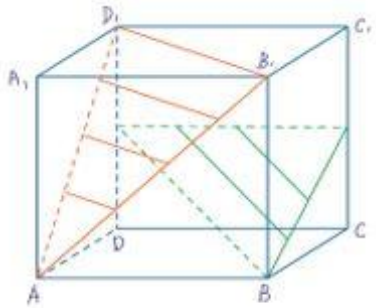
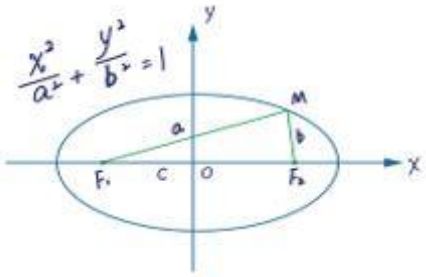
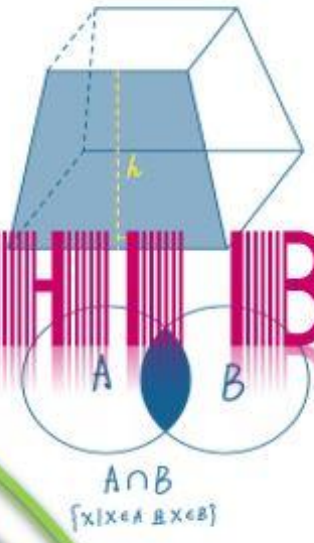
TOÁN CẢNH

2021

Biên tập: NGUYỄN HOÀNG VIỆT



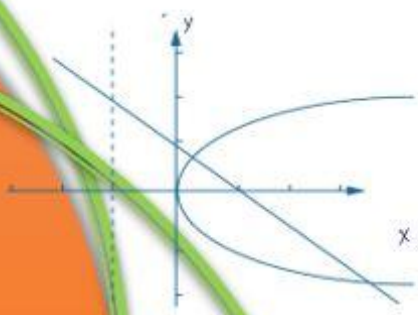


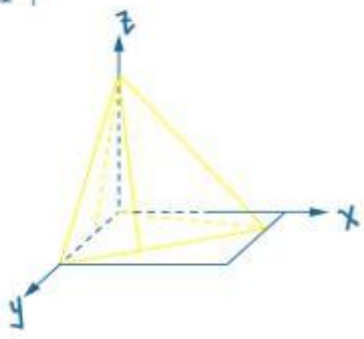






ĐỀ THI BỘ GD&ĐT





2017

D09 - 1.9 Chứng minh bất đẳng thức (dùng nhiều phương pháp) - Muc do 3

D02 - 5.2 Giải bất phương trình bậc hai và bài toán liên quan - Muc do 4

D01 - 1.1 Quy tắc cộng - Muc do 1

D01 - 2.1 Bài toán chỉ sử dụng hoán vị - Muc do 1

D01 - 2.1 Bài toán chỉ sử dụng hoán vị - Muc do 2

D02 - 2.2 Bài toán chỉ sử dụng chỉnh hợp - Muc do 1

D02 - 2.2 Bài toán chỉ sử dụng chỉnh hợp - Muc do 2

D03 - 2.3 Bài toán chỉ sử dụng tổ hợp - Muc do 1

D02 - 3.2 Tìm hệ số, số hạng trong khai triển nhị thức Newton - Muc do 2

D02 - 3.2 Tìm hệ số, số hạng trong khai triển nhị thức Newton - Muc do 3

D02 - 5.2 Tính xác suất bằng định nghĩa - Muc do 2

D02 - 5.2 Tính xác suất bằng định nghĩa - Muc do 3

D02 - 5.2 Tính xác suất bằng định nghĩa - Muc do 4

D03 - 5.3 Tính xác suất bằng công thức cộng - Muc do 3

D04 - 5.4 Tính xác suất bằng công thức nhân - Muc do 2

D00 - 3.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 1

D03 - 3.3 Tìm hạng tử trong cấp số cộng - Muc do 1

D00 - 4.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 1

D03 - 4.3 Tìm hạng tử trong cấp số nhân - Muc do 1

D02 - 1.2 Dãy số có giới hạn 0 - Muc do 1

D03 - 1.3 Giới hạn của dãy phân thức hữu tỷ - Muc do 1

D07 - 2.7 Dạng vô cùng chia vô cùng - Muc do 1

D01 - 1.1 Câu hỏi lý thuyết về tính đơn điệu - Muc do 1

D02 - 1.2 Xét tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức - Muc do 1

D02 - 1.2 Xét tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức - Muc do 2

D03 - 1.3 Xét tính đơn điệu dựa vào bảng biến thiên, đồ thị - Muc do 1

D03 - 1.3 Xét tính đơn điệu dựa vào bảng biến thiên, đồ thị - Muc do 2

D04 - 1.4 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số hợp f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 2

D04 - 1.4 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số hợp f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 3

D04 - 1.4 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số hợp f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 4

D05 - 1.5 Tìm khoảng đơn điệu của hàm số h(x) = f(x) + g(x) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị của f'(x) - Muc do 4

D06 - 1.6 Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên R, trên từng khoảng xác định - Muc do 3

D07 - 1.7 Tìm m để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước - Muc do 2

D07 - 1.7 Tìm m để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước - Muc do 3

D07 - 1.7 Tìm m để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước - Muc do 4

D08 - 1.8 Ứng dụng tính đơn điệu vào PT, BPT, HPT, BĐT - Muc do 3

D08 - 1.8 Ứng dụng tính đơn điệu vào PT, BPT, HPT, BĐT - Muc do 4

D02 - 2.2 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức - Muc do 1

D02 - 2.2 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức - Muc do 2

D02 - 2.2 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức - Muc do 3

D03 - 2.3 Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị - Muc do 1

D03 - 2.3 Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị - Muc do 2

D03 - 2.3 Tìm cực trị dựa vào BBT, đồ thị - Muc do 4

D04 - 2.4 Cực trị của hs chứa dấu GTTĐ, hs cho bởi nhiều công thức - Muc do 3

D04 - 2.4 Cực trị của hs chứa dấu GTTĐ, hs cho bởi nhiều công thức - Muc do 4

D05 - 2.5 Tìm cực trị của hàm số f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 1

D05 - 2.5 Tìm cực trị của hàm số f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 2

D05 - 2.5 Tìm cực trị của hàm số f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 3

D05 - 2.5 Tìm cực trị của hàm số f(u) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 4

D06 - 2.6 Tìm cực trị của hàm số h(x) = f(x) + g(x) biết hàm số f'(x) hoặc đồ thị f'(x) - Muc do 4

D07 - 2.7 Tìm m để hàm số đạt cực trị tại 1 điểm x0 cho trước - Muc do 2

D07 - 2.7 Tìm m để hàm số đạt cực trị tại 1 điểm x0 cho trước - Muc do 3

D07 - 2.7 Tìm m để hàm số đạt cực trị tại 1 điểm x0 cho trước - Muc do 4

D09 - 2.9 Tìm m để hàm số, đồ thị hàm số bậc ba có cực trị thỏa mãn điều kiện - Muc do 3

D09 - 2.9 Tìm m để hàm số, đồ thị hàm số bậc ba có cực trị thỏa mãn điều kiện - Muc do 4

D10 - 2.10 Tìm m để hs trùng phương có 1 hoặc 3 cực trị - Muc do 3

D11 - 2.11 Tìm m để hàm số, đồ thị hàm số trùng phương có cực trị thỏa mãn ĐK - Muc do 3

D14 - 2.14 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có cực trị thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3

D14 - 2.14 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có cực trị thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4

D15 - 2.15 Tìm m để hs khác có cực trị thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4

D16 - 2.16 Bài toán liên quan đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hs bậc 3 và hs bậc 2 trên bậc 1 - Muc do 3

D02 - 3.2 GTLN, GTNN trên đoạn [a;b] - Muc do 1

D02 - 3.2 GTLN, GTNN trên đoạn [a;b] - Muc do 2

D03 - 3.3 GTLN, GTNN trên khoảng - Muc do 2

D04 - 3.4 GTLN, GTNN của hàm số biết BBT, đồ thị - Muc do 1

D04 - 3.4 GTLN, GTNN của hàm số biết BBT, đồ thị - Muc do 3

D07 - 3.7 Ứng dụng GTNN, GTLN trong bài toán phương trình, bất phương trình, hệ phương trình - Muc do 3

D08 - 3.8 GTLN, GTNN của hs liên quan đến đồ thị, tích phân - Muc do 4

D09 - 3.9 Tìm m để hs có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3

D09 - 3.9 Tìm m để hs có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4

D11 - 3.11 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3

D11 - 3.11 Tìm m để hs chứa dấu GTTĐ có GTLN, GTNN thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4

D12 - 3.12 GTLN, GTNN hàm nhiều biến - Muc do 4

D13 - 3.13 Bài toán ứng dụng, tối ưu, thực tế - Muc do 3

D01 - 4.1 Câu hỏi lý thuyết về tiệm cận - Muc do 1

D02 - 4.2 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs b1 Trên b1 - Muc do 1

D02 - 4.2 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs b1 Trên b1 - Muc do 2

D03 - 4.3 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs phân thức hữu tỷ - Muc do 2

D03 - 4.3 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs phân thức hữu tỷ - Muc do 3

D04 - 4.4 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs chứa căn - Muc do 1

D04 - 4.4 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs chứa căn - Muc do 2

D04 - 4.4 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của hs chứa căn - Muc do 3

D05 - 4.5 Tìm đường tiệm cận, số đường tiệm cận của đồ thị hs biết BBT, đồ thị - Muc do 2

D06 - 4.6 Bài toán liên quan đến đường tiệm cận - Muc do 3

D06 - 4.6 Bài toán liên quan đến đường tiệm cận - Muc do 4

D00 - 5.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 3

D01 - 5.1 Nhận dạng hàm số thông qua đồ thị, BBT - Muc do 1

D01 - 5.1 Nhận dạng hàm số thông qua đồ thị, BBT - Muc do 2

D01 - 5.1 Nhận dạng hàm số thông qua đồ thị, BBT - Muc do 3

D03 - 5.3 Các phép biến đổi đồ thị - Muc do 3

D04 - 5.4 Tìm tọa độ giao điểm, số giao điểm của hai đồ thị không chứa tham số - Muc do 1

D04 - 5.4 Tìm tọa độ giao điểm, số giao điểm của hai đồ thị không chứa tham số - Muc do 2

D05 - 5.5 Tìm số nghiệm của phương trình f(x) = g(x) khi biết đồ thị, BBT của f(x) - Muc do 1

D05 - 5.5 Tìm số nghiệm của phương trình f(x) = g(x) khi biết đồ thị, BBT của f(x) - Muc do 2

D05 - 5.5 Tìm số nghiệm của phương trình f(x) = g(x) khi biết đồ thị, BBT của f(x) - Muc do 3

D05 - 5.5 Tìm số nghiệm của phương trình f(x) = g(x) khi biết đồ thị, BBT của f(x) - Muc do 4

D06 - 5.6 Tìm m để phương trình có nghiệm, có k nghiệm khi biết đồ thị BBT - Muc do 1

D06 - 5.6 Tìm m để phương trình có nghiệm, có k nghiệm khi biết đồ thị BBT - Muc do 4

D07 - 5.7 Tìm m để PT có nghiệm bằng PP cô lập m - Muc do 3

D09 - 5.9 Tìm m liên quan đến tương giao của hs bậc 3 - Muc do 3

D09 - 5.9 Tìm m liên quan đến tương giao của hs bậc 3 - Muc do 4

D11 - 5.11 Tìm m liên quan đến tương giao của hs trùng phương - Muc do 4

D12 - 5.12 Tìm m liên quan đến tương giao của hs khác - Muc do 4

D18 - 5.18 Bài toán tiếp tuyến của đồ thị - Muc do 3

D18 - 5.18 Bài toán tiếp tuyến của đồ thị - Muc do 4

D01 - 1.1 Tính giá trị của biểu thức chứa lũy thừa - Muc do 2

D02 - 1.2 Biến đổi, rút gọn, biểu diễn các biểu thức chứa lũy thừa - Muc do 1

D02 - 1.2 Biến đổi, rút gọn, biểu diễn các biểu thức chứa lũy thừa - Muc do 2

D02 - 2.2 Đạo hàm hàm số lũy thừa - Muc do 1

D01 - 3.1 Tính giá trị biểu thức chứa lô-ga-rít - Muc do 1

D01 - 3.1 Tính giá trị biểu thức chứa lô-ga-rít - Muc do 2

D01 - 3.1 Tính giá trị biểu thức chứa lô-ga-rít - Muc do 3

D02 - 3.2 Biến đổi, rút gọn, biểu diễn biểu thức chứa lô-ga-rít - Muc do 1

D02 - 3.2 Biến đổi, rút gọn, biểu diễn biểu thức chứa lô-ga-rít - Muc do 2

D02 - 3.2 Biến đổi, rút gọn, biểu diễn biểu thức chứa lô-ga-rít - Muc do 3

D03 - 3.3 So sánh các biểu thức lô-ga-rít - Muc do 1

D03 - 3.3 So sánh các biểu thức lô-ga-rít - Muc do 2

D00 - 4.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 3

D00 - 4.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 4

D01 - 4.1 Tập xác định của hàm số mũ, hàm số lô-ga-rít - Muc do 1

D01 - 4.1 Tập xác định của hàm số mũ, hàm số lô-ga-rít - Muc do 2

D01 - 4.1 Tập xác định của hàm số mũ, hàm số lô-ga-rít - Muc do 3

D02 - 4.2 Tính đạo hàm hàm số mũ, hàm số lô-ga-rít - Muc do 1

D02 - 4.2 Tính đạo hàm hàm số mũ, hàm số lô-ga-rít - Muc do 2

D04 - 4.4 Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức chứa hàm mũ, hàm lô-ga-rít - Muc do 3

D04 - 4.4 Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức chứa hàm mũ, hàm lô-ga-rít - Muc do 4

D06 - 4.6 Đồ thị hàm số mũ, Logarit - Muc do 2

D07 - 4.7 Lý thuyết tổng hợp hàm số lũy thừa, mũ, lô-ga-rít - Muc do 1

D08 - 4.8 Bài toán lãi suất - Muc do 2

D08 - 4.8 Bài toán lãi suất - Muc do 3

D09 - 4.9 Bài toán tăng trưởng - Muc do 2

D09 - 4.9 Bài toán tăng trưởng - Muc do 3

D01 - 5.1 Phương trình mũ cơ bản - Muc do 1

D02 - 5.2 Phương pháp đưa về cùng cơ số GPT Mũ - Muc do 1

D02 - 5.2 Phương pháp đưa về cùng cơ số GPT Mũ - Muc do 2

D03 - 5.3 Phương pháp đặt ẩn phụ GPT Mũ - Muc do 1

D03 - 5.3 Phương pháp đặt ẩn phụ GPT Mũ - Muc do 2

D03 - 5.3 Phương pháp đặt ẩn phụ GPT Mũ - Muc do 3

D05 - 5.5 Phương pháp hàm số, đánh giá GPT mũ - Muc do 3

D05 - 5.5 Phương pháp hàm số, đánh giá GPT mũ - Muc do 4

D06 - 5.6 Phương trình Logarit cơ bản - Muc do 1

D06 - 5.6 Phương trình Logarit cơ bản - Muc do 2

D07 - 5.7 Phương pháp đưa về cùng cơ số GPT Logarit - Muc do 2

D07 - 5.7 Phương pháp đưa về cùng cơ số GPT Logarit - Muc do 3

D07 - 5.7 Phương pháp đưa về cùng cơ số GPT Logarit - Muc do 4

D08 - 5.8 Phương pháp đặt ẩn phụ GPT Logarit - Muc do 3

D08 - 5.8 Phương pháp đặt ẩn phụ GPT Logarit - Muc do 4

D10 - 5.10 Phương pháp hàm số, đánh giá GPT Logarit - Muc do 3

D10 - 5.10 Phương pháp hàm số, đánh giá GPT Logarit - Muc do 4

D00 - 6.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 3

D00 - 6.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 4

D01 - 6.1 Bất phương trình Mũ cơ bản - Muc do 1

D02 - 6.2 Phương pháp đưa về cùng cơ số GBPT Mũ - Muc do 2

D02 - 6.2 Phương pháp đưa về cùng cơ số GBPT Mũ - Muc do 3

D03 - 6.3 Phương pháp đặt ẩn phụ GBPT Mũ - Muc do 2

D03 - 6.3 Phương pháp đặt ẩn phụ GBPT Mũ - Muc do 4

D06 - 6.6 Bất phương trình Logarit cơ bản - Muc do 1

D06 - 6.6 Bất phương trình Logarit cơ bản - Muc do 2

D07 - 6.7 Phương pháp đưa về cùng cơ số GBPT Logarit - Muc do 2

D08 - 6.8 Phương pháp đặt ẩn phụ GBPT Logarit - Muc do 2

D08 - 6.8 Phương pháp đặt ẩn phụ GBPT Logarit - Muc do 3

D10 - 6.10 Phương pháp hàm số, đánh giá GBPT Logarit - Muc do 3

D10 - 6.10 Phương pháp hàm số, đánh giá GBPT Logarit - Muc do 4

D01 - 1.1 Định nghĩa, tính chất của nguyên hàm - Muc do 1

D02 - 1.2 Nguyên hàm của hs cơ bản - Muc do 1

D02 - 1.2 Nguyên hàm của hs cơ bản - Muc do 2

D03 - 1.3 Nguyên hàm của hs phân thức hữu tỷ - Muc do 1

D03 - 1.3 Nguyên hàm của hs phân thức hữu tỷ - Muc do 2

D04 - 1.4 Tìm nguyên hàm thỏa mãn ĐK cho trước - Muc do 2

D04 - 1.4 Tìm nguyên hàm thỏa mãn ĐK cho trước - Muc do 3

D05 - 1.5 PP đổi biến số t = u(x) - Muc do 2

D05 - 1.5 PP đổi biến số t = u(x) - Muc do 3

D07 - 1.7 PP nguyên hàm từng phần - Muc do 2

D07 - 1.7 PP nguyên hàm từng phần - Muc do 3

D08 - 1.8 Nguyên hàm kết hợp đổi biến và từng phần - Muc do 3

D09 - 1.9 Nguyên hàm của hàm ẩn - Muc do 3

D10 - 1.10 Nguyên hàm của hs cho bởi nhiều công thức - Muc do 3

D00 - 2.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 3

D01 - 2.1 Định nghĩa, tính chất của tích phân - Muc do 1

D01 - 2.1 Định nghĩa, tính chất của tích phân - Muc do 2

D02 - 2.2 Tích phân cơ bản - Muc do 1

D02 - 2.2 Tích phân cơ bản - Muc do 2

D02 - 2.2 Tích phân cơ bản - Muc do 3

D04 - 2.4 PP đổi biến t = u(x) - Muc do 2

D04 - 2.4 PP đổi biến t = u(x) - Muc do 3

D04 - 2.4 PP đổi biến t = u(x) - Muc do 4

D06 - 2.6 Phương pháp tích phân từng phần - Muc do 2

D06 - 2.6 Phương pháp tích phân từng phần - Muc do 3

D07 - 2.7 Kết hợp đổi biến và từng phần tính tích phân - Muc do 3

D08 - 2.8 Tích phân của hàm ẩn. Tích phân đặc biệt - Muc do 2

D08 - 2.8 Tích phân của hàm ẩn. Tích phân đặc biệt - Muc do 3

D08 - 2.8 Tích phân của hàm ẩn. Tích phân đặc biệt - Muc do 4

D09 - 2.9 Tích phân bằng PP Vi Phân - Muc do 4

D10 - 2.10 10 Tích phân hàm số hữu tỷ - Muc do 2

D10 - 2.10 10 Tích phân hàm số hữu tỷ - Muc do 3

D01 - 3.1 Câu hỏi lý thuyết - Muc do 1

D01 - 3.1 Câu hỏi lý thuyết - Muc do 2

D02 - 3.2 Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị - Muc do 1

D02 - 3.2 Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị - Muc do 2

D02 - 3.2 Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị - Muc do 3

D02 - 3.2 Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị - Muc do 4

D03 - 3.3 Thể tích giới hạn bởi các đồ thị (tròn xoay) - Muc do 1

D03 - 3.3 Thể tích giới hạn bởi các đồ thị (tròn xoay) - Muc do 2

D03 - 3.3 Thể tích giới hạn bởi các đồ thị (tròn xoay) - Muc do 3

D04 - 3.4 Thể tích tính theo mặt cắt S(x) - Muc do 2

D06 - 3.6 Bài toán thực tế sử dụng diện tích hình phẳng - Muc do 3

D06 - 3.6 Bài toán thực tế sử dụng diện tích hình phẳng - Muc do 4

D08 - 3.8 Ứng dụng vào bài toán chuyển động - Muc do 2

D08 - 3.8 Ứng dụng vào bài toán chuyển động - Muc do 3

D08 - 3.8 Ứng dụng vào bài toán chuyển động - Muc do 4

D10 - 3.10 Ứng dụng tích phân vào bài toán đại số - Muc do 3

D10 - 3.10 Ứng dụng tích phân vào bài toán đại số - Muc do 4

D01 - 1.1 Câu hỏi lý thuyết về số phức - Muc do 1

D01 - 1.1 Câu hỏi lý thuyết về số phức - Muc do 2

D02 - 1.2 Xác định phần thực, phần ảo, mô đun, liên hợp của số phức - Muc do 1

D02 - 1.2 Xác định phần thực, phần ảo, mô đun, liên hợp của số phức - Muc do 2

D03 - 1.3 Biểu diễn hình học cơ bản của số phức - Muc do 1

D02 - 2.2 Thực hiện các phép toán về số phức. - Muc do 1

D02 - 2.2 Thực hiện các phép toán về số phức. - Muc do 2

D03 - 2.3 Xác định các yếu tố của số phức (phần thực, ảo, mô đun, liên hợp,…) qua các phép toán - Muc do 1

D03 - 2.3 Xác định các yếu tố của số phức (phần thực, ảo, mô đun, liên hợp,…) qua các phép toán - Muc do 2

D03 - 2.3 Xác định các yếu tố của số phức (phần thực, ảo, mô đun, liên hợp,…) qua các phép toán - Muc do 4

D04 - 2.4 Tìm số phức thỏa mãn đk cho trước - Muc do 2

D04 - 2.4 Tìm số phức thỏa mãn đk cho trước - Muc do 3

D04 - 2.4 Tìm số phức thỏa mãn đk cho trước - Muc do 4

D01 - 3.1 Biểu diễn số phức qua các phép toán - Muc do 1

D01 - 3.1 Biểu diễn số phức qua các phép toán - Muc do 2

D02 - 3.2 Tập hợp điểm biểu diễn của số phức - Muc do 1

D02 - 3.2 Tập hợp điểm biểu diễn của số phức - Muc do 2

D02 - 3.2 Tập hợp điểm biểu diễn của số phức - Muc do 3

D03 - 3.3 Tìm bán kính của đường tròn biểu diễn số phức - Muc do 2

D03 - 3.3 Tìm bán kính của đường tròn biểu diễn số phức - Muc do 3

D02 - 4.2 Giải phương trình bậc 2 với hệ số thực. Tính toán biểu thức nghiệm - Muc do 1

D02 - 4.2 Giải phương trình bậc 2 với hệ số thực. Tính toán biểu thức nghiệm - Muc do 2

D03 - 4.3 Định lí Viet và ứng dụng - Muc do 1

D03 - 4.3 Định lí Viet và ứng dụng - Muc do 2

D04 - 4.4 Phương trình quy về bậc hai - Muc do 2

D05 - 4.5 Các bài toán biểu diễn hình học nghiệm của phương trình - Muc do 1

D05 - 4.5 Các bài toán biểu diễn hình học nghiệm của phương trình - Muc do 2

D06 - 4.6 Các bài toán khác về phương trình - Muc do 3

D02 - 5.2 Phương pháp hình học - Muc do 4

D03 - 5.3 Phương pháp đại số - Muc do 3

D03 - 5.3 Phương pháp đại số - Muc do 4

D03 - 2.3 Xác định góc giữa hai đường thẳng (dùng định nghĩa) - Muc do 2

D03 - 3.3 Xác định góc giữa mặt phẳng và đường thẳng, hình chiếu - Muc do 2

D03 - 4.3 Xác định góc giữa hai mặt phẳng - Muc do 2

D03 - 4.3 Xác định góc giữa hai mặt phẳng - Muc do 3

D03 - 4.3 Xác định góc giữa hai mặt phẳng - Muc do 4

D02 - 5.2 Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng - Muc do 2

D03 - 5.3 Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng - Muc do 2

D03 - 5.3 Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng - Muc do 3

D04 - 5.4 Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau - Muc do 2

D04 - 5.4 Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau - Muc do 3

D01 - 1.1 Nhận diện hình đa diện, khối đa diện - Muc do 1

D02 - 1.2 Xác định số đỉnh, cạnh, mặt bên của một khối đa diện - Muc do 1

D02 - 1.2 Xác định số đỉnh, cạnh, mặt bên của một khối đa diện - Muc do 2

D03 - 1.3 Phân chia, lắp ghép các khối đa diện - Muc do 2

D05 - 1.5 Phép biến hình trong không gian - Muc do 1

D03 - 2.3 Tính chất đối xứng - Muc do 2

D00 - 3.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 1

D01 - 3.1 Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của khối đa diện - Muc do 2

D02 - 3.2 Tính thể tích các khối chóp có cạnh bên vuông góc đáy - Muc do 2

D02 - 3.2 Tính thể tích các khối chóp có cạnh bên vuông góc đáy - Muc do 3

D03 - 3.3 Thể tích khối chóp có mặt bên vuông góc đáy - Muc do 2

D04 - 3.4 Thể tích khối chóp đều - Muc do 2

D04 - 3.4 Thể tích khối chóp đều - Muc do 3

D04 - 3.4 Thể tích khối chóp đều - Muc do 4

D05 - 3.5 Thể tích khối chóp khác - Muc do 1

D05 - 3.5 Thể tích khối chóp khác - Muc do 2

D05 - 3.5 Thể tích khối chóp khác - Muc do 4

D06 - 3.6 Tỉ số thể tích khối chóp - Muc do 1

D06 - 3.6 Tỉ số thể tích khối chóp - Muc do 3

D07 - 3.7 Thể tích khối lăng trụ đứng - Muc do 1

D07 - 3.7 Thể tích khối lăng trụ đứng - Muc do 2

D07 - 3.7 Thể tích khối lăng trụ đứng - Muc do 3

D08 - 3.8 Thể tích khối lăng trụ đều - Muc do 1

D08 - 3.8 Thể tích khối lăng trụ đều - Muc do 2

D09 - 3.9 Thể tích khối lăng trụ xiên - Muc do 1

D09 - 3.9 Thể tích khối lăng trụ xiên - Muc do 4

D11 - 3.11 Thể tích khối đa diện - Muc do 1

D11 - 3.11 Thể tích khối đa diện - Muc do 3

D11 - 3.11 Thể tích khối đa diện - Muc do 4

D12 - 3.12 Các bài toán khác(góc, khoảng cách,...) liên quan đến thể tích khối đa diện - Muc do 3

D13 - 3.13 Bài toán cực trị - Muc do 4

D14 - 3.14 Bài toán thực tế về khối đa diện - Muc do 2

D14 - 3.14 Bài toán thực tế về khối đa diện - Muc do 3

D14 - 3.14 Bài toán thực tế về khối đa diện - Muc do 4

D01 - 1.1 Câu hỏi lý thuyết về khối nón - Muc do 1

D02 - 1.2 Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, Thể tích khối nón khi biết các dữ kiện cơ bản - Muc do 1

D02 - 1.2 Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, Thể tích khối nón khi biết các dữ kiện cơ bản - Muc do 2

D02 - 1.2 Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, Thể tích khối nón khi biết các dữ kiện cơ bản - Muc do 3

D03 - 1.3 Tính độ dài đường sinh, chiều cao, bán kính đáy, khoảng cách, góc, thiết diện của khối nón - Muc do 2

D04 - 1.4 Khối nón nội tiếp, ngoại tiếp khối đa diện - Muc do 2

D07 - 1.7 Câu hỏi lý thuyết về khối trụ - Muc do 1

D08 - 1.8 Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, Thể tích khối trụ khi biết các dữ kiện cơ bản - Muc do 1

D08 - 1.8 Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, Thể tích khối trụ khi biết các dữ kiện cơ bản - Muc do 2

D08 - 1.8 Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, Thể tích khối trụ khi biết các dữ kiện cơ bản - Muc do 3

D09 - 1.9 Tính độ dài đường sinh, chiều cao, bán kính đáy, khoảng cách, góc, thiết diện của khối trụ - Muc do 1

D09 - 1.9 Tính độ dài đường sinh, chiều cao, bán kính đáy, khoảng cách, góc, thiết diện của khối trụ - Muc do 4

D10 - 1.10 Khối trụ nội tiếp, ngoại tiếp khối đa diện - Muc do 2

D12 - 1.12 Bài toán thực tế về khối trụ - Muc do 1

D12 - 1.12 Bài toán thực tế về khối trụ - Muc do 2

D12 - 1.12 Bài toán thực tế về khối trụ - Muc do 3

D13 - 1.13 Bài toán phối hợp giữa khối nón và khối trụ - Muc do 3

D15 - 1.15 Khối tròn xoay nội tiếp, ngoại tiếp khối đa diện - Muc do 2

D01 - 2.1 Câu hỏi lý thuyết - Muc do 1

D03 - 2.3 Tính diện tích mặt cầu, thể tích khối cầu khi biết bán kính - Muc do 1

D04 - 2.4 Khối cầu ngoại tiếp khối đa diện - Muc do 2

D04 - 2.4 Khối cầu ngoại tiếp khối đa diện - Muc do 3

D06 - 2.6 Bài toán tổng hợp về khối nón, khối trụ, khối cầu - Muc do 3

D07 - 2.7 Bài toán cực trị về khối cầu - Muc do 4

D01 - 1.1 Tìm tọa độ điểm, véc-tơ liên quan đến hệ trục Oxyz - Muc do 1

D01 - 1.1 Tìm tọa độ điểm, véc-tơ liên quan đến hệ trục Oxyz - Muc do 2

D02 - 1.2 Tích vô hướng và ứng dụng - Muc do 1

D02 - 1.2 Tích vô hướng và ứng dụng - Muc do 2

D04 - 1.4 Xác định tâm, bán kính của mặt cầu - Muc do 1

D04 - 1.4 Xác định tâm, bán kính của mặt cầu - Muc do 4

D05 - 1.5 Vị trí tương đối của hai mặt cầu, điểm với mặt cầu - Muc do 3

D05 - 1.5 Vị trí tương đối của hai mặt cầu, điểm với mặt cầu - Muc do 4

D06 - 1.6 Viết phương trình mặt cầu - Muc do 1

D06 - 1.6 Viết phương trình mặt cầu - Muc do 2

D06 - 1.6 Viết phương trình mặt cầu - Muc do 3

D07 - 1.7 Các bài toán cực trị - Muc do 4

D00 - 2.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 2

D00 - 2.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 4

D01 - 2.1 Xác định VTPT - Muc do 1

D02 - 2.2 Viết phương trình mặt phẳng dùng đường thẳng - Muc do 1

D02 - 2.2 Viết phương trình mặt phẳng dùng đường thẳng - Muc do 2

D02 - 2.2 Viết phương trình mặt phẳng dùng đường thẳng - Muc do 3

D03 - 2.3 Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng - Muc do 2

D03 - 2.3 Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng - Muc do 3

D04 - 2.4 Tìm tọa độ điểm liên quan đến mặt phẳng - Muc do 1

D05 - 2.5 Góc giữa hai mặt phẳng - Muc do 3

D06 - 2.6 Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng và bài toán liên quan - Muc do 2

D07 - 2.7 Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng - Muc do 2

D07 - 2.7 Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng - Muc do 3

D09 - 2.9 Các bài toán cực trị - Muc do 3

D09 - 2.9 Các bài toán cực trị - Muc do 4

D10 - 2.10 Điểm thuộc mặt phẳng - Muc do 1

D11 - 2.11 PTMP không dùng đt - Muc do 1

D11 - 2.11 PTMP không dùng đt - Muc do 2

D12 - 2.12 PTMP theo đoạn chắn - Muc do 1

D13 - 2.13 Hình chiếu của điểm lên mặt phẳng và bài toán liên quan - Muc do 1

D13 - 2.13 Hình chiếu của điểm lên mặt phẳng và bài toán liên quan - Muc do 2

D13 - 2.13 Hình chiếu của điểm lên mặt phẳng và bài toán liên quan - Muc do 3

D00 - 3.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 2

D00 - 3.0 Các câu hỏi chưa phân dạng - Muc do 3

D01 - 3.1 Xác định VTCP của đường thẳng - Muc do 1

D01 - 3.1 Xác định VTCP của đường thẳng - Muc do 2

D02 - 3.2 Viết phương trình đường thẳng - Muc do 1

D02 - 3.2 Viết phương trình đường thẳng - Muc do 2

D02 - 3.2 Viết phương trình đường thẳng - Muc do 3

D02 - 3.2 Viết phương trình đường thẳng - Muc do 4

D03 - 3.3 Tìm tọa độ điểm liên quan đến đường thẳng - Muc do 1

D03 - 3.3 Tìm tọa độ điểm liên quan đến đường thẳng - Muc do 2

D03 - 3.3 Tìm tọa độ điểm liên quan đến đường thẳng - Muc do 3

D07 - 3.7 Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng - Muc do 2

D08 - 3.8 Bài toán liên quan giữa đường thẳng - mặt phẳng - mặt cầu - Muc do 2

D08 - 3.8 Bài toán liên quan giữa đường thẳng - mặt phẳng - mặt cầu - Muc do 3

D08 - 3.8 Bài toán liên quan giữa đường thẳng - mặt phẳng - mặt cầu - Muc do 4

D09 - 3.9 Các bài toán cực trị - Muc do 3

D10 - 3.10 Điểm thuộc đường thẳng - Muc do 1

D11 - 3.11 Phương trình đường thẳng liên quan đến góc và khoảng cách - Muc do 3

D01 - 4.1 Bài toán HHKG - Muc do 3

D01 - 4.1 Bài toán HHKG - Muc do 4

Câu 1: **[0D4-1.9-3] (Câu 44 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1} \le x^2+y^2-2x+2 \Leftrightarrow 2^{(x-1)^2+y^2} - \left[(x-1)^2+y^2\right]-1 \le 0$ Đặt $t=(x-1)^2+y^2 \Rightarrow 2^t - t - 1 \le 0 \Leftrightarrow 2^t \le t+1 \Leftrightarrow 0 \le t \le 1 \Rightarrow (x-1)^2+y^2 \le 1.$

Do đó tập hợp các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn thuộc hình tròn (C) tâm $I(1;0), R=1$.

$P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1} \Rightarrow (2P-8).x - P.y + (P-4) = 0 \ \ (d)$

Do d và (C) có điểm chung $\Leftrightarrow d\left(I,(d)\right) \le R \Leftrightarrow \dfrac{|3P-12|}{\sqrt{(2P-8)^2+P^2}} \le 1$

$\Leftrightarrow |3P-12| \le \sqrt{(2P-8)^2+P^2} \Leftrightarrow 5-\sqrt{5} \le P \le 5+\sqrt{5}.$

Câu 1: **[0D4-5.2-4] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^4-1\right)+m\left(x^2-1\right)-6\left(x-1\right)\ge 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f\left(x\right)=m^2\left(x^4-1\right)+m\left(x^2-1\right)-6\left(x-1\right)$.

Ta có $f\left(x\right)=\left(x-1\right)\left[m^2\left(x^3+x^2+x+1\right)+m\left(x+1\right)-6\right]$.

$$f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ m^2\left(x^3+x^2+x+1\right)+m\left(x+1\right)-6=0,\ (1)\end{array}\right.$$

Nhận xét: Nếu $x=1$ không là nghiệm của phương trình (1) thì $x=1$ là nghiệm đơn của phương trình $f\left(x\right)=0$ nên $f\left(x\right)$ đổi dấu khi qua nghiệm $x=1$.

Suy ra mệnh đề $f\left(x\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ là mệnh đề sai.

Do đó điều kiện cần để $f\left(x\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ là $x=1$ là nghiệm của phương trình (1).

Khi đó ta có $4m^2+2m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

+) Với $m=1$, ta có $f\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x^2+2x+4\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ chọn $m=1$.

+) Với $m=-\frac{3}{2}$, ta có $f\left(x\right)=\frac{3}{4}\left(x-1\right)^2\left(3x^2+6x+7\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ chọn $m=-\frac{3}{2}$.

Suy ra $S=\left\{1;-\frac{3}{2}\right\}$. Vậy tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 1: **[1D2-1.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 14. **B.** 48. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Để chọn một học sinh trong số các học sinh đã cho, ta có 2 lựa chọn:

Chọn một học sinh nam: Có 6 cách chọn.

Chọn một học sinh nữ: Có 8 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng, có tất cả 6+8=14 (cách chọn).

Câu 1: **[1D2-2.1-1] (Câu 24 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

A. 8. **B.** 1. **C.** 40320. **D.** 64.

Lời giải

Chọn C

Số cách xếp 8 học sinh thành một hàng là hoán vị của 8 phần tử. Đáp số: $8!=40320$ cách.

Câu 2: **[1D2-2.1-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

A. 7. **B.** 5040. **C.** 1. **D.** 49.

Lời giải

Chọn B

Số cách xếp cần tìm là: $P_7=7!=5040$.

Câu 3: **[1D2-2.1-1] (Câu 15 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọ C.

A. 36. **B.** 720. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách xếp ngẫu nhiên 6 bạn thành một hàng dọc là một hoán vị của 6 phần tử nên.
Số cách xếp là $6!=720$.

Câu 1: **[1D2-2.1-2] (Câu 23 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc

A. 1. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 120.

Lời giải

Chọn D

Có $5!=120$ cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọ C.

Câu 1: **[1D2-2.2-1] (Câu 1 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. 2^8 **B.** C_8^2 **C.** A_8^2 **D.** 8^2

Lời giải

Chọn C

Số số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập được từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ là số cách chọn 2 chữ số khác nhau từ 8 số khác nhau có thứ tự.

Vậy có A_8^2 số.

Câu 1: **[1D2-2.2-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. C_7^2. **B.** 2^7. **C.** 7^2. **D.** A_7^2

Lời giải

Chọn D

Số các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau được lấy ra từ 7 chữ số trên là: A_7^2.

Câu 1: **[1D2-2.3-1] (Câu 1 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

A. 5!. **B.** A_5^3. **C.** C_5^3. **D.** 5^3.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh là tổ hợp chập 3 của 5 phần tử.

Vậy có C_5^3 cách chọn.

Câu 2: **[1D2-2.3-1] (Câu 1 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** 10^2. **D.** 2^{10}.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh tương ứng với một tổ hợp chập 2 của tập có 10 phần tử. Vậy số cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh là C_{10}^2.

Câu 3: **[1D2-2.3-1] (Câu 1 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

A. C_8^2. **B.** 8^2. **C.** A_8^2. **D.** 2^8.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: **[1D2-2.3-1] (Câu 3 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

A. A_6^2. **B.** C_6^2. **C.** 2^6. **D.** 6^2.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: **[1D2-2.3-1] (Câu 7 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

A. 5^2. **B.** 2^5. **C.** C_5^2. **D.** A_5^2.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử.

Vậy số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là C_5^2 (cách).

Câu 6: **[1D2-2.3-1] (Câu 9 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là C_7^2.

Câu 7: **[1D2-2.3-1] (Câu 12 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. **C.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $C_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 8: **[1D2-2.3-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?

A. A_{38}^2. **B.** 2^{38}. **C.** C_{38}^2. **D.** 38^2

Lời giải

Chọn C

Câu 9: **[1D2-2.3-1] (Câu 1 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh.

A. 2^{34} **B.** A_{34}^2 **C.** 34^2 **D.** C_{34}^2

Lời giải

Chọn D

Mỗi một cách chọn hai học sinh trong một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập hai của 34 phần tử.

Vậy số cách chọn là: C_{34}^2.

Câu 10: **[1D2-2.3-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần từ của M là

A. A_{10}^8 **B.** A_{10}^2 **C.** C_{10}^2 **D.** 10^2

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử $\Rightarrow$ Số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2

Câu 1: **[1D2-3.2-2] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6+(3x-1)^8$ bằng

A. 13548 **B.** 13668 **C.** -13668 **D.** -13548

Lời giải

Chọn D

Hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức $(x-2)^6$ là $C_6^4 2^2 = 60$.

Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $(3x-1)^8$ là $C_8^5(-3)^5 = -13608$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6+(3x-1)^8$ bằng $-13608+60=-13548$.

Câu 2: **[1D2-3.2-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x-1)^6+(2x-1)^8$ bằng

A. -3007. **B.** -577. **C.** 3007. **D.** 577

Lời giải

Chọn B

$$x(3x-1)^6+(2x-1)^8 = x\sum_{k=0}^{6} C_6^k.(3x)^k(-1)^{6-k} + \sum_{m=0}^{8} C_8^m.(2x)^m(-1)^{8-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{6} C_6^k.3^k(-1)^{6-k}x^{k+1} + \sum_{m=0}^{8} C_8^m.2^m(-1)^{8-k}x^m.$$

Hệ số x^5 ứng với $k=4;\ m=5$.

Hệ số cần tìm là $C_6^4.3^4(-1)^2 + C_8^5.2^5(-1)^3 = -577$.

Câu 3: **[1D2-3.2-2] (Câu 28 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(3x-1)^8$ bằng

A. -13368 **B.** 13368 **C.** -13848 **D.** 13848

Lời giải

Chọn A

Ta có $x(2x-1)^6+(3x-1)^8 = x.\sum_{k=0}^{6} C_6^k(2x)^{6-k}(-1)^k + \sum_{m=0}^{8} C_8^m(3x)^{8-m}(-1)^m$

$$= \sum_{k=0}^{6} C_6^k(2)^{6-k}(-1)^k.x^{7-k} + \sum_{m=0}^{8} C_8^m(3)^{8-m}(-1)^m.x^{8-m}$$

Để có số hạng của x^5 trong khai triển thì $k=2; m=3$

Do đó hệ số của x^5 trong khai triển bằng: $C_6^2.2^4 + C_8^3.(3)^5(-1)^3 = -13368$.

Câu 4: **[1D2-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560 **B.** 3360 **C.** 80640 **D.** 13440

Lời giải

Chọn D

Ta có: $C_n^1+C_n^2=55$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{1!(n-1)!}+\frac{n!}{2!(n-2)!}=55\Leftrightarrow n+\frac{n(n-1)}{2}=55\Leftrightarrow n^2+n-110=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=10 \\ n=-11 \end{array}\right. \Rightarrow n=10$$

Với $n=10$ thì ta có:

$$\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k.x^{3k}.\left(\frac{2}{x^2}\right)^{10-k}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k.x^{3k}.2^{10-k}.x^{2k-20}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k.2^{10-k}.x^{5k-20}$$

Để có số hạng không chứa x thì $5k-20=0\Leftrightarrow k=4$.

Do đó hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{10}^4.2^6=13440$.

Câu 1: **[1D2-3.2-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(x-3)^8$ bằng

A. -1272. **B.** 1272. **C.** -1752. **D.** 1752

Lời giải

Chọn A

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6$ là $C_6^4 2^4(-1)^2=240$.

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $(x-3)^8$ là $C_8^5(-3)^3=-1512$.

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(x-3)^8$ là $240-1512=-1272$.

Câu 1: **[1D2-5.2-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{30}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả bóng từ 10 quả: C_{10}^3

Số cách lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả bóng màu đỏ: C_4^3

Vậy xác suất cần tính là: $P=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$.

Câu 2: **[1D2-5.2-2] (Câu 31 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả từ 10 quả bóng có $n(\Omega)=C_{10}^3=120$

Gọi A là biến cố: " Lấy được 3 quả màu xanh "

Suy ra $n(A)=C_6^3=20$

Xác suất biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$.

Câu 3: **[1D2-5.2-2] (Câu 30 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{7}{44}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{1}{22}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{12}^3$.

Biến cố "lấy được ba quả màu xanh" có số phần tử: $n(A)=C_7^3$

Xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{7}{44}$.

Câu 4: **[1D2-5.2-2] (Câu 29 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng?

A. $\frac{7}{8}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên có 15 cách chọn

Số cách chọn số nguyên dương chẵn trong số 15 số nguyên đầu tiên là 7

$\Rightarrow$ Xác suất để chọn được số chẵn bằng $\frac{7}{15}$.

Câu 5: **[1D2-5.2-2] (Câu 37 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Chọn ngẫu nhiên 2 số tự nhiên khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{13}{25}$. **C.** $\frac{12}{25}$. **D.** $\frac{313}{625}$.

Lời giải

Chọn C

$n(\Omega)=C_{25}^2=300$.

Trong 25 số nguyên dương đầu tiên có 13 số lẻ và 12 số chẵn

Gọi A là biến cố chọn được hai số có tổng là 1 số chẵn.

Chọn 2 số lẻ trong 13 số lẻ hoặc chọn 2 số chẵn trong 12 số chẵn $\Rightarrow$

$n(A)=C_{13}^2+C_{12}^2=144$.

Vậy $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{144}{300}=\frac{12}{25}$.

Câu 6: **[1D2-5.2-2] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{2}{91}$ **B.** $\frac{12}{91}$ **C.** $\frac{1}{12}$ **D.** $\frac{24}{91}$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^3=455$.

Gọi A là biến cố: " lấy được 3 quả cầu màu xanh".

Khi đó, $n(A)=C_5^3=10$.

Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_5^3}{C_{15}^3}=\frac{2}{91}$.

Câu 7: **[1D2-5.2-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Từ một hộp chứa 9 quả cầu đỏ và 6 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng?

A. $\frac{12}{65}$. **B.** $\frac{5}{21}$. **C.** $\frac{24}{91}$. **D.** $\frac{4}{91}$

Lời giải

Chọn D

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 15 quả cầu đã cho có C_{15}^3 cách.

Lấy được 3 quả cầu màu xanh từ 6 quả cầu xanh đã cho có C_6^3 cách.

Vậy xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh là $P=\frac{C_6^3}{C_{15}^3}=\frac{4}{91}$.

Câu 8: **[1D2-5.2-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{1}{22}$. **D.** $\frac{2}{7}$

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố: "lấy được 3 quả cầu màu xanh"

Ta có $P(A)=\frac{C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{22}$.

Câu 9: **[1D2-5.2-2] (Câu 21 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh

A. $\frac{4}{455}$ **B.** $\frac{24}{455}$ **C.** $\frac{4}{165}$ **D.** $\frac{33}{91}$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{15}^3=455$.

Gọi A là biến cố "3 quả cầu lấy được đều là màu xanh". Suy ra $n(A)=C_4^3=4$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{4}{455}$.

Câu 10: **[1D2-5.2-2] (Câu 23 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$ **B.** $\frac{6}{11}$ **C.** $\frac{5}{11}$ **D.** $\frac{8}{11}$

Lời giải

Chọn C

Số cách lấy ra 2 quả cầu trong 11 quả là C_{11}^2, Suy ra $n(\Omega)=C_{11}^2$

Gọi A là biến cố lấy được 2 quả cùng màu. Suy ra $n(A)=C_5^2+C_6^2$

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{C_5^2+C_6^2}{C_{11}^2}=\frac{5}{11}$

Câu 1: **[1D2-5.2-3] (Câu 44 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{32}{81}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{32}{45}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau có dạng $\overline{abcde}$ $(a \neq 0)$.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9.A_9^4 = 27216$ (số).

Gọi A là biến cố: "Chọn được một số có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ"

-Trường hợp 1: d, e là hai chữ số lẻ

Số cách chọn d, e là: A_5^2.

Số cách **chọn chữ số a có 7 cách.**

Số cách chọn hai chữ số b, c là: A_7^2.

Kết quả của TH1: $7.A_7^2.A_5^2 = 5880$ (số).

-Trường hợp 2: d, e có một số là chữ số 0 và một chữ số chẵn.

Số cách chọn d, e là: $C_4^1.2!$.

Số cách chọn 3 chữ số a, b, c là: A_8^3.

Kết quả của TH2: $A_8^3.C_4^1.2! = 2688$ (số).

-Trường hợp 3: d, e là hai chữ số chẵn không có số nào là chữ số 0.

Số cách chọn d, e là: A_4^2.

Số cách chọn a là: 7 cách.

Số cách chọn b, c là: A_7^2.

Kết quả của TH3: $7.A_4^2.A_7^2 = 3528$ (số).

Vậy số kết quả của biến cố A là: $n(A) = 5880 + 2688 + 3528 = 12096$ (số)

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{9}$.

Câu 2: **[1D2-5.2-3] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng.

A. $\frac{50}{81}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{5}{18}$ **D.** $\frac{5}{9}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$.

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 9.9.8.7.6 = 27\,216$.

TH1: $d = 0, e$ lẻ có: $8.7.6.1.5 = 1\,680$.

TH2: d chẵn khác $0, e$ lẻ có: $7.7.6.4.5 = 5\,880$.

TH3: d lẻ, $e = 0$ có: $8.7.6.5.1 = 1\,680$.

TH4: d lẻ, e chẵn khác 0 có: $7.7.6.5.4 = 5\,880$.

Tổng số kết quả thuận lợi là: $|\Omega_A| = 2.(1\,680 + 5\,880) = 15\,120$.

Xác suất cần tìm là: $P_A = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{15\,120}{27\,216} = \dfrac{5}{9}$. **Chọn D**

Cách 2:

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 9.9.8.7.6 = 27\,216$.

Số các số thuộc S có hai chữ số tận cùng:

- Là số lẻ là: $7.7.6.A_5^2 = 5880$

- Là số chẵn có chứa số 0 là: $8.7.6.(C_4^1.1.2!) = 2\,688$.

- Là số chẵn không chứa số 0 là: $7.7.6.A_4^2 = 3\,528$.

Số kết quả thuận lợi là: $|\Omega_A| = 27\,216 - (5\,880 + 2\,688 + 3\,528) = 15\,120$.

Xác suất cần tìm là: $P_A = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{15\,120}{27\,216} = \dfrac{5}{9}$. **Chọn D**

Câu 3: **[1D2-5.2-3] (Câu 43 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** C_6^4. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ $\left(a_i \in \{0;1;2;...;9\}, a_1 \neq 0, i = \overline{1,6}\right)$.

Gọi A là biến cố: " Chọn được số có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ".

$\Rightarrow n(\Omega) = 9.A_9^5 = 136080.$

TH1: a_1 chẵn và hai chữ số tận cùng chắn $\Rightarrow$ có $4.A_4^2.A_7^3 = 10080$ số.

TH2: a_1 chẵn và hai chữ số tận cùng lẻ $\Rightarrow$ có $4.A_5^2.A_7^3 = 16800$ số.

TH3: a_1 lẻ và hai chữ số tận cùng chắn $\Rightarrow$ có $5.A_5^2.A_7^3 = 21000$ số.

TH4: a_1 lẻ và hai chữ số tận cùng lẻ $\Rightarrow$ có $5.A_4^2.A_7^3 = 12600$ số.

Do đó $n(A)=60480 \Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{60480}{136080}=\dfrac{4}{9}$.

Câu 4: **[1D2-5.2-3] (Câu 43 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{13}{35}$. **C.** $\dfrac{9}{35}$. **D.** $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn B

* Số cần lập có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4}$

$n(\Omega)=A_7^4=840$

Gọi biến cố A:" số không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ"

TH1: Hai chữ số lẻ và hai chữ số chẵn không liên tiếp

Có các cách sắp xếp như sau:

+ Các số chẵn và lẻ liên tiếp nhau

+ a và a_4 là chữ số lẻ, a_2 và a_3 là chữ số chẵn

Số các số cần chọn là: $2!.A_4^2.A_3^2+C_4^2.2!.C_3^2.2!=216$

TH2: một chữ số lẻ và 3 chữ số chắn

Số các số cần chọn là $4.C_3^3.4!=96$

Vậy $n(A)=216+96=312$

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{13}{35}$.

Câu 5: **[1D2-5.2-3] (Câu 43 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\dfrac{9}{35}$. **B.** $\dfrac{16}{35}$. **C.** $\dfrac{22}{35}$. **D.** $\dfrac{19}{35}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega)=A_7^4$.

Gọi số có 4 chữ số là $\overline{abcd}$.

Ký hiệu C là chữ số chẵn, L là chữ số lẻ.

Các số thuận lợi cho biến cố A là một trong 3 dạng sau:

Dạng 1: CLLL, LCLL, LLCL, LLLC có $C_3^1.A_4^3.4$ số

Dạng 2: CLCL, LCLC, CLLC có $3.A_3^2.A_4^2$ số.

Dạng 3: LLLL có P_4 số.

Câu 6: Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=C_3^1.A_4^3.4+3.A_3^2.A_4^2+P_4$

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{22}{35}$.

Câu 7: **[1D2-5.2-3] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A. $\dfrac{17}{42}$. **B.** $\dfrac{41}{126}$. **C.** $\dfrac{31}{126}$. **D.** $\dfrac{5}{21}$.

Lời giải

Chọn A

Số các phần tử của S là $A_9^4=3024$.

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S có 3024 (cách chọn). Suy ra $n(\Omega)=3024$.

Gọi biến cố A: " Chọn được số **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ".

Trường hợp 1: Số được **chọn có 4 chữ số chẵn, có $4!=24$ (số).**

Trường hợp 2: Số được **chọn có 1 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn, có $5.4.4!=480$ (số).**

Trường hợp 3: Số được **chọn có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn, có $3.A_5^2.A_4^2=720$ (số).**

Do đó, $n(A)=24+480+720=1224$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1224}{3024}=\dfrac{17}{42}$.

Câu 8: **[1D2-5.2-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang, xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng 1 học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{20}$. **C.** $\dfrac{2}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh trên 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang có 6! cách

Để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B ta có các trường hợp

TH1: Xét học sinh C ngồi ở vị trí đầu tiên:

C B

Ta có $2.4!=48$ cách xếp chỗ.

TH2: Xét học sinh C ngồi ở vị trí thứ 2:

B	C	B			

Ta có $2!.3!=12$ cách xếp chỗ.

TH3: Xét học sinh C ngồi ở vị trí thứ 3:

	B	C	B		

Ta có $2!.3!=12$ cách xếp chỗ.

TH4: Xét học sinh C ngồi ở vị trí thứ 4:

		B	C	B	

Ta có $2!.3!=12$ cách xếp chỗ.

TH5: Xét học sinh C ngồi ở vị trí thứ 5:

			B	C	B

Ta có $2!.3!=12$ cách xếp chỗ.

TH6: Xét học sinh C ngồi ở vị trí cuối cùng:

				B	C

Ta có $2.4!=48$ cách xếp chỗ.

Suy ra số cách xếp thỏa mãn là $48+12+12+12+12+48=144$ cách.

Vậy xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng $\frac{144}{6!}=\frac{1}{5}$.

Câu 9: [1D2-5.2-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được **chọn có tổng các chữ số** là chẵn bằng

A. $\frac{41}{81}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{16}{81}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $X=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.

