

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm tọa độ giao điểm A của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ với trục hoành. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A .

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình sau trên tập số thực: $9^x + 6 = 5 \cdot 3^x$.

b) Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 4 - 3i$. Tìm môđun của số phức $w = iz + 2\bar{z}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(2 + \ln x)^2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 3z + 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P) . Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình sau trên tập số thực: $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \cos x$.

b) Hưởng ứng “Tháng hành động vì an toàn thực phẩm”, Đoàn TNCS Hồ Chí Minh Trường Trung học phổ thông X chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong một nhóm học sinh tình nguyện gồm 5 nam và 4 nữ để tham gia đội tuyên truyền của thành phố. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , mặt bên hợp với mặt đáy góc 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và SD . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng MN, CD .

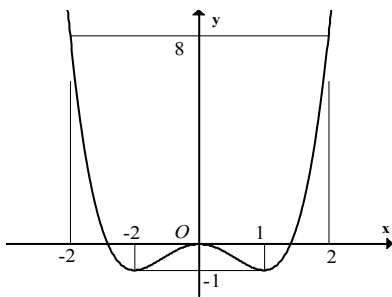
Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nhọn có các điểm $M(1; -2), N(-2; 2), P(1; 2)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, B, C . Tìm tọa độ ba đỉnh của tam giác ABC .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:

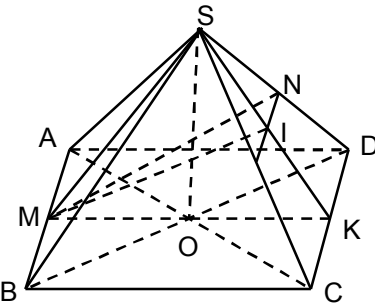
$$\begin{cases} y^3 + 3y^2 + \sqrt{x}(3x^3 + 12x\sqrt{x} + 9) = \sqrt{x}(x^4 + 3x^2 + 8x) + 6x(x^2 + 1) \\ x^2 + 4y^2 + 9 = 6x + 8y. \end{cases}$$

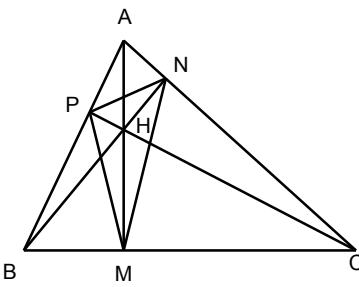
Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $x^4 + y^4 + 5x^2y^2 - 2x^2 - 3y^2 + 2 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2015x^2 - 3x^2y^2 + 2016y^2}{x^2 + y^2 + 1}$.

----- HẾT -----

Câu	Đáp án	Điểm																		
1 (1,0đ)	• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: + Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$	0,25																		
	+ Các khoảng đồng biến $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$; các khoảng nghịch biến $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 0$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -1$. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																		
	+ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	$-$	0	$+$	0	$-$	y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
y'	$-$	0	$+$	0	$-$															
y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$															
• Đồ thị: 	0,25																			
2	Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là nghiệm của phương trình:	0,25																		

(1,0đ)	$\frac{x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -1$	
	Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(-1;0)$.	0,25
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $A(-1;0)$ có dạng $y = y'(-1)(x+1)$. Ta có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -\frac{1}{2}.$	0,25
	Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại $A(-1;0)$ là: $y = -\frac{1}{2}(x+1)$ hay $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.	0,25
3 (1,0đ)	a) Đặt $t = 3^x$, điều kiện $t > 0$ (*).	
	Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 3 \end{cases}$, thỏa điều kiện (*).	0,25
	Với $t = 2$ ta có $3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$; với $t = 3$ ta có $3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1$ và $x = \log_3 2$.	0,25
	b) $(2+i)z = 4-3i \Leftrightarrow z = 1-2i$	0,25
	$w = iz + 2\bar{z} = i(1-2i) + 2(1+2i) = 4+5i$. Vậy $ w = \sqrt{41}$.	0,25
4 (1,0đ)	Đặt $t = 2 + \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 2; x = e \Rightarrow t = 3$	0,25
	Khi đó $I = \int_2^3 \frac{t-2}{t^2} dt$	0,25
	$= \int_2^3 \left(\frac{1}{t} - \frac{2}{t^2} \right) dt = \left(\ln t + \frac{2}{t} \right) \Big _2^3$	0,25
	Vậy $I = -\frac{1}{3} + \ln \frac{3}{2}$.	0,25
5 (1,0đ)	$(Q) \parallel (P)$ nên phương trình (Q) có dạng $x-2y-3z+D=0$ với $D \neq 10$.	0,25
	$A(2;-1;0) \in (Q) \Rightarrow 2+2-0+D=0 \Leftrightarrow D=-4$, thỏa điều kiện. Vậy (Q) có phương trình $x-2y-3z-4=0$.	0,25
	Hình chiếu vuông góc của A trên (P) chính là giao điểm H của (P) với đường thẳng d qua A và vuông góc với (P) .	0,25

