

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề thi 0101

(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-3; 1)$. C. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $(ACC'A') \perp (BDD'B')$. B. $(A'BC) \perp (A'B'C'D')$.
C. $(ABCD) \perp (A'B'C'D')$. D. $(A'BC) \perp (ABCD)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2z + 3 = 0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

- A. $\vec{a} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{a} = (2; 0; -1)$. C. $\vec{a} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{a} = (1; 2; 3)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B và $SA = AB = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x+1) \geq 2$ là

- A. $(-1; 15)$. B. $(-1; 5]$. C. $[15; +\infty)$. D. $(15; +\infty)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$. B. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$. C. $2026^{x+1} + C$. D. $2026^x + C$.

Câu 8. Tổng các nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4}$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$ bằng vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{CA'}$. B. $\overrightarrow{C'A}$. C. $\overrightarrow{A'C}$. D. $\overrightarrow{AC'}$.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x = 1$ là

- A. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. C. $\{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [40; 60). B. [20; 40). C. [60; 80). D. [80; 100).

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 162. B. 24. C. 48. D. 54.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong quá trình sản xuất giấy, việc kiểm soát bột rất quan trọng để đảm bảo chất lượng sản phẩm. Giả sử $y(x)$ là nồng độ của một chất gây bột còn dư trong bể xử lý (đơn vị mol/L) tại thời điểm x (giờ), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$. Sau khi thêm một lượng chất chống tạo bột, nồng độ chất gây bột giảm dần theo thời gian thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại thời điểm bắt đầu xử lý $x = 0$, nồng độ chất gây bột là 0,05 mol/L. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$.

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$.

c) $y(30) - y(15) \approx 5,7 \cdot 10^{-4}$.

d) Cho biết giá trị trung bình của hàm số liên tục $g(x)$ trên đoạn $[a; b]$ được định nghĩa là $\frac{1}{b-a} \int_a^b g(x) dx$. Nồng độ trung bình của chất gây bột trong khoảng thời gian từ giây thứ 20 đến giây thứ 30 bằng 0,03 mol/L.

Câu 2. An và Bình là bạn thân ngồi cùng bàn. Cả hai đều có thói quen chuẩn bị sẵn nhiều bút bi mực xanh và bút bi mực đen (tất cả đều còn mực) trong hộp bút của mình. Cả hai bạn cùng dùng loại bút bi E178 giống nhau.

Trong hộp bút của An chỉ có 10 chiếc bút bi E178 gồm: 5 bút bi mực xanh và 5 bút bi mực đen.

Trong hộp bút của Bình chỉ có 10 chiếc bút bi E178 gồm: 6 bút bi mực xanh và 4 bút bi mực đen.

An lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút bi từ hộp của mình bỏ vào hộp của Bình. Sau đó, Bình lấy ngẫu nhiên từ hộp của mình ra 1 chiếc bút bi để làm bài tập.

a) Xác suất để chiếc bút bi An bỏ vào hộp của Bình là bút bi mực xanh bằng $\frac{6}{11}$.

b) Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là chiếc bút bi của An bằng $\frac{1}{11}$.

c) Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là bút bi mực xanh bằng $\frac{13}{22}$.

d) Giả sử Bình lấy ra được một chiếc bút bi mực xanh từ hộp của mình. Xác suất để chiếc bút bi đó vốn thuộc về hộp của An ban đầu bằng $\frac{1}{13}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.

a) Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng 7.

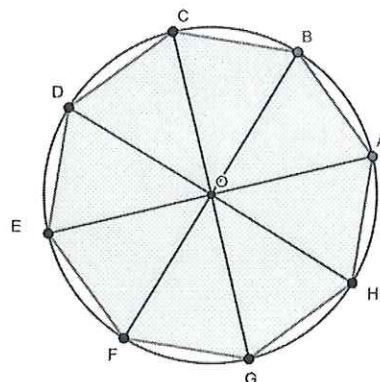
d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x + 5$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục là km), một máy bay phản lực đang bay thẳng theo lộ trình Δ là đường thẳng có phương trình $\Delta: \frac{x-50}{3} = \frac{y+20}{-4} = \frac{z-10}{1}$. Radar tại trạm kiểm soát không lưu phát hiện một khối mây dông tích điện nguy hiểm có dạng hình cầu (S) với tâm $C(200; -300; 60)$ và bán kính $R = 80 km$. Tại thời điểm quan sát, máy bay đang ở vị trí $A(50; -20; 10) \in \Delta$.

- Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (5; -2; 1)$.
- Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 4x + 3y = 140$.
- Nếu tiếp tục giữ nguyên lộ trình Δ thì máy bay phản lực sẽ bay xuyên qua (bay vào bên trong) khối mây dông có dạng hình cầu (S).
- Gọi M là điểm trên đường thẳng Δ mà tại đó máy bay phản lực gần tâm C của hình cầu (S) nhất. Biết rằng tốc độ máy bay phản lực không đổi là $500 km/h$. Thời gian máy bay phản lực đó di chuyển từ vị trí điểm A đến điểm M nhỏ hơn 30 phút.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho một hình bát giác đều $ABCDEFGH$ nội tiếp trong một đường tròn tâm O như hình bên. Gắn ngẫu nhiên tám số tự nhiên $\{9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}$ vào tám đỉnh của bát giác đều này (mỗi số gắn đúng một đỉnh). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh lấy từ tám đỉnh của bát giác đã cho. Gọi xác suất để thu được một tam giác vuông với ba số trên ba đỉnh của tam giác (theo một thứ tự nào đó) lập thành một cặp số cộng là $\frac{m}{n} (m, n \in \mathbb{N}^*; \frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị của $m + n$ bằng bao nhiêu?



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{m\sqrt{2}.a^3}{n} (m, n \in \mathbb{N}^*; \frac{m}{n} \text{ là phân số tối giản}). \text{ Giá trị } m + 2026n \text{ bằng bao nhiêu?}$$