+) Có 9 cách chọn a do $a\in X\setminus\{0\}$.

+) Có 9 cách chọn b do $b\in X\setminus\{a\}$.

+) Có 8 cách chọn a do $c\in X\setminus\{a;b\}$.

Suy ra $n(\Omega)=9.9.8=648$.

Gọi A: "Số được **chọn có tổng các chữ số là chẵn**".

TH 1: Cả ba số a, b, c là chẵn.

+) Số lập được có 3 chữ số chẵn khác nhau có: $C_5^3.3!$ cách lập.

+) Có A_4^2 số có 3 chữ số chẵn khác nhau và số 0 đứng vị trí hàng trăm.

Vậy TH này có $C_5^3.3!-A_4^2=48$ số thỏa mãn.

TH 2: Trong ba số a, b, c có hai số lẻ khác nhau và 1 số chẵn.

+) Số lập được có hai số lẻ khác nhau và 1 số chẵn có $C_5^1.C_5^2.3!$ cách lập.

+) Có A_5^2 số có hai số lẻ khác nhau và 1 số chẵn và số 0 đứng vị trí hàng trăm.

Vậy TH này có $C_5^1.C_5^2.3!-A_5^2=280$ số thỏa mãn.

Suy ra $n(A)=48+180=328\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{41}{81}$.

Cách trình bày khác

Gọi A là biến cố: " Số được chọn có tổng các chữ số là chẵn ".

Ta có $|\Omega|=9.A_9^2=648$.

Vì số được chọn có tổng các chữ số là chẵn nên có 2 trường hợp:

TH1: Cả 3 chữ số đều chẵn.

* Có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số chẵn còn lại có C_4^2,

$\Rightarrow$ có $(3!-2)C_4^2=24$ số.

* Không có mặt chữ số 0

Chọn 3 chữ số chẵn có C_4^3,

$\Rightarrow$ có $3!C_4^3=24$ số.

TH2: Có 2 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn.

* Có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số lẻ có C_5^2,

$\Rightarrow$ có $(3!-2)C_5^2=40$ số.

* Không có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số lẻ có C_5^2, chọn 1 chữ số chẵn có 4

$\Rightarrow$ có $3!4.C_5^2=240$ số.

$\Rightarrow|\Omega_A|=24+24+40+240=328$.

Vậy $P(A)=\dfrac{328}{648}=\dfrac{41}{81}$.

Câu 10: [1D2-5.2-3] **(Câu 38 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{11}{23}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{265}{529}$. **D.** $\dfrac{12}{23}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|\Omega| = C_{23}^2$

Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 số có tổng là số chẵn".

TH1: Chọn 2 số lẻ: C_{12}^2

TH2: Chọn 2 số chẵn: C_{11}^2

$\Rightarrow |\Omega_A| = C_{12}^2 + C_{11}^2$

Vậy $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{12}^2 + C_{11}^2}{C_{23}^2} = \dfrac{11}{23}$.

Câu 11: **[1D2-5.2-3] (Câu 40 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{11}{21}$. **B.** $\dfrac{221}{441}$. **C.** $\dfrac{10}{21}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

* Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^2 = 210$.

* Gọi biến cố A="Chọn được hai số có tổng là một số chẵn", trong 21 số nguyên dương đầu tiên có 11 số lẻ và 10 số chẵn, để hai số chọn được có tổng là một số chẵn điều kiện là cả hai số cùng chẵn hoặc cùng lẻ $\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_{10}^2 + C_{11}^2 = 100$.

* Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{21}$.

Câu 12: **[1D2-5.2-3] (Câu 40 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng.

A. $\dfrac{13}{27}$. **B.** $\dfrac{14}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{365}{729}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên, ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{27}^2$.

Gọi A là biến cố: "chọn được hai số có tổng là một số chẵn".

Trường hợp 1: Hai số được chọn là số lẻ có C_{14}^2 cách.

Trường hợp 2: Hai số được chọn là số chẵn có C_{13}^2 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_{14}^2+C_{13}^2$.

Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{14}^2+C_{13}^2}{C_{27}^2}=\frac{13}{27}$.

Câu 13: **[1D2-5.2-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng?

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

	A	B	C
1			
2			

Số phần tử không gian mẫu là $6!=720$.

Xếp bạn nam thứ nhất có 6 cách, bạn nam thứ 2 có 4 cách, bạn nam thứ 3 có 2 cách.

Xếp 3 bạn nữ vào ba ghế còn lại có $3!$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{6.4.2.3!}{6!}=\frac{288}{720}=\frac{2}{5}$. Đáp án **A.**

Câu 14: **[1D2-5.2-3] (Câu 43 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1728}{4913}$ **B.** $\frac{1079}{4913}$ **C.** $\frac{23}{68}$ **D.** $\frac{1637}{4913}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $n(\Omega)=17^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ có 5 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15\}$, có 6 số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 5^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 5.6.6.3! cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là: $p(A)=\dfrac{5^3+6^3+6^3+5.6.6.3!}{17^3}=\dfrac{1637}{4913}$.

Câu 1: **[1D2-5.2-4] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng.

A. $\frac{50}{81}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

* Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=9.A_9^5$.

+ Gọi A là biến cố chọn ngẫu nhiên một số có 6 chữ số đôi một khác nhau mà 2 chữ số cuối khác tính chẵn lẻ.

* Gọi số có 6 chữ số là $\overline{abcdef}$ sao cho e và f khác tính chẵn lẻ.

+ TH1. Nếu $f=0$, chọn e là số lẻ có 5 cách, các số a,b,c,d có A_8^4, suy ra có $5.A_8^4$ số.

+ TH2. Nếu $e=0$, chọn f là số lẻ có 5 cách, các số a,b,c,d có A_8^4, suy ra có $5.A_8^4$ số.

+ TH3. Nếu $f\neq 0$ và là số chẵn có 4 cách chọn, chọn e là số lẻ có 5 cách, các số a,b,c,d có $7.A_7^3$, suy ra có $4.5.7.A_7^3$ số.

+ TH4. Nếu $e\neq 0$ và là số chẵn có 4 cách chọn, chọn f là số lẻ có 5 cách, các số a,b,c,d có $7.A_7^3$, suy ra có $4.5.7.A_7^3$ số.

Số phần tử của biến cố A là $n(A)=2.5.A_8^4+4.5.7.A_7^3$

Vậy xác suất cần tính là : $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2.5.A_8^4+4.5.7.A_7^3}{9.A_9^5}=\frac{5}{9}$.

Cách 2:

* Ta có số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=9.A_9^5$.

+ Gọi A là biến cố chọn ngẫu nhiên một số có 6 chữ số đôi một khác nhau mà 2 chữ số cuối khác tính chẵn lẻ.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố chọn ngẫu nhiên một số có 6 chữ số đôi một khác nhau mà 2 chữ số cuối cùng tính chẵn lẻ.

* Gọi số có 6 chữ số là $\overline{abcdef}$ sao cho e và f cùng tính chẵn lẻ.

+ TH1. $e=0$ hoặc $f=0$ có $2.4=8$ cách, các số a,b,c,d có A_8^4, suy ra có $8.A_8^4$ số.

+ TH2. e, f chẵn khác 0 có A_4^2 cách, chọn a còn 7 cách và các số b,c,d có A_7^3, suy ra có $A_4^2.7.A_7^3$ số.

+ TH3. e, f lẻ có A_5^2 cách chọn, chọn a còn 7 cách và các số b,c,d có A_7^3, suy ra có $A_5^2.7.A_7^3$ số.

Khi đó : $P\ \overline{A} = \dfrac{n\ \overline{A}}{n\ \Omega} = \dfrac{8.A_8^4 + A_4^2.7.A_7^3 + A_5^2.7.A_7^3}{9.A_9^5} = \dfrac{4}{9}$

$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{9}$.

Vậy $P(A) = \dfrac{5}{9}$.

Câu 2: **[1D2-5.2-4] (Câu 46 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\dfrac{25}{42}$. **B.** $\dfrac{5}{21}$. **C.** $\dfrac{65}{126}$. **D.** $\dfrac{55}{126}$.

Lời giải

Chọn A

Có A_9^4 cách tạo ra số có 4 chữ số phân biệt từ $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

$\Rightarrow |S| = A_9^4 = 3024$.

$\Rightarrow |\Omega| = 3024$.

Gọi biến cố A:"chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn".

Nhận thấy không thể có 3 chữ số chẵn hoặc 4 chữ số chẵn vì lúc đó luôn tồn tại hai chữ số chẵn nằm cạnh nhau.

Trường hợp 1: Cả 4 chữ số đều lẻ.

Chọn 4 số lẻ từ X và xếp thứ tự có A_5^4 số.

Trường hợp 2: Có 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn.

Chọn 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn từ X và xếp thứ tự có $C_5^3.C_4^1.4!$ số.

Trường hợp 3: Có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.

Chọn 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn từ X có $C_5^2.C_4^2$ cách.

Xếp thứ tự 2 chữ số lẻ có 2! cách.

Hai chữ số lẻ tạo thành 3 khoảng trống, xếp hai chữ số chẵn vào 3 khoảng trống và sắp thứ tự có 3! cách.

$\Rightarrow$ trường hợp này có $C_5^2.C_4^2.2!.3!$ số.

Vậy $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{A_5^4+C_5^3.C_4^1.4!+C_5^2.C_4^2.2!.3!}{3024}=\dfrac{25}{42}$.

Câu 3: **[1D2-5.2-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Ba bạn A,B,C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{457}{1372}$. **B.** $\dfrac{307}{1372}$. **C.** $\dfrac{207}{1372}$. **D.** $\dfrac{31}{91}$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=14^3$.

Vì trong 14 số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$ có: 5 số chia cho 3 dư 1; 5 số chia cho 3 dư 2; 4 số chia hết cho 3.Để tổng 3 số chia hết cho 3 ta có các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 chữ số đều chia hết cho 3 có: 4^3

TH2: Cả 3 số chia cho 3 dư 1 có: 5^3

TH3: Cả 3 số chia cho 3 dư 2 có: 5^3

TH4: Trong 3 số có một số chia hết cho 3; một số chia cho 3 dư 1; một số chia 3 dư 2 được ba người viết lên bảng nên có: 4.5.5.3!

Gọi biến cố E:" Tổng 3 số chia hết cho 3"

Ta có: $n(E)=4^3+5^3+5^3+4.5.5.3!=914$.

Vậy xác suất cần tính: $P(E)=\dfrac{914}{14^3}=\dfrac{457}{1372}$.

Câu 4: **[1D2-5.2-4] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{1027}{6859}$. **B.** $\dfrac{2539}{6859}$. **C.** $\dfrac{2287}{6859}$. **D.** $\dfrac{109}{323}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega)=19^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$ có 6 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15;18\}$, có 7 số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16;19\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 7^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6.7.6.3! cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là: $p(A)=\dfrac{6^3+7^3+6^3+6.7.6.3!}{19^3}=\dfrac{2287}{6859}$.

Câu 5: **[1D2-5.2-4]** **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\dfrac{11}{630}$ **B.** $\dfrac{1}{126}$ **C.** $\dfrac{1}{105}$ **D.** $\dfrac{1}{42}$

Lời giải

Chọn A

$n(\Omega)=10!$

Gọi H là biến cố "không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau"

+ Đầu tiên xếp 5 học sinh lớp 12C thì có 5! cách xếp

+ Giữa 5 học sinh lớp C và ở hai đầu có 6 khoảng trống

TH1: Xếp 5 học sinh của hai lớp A và B vào 4 khoảng trống ở giữa và 1 khoảng trống ở 1 đầu thì có 2.5! cách xếp

TH2: Xếp 5 học sinh vào 4 khoảng trống giữa 5 học sinh lớp C sao cho có đúng một khoảng trống có 2 học sinh thuộc 2 lớp A, B thì có 2!.2.3.4! cách xếp.

Suy ra, $n(H)=5!(2.5!+2!.2.3.4!)\Rightarrow p(H)=\dfrac{11}{630}$.

Câu 1: **[1D2-5.3-3] (Câu 36 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;16]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{683}{2048}$ **B.** $\frac{1457}{4096}$ **C.** $\frac{19}{56}$ **D.** $\frac{77}{512}$

Lời giải

Chọn A

Gọi 3 số cần viết ra là a,b,c. Ta có $n(\Omega)=16^3$.

Phân đoạn $[1;16]$ ra thành 3 tập:

$X=\{3,6,9,12,15\}$ là những số chia hết cho 3 dư 0, có 5 số.

$Y=\{1,4,7,10,13,16\}$ là những số chia hết cho 3 dư 1, có 6 số.

$Z=\{2,5,8,11,14\}$ là những số chia hết cho 3 dư 2, có 5 số.

Ta thấy 3 số a,b,c do A, B, C viết ra có tổng chia hết cho 3 ứng với 2 trường hợp sau:

TH1: cả 3 số a,b,c cùng thuộc một tập, số cách chọn là $6^3+5^3+6^3=466$.

TH2: cả 3 số a,b,c thuộc ba tập khác nhau, số cách chọn là $3!.5.5.6=900$.

Xác suất cần tìm $P(A)=\frac{466+900}{16^3}=\frac{683}{2048}$.

Câu 1: **[1D2-5.4-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{22}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là tổ hợp chập 3 của 12 phần tử $\Rightarrow n(\Omega)=C_{12}^{3}=220$.

Gọi biến cố A: "lấy được 3 quả bóng màu đỏ".

Suy ra: $n(A)=C_5^3=10$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{10}{220}=\frac{1}{22}$.

Câu 1: **[1D3-3.0-1] (Câu 2 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Công sai của cấp số cộng đã cho bằng $u_2-u_1=6$.

Câu 2: **[1D3-3.0-1] (Câu 11 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Công sai: $d=\dfrac{u_n-u_1}{n-1}=\dfrac{6-2}{2-1}=4$.

Câu 3: **[1D3-3.0-1] (Câu 11 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n)

Ta có: $u_2=u_1+d \Leftrightarrow d=u_2-u_1 \Leftrightarrow d=8-2 \Leftrightarrow d=6$.

Câu 4: **[1D3-3.0-1] (Câu 5 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_2=u_1+d \Leftrightarrow 9=3+d \Rightarrow d=6$

Câu 1: **[1D3-3.3-1] (Câu 2 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và $u_2=3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Vì (u_n) là cấp số cộng nên ta có: $u_2=u_1+d \Rightarrow d=3-1=2$.

Vậy $u_3=u_1+2d=1+2.2=5$.

Câu 2: **[1D3-3.3-1] (Câu 2 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=7$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 14. **B.** 9. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_2=u_1+d=7+2=9$.

Câu 3: **[1D3-3.3-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=8$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_2 bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** 24. **C.** 5. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2=u_1+d=8+3=11$.

Câu 4: **[1D3-3.3-1] (Câu 16 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=9$ và công sai $d=2$. Giá trị u_2 bằng

A. 11. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 18. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$u_2=u_1+d=9+2=11$

Câu 5: **[1D3-3.3-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=11$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 8. **B.** 33. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai bằng d là $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Vậy $u_2 = u_1 + d = 11 + 3 = 14$.

Câu 6: **[1D3-3.3-1] (Câu 7 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2 = u_1 + d \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 3$.

Câu 7: **[1D3-3.3-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai d = 5. Giá trị của u_4 bằng

A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + 5(n-1) = 5n - 3$.

Khi đó $u_4 = 5.4 - 3 = 17$.

Câu 1: **[1D3-4.0-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 5. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi q là công bội của cấp số nhân $\Rightarrow u_2=u_1\cdot q\Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{10}{2}=5.$

Câu 2: **[1D3-4.0-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -12. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** 5. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có công bội của cấp số nhân là $q=\frac{u_2}{u_1}=5$.

Câu 3: **[1D3-4.0-1] (Câu 16 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 9. **B.** -9. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Công bội của cấp số nhân đã cho là $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{12}{3}=4$.

Câu 4: **[1D3-4.0-1] (Câu 26 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Công bội $q=\frac{u_2}{u_1}=3$.

Câu 5: **[1D3-4.0-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Công bội của cấp số nhân là $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{6}{2}=3$.

Câu 1: **[1D3-4.3-1] (Câu 18 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=4$ và công bội $q=3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. **B.** 81. **C.** 12. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$u_2=u_1q=4.3=12$.

Câu 2: **[1D3-4.3-1] (Câu 14 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. **B.** 81. **C.** 12. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức cấp số nhân ta có: $u_n=u_1.q^{n-1}\Rightarrow u_2=u_1.q=3.4=12$

Câu 3: **[1D3-4.3-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 8. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2=u_1.q=2.3=6$.

Câu 4: **[1D3-4.3-1] (Câu 21 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2$. Giá trị của u_2.

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_n=u_1.q^{n-1}\Rightarrow u_2=u_1.q=3.2=6$.

Câu 1: **[1D4-1.2-1] (Câu 15 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** $\lim \frac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 0 **C.** $+\infty$ **D.** $\frac{1}{5}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim \frac{1}{2n+5} = \lim \frac{1}{n}.\frac{1}{2+\frac{5}{n}} = 0$.

Câu 2: **[1D4-1.2-1] (Câu 13 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** $\lim \frac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0 **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $+\infty$ **D.** $\frac{1}{5}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim \frac{1}{5n+3} = \lim \frac{\frac{1}{n}}{5+\frac{3}{n}} = 0$.

Câu 1: **[1D4-1.3-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** $\lim \frac{1}{5n+2}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $+\infty$

Lời giải

Chọn B

$$\lim \frac{1}{5n+2} = \lim \frac{1}{n}\left(\frac{1}{5+\frac{2}{n}}\right) = 0.\frac{1}{5} = 0.$$

Câu 1: **[1D4-2.7-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng.

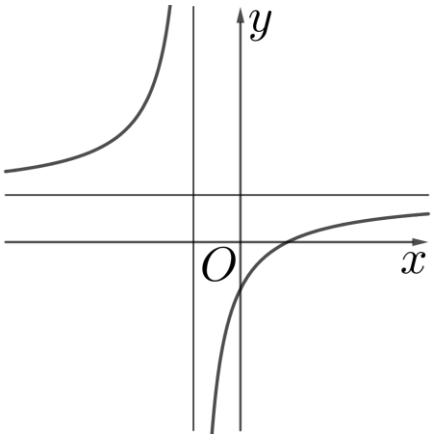
A. $-\dfrac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** -3

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=1.$$

Câu 1: **[2D1-1.1-1] (Câu 29 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'<0,\ \forall x\neq -1$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq -1$. **C.** $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Dựa vào đồ thị, ta có: Hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$

$\Rightarrow y'>0,\ \forall x\neq -1$.

Câu 1: **[2D1-1.2-1] (Câu 3 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2: **[2D1-1.2-1] (Câu 3 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ **B.** $y=x^3+x$ **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ **D.** $y=-x^3-3x$

Lời giải

Chọn B

Vì $y=x^3+x\Rightarrow y'=3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 3: **[2D1-1.2-1] (Câu 11 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên rồi suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 4: **[2D1-1.2-1] (Câu 8 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

Câu 5: **[2D1-1.2-1] (Câu 13 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số $y=\dfrac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(-1;1)$ **C.** $(-\infty;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn A

$D=\mathbb{R};\quad y'=-\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$. Cho $y'=0\Leftrightarrow x=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		↗	2	↘	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 1: **[2D1-1.2-2] (Câu 30 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn C

$y=x^3-x^2+x \Rightarrow y'=3x^2-2x+1=3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{2}{3}>0 \ \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: **[2D1-1.2-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $D=\mathbb{R}$, $y'=\dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 3: **[2D1-1.2-2] (Câu 30 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm sô nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

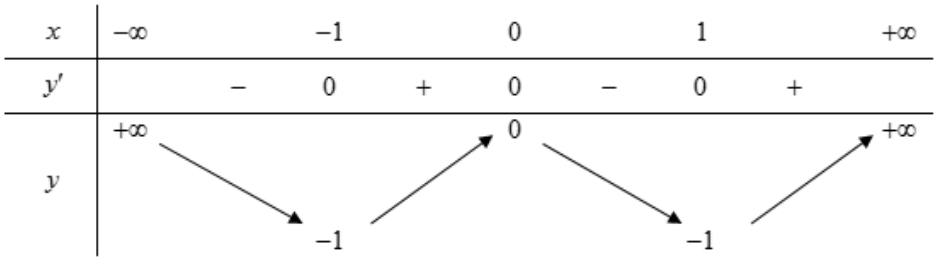
Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3-4x$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 4: **[2D1-1.2-2] (Câu 6 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 5: **[2D1-1.2-2] (Câu 14 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=3x^3+3x-2$. **B.** $y=2x^3-5x+1$. **C.** $y=x^4+3x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=3x^3+3x-2$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=9x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 6: **[2D1-1.2-2] (Câu 4 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-4x+1\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{1}{3}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 7: **[2D1-1.2-2] (Câu 3 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

$y=2x^4+1$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=8x^3$; $y'=0\Leftrightarrow 8x^3=0\Leftrightarrow x=0$ suy ra $y(0)=1$

Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$ ↘	1	↗ $+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 1: **[2D1-1.3-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

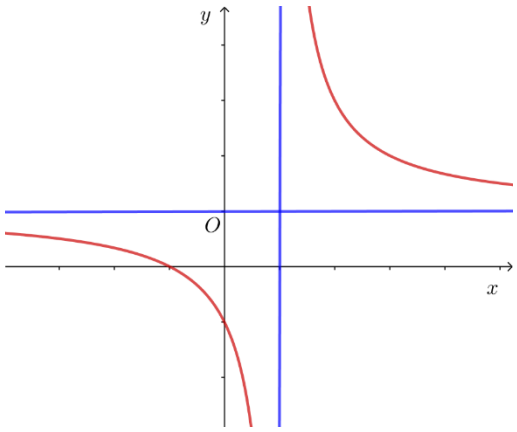
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy mệnh đề hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ đúng.

Câu 1: **[2D1-1.3-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a\neq -1$) có đồ thị như trong hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **C.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'>0,\forall x\neq 1$.

Lời giải

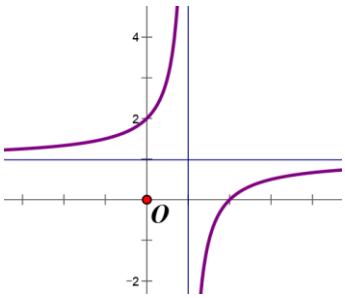
Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Khi đó: $y'=\dfrac{-1-a}{(x-1)^2}\ \forall x\neq 1$.

Hai nhánh của đồ thị có chiều đi xuống nên $y'<0,\forall x\neq 1$.

Câu 2: **[2D1-1.3-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$, có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\neq 1$. **B.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\forall x\neq 1$.

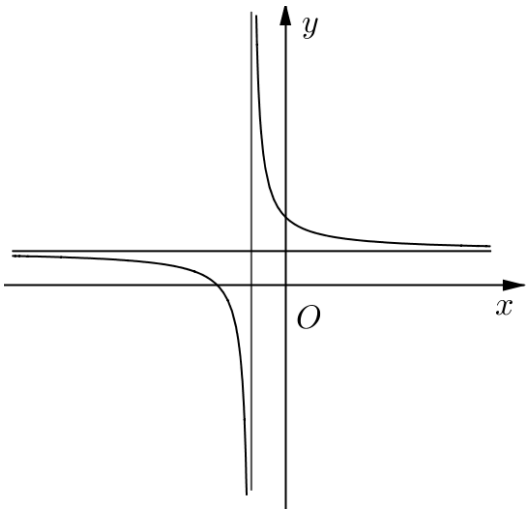
Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x\neq 1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy theo thứ tự từ trái qua phải đồ thị đi lên nên $y'>0,\forall x\neq 1$.

Câu 3: **[2D1-1.3-2] (Câu 33 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **C.** $y'<0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

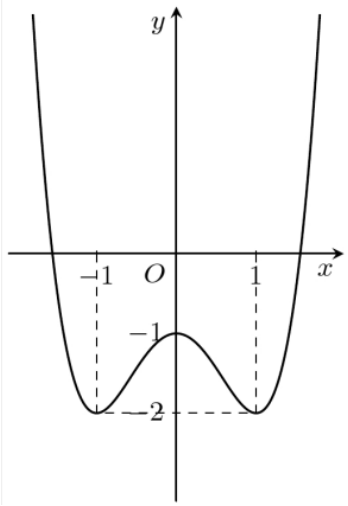
Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên loại đáp án A và **D.**

Dạng đồ thị đi xuống thì $y'<0$ nên loại đáp án **B.**

Câu 4: **[2D1-1.3-2] (Câu 4 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây



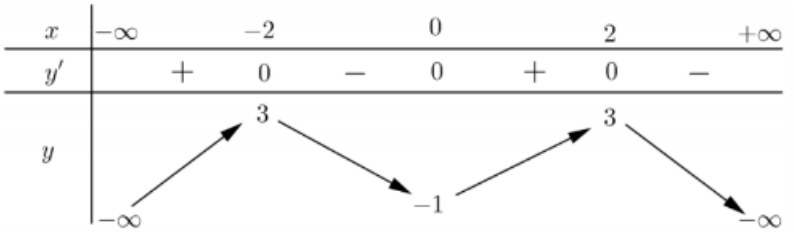
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(0;1)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 5: **[2D1-1.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(0;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Câu 1: **[2D1-1.4-2] (Câu 34 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-2f'(5-2x)$.

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến $\Leftrightarrow -2f'(5-2x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(5-2x)\le 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x<-3 \\ -1<5-2x<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ 2<x<3 \end{array}\right.$.

Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 2: **[2D1-1.4-2] (Câu 33 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=f'(3-2x)=(3-2x)'\,f'(3-2x)=-2f'(3-2x)$.

*) $y'=0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x)=0 \Leftrightarrow f'(3-2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x=-3 \\ 3-2x=-1 \\ 3-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

*) $y'\ge 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(3-2x)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x\le -3 \\ -1\le 3-2x\le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ 1\le x\le 2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Câu 1: **[2D1-1.4-3] (Câu 35 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=f(5-2x)$.

$y'=\left[f(5-2x)\right]'=-2f'(5-2x)$.

Xét bất phương trình: $y'<0\Leftrightarrow f'(5-2x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3<5-2x<-1\\5-2x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3<x<4\\x<2\end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và khoảng $(3;4)$.

Vì $(0;2)\subset(-\infty;2)$ nên chọn đáp án B

Câu 2: **[2D1-1.4-3] (Câu 35 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(1;2)$.

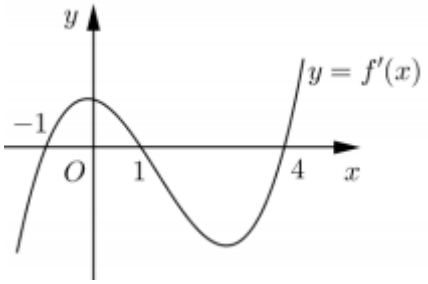
Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-2f'(3-2x)<0\Leftrightarrow f'(3-2x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3<3-2x<-1\\3-2x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3>x>2\\x<1\end{array}\right.$.

Vì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ nên nghịch biến trên $(-2;1)$.

Câu 3: **[2D1-1.4-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(1;3)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(-2;1)$ **D.** $(-\infty;-2)$

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta thấy $f'(x)<0$ với $\left[\begin{array}{l} x\in(1;4) \\ x<-1 \end{array}\right.$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(1;4)$ và $(-\infty;-1)$ suy ra $g(x)=f(-x)$ đồng biến trên $(-4;-1)$ và $(1;+\infty)$. Khi đó $f(2-x)$ đồng biến biến trên khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$

Cách 2:

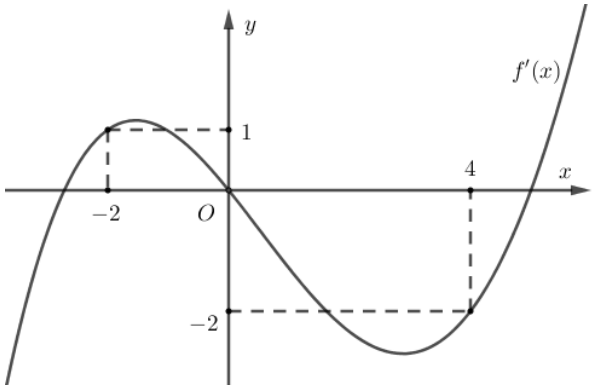
Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x<-1 \\ 1<x<4 \end{array}\right.$.

Ta có $\left(f(2-x)\right)'=(2-x)'.f'(2-x)=-f'(2-x)$.

Để hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến thì $\left(f(2-x)\right)'>0\Leftrightarrow f'(2-x)<0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 2-x<-1 \\ 1<2-x<4 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x>3 \\ -2<x<1 \end{array}\right.$.

Câu 1: **[2D1-1.4-4] (Câu 50 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(2;3)$.

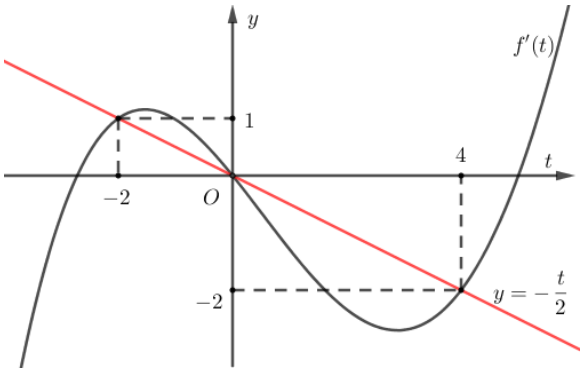
Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=-2f'(1-2x)+2x-1$

$g'(x)<0\Leftrightarrow -2f'(1-2x)+2x-1<0\Leftrightarrow f'(1-2x)>\frac{2x-1}{2}$ (*).

Đặt $t=1-2x$, ta có đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=-\frac{t}{2}$ như hình vẽ sau :



$(*)\Leftrightarrow f'(t)>-\frac{t}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}-2<t<0\\ t>4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2<1-2x<0\\ 1-2x>4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\\ x<-\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

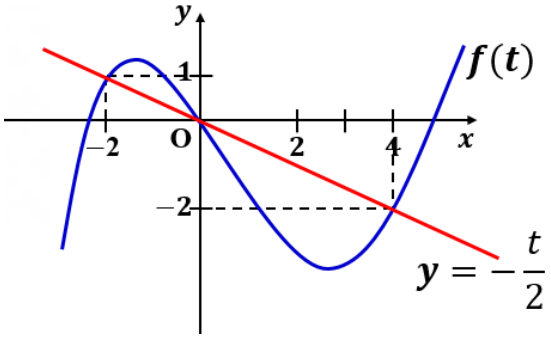
$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$

Cách 2:

Ta có: $g(x)=f(1-2x)+x^2-x\Rightarrow g'(x)=-2f'(1-2x)+2x-1$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(1-2x)=-\dfrac{1-2x}{2}$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=-\dfrac{t}{2}$.



Từ đồ thị ta có: $f'(t)=-\dfrac{t}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=0 \\ t=4 \end{array}\right.$. Khi đó: $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-2x=-2 \\ 1-2x=0 \\ 1-2x=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2} \\ x=\dfrac{1}{2} \\ x=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy: hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

--------- HẾT ---------

Câu 2: **[2D1-1.4-4] (Câu 48 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có $y'>0 \Leftrightarrow 3f'(x+2)-3x^2+3>0 \Leftrightarrow f'(x+2)>x^2-1$.

Đặt $t=x+2$, bất phương trình trở thành: $f'(t)>(t-2)^2-1$.

Xét hệ bất phương trình $\begin{cases}(t-2)^2-1<0\\ f'(t)>0\end{cases},(I).$

Ta có $(I)\Leftrightarrow\begin{cases}-1<t-2<1\\ \left[\begin{array}{l}1<t<2\\ 2<t<3\end{array}\right.\\ t>4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1<t<3\\ \left[\begin{array}{l}1<t<2\\ 2<t<3\end{array}\right.\\ t>4\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<t<2\\ 2<t<3\end{array}\right.$.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}1<x+2<2\\ 2<x+2<3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<0\\ 0<x<1\end{array}\right.$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$.

Cách 2: Lưu Thêm

Xét hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$

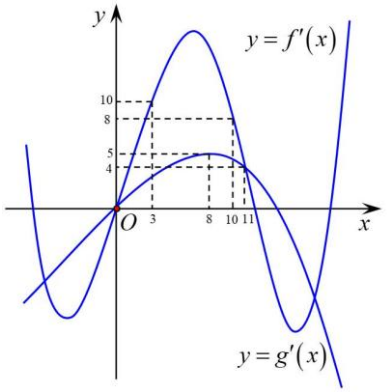
$y'=3f'(x+2)-3x^2+3=3\left[f'(x+2)+\left(1-x^2\right)\right].$

Ta có $y'\left(\frac{3}{2}\right)=3\left[f'\left(\frac{7}{2}\right)-\frac{5}{4}\right]<0$ nên loại đáp án A, **D.**

$y'(-2)=3\left[f'(0)-3\right]<0$ nên loại đáp án **B.**

Vậy ta chọn đáp án **C.**

Câu 3: **[2D1-1.4-4] (Câu 46 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+6)-g\left(2x+\frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{21}{5};+\infty\right)$ **B.** $\left(\frac{1}{4};1\right)$ **C.** $\left(3;\frac{21}{5}\right)$ **D.** $\left(4;\frac{17}{4}\right)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x)=f'(x+6)-2g'\left(2x+\frac{5}{2}\right).$

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3;8)$ thì $g'(x)<5$ và $f'(x)>10$. Do đó $f'(x)>2g'(x)$.

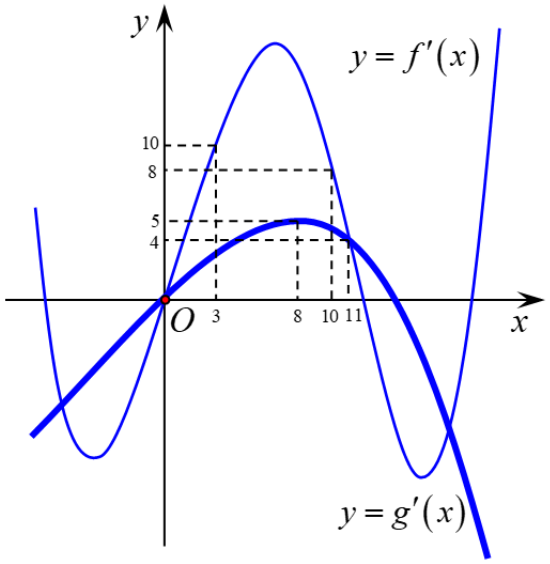
Như vậy: $g'\left(2x+\frac{5}{2}\right)<5$ nếu $3<2x+\frac{5}{2}<8\Leftrightarrow\frac{1}{4}<x<\frac{11}{4}$.

$f'(x+6)>10$ nếu $3<x+6<8\Leftrightarrow -3<x<2$.

Suy ra trên khoảng $\left(\frac{1}{4};2\right)$ thì $g'\left(2x+\frac{5}{2}\right)<5$ và $f'(x+7)>10$ hay $h'(x)>0$.

Tức là trên khoảng $\left(\frac{1}{4};1\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 1: **[2D1-1.5-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+3)-g\left(2x-\frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{13}{4};4\right)$. **B.** $\left(7;\frac{29}{4}\right)$. **C.** $\left(6;\frac{36}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{36}{5};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

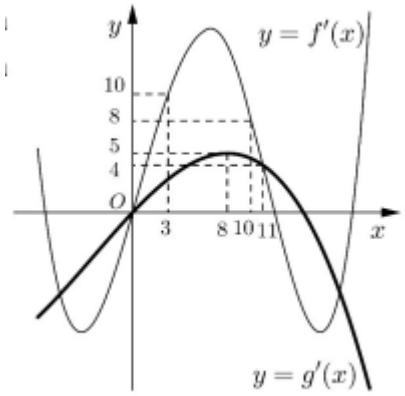
Cách 1. Ta thấy $f'(x)>2g'(y)$ với mọi $x\in(3;8)$ và mọi $y\in\mathbb{R}$.

Suy ra $f'(x+3)-2g'\left(2x-\frac{7}{2}\right)>0$ với mọi $x+3\in(3;8)$ hay $x\in(0;5)$.

Cách 2. Ta có: $x\in\left(\frac{13}{4};4\right)\Rightarrow\begin{cases}x+3\in\left(\frac{25}{4};7\right)\Rightarrow f'(x+7)>10\\ 2x-\frac{7}{2}\in\left(3;\frac{9}{2}\right)\Rightarrow g'\left(2x-\frac{7}{2}\right)<5\end{cases}\Rightarrow h'(x)>0$

$\Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{13}{4};4\right)$.

Câu 2: **[2D1-1.5-4] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong **đậm hơn** là đồ thị hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+7)-g\left(2x+\frac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(2;\frac{16}{5}\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{4};0\right)$. **C.** $\left(\frac{16}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(3;\frac{13}{4}\right)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x)=f'(x+7)-2g'\left(2x+\frac{9}{2}\right)$.

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3;8)$ thì $g'(x)<5$ và $f'(x)>10$. Do đó $f'(x)>2g'(x)$.

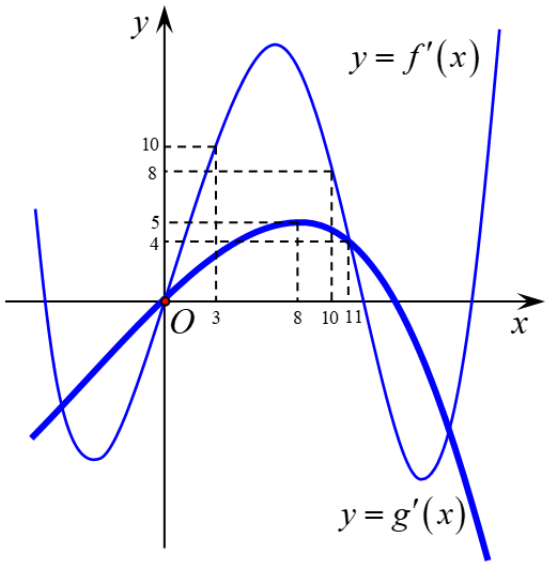
Như vậy: $g'\left(2x+\frac{9}{2}\right)<5$ nếu $3<2x+\frac{9}{2}<8\Leftrightarrow-\frac{3}{4}<x<\frac{7}{4}$.

$f'(x+7)>10$ nếu $3<x+7<8\Leftrightarrow -4<x<1$.

Suy ra trên khoảng $\left(-\frac{3}{4};1\right)$ thì $g'\left(2x+\frac{9}{2}\right)<5$ và $f'(x+7)>10$ hay $h'(x)>0$.

Tức là trên khoảng $\left(-\frac{3}{4};0\right)$ hàm số $h(x)$ đồng biến.

Câu 3: **[2D1-1.5-4] (Câu 50 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $y=f(x),y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó **đường cong đậm hơn** là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$.



Hàm số $h(x)=f(x+4)-g\left(2x-\frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5;\frac{31}{5}\right)$ **B.** $\left(\frac{9}{4};3\right)$ **C.** $\left(\frac{31}{5};+\infty\right)$ **D.** $\left(6;\frac{25}{4}\right)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x)=f'(x+4)-2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right)$.

Hàm số $h(x)=f(x+4)-g\left(2x-\frac{3}{2}\right)$ đồng biến

$\Leftrightarrow h'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(x+4)-2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow f'(x+4)\ge 2g'\left(2x-\frac{3}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\le x+4\le 8 \\ 3\le 2x-\frac{3}{2}\le 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ 3+\frac{3}{2}\le 2x\le 8+\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ \frac{9}{2}\le 2x\le \frac{19}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le x\le 4 \\ \frac{9}{4}\le x\le \frac{19}{4} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \frac{9}{4}\le x\le \frac{19}{4}$.

Câu này giải em không biết chỉnh sửa như thế nào!

Câu 1: **[2D1-1.6-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

* TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

* Ta có: $f'(x)=x^2+2mx+4$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ điều kiện là

$f'(x)\ge 0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=m^2-4\le 0\Leftrightarrow -2\le m\le 2$

mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 2: **[2D1-1.6-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=\frac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$D=\mathbb{R}\setminus\{-m\};\ y'=\frac{m^2-4m}{(x+m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi

$y'<0,\forall x\in D\Leftrightarrow m^2-4m<0\Leftrightarrow 0<m<4$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị thỏa.

Câu 3: **[2D1-1.6-3] (Câu 31 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=\frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\frac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì

$y'\ge 0\Leftrightarrow -m^2+2m+3\ge 0\Leftrightarrow m\in[-1;3]$

Xét tại $m=-1; m=3$ thấy không thỏa mãn. Vậy $m=0; m=1; m=2$.

Câu 1: **[2D1-1.7-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $(-\infty;4]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6x+4-m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty) \Leftrightarrow y'\geq 0, \forall x\in(2;+\infty) \Leftrightarrow m\leq 3x^2-6x+4,\ \forall x\in(2;+\infty)$.

Xét hàm số $g(x)=3x^2-6x+4$ trên khoảng $(2;+\infty)$.

Ta có: $g'(x)=6x-6;\ g'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		0	$+$	
$g(x)$			4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $m\leq g(x), \forall x\in(2;+\infty) \Leftrightarrow m\leq 4$.

Vậy $m\leq 4$ thoả yêu cầu bài toán.

Câu 2: **[2D1-1.7-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(5;8]$. **C.** $[5;8)$. **D.** $(5;8)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8) \Leftrightarrow \begin{cases} y'>0, \forall x\in(-\infty;-8) \\ x\neq -m \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m-5}{(x+m)^2} > 0, \forall x \in (-\infty;-8) \\ -m \notin (-\infty;-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m \leq 8.$$

Vậy $m \in (5;8]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: **[2D1-1.7-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$?

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 5

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(10;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2;-1;0;1\}$.

Câu 4: **[2D1-1.7-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

A. 5 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6}$$

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $y' = 3x^2 + m + \dfrac{1}{x^6} \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow -3x^2 - \dfrac{1}{x^6} \leq m, \forall x \in (0;+\infty)$. Xét hàm số $g(x) = -3x^2 - \dfrac{1}{x^6} \leq m$, $x \in (0;+\infty)$

$g'(x) = -6x + \dfrac{6}{x^7} = \dfrac{-6(x^8-1)}{x^7}$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 (\text{loai}) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	$-\infty$

Dựa vào BBT ta có $m \geq -4$, suy ra các giá trị nguyên âm của tham số m là $-4;-3;-2;-1$

Câu 1: **[2D1-1.7-3] (Câu 42 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;-2]$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x+1-m$.

Hàm số $y=x^3-3x^2+(1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ nên $y'\geq 0\forall x\in(2;+\infty)$

Suy ra: $3x^2-6x+1\geq m\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow \underset{x\in(2;+\infty)}{Min}(3x^2-6x+1)\geq m\Leftrightarrow 1\geq m$.

Câu 2: **[2D1-1.7-3] (Câu 42 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

.

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;5)$ **C.** $(-\infty;5]$. **D.** $(-\infty;2]$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6x+5-m$

Để hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ thì $y'\geq 0\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+5-m\geq 0\forall x\in[2;+\infty)$ (do hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ nên xác định tại $x=2$)

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+5\geq m\ \forall x\in[2;+\infty)$

$\Leftrightarrow f(x)\geq m\ \forall x\in[2;+\infty)$

$\Leftrightarrow \min\limits_{[2;+\infty)} f(x)\geq m$

Xét $f(x)=3x^2-6x+5\ \ x\in[2;+\infty)$

$f'(x)=6x-6>0\ \forall x\in[2;+\infty)\ \Rightarrow$ Hàm số $f(x)=3x^2-6x+5$ đồng biến trên nữa khoảng $[2;+\infty)\ \Rightarrow \min\limits_{[2;+\infty)} f(x)=f(2)=5\ \Rightarrow m\leq 5$

Câu 3: **[2D1-1.7-3] (Câu 42 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là

A. $(3;6]$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[3;6)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m-3}{(x+m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6) \Leftrightarrow y'>0\ \forall x\in\ -\infty;-6$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-3>0\\-m\notin\ -\infty;-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\-m\geq-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>3\\m\leq6\end{cases}\Leftrightarrow 3<m\leq 6.$

Câu 4: **[2D1-1.7-3] (Câu 41 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Tìm m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$.

A. $(2;5]$. **B.** $[2;5)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(2;5)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x\neq -m$.

Ta có: $y'=\dfrac{m-2}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\-m\notin(-\infty;-5)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-2>0\\-m\geq-5\end{cases}\Leftrightarrow 2<m\leq 5.$

Vậy $m\in(2;5]$.

Câu 5: **[2D1-1.7-3] (Câu 40 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

A. $[4;7)$. **B.** $(4;7]$. **C.** $(4;7)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

$y'=\dfrac{m-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;7)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\-m\notin(-\infty;-7)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\-m\geq-7\end{cases}\Leftrightarrow 4<m\leq 7.$

Vậy $m\in(4;7]$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$.

Câu 6: **[2D1-1.7-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số hàm số $f(x)=\dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x \neq m$.

Ta có $y' = \dfrac{-m^2+4}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ thì

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4>0 \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \le 0.$$

Do m nguyên nên $m=-1; m=0$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 7: **[2D1-1.7-3] (Câu 36 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Tập hợp các giá trị thực của m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $\left[-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]$. **D.** $[0;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

+ TXĐ: $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = -3x^2-12x+(4m-9)$.

Hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ khi và chỉ khi

$y' = -3x^2-12x+(4m-9) \le 0, \forall x \in (-\infty;-1) \Leftrightarrow 4m \le 3x^2+12x+9, \forall x \in (-\infty;-1)$.

+ Xét hàm $g(x)=3x^2+12x+9, x \in (-\infty;-1)$; $g'(x)=6x+12$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=-2$.

+ BBT

x	$-\infty$		-2		-1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	-3	↗	

+ Từ bảng biến thiên suy ra $4m \le -3 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{3}{4}$.

Câu 8: **[2D1-1.7-3] (Câu 26 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$?

A. 2 **B.** 6 **C.** Vô số **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(-\infty;-3m)\cup(-3m;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{3m-2}{(x+3m)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)\Leftrightarrow\begin{cases}3m-2>0\\-6\le-3m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{2}{3}\\m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{2}{3}<m\le 2$.

Mà m nguyên nên $m=\{1;2\}$.

Câu 9: **[2D1-1.7-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$?.

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 0. **D.** 6

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-3m\}$; $y'=\dfrac{3m-1}{(x+3m)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}y'<0\\(6;+\infty)\subset D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-1<0\\-3m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\dfrac{1}{3}\\m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<\dfrac{1}{3}.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0\}$.

Câu 10: **[2D1-1.7-3] (Câu 35 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

A. 2 **B.** Vô số **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-5m\}$.

$y'=\dfrac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases}5m-2>0\\-5m\in[-10;+\infty)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{2}{5}\\-5m\ge -10\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{2}{5}<m\le 2.$$

Vì m nguyên nên $m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m.

Câu 11: **[2D1-1.7-3] (Câu 38 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 7 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 5

Lời giải

Chọn A

$D=\mathbb{R}$, $y'=-3x^2-2mx+4m+9$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'\le 0$

$\Leftrightarrow m^2+12m+27\le 0 \Leftrightarrow -9\le m\le -3$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$

Câu 12: **[2D1-1.7-3] (Câu 41 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. 2 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

TH1: $m=1$. Ta có: $y=-x+4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m=1$.

TH2: $m=-1$. Ta có: $y=-2x^2-x+4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m=-1$.

TH3: $m\neq\pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$, dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow 3(m^2-1)x^2+2(m-1)x-1\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1<0 \\ (m-1)^2+3(m^2-1)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1<0 \\ (m-1)(4m+2)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<1 \\ -\frac{1}{2}\le m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m<1.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$.

Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm là $m=0$ hoặc $m=1$.

Câu 13: **[2D1-1.7-3] (Câu 9 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln(x^2+1)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. $(-\infty;-1]$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $[-1;1]$ **D.** $[1;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}-m$.

Hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\geq 0, \forall x\in(-\infty;+\infty)$.

$\Leftrightarrow g(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}\geq m, \forall x\in(-\infty;+\infty)$. Ta có $g'(x)=\dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	↘	-1	↗	1	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $g(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}\geq m, \forall x\in(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow m\leq -1$

Câu 1: **[2D1-1.7-4] (Câu 11 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$ **B.** $m\le 0$

C. $1\le m<2$ **D.** $m\ge 2$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\tan x$, vì $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t-2}{t-m}\ \forall t\in(0;1)$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

Ta có $f'(t)=\dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.

Ta thấy hàm số $t(x)=\tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$. Nên để hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t)>0\ \forall t\in(0;1)$

$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2}>0\ \forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}2-m>0\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;0]\cup[1;2)$$

CASIO: Đạo hàm của hàm số ta được $y'=\dfrac{\dfrac{1}{\cos^2 x}(\tan x-m)-(\tan x-2)\dfrac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x-m)^2}$

Ta nhập vào máy tính thằng y' \ CALC\Calc $x=\dfrac{\pi}{8}$ (Chọn giá trị này thuộc $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$)

\= \ m = ? 1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

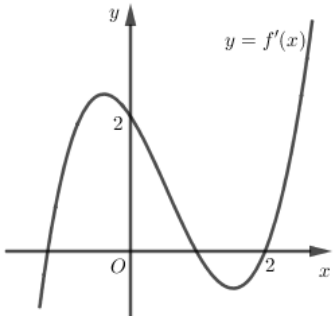
Đáp án D $m\ge 2$. Ta chọn $m=3$. Khi đó $y'=-0,17<0$ (Loại)

Đáp án C $1\le m<2$ Ta chọn $m=1,5$. Khi đó $y'=0,49>0$ (nhận)

Đáp án B $m\ge 0$ Ta chọn $m=0$. Khi đó $y'=13,6>0$ (nhận)

Vậy đáp án B và C đều đúng nên chọn đáp án**A.**

Câu 1: **[2D1-1.8-3] (Câu 38 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(0)$. **B.** $m>f(2)-4$. **C.** $m\geq f(0)$. **D.** $m\geq f(2)-4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)<2x+m\Leftrightarrow m>f(x)-2x$ $(*)$.

Xét hàm số $g(x)=f(x)-2x$ trên $(0;2)$.

Ta có $g'(x)=f'(x)-2<0$ $\forall x\in(0;2)$ nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

Do đó $(*)$ đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi $m\geq g(0)=f(0)$.

Câu 1: **[2D1-1.8-4] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Xét các số thực x, y thỏa mãn: $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right).4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{4y}{2x+y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

A. -2. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right).4^x \Leftrightarrow \dfrac{2^{x^2+y^2+1}}{4^x} \le x^2+y^2-2x+2$

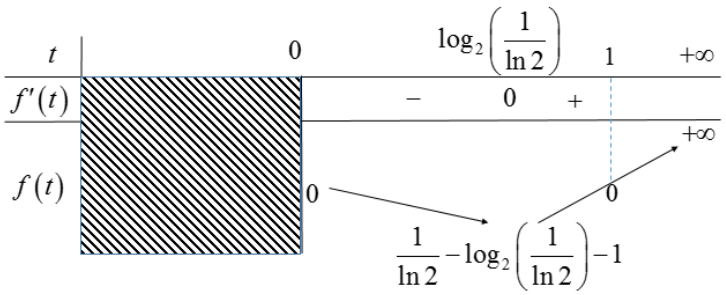
$\Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1}-\left(x^2+y^2-2x+1\right)-1 \le 0\ (*)$.

Đặt $t=x^2+y^2-2x+1 \Leftrightarrow t=(x-1)^2+y^2 \ge 0$. Khi đó $(*)$ trở thành $2^t-t-1 \le 0$.

Xét hàm số: $f(t)=2^t-t-1$ trên $[0;+\infty)$

$f'(t)=2^t \ln 2-1 \Rightarrow f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\log_2\left(\dfrac{1}{\ln 2}\right)$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(t) \le 0 \Leftrightarrow 0 \le t \le 1 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2 \le 1$.

Khi đó $2x+y+1>0$ và $P=\dfrac{4y}{2x+y+1} \Leftrightarrow 2Px+(P-4)y+P=0$.

Các cặp $(x;y)$ thỏa mãn: $(x-1)^2+y^2 \le 1$ là tọa độ các điểm $(x;y)$ thuộc hình tròn (C)

Tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1$.

Các cặp $(x;y)$ thỏa mãn: $2Px+(P-4)y+P=0$ là tọa độ các điểm $(x;y)$ thuộc đường thẳng

$(d): 2Px+(P-4)y+P=0$.

Do đó tồn tại giá trị nhỏ nhất của P khi đường thẳng (d) phải có điểm chung với hình tròn

$$(C) \Leftrightarrow d_{(I;d)} \le R \Leftrightarrow \frac{|3P|}{\sqrt{4P^2+(P-4)^2}} \le 1 \Leftrightarrow P^2+2P-4 \le 0 \Leftrightarrow -1-\sqrt{5} \le P \le -1+\sqrt{5}.$$

Vậy $\min P = -1-\sqrt{5} \approx -3,24$.

Dấu bằng xảy ra khi $(x;y)$ là tọa độ tiếp điểm của đường thẳng (d) với hình tròn (C).

Câu 2: **[2D1-1.8-4] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n \le 14$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng ba số thực $a \in (-1;1)$ thỏa mãn $2a^m = n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

A. 14. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $2a^m = n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$ (1).

+ Nhận xét: $a=0$ là một nghiệm của phương trình (1).

+ Với $a \ne 0$, phương trình $(1) \Leftrightarrow \frac{2}{n} = \frac{\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}$ $(*)$.

Xét hàm số: $f(a) = \frac{\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}$ trên $(-1;1)$; $f'(a) = \frac{\frac{a}{\sqrt{a^2+1}} - m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^{m+1}}$.

Xét phương trình $\frac{a}{\sqrt{a^2+1}} - m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right) = 0$ (2).

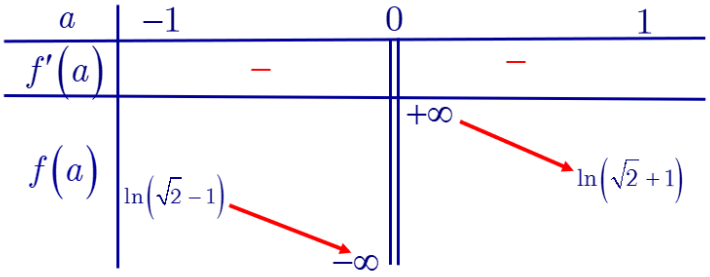
Xét hàm số $g(a) = \frac{a}{\sqrt{a^2+1}} - m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$ trên $(-1;1)$.

$$g'(a) = \frac{1-m}{\sqrt{a^2+1}} - \frac{a^2}{\left(\sqrt{a^2+1}\right)^3} \Rightarrow g'(a) \le 0, \forall a \in (-1;1); m \in \mathbb{N}^*.$$

Suy ra hàm số $g(a)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Do đó, phương trình (2) có nghiệm duy nhất $a=0$.