	d qua $A(2;-1;0)$, vuông góc với (P) nên d nhận vector pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;-3)$ của (P) làm vector chỉ phương. Do đó d có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-3}$.	
	Toạ độ $H(x;y;z)$ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ : $\begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-3} \\ x-2y-3z+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=3 \\ 3y-2z=-3 \\ x-2y-3z+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases} \quad \text{Vậy } H(1;1;3).$	0,25
6 (1,0đ)	a) Ta có $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \cos x \Leftrightarrow 1 + 2\sin x \cdot \cos x = 1 + \cos x \Leftrightarrow \cos x(2\sin x - 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,25
	b) Nhóm học sinh tình nguyện có 9 học sinh, chọn 4 học sinh, khi đó số phần tử không gian mẫu là $\Omega = C_9^4 = 126$.	0,25
	Nếu chọn 4 học sinh đều là nam hoặc đều là nữ, ta có số cách chọn là $C_5^4 + C_4^4 = 6$. Do đó xác suất của biến cố A: “4 học sinh được chọn có cả nam và nữ” là $P(A) = 1 - \frac{6}{126} = \frac{20}{21}$.	0,25
7 (1,0đ)	 Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm AB. Khi đó $SM \perp AB$, $OM \perp AB$. Do đó góc giữa hai mặt (SAB), $(ABCD)$ là $\widehat{SMO} = 60^\circ$ (theo gt). $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$, suy ra $SO \perp OM$, do đó $SO = OM \tan 60^\circ = \frac{a}{2}\sqrt{3}$.	0,25
	Vậy thể tích khối chóp là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.	0,25
	Gọi K là trung điểm CD. Dựng đường thẳng d qua N, song song với CD, d cắt SK tại I. Khi đó $CD \parallel (MNI)$, do đó $d(MN, CD) = d(K, (MNI))$. Ta có $MI \perp SK$ (do $\triangle SMK$ đều) $\Rightarrow MI \perp IK$ Mà $IK \perp IN$ (do $IN \parallel CD$). Suy ra $IK \perp (MNI)$ Từ đó $d(MN, CD) = d(K, (MNI)) = IK$	0,25
	Ta có $\triangle SKM$ là tam giác đều, I là trung điểm SK. Do đó: $d(MN, CD) = KI = \frac{SM}{2} = \frac{a}{2}$.	0,25

