SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT PHÙNG KHẮC KHOAN - THẠCH THẤT

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CUỐI HỌC KỲ I.
NĂM HỌC 2025-2026
ĐỀ THI MÔN: TOÁN- LỚP 12
Thời gian làm bài 90 phút
(không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm 04 trang)
MÃ ĐỀ 123.

Số báo danh:.....Họ và tên.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$.

C. $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$, khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

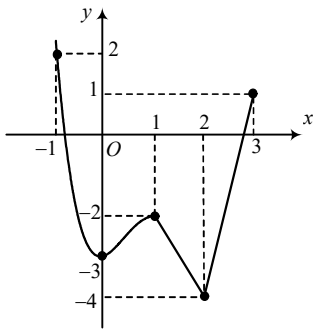
C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên $[-1;4]$ là

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 40.

Câu 4 . Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó, tổng $M + m$ bằng



A. -6. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là:

A. $y = 2$. **B.** $y = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -2$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2 ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2

A. $y=\dfrac{2x-7}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$.

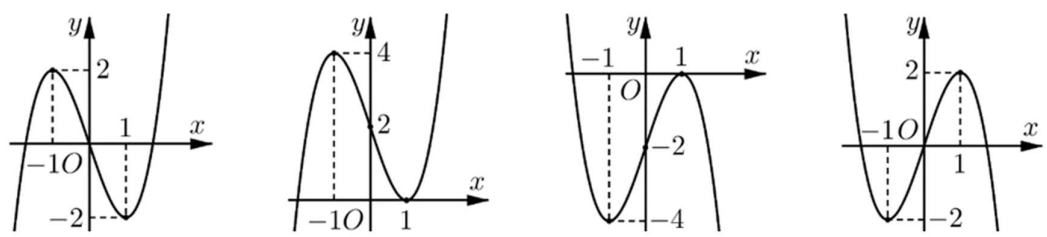
Câu 7. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là

A. $(2;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y=f(x)$?



I *II* *III* *IV*

A. *I*. **B.** *II*. **C.** *III*. **D.** *IV*.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(-2;-1;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a}(1;1;-2),\vec{b}=(-2;1;4)$.

Tìm tọa độ của vector $\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}$.

A. $(5;-1;-10)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(-3;3;6)$. **D.** $(5;-1;10)$.

Câu 11. Thầy Thảo thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Câu 12. Phương sai của một mẫu số liệu ghép nhóm là 25 thì độ lệch chuẩn của mẫu là :

A. 5 . **B.** 25. **C.** 625. **D.** 50.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C).

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$; đường tiệm cận ngang $y=2$.

c) Hàm số có 2 điểm cực trị, 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

d) Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục toạ độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 3.

Câu 2. Cho chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng 5 và độ dài các cạnh đáy bằng 4 Lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với tâm hình vuông $ABCD$, tia Ox chứa A, tia Oy chứa B và tia Oz chứa S.

a) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=-4\overrightarrow{SO}$.

c) Tọa độ đỉnh $A\left(2\sqrt{2};0;\,0\right)$.

d) Tọa độ $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{OS}=(a;b;c)$, khi đó $a+b+c=10$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{x^2+4x+7}{x+1}$ là bao nhiêu?

Câu 2. Cho chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}$, giá trị của tích vô hướng $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Tính $x+y+z$.

Câu 4. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[a;b)$. Tổng giá trị của $a+b$ là bao nhiêu?

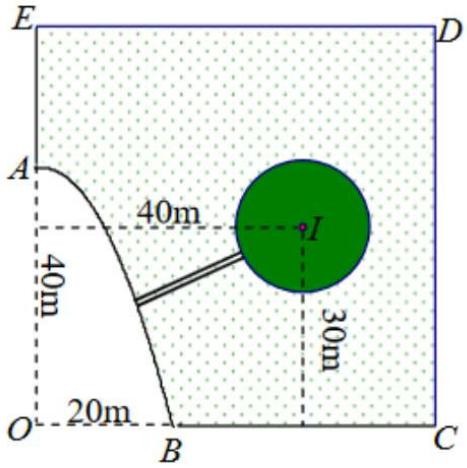
PHẦN IV. Học sinh trình bày tự luận câu 1 đến câu 3.

Câu 1.

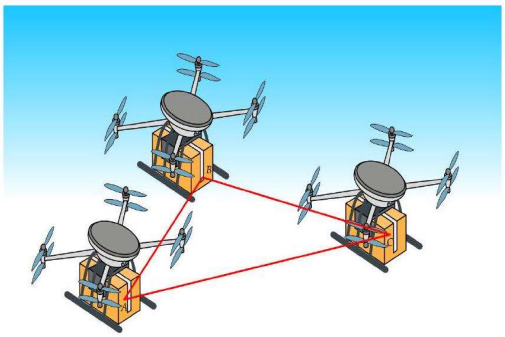
Hình dưới mô tả một cái ao hình ABCDE, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính 15 mét. Biết rằng:

1. Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O.
2. Bờ AB là một phần của parabol có đỉnh A và có trục đối xứng là đường thẳng OA.
3. Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 mét và 20 mét.
4. Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40 mét và 30 mét.

Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tìm độ dài ngắn nhất của cây cầu đó là bao nhiêu mét ?



Câu 2. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có toạ độ là $A(1;1;1), B(5;7;9)$, $C(9;11;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$.