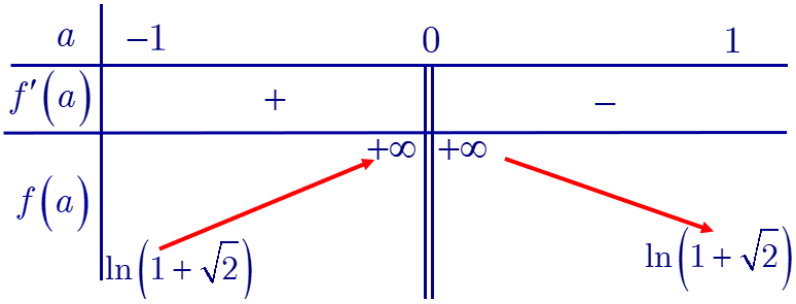
+ Trường hợp 1: m chẵn.



Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 thuộc khoảng $(-1;1)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy với n nguyên dương phương trình $f(a)=\frac{2}{n}$ không có hai nghiệm phân biệt. Suy ra loại trường hợp m chẵn.

+ Trường hợp 2: m lẻ và $m\neq 1$.



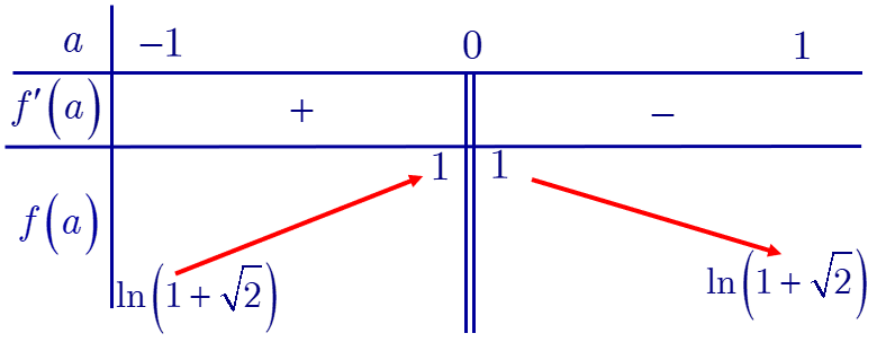
Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 thuộc khoảng

$(-1;1) \Leftrightarrow \frac{2}{n} > \ln\left(1+\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow n < \frac{2}{\ln\left(1+\sqrt{2}\right)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=1 \\ n=2 \end{array}\right.$.

Với $n=1$, m lẻ và $m\neq 1$, $m+1\leq 14$ suy ra $m\in\{3;5;7;9;11;13\}$.

Với $n=2$, m lẻ và $m\neq 1$, $m+2\leq 14$ suy ra $m\in\{3;5;7;9;11\}$.

+ Trường hợp 3: $m=1$.



Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 thuộc khoảng $(-1;1) \Leftrightarrow \ln\left(1+\sqrt{2}\right) < \frac{2}{n} < 1 \Leftrightarrow 2 < n < \frac{2}{\ln\left(1+\sqrt{2}\right)}$ suy ra không tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn.

Vậy có 11 cặp $(m;n)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D1-2.2-1] (Câu 20 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.2-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 1: [2D1-2.2-2] (Câu 30 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=x(x+1)^2$ chỉ đổi dấu đúng một lần khi qua nghiệm $x=0$. Suy ra, hàm số có đúng một điểm cực trị là $x=0$.

Câu 2: [2D1-2.2-2] (Câu 23 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Xét $f'(x)=x(x+2)^2$. Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+2)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm suy ra hàm số có một cực trị.

Câu 3: [2D1-2.2-2] (Câu 17 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

Bảng dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Từ bảng dấu suy ra hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Cách 2: (Trắc nghiệm)

Nhận thấy $f'(x)=0$ có 2 nghiệm đơn và 1 nghiệm bội lẻ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 4: **[2D1-2.2-2] (Câu 40 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $P(1;0)$ **B.** $M(0;-1)$ **C.** $N(1;-10)$ **D.** $Q(-1;10)$

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-6x$. Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0 \Rightarrow A(0;1)\\ x=2 \Rightarrow B(2;-21)\end{array}\right.$

$\overrightarrow{AB}=(2;-22) \Rightarrow AB: 22(x-0)+2(y+1)=0\Leftrightarrow 11x+y-1=0$

$N(1;-10)\in AB$

Câu 5: **[2D1-2.2-2] (Câu 6 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3 **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 1

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6 **D.** Cực tiểu của hàm số bằng 2

Lời giải

Chọn D

□ ***Cách 1.***

Ta có: $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=1\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

□ ***Cách 2.***

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=1\end{array}\right.$

$y''=\dfrac{8}{(x+1)^3}$. Khi đó: $y''(1)=\dfrac{1}{2}>0$; $y''(-3)=-\dfrac{1}{2}<0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 6: **[2D1-2.2-2] (Câu 5 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $y_{CĐ}=4$ **B.** $y_{CĐ}=1$ **C.** $y_{CĐ}=0$ **D.** $y_{CĐ}=-1$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y(1)=0 \\ x=-1 \Rightarrow y(-1)=4 \end{array}\right.$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3-3x+2\right)=\lim_{x\to-\infty}x^3\left(1-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)=-\infty,\ \lim_{x\to+\infty}\left(x^3-3x+2\right)=\lim_{x\to+\infty}x^3\left(1-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)=+\infty$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 4

Câu 1: [2D1-2.2-3] **(Câu 39 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S=9$. **B.** $S=\frac{10}{3}$. **C.** $S=5$. **D.** $S=10$.

Lời giải

Chọn C

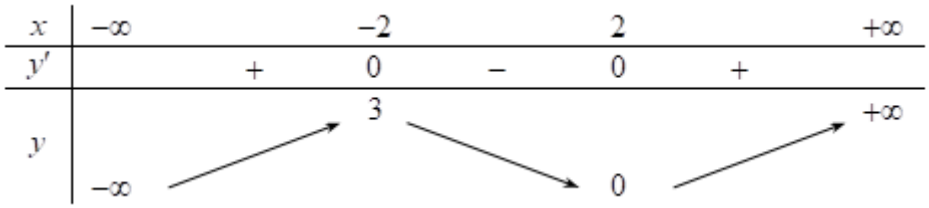
Ta có: $y'=-3x^2+6x$, $y'=0\Leftrightarrow -3x^2+6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Nên $A(0;5), B(2;9)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;4)\Rightarrow AB=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$.

Phương trình đường thẳng AB: $y=2x+5$.

Diện tích tam giác OAB là: $S=5$.

Câu 1: **[2D1-2.3-1] (Câu 1 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$ **B.** $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$

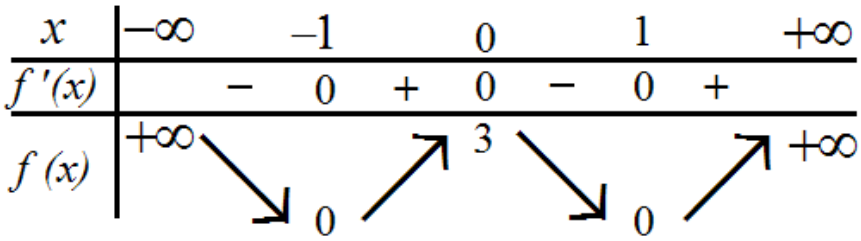
C. $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$ **D.** $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$.

Câu 2: **[2D1-2.3-1] (Câu 4 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

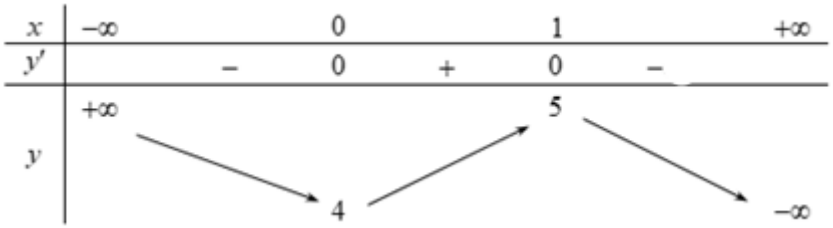
A. Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. **D.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: **[2D1-2.3-1] (Câu 7 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



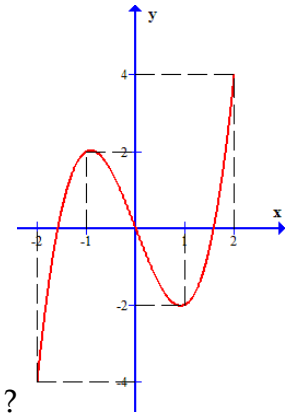
A. $y_{CĐ}=5$ **B.** $y_{CT}=0$ **C.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$ **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$

Lời giải

Chọn A

Từ BBT suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=1$, giá trị cực đại $y_{CD}=y(1)=5$.

Câu 4: **[2D1-2.3-1] (Câu 3 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây



A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 5: **[2D1-2.3-1] (Câu 4 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án A sai vì hàm số có 2 điểm cực trị.

Đáp án B sai vì hàm số có giá trị cực tiểu $y=-1$ khi $x=0$.

Đáp án C sai vì hàm số không có GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.

Đáp án D đúng vì hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 1: **[2D1-2.3-2] (Câu 34 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng xét dấu $f'(x)$ ta có: $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua các điểm $x=\pm 2$.

Do hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 2: **[2D1-2.3-2] (Câu 36 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ và $x=2$.

Vậy hàm số có 2 cực tiểu.

Câu 3: **[2D1-2.3-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu cuả $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

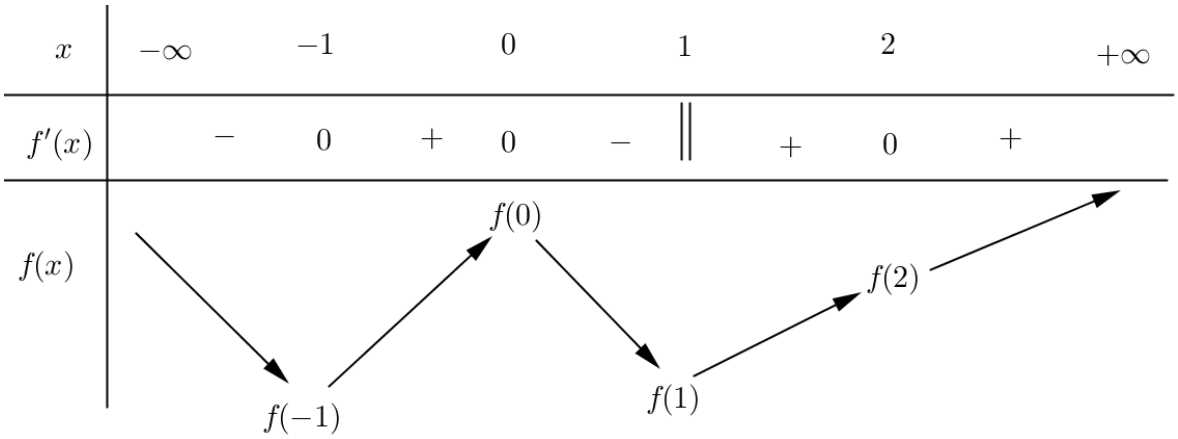
Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$



Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và $x=1$.

Câu 4: **[2D1-2.3-2] (Câu 33 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu ta thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=-1$ và $x=1$.

Mà hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực đại là $x=-1$ và $x=1$.

Câu 5: **[2D1-2.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$, như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số là

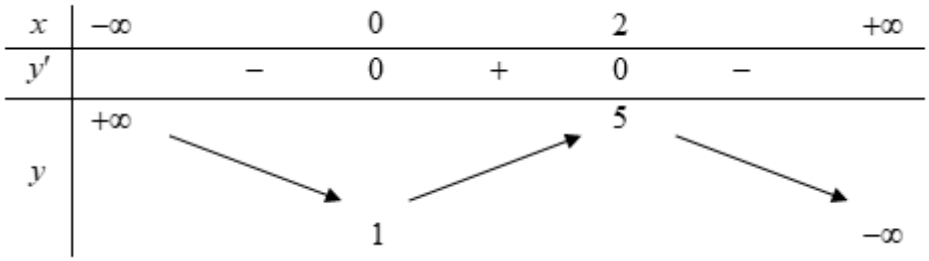
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấy ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x=-1$ và $x=1$ nên hàm số có 2 cực trị.

Câu 6: **[2D1-2.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$ **B.** $x=0$ **C.** $x=5$ **D.** $x=2$

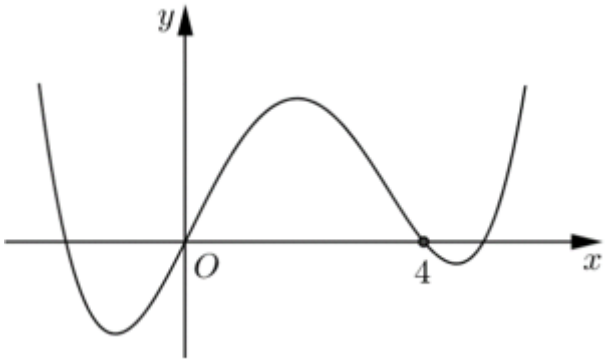
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy y' đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ tại $x=2$.

Nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

Câu 1: **[2D1-2.3-4] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2\right)$ là

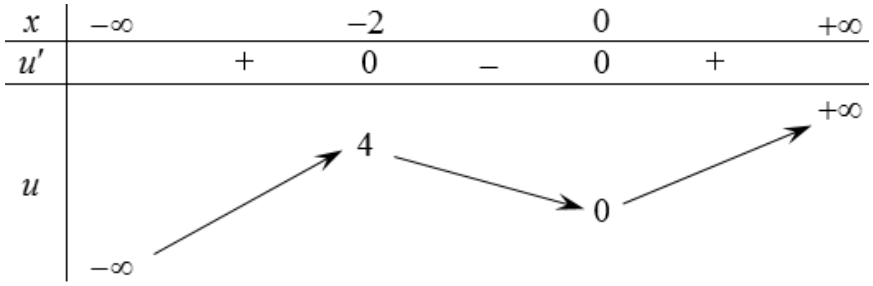
A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $u=x^3+3x^2$ ta có $u'=3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

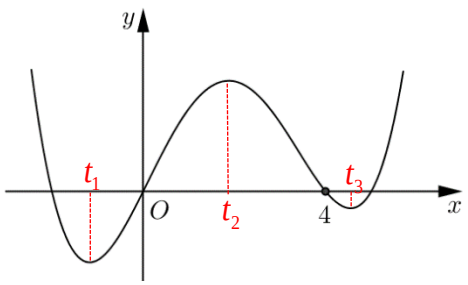


Xét hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2\right)$, ta có $g'(x)=\left(3x^2+6x\right)f'\left(x^3+3x^2\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2+6x=0\\f'\left(x^3+3x^2\right)=0\end{array}\right.$$

Phương trình $3x^2+6x=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=-2,\ x=0$.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$



Suy ra: phương trình $f'\left(x^3+3x^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3+3x^2=t_1\in(-\infty;0) & (1) \\ x^3+3x^2=t_2\in(0;4) & (2) \\ x^3+3x^2=t_3\in(4;+\infty) & (3) \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $u=x^3+3x^2$ ta thấy:

(1) có 1 nghiệm duy nhất

(2) có 3 nghiệm phân biệt

(3) có 1 nghiệm duy nhất.

Suy ra $g'(x)=0$ có 7 nghiệm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.4-3] (Câu 42 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

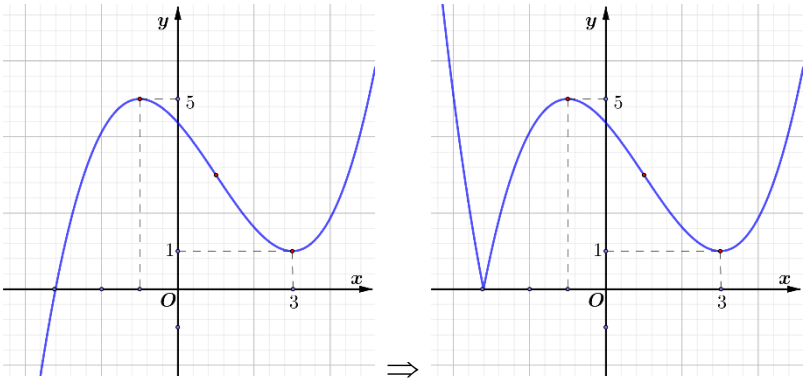
x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

Lời giải

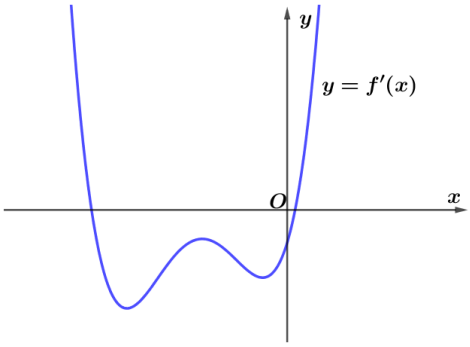
Chọn C



Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị nằm phía trên trục Ox và cắt trục Ox tại 1 điểm duy nhất. Suy ra đồ thị $y=\left|f(x)\right|$ sẽ có 3 điểm cực trị

Câu 1: **[2D1-2.4-4] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)-x\right|$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.



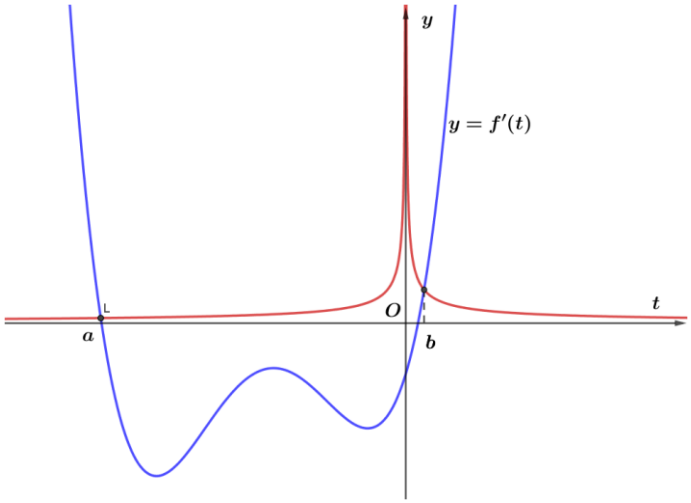
Lời giải

Hồ Quan Bằng

Chọn A

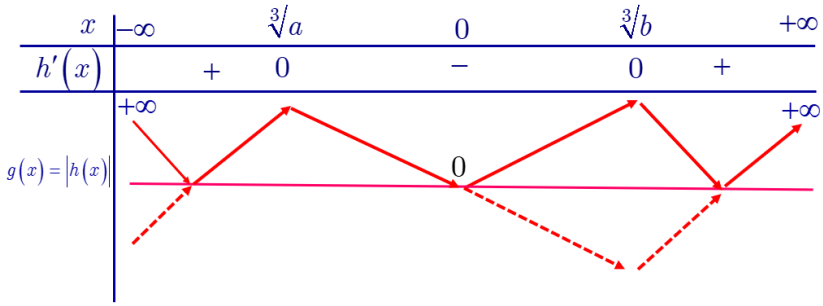
Xét hàm số $h(x)=f\left(x^3\right)-x$. Ta có: $h'(x)=3x^2f'\left(x^3\right)-1$.

Với $x\neq 0$ thì $h'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2f'\left(x^3\right)-1=0\Leftrightarrow f'\left(x^3\right)=\dfrac{1}{3x^2}$ $(*)$.



Đặt $t=x^3$. Khi đó phương trình $(*)$

trở thành: $f'(t)=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=a(a<0)\\t=b(b>0)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt[3]{a}(a<0)\\x=\sqrt[3]{b}(b>0)\end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)-x\right|$ có 5 cực trị.

Chú ý: Do $y=f'(x)$ là hàm bậc bốn và có hệ số x^4 dương nên $y=f(x)$ là hàm số bậc năm có hệ số của x^5 dương suy ra $y=f\left(x^3\right)$ là hàm số bậc 15 và có hệ số x^{15} dương. Do đó $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$.

Câu 1: **[2D1-2.5-1] (Câu 26 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=0$

$\Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
f'		−	0	+	0	−	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 1: **[2D1-2.5-2] (Câu 32 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Nhận xét: Vì 3 nghiệm của $f'(x)$ đều là nghiệm bội lẻ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.5-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=4\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	CT	↗	CĐ	↘	CT	↗	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 3: **[2D1-2.5-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Trương Hồng Hà

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 4: **[2D1-2.5-2] (Câu 19 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=x(x-2)^2$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-2)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↗	$+\infty$

Vậy hàm số có một điểm cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.5-3] (Câu 44) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số bậc 4 có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^4\left[f(x-1)\right]^2$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Cách 1. Từ giả thiết đề bài đã cho ta thấy rằng hàm số $f(x)$ có dạng $f(x)=ax^4+bx^2+c$.

Sử dụng giả thiết ta được

$$f(x)=4x^4-8x^2+3\Rightarrow f'(x-1)=16(x-1)^3-16(x-1)=16x(x-1)(x-2)$$

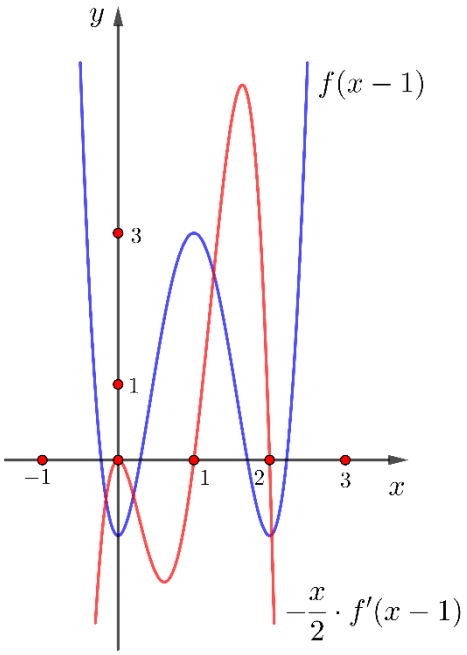
Ta có

$$g'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3\left[f(x-1)\right]^2+2x^4.f(x-1).f'(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f(x-1)=0\\ 2f(x-1)+x.f'(x-1)=0\quad (*)\end{array}\right.$$

Xét phương trình $(*)\Leftrightarrow f(x-1)=-\frac{x}{2}.f'(x-1)$, ta có $-\frac{x}{2}.f'(x-1)=-8x^2(x-1)(x-2)$.

Biểu diễn hai hàm số $f(x-1)$ và $-\frac{x}{2}.f'(x-1)$ trên cùng một đồ thị đồ thị ta có



Như vậy phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt.

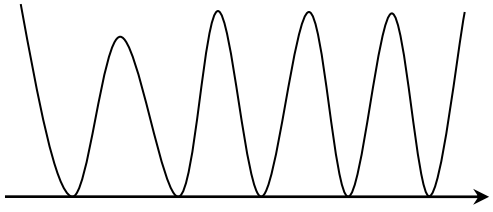
Xét phương trình $f(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-1)^2=\dfrac{3}{2}\\(x-1)^2=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2}+1\\x=\dfrac{5}{4}\\x=\dfrac{3}{4}\end{array}\right.$.

Thay 4 nghiệm này vào phương trình $(*)$ thì ta thấy rằng các nghiệm của phương trình này không phải là nghiệm của phương trình $(*)$.

Vậy hàm số đã cho có tất cả 9 điểm cực trị.

Cách 2.

Từ bảng biến thiên, ta nhận thấy rằng phương trình $f(x-1)=0$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0, suy ra phương trình $g(x)=x^4\left[f(x-1)\right]^2=0$ có tất cả 5 nghiệm bội chẵn, khi đó đồ thị hàm số $g(x)$ sẽ có dạng như sau



Như vậy hàm $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.5-3] (Câu 44) (ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $f(x)$ bậc 4 có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^4\left[f(x+1)\right]^2$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta chọn hàm bậc bốn $y=f(x)=5x^4-10x^2+3$ có bảng biến thiên như đề cho.

Ta có $g'(x)=4x^3\left[f(x+1)\right]^2+x^4.2.f(x+1)f'(x+1)=0$

$$\Leftrightarrow 2x^3.f(x+1).\left[2f(x+1)+xf'(x+1)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3=0 & (1)\\ f(x+1)=0 & (2)\\ 2f(x+1)+xf'(x+1)=0 & (3)\end{array}\right.$$

+ Phương trình (1) có nghiệm bội $x=0$.

+ Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt $x\neq 1\Rightarrow$ Phương trình (2): $f(x+1)=0$ có 4 nghiệm phân biệt $x\neq 0$.

+ Giải (3): Đặt $x+1=t\Rightarrow x=t-1$, phương trình (3) trở thành:

$$2f(t)+(t-1).f'(t)=0\Leftrightarrow 2\left(5t^4-10t^2+3\right)+(t-1)\left(20t^3-20t\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 30t^4-20t^3-40t^2+20t+6=0 \qquad (3')$$

Bấm MTCT thấy phương trình (3′) có 4 nghiệm phân biệt $t\neq 1$.

$\Rightarrow$ Phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt $x\neq 0$.

Ngoài ra, nghiệm của phương trình (2) không phải là nghiệm của phương trình (3) vì những giá trị x thỏa mãn $f(x+1)=0$ không thỏa mãn phương trình (3).

Do đó phương trình $g'(x)=0$ có 9 nghiệm phân biệt nên hàm số $g(x)=x^4\left[f(x+1)\right]^2$ có 9 điểm cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.5-4] (Câu 46 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc bốn thoả mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\frac{61}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)-3x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

- Bảng biến thiên hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-3		-1		x_0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		0		$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$				$\nearrow$	$+\infty$

- Đặt $h(x)=f\left(x^3\right)-3x \Rightarrow h'(x)=3x^2 f'\left(x^3\right)-3=0 \Leftrightarrow f'\left(x^3\right)=\frac{1}{x^2}$
- Đặt $t=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{t}$ thế vào phương trình trên ta được $f'(t)=\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}}\ (1)$
- Xét hàm số $y=\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}} \Rightarrow y'=-\frac{2}{3\sqrt[3]{t^5}}$, $\lim\limits_{t\to\pm\infty} y=0$.
- Bảng biến thiên của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$

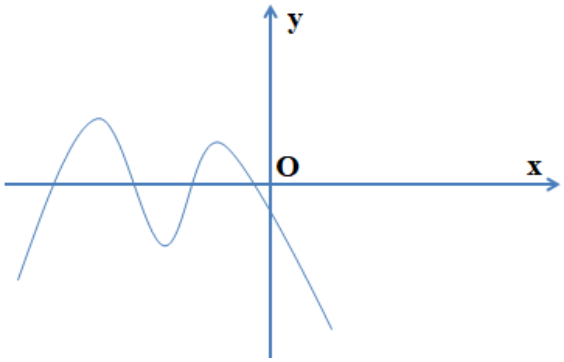
t	$-\infty$		0		$+\infty$
y'	$+$		$\|\|$	$-$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	0

- Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có một nghiệm $t=a>0$.
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\sqrt[3]{a}$	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	0	$f(a)-3\sqrt[3]{a}$	$+\infty$
$g(x)=\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	0	$3\sqrt[3]{a}-f(a)$	$+\infty$

◆ Vậy hàm số $g(x)$ có 3 cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.5-4] (Câu 45 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ với $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là một hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong như hình dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^4\right)+x^2\right|$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $h(x)=f\left(x^4\right)+x^2 \Rightarrow h'(x)=2x\left(2x^2.f'\left(x^4\right)+1\right)$

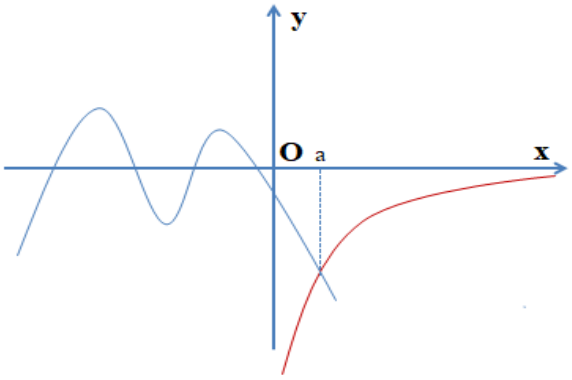
$$h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2x^2 f'\left(x^4\right)+1=0\,(1) \end{array}\right.$$

Giải phương trình (1)

Đặt $x^4=t(t\geq 0)$, ta có phương trình $2\sqrt{t}f'(t)+1=0 \Leftrightarrow f'(t)=-\dfrac{1}{2\sqrt{t}}(2)$ (Vì $t=0$ không thỏa mãn)

Số nghiệm của phương trình (2) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và đồ thị hàm số $y=-\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$

Ta có các đồ thị như sau

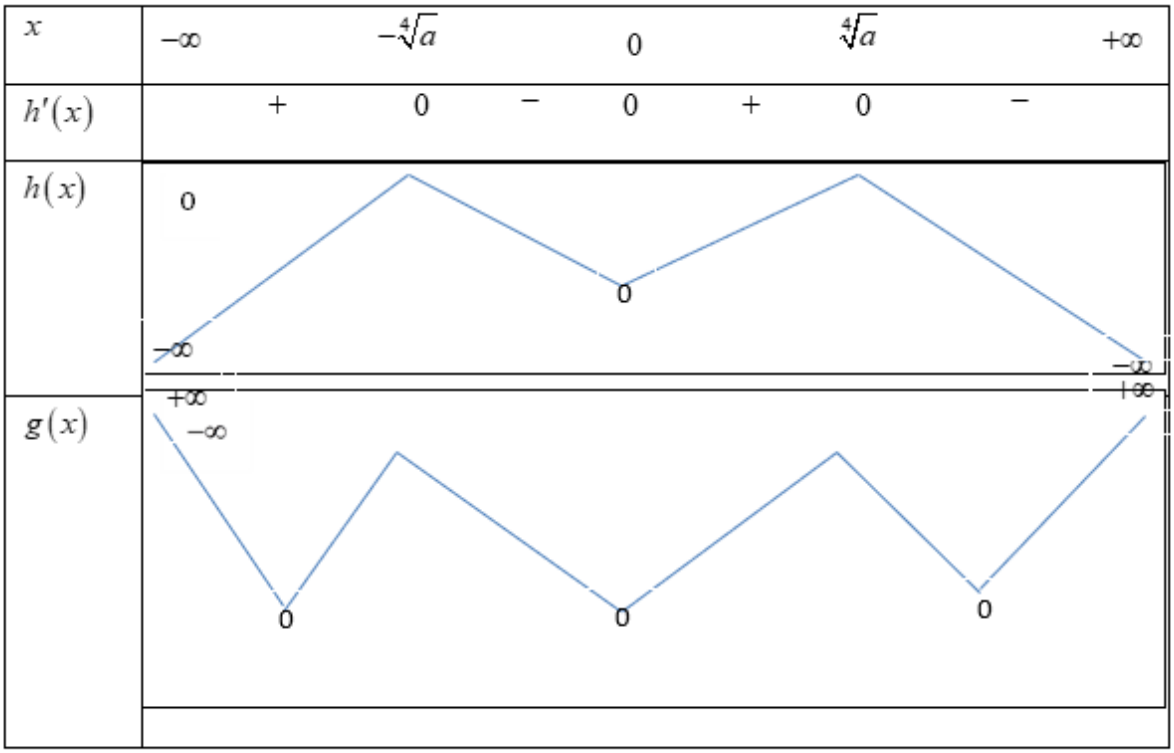


Căn cứ đồ thị, suy ra phương trình (2) có nghiệm duy nhất

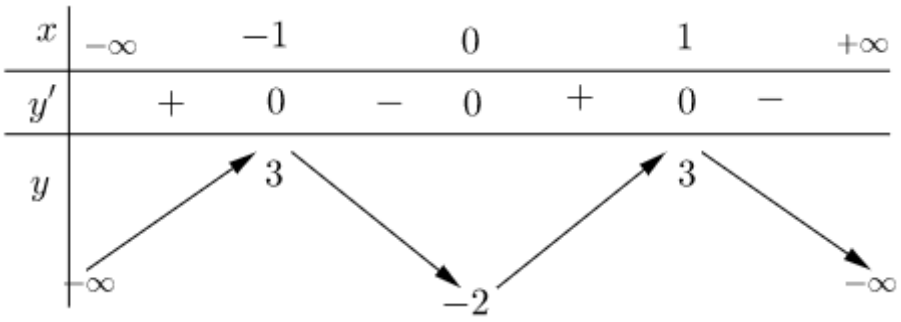
$t=a>0\Rightarrow x^4=a\Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{a}$

Căn cứ đồ thị hàm số $y=f'(t)\Rightarrow\lim\limits_{t\to+\infty}\left(f'(t)\right)=-\infty\Rightarrow\lim\limits_{t\to+\infty}\left(2\sqrt{t}f'(t)+1\right)=-\infty$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$ và $y=g(x)$ như sau:



Câu 3: **[2D1-2.5-4] (Câu 46 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x+1)\right]^4$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

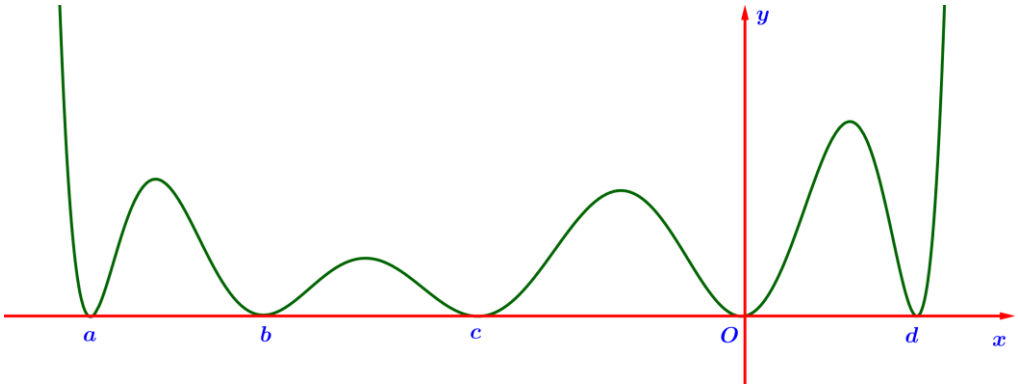
Chọn C

Nhận xét $\begin{cases} g(x)\ge 0,\forall x \\ \lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=+\infty \end{cases}'$

Cho $g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ \left[f(x+1)\right]^4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x+1)=0 \end{array}\right.$

Nhận thấy: Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang trái 1 đơn vị ta thu được đồ thị của $f(x+1)$

Do đó $f(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a,\ a<-2 \\ x=b,\ -2<b<-1 \\ x=c,\ -1<c<0 \\ x=d,\ d>0 \end{array}\right.$



Vì thế $g(x)=0$ có 5 nghiệm phân biệt

Hay đồ thị $g(x)$ có 5 điểm tiếp xúc với trục hoành

Vậy hàm số $g(x)$ có 9 cực trị.

Câu 4: **[2D1-2.5-4] (Câu 45 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x-1)\right]^4$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số $g(x)$ liên tục và có đạo hàm là

$$g'(x)=2x.\left[f(x-1)\right]^4+4.x^2.f'(x-1).\left[f(x-1)\right]^3=2x\left[f(x-1)\right]^3.\left(f(x-1)+2xf'(x-1)\right)$$

Cho $g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1=0\\ f(x-1)=0\\ f(x-1)+2x.f'(x-1)=0\end{array}\right.$.

* Với phương trình $f(x-1)=0$.

Vì $f(x)$ là hàm bậc bốn và có bảng biến thiên như trên ta thấy phương trình $f(x-1)=0$ có bốn nghiệm đơn phân biệt x_2,x_3,x_4,x_5 khác x_1.

* Với phương trình $f(x-1)+2xf'(x-1)=0$

Ta thấy phương trình không nhận các số x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 làm nghiệm.

Gọi $f(x)=ax^4+bx^2+c$, vì $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $-1;0;1$ và $f(0)=-1,f(1)=3$ nên $c=-1,a=-4,b=8$, suy ra $f(x)=-4x^4+8x^2-1$.

Đặt $t=x-1$, phương trình $f(x-1)+2xf'(x-1)=0$ trở thành $f(t)+2(t+1)f'(t)=0$

$\Leftrightarrow -4t^4+8t^2-1+2(t+1)(-16t^3+16t)=0\Leftrightarrow -36t^4-32t^3+40t^2+32t-1=0$.

Xét hàm số $h(t)=-36t^4-32t^3+40t^2+32t-1$ có $h'(t)=-144t^3-96t^2+80t+32$, cho

$h'(x)=0\Leftrightarrow x=-1;x=-\frac{1}{3},x=\frac{2}{3}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\frac{175}{27}$	↗	$\frac{581}{27}$	↘	$-\infty$

Do đó phương trình $h(t)=0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt hay phương trình $f(x-1)+2xf'(x-1)=0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt x_6, x_7, x_8, x_9. Hay hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị là $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$.

Câu 5: [2D1-2.5-4] **(Câu 50 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2+4x\right)$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=(8x+4)f'\left(4x^2+4x\right); y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(4x^2+4x\right)=0 \\ 8x+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(4x^2+4x\right)=0 \\ x_1=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của $f'(x)$ nhận thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Do đó $f'\left(4x^2+4x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2+4x=a\in(-\infty;-1) \\ 4x^2+4x=b\in(-1;0) \\ 4x^2+4x=c\in(0;1) \\ 4x^2+4x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$ (*). Lại có

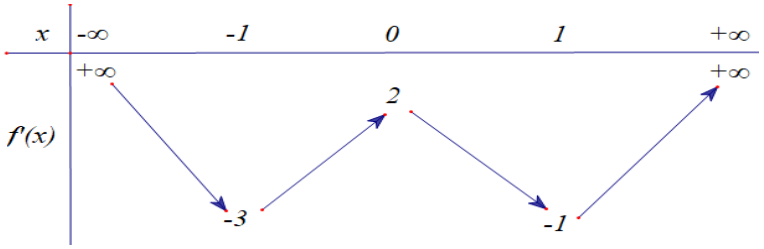
$4x^2+4x=a$ vô nghiệm vì $4x^2+4x=(2x+1)^2-1\geq -1, \forall x$;

$4x^2+4x=b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.;$

$4x^2+4x=c \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_4 \\ x=x_5 \end{array}\right.;$

$4x^2+4x=d \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_6 \\ x=x_7 \end{array}\right.$.

Câu 6: Vì $b\neq c\neq d$ do thuộc các khoảng khác nhau (như $(*)$) nên các nghiệm x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7 đều khác nhau và khác $x_1=-\frac{1}{2}$. Do đó $y'=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt nên y' đổi dấu 7 lần suy ra hàm số có 7 điểm cực trị.**[2D1-2.5-4] (Câu 48 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(4x^2-4x\right)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Ta có: $y'=(8x-4)f'\left(4x^2-4x\right)$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x-4=0 \\ f'\left(4x^2-4x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ 4x^2-4x=a\in(-\infty;-1) \\ 4x^2-4x=b\in(-1;0) \\ 4x^2-4x=c\in(0;1) \\ 4x^2-4x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Ta có khi $x=\frac{1}{2}\Rightarrow 4x^2-4x=-1$ và $f'(-1)=-3\neq 0$

Mặt khác: $4x^2-4x=(2x-1)^2-1\geq -1$ nên:

- $4x^2-4x=a$ vô nghiệm.
- $4x^2-4x=b$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.
- $4x^2-4x=c$ có 2 nghiệm phân biệt x_3, x_4.
- $4x^2-4x=d$ có 2 nghiệm phân biệt x_5, x_6.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Cách 2:

Gọi m đại diện cho các tham số ta xét phương trình $4x^2-4x-m=0$ có $\Delta'=4(m+1), \Delta'>0\Rightarrow m>-1$.

Vậy với mỗi giá trị b,c,d thuộc khoảng đã cho phương trình $f'(4x^2-4x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 7: **[2D1-2.5-4] (Câu 48 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\searrow$	$+\infty$
		-3	$\nearrow$	-1	$\nearrow$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+2x)$ là

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=f(x^2+2x)$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=(2x+2)f'(x^2+2x)$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm $f'(x)$ ta được

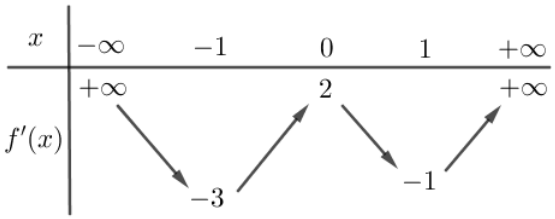
$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x^2+2x=a\\x^2+2x=b\\x^2+2x=c\\x^2+2x=d\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\(x+1)^2=a+1\quad(1)\\(x+1)^2=b+1\quad(2)\\(x+1)^2=c+1\quad(3)\\(x+1)^2=d+1\quad(4)\end{array}\right.$$, trong đó $a<-1<b<0<c<1<d$.

Do $a<-1<b<0<c<1<d$ nên $\begin{cases} a+1<0 \\ b+1>0 \\ c+1>0 \\ d+1>0 \end{cases}$.

Khi đó phương trình (1) vô nghiệm. Các phương trình $(2),(3),(4)$ mỗi phương trình đều có 2 nghiệm phân biệt và khác nhau, cùng khác -1. Suy ra phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm đơn.

Vậy hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 8: **[2D1-2.5-4] (Câu 46 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



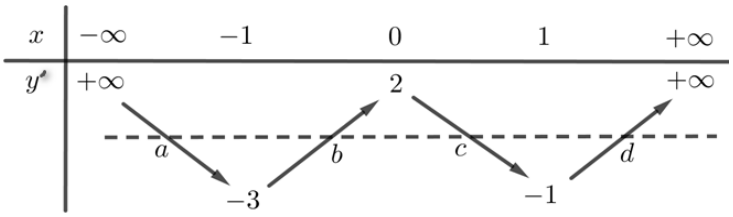
Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Cách 1



Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm tương ứng

là $\begin{bmatrix} x=a, a\in(-\infty;-1) \\ x=b, b\in(-1;0) \\ x=c, c\in(0;1) \\ x=d, d\in(1;+\infty) \end{bmatrix}$.

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow y'=2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)$.

Giải phương trình

$$y'=0\Leftrightarrow 2(x-1)f'(x^2-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ f'(x^2-2x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2-2x=a\quad(1)\\ x^2-2x=b\quad(2)\\ x^2-2x=c\quad(3)\\ x^2-2x=d\quad(4)\end{array}\right.$$

Xét hàm số $h(x)=x^2-2x$ ta có $h(x)=x^2-2x=-1+(x-1)^2\geq -1,\forall x\in\mathbb{R}$ do đó

Phương trình $x^2-2x=a,(a<-1)$ vô nghiệm.

Phương trình $x^2-2x=b,(-1<b<0)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ không trùng với nghiệm của phương trình (1).

Phương trình $x^2-2x=c,(0<c<1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_3;x_4$ không trùng với nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2).

Phương trình $x^2-2x=d,(d>1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_5;x_6$ không trùng với nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2) và phương trình (3).

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=f(x^2-2x)$ có 7 điểm cực trị.

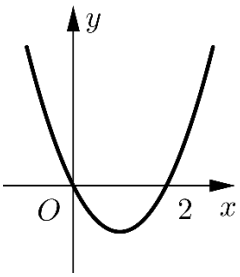
Cách 2

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm tương ứng là $\left[\begin{array}{l}x=a,a\in(-\infty;-1)\\ x=b,b\in(-1;0)\\ x=c,c\in(0;1)\\ x=d,d\in(1;+\infty)\end{array}\right.$

Xét hàm số $y=f(x^2-2x)\Rightarrow y'=2(x-1)f'(x^2-2x)$.

$$y'=0\Leftrightarrow 2(x-1)f'(x^2-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\ f'(x^2-2x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2-2x=a\quad(1)\\ x^2-2x=b\quad(2)\\ x^2-2x=c\quad(3)\\ x^2-2x=d\quad(4)\end{array}\right.$$

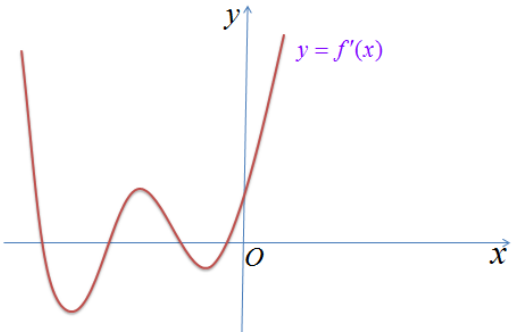
Vẽ đồ thị hàm số $h(x)=x^2-2x$



Dựa vào đồ thị ta thấy: phương trình (1) vô nghiệm. Các phương trình $(2);(3);(4)$ mỗi phương trình có 2 nghiệm. Các nghiệm đều phân biệt nhau.

Vậy phương trình $y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.6-4] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^4\right)-x^2\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x)=f\left(x^4\right)-x^2$. Ta có: $h'(x)=4x^3f'(x^4)-2x$

$$h'(x)=0\Leftrightarrow 2x\left[2x^2f'(x^4)-1\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'(x^4)=\dfrac{1}{2x^2}\end{array}\right.\cdot$$

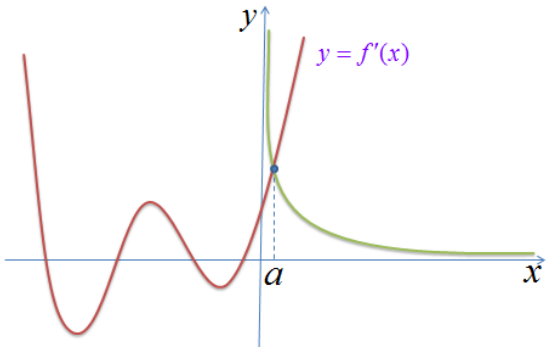
Đặt $x^4=t,\ (t>0)\Rightarrow x^2=\sqrt{t}$. Phương trình $f'(x^4)=\dfrac{1}{2x^2}$ trở thành $f'(t)=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$

Xét hàm số $y=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$, $t>0$. $y'=-\dfrac{1}{4\sqrt{t^3}}<0$, $\forall t>0$.

Hàm số $y=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$, đồ thị nhận trục hoành làm tiệm cận ngang

và nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$ nằm ở góc phần tư thứ nhất như hình vẽ.



Dựa vào đồ thị ta có đồ thị $f'(t)$ cắt đồ thị $y=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$ tại một điểm có hoành độ dương $t=a$.

Vậy phương trình $f'(t)=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$ có nghiệm duy nhất $t=a>0$.

$f'(x^4)=\dfrac{1}{2x^2}\Leftrightarrow x^4=a\Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{a}$

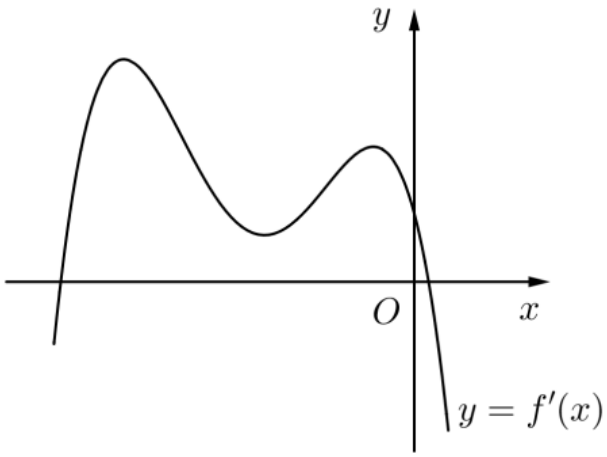
BBT:

x	$-\infty$		$-\sqrt[4]{a}$		0		$\sqrt[4]{a}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$h(-\sqrt[4]{a})$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$h(\sqrt[4]{a})$	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị $h(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm trong đó có một điểm nằm trên trục hoành.

Vậy hàm số $g(x)=|h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 2: **[2D1-2.6-4] (Câu 48 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)+x\right|$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

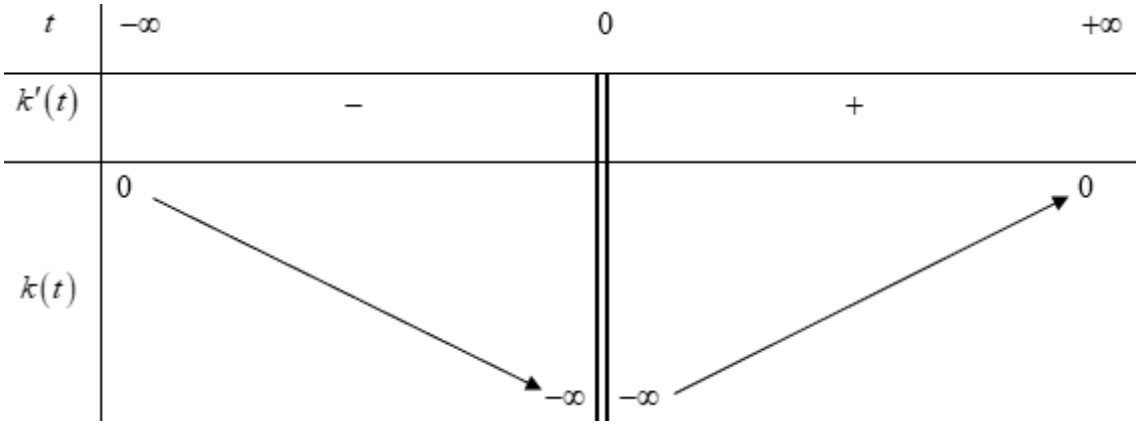
Chọn B

Đặt $h(x)=f\left(x^3\right)+x$

Ta có: $h'(x)=3x^2 f'(x^3)+1;\ h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x^3)=-\frac{1}{3x^2}$.

Đặt $t=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{t}$ thế vào phương trình trên ta được $f'(t)=-\frac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$

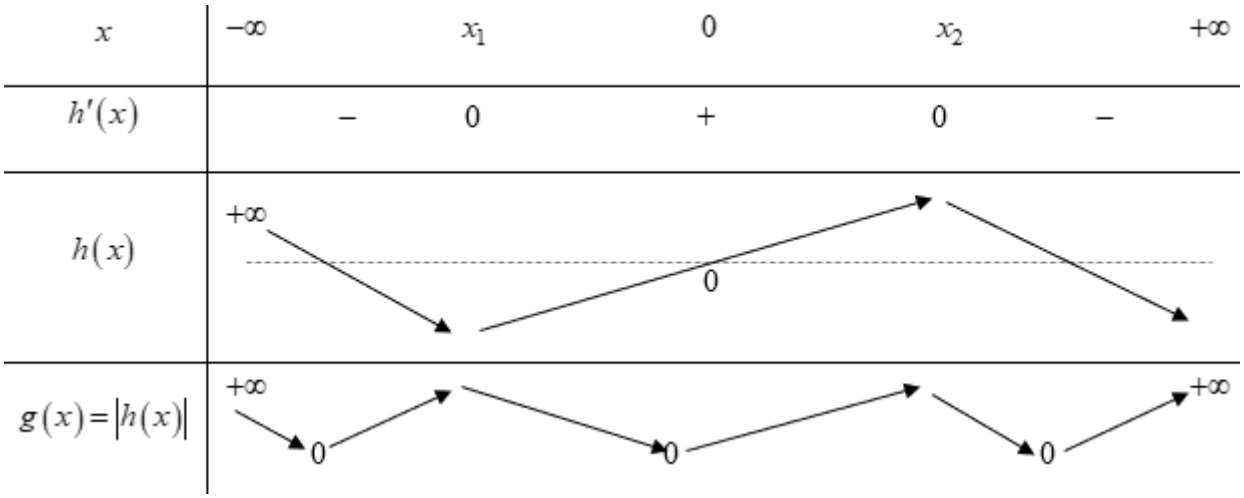
Xét hàm số $k(t)=-\frac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$, ta có: $k'(t)=\frac{2}{9\sqrt[3]{t^5}}$



Từ bảng biến thiên, ta suy ra phương trình $f'(t)=-\frac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$ có hai nghiệm trái dấu t_1 và t_2, giả sử $t_1<0$ và $t_2>0$. Khi đó phương trình $h'(x)=0$ có hai nghiệm trái dấu là $x_1=\sqrt[3]{t_1}<0,\ x_2=\sqrt[3]{t_2}>0$.

Với $x=0 \Rightarrow h(0)=f(0)+0=0$

Như vậy, ta có bảng biến thiên sau:



Vậy $g(x)=|h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 1: **[2D1-2.7-2] (Câu 32 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=5$ **D.** $m=-7$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2-2mx+\left(m^2-4\right)$; $y''=2x-2m$.

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$ khi và chỉ khi: $\begin{cases}y'(3)=0\\y''(3)<0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}9-6m+m^2-4=0\\6-2m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+5=0\\m>3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1(L)\\m=5(TM)\end{array}\right.\\m>3\end{cases}.$$

Vậy $m=5$ là giá trị cần tìm.

Câu 1: **[2D1-2.7-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-1)x^5-(m^2-1)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=8x^7+5(m-1)x^4-4(m^2-1)x^3+1=x^3\left(8x^4+5(m-1)x-4\left(m^2-1\right)\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\8x^4+5(m-1)x-4\left(m^2-1\right)=0\end{array}\right.\quad(1)$$

*Nếu $m=1$ thì $y'=8x^7$, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

*Nếu $m=-1$ thì $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\8x^4-10x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt[3]{\frac{5}{4}}\end{array}\right.$, nhưng $x=0$ là nghiệm bội chẵn nên không phải cực trị.

*Nếu $m\neq\pm1$: khi đó $x=0$ là nghiệm bội lẻ. Xét $g(x)=8x^4+5(m-1)x-4\left(m^2-1\right)$. Để $x=0$ là điểm cực tiểu thì $\lim\limits_{x\to0^-}g(x)=-4(m^2-1)>0\Leftrightarrow m^2-1<0\Leftrightarrow-1<m<1$. Vì m nguyên nên chỉ có giá trị $m=0$.

Vậy chỉ có hai tham số m nguyên để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ là $m=0$ và $m=1$.

Câu 2: **[2D1-2.7-3] (Câu 36 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-2)x^5-\left(m^2-4\right)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3 **B.** 5 **C.** 4 **D.** Vô số

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=x^8+(m-2)x^5-\left(m^2-4\right)x^4+1\Rightarrow y'=8x^7+5(m-2)x^4-4\left(m^2-4\right)x^3$.

$y'=0\Leftrightarrow x^3\left(8x^4+5(m-2)x-4\left(m^2-4\right)\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\g(x)=8x^4+5(m-2)x-4\left(m^2-4\right)=0\end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=8x^4+5(m-2)x-4\left(m^2-4\right)$ có $g'(x)=32x^3+5(m-2)$.

Ta thấy $g'(x)=0$ có một nghiệm nên $g(x)=0$ có tối đa hai nghiệm

+ TH1: Nếu $g(x)=0$ có nghiệm $x=0\Rightarrow m=2$ hoặc $m=-2$

Với $m=2$ thì $x=0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x=0$ là nghiệm bội 7 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=2$ thỏa ycbt.

Với $m=-2$ thì $g(x)=8x^4-20x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt[3]{\frac{5}{2}}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{\frac{5}{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào BBT $x=0$ không là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=-2$ không thỏa ycbt.