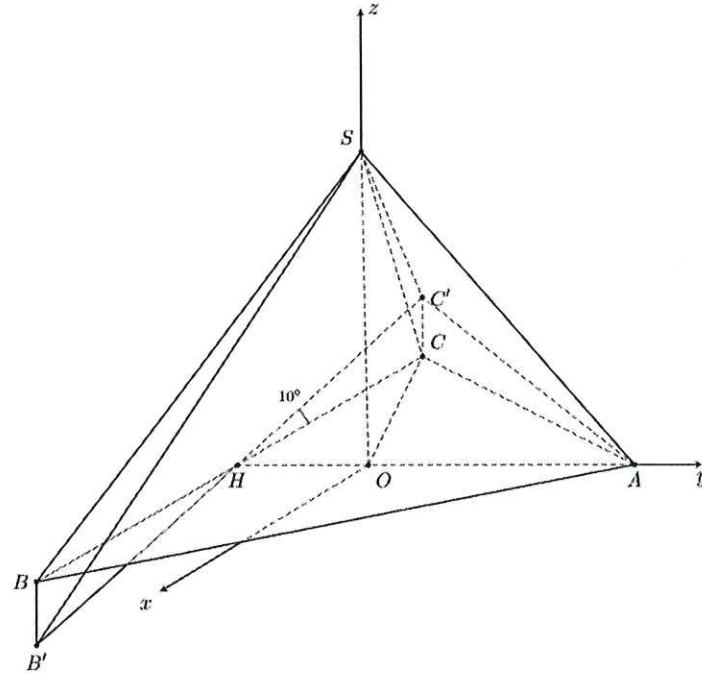
Câu 3. Trong giải cờ vua giao hữu tại một trường THPT chào mừng ngày thành lập Đoàn 26/3, các vận động viên nam và nữ cùng tham gia thi đấu. Để đảm bảo tính công bằng, giúp mỗi kỳ thủ đều được cảm quân Trắng và quân Đen khi đối đầu với các đối thủ khác thì Ban tổ chức quy định thể thức thi đấu vòng tròn hai lượt tức là mỗi cặp vận động viên sẽ thi đấu với nhau đúng 2 ván. Biết rằng giải chỉ có 2 vận động viên nữ tham gia. Sau khi kết thúc giải, Ban tổ chức thống kê được số ván các vận động viên nam thi đấu với nhau nhiều hơn số ván họ thi đấu với các vận động viên nữ là 66 ván. Hỏi tổng số ván mà tất cả các vận động viên đã thi đấu là bao nhiêu?

Câu 4. Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}; 100 \leq x \leq 800$). Tổng doanh thu khi bán hết x sản phẩm đó là $F(x) = -0,001x^3 + 0,6x^2 + 500x + 100000$ (nghìn đồng). Chi phí (điện, khấu hao máy, lương công nhân, ...) để sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = 0,0002x^2 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng) và chi phí để mua nguyên vật liệu khi chưa triết khấu là

$$H(x) = \frac{-4}{49}x^2 + \frac{750}{49}x + \frac{1500000}{49} \text{ (nghìn đồng)}. \text{ Công ty cung cấp nguyên vật liệu đang chạy chương}$$

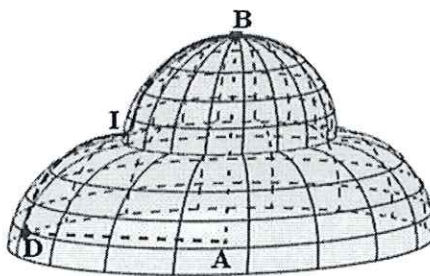
trình khuyến mại nhân dịp kỷ niệm thành lập công ty nên giảm 2% tổng tiền mua nguyên vật liệu cho doanh nghiệp đó. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 5. Trong bản thiết kế của dự án lắp đặt đường dây điện cho vùng núi tỉnh A, các kĩ sư dự kiến xây dựng các trụ điện cao 120 m. Để giữ thẳng bằng cho trụ điện, hệ thống dây cáp được nối từ đỉnh trụ S xuống mặt đất giả định tại các điểm A, B, C trên mặt phẳng nằm ngang sao cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, khoảng cách từ chân trụ đến các điểm A, B, C bằng $40\sqrt{3} \text{ m}$. Tuy nhiên, do địa hình thực tế là sườn núi dốc 10° so với mặt phẳng nằm ngang nên vị trí tiếp đất thực tế của dây cáp sẽ tại A', B', C' (BB', CC' song song với thân trụ điện, tham khảo hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) với O trùng với chân trụ điện, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt phẳng thiết kế nằm ngang, điểm A thuộc tia Oy , trục Oz hướng lên trên.

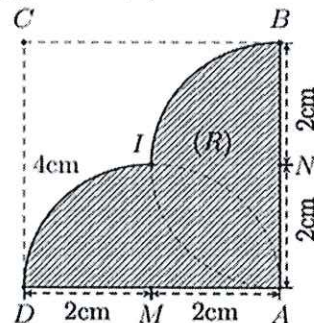


Khi đó, tọa độ điểm $B'(x_{B'}; y_{B'}; z_{B'})$, $C'(x_{C'}; y_{C'}; z_{C'})$. Giá trị $|z_{B'} - z_{C'}|$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 6. Một vật thể dùng để trang trí nội thất có dạng như hình (H1) bên dưới. Đây là một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (R) (phần gạch chéo trong hình (H2)) quanh trục AB . Hình phẳng (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ tâm I , độ dài cạnh 4 cm và các cung phần tư $\widehat{DI}, \widehat{IB}$ của các đường tròn bán kính bằng 2 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AB . Thể tích của vật thể (H1) bằng bao nhiêu centimet khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục)?



(H1)



(H2)

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề thi 0102

(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $(ABCD) \perp (A'B'C'D')$. B. $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.
C. $(A'BC) \perp (ABCD)$. D. $(A'BC) \perp (A'B'C'D')$.

Câu 2. Tổng các nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B và $SA = AB = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2z + 3 = 0$. Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là

- A. $\vec{a} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{a} = (1; 2; 3)$. C. $\vec{a} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{a} = (2; 0; -1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x = 1$ là

- A. $\{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'}$ bằng vector nào dưới đây?

- A. $\vec{CA'}$. B. $\vec{C'A}$. C. $\vec{AC'}$. D. $\vec{A'C}$.

Câu 8. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $[40; 60)$. B. $[80; 100)$. C. $[20; 40)$. D. $[60; 80)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x+1) \geq 2$ là

- A. $(-1; 5]$. B. $(-1; 15)$. C. $[15; +\infty)$. D. $(15; +\infty)$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $2026^{x+1} + C$. B. $2026^x + C$. C. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$. D. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_4 bằng

A. 24.

B. 48.

C. 162.

D. 54.

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. B. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. C. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong quá trình sản xuất giấy, việc kiểm soát bột rất quan trọng để đảm bảo chất lượng sản phẩm. Giả sử $y(x)$ là nồng độ của một chất gây bột còn dư trong bể xử lý (đơn vị mol/L) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$. Sau khi thêm một lượng chất chống tạo bột, nồng độ chất gây bột giảm dần theo thời gian thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại thời điểm bắt đầu xử lý $x = 0$, nồng độ chất gây bột là $0,05$ mol/L. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$.

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$.

c) $y(30) - y(15) \approx 5,7 \cdot 10^{-4}$.

d) Cho biết giá trị trung bình của hàm số liên tục $g(x)$ trên đoạn $[a; b]$ được định nghĩa là $\frac{1}{b-a} \int_a^b g(x) dx$. Nồng độ trung bình của chất gây bột trong khoảng thời gian từ giây thứ 20 đến giây thứ 30 bằng $0,03$ mol/L.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.

a) Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng 7.

d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x + 5$.

Câu 3. An và Bình là bạn thân ngồi cùng bàn. Cả hai đều có thói quen chuẩn bị sẵn nhiều bút bi mực xanh và bút bi mực đen (tất cả đều còn mực) trong hộp bút của mình. Cả hai bạn cùng dùng loại bút bi E178 giống nhau.