Câu 3. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19;19,5)$	$[19,5;20)$	$[20;20,5)$	$[20,5;21)$	$[21;21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

---------- HẾT ----------

(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN :

Phần 1.

1.B	**2.B**	**3.A**	**4.B**	**5.B**	**6.C**
7.B	**8.A**	**9.D**	**10.A**	**11.A**	**12.A**

Phần 2.

1. ĐĐSS	**2.ĐSĐĐ**

Phần 3.

Câu 1. 4	**Câu 2. 0**	**Câu 3 . 1595**	**Câu 4. 33**

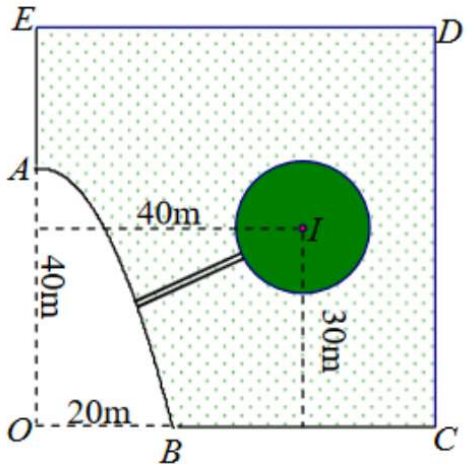
Phần 4.

Câu 1.

Hình dưới mô tả một cái ao hình ABCDE, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính 15 mét. Biết rằng:

1. Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O.
2. Bờ AB là một phần của parabol có đỉnh A và có trục đối xứng là đường thẳng OA.
3. Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 mét và 20 mét.
4. Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40 mét và 30 mét.

Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tìm độ dài ngắn nhất của cây cầu đó là bao nhiêu mét ?



Đáp án :

Lập phương trình parabol nhận A (0; 40) làm đỉnh ; qua B(20; 0) $y=-\frac{1}{10}x^2+40$.	**0,25 điểm**
Gọi M là điểm thuộc parabol $y=-\frac{1}{10}x^2+40$, suy ra M ($x;-\frac{1}{10}x^2+40$) $IM^2=\frac{1}{100}x^4-x^2-80x+1700$	**0,25 điểm**
Đặt $f(x)=IM^2=\frac{1}{100}x^4-x^2-80x+1700$ $(x\in[0;20])$.	**0,25 điểm**

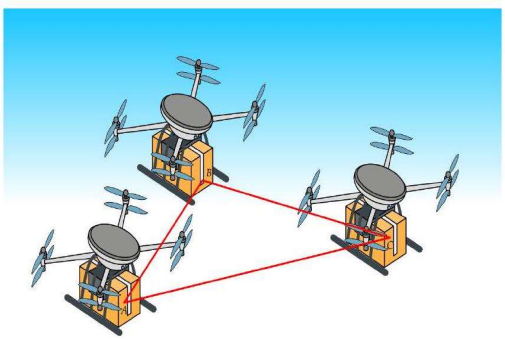
$f'(x) = \frac{4}{100}x^3 - 2x - 80$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 13,92$.

x	0		13,92		20
y'		$-$	0	$+$	
y	1700	$\searrow$	768,1	$\nearrow$	$+\infty$

$IM^2 = 768,8 \Rightarrow IM = 27,71$ Vậy chiều dài cây cầu nhỏ nhất là : $27,71 - 15 = 12,71$(mét)	**0,25 điểm**

Câu 2. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có toạ độ là $A(1;1;1), B(5;7;9)$, $C(9;11;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$.



Đáp án .

Các khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng là: $d_1 = AB = \sqrt{(5-1)^2 + (7-1)^2 + (9-1)^2} = 2\sqrt{29}$.	**0,25 điểm**
$d_2 = BC = \sqrt{(9-5)^2 + (11-7)^2 + (4-9)^2} = \sqrt{57}$.	**0,25 điểm**
$d_3 = AC = \sqrt{(9-1)^2 + (11-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{173}$.	**0,25 điểm**
Suy ra $d_1 + d_2 + d_3 = 2\sqrt{29} + \sqrt{57} + \sqrt{173} \approx 31,5$.	**0,25 điểm**

Câu 3.

<table>
<tr><td>

Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu: $n = 100$

Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015$

</td><td>**0,5 điểm**</td></tr>
<tr><td>

Phương sai:

$S^2 = \dfrac{13.19,25^2 + 45.19,75^2 + 24.20,25^2 + 12.20,75^2 + 6.21,25^2}{100} - 20,015^2 \approx 0,28$

</td><td>**0,25 điểm**</td></tr>
<tr><td>

Độ lệch chuẩn: $\sigma = \sqrt{0,28} \approx 0,53$

</td><td>**0,25 điểm**</td></tr>
</table>

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT PHÙNG KHẮC KHOAN - THẠCH THẤT

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CUỐI HỌC KỲ I.
NĂM HỌC 2025-2026
ĐỀ THI MÔN: TOÁN- LỚP 12
Thời gian làm bài 90 phút
(không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm 04 trang)
MÃ ĐỀ 345

Số báo danh:.....Họ và tên .....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(-2;-1;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a}(1;1;-2), \vec{b} = (-2;1;4)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

A. $(5;-1;-10)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(-3;3;6)$. **D.** $(5;-1;10)$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên $[-1;4]$ là

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 40.