+ TH2: $g(0)\neq 0 \Leftrightarrow m\neq\pm 2$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0 \Leftrightarrow g(0)>0$ $\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy cả hai trường hợp ta được 4 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 1: **[2D1-2.7-4] (Câu 42 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-3)x^5-(m^2-9)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 4 **B.** 7 **C.** 6 **D.** Vô số

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=x^8+(m-3)x^5-(m^2-9)x^4+1 \Rightarrow y'=8x^7+5(m-3)x^4-4(m^2-9)x^3$.

$y'=0 \Leftrightarrow x^3\left(8x^4+5(m-3)x-4(m^2-9)\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ g(x)=8x^4+5(m-3)x-4(m^2-9)=0 \end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=8x^4+5(m-3)x-4(m^2-9)$ có $g'(x)=32x^3+5(m-3)$.

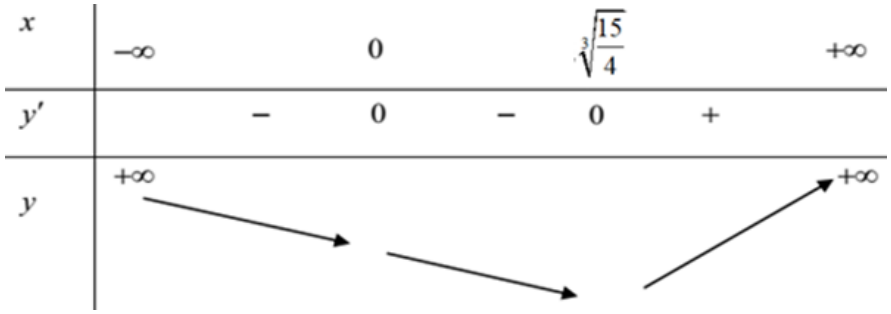
Ta thấy $g'(x)=0$ có một nghiệm nên $g(x)=0$ có tối đa hai nghiệm

+) TH1: Nếu $g(x)=0$ có nghiệm $x=0 \Rightarrow m=3$ hoặc $m=-3$

Với $m=3$ thì $x=0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x=0$ là nghiệm bội 7 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=3$ thỏa ycbt.

Với $m=-3$ thì $g(x)=8x^4-30x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt[3]{\dfrac{15}{4}} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Dựa vào BBT $x=0$ không là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=-3$ không thỏa ycbt.

+) TH2: $g(0)\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \pm 3$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0 \Leftrightarrow g(0)>0$ $\Leftrightarrow m^2-9<0 \Leftrightarrow -3<m<3$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy cả hai trường hợp ta được 6 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 2: **[2D1-2.7-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-4)x^5-(m^2-16)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. 8. **B.** Vô số. **C.** 7. **D.** 9

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=8x^7+5(m-5)x^4-4(m^2-16)x^3=x^3\left[8x^4+5(m-4)x-4(m^2-16)\right]=x^3.g(x)$

Với $g(x)=8x^4+5(m-5)x-4(m^2-16)$.

● Trường hợp 1: $g(0)=0\Leftrightarrow m=\pm 4$.

Với $m=4\Rightarrow y'=8x^7$. Suy ra $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Với $m=-4\Rightarrow y'=8x^4(x^3-5)$. Suy ra $x=0$ không là điểm cực trị của hàm số.

● Trường hợp 2: $g(0)\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm 4$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ thì qua giá trị $x=0$ dấu của y' phải chuyển từ âm sang dương do đó $g(0)>0\Leftrightarrow -4<m<4$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $-4<m\leq 4$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 1: **[2D1-2.9-3] (Câu 46 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 0 **B.** 6 **C.** –6 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có $y'=x^2-2mx+\left(m^2-1\right)$

$$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+1\end{array}\right.\Rightarrow A\left(m-1;\frac{m^3-3m+2}{3}\right) \text{ và } B\left(m+1;\frac{m^3-3m-2}{3}\right)$$

Dễ thấy phương trình đường thẳng $AB:y=-\frac{2}{3}x+\frac{m\left(m^2-1\right)}{3}$ nên AB không thể song song hoặc trùng với $d\Rightarrow A,B$ cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$ nếu trung điểm I của AB nằm trên d

$$I\left(m;\frac{m^3-3m}{3}\right)\in d\Rightarrow\frac{m^3-3m}{3}=5m-9\Leftrightarrow m^3-18m+27=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Với $m=3\Rightarrow A,B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d.

Với $m=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}\Rightarrow A,B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d.

Tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 2: **[2D1-2.9-3] (Câu 10 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Biết $M\left(0;2\right)$, $N\left(2;-2\right)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y\left(-2\right)=2$. **B.** $y\left(-2\right)=22$. **C.** $y\left(-2\right)=6$. **D.** $y\left(-2\right)=-18$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì $M\left(0;2\right)$, $N\left(2;-2\right)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$$\left\{\begin{array}{l}y'\left(0\right)=0\\y'\left(2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}c=0\\12a+4b+c=0\end{array}\right.\quad(1)$$

$$\begin{cases} y(0)=2 \\ y(2)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \end{cases} (2)$$

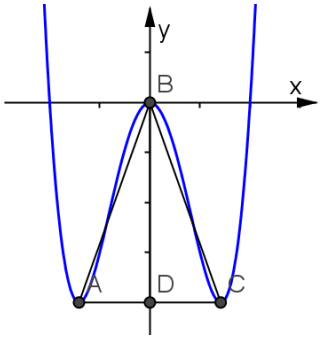
Từ (1) và (2) suy ra: $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow y=x^3-3x^2+2 \Rightarrow y(-2)=-18.$

Câu 1: **[2D1-2.9-4] (Câu 45 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m > 0$. **B.** $m < 1$. **C.** $0 < m < \sqrt[3]{4}$. **D.** $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn D



Điều kiện để hàm số có 3 cực trị là $m > 0$.

$$y' = 4x^3 - 4mx;\ y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_1 = 0 \\ x_2 = -\sqrt{m} \\ x_3 = \sqrt{m} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} y_1 = 0 \\ y_2 = -m^2 \\ y_3 = -m^2 \end{bmatrix}$$

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân có đáy bằng $2\sqrt{m}$, đường cao bằng m^2. (như hình minh họa)

Ta được $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC.BD = \sqrt{m}.m^2$. Để tam giác có diện tích nhỏ hơn 1 thì

$\sqrt{m}.m^2 < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 1: **[2D1-2.10-3] (Câu 31 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ không có cực đại?

A. $1\le m\le 3$ **B.** $m\le 1$ **C.** $m\ge 1$ **D.** $1<m\le 3$

Lời giải

Chọn A

TH1: Nếu $m=1\Rightarrow y=4x^2+1$. Suy ra hàm số không có cực đại.

TH2: Nếu $m>1$.

Để hàm số không có cực đại thì $-2(m-3)\ge 0\Leftrightarrow m\le 3$. Suy ra $1<m\le 3$.

Vậy $1\le m\le 3$.

Câu 1: **[2D1-2.11-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

A. $m=-\frac{1}{\sqrt[4]{2}};m=\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. **B.** $m=-1;m=1$.

C. $m=1$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-6mx$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=4m^3 \\ x=2m\Rightarrow y=0 \end{array}\right. (m\neq 0)$

Đồ thị của hàm số có hai điểm cực trị $A(0;4m^3)$ và $B(2m;0)$, $(m\neq 0)$

$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=4\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\left|4m^3.2m\right|=4\Leftrightarrow 4m^4=4\Leftrightarrow m=\pm 1.$

Câu 2: **[2D1-2.11-3] (Câu 8 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m=-\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=4x^3+4mx;y'=0\Leftrightarrow 4x^3+4mx=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2+m\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-m\ (*) \end{array}\right.$

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow -m>0\Leftrightarrow m<0$.

Vậy tọa độ 3 điểm lần lượt là: $A(0;1);B\left(-\sqrt{-m};1-m^2\right);C\left(\sqrt{-m};1-m^2\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{-m};-m^2\right);\overrightarrow{AC}=\left(\sqrt{-m};-m^2\right)$

Vì ΔABC vuông cân tại

$A\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow -\sqrt{m^2}+m^2.m^2=0\Leftrightarrow -|m|+m^4=0\Leftrightarrow m+m^4=0$

$\Leftrightarrow m=-1$ (vì $m<0$)

Vậy với $m=-1$ thì hàm số có 3 cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

Câu 1: **[2D1-2.14-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

$y=\left|f\left(x\right)\right|=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$

Ta có: $f'\left(x\right)=12x^3-12x^2-24x.$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=-1$ hoặc $x=2$.

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$m-5$	↗	m	↘	$m-32$	↗	$+\infty$

Do hàm số $f\left(x\right)$ có ba điểm cực trị nên hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 7 điểm cực trị khi $\begin{cases}m>0\\m-5<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<5$. Vậy có 4 giá trị nguyên thỏa đề bài là $m=1;m=2;m=3;m=4$.

Câu 1: **[2D1-2.14-4] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-10)(x^2-25), \forall x\in\mathbb{R}.$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị

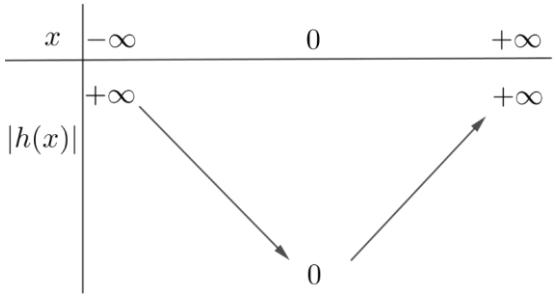
A. 9. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có BBT của hàm $y=|h(x)|=\left|x^3+8x\right|$ như sau



Ta có $g'(x)=\left|x^3+8x\right|'.f'\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)$. Rõ ràng $x=0$ là điểm cực trị của hàm $y=|h(x)|$

Ta có: $f'\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+8x\right|+m=10\\ \left|x^3+8x\right|+m=5\\ \left|x^3+8x\right|+m=-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+8x\right|=10-m\\ \left|x^3+8x\right|=5-m\\ \left|x^3+8x\right|=-5-m\end{array}\right.$.

Để hàm số $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì phương trình $g'(x)=0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $g'(x)$ đổi dấu khi đi qua ít nhất 2 trong số các nghiệm đó.

Từ BBT ta có $10-m>0\Leftrightarrow m<10\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

Vậy có 9 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Cách 2:

Với f,h là các hàm liên tục trên tập số thực, thì nếu c là điểm cực trị của $f\left(h(x)\right)$ thì c phải là điểm cực trị của g hoặc là $h(c)$ là điểm đạt cực trị của f. Bây giờ $m\geq 10$ và với hàm $h(x)=\left|x^3+8x\right|+m$, ta có f chỉ có các điểm đạt cực trị là $10,\pm 5$. Trong khi chỉ có duy nhất điểm đạt cực trị của h là 0 cùng với $h(x)\geq m\geq 10$ với mọi x, và thêm nữa thì phương trình $h(x)=10$ có không quá một nghiệm là $x=0$. Bởi vậy, $m\geq 10$ không thỏa mãn yêu cầu.

Khi $m\leq 9$ và $m\neq 5$, thì trên từng khoảng mở bên trái và phải số 0 ta có

$$g'(x)=\frac{\left(3x^2+8\right)\left(h(x)-9\right)\left(h(x)^2-25\right)|x|}{x}.$$

Cho thấy $g'(x)$ đổi dấu khi x chạy qua 0 và vì thế nó đạt cực trị tại $x=0$. Kết hợp thêm việc đa thức $h(x)-9$ có đúng hai nghiệm phân biệt khác 0, và $g'(x)$ đổi dấu khi x chạy qua các nghiệm đó. Cho thấy $m\le 9$ và $m\ne 5$ thỏa yêu cầu.

Nếu $m=5$ lúc đó $g'(x)=x\left(3x^2+8\right)^2\left(h(x)-9\right)\left(h(x)^2-25\right)$. Ta cũng thấy $g'(x)$ đổi dấu khi x chạy qua 0 và hai nghiệm phân biệt khác 0 của $h(x)-9$, cho thấy là cũng thỏa mãn.

Vậy m là các số nguyên dương nhỏ hơn 10.

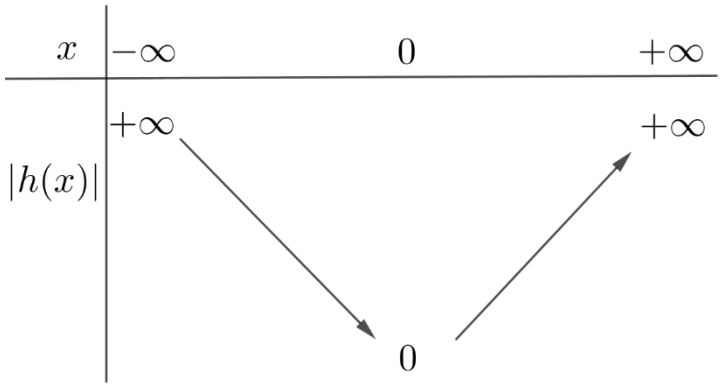
Câu 1: **[2D1-2.15-4] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-9)(x^2-16),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 16. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có BBT của hàm $y=\left|h(x)\right|=\left|x^3+7x\right|$ như sau:



Ta có $g'(x)=\left|x^3+7x\right|'.f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$. Rõ ràng $x=0$ là điểm cực trị của hàm $y=\left|h(x)\right|$.

Ta có: $f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+7x\right|+m=9\\ \left|x^3+7x\right|+m=4\\ \left|x^3+7x\right|+m=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+7x\right|=9-m\\ \left|x^3+7x\right|=4-m\\ \left|x^3+7x\right|=-4-m\end{array}\right.$.

Để hàm số $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì phương trình $g'(x)=0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $g'(x)$ đổi dấu khi đi qua ít nhất 2 trong số các nghiệm đó.

Từ BBT ta có $9-m>0\Leftrightarrow m<9\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5;6,7,8\}$.

Câu 2: Vậy có 8 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.**[2D1-2.15-4] (Câu 49 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-8)(x^2-9)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=0$ tại $x=8,x=\pm3$.

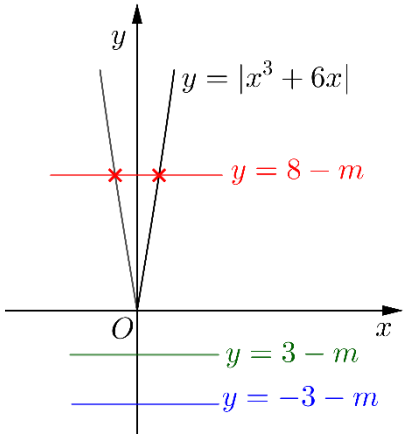
Đặt $g(x)=f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$

Ta có: $g'(x)=\left[f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)\right]'=\frac{\left(3x^2+6\right)\left(x^3+6x\right)}{\left|x^3+6x\right|}.f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)\ (x\neq 0)$.

Với $x=0$ là 1 cực trị của $g(x)$

Để $g(x)$ có ít nhất 3 cực trị thì $g'(x)$ phải có ít nhất 3 nghiệm bội lẻ hay $f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)=0$ có ít nhất 2 nghiệm.

$f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)=0\rightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+6x\right|+m=-3\\ \left|x^3+6x\right|+m=3\\ \left|x^3+6x\right|+m=8\end{array}\right.$. Ta có đồ thị $u(x)=\left|x^3+6x\right|$ (với $m>0$):



Để $f'\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)=0$ có ít nhất 2 nghiệm thì: $8-m>0\rightarrow m<8\rightarrow m\in[1;7]$.

Vậy có 7 giá trị m.

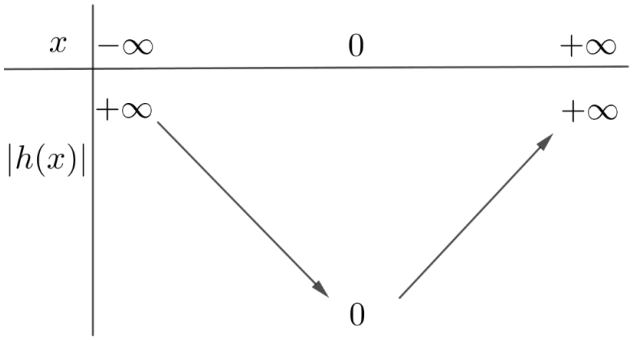
Câu 3: **[2D1-2.15-4] (Câu 50 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)\left(x^2-9\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có BBT của hàm $y=\left|h(x)\right|=\left|x^3+5x\right|$ như sau



Ta có $g'(x)=\left|x^3+5x\right|'.f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$. Rõ ràng $x=0$ là điểm cực trị của hàm số $y=\left|h(x)\right|$.

Ta có: $f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+5x\right|+m=7\\ \left|x^3+5x\right|+m=3\\ \left|x^3+5x\right|+m=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+5x\right|=7-m\\ \left|x^3+5x\right|=3-m\\ \left|x^3+5x\right|=-3-m\end{array}\right.$.

Để hàm số $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì phương trình $g'(x)=0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $g'(x)$ đổi dấu khi đi qua ít nhất 2 trong số các nghiệm đó.

Từ BBT ta có $7-m>0\Leftrightarrow m<7\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có 6 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 1: **[2D1-2.16-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=(2m-1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=\frac{3}{4}$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=6x^2-6x$. Từ đó ta có tọa độ hai điểm cực trị $A(0;1)$, $B(1;-1)$. Đường thẳng qua hai điểm cực trị có phương trình $y=-2x+1$. Đường thẳng này vuông góc với đường thẳng $y=(2m-1)x+3+m$ khi và chỉ khi $(2m-1)(-2)=-1\Leftrightarrow m=\frac{3}{4}$.

Câu 1: [2D1-3.2-1] **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -2. **B.** -11. **C.** -26. **D.** -27.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;9]$.

Ta có

$$f'(x)=4x^3-20x$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-20x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;9] \\ x=\sqrt{5}\in[0;9] \\ x=-\sqrt{5}\notin[0;9] \end{array}\right.$$

$f(0)=-2;\quad f\left(\sqrt{5}\right)=-27;\quad f(9)=5749$.

So sánh 3 giá trị trên và kết luận $\min\limits_{x\in[0;9]} f(x)=-27$.

Câu 2: [2D1-3.2-1] **(Câu 21 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** -18. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=3x^2-3$

Có: $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-3;3] \\ x=1\in[-3;3] \end{array}\right.$

Mặt khác: $f(-3)=-18; f(3)=18; f(-1)=2; f(1)=-2$.

Vậy $\min\limits_{[-3;3]} f(x)=f(-3)=-18$.

Câu 3: [2D1-3.2-1] **(Câu 19 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -18. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=x^3-3x$ xác định trên đoạn $[-3;3]$.

$f'(x)=3x^2-3$.

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \in [-3;3] \\ x=-1 \in [-3;3] \end{array}\right.$

Ta có $f(-3)=-18;\ f(-1)=2;\ f(1)=-2;\ f(3)=18$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} y = f(3)=18$.

Câu 4: **[2D1-3.2-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -16. **C.** 0. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2+6x;\ y'=0 \Rightarrow 3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \notin [-4;-1] \\ x=-2 & \in [-4;-1] \end{array}\right.$.

Khi đó $y(-4)=-16;\ y(-2)=4;\ y(-1)=2$.

Nên $\min\limits_{[-4;-1]} y=-16$.

Câu 5: **[2D1-3.2-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x$ trên đoạn $[0;4]$ bằng

A. -259. **B.** 68. **C.** 0. **D.** -4

Lời giải

Chọn D

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[0;4]$.

Ta có $y'=3x^2+4x-7$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \in [0;4] \\ x=-\dfrac{7}{3} \notin [0;4] \end{array}\right.$

$y(0)=0; y(1)=-4; y(4)=68$.

Vậy $\min\limits_{[0;4]} y=-4$.

Câu 6: **[2D1-3.2-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A. $m=\dfrac{17}{4}$. **B.** $m=10$. **C.** $m=5$. **D.** $m=3$

Lời giải

Chọn D

Đặt $y = f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$

Ta có $y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2}$, $y' = 0 \Rightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$

Khi đó $f(1) = 3, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{4}, f(2) = 5$

Vậy $m = \min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x) = f(1) = 3$.

Câu 1: **[2D1-3.2-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

$y=x^3+3x^2+1$

$y'=3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$.

$y(-1)=3; y(0)=1; y(2)=21$.

Vậy GTNN trên đoạn $[-1;2]$ của hàm số bằng 1 tại $x=0$.

Câu 2: **[2D1-3.2-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=x^3-3x+4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\notin[0;3]\end{array}\right.$.

Ta có: $y(0)=4, y(3)=22, y(1)=2$

Vậy hàm số $y=x^3-3x+4$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ tại điểm $x=1$.

Câu 3: **[2D1-3.2-2] (Câu 35 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\notin[-2;1]\end{array}\right.$

Ta có $y(-2)=-21, y(0)=-1, y(1)=-3$.

Vậy $\max\limits_{[-2;1]} y=-1$ tại $x=0$.

Câu 4: **[2D1-3.2-2] (Câu 31 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=f(x)=-x^3+3x \Rightarrow f'(x)=-3x^2+3$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \notin [0;3] \end{array}\right.$.

Ta có $f(0)=0;\ f(1)=2;\ f(3)=-18$.

Vậy hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=1$.

Câu 5: **[2D1-3.2-2] (Câu 31 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 11. **B.** 14. **C.** 5. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$f'(x)=4x^3-4x$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \in [0;2] \\ x=-1 \notin [0;2] \\ x=1 \in [0;2] \end{array}\right.$

$f(0)=3; f(1)=2; f(2)=11$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} M=11 \\ m=2 \end{array}\right. \Rightarrow M+m=13$.

Câu 6: **[2D1-3.2-2] (Câu 31 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -28. **B.** -1. **C.** -36. **D.** -37.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=4x^3-24x;\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{6} \\ x=-\sqrt{6} \notin [0;9] \end{array}\right.$

$f(0)=-1;\ f(\sqrt{6})=-37;\ f(9)=5588$

Vậy $\min\limits_{[0;9]} f(x)=-37$

Câu 7: **[2D1-3.2-2] (Câu 32 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -39. **B.** -40. **C.** -36. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $f'(x)=4x^3-24x$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-24x=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-6\right)=0.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\sqrt{6}\notin(0;9).\\x=\sqrt{6}\in(0;9)\end{array}\right.$$

+) Ta có:

$f(0)=-4;\ f\left(\sqrt{6}\right)=-40;\ f(9)=5585$.

Vậy $\min\limits_{[0;9]} f(x)=f\left(\sqrt{6}\right)=-40$.

Câu 8: **[2D1-3.2-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -28. **B.** -4. **C.** -13. **D.** -29.

Lời giải

Chọn D

Trương Hồng Hà

Ta có $f'(x)=4x^3-20x;\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{5}\\x=-\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt{5}$		9		$+\infty$
$f'(x)$			$-$		0	$+$			
$f(x)$		$\searrow$	-4	$\searrow$	-29	$\nearrow$	5747		

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{[0;9]} f(x)=-29$ khi $x=\sqrt{5}$.

Câu 9: **[2D1-3.2-2] (Câu 29 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -72 . **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** -58 . **D.** $22\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=3x^2-33$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2=11\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{11}$

Xét trên $[2;19]$ ta có $x=\sqrt{11}\in[2;19]$

Ta có $f(2)=-58; f\left(\sqrt{11}\right)=-22\sqrt{11}; f(19)=6232$.

Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x)=f\left(\sqrt{11}\right)=-22\sqrt{11}$

Câu 10: **[2D1-3.2-2] (Câu 35 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $20\sqrt{10}$. **B.** -63 . **C.** $-20\sqrt{10}$. **D.** -52 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3x^2-30$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{10}$.

Hàm số $f(x)=x^3-30x$ liên tục trên đoạn $[2;19]$

và $f(2)=-52; f\left(\sqrt{10}\right)=-20\sqrt{10}; f(19)=6289$.

So sánh các giá trị trên, ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng $-20\sqrt{10}$

Câu 11: **[2D1-3.2-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -36 . **B.** $-14\sqrt{7}$. **C.** $14\sqrt{7}$. **D.** -34 .

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm $f'(x)=3x^2-21,\ x\in(2;19)$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{7}\ \ (T/m)\\ x=-\sqrt{7}\ \ (L)\end{array}\right.$$.

Ta có $f(2)=-34; f\left(\sqrt{7}\right)=-14\sqrt{7}; f(19)=6460$.

Do vậy $\min\limits_{x\in[2;19]} f(x)=-14\sqrt{7}$, đạt được khi $x=\sqrt{7}$.

Câu 12: **[2D1-3.2-2] (Câu 36 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. **B.** -40. **C.** $-32\sqrt{2}$. **D.** -45.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=x^3-24x$

$f'(x)=3x^2-24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\sqrt{2}\in[2;19] \\ x=-2\sqrt{2}\notin[2;19] \end{array}\right.$.

$f(2)=2^3-24.2=-40$; $f\left(2\sqrt{2}\right)=\left(2\sqrt{2}\right)^3-24.2\sqrt{2}=-32\sqrt{2}$; $f(19)=19^3-24.19=6403$.

Mà $-32\sqrt{2}<-40<6403$.

Kết luận: $\min\limits_{x\in[2;19]} f(x)=-32\sqrt{2}$ tại $x=2\sqrt{2}$.

Câu 13: **[2D1-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

$y=x^4-10x^2+2 \Rightarrow y'=4x^3-20x=4x\left(x^2-5\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Các giá trị $x=-\sqrt{5}$ và $x=\sqrt{5}$ không thuộc đoạn $[-1;2]$ nên ta không tính.

Có $f(-1)=-7; f(0)=2; f(2)=-22$.

Nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là -22.

Câu 14: **[2D1-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 1 **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục và xác định trên $[-1;2]$.

Ta có $f'(x)=-4x^3+24x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow -4x^3+24x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{6}\notin[-1;2] \\ x=-\sqrt{6}\notin[-1;2] \end{array}\right.$.

Ta có $f(0)=1; f(-1)=12$; $f(2)=33$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=33.$

Câu 15: **[2D1-3.2-2] (Câu 17 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 0. **D.** –16.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=3x^2-3 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1.$

Ta có: $f(-3)=-16; f(-1)=4; f(1)=0; f(3)=20.$

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng –16.

Câu 16: **[2D1-3.2-2] (Câu 20 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -16. **B.** 20. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=x^3-3x+2 \Rightarrow f'(x)=3x^2-3$

Có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Mặt khác: $f(-3)=-16, f(-1)=4, f(1)=0, f(3)=20.$

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=20.$

Câu 17: **[2D1-3.2-2] (Câu 22 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 25 **B.** $\frac{51}{4}$ **C.** 13 **D.** 85

Lời giải

Chọn A

$y=f(x)=x^4-x^2+13$

$y'=4x^3-2x$

$$4x^3-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=-\frac{1}{\sqrt{2}}\in[-1;2] \\ x=\frac{1}{\sqrt{2}}\in[-1;2] \end{array}\right.$$

$f(-1)=13; f(2)=25; f(0)=13; f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4}; f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4}$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng 25.

Câu 18: **[2D1-3.2-2] (Câu 23 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 201 **B.** 2 **C.** 9 **D.** 54

Lời giải

Chọn D

$y'=4x^3-8x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Ta có $y(-2)=9;\ y(3)=54;\ y(0)=9;\ y(\pm\sqrt{2})=5$.

Vậy $\max\limits_{[-2;3]} y=54$.

Câu 19: **[2D1-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trêm đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 50 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 122

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=4x^3-8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.\in[-2;3];$

$f(0)=5; f(\pm\sqrt{2})=1; f(-2)=5; f(3)=50$

Vậy $\underset{[-2;3]}{Max}\, y=50$

Câu 20: **[2D1-3.2-2] (Câu 15 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=\frac{51}{4}$. **B.** $m=\frac{49}{4}$. **C.** $m=13$. **D.** $m=\frac{51}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=4x^3-2x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.;\ y(0)=13,\ y\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4},\ y(-2)=25,\ y(3)=85$.

Vậy: $m=\frac{51}{4}$.

Câu 21: **[2D1-3.2-2] (Câu 24 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M=9$ **B.** $M=8\sqrt{3}$ **C.** $M=1$ **D.** $M=6$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1(l)\end{array}\right.$$

Ta có : $y(0)=3$; $y(1)=2$; $y\left(\sqrt{3}\right)=6$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ là $M=y\left(\sqrt{3}\right)=6$

Câu 22: **[2D1-3.2-2] (Câu 23 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên đoạn $[0;2]$

A. $m=11$ **B.** $m=0$ **C.** $m=-2$ **D.** $m=3$

Lời giải

Chọn C

$$y'=3x^2-14x+11\quad y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{11}{3}\notin(0;2)\\x=1\in(0;2)\end{array}\right.$$

$$f(0)=-2;\quad f(1)=3;\quad f(2)=0\Rightarrow\min_{[0;2]}y=-2$$

Câu 23: **[2D1-3.2-2] (Câu 6 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]}y=6$ **B.** $\min\limits_{[2;4]}y=-2$ **C.** $\min\limits_{[2;4]}y=-3$ **D.** $\min\limits_{[2;4]}y=\dfrac{19}{3}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[2;4]$

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2};y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow x=3$ hoặc $x=-1$ (loại)

Suy ra $y(2)=7;y(3)=6;y(4)=\dfrac{19}{3}$. Vậy $\min\limits_{[2;4]}y=6$ tại $x=3$.

Câu 1: **[2D1-3.3-2] (Câu 19 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3\sqrt[3]{9}$ **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=7$

C. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=\frac{33}{5}$ **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2\sqrt[3]{9}$

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

$$y=3x+\frac{4}{x^2}=\frac{3x}{2}+\frac{3x}{2}+\frac{4}{x^2}\geq 3\sqrt[3]{\frac{3x}{2}.\frac{3x}{2}.\frac{4}{x^2}}=3\sqrt[3]{9}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{3x}{2}=\frac{4}{x^2}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$.

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3\sqrt[3]{9}$

Cách 2:

Xét hàm số $y=3x+\frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$

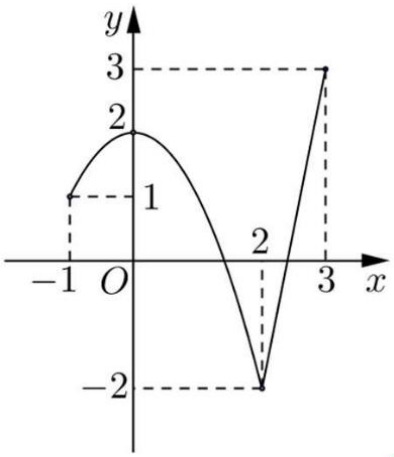
Ta có $y=3x+\frac{4}{x^2}\Rightarrow y'=3-\frac{8}{x^3}$

Cho $y'=0\Leftrightarrow \frac{8}{x^3}=3\Leftrightarrow x^3=\frac{8}{3}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$

x	0		$\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$		$+\infty$
y'	‖	$-$	0	$+$	
y	‖	↘	$3\sqrt[3]{9}$	↗	

$$\Rightarrow \min_{(0;+\infty)} y=y\left(\sqrt[3]{\frac{8}{3}}\right)=3\sqrt[3]{9}$$

Câu 1: **[2D1-3.4-1] (Câu 16 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn (-1;3) và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

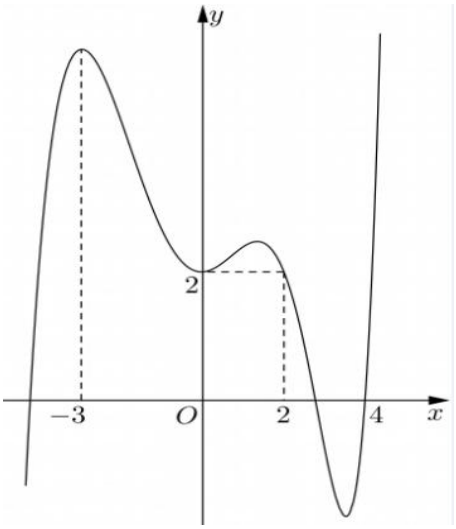
Lời giải

Chọn D

Căn cứ vào đồ thị ta có $M=\max\limits_{[-1;3]} y=3$, $m=\min\limits_{[-1;3]} y=-2$

Vậy $M-m=5$.

Câu 1: **[2D1-3.4-3] (Câu 39 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên.

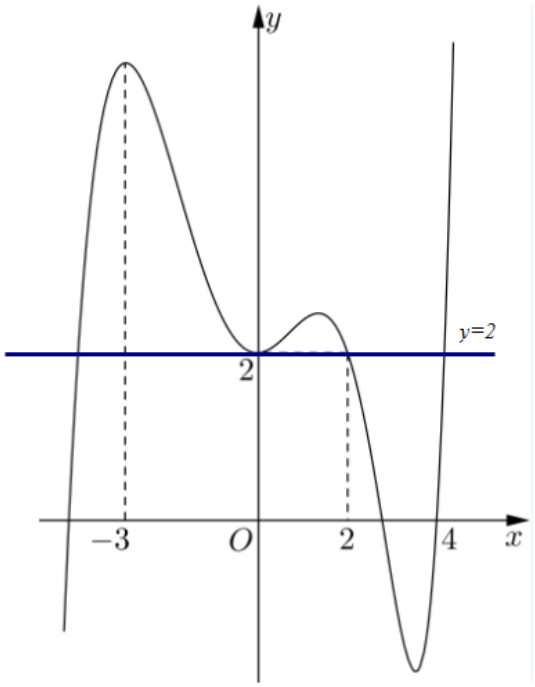


Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(-3)+6$. **C.** $f(2)-4$. **D.** $f(4)-8$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $g'(x)=2f'(2x)-4$.

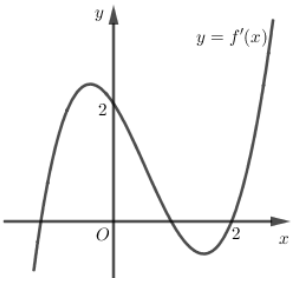
$$g'(x)=0 \Leftrightarrow 2f'(2x)-4=0 \Leftrightarrow f'(2x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=x_1<-3 \\ 2x=0 \\ 2x=2 \\ 2x=x_2>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<-\dfrac{3}{2} \\ x=0 \\ x=1 \\ x_2>2 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		x_1	$-\frac{3}{2}$	0		1		2	x_2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$		0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↗	$f(2)-4$	↘			↗	

Từ bảng biến thiên ta có: trên $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ và $\max\limits_{\left[-\frac{3}{2};1\right]} y=f(2)-4$.

Câu 1: **[2D1-3.7-3] (Câu 37 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)>2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m\le f(2)-4$. **B.** $m\le f(0)$. **C.** $m<f(0)$. **D.** $m<f(2)-4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)>2x+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$

$\Rightarrow m<f(x)-2x$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$

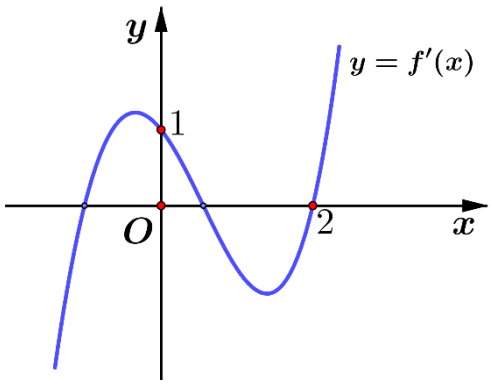
Xét hàm số $g(x)=f(x)-2x$ với $x\in(0;2)$

$\Rightarrow g'(x)=f'(x)-2\le 0$ với mọi $x\in(0;2)$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Để $m<f(x)-2x$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ thì $m\le g(2)=f(2)-4$

Câu 2: **[2D1-3.7-3] (Câu 38 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên



Bất phương trình $f(x)>x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m\le f(2)-2$. **B.** $m<f(2)-2$. **C.** $m\le f(0)$. **D.** $m<f(0)$.

Lời giải

Chọn A

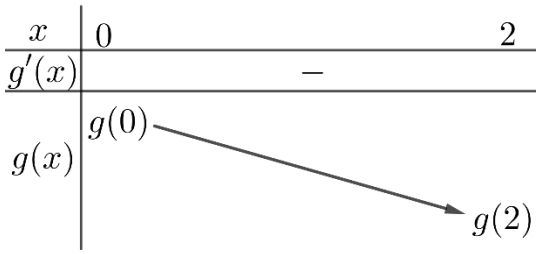
Bất phương trình $f(x)>x+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow m<f(x)-x$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ (1)

Xét hàm số $g(x)=f(x)-x$ trên khoảng $(0;2)$

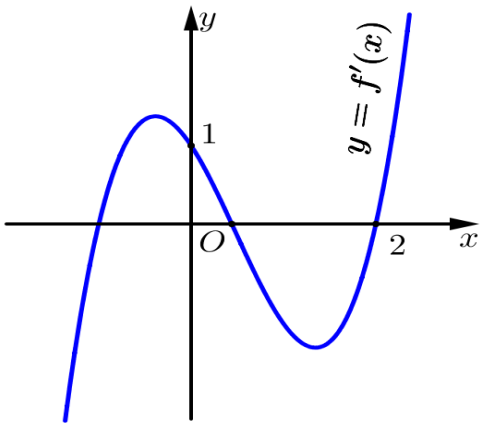
Có $g'(x)=f'(x)-1<0,\ \forall x\in(0;2)$

Bảng biến thiên



Vậy (1) $\Leftrightarrow m\le g(2)\Leftrightarrow m\le f(2)-2$.

Câu 3: **[2D1-3.7-3] (Câu 36 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge f(2)-2$. **B.** $m\ge f(0)$. **C.** $m>f(2)-2$. **D.** $m>f(0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)<x+m,\forall x\in(0;2)\Leftrightarrow m>f(x)-x,\forall x\in(0;2)(*)$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có với $x\in(0;2)$ thì $f'(x)<1$.

Xét hàm số $g(x)=f(x)-x$ trên khoảng $(0;2)$.

$g'(x)=f'(x)-1<0,\forall x\in(0;2)$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow m\ge g(0)=f(0)$.

Câu 4: **[2D1-3.7-3] (Câu 39 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x)<\mathrm{e}^x+m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m\geq f(1)-\mathrm{e}$. **B.** $m>f(-1)-\frac{1}{\mathrm{e}}$. **C.** $m\geq f(-1)-\frac{1}{\mathrm{e}}$. **D.** $m>f(1)-\mathrm{e}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)<\mathrm{e}^x+m$, $\forall x\in(-1;1)\Leftrightarrow f(x)-\mathrm{e}^x<m$, $\forall x\in(-1;1)$ (*).

Xét hàm số $g(x)=f(x)-\mathrm{e}^x$

Ta có: $g'(x)=f'(x)-\mathrm{e}^x$.

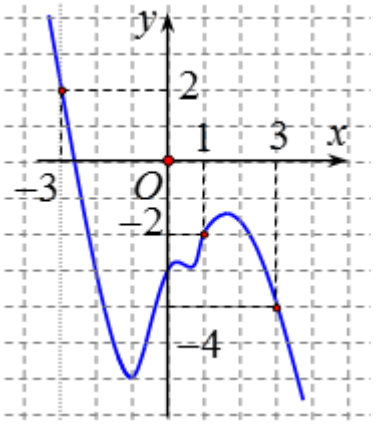
Ta thấy với $\forall x\in(-1;1)$ thì $f'(x)<0$, $-\mathrm{e}^x<0$ nên $g'(x)=f'(x)-\mathrm{e}^x<0$, $\forall x\in(-1;1)$.

Bảng biến thiên

x	-1		1
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$g(-1)$	$\searrow$	$g(1)$

Từ bảng biến thiên ta có $m\geq g(-1)\Leftrightarrow m\geq f(-1)-\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 1: **[2D1-3.8-4] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)+(x+1)^2$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

B. $g(1)<g(-3)<g(3)$.

C. $g(3)=g(-3)<g(1)$.

D. $g(3)=g(-3)>g(1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$g'(x)=2f'(x)+2(x+1)\Rightarrow g'(-3)=2f'(-3)-4, g'(1)=2f'(1)+4, g'(3)=2f'(3)+8$

Lại có nhìn đồ thị ta thấy $f'(-3)=2, f'(1)=-2, f'(3)=-4\Rightarrow g'(-3)=g'(1)=g'(3)=0$

Hay phương trình $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=-x-1$ có 3 nghiệm

x	-3		1		3
$g'(x)$	0	$-$	0	$+$	0
$g(x)$	$g(-3)$	↘	$g(1)$	↗	$g(3)$

Nhìn đồ thị ta có bảng biến thiên, suy ra $g(3)>g(1), g(-3)>g(1)$.

Mặt khác diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=-x-1$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên 2 miền $[-3;1]$ và $[1;3]$, ta có $\int_{-3}^{1}\left(-x-1-f'(x)\right)dx>\int_{1}^{3}\left(f'(x)+x+1\right)dx$

$$\Leftrightarrow -\int_{-3}^{1} g'(x)\mathrm{d}x > \int_{1}^{3} g'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow -g(1)+g(-3) > g(3)-g(1) \Leftrightarrow g(-3) > g(3).$$

Vậy $g(1) < g(3) < g(-3)$.

Câu 1: **[2D1-3.9-3] (Câu 35 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thoả mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\le 0$ **B.** $m>4$ **C.** $0<m\le 2$ **D.** $2<m\le 4$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

☑ Nếu $m=1\Rightarrow y=1,\ \forall x\ne -1$. Không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

☑ Nếu $m<1\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

Khi đó: $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow y(1)+y(2)=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2}+\dfrac{m+2}{3}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow m=5$.

☑ Nếu $m>1\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên đoạn $[1;2]$.

Khi đó: $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow y(2)+y(1)=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow \dfrac{2+m}{3}+\dfrac{1+m}{2}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow m=5$

Câu 1: **[2D1-3.9-4] (Câu 33 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y=3$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

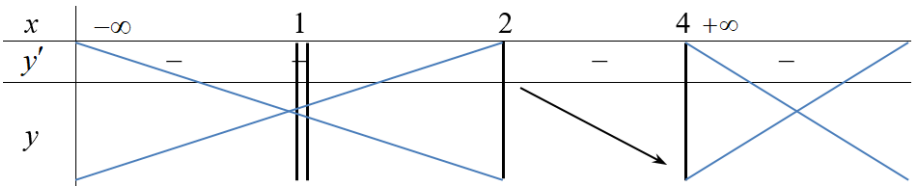
A. $m<-1$ **B.** $3<m\le 4$ **C.** $m>4$ **D.** $1\le m<3$

Lời giải

Chọn C

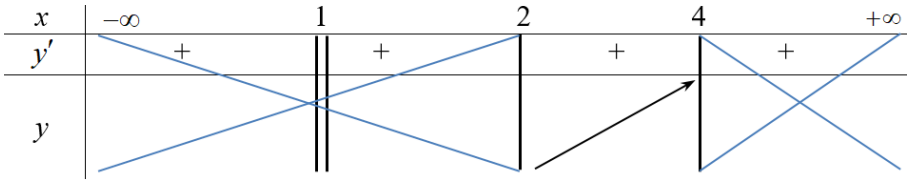
$y=\dfrac{x+m}{x-1},\ D=\mathbb{R}\setminus\{1\}, y'=\dfrac{-1-m}{(x-1)^2}$

TH1: $y'<0\Leftrightarrow m>-1$



$\min\limits_{[2;4]} y=3\Leftrightarrow f(4)=3\Leftrightarrow \dfrac{4+m}{3}=3\Leftrightarrow m=5\ \ (n)$

TH2: $y'>0\Leftrightarrow m<-1$



$\min\limits_{[2;4]} y=3\Leftrightarrow f(2)=3\Leftrightarrow \dfrac{2+m}{1}=3\Leftrightarrow m=1\ \ (l)$

Vậy $m=5$

Câu 1: **[2D1-3.11-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 6

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$, ta có $f'(x)=3x^2-3$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0		1		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	m	↘	$-2+m$	↗	$2+m$

TH 1: $2+m<0\Leftrightarrow m<-2$. Khi đó $\max\limits_{[0;2]}\left|f(x)\right|=-(-2+m)=2-m$

$2-m=3\Leftrightarrow m=-1$.

TH 2: $\begin{cases}2+m>0\\m<0\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<0$. Khi đó: $\left|m-2\right|=2-m>2>2+m$

$\Rightarrow \max\limits_{[0;2]}\left|f(x)\right|=-(-2+m)=2-m$

$2-m=3\Leftrightarrow m=-1$.

TH 3: $\begin{cases}m>0\\-2+m<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<2$. Khi đó: $\left|m-2\right|=2-m<2<2+m\Rightarrow \max\limits_{[0;2]}\left|f(x)\right|=2+m$

$2+m=3\Leftrightarrow m=1$.

TH 4: $-2+m>0\Leftrightarrow m>2$. Khi đó $\max\limits_{[0;2]}\left|f(x)\right|=2+m$

$2+m=3\Leftrightarrow m=1$.

Câu 1: **[2D1-3.11-4] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của S sao cho $\max\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|+\min\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|=2$. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

a/ Xét $m=1$, ta có $f\left(x\right)=1\ \forall x\neq -1$

Dễ thấy $\max\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|$=1, $\min\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|=1$ suy ra $\max\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|+\min\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|=2$.

Tức là $m=1$ thỏa mãn yêu cầu.

b/ Xét $m\neq 1$ ta có $f'\left(x\right)=\dfrac{1-m}{\left(x+1\right)^2}$ không đổi dấu $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$

Suy ra $f(x)$ đơn điệu trên đoạn $\left[0;1\right]$

Ta có $f\left(0\right)=m;\ f\left(1\right)=\dfrac{1+m}{2}$

Trường hợp 1: $m.\dfrac{1+m}{2}<0\Leftrightarrow -1<m<0\Rightarrow\begin{cases}\min\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|=0\\ \max\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|=\max\left\{\left|m\right|;\left|\dfrac{m+1}{2}\right|\right\}<1\end{cases}$

Suy ra không thỏa mãn điều kiện $\max\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|+\min\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|=2$

Trường hợp 2: $m.\dfrac{1+m}{2}\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 0\left(m\neq 1\right)\\ m\leq -1\end{array}\right.$

Suy ra $\min\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|+\max\limits_{[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|=\left|m\right|+\left|\dfrac{m+1}{2}\right|=\left|\dfrac{3m+1}{2}\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1(KTM)\\ m=-\dfrac{5}{3}(TM)\end{array}\right.$

Vậy $S=\left\{1;-\dfrac{5}{3}\right\}$.

Câu 2: **[2D1-3.11-4] (Câu 42 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng 16. Tính tổng các phần tử của S bằng

A. -16. **B.** 16. **C.** -12. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Hàm số $g(x)=x^3-3x+m$ là hàm số bậc ba không đơn điệu trên đoạn $[0;3]$ nên ta sẽ đưa hàm số này về hàm bậc nhất để sử dụng các tính chất cho bài tập này.

Đặt $t=x^3-3x$, do $[0;3]$ nên ta tìm được miền giá trị $t\in[-2;18]$. Khi đó $y=t+m$ đơn điệu trên $[-2;18]$.

Ta có

$$\max_{x\in[0;3]} y=\max_{t\in[-2;18]}|t+m|=\max\{|m-2|;|m+18|\}=\frac{|m-2+m+18|+|m-2-m-18|}{2}.=|m+8|+10$$

Từ giả thiết ta có $\max_{x\in[0;2]} y=16\Leftrightarrow|m+8|+10=16\Leftrightarrow|m+8|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=-14\end{array}\right.$.

Chú ý: Cách giải trên ta đã sử dụng tính chất của hàm số bậc nhất là

$$\max\{|a|;|b|\}=\frac{|a+b|+|a-b|}{2}\quad(1).$$

Tuy nhiên có thể trình bày phần sau bài toán như sau mà không cần công thức (1).

Ta có

$$\max_{x\in[0;3]} y=\max_{t\in[-2;18]}|t+m|=\max\{|m-2|;|m+18|\}$$

+ Trường hợp 1: $\max_{x\in[0;3]} y=|m+18|=16\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}|m+18|=16\\|m-2|<16\end{array}\right.\Leftrightarrow m=-2$.

+ Trường hợp 2: $\max_{x\in[0;3]} y=|m-2|=16\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}|m-2|=16\\|m+18|<16\end{array}\right.\Leftrightarrow m=-14$.

Cách 2

Xét $u=x^3-3x+m$ trên đoạn $0;3$ có $u'=0\Leftrightarrow3x^2-3=0\Leftrightarrow x=1\in 0;3$.

Khi đó $\left\{\begin{array}{l}\max\limits_{0;3}\mathrm{u}=\max\ u\ 0\ ,u\ 1\ ,u\ 3\ =\max\ \mathrm{m},\mathrm{m}-2,\mathrm{m}+18\ =m+18\\\min\limits_{0;3}\mathrm{u}=\min\ u\ 0\ ,u\ 1\ ,u\ 3\ =\min\ \mathrm{m},\mathrm{m}-2,\mathrm{m}+18\ =m-2\end{array}\right.$.

Suy ra $\underset{0;3}{M}\mathrm{ax}\ f\ x\ =\max\ |m-2|,|m+18|\ =16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}|m+18|=16\\|m+18|\geq|m-2|\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}|m-2|=16\\|m-2|\geq|m+18|\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=-14\end{array}\right.$.

Do đó tổng tất cả các phần tử của S bằng -16.

Câu 1: **[2D1-3.12-4] (Câu 47 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+2y$ bằng

A. $\frac{33}{8}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** $\frac{21}{4}$. **D.** $\frac{41}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3\Leftrightarrow 2y.2^{2y-(3-2x)}\ge 3-2x\Leftrightarrow 2y.2^{2y}\ge (3-2x).2^{3-2x}\quad (*)$.

Xét hàm số $f(t)=t.2^t$ có $f'(t)=2^t+t.2^t.\ln 2$.

Trường hợp 1 : Với $x\ge \frac{3}{2}\Rightarrow (*)$ luôn đúng $\forall y\ge 0$.

Ta có : $P=(x+2)^2+(y+1)^2-5\ge \left(\frac{3}{2}+2\right)^2+(0+1)^2-5=\frac{33}{4}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=0 \end{cases}$.

Trường hợp 2 : $0\le x<\frac{3}{2}$ suy ra $t\ge 0\Rightarrow f'(t)>0$ hay hàm số $y=f(t)$ luôn đồng biến

nên $(*)\Leftrightarrow 2y\ge 3-2x\Leftrightarrow y\ge \frac{3-2x}{2}$.

Ta có : $P=x^2+y^2+4x+2y\ge x^2+\left(\frac{3-2x}{2}\right)^2+4x+3-2x$

$=2x^2-x+\frac{21}{4}=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{41}{8}\ge \frac{41}{8}$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=\frac{5}{4} \end{cases}$.

Câu 2: **[2D1-3.12-4] (Câu 45 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Xét các số thực không âm x, y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+2x+y^2+4y$.

A. $\frac{33}{8}$. **B.** $\frac{9}{8}$. **C.** $\frac{21}{4}$. **D.** $\frac{41}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1 (Thầy Nguyễn Duy Hiếu).

Ta có $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3\Leftrightarrow 2x-3+2y.2^{2x+2y-3}\ge 0\Leftrightarrow 2x+2y-3+2y.\left(2^{2x+2y-3}-1\right)\ge 0$ (1)

Nếu $2x+2y-3<0$ thì VT(1) <0, vô lý, nên từ (1) suy ra $2x+2y-3\ge 0\Leftrightarrow x+y\ge \frac{3}{2}$

$P=(x+1)^2+(y+2)^2-5=\frac{1}{2}(1+1)\left[(x+1)^2+(y+2)^2\right]-5$

$\geq\frac{1}{2}(x+1+y+2)^2-5\geq\frac{1}{2}\left(3+\frac{3}{2}\right)^2-5=\frac{41}{8}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\frac{5}{4},y=\frac{1}{4}$. Vậy $\min P=\frac{41}{8}$.

Cách 2 (Trần Văn Trưởng).

◎ Ta có $2x+y.4^{x+y-1}\geq 3\Leftrightarrow y.4^y.4^{x-1}\geq 3-2x\Leftrightarrow y.2^{2y}\geq(3-2x).2^{2-2x}$

$\Leftrightarrow 2y.2^{2y}\geq(3-2x).2^{3-2x}$. (*)

Nếu $3-2x\leq 0\Leftrightarrow x\geq\frac{3}{2}$ thì với mọi $x\geq\frac{3}{2},y\geq 0$ đều thỏa mãn (*) và khi đó

$P=x^2+y^2+2x+4y\geq\frac{21}{4}$.

Nếu $3-2x>0$.

◎ Xét hàm số $f(t)=t.2^t$ với $t\in(0;+\infty)$.

◎ Ta có $f'(t)=2^t+t.2^t.\ln 2>0,\forall t\in(0;+\infty)$.

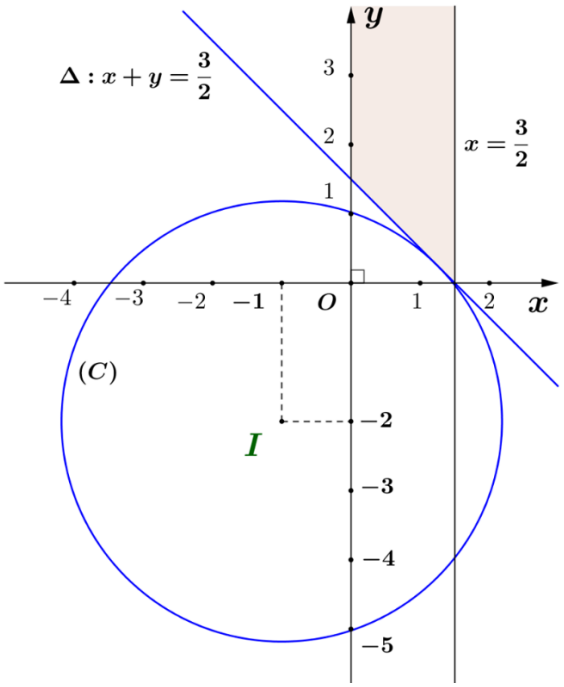
◎ Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Từ (*) suy ra $2y\geq 3-2x\Leftrightarrow 2x+2y\geq 3$.

◎ Xét $P=(x+1)^2+(y+2)^2-5\Leftrightarrow(x+1)^2+(y+2)^2=P+5$.

◎ Ta có hệ điều kiện sau:
$$\begin{cases}0\leq x<\frac{3}{2} & (1)\\ y\geq 0 & (2)\\ 2x+2y-3\geq 0 & (3)\\ (x+1)^2+(y+2)^2=P+5 & (4)\end{cases}$$

◎ Hệ điều kiện (1), (2), (3) là phần tô màu trên hình vẽ.

◎ (4) coi như là đường tròn tâm $I(-1;-2),R=\sqrt{P+5}$.



◎ Để hệ có nghiệm thì $d(I;\Delta)\le R=\sqrt{P+5}$, ở đó $\Delta: 2x+2y-3=0$.