Trong hộp bút của An chỉ có 10 chiếc bút bi E178 gồm: 5 bút bi mực xanh và 5 bút bi mực đen.

Trong hộp bút của Bình chỉ có 10 chiếc bút bi E178 gồm: 6 bút bi mực xanh và 4 bút bi mực đen.

An lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút bi từ hộp của mình bỏ vào hộp của Bình. Sau đó, Bình lấy ngẫu nhiên từ hộp của mình ra 1 chiếc bút bi để làm bài tập.

a) Xác suất để chiếc bút bi An bỏ vào hộp của Bình là bút bi mực xanh bằng $\frac{6}{11}$.

b) Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là chiếc bút bi của An bằng $\frac{1}{11}$.

c) Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là bút bi mực xanh bằng $\frac{13}{22}$.

d) Giả sử Bình lấy ra được một chiếc bút bi mực xanh từ hộp của mình. Xác suất để chiếc bút bi đó vốn thuộc về hộp của An ban đầu bằng $\frac{1}{13}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục là km), một máy bay phản lực đang bay thẳng theo lộ trình Δ là đường thẳng có phương trình $\Delta: \frac{x-50}{3} = \frac{y+20}{-4} = \frac{z-10}{1}$. Radar tại trạm kiểm soát không lưu phát hiện một khối mây đồng tích điện nguy hiểm có dạng hình cầu (S) với tâm $C(200; -300; 60)$ và bán kính $R = 80 km$. Tại thời điểm quan sát, máy bay đang ở vị trí $A(50; -20; 10) \in \Delta$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (5; -2; 1)$.

b) Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 4x + 3y = 140$.

c) Nếu tiếp tục giữ nguyên lộ trình Δ thì máy bay phản lực sẽ bay xuyên qua (bay vào bên trong) khối mây đồng có dạng hình cầu (S).

d) Gọi M là điểm trên đường thẳng Δ mà tại đó máy bay phản lực gần tâm C của hình cầu (S) nhất. Biết rằng tốc độ máy bay phản lực không đổi là $500 km/h$. Thời gian máy bay phản lực đó di chuyển từ vị trí điểm A đến điểm M nhỏ hơn 30 phút.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}; 100 \leq x \leq 800$). Tổng doanh thu khi bán hết x sản phẩm đó là $F(x) = -0,001x^3 + 0,6x^2 + 500x + 100\,000$ (nghìn đồng). Chi phí (điện, khấu hao máy, lương công nhân, ...) để sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = 0,0002x^2 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng) và chi phí để mua nguyên vật liệu khi chưa triết khấu là

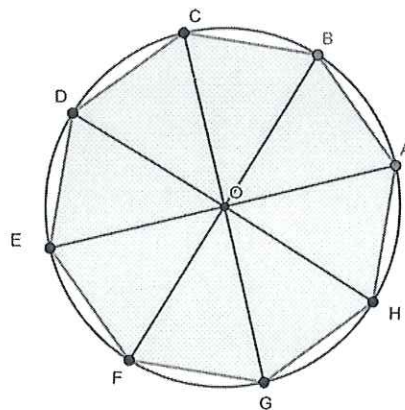
$H(x) = \frac{-4}{49}x^2 + \frac{750}{49}x + \frac{1500000}{49}$ (nghìn đồng). Công ty cung cấp nguyên vật liệu đang chạy chương trình khuyến mại nhân dịp kỷ niệm thành lập công ty nên giảm 2% tổng tiền mua nguyên vật liệu cho doanh nghiệp đó. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 2. Trong giải cờ vua giao hữu tại một trường THPT chào mừng ngày thành lập Đoàn 26/3, các vận động viên nam và nữ cùng tham gia thi đấu. Để đảm bảo tính công bằng, giúp mỗi kỳ thủ đều được cầm quân Trắng và quân Đen khi đối đầu với các đối thủ khác thì Ban tổ chức quy định thể thức thi đấu vòng tròn hai lượt tức là mỗi cặp vận động viên sẽ thi đấu với nhau đúng 2 ván. Biết rằng giải chỉ có 2 vận động viên nữ tham gia. Sau khi kết thúc giải, Ban tổ chức thống kê được số ván các vận động viên nam thi đấu với nhau nhiều hơn số ván họ thi đấu với các vận động viên nữ là 66 ván. Hỏi tổng số ván mà tất cả các vận động viên đã thi đấu là bao nhiêu?

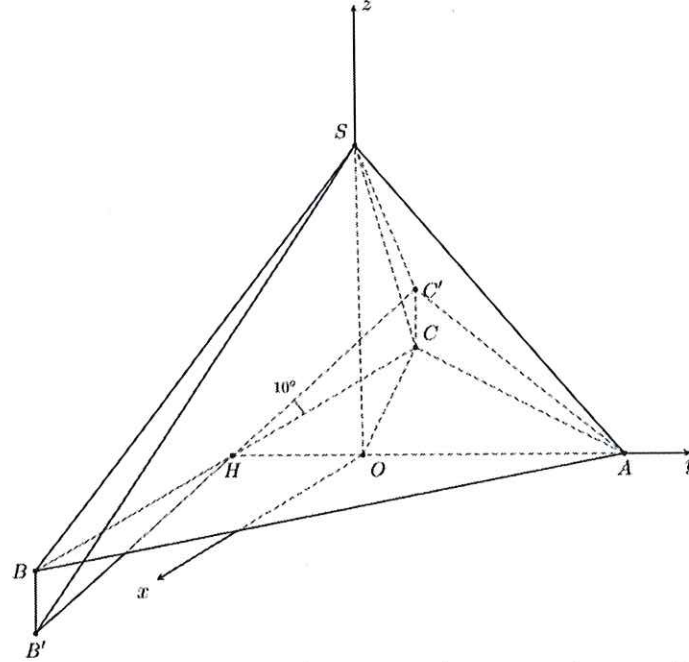
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$V_{S.ABCD} = \frac{m\sqrt{2}.a^3}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị $m + 2026n$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Cho một hình bát giác đều $ABCDEFGH$ nội tiếp trong một đường tròn tâm O như hình bên. Gắn ngẫu nhiên tám số tự nhiên $\{9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}$ vào tám đỉnh của bát giác đều này (mỗi số gắn đúng một đỉnh). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh lấy từ tám đỉnh của bát giác đã cho. Gọi xác suất để thu được một tam giác vuông với ba số trên ba đỉnh của tam giác (theo một thứ tự nào đó) lập thành một cấp số cộng là $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị của $m + n$ bằng bao nhiêu?