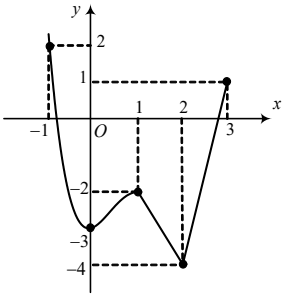
Câu 4. Thầy Thảo thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Câu 5 . Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó, tổng $M + m$ bằng



A. -6. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x-2}{4x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là:

A. $y = 2$. **B.** $y = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là

A. $(2;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

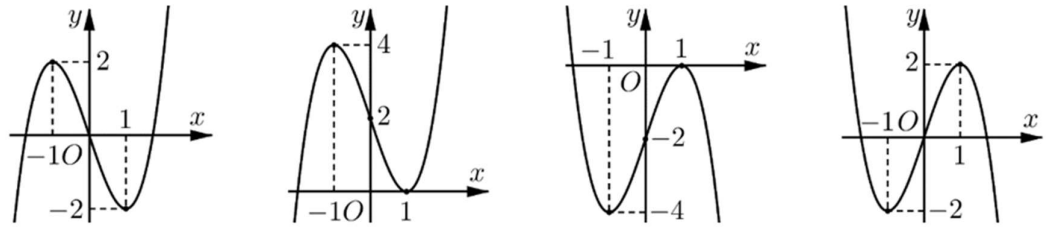
Câu 8. Phương sai của một mẫu số liệu ghép nhóm là 36 thì độ lệch chuẩn của mẫu là :

A. 6 . **B.** 36. **C.** 16. **D.** 1296.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?



I *II* *III* *IV*

A. I. **B.** II. **C.** III. **D.** IV.

Câu 10. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 14$. **B.** $y = x^3 - x^2 + 12x - 9$.

C. $y = \dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y = x^4 + 2x^2$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2

A. $y = \dfrac{2x-7}{x-2}$. **B.** $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$. **C.** $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{1-2x}{x-2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$, khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

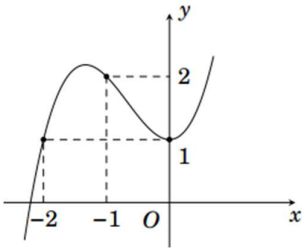
C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



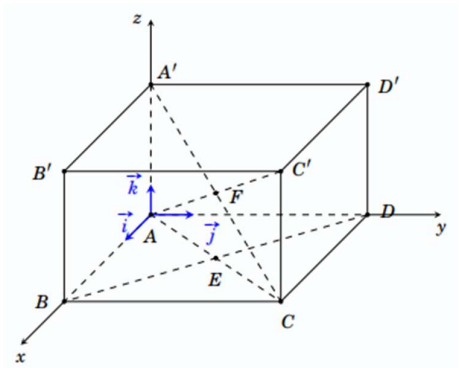
a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

b) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có toạ độ $(0;1)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

d) $2a+3b+c=9$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB=AA'=2$, $AD=4$. Gọi E là tâm của hình chữ nhật, F là trung điểm của cạnh AC'. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình dưới đây.



a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=2.\overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$

c) Tọa độ các điểm $E(1;2;0)$; $F(1;2;1)$ và $\overrightarrow{EF}=(0;0;1)$.

d) Độ dài của $\vec{u}=2.\overrightarrow{AC}-3.\overrightarrow{AB'}$ là $2\sqrt{26}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàn số có dạng $y=$ ax+b. Khi đó tổng $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, cạnh đáy và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Giá trị của tích vô hướng $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{SC}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Trong góc của một căn phòng hình hộp chữ nhật có treo 2 cái đèn. Chiếc thứ nhất cách mặt đất 2 mét và cách mỗi bức tường 1 mét . Chiếc thứ hai cách mặt đất 3 mét và cách mỗi bức tường 2 mét. Tính khoảng cách giữa 2 chiếc đèn? (tính theo đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

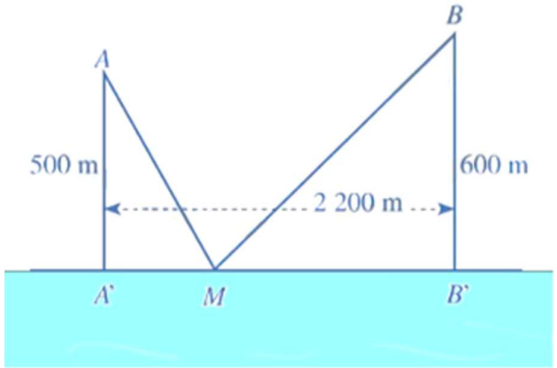
Câu 4. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa mốt là $[a;b)$, khoảng biến thiên là R . Tổng giá trị của $a+b+R$ là bao nhiêu?

PHẦN IV. Học sinh trình bày tự luận câu 1 đến câu 3.

Câu 1. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam , khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500m$, $BB' = 600m$ và người ta đo được $A'B' = 2\,200m$(*Hình vẽ*). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.

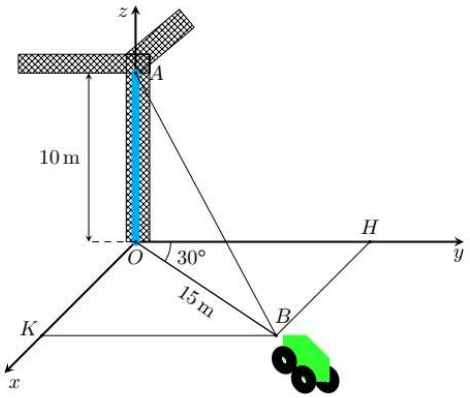


Câu 2. Khảo sát chiều cao (đơn vị cm) của học sinh lớp 12A, ta thu được kết quả như sau:

Kết quả đo (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	6	10	14	5	5

Tính phương sai và , độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 3. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó thiết lập hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ là 1m. Tìm tọa độ của điểm A, B , tính độ dài sợi dây cáp AB.