◎ Suy ra $\dfrac{|2(-1)+2(-2)-3|}{\sqrt{2^2+2^2}}\le\sqrt{P+5}\Leftrightarrow P\ge\dfrac{41}{8}$.

◎ Dấu bằng xảy ra khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases}0\le x<\dfrac{3}{2}\\ y\ge 0\\ 2x+2y-3=0\\ (x+1)^2+(y+2)^2=\dfrac{41}{8}+5\end{cases}$$

◎ Giải hệ này ta tìm được $\begin{cases}x=\dfrac{5}{4}\\ y=\dfrac{1}{4}\end{cases}$.

◎ Vậy $\text{Min}\,P=\dfrac{41}{8}$ khi $x=\dfrac{5}{4},\ y=\dfrac{1}{4}$.

Cách 3 (Nguyễn Kim Duyên)

Giả thiết $2x+y.4^{x+y-1}\ge 3\ (1)\Leftrightarrow 2x-2+y.2^{2x+2y-2}\ge 1$.

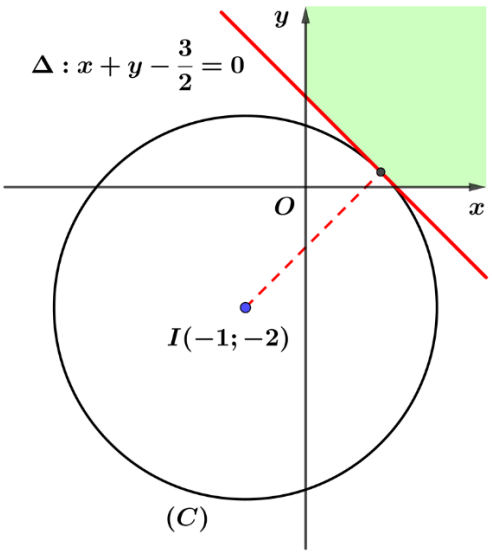
Đặt $a=2x+2y-2;\ b=2x-2\ \Rightarrow a\ge b$ và $y=\dfrac{a-b}{2}$.

(1) viết lại: $b+\frac{a-b}{2}.2^a \ge 1 \Leftrightarrow 2(b-a)+(a-b)2^a \ge 2-2a \Leftrightarrow (a-b)(2^a-2) \ge 2-2a \ (*)$

• Nếu $a<1$ thì $VT(*) \le 0 < VP(*)$. Vậy không xảy ra $a<1$.

• Nếu $a \ge 1$ thì $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 2x+2y \ge 3 \end{cases} (D)$.

Biểu diễn được $P+5=(x+1)^2+(y+2)^2$, xem như là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-1;-2)$, bán kính $\sqrt{P+5}$.



Ta cần tìm $\min P$ trên miền (D). Khi đó (C) là đường tròn có bán kính nhỏ nhất chạm miền $(D) \Leftrightarrow d(I,\Delta)=\sqrt{P+5}$ (trong đó, $\Delta: 2x+2y-3=0$).

$\Leftrightarrow \frac{9}{2\sqrt{2}}=\sqrt{P+5} \Leftrightarrow P=\frac{41}{8}$. Khi đó Δ tiếp xúc (C) tại điểm $\left(\frac{5}{4};\frac{1}{4}\right)$.

Vậy $\min P=\frac{41}{8}$, đạt được khi $x=\frac{5}{4}$, $y=\frac{1}{4}$.

Cách 4 (NT AG). Ta có $2x+y.4^{x+y-1} \ge 3 \Leftrightarrow 2x+2y.2^{2x+2y-3} \ge 3$.

Nếu $2x+2y-3<0$ thì $3 \le 2x+2y.2^{2x+2y-3} < 2x+2y.2^0 = 2x+2y$. Suy ra $2x+2y-3>0$. Mâu thuẫn.

Nếu $2x+2y-3 \ge 0$ (1). Ta có (1) $\Leftrightarrow x+y \ge \frac{3}{2} \Leftrightarrow x+(y+1) \ge \frac{5}{2}$. Đặt $t=y+1$ ($t \ge 1$). Ta có $x+t \ge \frac{5}{2}$. Khi đó,

$P=x^2+2x+y^2+4y=x^2+(y+1)^2+2x+2y+2-3=x^2+t^2+2(x+t)-3$

$\geq \frac{1}{2}(x+t)^2+2(x+t)-3 \geq \frac{1}{2}.\left(\frac{5}{2}\right)^2+2.\left(\frac{5}{2}\right)-3=\frac{41}{8}.$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=t=\frac{5}{4}$ hay $x=\frac{5}{4}, y=\frac{1}{4}$.

Câu 3: **[2D1-3.12-4] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y$ bằng

A. $\frac{65}{8}$. **B.** $\frac{33}{4}$. **C.** $\frac{49}{8}$. **D.** $\frac{57}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2x+y.4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow y.2^{2x+2y-2} \geq 3-2x \Leftrightarrow 2y.2^{2y} \geq (3-2x).2^{3-2x}$ $(*)$

Hàm số $f(t)=t.2^t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên từ $(*)$ ta suy ra $2y \geq 3-2x \Leftrightarrow 2x+2y-3 \geq 0$ (1)

Ta thấy (1) bất phương trình bậc nhất có miền nghiệm là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d: 2x+2y-3=0$ (phần không chứa gốc tọa độ O), kể cả các điểm thuộc đường thẳng d.

Xét biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y \Leftrightarrow (x+3)^2+(y+2)^2=P+13$ (2)

Để P tồn tại thì ta phải có $P+13 \geq 0 \Leftrightarrow P \geq -13$.

Trường hợp 1: Nếu $P=-13$ thì $x=-3; y=-2$ không thỏa (1). Do đó, trường hợp này không thể xảy ra.

Trường hợp 2: Với $P>-13$, ta thấy (2) là đường tròn (C) có tâm $I(-3;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{P+13}$.

Để d và (C) có điểm chung thì $d(I;d) \leq R \Leftrightarrow \frac{13}{2\sqrt{2}} \leq \sqrt{P+13} \Leftrightarrow P \geq \frac{65}{8}$.

Khi $P=\frac{65}{8}$ đường tròn (C) tiếp xúc đường thẳng d tại $N\left(\frac{1}{4};\frac{5}{4}\right)$ (thỏa mãn vì N thuộc (T)).

Vậy $\min P=\frac{65}{8}$.

Câu 4: **[2D1-3.12-4] (Câu 48 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+6y$ bằng

A. $\frac{33}{4}$. **B.** $\frac{65}{8}$. **C.** $\frac{49}{8}$. **D.** $\frac{57}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Giá trị của x, y thỏa mãn phương trình $2x+y\cdot 4^{x+y-1}=3(1)$ sẽ làm cho biểu thức P nhỏ nhất. Khi đó

$$(1): 2x+y\cdot 4^{x+y-1}=3 \Leftrightarrow 4^{x+y-1}+\frac{2}{y}(x+y)-2-\frac{3}{y}=0$$

Đặt $a=x+y$, từ (1) ta được phương trình

$$4^{a-1}+\frac{2}{y}.a-2-\frac{3}{y}=0\ (*).$$

Xét hàm số $f(a)=4^{a-1}+\frac{2}{y}.a-2-\frac{3}{y}$. Ta có $f'(a)=4^{a-1}.\ln 4+\frac{2}{y}>0, \forall y>0$ nên $f(a)$ hàm số đồng biến.

Mặt khác, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(a)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(a)=+\infty$.

Do đó, phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $a=\frac{3}{2}\Rightarrow x+y=\frac{3}{2}$.

Ta viết lại biểu thức $P=(x+y)^2+4(x+y)+2\left(y-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{8}=\frac{65}{8}$. Vậy $P_{\min}=\frac{65}{8}$.

Cách khác:

Với mọi x, y không âm ta có

$$2x+y.4^{x+y-1}\ge 3 \Leftrightarrow x+y.4^{x+y-\frac{3}{2}}\ge\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left(x+y-\frac{3}{2}\right)+y.\left(4^{x+y-\frac{3}{2}}-1\right)\ge 0\ (1)$$

Nếu $x+y-\frac{3}{2}<0$ thì $\left(x+y-\frac{3}{2}\right)+y.\left(4^{x+y-\frac{3}{2}}-1\right)<0+y.(4^0-1)=0$ (vô lí)

Vậy $x+y\ge\frac{3}{2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhyakovski ta được

$$P=x^2+y^2+4x+6y=(x+3)^2+(y+2)^2-13$$

$$\ge\frac{1}{2}(x+y+5)^2-13\ge\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}+5\right)^2-13=\frac{65}{8}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}x+y=\frac{3}{2}\\ x+3=y+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{5}{4}\\ x=\frac{1}{4}\end{cases}$.

Vậy $\min P=\frac{65}{8}$.

Câu 1: **[2D1-3.13-3] (Câu 41 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $24(m/s)$. **B.** $108(m/s)$. **C.** $18(m/s)$. **D.** $64(m/s)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t)=s'(t)=-\frac{3t^2}{2}+12t$;

$v'(t)=-3t+12$; $v'(t)=0\Leftrightarrow t=4$.

$v(0)=0; v(4)=24; v(6)=18$. Suy ra vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong 6 giây đầu là $24(m/s)$.

Câu 2: **[2D1-3.13-3] (Câu 7 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $216\ (m/s)$ **B.** $30\ (m/s)$ **C.** $400\ (m/s)$ **D.** $54\ (m/s)$

Lời giải

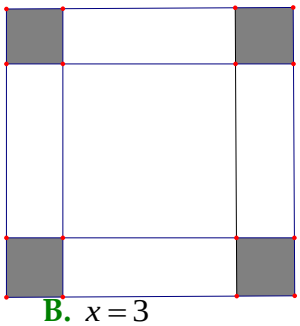
Chọn D

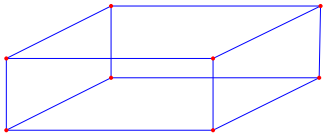
Vận tốc tại thời điểm t là $v(t)=s'(t)=-\frac{3}{2}t^2+18t$ với $t\in[0;10]$.

Ta có : $v'(t)=-3t+18=0\Leftrightarrow t=6$.

Suy ra: $v(0)=0; v(10)=30; v(6)=54$. Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng $54\ (m/s)$.

Câu 3: **[2D1-3.13-3] (Câu 10 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.





A. $x=6$ **B.** $x=3$ **C.** $x=2$ **D.** $x=4$

Lời giải

Chọn C

Ta có : $h=x\,(cm)$ là đường cao hình hộp

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $12-2x\,(cm)$

Vậy diện tích đáy hình hộp $S=(12-2x)^2\,(cm^2)$. Ta có: $\begin{cases}x>0\\12-2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<6\end{cases}\Leftrightarrow x\in(0;6)$

Thể tích của hình hộp là: $V=S.h=x.(12-2x)^2$

Xét hàm số: $y=x.(12-2x)^2\ \forall x\in(0;6)$

Ta có : $y'=(12-2x)^2-4x(12-2x)=(12-2x)(12-6x)$;

$y'=0\Leftrightarrow(12-2x).(12-6x)=0\Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=6$ (loại).

x	0		2		6
y'	‖	+	0	−	‖
y	‖	↗		↘	‖

Suy ra với $x=2$ thì thể tích hộp là lớn nhất và giá trị lớn nhất đó là $y(2)=128$.

Câu 1: **[2D1-4.1-1] (Câu 2 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án **C**

Câu 1: **[2D1-4.2-1] (Câu 1 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $x=1$ **B.** $y=-1$ **C.** $y=2$ **D.** $x=-1$

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x+1=0\Leftrightarrow x=-1$ và $\lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng.

Câu 1: **[2D1-4.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 1: **[2D1-4.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-1\}$

Ta có: $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\dfrac{5x-1}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{5x-1}{x+1}=-\infty;\ \lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{5x-1}{x+1}=+\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x-1}{x+1}=5$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x-1}{x+1}=5$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=5$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là 2.

Câu 2: **[2D1-4.3-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=[-25;+\infty)\setminus\{-1;0\}$. Biến đổi $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}$.

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 3: **[2D1-4.3-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-4;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to0}y=\dfrac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}=-\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 4: **[2D1-4.3-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2-4=0\Leftrightarrow x=\pm 2$

$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không phải là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -2^+}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to (-2)^-}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to (-2)^-}\dfrac{1}{x+2}=-\infty$, nên đườngthẳng $x=-2$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 5: **[2D1-4.3-2] (Câu 15 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=1\Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Mặc khác:

$\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-4)}{(x+1)}=-\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{(x-4)}{(x+1)}=-\infty$

$$\lim_{x\to(-1)^-} y = \lim_{x\to(-1)^-} \frac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim_{x\to(-1)^-} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to(-1)^-} \frac{(x-4)}{(x+1)} = +\infty$$

$\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Câu 6: **[2D1-4.3-2] (Câu 12 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

$y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)}=\dfrac{x+1}{x+4}$ có TCĐ: $x=-4$

Câu 1: **[2D1-4.3-3] (Câu 9 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài **B.** $m<0$

C. $m=0$ **D.** $m>0$

Lời giải

Chọn D

Xét các trường hợp sau:

Với $m=0$: hàm số trở thành $y=x+1$ nên không có tiệm cận ngang.

Với $m<0$:

hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\dfrac{x+1}{\sqrt{1-|m|x^2}}$ có tập xác định là $D=\left(-\dfrac{1}{\sqrt{|m|}};\dfrac{1}{\sqrt{|m|}}\right)$ suy ra không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y$ hay hàm số không có tiệm cận ngang.

Với $m>0$:

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{|x|\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{-x\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=-\dfrac{1}{\sqrt{m}}.$

và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{|x|\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}.$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là : $y=\dfrac{1}{\sqrt{m}};y=-\dfrac{1}{\sqrt{m}}$ khi $m>0$.

Câu 1: **[2D1-4.4-1] (Câu 27 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\frac{1}{x^2+x+1}$. **C.** $y=\frac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\frac{1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ có tiệm cận đứng là $x=0$.

Đồ thị các hàm số ở các đáp án B,C,D đều không có tiệm cận đứng do mẫu vô nghiệm.

Câu 1: **[2D1-4.4-2] (Câu 18 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=[-9;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=-\infty$.

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

$$\lim_{x\to0^+} y=\lim_{x\to0^+}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x\to0^-} y=\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow$ $x=0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 2: **[2D1-4.4-2] (Câu 8 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$

$$\lim_{x\to2^+}\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=\lim_{x\to2^+}\frac{(2x-1)^2-\left(x^2+x+3\right)}{\left(x^2-5x+6\right)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=\lim_{x\to2^+}\frac{(2x-1)^2-\left(x^2+x+3\right)}{\left(x^2-5x+6\right)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+}\right.}$$

$$=\lim_{x\to2^+}\frac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=-\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\dfrac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ **không** là tiệm cận

đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=+\infty;\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\infty$. Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 1: **[2D1-4.4-3] (Câu 19 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định hàm số $D=[-16;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Ta có

$$\lim_{x\to 0} y=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\frac{1}{8}.$$

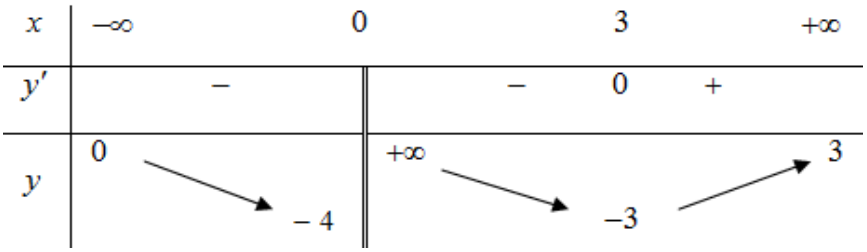
$$\lim_{x\to(-1)^+} y=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=+\infty.$$

vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\sqrt{x+16}+4\right)=\sqrt{15}+4>0$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x+1)=0$ và $x\to(-1)^+$ thì $x>-1\Rightarrow x+1>0$.

Tương tự $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 1: **[2D1-4.5-2] (Câu 23 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y=3 \Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 2: **[2D1-4.5-2] (Câu 28 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	1	↘	$-\infty$ | 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

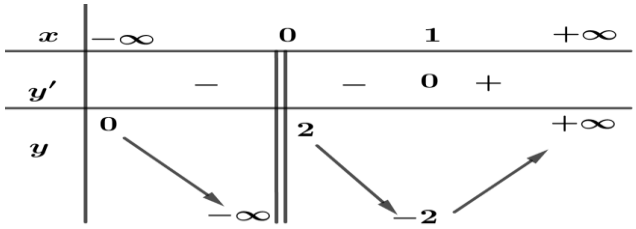
Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to +\infty} y=3$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=1$, $y=3$. Mặt khác $\lim\limits_{x\to 0^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

Vậy đồ thị hàm số có tổng cộng ba đường tiệm cận.

Câu 3: **[2D1-4.5-2] (Câu 24 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có:

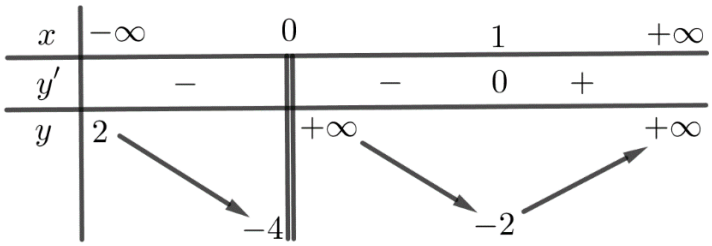
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ đồ thị hàm số không tồn tại tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=-\infty$. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 4: **[2D1-4.5-2] (Câu 28 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

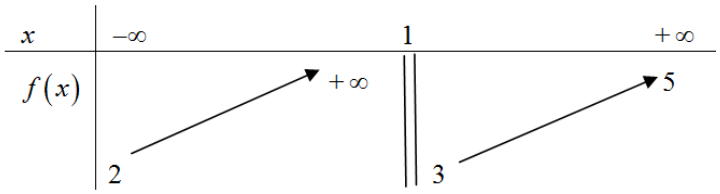
Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty\Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2

Câu 5: **[2D1-4.5-2] (Câu 26 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Nhìn bảng biến thiên ta có:

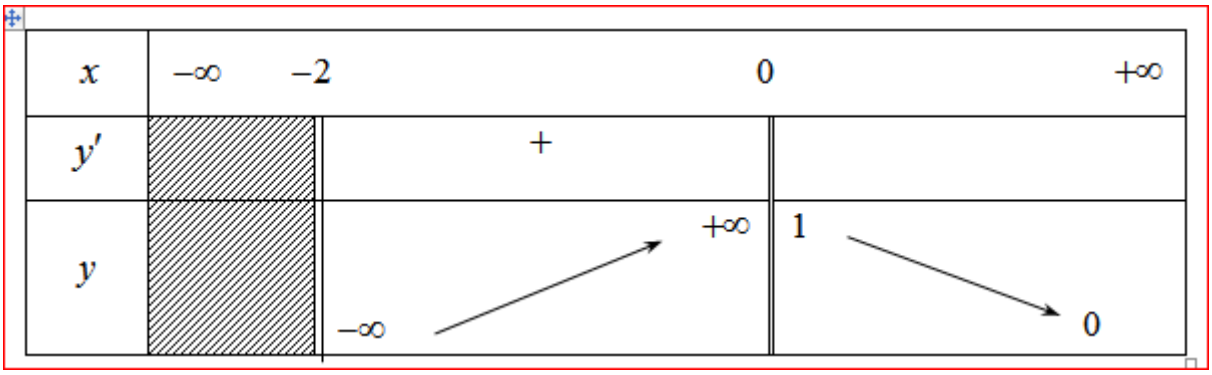
+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2 \Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=5 \Rightarrow y=5$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+) $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty \Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 6: **[2D1-4.5-2] (Câu 11 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$, suy ra đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=+\infty$, suy ra đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$, suy ra đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 1: **[2D1-4.6-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{2}$.. **B.** 4.. **C.** 2.. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có: $y=\dfrac{x-2}{x+2}=1-\dfrac{4}{x+2}$.

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận là $x=-2$ và $y=1$. Suy ra $I(-2;1)$.

Gọi $A\left(a-2;1-\dfrac{4}{a}\right)$, $B=\left(b-2;1-\dfrac{4}{b}\right)$ với $a,b\neq 0, a\neq b$.

Tam giác IAB đều $\Leftrightarrow IA=IB=AB$.

Ta có: $IA=IB\Leftrightarrow a^2+\dfrac{16}{a^2}=b^2+\dfrac{16}{b^2}\Leftrightarrow (a^2-b^2)(a^2b^2-16)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} b=\pm a & (1)\\ a^2b^2=16 & (2)\end{array}\right.$.

sẽ dẫn tới $A\equiv B$ hoặc I là trung điểm AB nên loại.

Vậy $a^2b^2=16$. Lại có: $IA=AB\Rightarrow a^2+\dfrac{16}{a^2}=(a-b)^2+16\dfrac{(a-b)^2}{a^2b^2}$

$\Rightarrow a^2+b^2=2(a-b)^2\Rightarrow a^2+b^2=4ab\Rightarrow \begin{cases} ab=4\\ a^2+b^2=16\end{cases}$

$\Rightarrow (a-b)^2=8\Rightarrow AB^2=2(a-b)^2=16\Rightarrow AB=4$.

Câu 1: **[2D1-4.6-4] (Câu 43 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn A

Tịnh tiến hệ trục theo vecto $\overrightarrow{OI}=(-1;1)\to I(0;0)$ và $(C):Y=\dfrac{-3}{X}$.

Gọi $A\left(a;\dfrac{-3}{a}\right)$, $B\left(b;\dfrac{-3}{b}\right)\in(C)$, điều kiện: $(a\neq b)$.

Theo đề bài, ta có: $\begin{cases}IA=IB\\ \cos\left(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IB}\right)=60^\circ\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+\dfrac{9}{a^2}=b^2+\dfrac{9}{b^2} & (1)\\ ab+\dfrac{9}{ab}=\dfrac{1}{2}AB^2 & (2)\end{cases}$

Từ $(2)\to ab>0$, do đó: $(1)\leftrightarrow\left(a^2-b^2\right)\left(a^2b^2-9\right)=0\xrightarrow{ab>0}ab=3$.

Suy ra: $AB^2=2\left(3+\dfrac{9}{3}\right)=12\longrightarrow AB=2\sqrt{3}$.

Câu 2: **[2D1-4.6-4] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều IAB có hai đỉnh A,B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\dfrac{x-1}{x+1}=1-\dfrac{2}{x+1}$.

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận là $x=-1$ và $y=1$. Do đó $I(-1;1)$.

Giả sử A,B có hoành độ lần lượt là x_1,x_2.

Ta có:

$IA^2=(x_1+1)^2+\dfrac{4}{(x_1+1)^2}$; $IB^2=(x_2+1)^2+\dfrac{4}{(x_2+1)^2}$;

$AB^2=(x_2-x_1)^2+\left(\dfrac{2}{x_2+1}-\dfrac{2}{x_1+1}\right)^2=\left[(x_2+1)-(x_1+1)\right]^2+\dfrac{4\left[(x_2+1)-(x_1+1)\right]^2}{(x_2+1)^2.(x_1+1)^2}$

Do tam giác IAB đều nên ta có:

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (x_2+1)^2 - (x_1+1)^2 = \frac{4\left[(x_2+1)^2 - (x_1+1)^2\right]}{(x_2+1)^2(x_1+1)^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x_2+1)^2 - (x_1+1)^2 = 0\\ (x_2+1)^2(x_1+1)^2 = 4\end{array}\right.$$

$(x_2+1)^2 - (x_1+1)^2 = 0 \Rightarrow AB = 0 \Rightarrow$ Loại.

$$(x_2+1)^2(x_1+1)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_2+1 = \dfrac{2}{x_1+1}\\ x_2+1 = -\dfrac{2}{x_1+1}\end{array}\right.$$

+ $x_2+1 = \dfrac{2}{x_1+1}$:

Khi đó $AB^2 = 2\left[(x_2+1)-(x_1+1)\right] = 2\left[(x_2+1) - \dfrac{2}{(x_2+1)}\right]^2 = \dfrac{2}{(x_2+1)^2}\left[(x_2+1)^2 - 2\right]^2$

Lại có $AB^2 = IB^2 \Leftrightarrow \dfrac{2}{(x_2+1)^2}\left[(x_2+1)^2 - 2\right]^2 = (x_2+1)^2 + \dfrac{4}{(x_2+1)^2}$

$$\Leftrightarrow (x_2+1)^4 - 8(x_2+1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x_2+1)^2 = 4-2\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = \dfrac{2\left(2-2\sqrt{3}\right)^2}{4-2\sqrt{3}} = 8\\ (x_2+1)^2 = 4+2\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = \dfrac{2\left(-2-2\sqrt{3}\right)^2}{4+2\sqrt{3}} = 8\end{array}\right.$$

+ $x_2+1 = -\dfrac{2}{x_1+1}$:

Khi đó $AB^2 = 2\left[(x_2+1)-(x_1+1)\right] = 2\left[(x_2+1) + \dfrac{2}{(x_2+1)}\right]^2 = \dfrac{2}{(x_2+1)^2}\left[(x_2+1)^2 + 2\right]^2$

Lại có $AB^2 = IB^2 \Leftrightarrow \dfrac{2}{(x_2+1)^2}\left[(x_2+1)^2 + 2\right]^2 = (x_2+1)^2 + \dfrac{4}{(x_2+1)^2}$

$$\Leftrightarrow (x_2+1)^4 + 8(x_2+1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x_2+1)^2 = -4-2\sqrt{3} < 0\\ (x_2+1)^2 = -4+2\sqrt{3} < 0\end{array}\right. \Rightarrow \text{Loại}$$

Vậy $AB = 2\sqrt{2}$.

Câu 3: **[2D1-4.6-4] (Câu 45 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng:

A. $\sqrt{6}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 2 **D.** $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Giả sử $A\left(a;\dfrac{a-1}{a+2}\right)$, $B\left(b;\dfrac{b-1}{b+2}\right)$, $I(-2;1)$.

$\overrightarrow{IA}=\left(a+2;-\dfrac{3}{a+2}\right)$, $\overrightarrow{IB}=\left(b+2;-\dfrac{3}{b+2}\right)\Rightarrow\overrightarrow{IA}=\left(a_1;-\dfrac{3}{a_1}\right)$, $\overrightarrow{IB}=\left(b_1;-\dfrac{3}{b_1}\right)$.

Do tam giác ABI đều nên $\begin{cases}IA^2=IB^2=AB^2=a_1^2+\dfrac{9}{a_1^2}=b_1^2+\dfrac{9}{b_1^2}\\ \cos\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right)=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}\left(a_1^2-b_1^2\right)\left(1-\dfrac{9}{a_1^2b_1^2}\right)=0 \quad (1)\\ a_1b_1+\dfrac{9}{a_1b_1}=\dfrac{1}{2}\left(a_1^2+\dfrac{9}{a_1^2}\right) \quad (2)\end{cases}$

$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a_1=-b_1\\ a_1=b_1\\ a_1b_1=3\\ a_1b_1=-3\end{array}\right.$

Nếu $a_1=-b_1$ thì (2) vô lý.

Nếu $a_1=b_1$ thì $A\equiv B\Rightarrow$ Loại.

Nếu $a_1b_1=-3$ thì (2) vô lý.

Nếu $a_1b_1=3$ thì $(2)\Rightarrow a_1^2+\dfrac{9}{a_1^2}=12\Rightarrow AB=2\sqrt{3}$.

Vậy $AB=2\sqrt{3}$.

Cách 2: $I(-2;1)$

$(C):y=\dfrac{x-1}{x+2}\overset{IXY}{\Rightarrow}(C):Y=-\dfrac{3}{X}$.

Trong hệ trục toạ độ IXY (C) nhận đường thẳng $Y=-X$ làm trục đối xứng.

ΔABI đều nên IA tạo với IX một góc $15°\Rightarrow A\in d:Y=-\tan 15°.X$

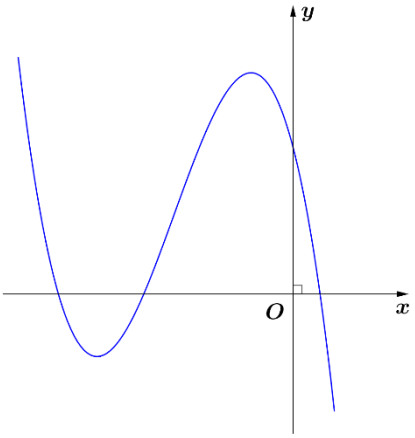
$\Rightarrow A\in d:Y=\left(\sqrt{3}-2\right)X$.

$\Rightarrow A\left(X;\left(\sqrt{3}-2\right)X\right)$.

Mà $A\in(C)\Rightarrow\left(\sqrt{3}-2\right)X=-\dfrac{3}{X}\Rightarrow X^2=\dfrac{3}{2-\sqrt{3}}=3\left(2+\sqrt{3}\right)$.

$\Rightarrow AB^2=IA^2=X^2+\left[\left(\sqrt{3}-2\right)X\right]^2=12\Rightarrow AB=2\sqrt{3}$.

Câu 1: [2D1-5.0-3] **(Câu 46 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

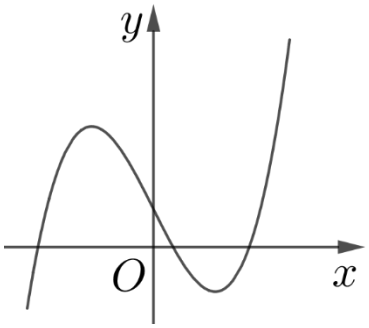
$y'=3ax^2+2bx+c$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Hàm số có điểm cực trị $x_1<x_2<0$, suy ra $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}<0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b<0 \\ c<0 \end{cases}$.

Câu 1: **[2D1-5.1-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



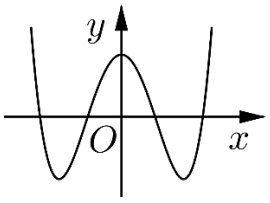
A. $y=-x^3-2x+\frac{1}{2}$. **B.** $y=x^3-2x+\frac{1}{2}$. **C.** $y=-x^4+2x^2+\frac{1}{2}$. **D.** $y=x^4+2x^2+\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy đường cong có dạng đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số a dương.

Câu 2: **[2D1-5.1-1] (Câu 15 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$.

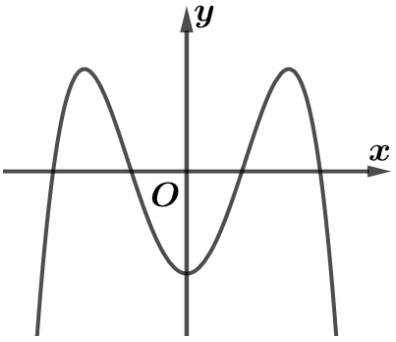
C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm trùng phương và có hệ số $a>0$.

Câu 3: **[2D1-5.1-1] (Câu 6 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-2x^4+4x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=2x^4-4x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

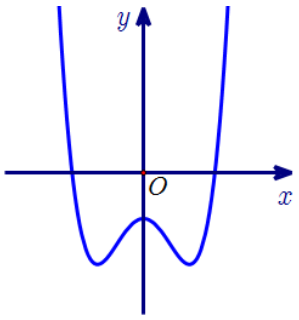
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng nên loại đáp án B và **D.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên loại đáp án **C.**

Câu 4: **[2D1-5.1-1] (Câu 7 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



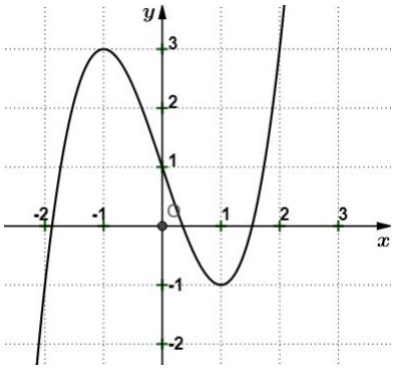
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a>0$. Do đó nhận đáp án $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 5: **[2D1-5.1-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong vẽ bên



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn A

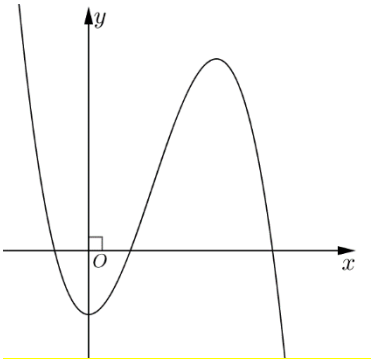
Đường cong đã cho là đồ thị của hàm số bậc 3 có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$.

Suy ra chọn đáp án A hoặc **D.**

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0 \Rightarrow$ Chọn đáp án**A.**

Câu 6: **[2D1-5.1-1] (Câu 4 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

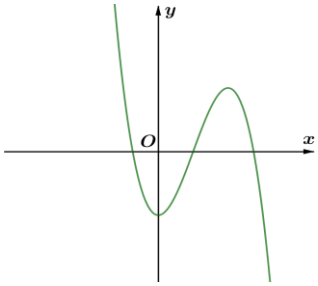


Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị hàm số ta có đây là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a<0$ nên chọn đáp án **D.**

Câu 7: **[2D1-5.1-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường cong như trong hình vẽ



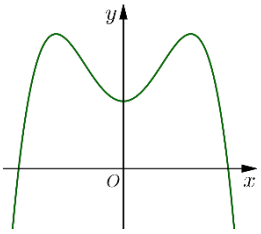
A. $y=x^4-2x^2-2$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số ta nhận thấy đó là đồ thị hàm số bậc 3 và có hệ số a < 0 nên chọn đáp án **B.**

Câu 8: **[2D1-5.1-1] (Câu 1 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



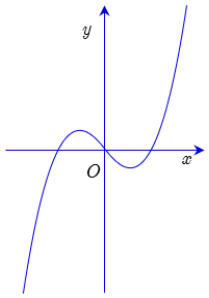
A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy đây là hàm trùng phương và có hệ số a âm.

Câu 9: **[2D1-5.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x$.

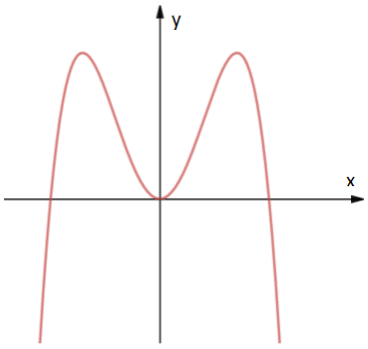
Lời giải

Chọn A

Ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ và $a>0$.

Nên chọn.**A.**

Câu 10: **[2D1-5.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



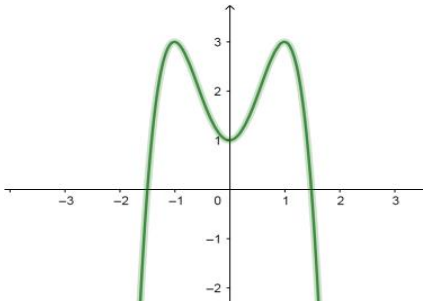
A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị trên là đồ thị của hàm số dạng $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$.

Câu 11: **[2D1-5.1-1] (Câu 9 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=2x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=2x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-2x^3+3x+1$.

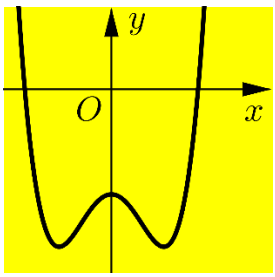
Lời giải

Chọn B

Do nhánh cuối đi xuống nên hệ số $a<0$, loại A,C.

Đồ thị có ba cực trị, loại D.

Câu 12: **[2D1-5.1-1] (Câu 2 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

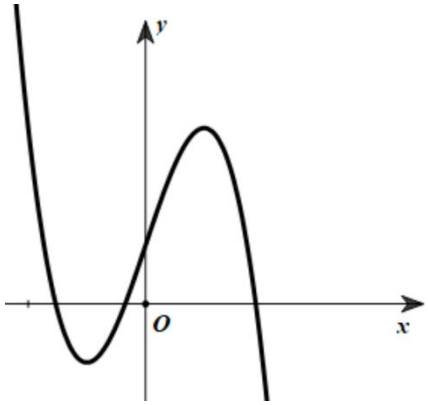
Chọn B

Ta dựa vào đồ thị chọn $a>0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Do đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $b<0$.

Câu 13: **[2D1-5.1-1] (Câu 10 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

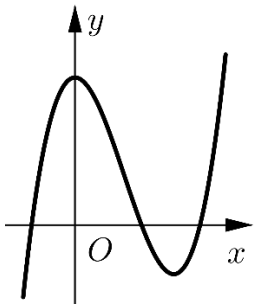
Lời giải

Chọn B

Căn cứ vào đồ thị hàm số và các phương án ta loại các phương án hàm số bậc bốn trùng phương là A, D. Còn lại các phương án hàm số bậc ba.

Từ đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên hàm số $y=-x^3+3x+1$ có đường cong như trong hình vẽ.

Câu 14: **[2D1-5.1-1] (Câu 6 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



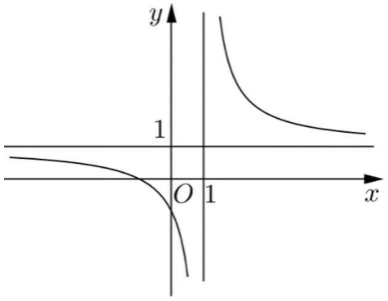
A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nên loại C và **D.**

Câu 15: **[2D1-5.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

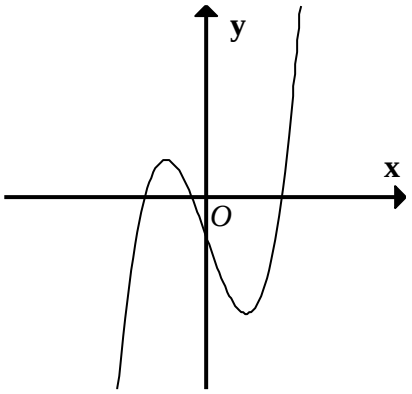
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị thấy hàm số đã cho không xác định tại $x=1$ nên loại đáp án C, **D.**

Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ nên đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 16: **[2D1-5.1-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$

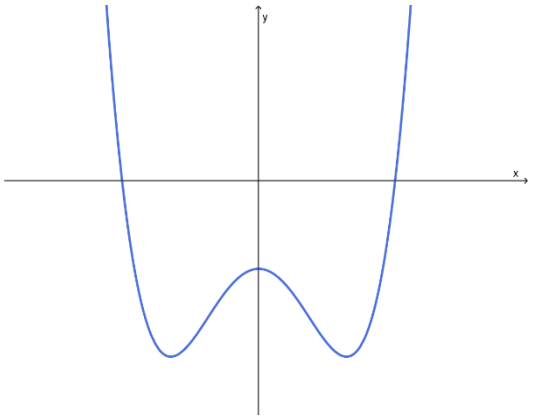
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại A và. **B.**

Đồ thi hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên D đúng.

Câu 17: **[2D1-5.1-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^3+x^2-1$

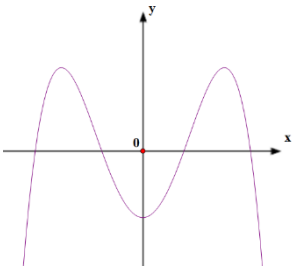
Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ suy ra hàm số đã cho có 3 cực trị $\rightarrow$ loại C,. **D.**

Mặt khác nhánh bên tay phải của đồ thị hàm số đi lên suy ra hệ số $a>0\rightarrow$ Chọn.**A.**

Câu 18: **[2D1-5.1-1] (Câu 11 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2-1$ **B.** $y=x^3-3x^2-1$ **C.** $y=-x^3+3x^2-1$ **D.** $y=-x^4+3x^2-1$

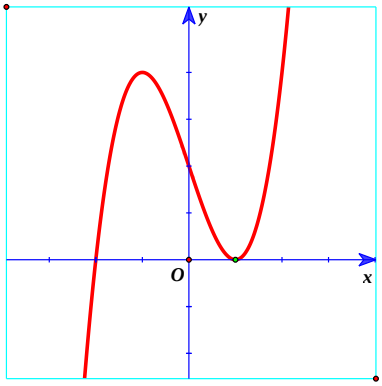
Lời giải

Chọn D

+ Nhìn đồ thị khẳng định đồ thị hàm trùng phương loại **B, C**

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ nên **Chọn D**

Câu 19: **[2D1-5.1-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+2$.

B. $y=x^4-x^2+1$.

C. $y=x^4+x^2+1$.

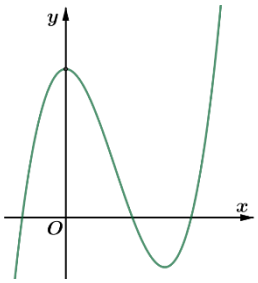
D. $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hình bên là đồ thị hàm số bậc ba đi qua điểm $A(0;2)$ có hệ số $a>0$ nên chỉ có đáp án A thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 20: **[2D1-5.1-1] (Câu 5 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



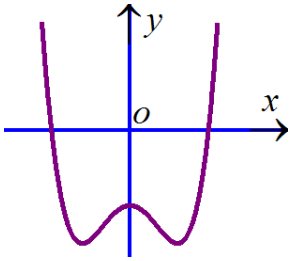
A. $y=x^4-2x^2+1$ **B.** $y=-x^4+2x^2+1$ **C.** $y=-x^3+3x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x^2+3$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án A và B; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án $y=x^3-3x^2+3$

Câu 21: **[2D1-5.1-1] (Câu 5 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+x^2-1$. **B.** $y=x^4-x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

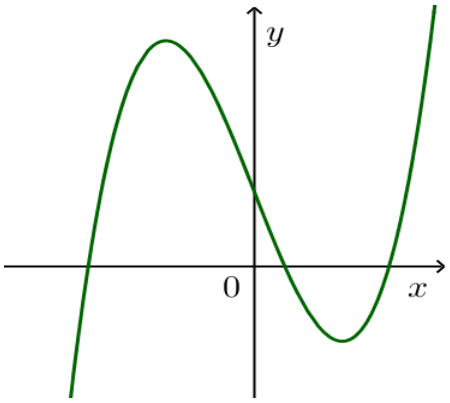
Lời giải

Chọn B

Đặc trưng của đồ thị là hàm bậc 4 $\Rightarrow$ Loại đáp án A, C

Dáng điệu của đồ thị $\Rightarrow$ Loại đáp án D

Câu 22: **[2D1-5.1-1] (Câu 1 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



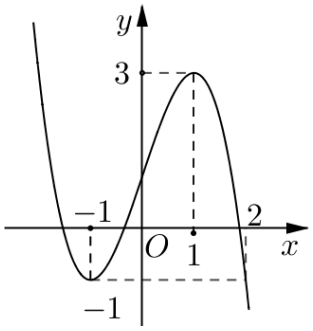
A. $y=-x^2+x-1$ **B.** $y=-x^3+3x+1$ **C.** $y=x^4-x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x+1$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị : $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y=x^3-3x+1$.

Câu 1: **[2D1-5.1-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4+4x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

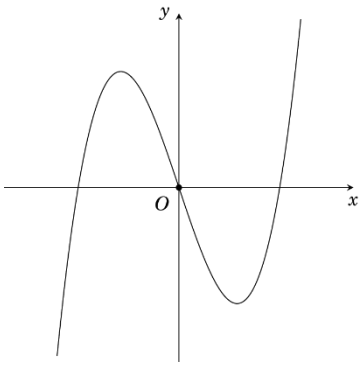
Chọn C

Nhận dạng đồ thị: Đồ thị hàm số bậc 3 với:

- Nhánh phải đồ thị đi xuống nên nhận xét hệ số $a<0$
- Hai điểm cực trị trái dấu nên: $a.c<0$ mà $a<0$ nên $c>0$
- Đồ thị hàm số cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ dương nên $d>0$

Chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 2: **[2D1-5.1-2] (Câu 18 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Chọn C

+) Đồ thị trên là đồ thị hàm số bậc 3 nên loại đáp án A, D.

+) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên loại đáp án B vì hàm số $y=-x^3-3x$ không có điểm cực trị.

Câu 3: **[2D1-5.1-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a;b;c;d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số $a;b;c;d$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$f\ x\ =ax^3+bx^2+cx+d\ \ a;b;c;d\in\mathbb{R}$. Ta có: $f'\ x\ =3ax^2+2bx+c$.

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} f\ x\ =+\infty\Rightarrow a>0$.

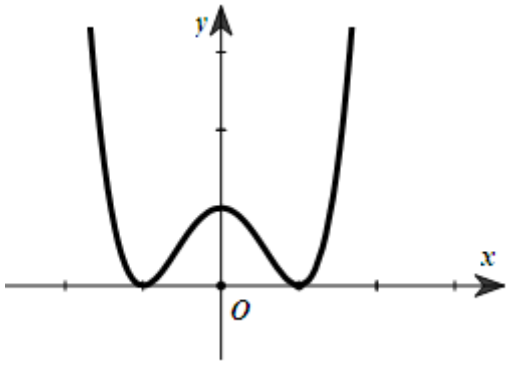
+) $f\ 0\ =3\Rightarrow d=3>0$.

+) $f'\ x\ =0$ có nghiệm $x=0\Rightarrow c=0$.

+) Tổng 2 nghiệm của phương trình $f'\ x\ =0$ là $4\Rightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow \dfrac{b}{a}<0\xrightarrow{do\ a>0} b<0$.

Vậy trong các số $a;b;c;d$ có 2 số dương.

Câu 4: **[2D1-5.1-2] (Câu 10 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

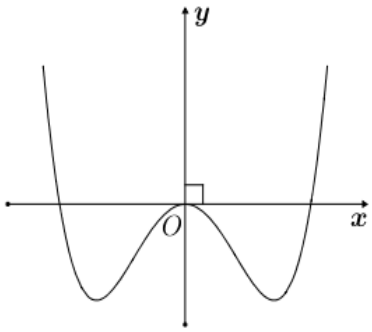
Lời giải

Chọn A

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số bậc 4 có hệ số $a>0\Rightarrow$ **chọn A đúng.**

Câu 5: **[2D1-5.1-2] (Câu 19 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên

A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

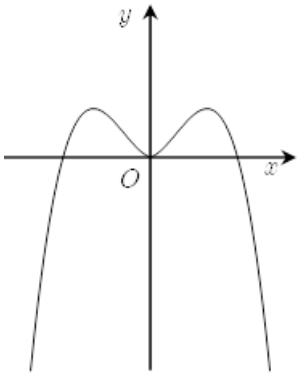


Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số có 3 cực trị nên ta loại đáp án B và D. Ta lại thấy khi $x \to +\infty$ thì $y \to +\infty$. Nên hệ số trước x^4 phải dương.

Câu 6: **[2D1-5.1-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

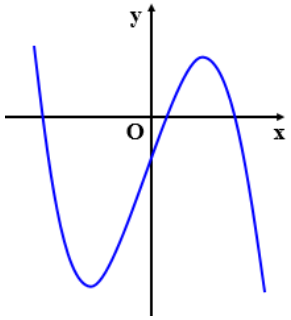
Lời giải

Chọn A

Từ hình dáng đồ thị ta thấy đó là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương. Suy ra loại đáp án B, **D.**

Hàm số có hệ số $a < 0$. Suy ra loại đáp án **C.**

Câu 7: **[2D1-5.1-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d \ (a, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên.Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,d>0$. **B.** $a<0,d>0$. **C.** $a>0;d<0$. **D.** $a<0;d<0$.

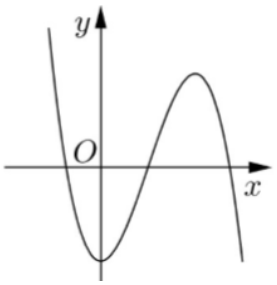
Lời giải

Chọn D

Do nhánh tiến đến $+\infty$ của đồ thị hàm số đi xuống $\Rightarrow a<0$.

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn $0\Rightarrow d<0$.

Câu 8: **[2D1-5.1-2] (Câu 4 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



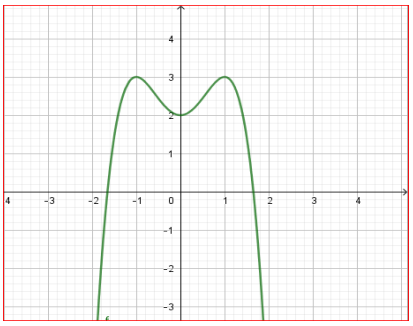
A. $y=x^3-3x^2-2$ **B.** $y=x^4-x^2-2$ **C.** $y=-x^4+x^2-2$ **D.** $y=-x^3+3x^2-2$

Lời giải

Chọn D

Dựa trên hình dáng đồ thị, ta loại $y=x^3-3x^2-2$ và $y=x^4-x^2-2$ Mặt khác từ đồ thị, ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên loại $y=-x^4+x^2-2$

Câu 9: **[2D1-5.1-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$ **B.** $y=x^4-2x^2+2$ **C.** $y=x^3-3x^2+2$ **D.** $y=-x^3+3x^2+2$

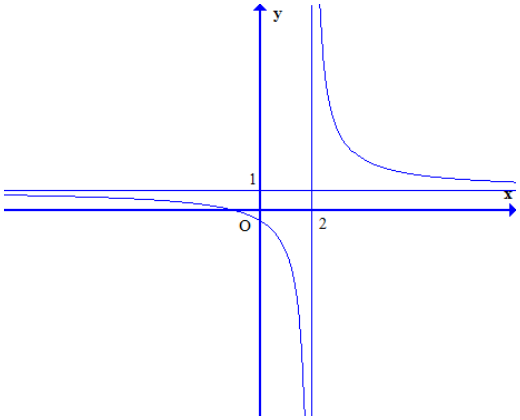
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm trùng phương có 3 cực trị và có $a<0$

Câu 10: [2D1-5.1-2] (Câu 24 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thự C. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'<0,\forall x\neq 2$.
B. $y'<0,\forall x\neq 1$.
C. $y'>0,\forall x\neq 2$.
D. $y'>0,\forall x\neq 1$.

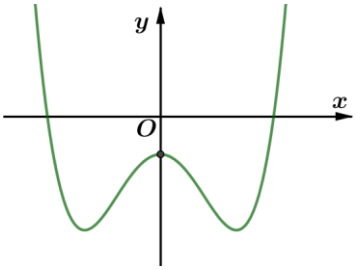


Lời giải

Chọn A

Hàm số giảm trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ nên $y'<0,\forall x\neq 2$.

Câu 11: [2D1-5.1-2] (Câu 14 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với a,b,c là các số thự C. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



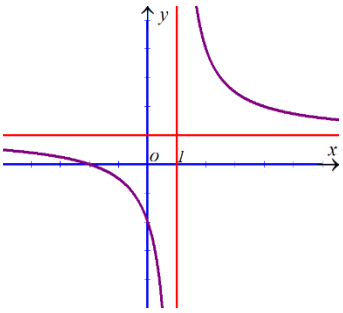
A. Phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt
B. Phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt
C. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực
D. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dáng của đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có 3 điểm cực trị nên phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 12: **[2D1-5.1-2] (Câu 28 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thự C. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0, \forall x \in \mathbb{R}$ **B.** $y'<0, \forall x \in \mathbb{R}$ **C.** $y'>0, \forall x \neq 1$ **D.** $y'<0, \forall x \neq 1$

Lời giải

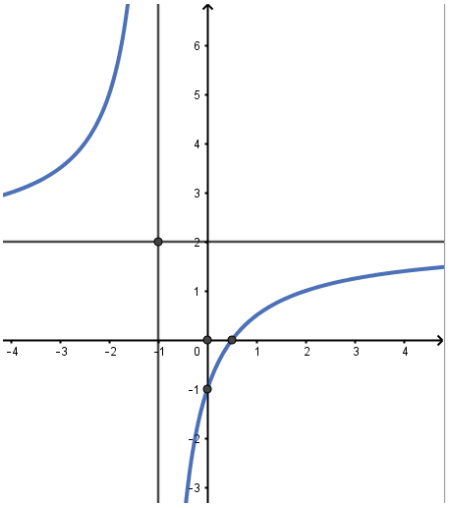
Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến/nghịch biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{d}{c}\right)$ và $\left(-\dfrac{d}{c};+\infty\right) \Rightarrow$ Loại đáp án A, **B.**

Đồ thị nằm ở góc phần tư thứ nhất $\Rightarrow y'<0$. Loại đáp án **C.**

Câu 13: **[2D1-5.1-2] (Câu 23 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$ **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

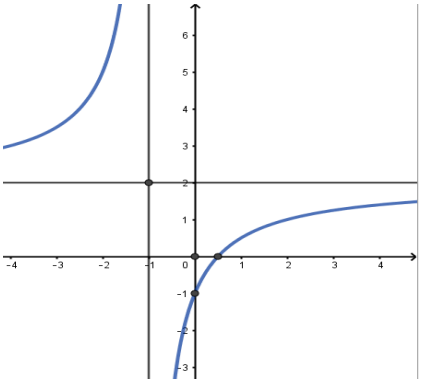


Lời giải

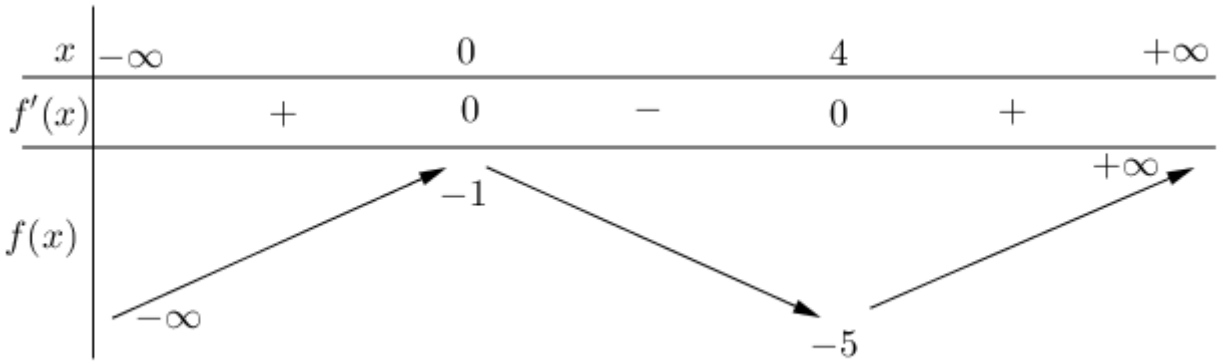
Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x=-1$ loại C, D

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra **chọn B**


6
5
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
-1
-2
-3

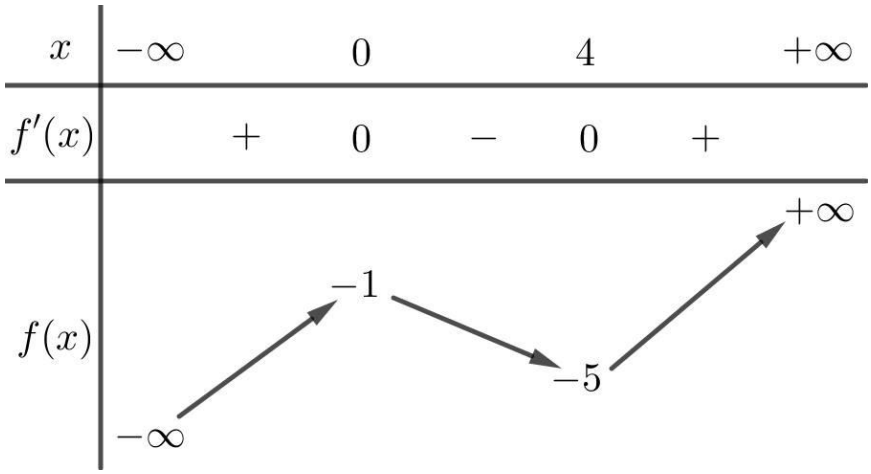
Câu 1: **[2D1-5.1-3] (Câu 48 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải



Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ nên $a>0$.