8 (1,0đ)	 Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Do các điểm B, P, N, C thuộc đường tròn đường kính BC nên $\widehat{PNB} = \widehat{PCB}$; Các điểm H, N, C, M thuộc đường tròn đường kính HC nên $\widehat{HNM} = \widehat{HCM}$ Suy ra $\widehat{PNB} = \widehat{BNM}$ Tương tự ta có $\widehat{PMH} = \widehat{HMN}$. Do đó H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MNP.	0,25
	Ta có phương trình $MN: \frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{4} \Leftrightarrow 4x+3y+2=0$. Tương tự, lập được phương trình các đường thẳng $NP: y-2=0$, $PM: x-1=0$. Phương trình các đường phân giác góc $\widehat{MNP}$: $\frac{ 4x+3y+2 }{5} = y-2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y+12=0 & (1) \\ 4x+8y-8=0 & (2) \end{cases} \text{ . Đặt } F(x,y)=4x-2y+12$ Thay các tọa độ M, P vào vế trái của (1) ta được $F(1;-2).F(1;2)>0$, do đó (1) là phương trình đường thẳng AC (phương trình (2) là phương trình BH).	0,25
	Tương tự, ta cũng lập được phương trình của BC, AB . $BC: x-3y-7=0$, $AB: x+y-3=0$.	0,25
	Suy ra tọa độ các đỉnh tam giác ABC là $A(-1;4); B(4;-1); C(-5;-4)$	0,25
9 (1,0đ)	Xét hệ $\begin{cases} y^3+3y^2+\sqrt{x}(3x^3+12x\sqrt{x}+9)=\sqrt{x}(x^4+3x^2+8x)+6x(x^2+1)+4 & (1) \\ x^2+4y^2+9=6x+8y & (2) \end{cases}$ Với điều kiện $x \geq 0$, ta có: $x^2+4y^2+9=6x+8y \Leftrightarrow \frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{1} = 1$ (3). Suy ra $x \in [1; 5]$, $y \in [0; 2]$ Biến đổi (1) về dạng $(y-1)^3+6(y-1)^2+9(y-1)=(x\sqrt{x}-\sqrt{x})^3+6(x\sqrt{x}-\sqrt{x})^2+9(x\sqrt{x}-\sqrt{x}) \quad (4)$ Với $x \in [1; 5]$, $y \in [0; 2]$, ta có $x\sqrt{x}-\sqrt{x}=\sqrt{x}(x-1) \geq 0$, $y-1 \geq -1$. Xét hàm số $f(t)=t^3+6t^2+9t$ trên $[-1;+\infty)$, ta có $f'(t)=3t^2+12t+9 \geq 0, \forall t \in [-1;+\infty)$, suy ra $f(t)$ đồng biến trên $[-1;+\infty)$.	0,25 0,25

	Do đó: $(4) \Leftrightarrow y - 1 = x\sqrt{x} - \sqrt{x} \quad (5)$ Thay (5) vào (3) ta được $(x-1)(4x^2 - 3x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{8}$. Chỉ có các nghiệm $x = 1, x = \frac{3 + \sqrt{89}}{8}$ thỏa điều kiện. Ta có: $x = 1 \Rightarrow y = 1; x = \frac{3 + \sqrt{89}}{8} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3 + \sqrt{89}}(\sqrt{89} - 5)}{16\sqrt{2}} + 1$ (thỏa điều kiện). Vậy hệ có các nghiệm là $(x; y) = (1; 1), (x; y) = \left(\frac{3 + \sqrt{89}}{8}; \frac{\sqrt{3 + \sqrt{89}}(\sqrt{89} - 5)}{16\sqrt{2}} + 1 \right)$.	0,25
10 (1,0đ)	Ta có $x^4 + y^4 + 5x^2y^2 - 2x^2 - 3y^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + y^2)^2 - 3(x^2 + y^2) + 2 = -x^2 - 3x^2y^2$ Ta thấy $-x^2 - 3x^2y^2 \leq 0$ với mọi số thực x, y Đặt $t = x^2 + y^2$ thì ta có $t^2 - 3t + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2$	0,25
	Ta có $P = \frac{t^2 + 2013t + 2}{t + 1}, t \in [1; 2]$; Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 2013t + 2}{t + 1}, t \in [1; 2]$	0,25
	Suy ra $f'(t) = \frac{t^2 + 2t + 2011}{(t + 1)^2}$ Ta có $f'(t) > 0, \forall t \in [1; 2]$ suy ra $f(t)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.	0,25
	Vậy giá trị lớn nhất của P là 1344 khi $\begin{cases} x = 0 \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 0 \\ y = -\sqrt{2} \end{cases}$.	0,25

Chú ý: Những cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa. Tùy theo thang điểm của đáp án mà giám khảo cho điểm tương ứng.

————— Hết —————