---------- HẾT ----------

(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN :

Phần 1.

1.D	**2.A**	**3.A**	**4.A**	**5.B**	**6.B**
7.B	**8.A**	**9.A**	**10.B**	**11.C**	**12.B**

Phần 2.

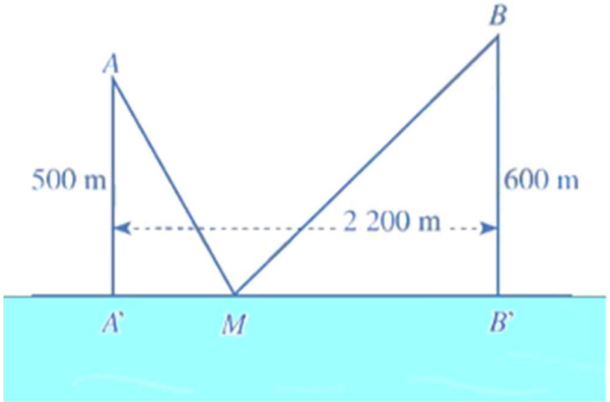
1. SDSS	**2.SDDD**

Phần 3.

Câu 1. - 3	**Câu 2. 0**	**Câu 3 . 1,73**	**Câu 4. 38**

Phần 4.

Câu 1. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam , khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500m$, $BB' = 600m$ và người ta đo được $A'B' = 2\,200m$(*Hình vẽ*). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



Đáp án :

Đặt $A'M = x$ (m). Suy ra $B'M = AB' - AM = 2200 - x$ (m) với $0 < x < 2200$) Áp dụng định lí Pythagore ta tính được: $AM = \sqrt{AA'^2 + A'M^2} = \sqrt{500^2 + x^2}$; $BM = \sqrt{BB'^2 + B'M^2} = \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$	**0,25 điểm**
Tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là $D = AM + BM = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$ Xét hàm số $D(x) = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$ với $0 < x < 2200$ $\Rightarrow D'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{500^2 + x^2}} + \dfrac{x - 2200}{\sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}}$ Do đó $D'(x) = 0 \Rightarrow \dfrac{x}{\sqrt{500^2 + x^2}} + \dfrac{x - 2200}{\sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1000$	**0,5 điểm**
Bảng biến thiên của hàm số $D(x)$ như sau:	**0,25 điểm**

x	0		1 000		2 200
D′(x)		–	0	+	
D(x)	$500+200\sqrt{130}$	↘	$1100\sqrt{5}$	↗	$600+100\sqrt{509}$

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy $D(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $1100\sqrt{5}$ tại $x=1000$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách cần tìm là $1100\sqrt{5}$ m.

Câu 2. Khảo sát chiều cao (đơn vị cm) của học sinh lớp 12A, ta thu được kết quả như sau:

Kết quả đo (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	6	10	14	5	5

Tính phương sai và , độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Đáp án .

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có : **0,5 điểm**

Giá trị đại diện	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số học sinh	6	10	14	5	5

Tổng số học sinh tham gia khảo sát là : $n=6+10+14+5+5=40$.

Chiều cao trung bình của học sinh trong lớp là :

$$\overline{x}=\frac{152,5.6+157,5.10+162,5.14+167,5.5+172,5.5}{40}=161,625\approx 161,625.$$

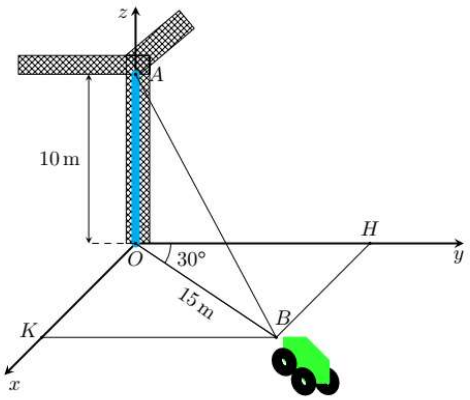
Phương sai của mẫu số liệu trên là : **0,5 điểm**

$$s^2=\frac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\ldots+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)^2}{n}$$

$$=\frac{6(152,5-161,6)^2+10(157,5-161,6)^2+14(162,5-161,6)^2+5(167,5-161,6)^2+6(172,5-161,6)^2}{40}\approx 36,1$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{36,1}\approx 6,009$.

Câu 3. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó thiết lập hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ là 1m. Tìm tọa độ của điểm A, B , tính độ dài sợi dây cáp AB.



Đáp án .

Tọa độ điểm A (0;0; 10). Tọa độ điểm B $\left(7,5;\ \frac{15\sqrt{3}}{2};\ 0\right)$.	**0,5 điểm**
Độ dài dây cáp AB= $5\sqrt{13}$.	**0,5 điểm**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT PHÙNG KHẮC KHOAN - THẠCH THẤT

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CUỐI HỌC KỲ I.
NĂM HỌC 2025-2026
ĐỀ THI MÔN: TOÁN- LỚP 12
Thời gian làm bài 90 phút
(không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm 04 trang)
MÃ ĐỀ 567.