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$; $f'(0)=0\Rightarrow c=0$; $f'(4)=0\Rightarrow\dfrac{-2b}{3a}=4\Rightarrow ab<0\Rightarrow b>0$

Lại có $f(0)=-1\Rightarrow d<0$. Vậy trong các số a,b,c,d có đúng 1 số dương.

Câu 2: **[2D1-5.1-3] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c\in R)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-2;1)$ suy ra $\begin{cases}12a-4b+c=0\\-8a+4b-2c+d=1\end{cases}$

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(0;-1)$ suy ra $\begin{cases}3a.0+2b.0+c=0\\a.0+b.0+c.0+d=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=0\\d=-1\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}12a-4b=0\\-8a+4b=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

Câu 3: **[2D1-5.1-3] (Câu 47 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số $a,\ b,\ c,\ d$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên hàm số, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty\Rightarrow a>0$.

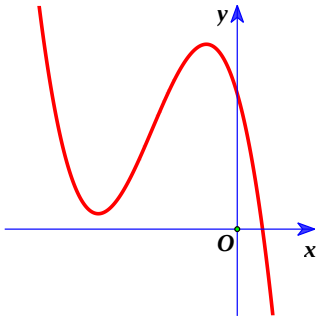
Khi $x=0$ thì $y=d=1>0$.

Mặt khác $f'(x)=3ax^2+2bx+c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

Từ đó suy ra $f'(0)=0\Rightarrow c=0$ và $\dfrac{-2b}{3a}=-2\Rightarrow b=3a>0$.

Vậy có 3 số dương là $a,\ b,\ d$.

Câu 4: **[2D1-5.1-3] (Câu 48 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số $a,\ b,\ c,\ d$?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

◆ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d>0$.

◆ $\lim\limits_{x\to+\infty} y<0\Rightarrow a<0$.

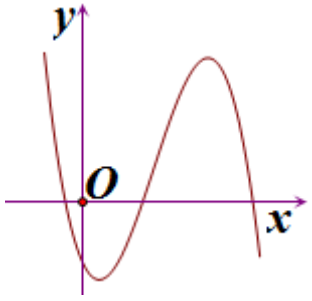
◆ Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về bên trái trục tung nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1<x_2<0$.

Khi đó theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases}$. Từ đó suy ra $b<0$ và $c<0$.

Vậy trong các số $a,\ b,\ c,\ d$ có 1 số dương.

Câu 5: **[2D1-5.1-3] (Câu 46) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

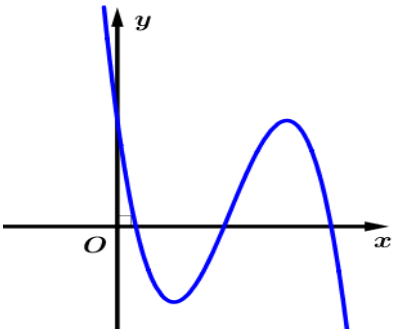
Quan sát hình dáng đồ thị ta thấy $a<0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $A(0;d)$ nằm bên dưới trục Ox nên $d<0$.

Lại thấy hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 là hai số dương nên phương trình $y'=0$ ($y'=3ax^2+2bx+c$) có hai nghiệm x_1, x_2 là hai số dương, do đó theo Vi – et ta có

$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b>0 \\ c<0 \end{cases}$. Vậy có một số dương là B.

Câu 6: **[2D1-5.1-3] (Câu 45 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Từ đồ thị hàm số đề cho, suy ra:

+ $a<0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

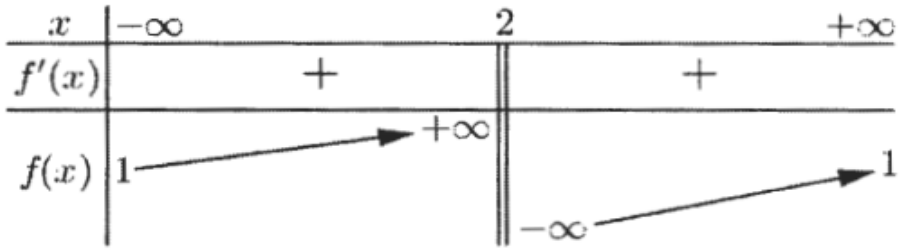
+ Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương

$\Rightarrow$ Phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt dương

$\Rightarrow \begin{cases} S=\dfrac{-2b}{3a}>0 \\ P=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c<0 \end{cases}$ (Vì $a<0$).

Vậy có 2 số dương trong các số a,b,c,d.

Câu 7: **[2D1-5.1-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau



Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax+1}{bx+c}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a+\dfrac{1}{x}}{b+\dfrac{c}{x}}=\dfrac{a}{b}$.

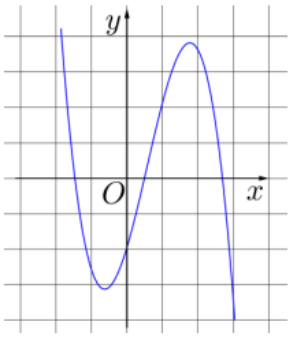
Theo gia thiết, ta có $\dfrac{a}{b}=1\Rightarrow a=b\,(1)$.

Hàm số không xác định tại $x=2$ nên suy ra $2b+c=0\Rightarrow b=-\dfrac{c}{2}\,(2)$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định $\Rightarrow f'(x)=\dfrac{ac-b}{(bx+c)^2}>0\,(3)$ với mọi x khác 2.

Nếu $a=b>0$ thì từ (2) suy ra $c<0$. Thay vào (3), ta thấy vô lý nên trường hợp này không xảy ra. Suy ra, chỉ có thể xảy ra khả năng $a=b<0$ và $c>0$.

Câu 8: **[2D1-5.1-3] (Câu 11 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$ **B.** $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$ **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$.

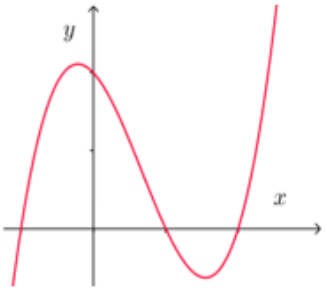
Lời giải

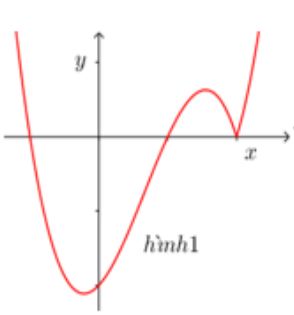
Chọn A

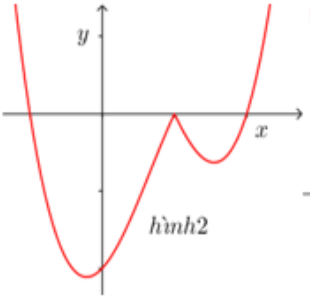
Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a<0\Rightarrow$ loại phương án C

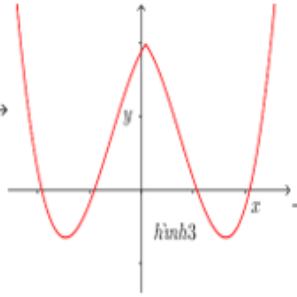
$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a.c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án **D.** Do $(C) \cap Oy = D(0;d) \Rightarrow d < 0.$

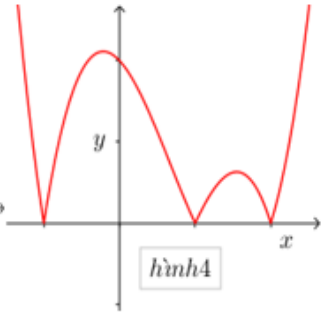
Câu 1: **[2D1-5.3-3] (Câu 32 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?











A. Hình 1 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3 **D.** Hình 4

Lời giải

Chọn A

$y=|x-2|(x^2-1)=\begin{cases}(x-2)(x^2-1), x\geq 2\\ -(x-2)(x^2-1), x<2\end{cases}$ Đồ thị gồm 2 phần:

+) Giữ nguyên phần đồ thị đã cho ứng với $x\geq 2$.

+) Lấy đối xứng phần đồ thị đã cho ứng với $x<2$ qua trục Ox

Hình 1 nhận vì đồ thị là hàm $y=|x-2|(x^2-1)$

Hình 2 loại vì đồ thị là hàm $y=(x-2)|x-1|(x+1)$

Hình 3 loại vì đồ thị hàm số $y=(|x|-2)(x^2-1)$

Hình 4 loại vì đồ thị hàm $y=|(x-2)(x^2-1)|$

Câu 1: **[2D1-5.4-1] (Câu 1 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) không cắt trục hoành.

D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy phương trình $(x-2)(x^2+1)=0$ có 1 nghiệm $x=2\Rightarrow(C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 1: **[2D1-5.4-2] (Câu 1 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^3-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm của (C) và trục hoành là 3.

Câu 2: **[2D1-5.4-2] (Câu 2 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị của hàm số $y=-x^2+4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 0 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-2x^2+2=-x^2+4 \Leftrightarrow x^4-x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Vậy hai đồ thị có tất cả 2 điểm chung.

Câu 3: **[2D1-5.4-2] (Câu 7 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=4$ **B.** $y_0=0$ **C.** $y_0=2$ **D.** $y_0=-1$

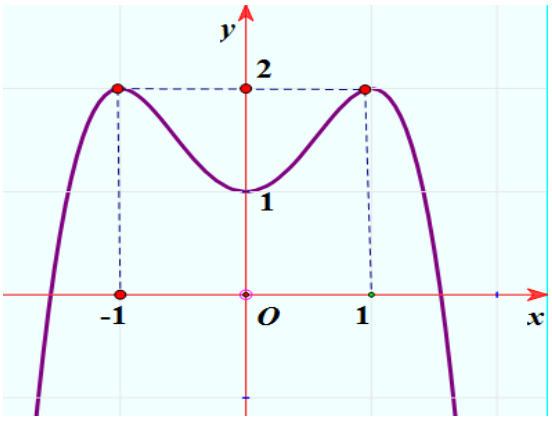
Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-2x+2=x^3+x+2 \Leftrightarrow x^3+3x=0 \Leftrightarrow x=0$

Với $x_0=0 \Rightarrow y_0=2$.

Câu 1: **[2D1-5.5-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

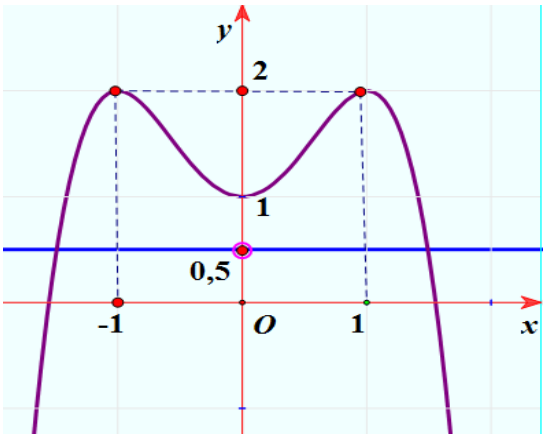


Số nghiệm của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

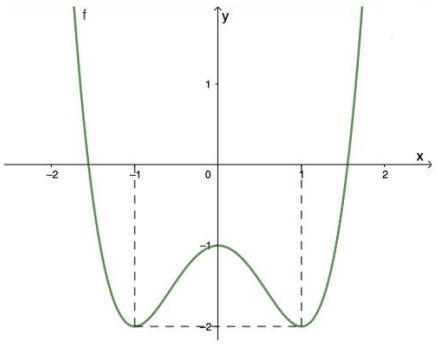
Lời giải

Chọn A



Số nghiệm của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với đường thẳng $y=\frac{1}{2}$. Căn cứ vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thi hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 2: **[2D1-5.5-1] (Câu 17 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ là?



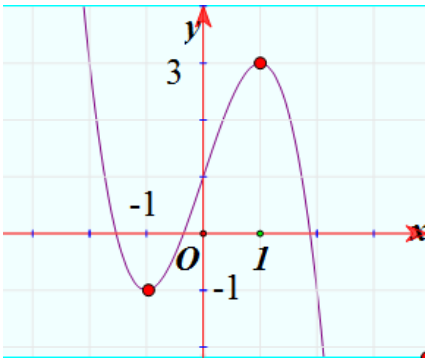
A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=-\frac{3}{2}$ chính là số nghiệm của phương trình. $f(x)=-\frac{3}{2}$

Câu 3: **[2D1-5.5-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là.



A. 0 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

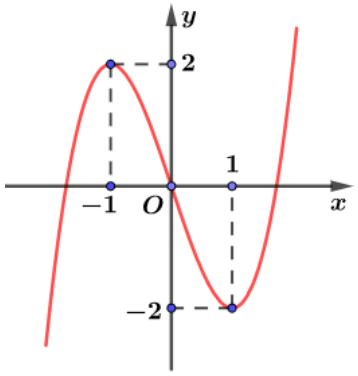
Tác giả:Tăng Duy Hùng

Phản biện1:Xuân Hưng Lê Phản biện2: Tuấn Minh

Chọn B

Ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Nên phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 4: **[2D1-5.5-1] (Câu 16 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là

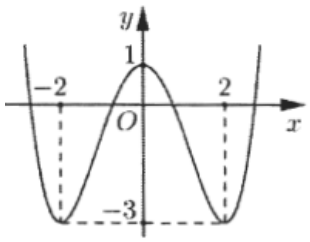
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ bằng số giao điểm của đường cong $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-1$. Nhìn hình vẽ ta thấy có 3 giao điểm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 5: **[2D1-5.5-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-1$. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra số nghiệm của phương trình bằng 4.

Câu 6: **[2D1-5.5-1] (Câu 16 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

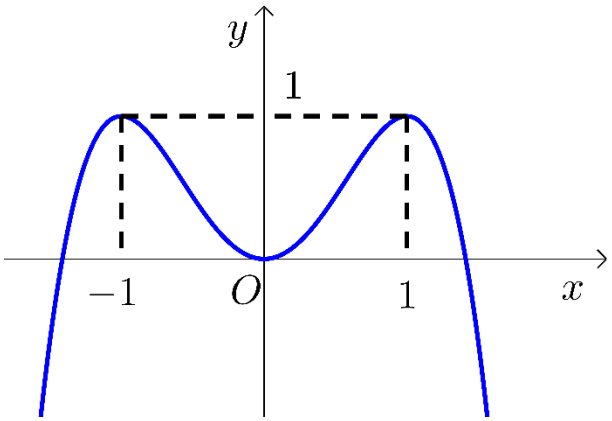
Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên: Suy ra phương trình $f(x)=\frac{3}{2}$ có ba nghiệm thực phân biệt

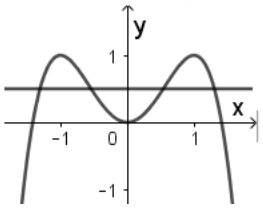
Câu 1: **[2D1-5.5-2] (Câu 25 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

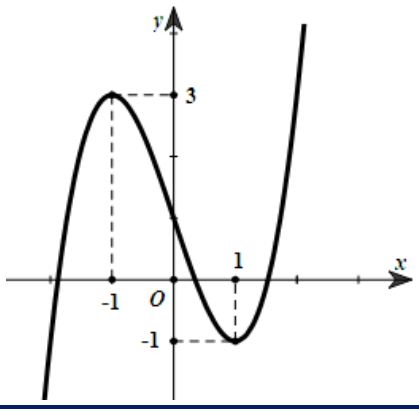


Chọn A

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ và có đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Ta thấy đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm nên phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có 4 nghiệm.

Câu 2: **[2D1-5.5-2] (Câu 4) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

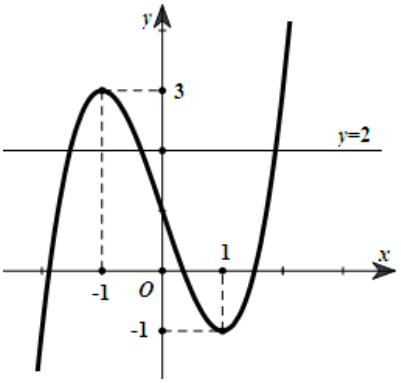


Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B



Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm thự C.

Câu 3: **[2D1-5.5-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

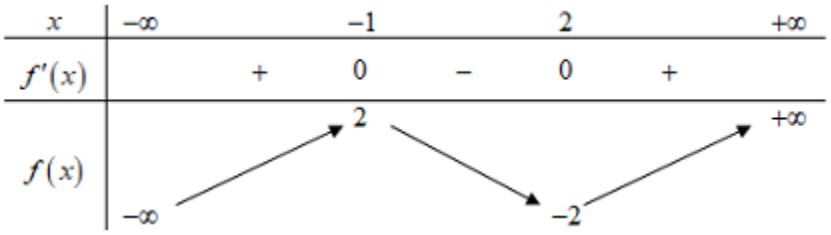
Lời giải

Chọn C

Ta có: $3f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{2}{3}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $d: y=\frac{2}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 4: **[2D1-5.5-2] (Câu 29 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

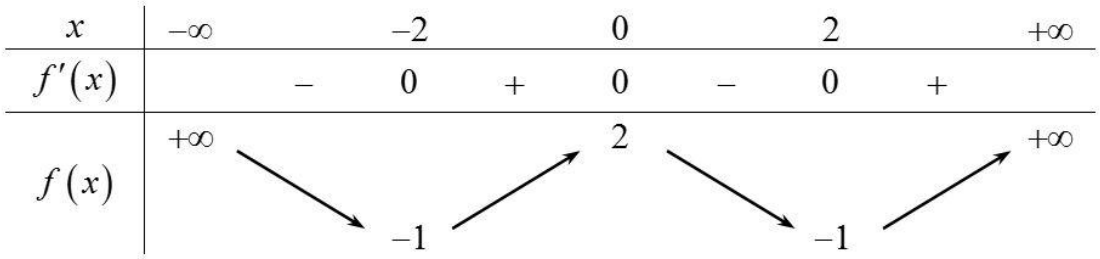
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}$. Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị $-\frac{3}{2}$ tại ba giá trị x khác nhau. Suy ra phương trình có 3 nghiệm.

Câu 5: **[2D1-5.5-2] (Câu 23 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

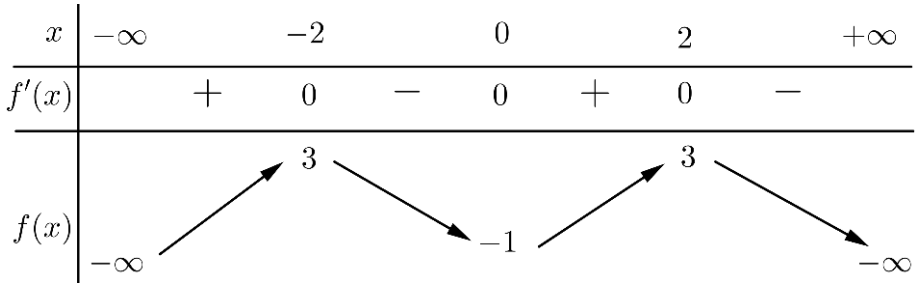
Chọn C

Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow 3f(x)=5 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{5}{3}$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 6: **[2D1-5.5-2] (Câu 16 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

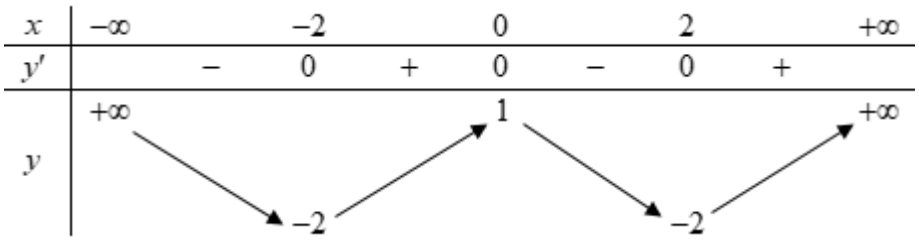
Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ tại bốn điểm phân biệt. Do đó phương trình $2f(x)-3=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 7: **[2D1-5.5-2] (Câu 29 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

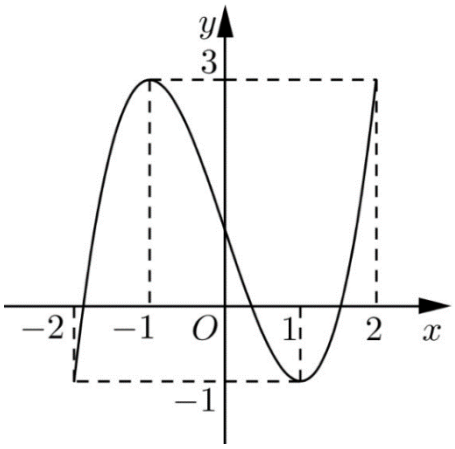
Ta có $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}$ $(*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Do đó phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thự C.

Câu 8: **[2D1-5.5-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;2]$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

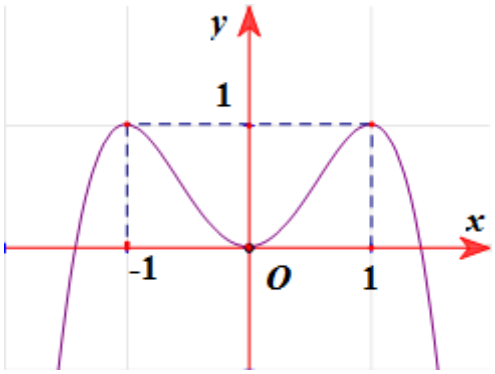
Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y=\frac{4}{3}$ cắt $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 9: **[2D1-5.5-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên.



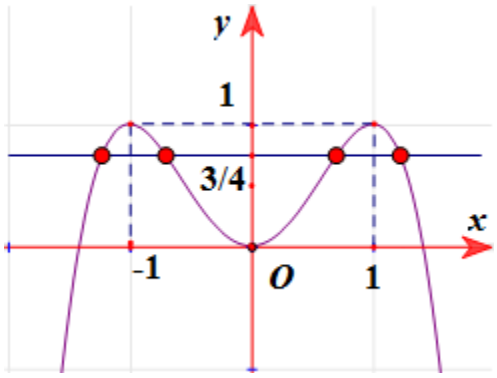
Số nghiệm của phương trình $4f(x)-3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0

Lời giải

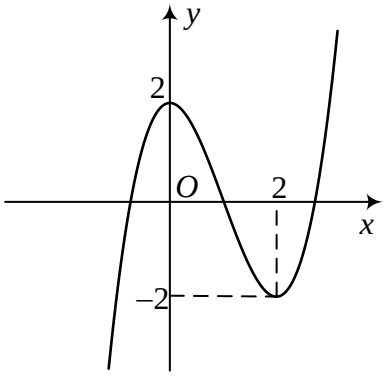
Chọn A

Ta có $4f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}$



Đường thẳng $y=\frac{3}{4}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 10: **[2D1-5.5-2] (Câu 17 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)+4=0$ là



A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

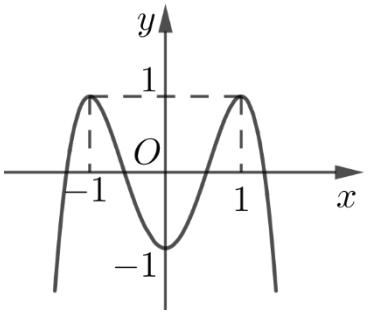
Chọn A

Ta có: $3f(x)+4=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{4}{3}\ (*)$

$(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy $(*)$ có 3 nghiệm.

Câu 1: **[2D1-5.5-3] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là:

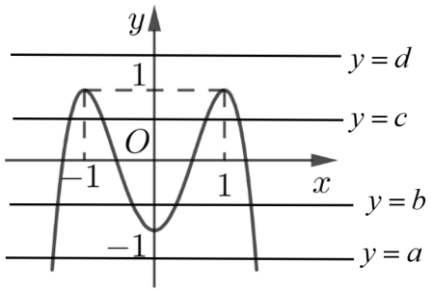


A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=a(a<-1) & (1) \\ f(x)=b(-1<b<0) & (2) \\ f(x)=c(0<c<1) & (3) \\ f(x)=d(d>1) & (4) \end{array}\right.$.



Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Phương trình (1) có: 2 nghiệm

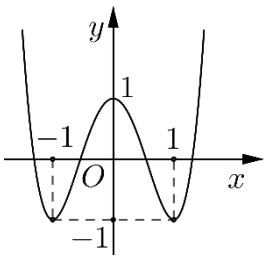
Phương trình (2) có: 4 nghiệm

Phương trình (3) có: 4 nghiệm

Phương trình (4) vô nghiệm

Vậy phương trình $f(f(x))=0$ có tất cả 10 nghiệm thực phân biệt.

Câu 2: **[2D1-5.5-3] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.

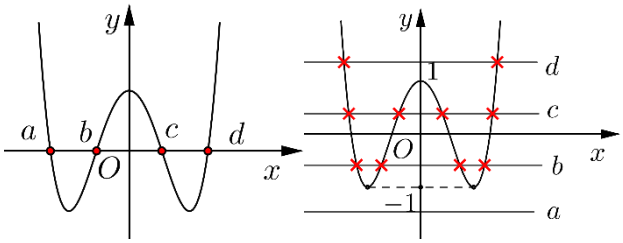


Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ là

A. 4. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $f\left(f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=a\ \ (a<-1)\\ f\left(x\right)=b\ \ (-1<b<0)\\ f\left(x\right)=c\ \ (0<c<1)\\ f\left(x\right)=d\ \ (d>1)\end{array}\right.$.

Phương trình $f\left(x\right)=a$ với $a<-1$ vô nghiệm.

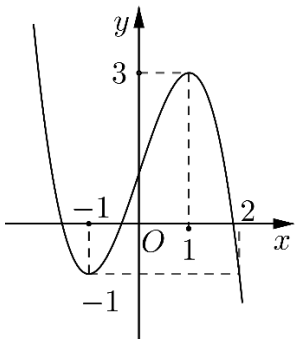
Phương trình $f\left(x\right)=b$ với $-1<b<0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=c$ với $0<c<1$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=d$ với $d>1$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có 10 nghiệm.

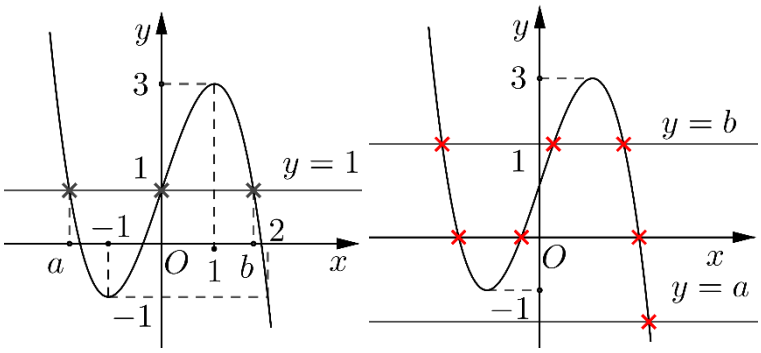
Câu 3: **[2D1-5.5-3] (Câu 41 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình trên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là



A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

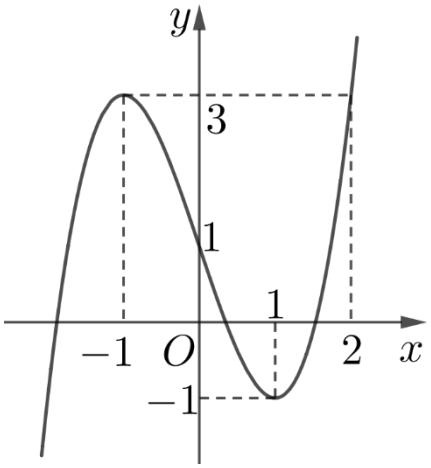


Từ $f\left(f\left(x\right)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=a,\ \left(a<-1\right)\\f\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=b,\ \left(1<b<2\right)\end{array}\right.$

- $f\left(x\right)=a$ với $a<-1$ phương trình có một nghiệm
- $f\left(x\right)=0$ phương trình có ba nghiệm phân biệt
- $f\left(x\right)=b$ với $1<b<2$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là 7.

Câu 4: **[2D1-5.5-3] (Câu 41 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là

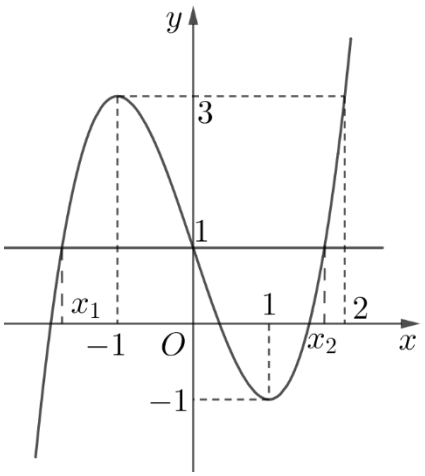


A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có



$$f\left(f\left(x\right)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}f\left(x\right)=x_1 \text{ và } x_1<-1 & (1)\\ f\left(x\right)=0 & (2)\\ f\left(x\right)=x_2 \text{ và } 1<x_2<2 & (3)\end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị, (1) có đúng 1 nghiệm, (2) và (3) mỗi phương trình có 3 nghiệm phân biệt và 7 nghiệm trên phân biệt nhau.

Câu 5: **[2D1-5.5-3] (Câu 45 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi;2\pi\right]$ của phương trình $2f\left(\sin x\right)+3=0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

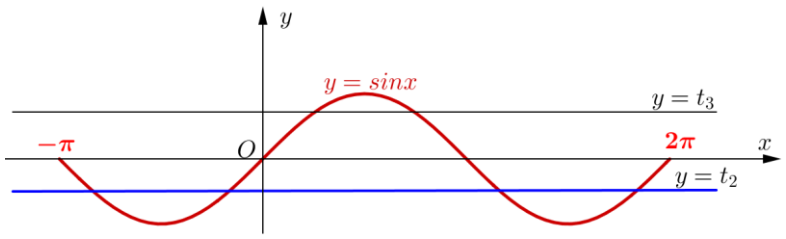
Lời giải

Chọn B

Ta có $2f\left(\sin x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(\sin x\right)=-\dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$f\left(\sin x\right)=-\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\sin x=t_1\in\left(-\infty;-1\right) & (1)\\ \sin x=t_2\in\left(-1;0\right) & (2)\\ \sin x=t_3\in\left(0;1\right) & (3)\\ \sin x=t_4\in\left(1;+\infty\right) & (4)\end{array}\right.$$



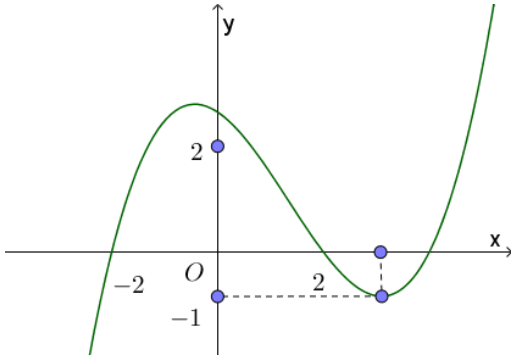
Phương trình (1) và (4) vô nghiệm.

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt

Phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (2).

Do đó tổng số nghiệm của phương trình đã cho là 6.

Câu 6: **[2D1-5.5-3] (Câu 42 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{2}{3}$ là



A. 6. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Cách 1

Đặt $t=g(x)=x^3-3x$ (1)

Ta có $g'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x\pm1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Với $t\in(-2;2)$ phương trình $t=x^3-3x$ có 3 nghiệm phân biệt.

Với $t\in\{-2;2\}$ phương trình $t=x^3-3x$ có 2 nghiệm phân biệt

Với $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ phương trình $t=x^3-3x$ có 1 nghiệm.

Phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{2}{3}$ (2) trở thành $\left|f\left(t\right)\right|=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(t\right)=\frac{2}{3}\\f\left(t\right)=-\frac{2}{3}\end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có:

+ Phương trình $f\left(t\right)=\frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $-2<t_1<t_2<2<t_3\Rightarrow$ phương trình (2) có 7 nghiệm phân biệt.

+ Phương trình $f\left(t\right)=-\frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $t_4<-2<2<t_5<t_6\Rightarrow$ phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm phân biệt.

Cách 2.

Xét phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{2}{3}$

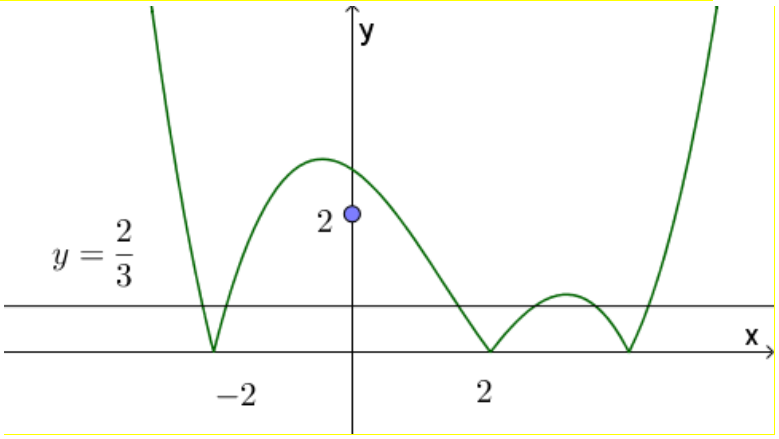
Đặt $t=x^3-3x, t'=3x^2-3, t'=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình trở thành: $\left|f(t)\right|=\frac{2}{3}, t\in\mathbb{R}$

Từ đồ thị $f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f(t)\right|$ như sau:

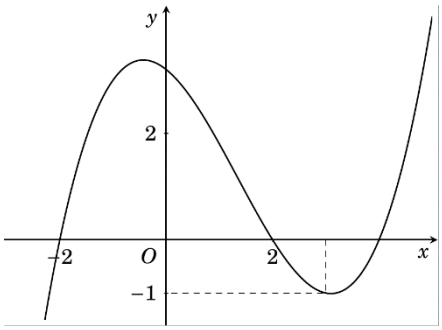


Suy ra: phương trình $\left|f(t)\right|=\frac{2}{3}$ có các nghiệm $t_1<-2<t_2<t_3<2<t_4<t_5<t_6$.

Từ bảng biến thiên ban đầu, ta có: $\left[\begin{array}{l} x^3-3x=t_1 \text{ có 1 nghiệm } x_1 \\ x^3-3x=t_4 \text{ có 1 nghiệm } x_2 \\ x^3-3x=t_2 \text{ có 3 nghiệm } x_3, x_4, x_5 \\ x^3-3x=t_3 \text{ có 3 nghiệm } x_6, x_7, x_8 \\ x^3-3x=t_5 \text{ có 1 nghiệm } x_9 \\ x^3-3x=t_6 \text{ có 1 nghiệm } x_{10} \end{array}\right.$ đều là các nghiệm phân biệt.

Vậy $\left|f(x^3-3x)\right|=\frac{2}{3}$ có 10 nghiệm phân biệt.

Câu 7: **[2D1-5.5-3] (Câu 45 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{3}{2}$ là

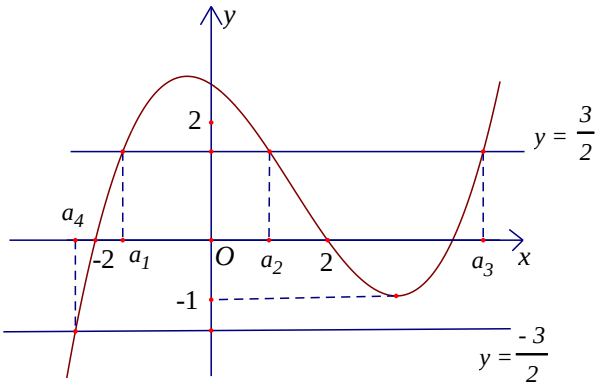


A. 8. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

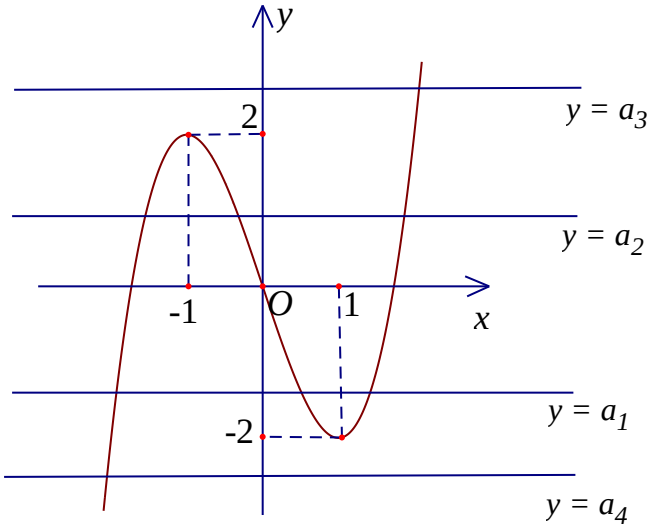
Phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(x^3-3x\right)=\frac{3}{2} \\ f\left(x^3-3x\right)=-\frac{3}{2} \end{array}\right.$.



* Phương trình $f\left(x^3-3x\right)=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=a_1,\left(-2<a_1<0\right)\\x^3-3x=a_2,\left(0<a_2<2\right)\\x^3-3x=a_3,\left(a_3>2\right)\end{array}\right.$.

* Phương trình $f\left(x^3-3x\right)=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow x^3-3x=a_4,\left(a_4<-2\right)$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ có dạng như hình vẽ sau:

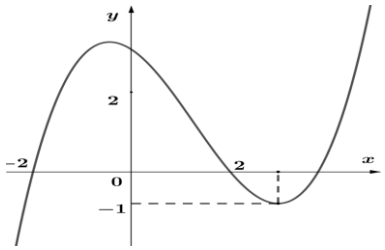


Dựa vào đồ thị trên ta có:

- Phương trình $x^3-3x=a_1$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $x^3-3x=a_2$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $x^3-3x=a_3$ có 1 nghiệm.
- Phương trình $x^3-3x=a_4$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{3}{2}$ có 8 nghiệm phân biệt.

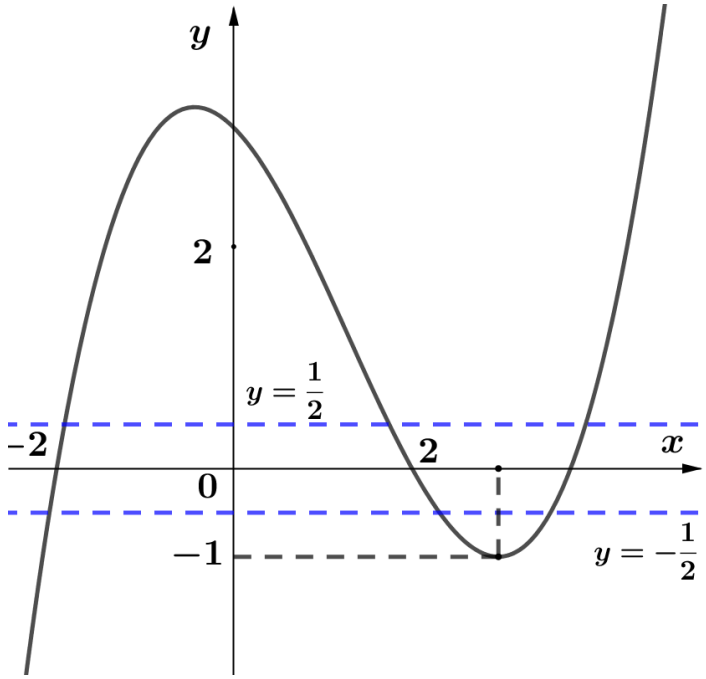
Câu 8: **[2D1-5.5-3] (Câu 41 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ là



A. 6. **B. 10.** **C. 12.** **D. 3.**

Lời giải

Chọn B



Ta có $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x^3-3x\right)=\frac{1}{2}\\ f\left(x^3-3x\right)=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=a,\left(-2<a<-1\right)\\ x^3-3x=b,\left(1<b<2\right)\\ x^3-3x=c,\left(c>2\right)\\ x^3-3x=d,\left(d<-2\right)\\ x^3-3x=e,\left(2<e<3\right)\\ x^3-3x=f,\left(f>3\right)\end{array}\right.$.

Xét hàm số $y=x^3-3x$; có $y'=3x^2-3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Phương trình: $x^3-3x=a$ có 3 nghiệm.

Phương trình: $x^3-3x=b$ có 3 nghiệm.

Phương trình: $x^3-3x=c$ có 1 nghiệm.

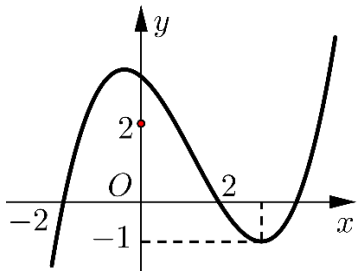
Phương trình: $x^3-3x=d$ có 1 nghiệm.

Phương trình: $x^3-3x=e$ có 1 nghiệm.

Phương trình: $x^3-3x=f$ có 1 nghiệm.

Vậy tổng có 10 nghiệm.

Câu 9: **[2D1-5.5-3] (Câu 43 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{4}{3}$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{4}{3}$ (1).

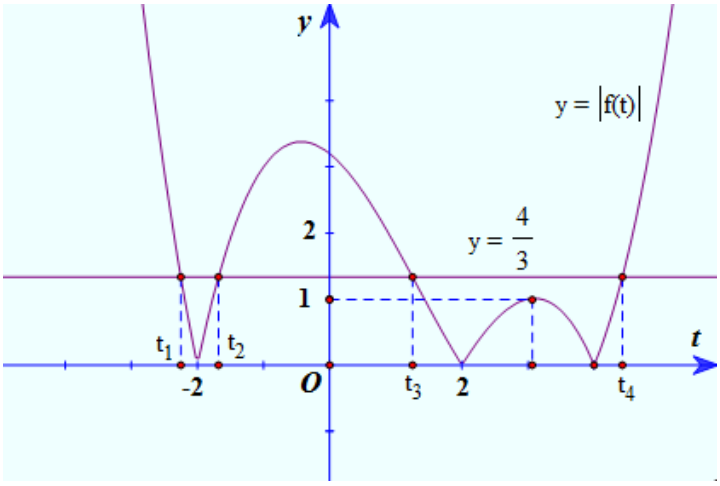
Đặt $t=x^3-3x$, ta có: $t'=3x^2-3$; $t'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình (1) trở thành $\left|f(t)\right|=\frac{4}{3}$ với $t\in\mathbb{R}$.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ban đầu, ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f(t)\right|$ như sau:



Suy ra phương trình $\left|f\left(t\right)\right|=\frac{4}{3}$ có các nghiệm $t_1<-2<t_2<t_3<2<t_4$.

Từ bảng biến thiên ban đầu ta có:

+) $x^3-3x=t_1$ có 1 nghiệm x_1.

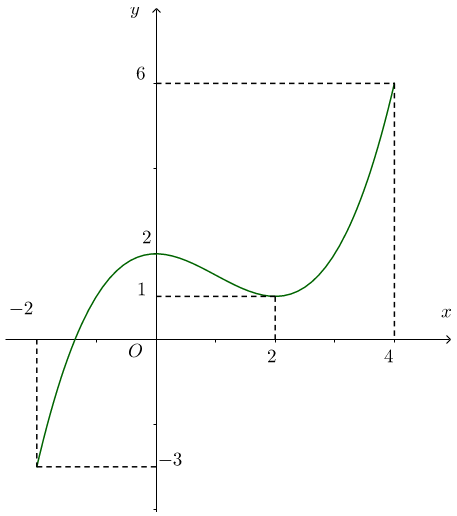
+) $x^3-3x=t_4$ có 1 nghiệm x_2.

+) $x^3-3x=t_2$ có 3 nghiệm x_3, x_3, x_5.

+) $x^3-3x=t_3$ có 3 nghiệm x_6, x_7, x_8.

Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{4}{3}$ có 8 nghiệm.

Câu 10: **[2D1-5.5-3] (Câu 24 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là



A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

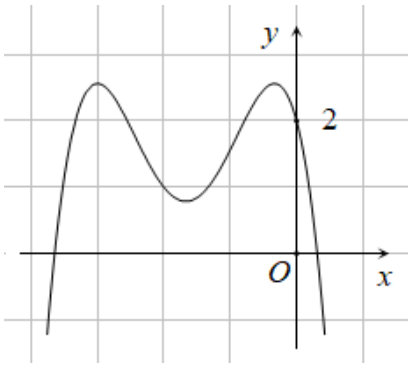
Chọn B

Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{3}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\frac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt thuộc đoạn $[-2;4]$.

Do đó phương trình $3f(x)-5=0$ có ba nghiệm thự C.

Câu 1: **[2D1-5.5-4] (Câu 50 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right)-2=0$ là

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f\left(x^2 f(x)\right)-2=0 \Leftrightarrow f\left(x^2 f(x)\right)=2$.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$$\left[\begin{array}{l} x^2 f(x)=0 (1) \\ x^2 f(x)=a(-1<a<0)(2) \\ x^2 f(x)=b(-3<b<-2)(3) \\ x^2 f(x)=c(-4<c<-3)(4) \end{array}\right.$$

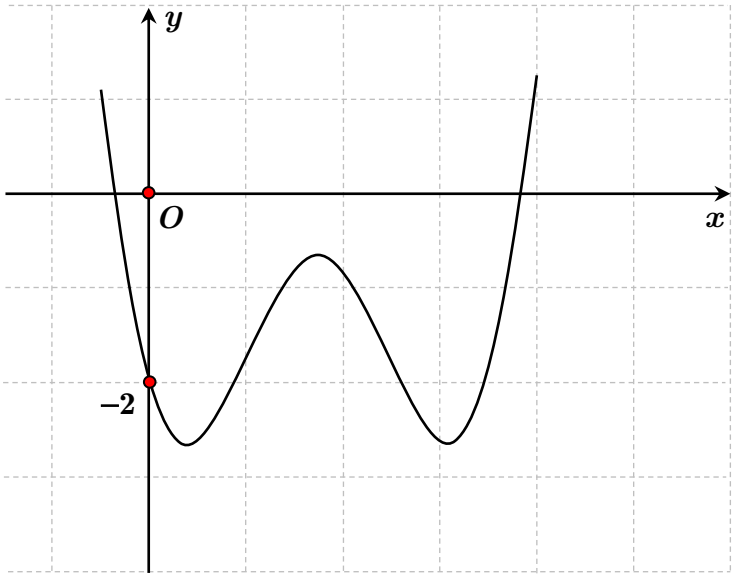
Giải $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$ (có 3 nghiệm phân biệt).

Giải $(2) \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{a}{x^2}$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{a}{x^2}$ lên cùng hệ tọa độ Oxy. Ta thấy đồ thị hàm số $y=\dfrac{a}{x^2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 nghiệm phân biệt.

Tương tự với (3) và (4) đều có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 2: Vậy có phương trình $f\left(x^2 f(x)\right)=2$ có 9 nghiệm phân biệt.**[2D1-5.5-4] (Câu 50) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right)+2=0$ là



A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Tác giả: thầy Nguyễn Duy Hiếu

Chọn D

Cách 1:

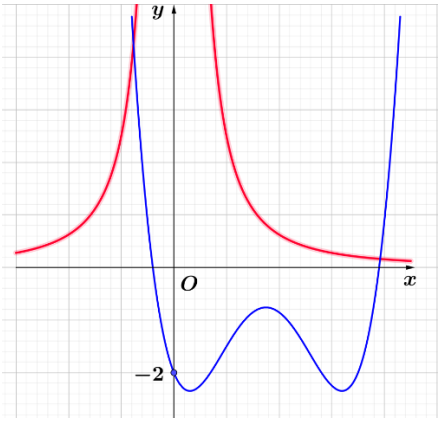
$$\text{Ta có } f\left(x^2 f(x)\right)+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 f(x)=0 \\ x^2 f(x)=a\in(0;1) \\ x^2 f(x)=b\in(2;3) \\ x^2 f(x)=c\in(3;4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \\ f(x)=0 & (1) \\ f(x)=\dfrac{a}{x^2},\ a\in(0;1) & (2) \\ f(x)=\dfrac{b}{x^2},\ b\in(2;3) & (3) \\ f(x)=\dfrac{c}{x^2},\ c\in(3;4) & (4) \end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{k}{x^2}(k>0)$, Ta có $g'(x)=-\dfrac{2k}{x^3}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$-$	
$g(x)$	0	↗	$+\infty$	↘	0

Đồ thị của $f(x)$ và $g(x)$ được mô tả như sau:



Do đó ta có: (1), (2), (3) và (4) mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình đã cho có 9 nghiệm.

Cách 2:

$$\text{Ta có } f\left(x^2 f(x)\right)+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 f(x)=0 \\ x^2 f(x)=a\in(0;1) \\ x^2 f(x)=b\in(2;3) \\ x^2 f(x)=c\in(3;4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & \\ f(x)=0 & (1) \\ f(x)-\dfrac{a}{x^2}=0,\ a\in(0;1) & (2) \\ f(x)-\dfrac{b}{x^2}=0,\ b\in(2;3) & (3) \\ f(x)-\dfrac{c}{x^2}=0,\ c\in(3;4) & (4) \end{array}\right.$$

- (1) có 2 nghiệm phân biệt là $x=\alpha<0, x=\beta>3$.
- Xét hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{k}{x^2}(k>0)$ có $g'(x)=f'(x)+\dfrac{2k}{x^3}$. Ta có:

* $x\in[\alpha;\beta]$ thì $g(x)<0$ nên các phương trình (2), (3) và (4) không có nghiệm $x\in[\alpha;\beta]$.

* $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to\alpha^-} g(x)=-\dfrac{k}{\alpha^2}<0 \\ g'(x)<0,\forall x\in(-\infty;\alpha)\end{array}\right\}\Rightarrow$ Mỗi phương trình (2), (3) và (4) chỉ có đúng một nghiệm $x\in(-\infty;\alpha)$

* $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to\beta^+} g(x)=-\dfrac{k}{\beta^2}<0 \\ g'(x)>0,\forall x\in(\beta;+\infty),\beta>3\end{array}\right\}\Rightarrow$ Mỗi phương trình (2), (3) và (4) đều chỉ có đúng một nghiệm $x\in(\beta;+\infty)$

Suy ra mỗi phương trình (1), (2), (3) và (4) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm.

Cách 3:

Ta có $f\left(x^2 f(x)\right)+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 f(x)=0 & (1) \\ x^2 f(x)=a\in(0;1) & (2) \\ x^2 f(x)=b\in(2;3) & (3) \\ x^2 f(x)=c\in(3;4) & (4) \end{array}\right.$

Ta có (1) có ba nghiệm phân biệt là $x=0, x=\alpha<0, x=\beta>3$.

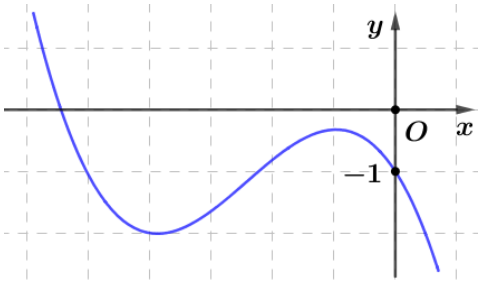
Xét $g(x)=x^2 f(x)$ có $g'(x)=2xf(x)+x^2 f'(x)$

- Với $x\in[\alpha;\beta]$ thì $g(x)=x^2 f(x)\le 0$ nên (2), (3), (4) không có nghiệm $x\in[\alpha;\beta]$.
- Với $x\in(-\infty;\alpha)$ ta có: $g'(x)<0$. Và với $x\in(\beta;+\infty)$, $\beta>3$, thì $g'(x)>0$ nên ta có bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		α		β		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0		0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0		0	↗	$+\infty$

Do đó các phương trình (2), (3), (4) đều có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 3: Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt.**[2D1-5.5-4] (Câu 50) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0 \Leftrightarrow f\left(x^3 f(x)\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 f(x)=a & (-3<a<-1)\ (1) \\ x^3 f(x)=b & (-6<b<-3)(2). \\ x^3 f(x)=0 & (3) \end{array}\right.$

+ Với $m<0$, xét phương trình $x^3 f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m}{x^3}$.

Đặt $g(x)=\frac{m}{x^3}$, $g'(x)=\frac{-3m}{x^4}>0, \forall x\neq 0$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$, $\lim\limits_{x\to 0^-} g(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=-\infty$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$	$+$		$+$		
$g(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$ $\mid$ $-\infty$	$\nearrow$	0

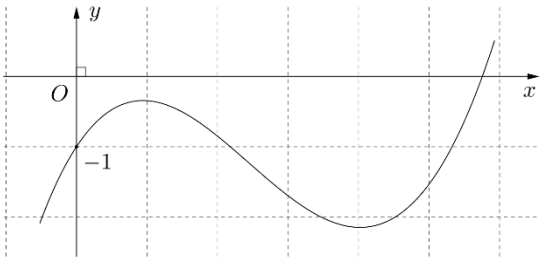
Dựa vào bảng biến thiên và đề bài, suy ra trong mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ phương trình $f(x)=g(x)$ có đúng một nghiệm.

Suy ra mỗi phương trình (1) và (2) có 2 nghiệm và các nghiệm đều khác nhau.

+ Xét phương trình $(3): x^3 f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=c<0 \end{array}\right.$, với c khác các nghiệm của (1) và (2).

Vậy phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ có đúng 6 nghiệm.

Câu 4: **[2D1-5.5-4] (Câu 50 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ là



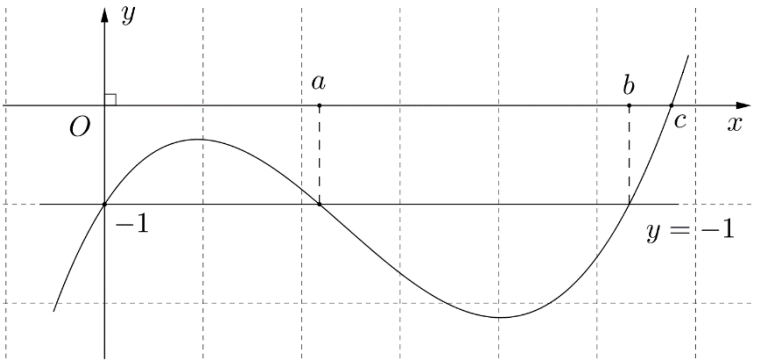
A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0 \Leftrightarrow f\left(x^3 f(x)\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 f(x)=0 & (1) \\ x^3 f(x)=a\in(2;3) & (2) \\ x^3 f(x)=b\in(5;6) & (3) \end{array}\right.$



Ta có $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=c\end{array}\right.$.

