a + \frac{3a}{2} \right) = \frac{5a^3}{3}.$$

$$V_{A.CNPD} = \frac{1}{3}AD \cdot S_{CNPD} = \frac{1}{3}AD \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (CN + PD)$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2} \right) = \frac{4a^3}{3}.$$

Vậy $V_{AMNPBCD} = \frac{5a^3}{3} + \frac{4a^3}{3} = 3a^3$. Chọn B.

Câu 45. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó:

$$|z - 4 + 3i| = 3 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 9 \quad (C_1);$$

$$|z^2 + 3| = 2|z + \bar{z}| \Leftrightarrow 2|2x| = \sqrt{(x^2 - y^2 + 3)^2 + (2xy)^2}$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 = x^4 + y^4 + 9 - 2x^2y^2 + 6x^2 - 6y^2 + 4x^2y^2$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 3)^2 = 4x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 & (C_2) \\ (x+1)^2 + y^2 = 4 & (C_3) \end{cases}$$

(C_1) là đường tròn có tâm $I(4; -3)$ bán kính $R_1 = 3$;

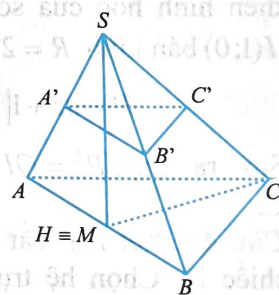
(C_2) là đường tròn có tâm $J(1; 0)$ bán kính $R_2 = 2$.

Vì $R_1 + R_2 = 5 > 3\sqrt{2} = IJ > 1 = |R_1 - R_2|$ nên (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm. (C_3) là đường tròn có tâm $K(-1; 0)$ bán kính $R_3 = 2$.

Vì $R_1 + R_3 = 5 < 2\sqrt{7} = IK$ nên (C_1) và (C_3) không có điểm chung. Chọn B.

Câu 46. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) , ta có:

$$SH = SC \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$



Gọi A', B', C' lần lượt là

trung điểm của ba cạnh

SA, SB, SC , ta có: $A'B' \parallel AB$ nên tứ giác $A'B'BA$ là hình thang, mặt phẳng (SAB) cắt mặt cầu ngoại tiếp đa diện $A'B'C'.ABC$ theo một đường tròn ngoại tiếp hình thang $A'B'BA$. Do đó, hình thang $A'B'BA$ cân và $AA' = BB'$.

Tương tự: $CC' = BB' \Rightarrow AA' = BB' = CC'$ và $SA = SB = SC = 3\sqrt{2}$. Suy ra ΔSAB đều.

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB là $x + 4y - z - 11 = 0$. Gọi M là trung điểm của AB

$$\Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; 2; -\frac{3}{2}\right); SM = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

Mặt khác $SH = \frac{3\sqrt{6}}{2}$ và $SH \perp (ABC) \Rightarrow SM \equiv SH \Rightarrow M \equiv H$ và mp(ABC) có định đi qua M và nhận $2\overrightarrow{SM} = (1; -2; -7)$ làm vector pháp tuyến có PT: $x - 2y - 7z - 8 = 0$. Chọn C.

Câu 47. Đồ thị (C) và đường thẳng d có 3 điểm chung khi và chỉ khi d tiếp xúc với (C) tại 1 điểm và đồng thời cắt (C) tại 2 điểm phân biệt tiếp theo. Vì vậy giả sử hoành độ tiếp điểm là $x_1 = a$ khi đó ta có tiếp tuyến: $y = (4a^3 - 4a)(x - a) + a^4 - 2a^2$.

Hoành độ giao điểm:

$$x^4 - 2x^2 = (4a^3 - 4a)(x - a) + a^4 - 2a^2 \Leftrightarrow (x - a)^2(x^2 + 2ax + 3a^2 - 2) = 0. \quad (1)$$

Điều kiện (1) có 3 nghiệm phân biệt là phương trình $x^2 + 2ax + 3a^2 - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác a .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} \Delta' = 2 - 2a^2 > 0 \\ 6a^2 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < a < 1 \\ a \neq \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Khi đó theo định lý Viète:

$$x_2 + x_3 = -2a, \quad x_2 x_3 = 3a^2 - 2.$$

Lại có:

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = x_1^3 + (x_2 + x_3)^3 - 3x_2 x_3 (x_2 + x_3) = 11a^3 - 12a.$$

Theo giả thiết thì

$$11a^3 - 12a = -1 \Leftrightarrow a = 1 \vee a = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{165}}{22}.$$

Kết hợp điều kiện ta thấy chỉ có duy nhất giá trị

$$a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{165}}{22} \text{ thỏa mãn. Chọn B.}$$

Câu 48. Từ giả thiết

$$\Rightarrow \log_2 x^2 + x^2 \geq \log_2 (6x - xy) + 6x - xy \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t, t > 0$. Ta có

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó

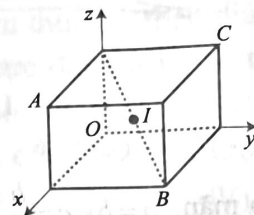
$$(1) \Leftrightarrow f(x^2) \geq f(6x - xy) \Leftrightarrow x^2 \geq 6x - xy \Rightarrow x + y \geq 6.$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{3x}{2} + \frac{6}{x} + \frac{y}{2} + \frac{8}{y} + \frac{3}{2}(x + y) \geq 19.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2, y = 4$. Chọn B.

Câu 49.

Dễ thấy tứ diện $ABCO$ nội tiếp mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = IA = \sqrt{14}$, đồng thời I cũng là trọng tâm của tứ diện $ABCO$. Ta có



$$MA = \frac{1}{\sqrt{14}} |\overrightarrow{MA}| \cdot |\overrightarrow{IA}| \geq \frac{1}{\sqrt{14}} \cdot \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{IA} = \frac{1}{\sqrt{14}} (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot \overrightarrow{IA} = \frac{1}{\sqrt{14}} \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + \sqrt{14}.$$

Tương tự:

$$MB \geq \frac{1}{\sqrt{14}} \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} + \sqrt{14}, \quad MC \geq \frac{1}{\sqrt{14}} \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IC} + \sqrt{14},$$

$$MO \geq \frac{1}{\sqrt{14}} \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IO} + \sqrt{14}.$$

Cộng vế ta được

$$MA + MB + MC + MO \geq \frac{1}{\sqrt{14}} \overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IO}) + \frac{4}{\sqrt{14}} = \frac{4}{\sqrt{14}}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv I$.

$$\text{Vậy } \Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 50. (Bổ sung đề câu 50: thêm ĐK: $a \neq b$). Đặt $\log_a b = z$ thì $a^z = b$. Mà $a = 2^x, b = 2^y$ nên ta có $(2^x)^z = 2^y = 2^x$, vì vậy $y = zx$.

$$\text{Do } y \leq 25 \Rightarrow x \leq 12 \Rightarrow n(A) = \sum_{k=1}^{12} \left[\frac{25}{k} - 1 \right] = 62.$$

Hoặc ta có thể liệt kê các phương án có thể của x, y như sau: Với mỗi cách chọn y thì số cách chọn x chính là số ước số của y và không trùng với y . Do đó ta có tất cả 62 cặp $(x; y)$ tương ứng.

$$\text{Ta có } n(\Omega) = A_{25}^2 = 600 \Rightarrow P_A = \frac{31}{300}. \text{ Chọn B.}$$

NGUYỄN KHẢI VÀ BAN QUẢN TRỊ NHÓM
TOÁN VD - VDC