Số báo danh:.....Họ và tên.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

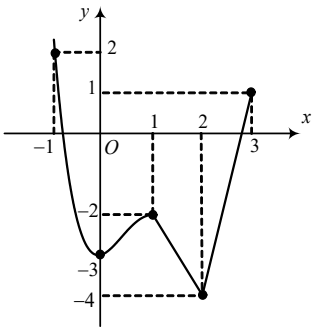
Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(-2;-1;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-6x$ trên $[-1;4]$ là

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 40.

Câu 3 . Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó, tổng $M-m$ bằng



A. 6. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là:

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Câu 5. Phương sai của một mẫu số liệu ghép nhóm là 16 thì độ lệch chuẩn của mẫu là :

A. 5 . **B.** 4. **C.** 8. **D.** 32.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2 ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2

A. $y=\dfrac{2x-7}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$.

C. $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$, khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

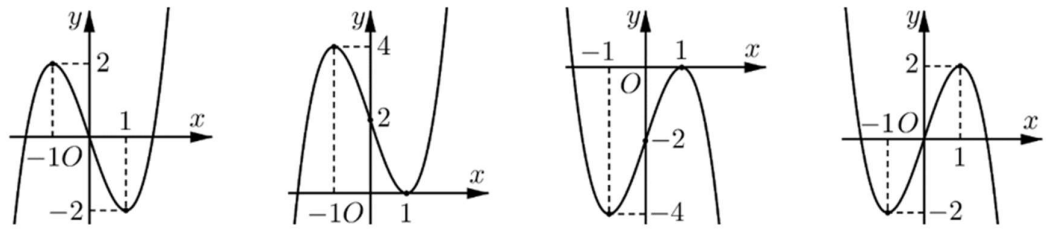
C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?



I *II* *III* *IV*

A. *I*. **B.** *II*. **C.** *III*. **D.** *IV*.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho hai vector $\vec{a}(1;1;-2), \vec{b} = (-2;1;4)$.

Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

A. $(5;-1;-10)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(-3;3;6)$. **D.** $(5;-1;10)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là

A. $(2;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 12. Thầy Thảo thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C).

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$; đường tiệm cận ngang $y = 2$.

c) Hàm số có không có điểm cực trị.

d) Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục toạ độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 6.

Câu 2. Cho chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng 5 và độ dài các cạnh đáy bằng 4 Lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với tâm hình vuông $ABCD$, tia Ox chứa A, tia Oy chứa B và tia Oz chứa S. Gọi M là trung điểm của AB.

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OM}$.

b) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.

c) Tọa độ đỉnh $B\left(0;\, 2\sqrt{2};\, 0\right)$.

d) Tọa độ $\vec{u} = 4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{OS} = (a;b;c)$, khi đó $a + b + c = 8\sqrt{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ là bao nhiêu?

Câu 2. Cho chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$, giá trị của tích vô hướng $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm $N(a;b;c)$ trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400;\, 800;16)$. Tính $a + b$.

Câu 4. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[a;b)$. Tổng giá trị của $a + b$ là bao nhiêu?

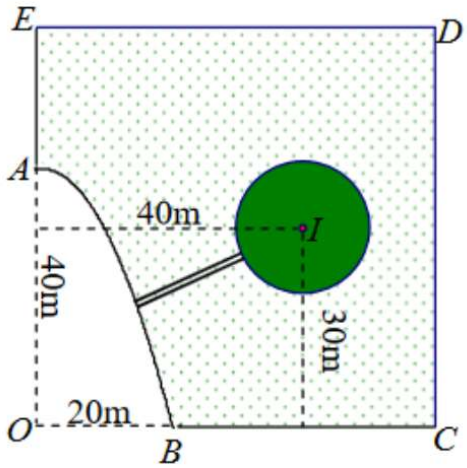
PHẦN IV. Học sinh trình bày tự luận câu 1 đến câu 3.

Câu 1.

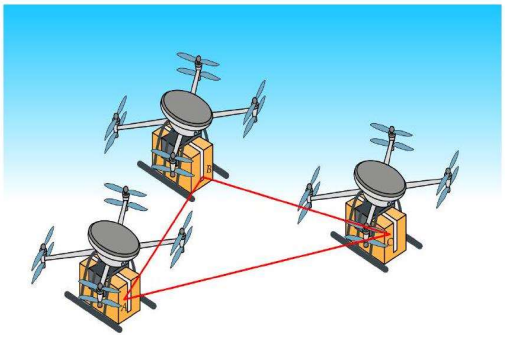
Hình dưới mô tả một cái ao hình ABCDE, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính 10 mét. Biết rằng:

1. Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O.
2. Bờ AB là một phần của parabol có đỉnh A và có trục đối xứng là đường thẳng OA.
3. Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 mét và 20 mét.
4. Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40 mét và 30 mét.

Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tìm độ dài ngắn nhất của cây cầu đó là bao nhiêu mét ?



Câu 2. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có toạ độ là $A(1;0;1), B(4;7;0)$, $C(9;1;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$.



Câu 3. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19;19,5)$	$[19,5;20)$	$[20;20,5)$	$[20,5;21)$	$[21;21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Tính tổng giá trị của phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

---------- HẾT ----------

(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN :

Phần 1.

1.D	**2.A**	**3.A**	**4.B**	**5.B**	**6.C**
7.B	**8.B**	**9.A**	**10.A**	**11.B**	**12.A**

Phần 2.