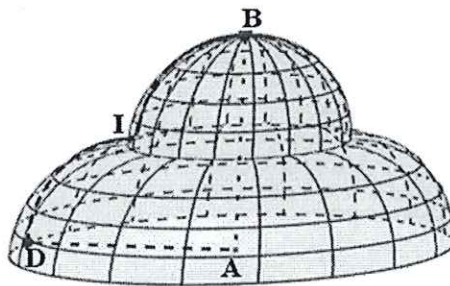


Câu 5. Trong bản thiết kế của dự án lắp đặt đường dây điện cho vùng núi tỉnh A, các kĩ sư dự kiến xây dựng các trụ điện cao 120 m. Để giữ thẳng bằng cho trụ điện, hệ thống dây cáp được nối từ đỉnh trụ S xuống mặt đất giả định tại các điểm A, B, C trên mặt phẳng nằm ngang sao cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, khoảng cách từ chân trụ đến các điểm A, B, C bằng $40\sqrt{3} \text{ m}$. Tuy nhiên, do địa hình thực tế là sườn núi dốc 10° so với mặt phẳng nằm ngang nên vị trí tiếp đất thực tế của dây cáp sẽ tại A, B', C' (BB', CC' song song với thân trụ điện, tham khảo hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) với O trùng với chân trụ điện, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt phẳng thiết kế nằm ngang, điểm A thuộc tia Oy , trục Oz hướng lên trên.

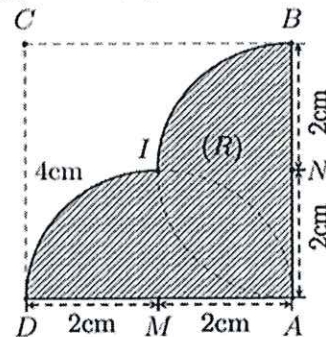


Khi đó, tọa độ điểm $B'(x_{B'}; y_{B'}; z_{B'})$, $C'(x_{C'}; y_{C'}; z_{C'})$. Giá trị $|z_{B'} - z_{C'}|$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 6. Một vật thể dùng để trang trí nội thất có dạng như hình (H1) bên dưới. Đây là một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (R) (phần gạch chéo trong hình (H2)) quanh trục AB . Hình phẳng (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ tâm I , độ dài cạnh 4cm và các cung phân tư $\widehat{DI}, \widehat{IB}$ của các đường tròn bán kính bằng 2cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AB . Thể tích của vật thể (H1) bằng bao nhiêu centimet khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục)?



(H1)



(H2)

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ CHÍNH THỨC**MÔN: TOÁN***Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Phần	Câu	Đáp án các mã đề					Ghi chú
		GỐC	0101	0102	0103	0104	
I	1	B	D	B	D	D	<i>Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm</i>
I	2	B	A	A	C	C	
I	3	A	C	B	C	A	
I	4	B	B	C	C	C	
I	5	A	C	B	B	D	
I	6	C	A	C	C	A	
I	7	A	B	D	C	B	
I	8	A	C	D	D	A	
I	9	C	C	C	A	D	
I	10	A	B	C	A	D	
I	11	A	C	D	C	C	
I	12	C	D	A	C	C	
II	1.a	Đ	Đ	Đ	S	S	- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong câu hỏi được 0,1 điểm. - Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong câu hỏi được 0,25 điểm. - Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong câu hỏi được 0,5 điểm. - Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong câu hỏi được 1,0 điểm.
II	1.b	Đ	Đ	Đ	Đ	Đ	
II	1.c	S	S	S	Đ	Đ	
II	1.d	Đ	S	S	Đ	S	
II	2.a	Đ	S	Đ	Đ	S	
II	2.b	Đ	Đ	Đ	Đ	Đ	
II	2.c	S	Đ	S	S	Đ	
II	2.d	S	Đ	Đ	S	Đ	
II	3.a	S	Đ	S	Đ	Đ	
II	3.b	Đ	Đ	Đ	Đ	Đ	
II	3.c	Đ	S	Đ	S	S	
II	3.d	S	Đ	Đ	Đ	Đ	
II	4.a	S	S	S	S	Đ	
II	4.b	Đ	Đ	Đ	Đ	Đ	
II	4.c	Đ	Đ	Đ	Đ	S	
II	4.d	Đ	S	S	S	S	

Phần	Câu	Đáp án các mã đề					Ghi chú
		GỐC	0101	0102	0103	0104	
III	1	6080	107	602	98,1	6080	Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm
III	2	602	6080	156	602	98,1	
III	3	107	156	6080	6080	602	
III	4	156	602	107	21	21	
III	5	98,1	21	21	107	107	
III	6	21	98,1	98,1	156	156	
				Hết			

ĐỀ CHÍNH THỨC**MÔN: TOÁN***Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Phần	Câu	Đáp án các mã đề					Ghi chú
		Gốc	0105	0106	0107	0108	
I	1	C	B	A	B	D	<i>Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm</i>
I	2	A	C	A	D	B	
I	3	A	D	B	C	D	
I	4	C	A	A	B	C	
I	5	A	A	A	A	A	
I	6	B	D	D	C	D	
I	7	B	B	C	C	C	
I	8	A	B	C	A	C	
I	9	C	B	A	C	C	
I	10	B	A	B	A	D	
I	11	C	B	C	D	B	
I	12	B	C	A	B	A	
II	1.a	Đ	Đ	S	Đ	Đ	- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong câu hỏi được 0,1 điểm. - Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong câu hỏi được 0,25 điểm. - Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong câu hỏi được 0,5 điểm. - Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong câu hỏi được 1,0 điểm.
II	1.b	Đ	S	S	Đ	S	
II	1.c	S	S	S	S	Đ	
II	1.d	S	Đ	S	S	Đ	
II	2.a	Đ	Đ	Đ	S	Đ	
II	2.b	S	Đ	Đ	S	S	
II	2.c	S	S	S	S	S	
II	2.d	Đ	S	S	S	Đ	
II	3.a	S	Đ	Đ	Đ	Đ	
II	3.b	S	S	S	S	Đ	
II	3.c	S	Đ	S	Đ	S	
II	3.d	S	Đ	Đ	Đ	S	
II	4.a	Đ	S	Đ	Đ	S	
II	4.b	S	S	S	S	S	
II	4.c	Đ	S	Đ	S	S	
II	4.d	Đ	S	Đ	Đ	S	

Phần	Câu	Đáp án các mã đề					Ghi chú
		Gốc	0105	0106	0107	0108	
III	1	4	3836	1320	4	228	<i>Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm</i>
III	2	1320	4	58	3836	1320	
III	3	58	1320	4	228	4	
III	4	3836	228	2	1320	3836	
III	5	228	58	3836	2	2	
III	6	2	2	228	58	58	

Hết

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh trả lời một phương án.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây đúng?

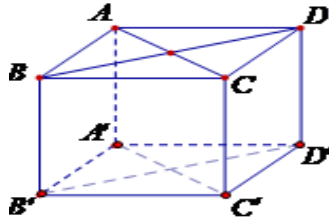
A. $(ABCD) \perp (A'B'C'D')$.

