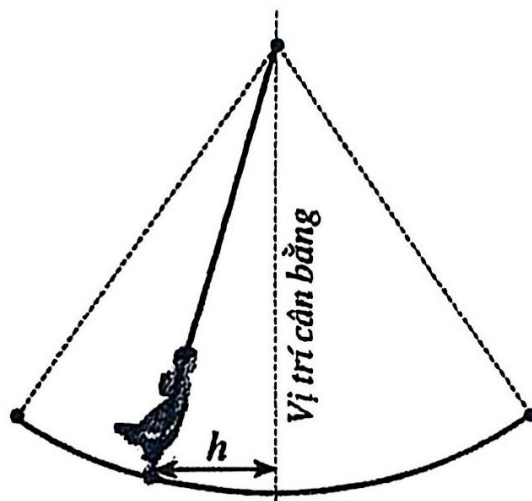


Câu 1. (5,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\tan x + 1 = \cos^2 x + \sin x \tan x \tan \frac{x}{2}$.

b) Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng (Hình 1). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách $h(m)$ từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian $t(s)$ (với $t \geq 0$) bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right]$, trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại (Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Hỏi từ lúc bắt đầu đến thời điểm 20 giây thì có bao nhiêu lần người chơi đi qua vị trí cân bằng?



Hình 1

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2x+1)}{x-1} = 2026$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)+1} \cdot \sqrt[3]{f(x)+1} - 1}{x^2 - 4x + 3}$.

b) Cho tam giác ABC cân tại A gọi AH là đường cao xuất phát từ đỉnh A . Biết độ dài các đoạn thẳng BC, AH, AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm công bội của cấp số nhân đó.

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Tam giác $A_1B_1C_1$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác ABC , tam giác $A_2B_2C_2$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_1B_1C_1$, ..., tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có các đỉnh là trung điểm các cạnh của tam giác $A_nB_nC_n$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S_1 + S_2 + \dots + S_n$ theo a và n .

b) Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số, chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp E . Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 7.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 4a$, $SA = 3a$, hai mặt bên SAB và SAD là các tam giác vuông tại A . Gọi M là trung điểm AB và E là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SE = \frac{1}{3}SC$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M đồng thời song song với hai đường thẳng SO, DE . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SA, AD lần lượt tại N, P . Tính diện tích tam giác MNP theo a .

Câu 5. (2,5 điểm)

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, điểm C' di động trên cạnh SC . Mặt phẳng (P) chứa AC' và song song với đường thẳng DB , mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại B', D' .

a) Chứng minh rằng: $\frac{2SB}{SB'} - \frac{SC}{SC'} = 1$

b) Xác định vị trí của điểm C' trên cạnh SC sao cho: $\frac{2BB'}{SB'} + \frac{3SD'}{DD'} + \frac{10SC'}{CC'}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 6. (1,5 điểm)

Cho hai dãy số $(x_n), (y_n)$ xác định bởi:

$$x_1 = 1, y_1 = \sqrt{3} \text{ và } \begin{cases} x_{n+1}y_{n+1} - x_n = 0 \\ x_{n+1}^2 + y_n = 2 \end{cases}, \text{ với mọi } n = 1, 2, \dots$$

Chứng minh rằng hai dãy số có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

- Giám thị không giải thích gì thêm.