1. ĐSĐĐ	**2.SĐĐS**

Phần 3.

Câu 1. 6	**Câu 2. 0**	**Câu 3 . 2050**	**Câu 4. 35**

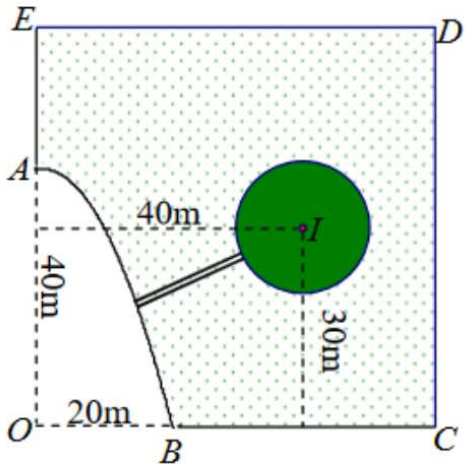
Phần 4.

Câu 1.

Hình dưới mô tả một cái ao hình ABCDE, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính 10 mét. Biết rằng:

1. Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O.
2. Bờ AB là một phần của parabol có đỉnh A và có trục đối xứng là đường thẳng OA.
3. Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 mét và 20 mét.
4. Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40 mét và 30 mét.

Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tìm độ dài ngắn nhất của cây cầu đó là bao nhiêu mét ?



Đáp án :

Lập phương trình parabol nhận A (0; 40) làm đỉnh ; qua B(20; 0) $y=-\frac{1}{10}x^2+40$.	**0,25 điểm**
Gọi M là điểm thuộc parabol $y=-\frac{1}{10}x^2+40$, suy ra M ($x; -\frac{1}{10}x^2+40$) $IM^2=\frac{1}{100}x^4-x^2-80x+1700$	**0,25 điểm**
Đặt $f(x)=IM^2=\frac{1}{100}x^4-x^2-80x+1700$ $(x\in[0;20])$.	**0,25 điểm**

$f'(x) = \frac{4}{100}x^3 - 2x - 80$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 13,92$.

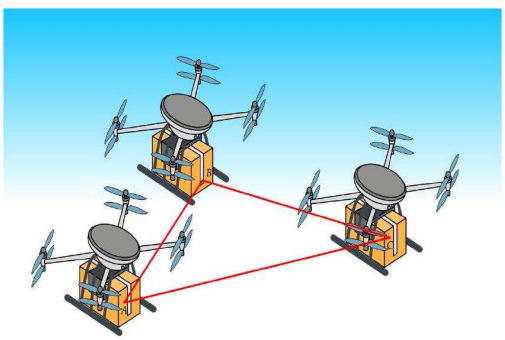
x	0		13,92		20
y'		$-$	0	$+$	
y	1700	$\searrow$	768,1	$\nearrow$	$+\infty$

$IM^2 = 768,8 \Rightarrow IM = 27,71$

Vậy chiều dài cây cầu nhỏ nhất là : $27,71 - 10 = 17,71$ (mét)

0,25 điểm

Câu 2. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có toạ độ là $A(1;0;1), B(4;7;0)$, $C(9;1;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$.



Đáp án .

Các khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng là: $d_1 = AB = \sqrt{(4-1)^2 + (7-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{59}$.	**0,25 điểm**
$d_2 = BC = \sqrt{(9-4)^2 + (1-7)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{77}$.	**0,25 điểm**
$d_3 = AC = \sqrt{(9-1)^2 + (1-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{74}$.	**0,25 điểm**
Suy ra $d_1 + d_2 + d_3 = \sqrt{59} + \sqrt{77} + \sqrt{74} \approx 25,058$.	**0,25 điểm**

Câu 3. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19;19,5)$	$[19,5;20)$	$[20;20,5)$	$[20,5;21)$	$[21;21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Tính tổng phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Đáp án :

<table>
<tr><td>

Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu: $n = 100$

Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015$

</td><td>**0,5 điểm**</td></tr>
<tr><td>

Phương sai:

$S^2 = \dfrac{13.19,25^2 + 45.19,75^2 + 24.20,25^2 + 12.20,75^2 + 6.21,25^2}{100} - 20,015^2 \approx 0,28$

</td><td>**0,25 điểm**</td></tr>
<tr><td>

Độ lệch chuẩn: $\sigma = \sqrt{0,28} \approx 0,53$

Tổng phương sai và độ lệch chuẩn là : 0,81.

</td><td>**0,25 điểm**</td></tr>
</table>

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT PHÙNG KHẮC KHOAN - THẠCH THẤT

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CUỐI HỌC KỲ I.
NĂM HỌC 2025-2026
ĐỀ THI MÔN: TOÁN- LỚP 12
Thời gian làm bài 90 phút
(không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm 04 trang)
MÃ ĐỀ 789

Số báo danh:……Họ và tên ……

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-6x$ trên $[-1;4]$ là

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 40.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$, khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

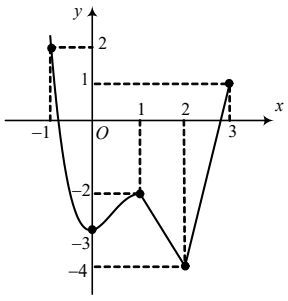
Câu 3. Thầy Thảo thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Câu 4 . Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó, tổng $M+m$ bằng



A. -6. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 5. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2

A. $y=\dfrac{2x-7}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-2}{4x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là:

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Câu 7. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là