B. $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.

C. $(A'BCD) \perp (ABCD)$.

D. $(A'BC) \perp (A'B'C'D')$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BDD'B') \Rightarrow (ACC'A') \perp (BDD'B').$

Câu 2: Tổng các nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B và $SA = AB = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và (ABC) bằng

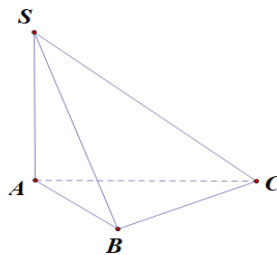
A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải



Ta có: $\widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA}.$

Mặt khác tam giác SAB vuông cân tại A nên $\widehat{SBA} = 45^\circ.$

Vậy $\widehat{(SB, (ABC))} = 45^\circ$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2z + 3 = 0$. Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là

- A. $\vec{a} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{a} = (1; 2; 3)$. C. $\vec{a} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{a} = (2; 0; -1)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(2x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 6: Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x = 1$ là

- A. $\{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

$\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$ bằng vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{CA'}$. B. $\overrightarrow{CA}$. C. $\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{A'C}$.

Lời giải

Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ta có:

$$\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}.$$

Do đó, $\vec{u} = \overrightarrow{A'C}$.

Câu 8: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $[40; 60)$. B. $[60; 80)$. C. $[80; 100)$. D. $[20; 40)$.

Lời giải

Tổng số học sinh là $N = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Vị trí của tứ phân vị thứ ba (Q_3) là $\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 42}{4} = \frac{126}{4} = 31.5$.

Ta tính tần số tích lũy:

- Nhóm $[0; 20)$: 5 học sinh

- Nhóm $[20; 40)$: $5 + 9 = 14$ học sinh

- Nhóm $[40; 60)$: $14 + 12 = 26$ học sinh

- Nhóm $[60; 80)$: $26 + 10 = 36$ học sinh

- Nhóm $[80; 100)$: $36 + 6 = 42$ học sinh

Vì 31.5 thuộc khoảng từ 26 đến 36, nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 là nhóm $[60; 80)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x+1) \geq 2$ là

A. $(-1; 5]$.

B. $(15; +\infty)$.

C. $(-1; 15)$.

D. $[15; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của bất phương trình là $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Ta có $\log_4(x+1) \geq 2$.

$\Rightarrow x+1 \geq 16$

$x \geq 15$

Kết hợp với điều kiện xác định $x > -1$, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $x \geq 15$, hay $S = [15; +\infty)$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

A. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$.

B. $2026^{x+1} + C$.

C. $2026^x + C$.

D. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$.

Lời giải

$$\int 2026^x dx = \frac{2026^x}{\ln 2026} + C.$$

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_4 bằng

A. 48.

B. 54.

C. 24.

D. 162.

Lời giải

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Giá trị của u_4 là $u_4 = u_1 \cdot q^{4-1} = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$.

Vậy giá trị của u_4 là 54.

Câu 12: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. **B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.** C. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ xung quanh trục Ox được tính bằng công thức:

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong quá trình sản xuất giấy, việc kiểm soát bột rất quan trọng để đảm bảo chất lượng sản phẩm. Giả sử $y(x)$ là nồng độ của một chất gây bột còn dư trong bể xử lý (đơn vị mol/L) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$. Sau khi thêm một lượng chất chống tạo bột, nồng độ chất gây bột giảm dần theo thời gian thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại thời điểm bắt đầu xử lý $x = 0$, nồng độ chất gây bột là 0,05 mol/L. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$.

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$.

c) $y(30) - y(15) \approx 5,7 \cdot 10^{-4}$.

d) Cho biết giá trị trung bình của hàm số liên tục $g(x)$ trên đoạn $[a; b]$ được định nghĩa là $\frac{1}{b-a} \int_a^b g(x) dx$. Nồng độ trung bình của chất gây bột trong khoảng thời gian từ giây thứ 20 đến giây thứ 30 bằng 0,03 mol/L.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $f'(x) = \frac{y'(x)}{y(x)} = \frac{-7 \cdot 10^{-4} \cdot y(x)}{y(x)} = -7 \cdot 10^{-4}$.

b) Đúng.

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int -7 \cdot 10^{-4} dx = -7 \cdot 10^{-4} x + C$.

Tại $x = 0$ nồng độ chất gây bột là 0,05 mol/L nên ta có

$$y(0) = 0,05 \Leftrightarrow f(0) = \ln(0,05) \Rightarrow C = \ln(0,05).$$

Vậy $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$.

c) Sai.

Ta có $f(x) = \ln y(x) \Rightarrow y(x) = e^{f(x)} = e^{-7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)} = 0,05 \cdot e^{-7 \cdot 10^{-4} x}$.

Suy ra $y(30) - y(15) = 0,05(e^{-7 \cdot 10^{-4} \cdot 30} - e^{-7 \cdot 10^{-4} \cdot 15}) \approx -0,000515$.

d) Sai.

Nồng độ trung bình của chất gây bột trong khoảng thời gian từ giây thứ 20 đến giây thứ 30 bằng

$$\frac{1}{30-20} \int_{20}^{30} 0,05 \cdot e^{-7 \cdot 10^{-4} x} dx \approx 0,049 \text{ mol/L}.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.

- a) Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- b) Hàm số đã cho có đạo hàm bằng $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng 7.
- d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x + 5$.

Lời giải

a) Đúng.

Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đúng.

Hàm số đã cho có đạo hàm bằng

$$f'(x) = \frac{(2x + 4)(x - 1) - (x^2 + 4x - 1)}{(x - 1)^2} = \frac{2x^2 - 2x + 4x - 4 - x^2 - 4x + 1}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}.$$

c) Sai.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [1; 3] \\ x = 3 \end{cases}.$$

Khi đó $f(2) = 11$; $f(3) = 10$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng 10 khi $x = 3$.

d) Đúng.

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1} = x + 5 + \frac{4}{x - 1}.$$

Vậy phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x + 5$.

Câu 3: An và Bình là bạn thân ngồi cùng bàn. Cả hai đều có thói quen chuẩn bị sẵn nhiều bút bi mực xanh và bút bi mực đen (tất cả đều còn mực) trong hộp bút của mình. Cả hai bạn cùng dùng loại bút bi E178 giống nhau.

Trong hộp bút của An chỉ có 10 chiếc bút bi E178 gồm: 5 bút bi mực xanh và 5 bút bi mực đen. Trong hộp bút của Bình chỉ có 10 chiếc bút bi E178 gồm: 6 bút bi mực xanh và 4 bút bi mực đen. An lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút bi từ hộp của mình bỏ vào hộp của Bình. Sau đó, Bình lấy ngẫu nhiên từ hộp của mình ra 1 chiếc bút bi để làm bài tập.

- a) Xác suất để chiếc bút bi An bỏ vào hộp của Bình là bút bi mực xanh bằng $\frac{6}{11}$.
- b) Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là chiếc bút bi của An bằng $\frac{1}{11}$.
- c) Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là bút bi mực xanh bằng $\frac{13}{22}$.

d) Giả sử Bình lấy ra được một chiếc bút bi mực xanh từ hộp của mình. Xác suất để chiếc bút bi đó vốn thuộc về hộp của An ban đầu bằng $\frac{1}{13}$.