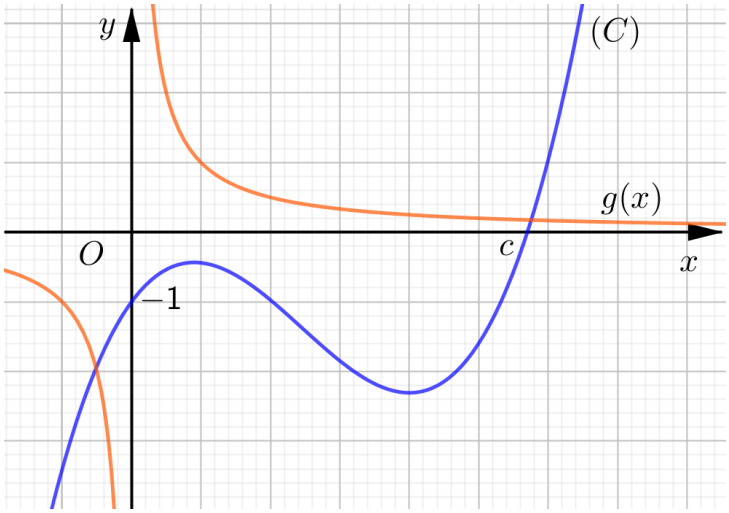
Xét $g(x)=\dfrac{k}{x^3}$, với $k>0$. Ta có $g'(x)=-\dfrac{3k}{x^4}<0,\forall x\neq 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	‖	$-$	
$g(x)$	0	↘	‖	↘	0
		$-\infty$	‖	$+\infty$	

Với $k=a$, dựa vào đồ thị suy ra phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0 và c.

Với $k=b$, dựa vào đồ thị suy ra phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác 0, c và khác hai nghiệm của phương trình (2).

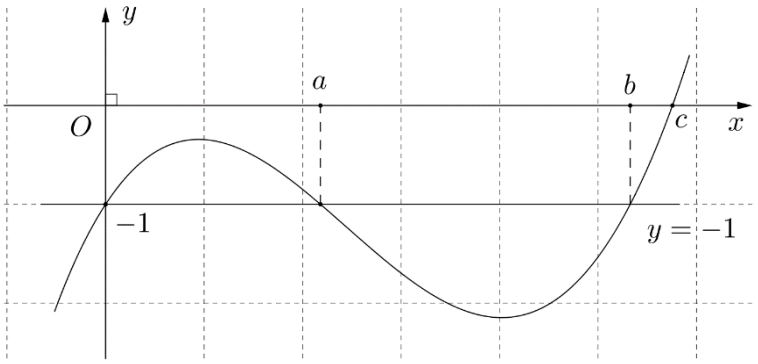


Vậy phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Cách 2:

Ta có:

$$f\left(x^3 f(x)\right)+1=0 \Leftrightarrow f\left(x^3 f(x)\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 f(x)=0 \\ x^3 f(x)=a>0 \\ x^3 f(x)=b>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=\dfrac{a}{x^3}\,(\text{do } x\neq 0) \\ f(x)=\dfrac{b}{x^3}\,(\text{do } x\neq 0) \end{array}\right.$$



* $f(x)=0$ có một nghiệm dương $x=c$.

* Xét phương trình $f(x)=\dfrac{k}{x^3}$ với $x\neq 0,\ k>0$.

Đặt $g(x)=f(x)-\dfrac{k}{x^3};\ g'(x)=f'(x)+\dfrac{3k}{x^4}$.

TH 1: Với $x>c$, đồ thị hàm $f(x)$ đồng biến trên $(c;+\infty)$ nên

$$f'(x)>0,\ x\in(c;+\infty)\Rightarrow g'(x)=f'(x)+\frac{3k}{x^4}>0,\ x\in(c;+\infty)$$

Mà $\begin{cases} g(c)<0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(c;+\infty)$

$\Rightarrow g(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên $(c;+\infty)$.

TH 2: Với $0<x<c$ thì $f(x)<0<\dfrac{k}{x^3}\Rightarrow g(x)=0$ vô nghiệm trên $(0;c)$.

TH 3: Với $x<0$, đồ thị hàm $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$ nên

$$f'(x)>0,\ x\in(-\infty;0)\Rightarrow g'(x)=f'(x)+\frac{3k}{x^4}>0,x\in(-\infty;0)$$

Mà $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} g(x)>0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty \end{cases}$ và $g(x)$ liên tục trên $(-\infty;0)$.

$\Rightarrow g(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên $(-\infty;0)$.

Do đó: $g(x)=0$ có đúng hai nghiệm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

* Phương trình $f(x)=\dfrac{a}{x^3}\ (k=a)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và khác c.

* Phương trình $f(x)=\dfrac{b}{x^3}\ (k=b)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và khác c.

Kết luận: Phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ có đúng 6 nghiệm.

Câu 5: ---------- HẾT ----------[2D1-5.5-4] **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x)=1$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

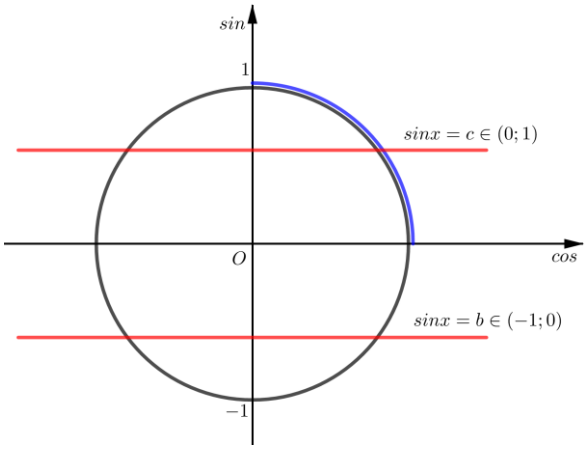
Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\in(-\infty;-1)\\x=b\in(-1;0)\\x=c\in(0;1)\\x=d\in(1;+\infty)\end{array}\right.$.

Như vậy $f(\sin x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=a\in(-\infty;-1)\ (1)\\\sin x=b\in(-1;0)\ (2)\\\sin x=c\in(0;1)\ (3)\\\sin x=d\in(1;+\infty)\ (4)\end{array}\right.$.

Vì $\sin x\in[0;1],\forall x\in\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ nên (1) và (4) vô nghiệm.

Cần tìm số nghiệm của (2) và (3) trên $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Cách 1.



Dựa vào đường tròn lượng giác: (2) có 2 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$, (3) có 3 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 5 nghiệm.

Cách 2.

Xét $g(x)=\sin x, \forall x\in\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]\Rightarrow g'(x)=\cos x, \forall x\in\left(0;\frac{5\pi}{2}\right)$.

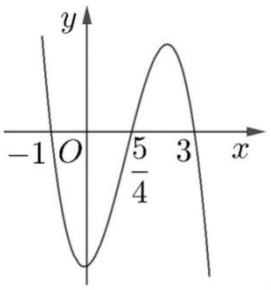
Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow\cos x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{3\pi}{2}\end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{2}$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	↗	1	↘	-1	↗	1

Dựa vào bảng biến thiên: (2) có 2 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$, (3) có 3 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 5 nghiệm.

Câu 6: [2D1-5.5-4] **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r\ (m, n, p, q, r\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ có số phần tử là



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Dựa trên đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3), k<0.$

Mặt khác $f'(x)=4mx^3+3nx^2+2px+q.$

Đồng nhất ta có

$$4mx^3+3nx^2+2px+q=k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3), \forall x$$

$$\Leftrightarrow 4mx^3+3nx^2+2px+q=k\left(x^3-\frac{13}{4}x^2-\frac{x}{2}+\frac{15}{4}\right), \forall x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m=k \\ 3n=-\frac{13}{4}k \\ 2p=-\frac{1}{2}k \\ q=\frac{15}{4}k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{4}k \\ n=-\frac{13}{12}k \\ p=-\frac{1}{4}k \\ q=\frac{15}{4}k \end{cases} \Rightarrow f(x)=k\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x\right)+r.$$

$$f(x)=r \Leftrightarrow k\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x\right)+r=r \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4-\frac{13}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{15}{4}x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\frac{5}{3} \\ x=3 \end{array}\right.$$

Chọn đáp án **B.**

Cách 2: Xét hàm số $f(x)$ có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{5}{4} \\ x=3 \end{array}\right.$

Ta đi so sánh $f(0)$ với $f(3)$.

Ta có:

$$f'(x)=k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3)\Rightarrow f(3)-f(0)=\int_0^3 f'(x)\mathrm{d}x=\int_0^3 k(x+1)\left(x-\frac{5}{4}\right)(x-3)\mathrm{d}x=0$$

$\Rightarrow f(0)=f(3).$

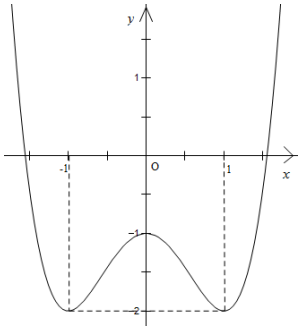
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-1)$	↘	$f(0)$	↘	$f\left(\frac{5}{4}\right)$	↗	$f(3)$	↘	$-\infty$

Ta có $r=f(0)\in\left(f\left(\frac{5}{4}\right);f(-1)\right).$

Đường thẳng $y=f(0)$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Do đó phương trình $f(x)=r=f(0)$ có 3 nghiệm phân biệt. Chọn đáp án **B.**

Câu 1: **[2D1-5.6-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\frac{1}{2}$ là

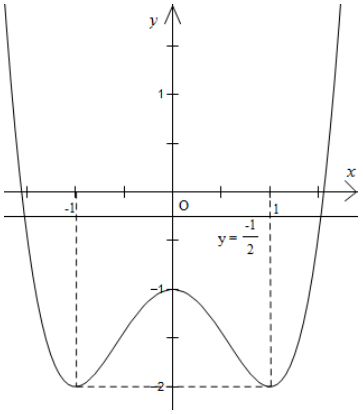


A. 3. **B.** 4.

C. 2. **D.** 1.

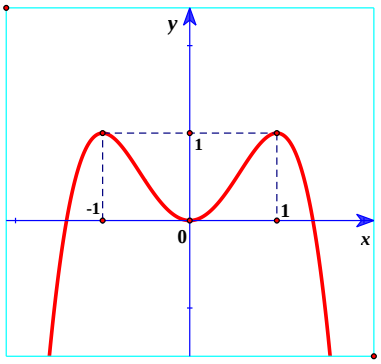
Lời giải

Chọn C



Số nghiệm của phương trình $f(x)=-\frac{1}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 2: **[2D1-5.6-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình bên.Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



A. $m>0$. **B.** $0\le m\le 1$.

C. $0<m<1$ **D.** $m<1$.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm thực của phương trình $-x^4+2x^2=m$ chính là

số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị suy ra $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi $0<m<1$.

Câu 3: **[2D1-5.6-1] (Câu 5 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

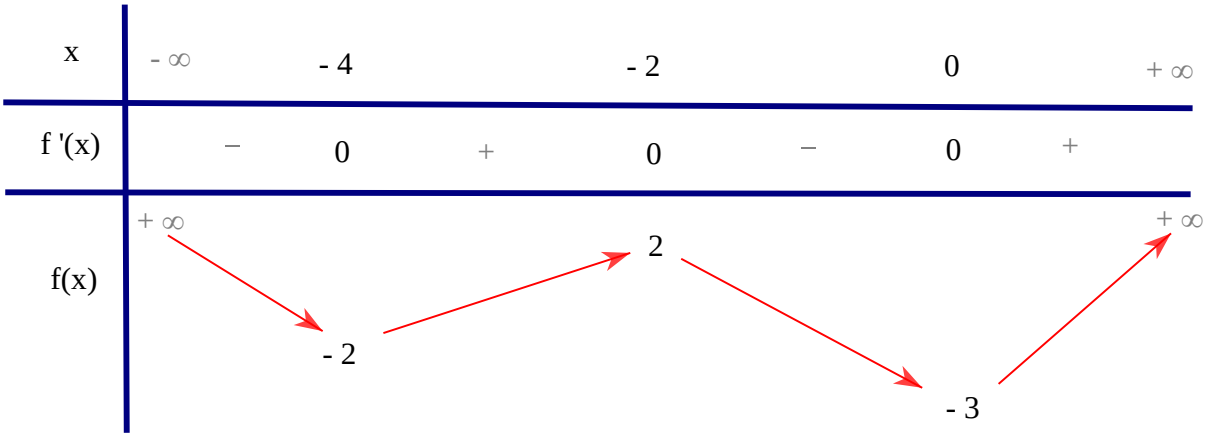
Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-1;2]$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Chọn B

Câu 1: **[2D1-5.6-4] (Câu 50 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



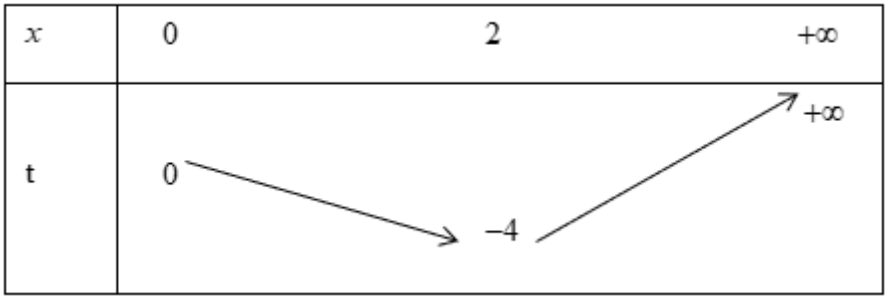
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2-4x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 16. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 17.

Lời giải

Chọn C

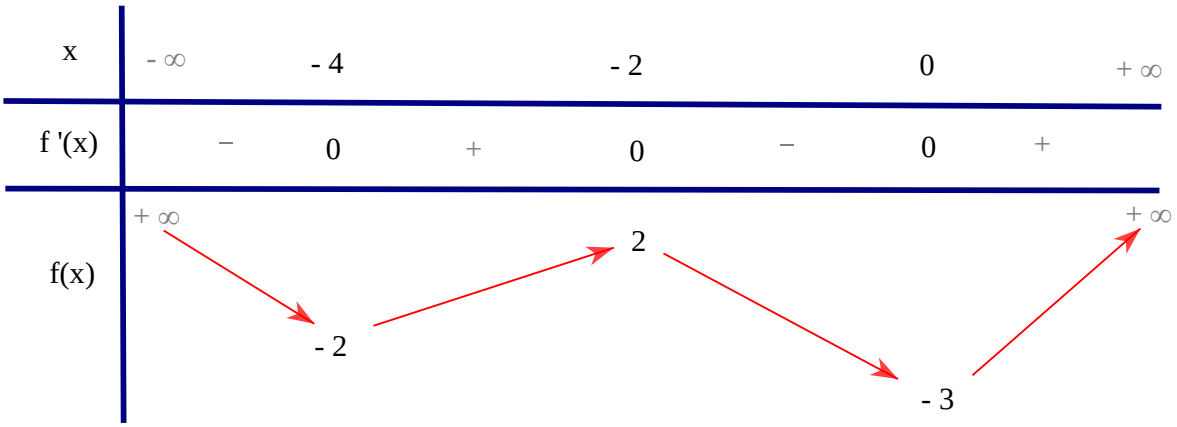
+ Đặt $t=x^2-4x$. Ta có bảng biến thiên sau:



Khi $t\in(-4;0)$ có 2 giá trị $x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $t=x^2-4x$.

Khi $t\in[0;+\infty)\cup\{-4\}$ có 1 giá trị $x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $t=x^2-4x$.

+ Xét phương trình $4f(t)=m\Leftrightarrow f(t)=\frac{m}{4},(*)$



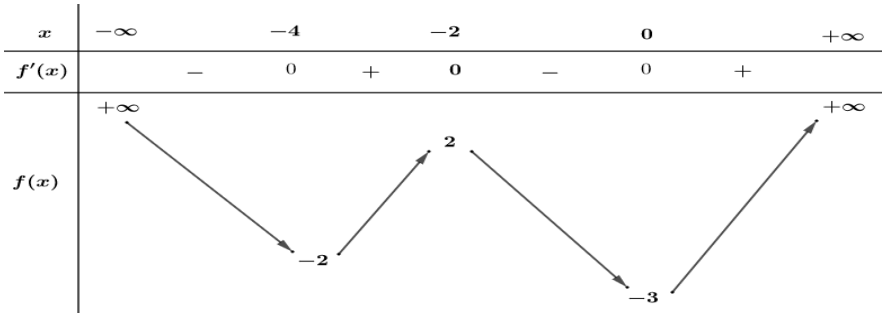
* Khi $\frac{m}{4}\in(-3;2]\Leftrightarrow m\in(-12;8]$, (*) có ít nhất 1 nghiệm $t\in(-4;0)$ và một nghiệm $t\in(0;+\infty)$. Suy ra $4f(x^2-4x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

* Khi $\frac{m}{4}\in(2;+\infty)\cup\{-3\}\Leftrightarrow m\in(8;+\infty)\cup\{-12\}$, (*) có đúng 1 nghiệm $t\in[0;+\infty)$. Suy ra $4f(x^2-4x)=m$ có đúng 1 nghiệm thực thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

* Khi $\frac{m}{4}\in(-\infty;-3)\Leftrightarrow m\in(-\infty;-12)$, có (*) vô nghiệm. Suy ra $4f(x^2-4x)=m$ vô nghiệm.

Vậy có 20 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f(x^2-4x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 2: **[2D1-5.6-4] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 15. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

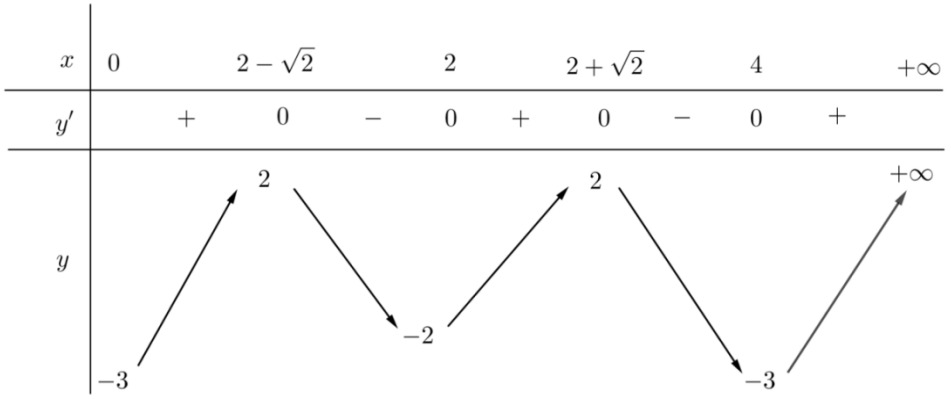
Đặt: $y=g(x)=f\left(x^2-4x\right)\Rightarrow g'(x)=(2x-4)f'\left(x^2-4x\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-4=0\\ f'\left(x^2-4x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x^2-4x=-4\\ x^2-4x=-2\\ x^2-4x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\left\{2;2\pm\sqrt{2};0;4\right\}.$$

Ta có: $g(0)=f(0)=-3$; $g\left(2-\sqrt{2}\right)=g\left(2+\sqrt{2}\right)=f(-2)=2$;

$g(2)=f(-4)=-2$; $g(4)=f(0)=-3$.

Nhận thấy $g'(5)=6f'(5)>0$ và tất cả các nghiệm của phương trình $g'(x)=0$ đều là nghiệm bội lẻ, từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$ như sau:

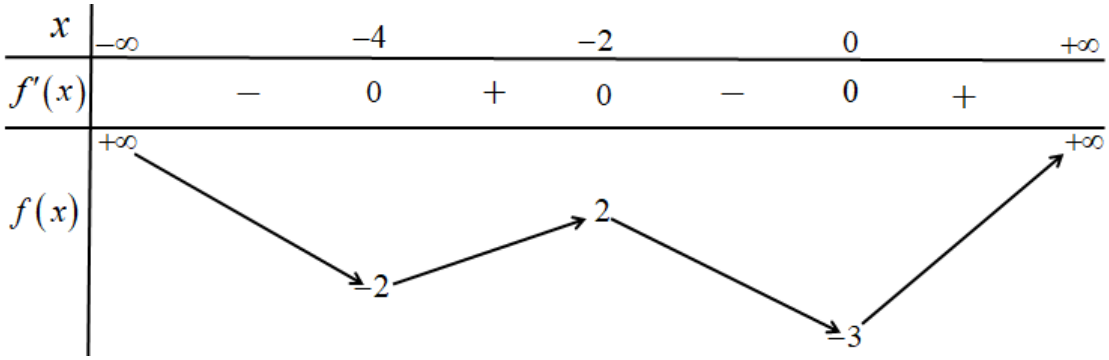


Từ bảng biến thiên ta được: yêu cầu bài toán tương đương $-3<\frac{m}{3}\le 2$

$\Leftrightarrow -9<m\le 6$.

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: **[2D1-5.6-4] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



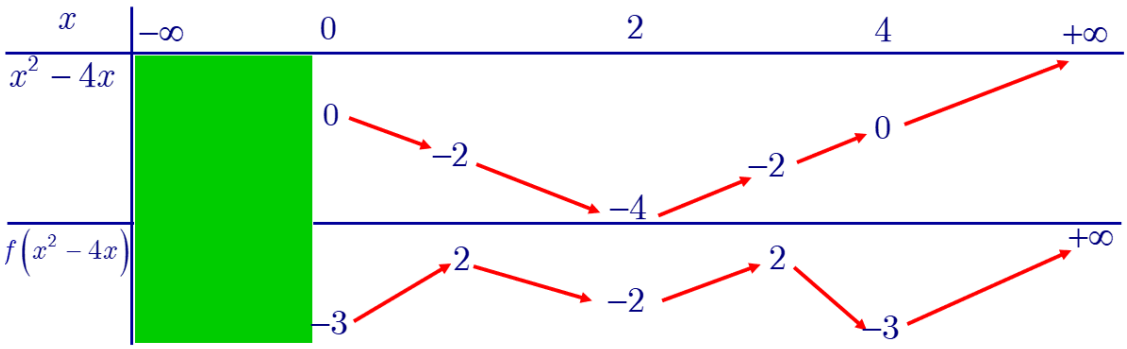
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 24. **B.** 21. **C.** 25. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

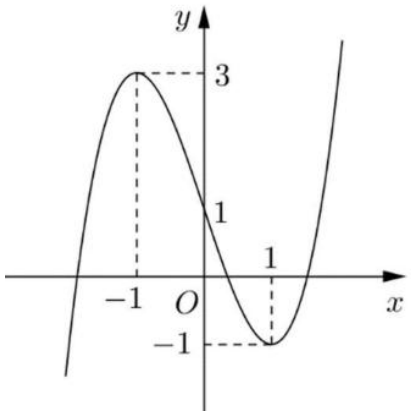
Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ và sự biến thên của của hàm số $y=x^2-4x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x^2-4x\right)$ trên khoảng $(0;+\infty)$ như sau



Số nghiệm của phương trình $5f\left(x^2-4x\right)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x^2-4x\right)$ và đường thẳng $y=\frac{m}{5}$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x^2-4x\right)$ ta có phương trình $5f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $-3<\frac{m}{5}\le 2\Leftrightarrow -15<m\le 10$, mặt khác $m\in\mathbb{Z}$ nên có 25 giá trị của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 1: **[2D1-5.7-3] (Câu 43 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



A. $[-1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $[-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sin x$, với $x\in(0;\pi) \Rightarrow t\in(0;1]$.

Khi đó phương trình $f(\sin x)=m$ trở thành $f(t)=m$.

Phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm $x\in(0;\pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có nghiệm $t\in(0;1]$. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ có điểm chung với đồ thị hàm số $y=f(t)$ trên nửa khoảng $(0;1]$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta có tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m là nửa khoảng $[-1;1)$.

Câu 2: **[2D1-5.7-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực

A. 5 **B.** 2 **C.** 4 **C.** 3

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x \Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin^3 x$.

Đặt $\sqrt[3]{m+3\sin x}=u \Rightarrow m+3\sin x=u^3$ thì phương trình trên trở thành $m+3u=\sin^3 x$

Đặt $\sin x=v$ thì ta được

$$\begin{cases} m+3v=u^3 \\ m+3u=v^3 \end{cases} \Rightarrow 3(v-u)+(v-u)\left(v^2+uv+u^2\right)=0 \Leftrightarrow (v-u)\left(3+v^2+uv+u^2\right)=0 \text{ Do}$$

$3+v^2+uv+u^2>0, \forall u,v$ nên phương trình trên tương đương $u=v$.

Suy ra $\sqrt[3]{m+3\sin x}=\sin x \Leftrightarrow m=\sin^3 x-3\sin x$.

Đặt $\sin x=t\left(-1\le t\le 1\right)$ và xét hàm $f\left(t\right)=t^3-3t$ trên $\left[-1;1\right]$ có

$f'\left(t\right)=3t^2-3\le 0,\forall t\in\left[-1;1\right]$

Nên hàm số nghịch biến trên $\left[-1;1\right]\Rightarrow -1=f\left(1\right)\le f\left(t\right)\le f\left(-1\right)=2\Rightarrow -2\le m\le 2$.

Vậy $m\in\left\{-2;-1;0;1;2\right\}$.

Câu 1: **[2D1-5.9-3] (Câu 45 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

A. $m\in(-\infty;3)$ **B.** $m\in(-\infty;-1)$ **C.** $m\in(-\infty:+\infty)$ **D.** $m\in(1:+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình

$$x^3-3x^2-m+2=-mx\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2x+m-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x+m-2=0\end{array}\right.$$

Đặt nghiệm $x_2=1$. Từ giải thiết bài toán trở thành tìm m để phương trình có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng.

Khi đó phương trình $x^2-2x+m-2=0$ phải có 2 nghiệm phân biệt

Vậy ta chỉ cần $\Delta'=1-(m-2)>0\Leftrightarrow m<3$

Câu 1: **[2D1-5.9-4] (Câu 48 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB=BC$

A. $m\in(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$ **B.** $m\in\mathbb{R}$

C. $m\in\left(-\frac{5}{4};+\infty\right)$ **D.** $m\in(-2;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2+x+2=mx-m+1$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2+x+1-(x-1)m=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2x-1)-(x-1)m=0$

$\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2x-1-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x-1-m=0\quad(2)\end{array}\right.$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ PT có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow\begin{cases}1-2-1-m\neq0\\\Delta'=(-1)^2+1+m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq-2\\m>-2\end{cases}\Leftrightarrow m>-2$

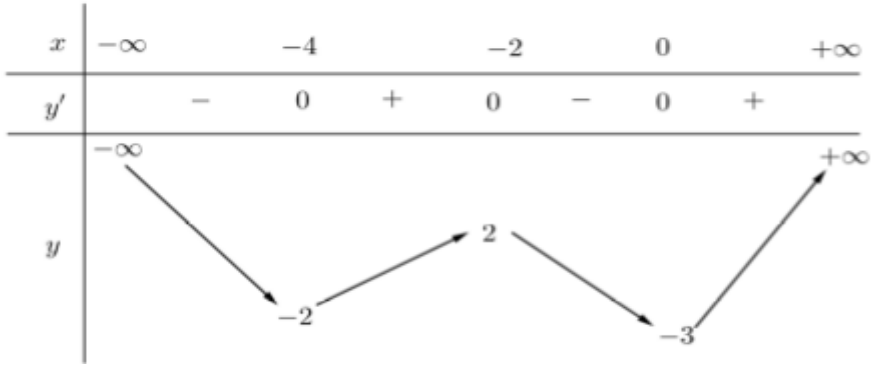
Mà $x=1$ cũng là hoành độ điểm uốn của đồ thị hàm số và AB = BC nên $B(1;\ 1\ )$ là trung điểm của AC, $A(x_1;mx_1-m+1),C(x_2;mx_2-m+1)$ với x_1,x_2 là hai nghiệm của PT.

Theo Viet, ta có: $x_1+x_2=2$

Suy ra $\begin{cases}x_B=\frac{x_A+x_C}{2}\\y_B=\frac{y_A+y_C}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1=\frac{x_1+x_2}{2}\\1=\frac{m(x_1+x_2)-2m+2}{2}\end{cases}\quad(luôn\ luôn\ đúng\ \forall m)$

Kết hợp với điều kiện $m>-2$, ta được $m>-2$.

Câu 1: **[2D1-5.11-4] (Câu 50 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 25. **B.** 30. **C.** 29. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x)=f\left(x^2-4x\right)\Rightarrow g'(x)=(2x-4).f'\left(x^2-4x\right)$.

$$\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow(2x-4).f'\left(x^2-4x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-4=0\\ f'\left(x^2-4x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-4=0\\ x^2-4x=-4\\ x^2-4x=-2\\ x^2-4x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=2+\sqrt{2}\\ x=2-\sqrt{2}\\ x=0\\ x=4\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0		$2-\sqrt{2}$		2		$2+\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$			2				2				$+\infty$
	-3				-2				-3		

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow g(x)=\dfrac{m}{6}$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)\Leftrightarrow -3<\dfrac{m}{6}\le 2\Leftrightarrow -18<m\le 12$ mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-17;-16;...;11;12\}$.

Vậy có 30 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D1-5.12-4] (Câu 47 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hai hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$ và $y=|x+1|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là C_1 và C_2 . Tập hợp tất các các giải trịcủa m để C_1 và C_2 cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}=|x+1|-x-m$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;0;-1;-2\}$.

Với điều kiện trên, phương trình trở thành:

$$4-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=|x+1|-x-m \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}-4+|x+1|-x=m$$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}-4+|x+1|-x$ với tập xác định D, ta có:

$$f'(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{x+1}{|x+1|}-1<0,\forall x\in D.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-3
		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$			

Để C_1 và C_2 cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt. Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m\le -3$.

Câu 2: **[2D1-5.12-4] (Câu 50 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hai hàm số $y=\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}$ và $y=|x+2|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty:-2)$. **C.** $(-2:+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}=|x+2|-x-m$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;-2;-1;0\}$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành

$4-\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}=|x+2|-x-m \quad (*)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}-4+|x+2|-x=m$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}-4+|x+2|-x$ với tập xác định D. Ta có

$f'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+2)^2}-\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{x+2}{|x+2|}-1<0, \forall x\in D$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2
		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$			

Câu 3: Để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt. Từ bảng biến thiên suy ra tất cả các giá trị m cần tìm là $m\le -2$. **[2D1-5.12-4]**

(Câu 50 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019) Cho hai hàm số $y=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}$ và $y=|x+1|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}=|x+1|-x+m \quad (*)$

Điều kiện: $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;-2;-3;-4\}$.

Ta có $(*)\Leftrightarrow m=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}+x-|x+1|$.

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của hai đồ thị

$y=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}+x-|x+1|$ và $y=m$.

Ta có:

$$y'=\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{1}{(x+4)^2}+1-\frac{x+1}{|x+1|}$$

$$y'=\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{1}{(x+4)^2}+\frac{|x+1|-(x+1)}{|x+1|}>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;-2;-3;-4\}.$$

, (vì $|x+1|>x+1\ \forall x\neq -1\Rightarrow |x+1|-(x+1)>0\ \forall x\neq -1$).

BBT

x	$-\infty$		-4		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	3

Từ bảng biến thiên, để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $m\geq 3$.

Câu 4: **[2D1-5.12-4] (Câu 49 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hai hàm số $y=\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}$ và $y=|x+2|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 4 điểm phân biệt là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2):

$$\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}=|x+2|-x+m$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}-|x+2|+x-m=0.$$

Đặt $f(x)=\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}-|x+2|+x-m$.

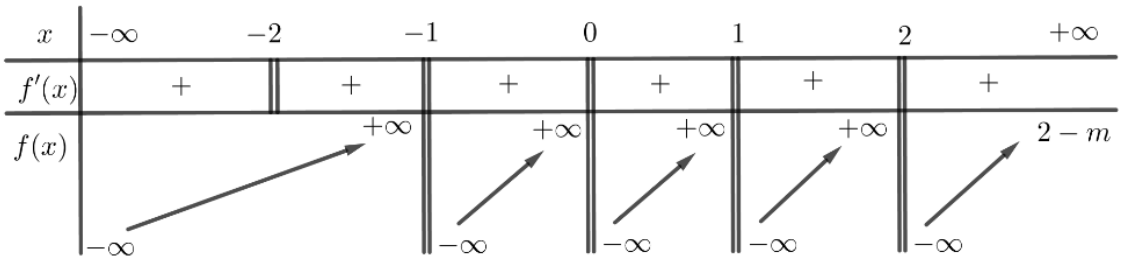
Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;0;1;2\}$.

$$f'(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{x+2}{|x+2|}+1$$

$$=\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{|x+2|-(x+2)}{|x+2|}$$

$$\Rightarrow f'(x)>0, \forall x\in D, x\neq -2.$$

Bảng biến thiên



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2-m\le 0\Leftrightarrow m\ge 2$.

Câu 1: **[2D1-5.18-3] (Câu 45 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{6}x^4-\frac{7}{3}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1), N(x_2;y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=4(x_1-x_2)$

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN có VTCP là $\overrightarrow{NM}=(x_1-x_2;y_1-y_2)=(x_1-x_2;4(x_1-x_2))$.

Chọn VTCP là $\vec{u}=(1;4)\Rightarrow VTPT\ \vec{n}=(4;-1)$.

Phương trình đường thẳng $MN: 4(x-x_1)-(y-y_1)=0\Leftrightarrow y=4x-4x_1+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2$.

Đường thẳng MN còn tiếp xúc với đồ thị (C) tại điểm A. Như vậy, nếu A có hoành độ là x_0 thì x_0 là nghiệm của phương trình $\frac{2}{3}x^3-\frac{14}{3}x=4\Leftrightarrow x^3-7x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-2\\x=3\end{array}\right.$

+ $x=-1$: $A\left(-1;-\frac{13}{6}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$-\frac{13}{6}=-4+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1\Leftrightarrow(x_1+1)^2\left(x_1^2-2x_1-11\right)=0$ (1)

có 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M, N khác A.

+ $x=-2$: $A\left(-2;-\frac{20}{3}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$-\frac{20}{3}=-8+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1\Leftrightarrow(x_1+2)^2\left(x_1^2-4x_1-4\right)=0$ (2)

có 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M, N khác A.

+ $x=3$: $A\left(3;-\frac{15}{2}\right)$

Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có:

$-\frac{15}{2}=12+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1\Leftrightarrow(x_1-3)^2\left(x_1^2+6x_1+13\right)=0$ (3)

chỉ có 1 nghiệm kép nên đường thẳng MN chỉ tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên loại.

Vậy có 2 điểm A thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 2: **[2D1-5.18-3] (Câu 40 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1);N(x_2;y_2)$ khác A thỏa mãn $y_1-y_2=6(x_1-x_2)$

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Ta có $A\in(C)\Rightarrow A\left(t;\frac{1}{4}t^4-\frac{7}{2}t^2\right)$

$y'=x^3-7x\Rightarrow y'(t)=t^3-7t$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là

$y=(t^3-7t)(x-t)+\frac{1}{4}t^4-\frac{7}{2}t^2\Leftrightarrow y=(t^3-7t)x-\frac{3}{4}t^4+\frac{7}{2}t^2$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{2}x^2=(t^3-7t)x-\frac{3}{4}t^4+\frac{7}{2}t^2$

$\Leftrightarrow x^4-14x^2-4(t^3-7t)x+3t^4-14t^2=0$

$\Leftrightarrow (x-t)^2(x^2+2tx+3t^2-14)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=t\\x^2+2tx+3t^2-14=0\ (1)\end{array}\right.$

Tiếp tuyến cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1);N(x_2;y_2)$ khác A khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác t

$\Leftrightarrow\begin{cases}t^2-(3t^2-14)>0\\t^2+2t^2+3t^2-14\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{7}<t<\sqrt{7}\\t\neq\pm\frac{\sqrt{21}}{3}\end{cases}\quad(2)$

Khi đó

$\begin{cases}x_1+x_2=-2t\\x_1x_2=3t^2-14\end{cases}$ và $\begin{cases}y_1=(t^3-7t)x_1-\frac{3}{4}t^4+\frac{7}{2}t^2\\y_2=(t^3-7t)x_2-\frac{3}{4}t^4+\frac{7}{2}t^2\end{cases}\Rightarrow y_1-y_2=(t^3-7t)(x_1-x_2)$

Ta có $y_1-y_2=6(x_1-x_2)\Leftrightarrow(t^3-7t)(x_1-x_2)=6(x_1-x_2)$

$\Leftrightarrow t^3-7t-6=0\Leftrightarrow(t+1)(t^2-t-6)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t+1=0\\t^2-t-6=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\ (n)\\t=-2\ (n)\\t=3\ (l)\end{array}\right.$

◎ Với $t=-1$ ta có $A\left(-1;-\frac{13}{4}\right)$

◎ Với $t=-2$ ta có $A(-2;-10)$

$\Rightarrow$ có hai điểm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 3: **[2D1-5.18-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A. Tổng tất cả các giá trị các phần tử của S là

A. 1 **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x\neq 1$; $y'=\frac{-1}{(x-1)^2}$

Đường thẳng d qua A có hệ số góc k là $y=k(x-a)+1$

d tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow\begin{cases}k(x-a)+1=\frac{-x+2}{x-1}(1)\\ k=\frac{-1}{(x-1)^2}(2)\end{cases}$ có nghiệm.

Thế (2) vào (1) ta có: $\frac{-1}{(x-1)^2}(x-a)+1=\frac{-x+2}{x-1}\Leftrightarrow -x+a+x^2-2x+1=-x^2+3x-2, x\neq 1$

$\Leftrightarrow 2x^2-6x+a+3=0(3)$

Để đồ thị hàm số có một tiếp tuyến qua A thì hệ là số nghiệm của hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có nghiệm duy nhất khác 1

$$\Leftrightarrow 2x^2-6x+a+3=0\,(3)\Leftrightarrow\left[\begin{cases}\Delta'=9-2a-6=0\\ 1-6+a+3\neq 0\end{cases}\begin{cases}\Delta'=9-2a-6>0\\ 2-6+a+3=0\end{cases}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{3}{2}\\ a=1\end{array}\right.$$

Cách 2: TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$; $y'=\frac{-1}{(x-1)^2}$

Giả sử tiếp tuyến đi qua $A(a;1)$ là tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=x_0$, khi đó phương trình tiếp tuyến có dạng: $y=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}(d)$

Vì $A\in d$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$1=\frac{-1}{\left(x_0-1\right)^2}\left(a-x_0\right)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}\Leftrightarrow\begin{cases}2x_0^2-6x_0+3+a=0(1)\\x_0\neq 1\end{cases}$$

Để chỉ có một tiếp tuyến duy nhất đi qua A thì phương trình (1) có nghiệm duy nhất khác 1

$$\Leftrightarrow\left[\begin{cases}\Delta'=9-2a-6=0\\1-6+a+3\neq 0\end{cases}\begin{cases}\Delta'=9-2a-6>0\\2-6+a+3=0\end{cases}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{3}{2}\\a=1\end{array}\right.$$

Câu 1: **[2D1-5.18-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^4-\frac{14}{3}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=8(x_1-x_2)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại A.

$$y'=\frac{4}{3}x^3-\frac{28}{3}x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\sqrt{7}\\x=0\\x=\sqrt{7}\end{array}\right..$$

Do tiếp tuyến tại A cắt (C) tại M, $N\Rightarrow x_A\in(-\sqrt{7};\sqrt{7})$.

Ta có: $y_1-y_2=8(x_1-x_2)\Rightarrow\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=8\Rightarrow k_d=8$. Suy ra $\frac{4}{3}x_A^3-\frac{28}{3}x_A=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_A=3\\x_A=-1\\x_A=-2\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện: $\left[\begin{array}{l}x_A=-1\\x_A=-2\end{array}\right.$. Vậy có 2 điểm A thỏa ycbt.

Cách 2:

Gọi $A\left(a;\frac{1}{3}a^4-\frac{14}{3}a^2\right)$ là tọa độ tiếp điểm

Phương trình tiếp tuyến tại A là $d:y=\left(\frac{4}{3}a^3-\frac{28}{3}a\right)(x-a)+\frac{1}{3}a^4-\frac{14}{3}a^2$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$\frac{1}{3}x^4-\frac{28}{3}x^2=\left(\frac{4}{3}a^3-\frac{28}{3}a\right)(x-a)+\frac{1}{3}a^4-\frac{14}{3}a^2$$

$$\Leftrightarrow(x-a)^2\left(x^2+2ax+3a^2-14\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x^2+2ax+3a^2-14=0\,(1)\end{array}\right.$$

Để (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác a

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\Delta>0\\6a^2-14\neq0\end{array}\right.\Leftrightarrow a\in(-\sqrt{7};\sqrt{7})\setminus\left\{\pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right\}.$$

Theo đề bài: $y_1-y_2=8(x_1-x_2)\Leftrightarrow\left(\frac{4}{3}a^3-\frac{28}{3}a\right)(x_1-x_2)=8(x_1-x_2)$

$\Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3-\frac{28}{3}a=8\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3 \\ a=-1 \\ a=-2 \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện: $\left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=-2 \end{array}\right.$. Vậy có 2 điểm A thỏa đề bài.

Câu 2: **[2D1-5.18-4] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=\frac{1}{8}x^4-\frac{7}{4}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$; $N(x_2;y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=3(x_1-x_2)$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng MN có dạng $\frac{x-x_2}{x_1-x_2}=\frac{y-y_2}{y_1-y_2}\Rightarrow$ hệ số góc của đường thẳng MN là $k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=3$.

Vậy tiếp tuyến tại $A\left(x_0;\frac{1}{8}x_0^4-\frac{7}{4}x_0^2\right)$ có hệ số góc

$$k=3\Leftrightarrow f'(x_0)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}x_0^3-\frac{7}{2}x_0=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}x_0^3-\frac{7}{2}x_0-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1 \\ x_0=3 \\ x_0=-2 \end{array}\right.$$

+) Với $x_0=-1\Rightarrow A\left(-1;-\frac{13}{8}\right)\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y=3x+\frac{11}{8}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{8}x^4-\frac{7}{4}x^2=3x+\frac{11}{8}\Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4-\frac{7}{4}x^2-3x-\frac{11}{8}=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1+\sqrt{3}\Rightarrow A\left(-1;-\frac{13}{8}\right) \\ x=1-\sqrt{3} \end{array}\right.$$ thỏa mãn đề bài.

+) Với $x_0=3\Rightarrow A\left(3;-\frac{171}{8}\right)\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y=3x-\frac{195}{8}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{8}x^4-\frac{7}{4}x^2=3x-\frac{195}{8}\Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4-\frac{7}{4}x^2-3x+\frac{195}{8}=0\Leftrightarrow (x-3)^2\left(x^2+6x+13\right)=0\Leftrightarrow x=3\Rightarrow$$

Tiếp tuyến cắt đồ thị tại một điểm $\Rightarrow A\left(3;-\frac{171}{8}\right)$ Không thỏa mãn.

+) Với $x_0 = -2 \Rightarrow A(-2;-5) \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến: $y = 3x+1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x+1 \Leftrightarrow \frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2\left(x^2-4x-2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2+\sqrt{6} \\ x=2-\sqrt{6} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$A(-2;-5)$ Thỏa mãn đề bài.

Vậy có hai điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

---HẾT---

Câu 1: **[2D2-1.1-2] (Câu 12 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính giá trị của biểu thức $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2017}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2016}$

A. $P=1$ **B.** $P=7-4\sqrt{3}$

C. $P=7+4\sqrt{3}$ **D.** $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2016}$

Lời giải

Chọn C

$P=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2017}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2016}=\left(7+4\sqrt{3}\right).\left[\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-7\right)\right]^{2016}$

$=\left(7+4\sqrt{3}\right)(-1)^{2016}=7+4\sqrt{3}.$

Câu 1: **[2D2-1.2-1] (Câu 11 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

A. a^6. **B.** $a^{\frac{3}{2}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

◆ Với $a>0$ ta có $\sqrt{a^3}=a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2: **[2D2-1.2-1] (Câu 13 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $P=x^{\frac{1}{8}}$ **B.** $P=x^2$ **C.** $P=\sqrt{x}$ **D.** $P=x^{\frac{2}{9}}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$

Câu 1: **[2D2-1.2-2] (Câu 29 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$

A. $Q=b^2$. **B.** $Q=b^{\frac{5}{9}}$. **C.** $Q=b^{-\frac{4}{3}}$. **D.** $Q=b^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}=b^{\frac{5}{3}}:b^{\frac{1}{3}}=b^{\frac{4}{3}}$.

Câu 2: **[2D2-1.2-2] (Câu 15 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho biểu thức $P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=x^{\frac{1}{2}}$ **B.** $P=x^{\frac{13}{24}}$ **C.** $P=x^{\frac{1}{4}}$ **D.** $P=x^{\frac{2}{3}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có, với $x>0$: $P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.x^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}}=\sqrt[4]{x.x^{\frac{7}{6}}}=\sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}}=x^{\frac{13}{24}}$.

Câu 1: **[2D2-2.2-1] (Câu 1 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là:

A. $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. **B.** $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

Lời giải

Chọn C

Công thức đạo hàm của hàm số lũy thừa là $\left(x^{\alpha}\right)'=\alpha.x^{\alpha-1}$.

Do đó $\left(x^{\frac{5}{4}}\right)'=\frac{5}{4}.x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 2: **[2D2-2.2-1] (Câu 10 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{2}}$ là

A. $y'=\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. **B.** $y'=\frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. **C.** $y'=\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $y'=\frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có trên khoảng $(0;+\infty)$ $y'=\left(x^{\frac{5}{2}}\right)'=\frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-1}=\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.

Câu 1: **[2D2-3.1-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a)$ bằng

A. $1+\log_2 a$. **B.** $1-\log_2 a$. **C.** $2-\log_2 a$. **D.** $2-\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2(2a)=\log_2 2+\log_2 a=1+\log_2 a$.

Câu 2: **[2D2-3.1-1] (Câu 3 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

A. $5+\log_5 a$. **B.** $5-\log_5 a$. **C.** $1+\log_5 a$. **D.** $1-\log_5 a$.

Lời giải

Chọn C

$\log_5(5a)=\log_5 5+\log_5 a=1+\log_5 a$.

Câu 3: **[2D2-3.1-1] (Câu 10 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$.

A. $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-\frac{1}{2}$. **D.** $I=-2$.

Lời giải

Chọn B

$$I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)^2=2\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)=2.$$

Câu 4: **[2D2-3.1-1] (Câu 6 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I=\log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I=\frac{1}{2}$ **B.** $I=0$ **C.** $I=-2$ **D.** $I=2$

Lời giải

Chọn D

$\log_{\sqrt{a}} a=\log_{a^{\frac{1}{2}}} a=2\log_a a=2$

Câu 5: **[2D2-3.1-1] (Câu 13 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho a là số thực dương $a\neq 1$ và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P=3$ **B.** $P=1$ **C.** $P=9$ **D.** $P=\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn C

$\log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = \log_{\frac{1}{a^3}} a^3 = 9$.

Câu 1: **[2D2-3.1-2] (Câu 27 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)}=4a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$9^{\log_3(a^2b)}=4a^3 \Leftrightarrow 3^{2\log_3(a^2b)}=4a^3 \Leftrightarrow 3^{\log_3(a^2b)^2}=4a^3 \Leftrightarrow \left(a^2b\right)^2=4a^3 \Leftrightarrow a^4b^2=4a^3 \Leftrightarrow ab^2=4.$

Câu 2: **[2D2-3.1-2] (Câu 30 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho a và b là hai số thực dương thoả mãn $9^{\log_3 ab}=4a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $9^{\log_3 ab}=4a \Leftrightarrow \left(3^{\log_3 ab}\right)^2=4a \Leftrightarrow a^2b^2=4a$, mà $a\neq 0$

Suy ra: $ab^2=4$.

Câu 3: **[2D2-3.1-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)}=3a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

$4^{\log_2(ab)}=3a$

$\Leftrightarrow \left(2^2\right)^{\log_2(ab)}=3a$

$\Leftrightarrow 2^{2\log_2(ab)}=3a$

$\Leftrightarrow 2^{\log_2(ab)^2}=3a$

$\Leftrightarrow (ab)^2=3a$, vì a và b là hai số thực dương

$\Leftrightarrow ab^2=3.$

Câu 4: **[2D2-3.1-2] (Câu 28 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3=8$. Giá trị của $\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$ab^3=8 \Leftrightarrow \log_2\left(ab^3\right)=\log_2 8 \Leftrightarrow \log_2 a+3\log_2 b=3.$

Câu 5: **[2D2-3.1-2] (Câu 21 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho $a;b$ là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3=16$. Giá trị của $2\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\log_2 a+3\log_2 b=\log_2 a^2.b^3=\log_2 16=4$.

Câu 6: **[2D2-3.1-2] (Câu 25 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho a và b là hai số thực dương thoả mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $a^3b^2=32\Leftrightarrow\log_2\left(a^3b^2\right)=\log_2 32\Leftrightarrow 3\log_2 a+2\log_2 b=5$.

Câu 7: **[2D2-3.1-2] (Câu 24 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b=16$. Giá trị của $4\log_2 a+\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4\log_2 a+\log_2 b=\log_2 a^4+\log_2 b=\log_2 a^4b=\log_2 16=4$.

Câu 8: **[2D2-3.1-2] (Câu 6 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a)-\ln(3a)$ bằng:

A. $\dfrac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ **B.** $\ln(2a)$ **C.** $\ln\dfrac{5}{3}$ **D.** $\dfrac{\ln 5}{\ln 3}$

Lời giải

Chọn C

$\ln(5a)-\ln(3a)=\ln\dfrac{5}{3}$.

Câu 9: **[2D2-3.1-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x=\alpha$, $\log_3 y=\beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{\alpha}{2}-\beta\right)$. **B.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{\alpha}{2}+\beta$

C. $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{\alpha}{2}+\beta\right)$. **D.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{\alpha}{2}-\beta$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{3}{2}\log_{27}x-3\log_{27}y=\frac{1}{2}\log_3 x-\log_3 y=\frac{\alpha}{2}-\beta.$$

Câu 10: **[2D2-3.1-2] (Câu 28 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho $\log_3 a=2$ và $\log_2 b=\frac{1}{2}$. Tính $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}}b^2$.

A. $I=\frac{5}{4}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3 a=2\Rightarrow a=3^2=9$ và $\log_2 b=\frac{1}{2}\Rightarrow b=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$.

$\Rightarrow I=2\log_3\left[\log_3(3.9)\right]+\log_{\frac{1}{4}}\left(\sqrt{2}\right)^2=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

Câu 11: **[2D2-3.1-2] (Câu 29 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(b^2c^3\right)$.

A. $P=31$ **B.** $P=13$ **C.** $P=30$ **D.** $P=108$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_a\left(b^2c^3\right)=2\log_a b+3\log_a c=2.2+3.3=13$.

Câu 12: **[2D2-3.1-2] (Câu 15 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2}b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=9\log_a b$. **B.** $P=27\log_a b$. **C.** $P=15\log_a b$ **D.** $P=6\log_a b$

Lời giải

Chọn D

$P=\log_a b^3+\log_{a^2}b^6=3\log_a b+\frac{6}{2}\log_a b=6\log_a b$

Câu 13: **[2D2-3.1-2] (Câu 33 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a\neq 1$, $a\neq\sqrt{b}$ và $\log_a b=\sqrt{3}$. Tính $\mathrm{P}=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P=-5+3\sqrt{3}$ **B.** $P=-1+\sqrt{3}$

C. $P=-1-\sqrt{3}$ **D.** $P=-5-3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P=\frac{\log_a\sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a\frac{\sqrt{b}}{a}}=\frac{\frac{1}{2}\left(\log_a b-1\right)}{\log_a\sqrt{b}-1}=\frac{\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\frac{1}{2}\log_a b-1}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}=-1-\sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a=2$, $b=2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P=-1-\sqrt{3}$.

Câu 14: **[2D2-3.1-2] (Câu 21 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Xét các số thực a, b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log^2_{\frac{a}{b}}\left(a^2\right)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$.

A. $P_{\min}=19$ **B.** $P_{\min}=13$ **C.** $P_{\min}=14$ **D.** $P_{\min}=15$

Lời giải

Chọn D

Với điều kiện đề bài, ta có

$$P=\log^2_{\frac{a}{b}}\left(a^2\right)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=\left[2\log_{\frac{a}{b}}a\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=4\left[\log_{\frac{a}{b}}\left(\frac{a}{b}.b\right)\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$=4\left[1+\log_{\frac{a}{b}}b\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$$

Đặt $t=\log_{\frac{a}{b}}b>0$ (vì $a>b>1$), ta có $P=4\left(1+t\right)^2+\frac{3}{t}=4t^2+8t+\frac{3}{t}+4=f\left(t\right)$.

Ta có $f'(t)=8t+8-\frac{3}{t^2}=\frac{8t^3+8t^2-3}{t^2}=\frac{\left(2t-1\right)\left(4t^2+6t+3\right)}{t^2}$

Vậy $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$. Khảo sát hàm số, ta có $P_{\min}=f\left(\frac{1}{2}\right)=15$.

Câu 1: **[2D2-3.1-3] (Câu 38 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2\left(a^2b\right)}=3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4^{\log_2\left(a^2b\right)}=3a^3\Leftrightarrow\left(a^2b\right)^{\log_2 4}=3a^3\Leftrightarrow\left(a^2b\right)^2=3a^3\Leftrightarrow ab^2=3$.

Câu 2: **[2D2-3.1-3] (Câu 42 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $\log_a x=3,\log_b x=4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{ab} x$.

A. $P=\dfrac{7}{12}$ **B.** $P=\dfrac{1}{12}$ **C.** $P=12$ **D.** $P=\dfrac{12}{7}$

Lời giải

Chọn D

$\log_a x=3\Rightarrow\log_x a=\dfrac{1}{3};\ \log_b x=4\Rightarrow\log_x b=\dfrac{1}{4}$

$P=\log_{ab} x=\dfrac{1}{\log_x\left(ab\right)}=\dfrac{1}{\log_x a+\log_x b}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}}=\dfrac{12}{7}$

Câu 1: **[2D2-3.2-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a)-\ln(3a)$ bằng

A. $\dfrac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$. **B.** $\dfrac{\ln 7}{\ln 3}$. **C.** $\ln\dfrac{7}{3}$. **D.** $\ln(4a)$

Lời giải

Chọn C

$\ln(7a)-\ln(3a)=\ln\left(\dfrac{7a}{3a}\right)=\ln\dfrac{7}{3}$.