A. $(2;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x^2-14$. **B.** $y=x^3-x^2+12x-9$.

C. $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=x^4+2x^2$.

Câu 9. Phương sai của một mẫu số liệu ghép nhóm là 36 thì độ lệch chuẩn của mẫu là :

A. 6 . **B.** 36. **C.** 16. **D.** 1296.

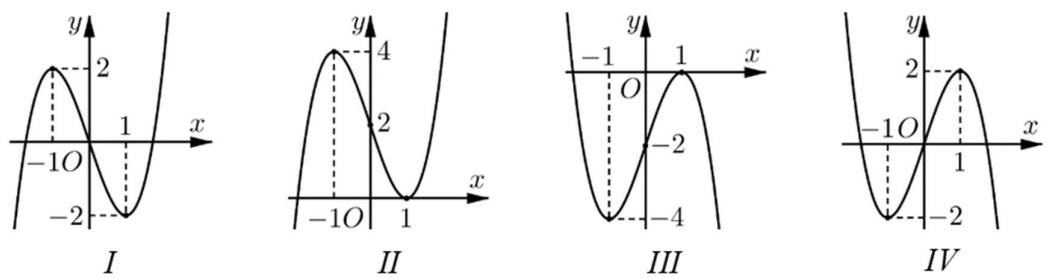
Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a}(1;1;-2),\vec{b}=(-2;1;4)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u}=\vec{a}-2\vec{b}$.

A. $(5;-1;-10)$. **B.** $(0;3;0)$. **C.** $(-3;3;6)$. **D.** $(5;-1;10)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y=f(x)$?



A. I. **B.** II. **C.** III. **D.** IV.

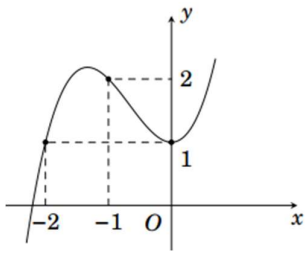
Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(-2;-1;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;2;3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



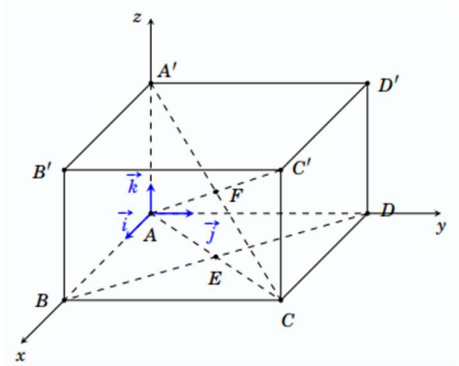
a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

b) Hàm số đồng biến trong khoảng $(-1\,;0)$.

c) Phương trình f(x)= 2 có 3 nghiệm phân biệt.

d) $2a + 3b + c = 8$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = AA' = 2$, $AD = 4$. Gọi E là tâm của hình chữ nhật, F là trung điểm của cạnh AC'. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình dưới đây.



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2.\overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$

c) Tọa độ các điểm $E\,(1;2;0)$; $F(1;2;1)$ và $\overrightarrow{EF} = (0;0;1)$.

d) Độ dài của $\vec{u} = 8.\overrightarrow{AC} - 9.\overrightarrow{AB'}$ là $6\sqrt{26}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàn số có dạng $y = \text{ax+b}$. Khi đó tổng $4a + 5b$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, cạnh đáy và cạnh bên đều bằng $3a\sqrt{2}$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Giá trị của tích vô hướng $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{SC}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Trong góc của một căn phòng hình hộp chữ nhật treo 2 cái đèn. Chiếc thứ nhất cách mặt đất 3 mét và cách mỗi bức tường 1 mét . Chiếc thứ hai cách mặt đất 1 mét và cách mỗi bức tường 2 mét. Tính khoảng cách giữa 2 chiếc đèn? (tính theo đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

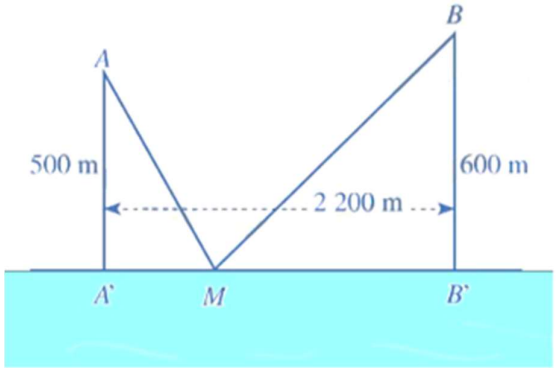
Câu 4. Đo chiều cao của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả sau :

Chiều cao	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số HS	25	50	200	165	50	10

Nhóm chứa mốt là $[a;b)$, khoảng biến thiên là R . Tổng giá trị của $a+b+R$ là bao nhiêu?

PHẦN IV. Học sinh trình bày tự luận câu 1 đến câu 3.

Câu 1. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam , khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500m$, $BB' = 600m$ và người ta đo được $A'B' = 2\,200m$(*Hình vẽ*). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.