Lời giải

Gọi biến cố A: “Chiếc bút lấy ra thuộc về An” và biến cố B: “Chiếc bút lấy ra màu xanh”.

a) Sai.

Xác suất để chiếc bút bi An bỏ vào hộp của Bình là bút bi mực xanh bằng $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

b) Đúng.

Hộp của Bình ban đầu có 10 bút. Nhận thêm 1 bút từ An thì tổng cộng có 11 bút.

Trong 11 bút này có đúng 1 bút là của An. Xác suất Bình lấy trúng chiếc bút của An là $\frac{1}{11}$.

c) Đúng.

Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là bút bi mực xanh bằng

$$P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}.$$

d) Đúng.

Giả sử Bình lấy ra được một chiếc bút bi mực xanh từ hộp của mình.

Trong đó $P(A \cap B)$ là xác suất An đưa bút xanh và Bình bốc trúng chính bút đó $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{22}$.

Xác suất để chiếc bút bi đó vốn thuộc về hộp của An ban đầu bằng $P(A|B) = \frac{1/22}{13/22} = \frac{1}{13}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục là km), một máy bay phản lực đang bay thẳng theo lộ trình Δ là đường thẳng có phương trình $\Delta: \frac{x-50}{3} = \frac{y+20}{-4} = \frac{z-10}{1}$. Radar tại trạm kiểm soát không lưu phát hiện một khối mây dông tích điện nguy hiểm có dạng hình cầu (S) với tâm $C(200; -300; 60)$ và bán kính $R = 80$ km. Tại thời điểm quan sát, máy bay đang ở vị trí $A(50; -20; 10) \in \Delta$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (5; -2; 1)$.

b) Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 4x + 3y = 140$.

c) Nếu tiếp tục giữ nguyên lộ trình Δ thì máy bay phản lực sẽ bay xuyên qua (bay vào bên trong) khối mây dông có dạng hình cầu (S).

d) Gọi M là điểm trên đường thẳng Δ mà tại đó máy bay phản lực gần tâm C của hình cầu (S) nhất. Biết rằng tốc độ máy bay phản lực không đổi là 500 km/h. Thời gian máy bay phản lực đi di chuyển từ vị trí điểm A đến điểm M nhỏ hơn 30 phút.

Lời giải

a) Sai. Vector $\vec{u} = (5; -2; 1)$ không cùng phương vector $(3; -4; 1)$ nên vector $\vec{u} = (5; -2; 1)$ không phải là vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

b) Đúng. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 3; 0)$.

Ta có $\vec{n} \cdot \vec{u} = 4.3 + 3.(-4) + 0.1 = 0$ nên $\vec{n} \perp \vec{u}$.

Thay $A(50; -20; 10) \in \Delta$ vào mặt phẳng (P) ta được $(P): 4.50 + 3(-20) = 140$ đúng nên $A \in (P)$.

c) Đúng. Gọi $H(50 + 3t; -20 - 4t; 10 + t)$ là hình chiếu của điểm C lên đường thẳng Δ .

Ta có $\overrightarrow{CH} = (-150 + 3t; 280 - 4t; 50 + t)$.

Suy ra $\vec{u} \cdot \overrightarrow{CH} = 0 \Leftrightarrow 3.(-150 + 3t) - 4(280 - 4t) - 50 + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{810}{13}$.

Khi đó

$$\overrightarrow{CH} = \left(\frac{480}{13}; \frac{400}{13}; \frac{160}{13} \right) \Rightarrow CH = \sqrt{\left(\frac{480}{13} \right)^2 + \left(\frac{400}{13} \right)^2 + \left(\frac{160}{13} \right)^2} = \frac{80\sqrt{65}}{13} \approx 49,6 < R = 80.$$

d) Sai. Gọi M là điểm trên đường thẳng Δ mà tại đó máy bay phản lực gần tâm C của hình cầu (S) nhất. Khi đó M là hình chiếu của C lên Δ nên $M \equiv H$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (150; -280; 50) \Rightarrow AC = \sqrt{103400}$.

$$\text{Suy ra } AM = \sqrt{AC^2 - CM^2} = \sqrt{103400 - \left(\frac{80\sqrt{65}}{13} \right)^2} = \frac{\sqrt{17058600}}{13}.$$

$$\text{Thời gian đi từ } A \text{ đến } M \text{ là } t = \frac{AM}{v} = \frac{\frac{\sqrt{17058600}}{13}}{500} \approx 0,635(\text{g}) \approx 38(\text{ph}) > 30(\text{ph}).$$

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}; 100 \leq x \leq 800$). Tổng doanh thu khi bán hết x sản phẩm đó là $F(x) = -0,001x^3 + 0,6x^2 + 500x + 100\,000$ (nghìn đồng). Chi phí (điện, khấu hao máy, lương công nhân,...) để sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = 0,0002x^2 + \frac{40\,000}{x}$ (nghìn đồng) và chi phí để mua nguyên vật liệu khi chưa chiết khấu là $H(x) = \frac{-4}{49}x^2 + \frac{750}{49}x + \frac{1\,500\,000}{49}$ (nghìn đồng). Công ty cung cấp nguyên vật liệu đang chạy chương trình khuyến mại nhân dịp kỷ niệm thành lập công ty nên giảm 2% tổng tiền mua nguyên vật liệu cho doanh nghiệp đó. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp số: 602

Ta có: Lợi nhuận $L(x) = \text{Tổng doanh thu} - \text{Tổng chi phí}$.

Tổng doanh thu: $F(x) = -0,001x^3 + 0,6x^2 + 500x + 100\,000, (x \in \mathbb{N}; 100 \leq x \leq 800)$.

Tổng chi phí sản xuất (điện, lương, khấu hao):

Vì $G(x)$ là chi phí *bình quân cho mỗi sản phẩm*, nên tổng chi phí sản xuất cho x sản phẩm là:

$$C_{sx}(x) = x \cdot G(x) = x \left(0,0002x^2 + \frac{40\,000}{x} \right) = 0,0002x^3 + 40\,000$$

Tổng chi phí nguyên vật liệu sau khi giảm giá 2%:

Doanh nghiệp được giảm 2%, tức là chỉ phải trả 98% (0,98) chi phí gốc $H(x)$:

$$C_{nvl}(x) = 0,98 \cdot H(x) = \frac{98}{100} \cdot \left(\frac{-4}{49}x^2 + \frac{750}{49}x + \frac{1\,500\,000}{49} \right).$$

$$C_{nvl}(x) = 2 \cdot \frac{1}{100} \cdot (-4x^2 + 750x + 1\,500\,000) = 0,02(-4x^2 + 750x + 1\,500\,000)$$

$$C_{nvl}(x) = -0,08x^2 + 15x + 30\,000$$

$$\text{Lợi nhuận: } L(x) = F(x) - [C_{sx}(x) + C_{nvl}(x)].$$

$$\begin{aligned} L(x) &= (-0,001x^3 + 0,6x^2 + 500x + 100\,000) - (0,0002x^3 + 40\,000 - 0,08x^2 + 15x + 30\,000) \\ &= -0,0012x^3 + 0,68x^2 + 485x + 30\,000 \Rightarrow L'(x) = -0,0036x^2 + 1,36x + 485. \end{aligned}$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,0036x^2 + 1,36x + 485 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \approx 601,68 & (tm) \\ x_2 \approx -223,9 & (loai) \end{cases}.$$