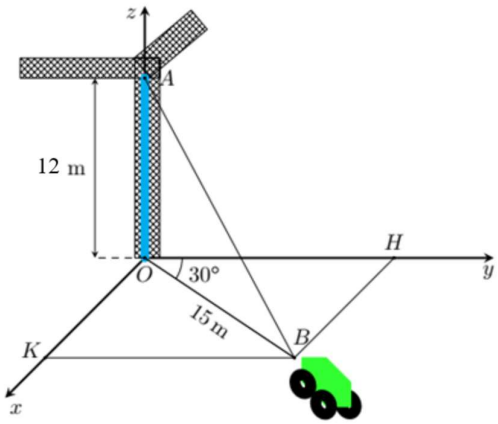


Câu 2. Khảo sát chiều cao (đơn vị cm) của học sinh lớp 12B, ta thu được kết quả như sau:

Kết quả đo (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	7	9	12	6	6

Tính phương sai và , độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 3. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó thiết lập hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ là 1m. Tìm tọa độ điểm A, B, tính độ dài sợ dây cáp AB.



---------- **HẾT** ----------

(Thí sinh không dùng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN :

Phần 1.

1.A	**2.B**	**3.A**	**4.B**	**5.C**	**6.B**
7.B	**8.B**	**9.A**	**10.A**	**11.A**	**12.D**

Phần 2.

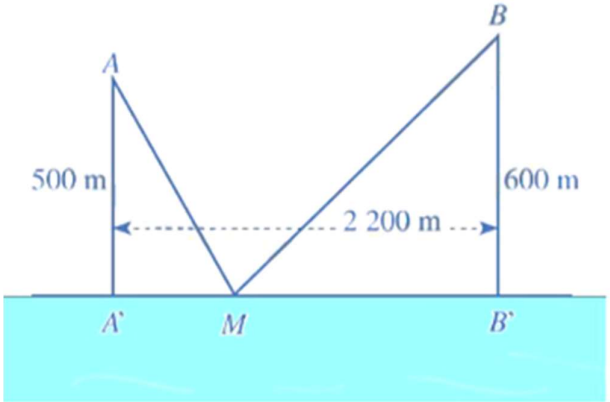
1. SSDD	**2.SDDS**

Phần 3.

Câu 1. 2	**Câu 2. 0**	**Câu 3 . 2,45**	**Câu 4. 355**

Phần 4.

Câu 1. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam , khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500m$, $BB' = 600m$ và người ta đo được $A'B' = 2\,200m$(*Hình vẽ*). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



Đáp án :

Đặt $A'M = x$ (m). Suy ra $B'M = AB' - AM = 2200 - x$ (m) với $0 < x < 2200$) Áp dụng định lí Pythagore ta tính được: $AM = \sqrt{AA'^2 + A'M^2} = \sqrt{500^2 + x^2}$; $BM = \sqrt{BB'^2 + B'M^2} = \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$	**0,25 điểm**
Tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là $D = AM + BM = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$ Xét hàm số $D(x) = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$ với $0 < x < 2200$ $\Rightarrow D'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{500^2 + x^2}} + \dfrac{x - 2200}{\sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}}$ Do đó $D'(x) = 0 \Rightarrow \dfrac{x}{\sqrt{500^2 + x^2}} + \dfrac{x - 2200}{\sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1000$	**0,5 điểm**

Bảng biến thiên của hàm số $D(x)$ như sau:

x	0		1 000		2 200
D′(x)		–	0	+	
D(x)	$500+200\sqrt{130}$	↘	$1100\sqrt{5}$	↗	$600+100\sqrt{509}$

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy $D(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $1100\sqrt{5}$ tại $x=1000$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách cần tìm là $1100\sqrt{5}$ m.

0,25 điểm

Câu 2. Khảo sát chiều cao (đơn vị cm) của học sinh lớp 12B, ta thu được kết quả như sau:

Kết quả đo (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	7	9	12	6	6

Tính phương sai và , độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Đáp án .

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có :

Giá trị đại diện	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số học sinh	7	9	12	6	6

Tổng số học sinh tham gia khảo sát là : $n=7+9+12+6+6=40$.

Chiều cao trung bình của học sinh trong lớp là :

$$\overline{x}=\frac{152,5.7+157,5.9+162,5.12+167,5.6+172,5.6}{40}=161,625\approx 161,875.$$

0,5 điểm

Phương sai của mẫu số liệu trên là :

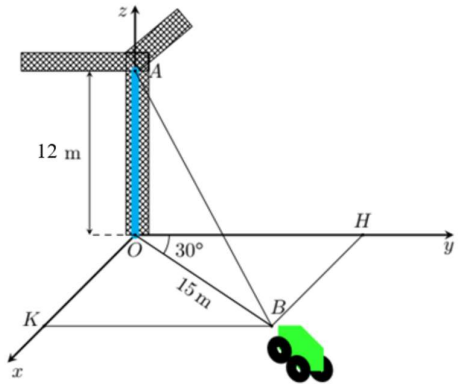
$$s^2=\frac{m_1(x_1-\overline{x})^2+\ldots+m_k(x_k-\overline{x})^2}{n}$$

$$=\frac{7(152,5-161,875)^2+9(157,5-161,875)^2+12(162,5-161,875)^2+6(167,5-161,875)^2+6(172,5-161,875)^2}{40}\approx 41,484$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{41,484}\approx 6,44$.

0,5 điểm

Câu 3. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó thiết lập hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ là 1m. Tìm tọa độ điểm A, B, tính độ dài sợ dây cáp AB.



Đáp án .

Tọa độ điểm A (0;0; 12). Tọa độ điểm B $\left(7,5;\ \frac{15\sqrt{3}}{2};\ 0\right)$.	**0,5 điểm**
Độ dài dây cáp AB= $3\sqrt{41}$.	**0,5 điểm**