Ta có:

$$L(100) \approx 84100.$$

$$L(602) \approx 306\,604 \text{ (với } x = 602 \text{ là số nguyên).}$$

$$L(800) \approx 167\,600.$$

Doanh nghiệp cần sản xuất 602 sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 2: Trong giải cờ vua giao hữu tại một trường THPT chào mừng ngày thành lập Đoàn 26/3, các vận động viên nam và nữ cùng tham gia thi đấu. Để đảm bảo tính công bằng, giúp mỗi kỳ thủ đều được cầm quân Trắng và quân Đen khi đối đầu với các đối thủ khác thì Ban tổ chức quy định thể thức thi đấu vòng tròn hai lượt tức là mỗi cặp vận động viên sẽ thi đấu với nhau đúng 2 ván. Biết rằng giải chỉ có 2 vận động viên nữ tham gia. Sau khi kết thúc giải, Ban tổ chức thống kê được số ván các vận động viên nam thi đấu với nhau nhiều hơn số ván họ thi đấu với các vận động viên nữ là 66 ván. Hỏi tổng số ván mà tất cả các vận động viên đã thi đấu là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 156

Thể thức: Thi đấu vòng tròn 2 lượt (mỗi cặp gặp nhau 2 ván).

Số vận động viên (VĐV) nữ: 2 người.

Gọi số VĐV nam là n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Số ván các VĐV nam thi đấu với nhau:

Mỗi cặp nam trong số n người sẽ đấu với nhau 2 ván. Số cặp nam có thể tạo ra là C_n^2 .

$$\text{Số ván Nam - Nam bằng: } 2C_n^2 = 2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} = n(n-1).$$

Số ván các VĐV nam thi đấu với các VĐV nữ:

Mỗi VĐV nam trong số n người sẽ đấu với mỗi VĐV nữ trong số 2 người đúng 2 ván.

Số ván Nam - Nữ là: $n \cdot 2 \cdot 2 = 4n$.

Theo đề bài, số ván nam thi đấu với nhau nhiều hơn số ván họ thi đấu với nữ là 66 ván. Suy ra:

$$n(n-1) - 4n = 66 \Leftrightarrow n^2 - 5n - 66 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11(tm) \\ n = -6(loai) \end{cases}$$

Vậy có 11 vận động viên nam.

Tổng số vận động viên tham gia giải là: $11(nam) + 2(nu) = 13$ người.

Tổng số ván đấu của cả giải (vòng tròn 2 lượt cho 13 người) là:

$$\text{Tổng số ván là: } 2 \cdot C_{13}^2 = 2 \cdot \frac{13 \cdot 12}{2} = 13 \cdot 12 = 156 \text{ (ván)}$$

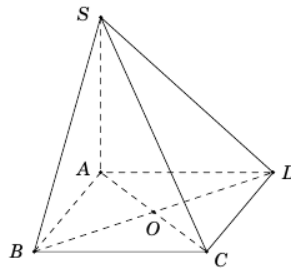
Vậy, tổng số ván mà tất cả các vận động viên đã thi đấu là 156 ván.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{m\sqrt{2} \cdot a^3}{n} \quad (m, n \in \mathbb{N}^*; \frac{m}{n} \text{ là phân số tối giản}). \text{ Giá trị } m + 2026n \text{ bằng bao nhiêu?}$$

Lời giải

Đáp số: 6080



Gọi x là độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$ ($x > 0$).

Đường chéo của hình vuông đáy là $BD = x\sqrt{2}$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$. Xét tam giác vuông SAB tại A , ta có

$$SB^2 = SA^2 + AB^2 = (a\sqrt{2})^2 + x^2 = 2a^2 + x^2$$

Ta có phương trình:

$$2a^2 + x^2 = (x\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow 2a^2 + x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$$

Diện tích hình vuông đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = x^2 = 2a^2$.

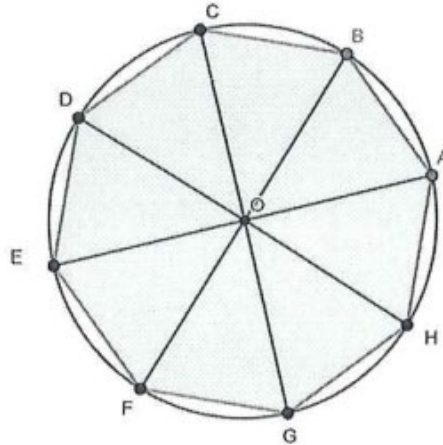
Thể tích khối chóp là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$$

Suy ra $m = 2$ và $n = 3$.

$$m + 2026n = 2 + 2026 \cdot 3 = 2 + 6078 = 6080.$$

Câu 4: Cho một hình bát giác đều $ABCDEFGH$ nội tiếp trong một đường tròn tâm O như hình bên. Gắn ngẫu nhiên tám số tự nhiên $\{9;10;11;12;13;14;15;16\}$ vào tám đỉnh của bát giác đều này (mỗi số gắn đúng một đỉnh). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh lấy từ tám đỉnh của bát giác đã cho. Gọi xác suất để thu được một tam giác vuông với ba số trên ba đỉnh của tam giác (theo một thứ tự nào đó) lập thành một cặp số cộng là $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị của $m + n$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp số: 107

Cách gắn 8 số vào 8 đỉnh của bát giác là hoán vị của 8 phần tử có $8!$ cách.

Số cách chọn 1 tam giác từ 8 đỉnh là C_8^3 cách.

$$\text{Vậy } n(\Omega) = 8! \cdot C_8^3 = 40320 \cdot 56 = 2257920.$$

Tam giác nội tiếp là tam giác vuông khi và chỉ khi có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp.

- Bát giác có 4 đường kính: AE, BF, CG, DH .

- Với mỗi đường kính, có 6 cách chọn đỉnh còn lại để tạo thành tam giác vuông.

- Vậy có $4 \times 6 = 24$ tam giác vuông.

Xét tập $S = \{9,10,11,12,13,14,15,16\}$. Các bộ $\{a,b,c\}$ (không tính thứ tự) lập thành cặp số cộng là

- Công sai $d = 1$: $\{9,10,11\}, \{10,11,12\}, \{11,12,13\}, \{12,13,14\}, \{13,14,15\}, \{14,15,16\}$ (6 bộ).

- Công sai $d = 2$: $\{9,11,13\}, \{10,12,14\}, \{11,13,15\}, \{12,14,16\}$ (4 bộ).

- Công sai $d = 3$: $\{9,12,15\}, \{10,13,16\}$ (2 bộ).

- Tổng cộng có $6 + 4 + 2 = 12$ bộ số.

Chọn 1 tam giác vuông trong 24 tam giác: 24 cách.

Chọn 1 bộ số trong 12 bộ cặp số cộng: 12 cách.

Hoán vị 3 số trong bộ vào 3 đỉnh của tam giác đã chọn có $3!$ cách.

Hoán vị 5 số còn lại vào 5 đỉnh còn lại của bát giác có $5!$ cách.

$$n(A) = 24 \times 12 \times 3! \times 5! = 207\,360..$$

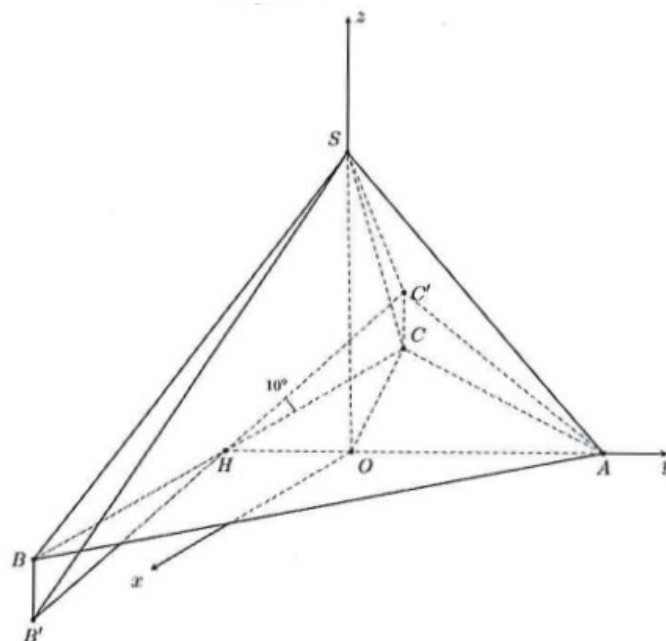
Xác suất cần tìm là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{207360}{2257929} = \frac{9}{98}.$$

Vậy $m = 9, n = 98$.

Giá trị của $m + n = 9 + 98 = 107$.

Câu 5: Trong bản thiết kế của dự án lắp đặt đường dây điện cho vùng núi tỉnh A, các kỹ sư dự kiến xây dựng các trụ điện cao 120m. Để giữ thẳng bằng cho trụ điện, hệ thống dây cáp được nối từ đỉnh trụ S xuống mặt đất giả định tại các điểm A, B, C trên mặt phẳng nằm ngang sao cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, khoảng cách từ chân trụ đến các điểm A, B, C bằng $40\sqrt{3}$ m. Tuy nhiên, do địa hình thực tế là sườn núi dốc 10° so với mặt phẳng nằm ngang nên vị trí tiếp đất thực tế của dây cáp sẽ tại A, B', C' (BB', CC' song song với thân trụ điện). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) với O trùng với chân trụ điện, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt phẳng thiết kế nằm ngang, điểm A thuộc tia Oy , trục Oz hướng lên trên.



Khi đó, tọa độ điểm $B'(x_{B'}; y_{B'}; z_{B'})$, $C'(x_{C'}; y_{C'}; z_{C'})$. Giá trị $|z_{B'} - z_{C'}|$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp số: 21

Tọa độ các điểm trên mặt phẳng ngang:

Với $R = 40\sqrt{3}$, ta có:

$$B(-60; -20\sqrt{3}; 0) \text{ và } C(60; -20\sqrt{3}; 0).$$

Phương trình mặt phẳng sườn núi (α):

Mặt phẳng đi qua $A(0; 40\sqrt{3}; 0)$ và dốc 10° theo hướng trục Ox . Phương trình có dạng:

$$z = x \cdot \tan 10^\circ$$

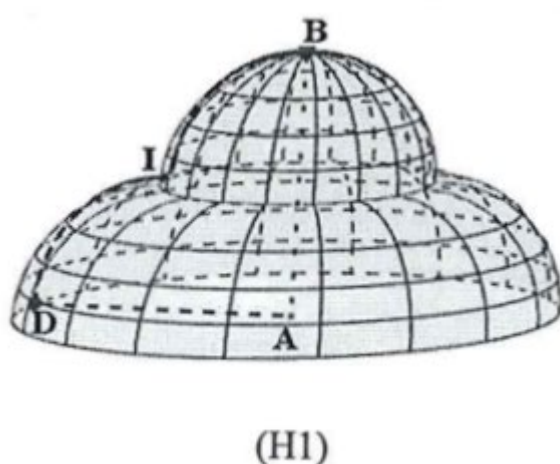
$$\text{Ta có } z_{B'} = x_B \cdot \tan 10^\circ = -60 \cdot \tan 10^\circ.$$

$$z_{C'} = x_C \cdot \tan 10^\circ = 60 \cdot \tan 10^\circ.$$

$$|z_{B'} - z_{C'}| = |-60 \tan 10^\circ - 60 \tan 10^\circ| = |120 \tan 10^\circ|$$

$$|z_{B'} - z_{C'}| \approx |120 \cdot 0,176327| \approx 21,159$$

Câu 6: Một vật thể dùng để trang trí nội thất có dạng như hình (H1) bên dưới. Đây là một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (R) (phần gạch chéo trong hình (H2)) quanh trục AB . Hình phẳng (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ tâm I , độ dài cạnh 4cm và các cung phần tư cung DI , cung IB của các đường tròn bán kính bằng 2cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AB . Thể tích của vật thể (H1) bằng bao nhiêu xentimét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục)?



Lời giải

Đáp số: 98,1

Chọn trục Oy trùng AB , Ox trùng AD . Cung DI thuộc đường tròn $(x-2)^2 + y^2 = 4$.

$$V_1 = \pi \int_0^2 \left(2 + \sqrt{4 - y^2}\right)^2 dy = \pi \int_0^2 \left(8 - y^2 + 4\sqrt{4 - y^2}\right) dy$$

$$V_1 = \pi \left(\left[8y - \frac{y^3}{3} \right]_0^2 + 4 \cdot \frac{\pi \cdot 2^2}{4} \right) = \frac{40\pi}{3} + 4\pi^2$$

Tính V_2 , Cung IB thuộc đường tròn $x^2 + (y - 2)^2 = 4$.

$$V_2 = \pi \int_2^4 \left(4 - (y - 2)^2\right) dy = \pi \left[4y - \frac{(y - 2)^3}{3} \right]_2^4$$

$$V_2 = \pi \int_0^2 (4 - u^2) du = \frac{16\pi}{3}$$

Tổng thể tích:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{56\pi}{3} + 4\pi^2 \approx 98,1 \text{ (cm}^3\text{)}$$