Câu 2: **[2D2-3.2-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:

A. $3\log_3 a$. **B.** $3+\log_3 a$. **C.** $1+\log_3 a$. **D.** $1-\log_3 a$

Lời giải

Chọn C

Câu 3: **[2D2-3.2-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 a=\log_a 2$. **B.** $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_2 a}$. **C.** $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_a 2}$. **D.** $\log_2 a=-\log_a 2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: **[2D2-3.2-1] (Câu 12 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **B.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **C.** $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của lôgarit: $\forall a>0,b>0:\ln(ab)=\ln a+\ln b$

Câu 5: **[2D2-3.2-1] (Câu 17 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** **[2D2-3.2-2]** Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}\log_a b$ **B.** $\log_{a^2}(ab)=2+2\log_a b$

C. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{4}\log_a b$ **D.** $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^2}(ab)=\log_{a^2}a+\log_{a^2}b=\frac{1}{2}.\log_a a+\frac{1}{2}.\log_a b=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\log_a b$.

Câu 1: **[2D2-3.2-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b = 32$. **B.** $a^3b = 25$. **C.** $a^3 + b = 25$. **D.** $a^3 + b = 32$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 a^3b = 5 \Leftrightarrow a^3b = 2^5 \Leftrightarrow a^3b = 32$.

Câu 2: **[2D2-3.2-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 49$. **B.** $a^3b = 128$. **C.** $a^3 + b = 128$. **D.** $a^3b = 49$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 \left(a^3b\right) = 7 \Leftrightarrow a^3b = 2^7 = 128$.

Câu 3: **[2D2-3.2-2] (Câu 29 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Với a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 16b^2$. **B.** $a = 8b$. **C.** $a = 16b$. **D.** $a = 16b^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 a - 2\log_4 b = 4 \Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b = 4 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b} = \log_2 16 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 16 \Leftrightarrow a = 16b$.

Câu 4: **[2D2-3.2-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Với a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 27b^4$. **D.** $a = 27b^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3 a - 2\log_9 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = 27b$.

Câu 5: **[2D2-3.2-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Với a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 27b^4$. **D.** $a = 27b^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3 a - 2\log_9 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = 27b$.

Câu 6: **[2D2-3.2-2] (Câu 27 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Với a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a-2\log_9 b=2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=9b^4$. **B.** $a=9b$. **C.** $a=6b$. **D.** $a=9b^2$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3 a-2\log_9 b=2$

$\Leftrightarrow \log_3 a-\log_3 b=2$

$\Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b}=2$

$\Leftrightarrow \frac{a}{b}=9\Leftrightarrow a=9b$.

Câu 7: **[2D2-3.2-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Với a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a-2\log_4 b=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $a=8b^2$. **B.** $a=8b$. **C.** $a=6b$. **D.** $a=8b^4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a-2\log_4 b=3\Leftrightarrow \log_2 a-2\log_{2^2} b=3\Leftrightarrow \log_2 a-\log_2 b=3$

$\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b}=3\Leftrightarrow \frac{a}{b}=8\Leftrightarrow a=8b$.

Câu 8: **[2D2-3.2-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Với a,b là số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng.

A. $\frac{1}{2}+\log_a b$ **B.** $\frac{1}{2}\log_a b$ **C.** $2+\log_a b$ **D.** $2\log_a b$

Lời giải

Tác giả:Tăng Duy Hùng

Phản biện1:Xuân Hưng Lê Phản biện2: Tuấn Minh

Chọn B

Ta có $\log_{a^\alpha} b=\frac{1}{\alpha}\log_a b$, $a,b>0,a\neq 1$. Vậy: $\log_{a^2} b=\frac{1}{2}\log_a b$; $a,b>0,a\neq 1$

Câu 9: **[2D2-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Xét các số thực $a;b$ thỏa mãn $\log_3\left(3^a.9^b\right)=\log_9 3$. Mệnh đề nào là đúng?

A. $a+2b=2$. **B.** $4a+2b=1$. **C.** $4ab=1$. **D.** $2a+4b=1$.

Lời giải

Chọn D

$\log_3\left(3^a.9^b\right)=\log_9 3\Rightarrow \log_3\left(3^a\right)+\log_3\left(9^b\right)=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow a+2b=\frac{1}{2}\Rightarrow 2a+4b=1$.

Câu 10: **[2D2-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=b^2$. **B.** $a^3=b$. **C.** $a=b$. **D.** $a^2=b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2 a=\log_8(ab)\Leftrightarrow\log_2 a=\log_2(ab)^{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow a=(ab)^{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow a^2=b.$

Câu 11: **[2D2-3.2-2] (Câu 20 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Đặt $\log_3 2=a$, khi đó $\log_{16}27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3}{4a}$. **C.** $\frac{4}{3a}$. **D.** $\frac{4a}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{16}27=\frac{\log_3 3^3}{\log_3 2^4}=\frac{3}{4.\log_3 2}=\frac{3}{4a}$.

Câu 12: **[2D2-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$ **B.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$ **C.** $\log a^3=3\log a$ **D.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$

Lời giải

Chọn C

Câu 13: **[2D2-3.2-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Với mọi a, b, x là các số thực dương thoả mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x=3a+5b$. **B.** $x=5a+3b$. **C.** $x=a^5+b^3$. **D.** $x=a^5b^3$.

Lời giải

Chọn D

Có $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b=\log_2 a^5+\log_2 b^3=\log_2 a^5b^3\Leftrightarrow x=a^5b^3$.

Câu 14: **[2D2-3.2-2] (Câu 43 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2+b^2=8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. **B.** $\log(a+b)=1+\log a+\log b$.

C. $\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$. **D.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}+\log a+\log b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $a^2+b^2=8ab\Leftrightarrow(a+b)^2=10ab$;

$\Leftrightarrow\log(a+b)^2=\log(10ab)$

$\Leftrightarrow 2\log(a+b)=\log 10+\log a+\log b$

$\Leftrightarrow\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$.

Câu 15: **[2D2-3.2-2] (Câu 16 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log_2 b$.

B. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+\frac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b$.

C. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b$.

D. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+\frac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=\log_2(2a^3)-\log_2(b)=\log_2 2+\log_2 a^3-\log_2 b=1+3\log_2 a-\log\ b$.

Câu 16: **[2D2-3.2-2] (Câu 16 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $f(x)=2^x.7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(x)<1\Leftrightarrow x+x^2\log_2 7<0$

B. $f(x)<1\Leftrightarrow x\ln 2+x^2\ln 7<0$

C. $f(x)<1\Leftrightarrow x\log_7 2+x^2<0$

D. $f(x)<1\Leftrightarrow 1+x\log_2 7<0$

Lời giải

Chọn D

Đáp án A đúng vì $f(x)<1\Leftrightarrow\log_2 f(x)<\log_2 1\Leftrightarrow\log_2\left(2^x.7^{x^2}\right)<0\Leftrightarrow\log_2 2^x+\log_2 7^{x^2}<0$

$\Leftrightarrow x+x^2.\log_2 7<0$

Đáp án B đúng vì $f(x)<1\Leftrightarrow\ln f(x)<\ln 1\Leftrightarrow\ln\left(2^x.7^{x^2}\right)<0\Leftrightarrow\ln 2^x+\ln 7^{x^2}<0$

$\Leftrightarrow x.\ln 2+x^2.\ln 7<0$

Đáp án C đúng vì $f(x)<1\Leftrightarrow\log_7 f(x)<\log_7 1\Leftrightarrow\log_7\left(2^x.7^{x^2}\right)<0\Leftrightarrow\log_7 2^x+\log_7 7^{x^2}<0$

$\Leftrightarrow x.\log_7 2+x^2<0$

Vậy D sai vì $f(x)<1\Leftrightarrow\log_2 f(x)<\log_2 1\Leftrightarrow\log_2\left(2^x.7^{x^2}\right)<0\Leftrightarrow\log_2 2^x+\log_2 7^{x^2}<0$

$\Leftrightarrow x+x^2\log_2 7<0$.

Câu 1: **[2D2-3.2-3] (Câu 19 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đặt $a=\log_2 3, b=\log_5 3.$ Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

A. $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab}$ **B.** $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab}$

C. $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab+b}$ **D.** $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$

Lời giải

Chọn C

$$\log_6 45=\frac{\log_2\left(3^2.5\right)}{\log_2\left(2.3\right)}=\frac{2\log_2 3+\log_2 5}{1+\log_2 3}=\frac{2a+\log_2 3.\log_3 5}{1+a}=\frac{2a+\frac{\log_2 3}{\log_5 3}}{1+a}=\frac{2a+\frac{a}{b}}{1+a}=\frac{a+2ab}{ab+b}$$

CASIO: Sto\Gán $A=\log_2 3, B=\log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3$ \shift\Sto\ A tương tự B

Thử từng đáp án A: $\dfrac{A+2AB}{AB}-\log_6 45\approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án C: $\dfrac{A+2AB}{AB}-\log_6 45=0$ (chọn).

Câu 1: **[2D2-3.3-1] (Câu 6 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ **B.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$ **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của logarit.

Câu 1: **[2D2-3.3-2] (Câu 20 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hai số thực a và b, với $1<a<b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a b<1<\log_b a$ **B.** $1<\log_a b<\log_b a$

C. $\log_b a<\log_a b<1$ **D.** $\log_b a<1<\log_a b$

Lời giải

Chọn D

Cách 1- Tự luận: Vì $b>a>1\Rightarrow\begin{cases}\log_a b>\log_a a\\ \log_b b>\log_b a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_a b>1\\ 1>\log_b a\end{cases}\Rightarrow\log_b a<1<\log_a b$

Cách 2- Casio: Chọn $a=2;b=3\Rightarrow\log_3 2<1<\log_2 3\Rightarrow$ **Đáp án** **D.**

Câu 1: [2D2-4.0-3] **(ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỷ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n)=\dfrac{1}{1+49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát **ít nhất** bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

A. 202. **B.** 203. **C.** 206. **D.** 207.

Lời giải

Chọn B

Để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30% điều kiện là

$$P(n)=\frac{1}{1+49e^{-0,015n}}>30\%=\frac{3}{10}$$

$$\Leftrightarrow 1+49e^{-0,015n}<\frac{10}{3}\Leftrightarrow e^{-0,015n}<\frac{1}{21}\Leftrightarrow -0,015n<\ln\left(\frac{1}{21}\right)\Leftrightarrow n>-\frac{1}{0,015}\ln\left(\frac{1}{21}\right)\approx 202,968$$

$$\Rightarrow n\geq 203\Rightarrow n_{\min}=203.$$

Câu 1: [2D2-4.0-4] **(Câu 49 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(m;n)$ sao cho $m+n\le 12$ và ứng với mỗi cặp $(m;n)$ tồn tại đúng 3 số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m = n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

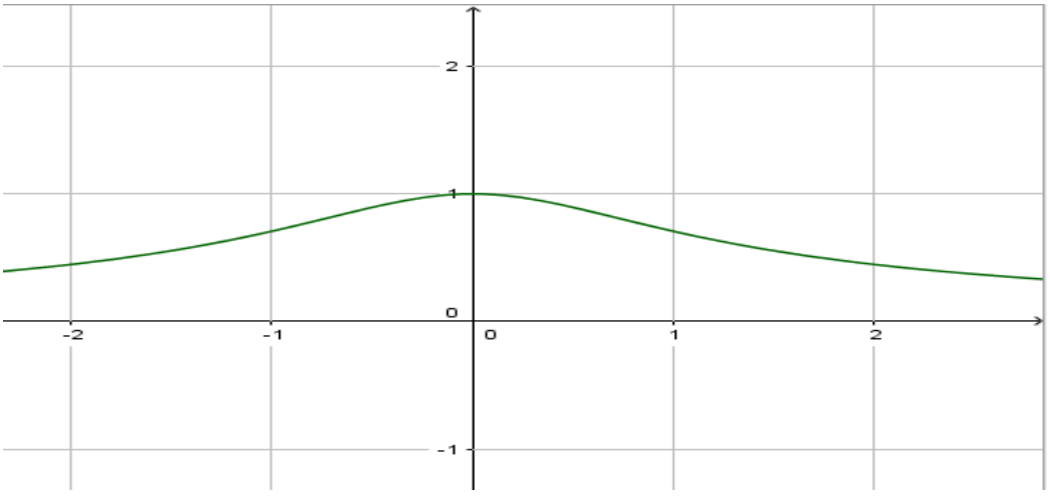
Chọn D

Xét hàm số $f(x)=\frac{2}{n}x^m-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ trên $(-1;1)$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{2m}{n}x^{m-1}-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. Khi đó: $f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{2m}{n}x^{m-1}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Theo bài: Để $f(x)=0$ có ba nghiệm thuộc khoảng $(-1;1)$ thì phương trình $\frac{2m}{n}x^{m-1}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ phải có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(-1;1)$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ như hình vẽ.



Và đồ thị của hàm số $y=x^{m-1}$ suy ra $m-1$ chẵn và $m-1>0$

$\Rightarrow m\in\{3;5;...;11\}$. Khi đó $f'(x)=0$ có hai nghiệm trái dấu $\begin{cases}x_1<0\\x_2>0\end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	x_1	0	x_2	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow f(-1)$	$\nearrow f(x_1)$	$\searrow 0$	$\searrow f(x_2)$	$\nearrow f(1)$	$\nearrow +\infty$

Từ bảng biến thiên: Phương trình có 3 nghiệm thuộc khoảng $(-1;1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(-1)<0 \\ f(1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{2}{n} < \ln\left(\sqrt{2}-1\right) \\ \dfrac{2}{n} > \ln\left(\sqrt{2}+1\right) \end{cases} \Leftrightarrow n \le 2 \Rightarrow n \in \{1;2\}.$$

Với $m=3 \to 9$ có 8 cặp thỏa mãn

Với $m=11 \Rightarrow n=1$ có 1 cặp thỏa mãn

Vậy có 9 cặp $(m;n)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D2-4.1-1] (Câu 1 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Tập xác định của hàm số $\log_4 x$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số $\log_4 x$ là $(0;+\infty)$.

Câu 2: **[2D2-4.1-1] (Câu 22 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$y=\log_3 x$ có nghĩa khi $x>0$, suy ra TXĐ: $D=(0;+\infty)$

Câu 3: **[2D2-4.1-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Tập xác định của hàm số $y=\log_6 x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Biểu thức $\log_6 x$ xác định khi $x>0$. Do đó tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

Câu 4: **[2D2-4.1-1] (Câu 25 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Tập xác định của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\log_5 x$.

Điều kiện xác định: $x>0$. Suy ra tập xác định $D=(0;+\infty)$.

Câu 5: **[2D2-4.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Tập xác định của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $x>0$. Vậy tập xác định $D=(0;+\infty)$.

Câu 6: **[2D2-4.1-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(0;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $-3\in\mathbb{Z}^-$ nên hàm số xác định khi $x^2-x-2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq 2\end{cases}$. Vậy $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

Câu 7: **[2D2-4.1-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$

A. $D=\left(2-\sqrt{2};1\right)\cup\left(3;2+\sqrt{2}\right)$. **B.** $D=(1;3)$.

C. $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=\left(-\infty;2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x^2-4x+3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\ x>3\end{array}\right.$.

Câu 8: **[2D2-4.1-1] (Câu 16 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_5\dfrac{x-3}{x+2}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ **B.** $D=(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$

C. $D=(-2;3)$. **D.** $D=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

ĐK: $\dfrac{x-3}{x+2}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\ x>3\end{array}\right.$

TXĐ: $D=\left(-\infty;-2\right)\cup\left(3;+\infty\right)$

Câu 9: **[2D2-4.1-1] (Câu 24 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập xác định D của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D=(-\infty;1)$ **B.** $D=(1;+\infty)$ **C.** $D=\mathbb{R}$ **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x>1$

TXĐ: $D=\left(1;+\infty\right)$

Câu 1: [2D2-4.1-2] **(Câu 32 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\geq 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\leq 2$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2-2x-m+1>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m<0$.

Câu 2: [2D2-4.1-2] **(Câu 15 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** [2D2-4.0-2] Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$

A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$ **B.** $D=[-1;3]$

C. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$ **D.** $D=(-1;3)$

Lời giải

Chọn C

$y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$. Hàm số xác định khi $x^2-2x-3>0\Leftrightarrow x<-1$ hoặc $x>3$

Vậy tập xác định: $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$

Câu 1: **[2D2-4.1-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

A. $m=0.$ **B.** $0<m<3.$ **C.** $m<-1$ hoặc $m>0.$ **D.** $m>0.$

Lời giải

Chọn D

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$x^2-2x+m+1>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'=1-\left(1+m\right)<0\Leftrightarrow m>0.$

Câu 1: **[2D2-4.2-1] (Câu 10 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là

A. $y'=2^x\ln 2$. **B.** $y'=2^x$. **C.** $y'=\dfrac{2^x}{\ln 2}$. **D.** $y'=x.2^{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $y'=\left(2^x\right)'=2^x\ln 2.$

Câu 2: **[2D2-4.2-1] (Câu 25 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Hàm số $y=3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $3^{x^2-x}.\ln 3$. **B.** $(2x-1)3^{x^2-x}$. **C.** $\left(x^2-x\right).3^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1)3^{x^2-x}.\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: **[2D2-4.2-1] (Câu 18 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $\left(x^2-x\right)2^{x^2-x-1}$. **B.** $(2x-1).2^{x^2-x}$. **C.** $2^{x^2-x}.\ln 2$. **D.** $(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng quy tắc đạo hàm hàm số mũ $\left(a^u\right)'=u'.a^u.\ln a$.

Ta có: $y'=\left(x^2-x\right)'.2^{x^2-x}.\ln 2=(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Câu 4: **[2D2-4.2-1] (Câu 26 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Hàm số $y=3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).3^{x^2-3x}$. **B.** $3^{x^2-3x}.\ln 3$. **C.** $\left(x^2-3x\right).3^{x^2-3x-1}$. **D.** $(2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $y=a^u\Rightarrow y'=a^u.u'.\ln a$

$\Rightarrow y'=3^{x^2-3x}.\left(x^2-3x\right)'.\ln 3=(2x-3).3^{x^2-3x}.\ln 3.$

Câu 5: **[2D2-4.2-1] (Câu 19 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $y=2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3).2^{x^2-3x}.\ln 2$. **B.** $2^{x^2-3x}.\ln 2$. **C.** $(2x-3).2^{x^2-3x}$. **D.** $(x^2-3x).2^{x^2-3x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: **[2D2-4.2-1] (Câu 28 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$ **B.** $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$ **C.** $y'=\dfrac{2}{2x+1}$ **D.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(\log_2(2x+1)\right)'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 7: **[2D2-4.2-1] (Câu 2 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log x$.

A. $y'=\dfrac{1}{x}$ **B.** $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$ **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$ **D.** $y'=\dfrac{1}{10\ln x}$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\left(\log_a x\right)'=\dfrac{1}{x\ln a}$, ta được $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

Câu 8: **[2D2-4.2-1] (Câu 13 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính đạo hàm của hàm số $y=13^x$

A. $y'=x.13^{x-1}$ **B.** $y'=13^x\ln 13$ **C.** $y'=13^x$ **D.** $y'=\dfrac{13^x}{\ln 13}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=13^x\ln 13$.

Câu 1: **[2D2-4.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Hàm số $f(x)=\log_2\left(x^2-2x\right)$ có đạo hàm

A. $f'(x)=\dfrac{\ln 2}{x^2-2x}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{1}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\dfrac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{(2x-2)}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=\left(\log_2\left(x^2-2x\right)\right)'=\dfrac{\left(x^2-2x\right)'}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}=\dfrac{2x-2}{\left(x^2-2x\right)\ln 2}$.

Câu 2: **[2D2-4.2-2] (Câu 40 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$.

C. $y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $2y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1. $y'=\dfrac{(\ln x)'.x-x'.\ln x}{x^2}=\dfrac{\frac{1}{x}.x-\ln x}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

$$y''=\frac{(1-\ln x)'.x^2-\left(x^2\right)'(1-\ln x)}{x^4}=\frac{-\frac{1}{x}.x^2-2x(1-\ln x)}{x^4}$$
$$=\frac{-x-2x(1-\ln x)}{x^4}=-\frac{1+2(1-\ln x)}{x^3}=-\frac{3-2\ln x}{x^3}$$

Suy ra: $2y'+xy''=2.\dfrac{1-\ln x}{x^2}-x\dfrac{3-2\ln x}{x^3}=\dfrac{2-2\ln x-3+2\ln x}{x^2}=-\dfrac{1}{x^2}$.

Cách 2. Ta có $xy=\ln x$, lấy đạo hàm hai vế, ta được $y+xy'=\dfrac{1}{x}$.

Tiếp tục lấy đạo hàm hai vế của biểu thức trên, ta được $y'+y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$, hay $2y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 3: **[2D2-4.2-2] (Câu 18 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right)$.

A. $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$ **B.** $y'=\dfrac{1}{1+\sqrt{x+1}}$

C. $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$ **D.** $y'=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$y'=\left(\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right)\right)'=\frac{\left(1+\sqrt{x+1}\right)'}{1+\sqrt{x+1}}=\frac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}.$$

Câu 4: **[2D2-4.2-2] (Câu 18 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x+1}{4^x}$

A. $y'=\dfrac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$ **B.** $y'=\dfrac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $y'=\dfrac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$ **D.** $y'=\dfrac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=\dfrac{(x+1)'.4^x-(x+1).\left(4^x\right)'}{\left(4^x\right)^2}=\dfrac{4^x-(x+1).4^x.\ln 4}{\left(4^x\right)^2}$

$=\dfrac{4^x.(1-x.\ln 4-\ln 4)}{\left(4^x\right)^2}=\dfrac{1-x.2\ln 2-2\ln 2}{4^x}=\dfrac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

Câu 1: **[2D2-4.4-3] (Câu 37 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn $x^2+9y^2=6xy$. Tính $M=\dfrac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

A. $M=\dfrac{1}{4}$. **B.** $M=1$. **C.** $M=\dfrac{1}{2}$. **D.** $M=\dfrac{1}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2+9y^2=6xy\Leftrightarrow(x-3y)^2=0\Leftrightarrow x=3y$.

Khi đó $M=\dfrac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}=\dfrac{\log_{12}(12xy)}{\log_{12}(x+3y)^2}=\dfrac{\log_{12}(36y^2)}{\log_{12}(36y^2)}=1$.

Câu 1: **[2D2-4.4-4] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a>1, b>1$ và $a^x=b^y=\sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+2y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $\left[2;\frac{5}{2}\right)$. **C.** $[3;4)$. **D.** $\left[\frac{5}{2};3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a, b>1$ và $x, y>0$ nên $a^x; b^y; \sqrt{ab}>1$

Do đó: $a^x=b^y=\sqrt{ab} \Leftrightarrow \log_a a^x=\log_a b^y=\log_a \sqrt{ab} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b \\ 2y=1+\log_b a \end{cases}$.

Khi đó, ta có: $P=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\log_a b+\log_b a$.

Lại do $a, b>1$ nên $\log_a b, \log_b a>0$.

Suy ra $P\ge\frac{3}{2}+2\sqrt{\frac{1}{2}\log_a b.\log_b a}=\frac{3}{2}+\sqrt{2}$, $P=\frac{3}{2}+\sqrt{2} \Leftrightarrow \log_a b=\sqrt{2}$.

Lưu ý rằng, luôn tồn tại $a, b>1$ thỏa mãn $\log_a b=\sqrt{2}$.

Vậy $\min P=\frac{3}{2}+\sqrt{2}\in\left[\frac{5}{2};3\right)$.

Câu 2: **[2D2-4.4-4] (Câu 46 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2\frac{1-ab}{a+b}=2ab+a+b-3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=a+2b$.

A. $P_{\min}=\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ **B.** $P_{\min}=\frac{3\sqrt{10}-7}{2}$ **C.** $P_{\min}=\frac{2\sqrt{10}-1}{2}$ **D.** $P_{\min}=\frac{2\sqrt{10}-5}{2}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $ab<1$.

Ta có $\log_2\frac{1-ab}{a+b}=2ab+a+b-3 \Leftrightarrow \log_2\left[2(1-ab)\right]+2(1-ab)=\log_2(a+b)+(a+b)$ $(*)$.

Xét hàm số $y=f(t)=\log_2 t+t$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\frac{1}{t.\ln 2}+1>0, \forall t>0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow f\left[2(1-ab)\right]=f(a+b) \Leftrightarrow 2(1-ab)=a+b \Leftrightarrow a(2b+1)=2-b \Leftrightarrow a=\frac{-b+2}{2b+1}$.

Do $a>0,\ b>0$ nên $\frac{-b+2}{2b+1}>0\Rightarrow 0<b<2$.

Khi đó: $P=a+2b=\frac{-b+2}{2b+1}+2b$. Xét hàm số $g(b)=\frac{-b+2}{2b+1}+2b$ trên khoảng $(0;2)$.

$$g'(b)=\frac{-5}{(2b+1)^2}+2=0\Leftrightarrow(2b+1)^2=\frac{5}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=\frac{-2-\sqrt{10}}{4}\notin(0;2)\\ b=\frac{-2+\sqrt{10}}{4}\in(0;2)\end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên

x	0		$\frac{-2+\sqrt{10}}{4}$		2
$g'(b)$		$-$	0	$+$	
$g(b)$		$\searrow$	$\frac{-3+2\sqrt{10}}{2}$	$\nearrow$	

Vậy $P_{\min}=g\left(\frac{\sqrt{10}-2}{4}\right)=\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

Câu 3: **[2D2-4.4-4] (Câu 47 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3\frac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=x+y$.

A. $P_{\min}=\frac{9\sqrt{11}-19}{9}$ **B.** $P_{\min}=\frac{9\sqrt{11}+19}{9}$

C. $P_{\min}=\frac{18\sqrt{11}-29}{9}$ **D.** $P_{\min}=\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t\ (t>0)$

$f'(t)=\frac{1}{t.\ln 3}+1>0,\forall t\in(0;+\infty)$

Suy ra hàm số f đồng biến trên $(0;+\infty)$.

$$\log_3\frac{1-xy}{x+y}=3xy+x+2y-4\Leftrightarrow\log_3(1-xy)-\log_3(x+y)=3(xy-1)+x+2y-1$$

$$\Leftrightarrow\log_3 3(1-xy)+3(1-xy)=\log_3(x+2y)+x+2y$$

$$\Leftrightarrow f\left(3(1-xy)\right)=f(x+2y)$$

$$\Leftrightarrow 3(1-xy)=x+2y$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{3-x}{3x+2}$$

Mà $y>0$ nên $\frac{3-x}{3x+2}>0\Rightarrow 0<x<3$

$$P=x+y=x+\frac{3-x}{3x+2}\quad\forall x\in(0;3)$$

$P'=1-\frac{11}{(3x+2)^2}$. Cho $P'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\sqrt{11}-2}{3}\in(0;3)\\ x=\frac{-\sqrt{11}-2}{3}\notin(0;3)\end{array}\right.$

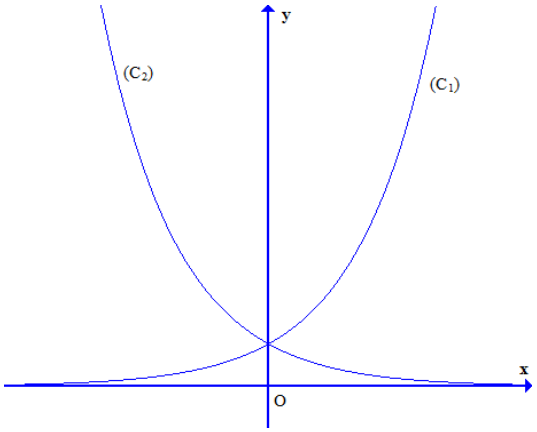
x	0		$\frac{\sqrt{11}-2}{3}$		3
P'	‖	$-$	0	$+$	
P	‖ ↘		$\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$	↗	3

Nhìn vào BBT, ta có: $P_{\min}=\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Câu 1: **[2D2-4.6-2] (Câu 22 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hai hàm số $y=a^x$, $y=b^x$ với a, b là 2 số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<a<b<1$. **B.** $0<b<1<a$.

C. $0<a<1<b$. **D.** $0<b<a<1$.



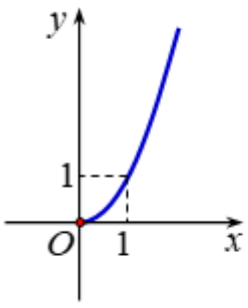
Lời giải

Chọn B

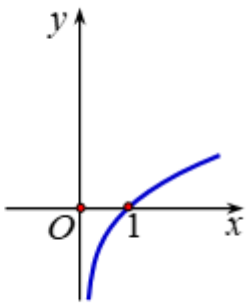
Vì hàm số $y=b^x$ nghịch biến nên $0<b<1$.

Vì hàm số $y=a^x$ đồng biến nên $a>1$.

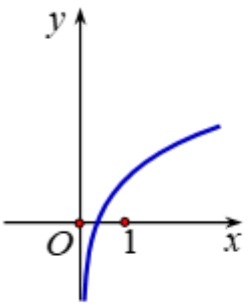
Câu 2: **[2D2-4.6-2] (Câu 15 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $f(x)=x\ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Tìm đồ thị đó?



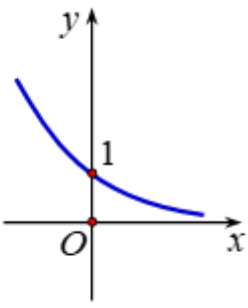
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1 **B.** Hình 2 **C.** Hình 3 **D.** Hình 4

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(0;+\infty)$

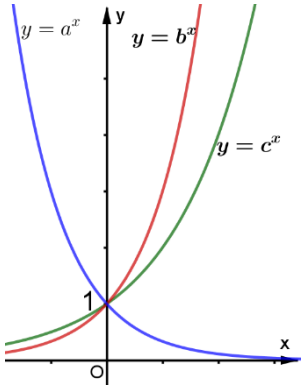
Ta có $f(x)=x\ln x \Rightarrow f'(x)=g(x)=\ln x+1$.

Ta có $g(1)=1$ nên đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;1)$. Loại hai đáp án B và D

Và $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(g(x)\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left[\ln(x)+1\right]$. Đặt $t=\dfrac{1}{x}$. Khi $x\to 0^+$ thì $t\to+\infty$.

Do đó $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(g(x)\right)=\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\ln\left(\dfrac{1}{t}\right)+1\right]=-\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\ln(t)-1\right]=-\infty$ nên loại đáp án A

Câu 3: **[2D2-4.6-2] (Câu 19 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho ba số thực dương a,b,c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ được cho trong hình vẽ bên



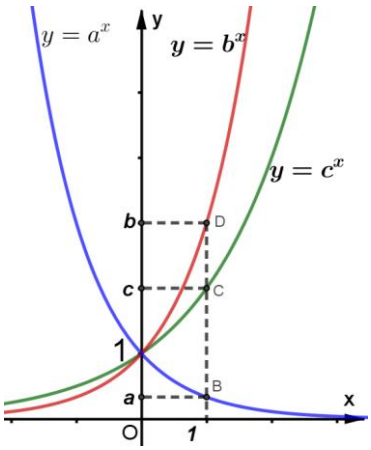
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<b<c$ **B.** $a<c<b$ **C.** $b<c<a$ **D.** $c<a<b$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $x=1$ đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $y=a, y=b, y=c$ như hình vẽ:



Từ đồ thị kết luận $a<c<b$

Câu 1: **[2D2-4.7-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

A. $1+\log_4 a$. **B.** $4-\log_4 a$. **C.** $4+\log_4 a$. **D.** $1-\log_4 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_4(4a)=\log_4 4+\log_4 a=1+\log_4 a$.

Câu 1: **[2D2-4.8-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 900.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước **C.** Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu **(kết quả làm tròn đến hàng nghìn)**?

A. 810 000 000 đồng. **B.** 813 529 000 đồng.

C. 797 258 000 đồng. **D.** 830 131 000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Đặt $T = 900\,000\,000$ **(đồng)**.

Giá bán loại xe X năm 2021 là: $T_1 = T.(1-2\%)$ đồng.

Giá bán loại xe X năm 2022 là: $T_2 = T_1.(1-2\%) = T.(1-2\%)^2$ đồng.

Giá bán loại xe X năm 2023 là: $T_3 = T_2(1-2\%) = T.(1-2\%)^3$ đồng.

Giá bán loại xe X năm 2024 là: $T_4 = T_3.(1-2\%) = T.(1-2\%)^4$ đồng.

Giá bán loại xe X năm 2025 là: $T_5 = T_4.(1-2\%) = T.(1-2\%)^5$ đồng.

Vậy năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là:

$900\,000\,000.(1-2\%)^5 \approx 813\,529\,000$ đồng

Câu 2: **[2D2-4.8-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,6\%/$ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi xuất không thay đổi và người đố không rút tiền ra?

A. 11 năm. **B.** 10 năm. **C.** 13 năm. **D.** 12 năm

Lời giải

Chọn A

Gọi số tiền gửi ban đầu là a, lãi suất là $d\%/$ năm.

Số tiền có được sau n năm là: $T_n = a(1+d)^n$

Theo giả thiết: $T_n = 2a \Leftrightarrow (1+d)^n = 2$

Thay số ta được: $(1+0,066)^n = 2 \Rightarrow n = \log_{1,066} 2 \Rightarrow n \approx 10,85$

Vậy sau ít nhất 11 năm. Chọn.**A.**

Nhận xét: Đây là bài toán với đáp án không chính xá C. Ta không thể làm tròn $n=\log_{1,066}2$ thành 11 vì khi thay vào phương trình $(1+d)^n=2$ sẽ không đúng. Lỗi là ở đề bài.

Câu 3: **[2D2-4.8-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $7,2\%$/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm. **B.** 12 năm. **C.** 9 năm. **D.** 10 năm

Lời giải

Chọn D

Gọi T,A,r,n lần lượt là tổng tiền cả vốn lẫn lãi sau n kì, vốn ban đầu, lãi suất và số kì.

$\Rightarrow T=A.(1+r)^n$

Số tiền người đó thu được gấp đôi số tiền gửi ban đầu:

$2A=A(1+r)^n$

$\Leftrightarrow 2=(1+7,2\%)^n$

$\Leftrightarrow n\approx 9,97$

Vậy sau ít nhất 10 năm thì số tiền nhận được sẽ gấp đôi số tiền ban đầu.

Câu 4: **[2D2-4.8-2] (Câu 16 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $7,5\%$/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm **B.** 9 năm **C.** 10 năm **D.** 12 năm

Lời giải

Chọn C

Gọi A là số tiền ban đầu gửi vào ngân hàng và n là số năm ít nhất để có được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu

Khi đó: $T_n=A(1+r)^n \Leftrightarrow 2A=A(1+r)^n \Leftrightarrow n=\log_{(1+r)}2\approx 9,58$.

Vậy $n=10$ năm.

Câu 5: **[2D2-4.8-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,4\%$/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ

sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng **B.** 102.423.000 đồng **C.** 102.016.000 đồng **D.** 102.017.000 đồng

Lời giải

Chọn A

Ta có $A_n = A_0(1+r)^n = 100.000.000\left(1+\frac{0,4}{100}\right)^6 = 102.424.128$

.

Câu 1: **[2D2-4.8-3] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Năm 2020 một hãng xe ô tô niêm yết giá bán xe X là $800.000.000$ đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước **C.** Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

A. $708.674.000$ đồng. **B.** $737.895.000$ đồng.

C. $723.137.000$ đồng. **D.** $720.000.000$ đồng.

Lời giải

Chọn C

Năm 2020 xe X có giá $800.000.000$ đồng. Vì mỗi năm giá bán giảm 2% so với năm trước đó nên giá bán của xe X năm 2021 là: $800.10^6 - 800.10^6.2\% = 800.10^6(1-2\%)$.

Giá bán của xe X năm 2022 là: $800.10^6(1-2\%)^2$.

Giá bán của xe X năm 2023 là: $800.10^6(1-2\%)^3$.

Giá bán của xe X năm 2024 là: $800.10^6(1-2\%)^4$.

Giá bán của xe X năm 2025 là: $800.10^6(1-2\%)^5 = 723.137.000$ đồng.

Câu 2: **[2D2-4.8-3] (Câu 39 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là $750.000.000$ và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước **C.** Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

A. $677.941.000$ đồng. **B.** $675.000.000$ đồng. **C.** $664.382.000$ đồng. **D.** $691.776.000$ đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi giá niêm yết đầu tiên là A đồng và mỗi năm giảm r giá bán so với giá bán của năm liền trước **C.**

Sau 1 năm, giá bán là $A(1-r)$ đồng.

…

Sau n năm, giá bán là $A(1-r)^n$.

Vậy, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là

$750.000.000(1-0,02)^5 = 677.940.5976$ đồng.

Câu 3: **[2D2-4.8-3] (Câu 44 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1% /tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau

đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. $2,22$ triệu đồng. **B.** $3,03$ triệu đồng. **C.** $2,25$ triệu đồng. **D.** $2,20$ triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi x (triệu đồng) là số tiền ông A phải trả cho ngân hàng mỗi tháng, $r=0,01$ là lãi suất hàng tháng. Đặt $q=1+r=1,01$.

Số tiền ông A còn nợ sau khi trả lần thứ 1 là: $T_1=100(1+r)-x=100q-x$.

Số tiền ông A còn nợ sau khi trả lần thứ 2 là:

$T_2=T_1q-x=100q^2-qx-x=100q^2-(q+1)x$.

Số tiền ông A còn nợ sau khi trả lần thứ 3 là:

$T_3=T_2q-x=\left(100q^2-(q+1)x\right)q-x=100q^3-\left(q^2+q+1\right)x$.

Số tiền ông A còn nợ sau khi trả lần thứ 60 (lần cuối) là:

$$T_{60}=100q^{60}-\left(q^{59}+q^{58}+...+q+1\right)x=100q^{60}-\frac{q^{60}-1}{q-1}x.$$

Do sau 5 năm ông A trả hết nợ nên $T_{60}=0 \Leftrightarrow x=\frac{100q^{60}(q-1)}{q^{60}-1}\approx 2,22$.

Vậy số tiền mà ông A phải trả hàng tháng cho ngân hàng khoảng $2,22$ (triệu đồng).

Câu 4: **[2D2-4.8-3] (Câu 16 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%$/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 13 năm **B.** 10 năm **C.** 11 năm **D.** 12 năm

Lời giải

Chọn D

Gọi x số tiền gửi ban đầu.

Theo giả thiết $2x=x\left(1+\frac{6,1}{100}\right)^N \Leftrightarrow 2=\left(1+\frac{6,1}{100}\right)^N$

$\Leftrightarrow 2=\left(1+\frac{6,1}{100}\right)^N \Leftrightarrow N=\log_{(1,061)}2\approx 11,7$

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó thu được số tiền thỏa yêu cầu.

Câu 5: **[2D2-4.8-3] (Câu 41 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016

là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước C. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2023 **B.** Năm 2022 **C.** Năm 2021 **D.** Năm 2020

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức: $1.(1+r)^n > 2 \Leftrightarrow 1.(1+0,15)^n > 2 \Leftrightarrow n > 4,96$

Vậy từ năm thứ 5 sau khi thành lập công ty thì tổng tiền lương bắt đầu lớn hơn 2 tỷ đồng.

Suy ra năm cần tìm là: $2016+5=2021$

Câu 6: **[2D2-4.8-3] (Câu 35 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 13 năm **B.** 14 năm **C.** 12 năm **D.** 11 năm

Lời giải

Chọn C

Gọi n là số năm một người gửi tiền vào ngân hàng.

Số tiền cả gốc và lãi người đó thu về sau n năm là: $50.000.000(1+6\%)^n$

Theo đề cho, ta có: $50.000.000(1+6\%)^n > 100.000.000 \Leftrightarrow (1,06)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} 2 \approx 11,9.$

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi.

Câu 7: **[2D2-4.8-3] (Câu 21 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m=\dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng) **B.** $m=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng)

C. $m=\dfrac{100.1,03}{3}$ (triệu đồng) **D.** $m=\dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$ (triệu đồng)

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Công thức: Vay số tiền A lãi suất $r\%$ / tháng. Hỏi trả số tiền a là bao nhiêu để n tháng hết nợ $a=\dfrac{A.r.\left(1+r\right)^n}{\left(1+r\right)^n-1}=\dfrac{100.0,01.\left(1+0,01\right)^3}{\left(1+0,01\right)^3-1}$.

Cách 2: Theo đề ta có: ông A trả hết tiền sau 3 tháng vậy ông A hoàn nợ 3 lần

Với lãi suất 12%/năm suy ra lãi suất một tháng là 1%

Hoàn nợ lần 1:

-Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là : $100.0,01+100=100.1,01$ (triệu đồng)

- Số tiền dư : $100.1,01-m$ (triệu đồng)

Hoàn nợ lần 2:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi)

là : $(100.1,01-m).0,01+(100.1,01-m)=(100.1,01-m).1,01=100.(1,01)^2-1,01.m$ (triệu đồng)

- Số tiền dư: $100.(1,01)^2-1,01.m-m$ (triệu đồng)

Hoàn nợ lần 3:

- Tổng tiền cần trả (gốc và lãi) là :

$\left[100.(1,01)^2-1,01.m-m\right].1,01=100.(1,01)^3-(1,01)^2m-1,01m$ (triệu đồng)

- Số tiền dư: $100.(1,01)^3-(1,01)^2m-1,01m-m$ (triệu đồng)

$\Rightarrow 100.(1,01)^3-(1,01)^2m-1,01m-m=0\Leftrightarrow m=\dfrac{100.(1,01)^3}{(1,01)^2+1,01+1}$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{100.(1,01)^3.(1,01-1)}{\left[(1,01)^2+1,01+1\right].(1,01-1)}=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng).

Câu 1: **[2D2-4.9-2] (Câu 39 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 900 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước C. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên của tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha?

A. Năm 2029. **B.** Năm 2051. **C.** Năm 2030. **D.** Năm 2050.

Lời giải

Chọn C

Gọi x là số năm tính từ 2019 đến năm có diện tích là 1700 ha, ta có

$1700 < 900(1+6\%)^x \Rightarrow x > 10,9$.

Năm đầu tiên của tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha chọn $x = 11$. Suy ra năm 2030.

Câu 2: **[2D2-4.9-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Trong năm 2019, diện tích trồng rừng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước C. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên của tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

A. Năm 2043. **B.** Năm 2025. **C.** Năm 2024. **D.** Năm 2042.

Lời giải

Phản biện: Trần Quốc An

Chọn B

Đặt $A_0 = 1000$ ha, $r = 6\%$.

Diện tích rừng trồng mới sau n năm là: $A_n = A_0(1+r)^n$

$\Rightarrow 1400 < 1000(1+r)^n \Rightarrow n > \log_{1+r}\frac{14}{10} \Rightarrow n > 5,77$.

Vậy tới năm 2025 diện tích rừng trồng mới đạt trên 1400 ha.

Câu 3: **[2D2-4.9-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ gia tăng dân số hằng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, $Tr.79$). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. 109.256.100. **B.** 108.374.700. **C.** 107.500.500. **D.** 108.311.100.

Lời giải

Chọn B

Từ năm 2017 đến năm 2035 có 18 năm.

Áp dụng công thức $S = A.e^{nr} = 93.671.600.e^{18.0,81\%} \approx 108.374.700$

Câu 4: **[2D2-4.9-2] (Câu 14 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 48 phút. **B.** 19 phút. **C.** 7 phút. **D.** 12 phút.

Lời giải

Chọn C

Sau 3 phút ta có: $s(3) = s(0).2^3 \Rightarrow s(0) = \dfrac{s(3)}{2^3} = 78125.$

Tại thời điểm t số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con nên ta có:

$$s(t) = s(0).2^t \Leftrightarrow 2^t = \frac{s(t)}{s(0)} \Leftrightarrow 2^t = \frac{10.000.000}{78125} \Leftrightarrow 2^t = 128 \Leftrightarrow t = 7.$$

Câu 1: **[2D2-4.9-3] (Câu 41 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 850.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước

C. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 768.333.000 đồng. **B.** 765.000.000 đồng.

C. 752.966.000 đồng. **D.** 784.013.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Theo đề bài, ta có

Giá niêm yết xe X năm 2021 là: $G_{2021}=850000000\text{x}(1-2\%)$

Giá niêm yết xe X năm 2022 là: $G_{2022}=G_{2021}(1-2\%)=850000000\text{x}(1-2\%)^2$

……

Vậy giá niêm yết xe X năm 2025 là: $G_{2025}=850000000\text{x}(1-2\%)^5\approx 768333000$ đồng.

Câu 2: **[2D2-4.9-3] (Câu 40 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước C. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

A. Năm 2029. **B.** Năm 2028. **C.** Năm 2048. **D.** Năm 2049.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S_n=1400\,\text{ha}$; $A=800\,\text{ha}$; $r=6\%$.

Áp dụng công thức: $S_n=A(1+r)^n\Rightarrow A(1+r)^n>1400$

$\Leftrightarrow n>\log_{1+r}\left(\frac{1400}{A}\right)\Leftrightarrow n>\log_{1,06}\left(\frac{1400}{800}\right)\Leftrightarrow n>9,609\Rightarrow n=10$.

Vậy năm đầu tiên là năm 2029.

Câu 3: **[2D2-4.9-3] (Câu 41 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước C. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

A. Năm 2028. **B.** Năm 2047. **C.** Năm 2027. **D.** Năm 2046.

Lời giải

Chọn A

Gọi $S_0, S_n, r\%$ lần lượt là diện tích rừng trồng mới năm 2019, diện tích rừng trồng mới sau n năm và phần trăm diện tích rừng trồng mới tăng mỗi năm.

Sau 1 năm, diện tích rừng trồng mới là $S_1 = S_0 + S_0 r = S_0(1+r)$.

Sau 2 năm, diện tích rừng trồng mới là $S_2 = S_1 + S_1 r = S_1(1+r) = S_0(1+r)^2$.

…

Sau n năm, diện tích rừng trồng mới là $S_n = S_0(1+r)^n$.

Theo bài ra

$$S_0 = 600,\ r = 0,06,\ S_n > 1000 \Rightarrow 600(1+0,06)^n > 1000 \Rightarrow 1,06^n > \frac{5}{3} \Rightarrow n > \log_{1,06}\frac{5}{3} \approx 8,77.$$

Vậy phải sau ít nhất 9 năm thì diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mới đạt trên 1000 ha. Đó là năm 2028.

Câu 1: **[2D2-5.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$ là

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

$3^{x-1}=27\Leftrightarrow 3^{x-1}=3^3\Leftrightarrow x=4$.

Câu 2: **[2D2-5.1-1] (Câu 3 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\frac{17}{2}$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^{2x-1}=32\Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^5\Leftrightarrow 2x-1=5\Leftrightarrow x=3$.

Câu 3: **[2D2-5.1-1] (Câu 5 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{5}{2}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{2x-1}=8\Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^3\Leftrightarrow 2x-1=3\Leftrightarrow x=2$.

Câu 4: **[2D2-5.1-1] (Câu 13 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=5$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{2x+1}=27\Leftrightarrow 3^{2x+1}=3^3\Leftrightarrow 2x+1=3\Leftrightarrow x=1$.

Câu 5: **[2D2-5.1-1] (Câu 4 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Nghiệm phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{2x-1}=27\Leftrightarrow 3^{2x-1}=3^3\Leftrightarrow 2x-1=3\Leftrightarrow x=2$.

Câu 6: **[2D2-5.1-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-1\right)=3$ là

A. $\{-3;3\}$. **B.** $\{-3\}$. **C.** $\{3\}$. **D.** $\left\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\right\}$

Lời giải

Chọn A

$\log_2\left(x^2-1\right)=3 \Leftrightarrow x^2-1=8 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm 3$.

Câu 7: **[2D2-5.1-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x=m$ có nghiệm thự C.

A. $m\geq 1$. **B.** $m\geq 0$ **C.** $m>0$ **D.** $m\neq 0$

Lời giải

Chọn C

Để phương trình $3^x=m$ có nghiệm thực thì $m>0$.

Câu 1: **[2D2-5.2-1] (Câu 22 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Nghiệm của phương trình $2^{2x-2}=2^x$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{2x-2}=2^x \Leftrightarrow 2x-2=x \Leftrightarrow x=2$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=2$.

Câu 2: **[2D2-5.2-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=2^x$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^{2x-1}=2^x \Leftrightarrow 2x-1=x \Leftrightarrow x=1$.

Câu 3: **[2D2-5.2-1] (Câu 24 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Nghiệm của phương trình $2^{2x-4}=2^x$ là

A. $x=16$. **B.** $x=-16$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn D

$2^{2x-4}=2^x \Leftrightarrow 2x-4=x \Leftrightarrow x=4$.

Câu 4: **[2D2-5.2-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Nghiệm của phương trình $2^{2x-3}=2^x$ là

A. 8. **B.** -8. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{2x-3}=2^x \Leftrightarrow 2x-3=x \Leftrightarrow x=3$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x=3$.

Câu 5: **[2D2-5.2-1] (Câu 8 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Nghiệm của phương trình $3^{x+2}=27$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x+2}=27 \Leftrightarrow 3^{x+2}=3^3 \Leftrightarrow x+2=3 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 6: **[2D2-5.2-1] (Câu 10 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Nghiệm của phương trình $3^{x+1}=9$ là

A. $x=1.$ **B.** $x=2.$ **C.** $x=-2.$ **D.** $x=-1.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{x+1}=9\Leftrightarrow x+1=\log_3 9\Leftrightarrow x=1.$

Câu 7: **[2D2-5.2-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Nghiệm của phương trình $3^{x-2}=9$ là.

A. $x=-3$ **B.** $x=3$ **C.** $x=4$ **D.** $x=-4$

Lời giải

Tác giả:Tăng Duy Hùng

Phản biện1:Xuân Hưng Lê Phản biện2: Tuấn Minh

Chọn C

Ta có $3^{x-2}=9\Leftrightarrow 3^{x-2}=3^2\Leftrightarrow x-2=2\Leftrightarrow x=4$

Câu 8: **[2D2-5.2-1] (Câu 2 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=9$ là

A. $x=-2.$ **B.** $x=3.$ **C.** $x=2.$ **D.** $x=-3.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x-1}=9\Leftrightarrow 3^{x-1}=3^2\Leftrightarrow x-1=2\Leftrightarrow x=3.$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=3.$

Câu 9: **[2D2-5.2-1] (Câu 13 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$

A. $x=9$ **B.** $x=3$ **C.** $x=4$ **D.** $x=10$

Lời giải

Chọn C

$3^{x-1}=3^3\Leftrightarrow x-1=3\Leftrightarrow x=4.$

Câu 1: **[2D2-5.2-2] (Câu 12 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Nghiệm của phương trình $5^{2x-4}=25$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

- Ta có $5^{2x-4}=25\Leftrightarrow 5^{2x-4}=5^2\Leftrightarrow 2x-4=2\Leftrightarrow x=3.$
- Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{3\}$.

Câu 2: **[2D2-5.2-2] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Phương trình $5^{2x+1}=125$ có nghiệm là

A. $x=\frac{3}{2}$ **B.** $x=\frac{5}{2}$ **C.** $x=1$ **D.** $x=3$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $5^{2x+1}=125\Leftrightarrow 5^{2x+1}=5^3\Leftrightarrow 2x+1=3\Leftrightarrow x=1.$

Câu 3: **[2D2-5.2-2] (Câu 14 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Phương trình $2^{2x+1}=32$ có nghiệm là

A. $x=\frac{5}{2}$ **B.** $x=2$ **C.** $x=\frac{3}{2}$ **D.** $x=3$

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{2x+1}=32\Leftrightarrow 2^{2x+1}=2^5\Leftrightarrow 2x+1=5\Leftrightarrow x=2.$

Câu 1: **[2D2-5.3-1] (Câu 1 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho phương trình $4^x+2^{x+1}-3=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2-3=0$. **B.** $t^2+t-3=0$. **C.** $4t-3=0$. **D.** $t^2+2t-3=0$.

Lời giải

Chọn D

$4^x+2^{x+1}-3=0\Leftrightarrow\left(2^x\right)^2+2.2^x-3=0$

Đặt $t=2^x\ \ (t>0)$. Phương trình trở thành $t^2+2t-3=0$

Câu 1: **[2D2-5.3-2] (Câu 31 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(7-3^x\right)=2-x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $7-3^x>0$.

Ta có $\log_3\left(7-3^x\right)=2-x\Leftrightarrow 7-3^x=3^{2-x}\Leftrightarrow 3^{2x}-7.3^x+9=0\quad(1)$.

Đặt $t=3^x$, điều kiện $0<t<7\quad(*)$.

Phương trình (1) trở thành $t^2-7t+9=0\quad(2)$.

Dễ thấy phương trình (2) có hai nghiệm $t_1=\dfrac{7+\sqrt{13}}{2}$, $t_2=\dfrac{7-\sqrt{13}}{2}$ thỏa mãn điều kiện $(*)$

Theo định lý Vi-ét: $t_1.t_2=9\Rightarrow 3^{x_1}.3^{x_2}=9\Leftrightarrow 3^{x_1+x_2}=9\Leftrightarrow x_1+x_2=2$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là 2.

Câu 2: **[2D2-5.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0$ có nghiệm dương?

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Phương trình $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0$ có nghiệm $\forall x\in(0;+\infty)$

Phương trình tương đương $\left(\dfrac{4}{3}\right)^{2x}-2.\left(\dfrac{4}{3}\right)^x+(m-2)=0$ có nghiệm $\forall x\in(0;+\infty)$

Đặt $t=\left(\dfrac{4}{3}\right)^x, t\in(1;+\infty)$

$\Rightarrow t^2-2.t+(m-2)=0,\forall t\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow t^2-2.t=2-m,\forall t\in(1;+\infty)$

Xét $y=t^2-2.t$

t	1		$+\infty$
y'	0	$+$	
y	-1	↗	$+\infty$

Phương trình có nghiệm $\forall t \in (1;+\infty)$ khi $2-m>-1 \Leftrightarrow m<3$

Câu 3: **[2D2-5.3-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2.3^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

A. $m=6$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $9^x-2.3^{x+1}+m=0 \Leftrightarrow 3^{2x}-6.3^x+m=0$.

Phương trình có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1 \Rightarrow \begin{cases} \Delta'=9-m>0 \\ 3^{x_1}+3^{x_2}=6>0 \Leftrightarrow m=3. \\ 3^{x_1+x_2}=3=m \end{cases}$

Theo đề bài ta có $3=3^{x_1}.3^{x_2}=m$.

Câu 4: **[2D2-5.3-2] (Câu 31 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực phân biệt

A. $m\in(-\infty;1)$ **B.** $m\in(0;+\infty)$ **C.** $m\in(0;1]$ **D.** $m\in(0;1)$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $4^x-2^{x+1}+m=0 \Leftrightarrow (2^x)^2-2.2^x+m=0,\ (1)$.

Đặt $t=2^x>0$. Phương trình (1) trở thành: $t^2-2t+m=0,\ (2)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt và lớn hơn

$$0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m>0 \\ -\dfrac{-2}{1}>0 \\ \dfrac{m}{1}>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<1.$$

Câu 1: **[2D2-5.3-3] (Câu 28 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m.3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 8 **B.** 4 **C.** 19 **D.** 5

Lời giải

Chọn B

$9^x - m.3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0(1) \Leftrightarrow \left(3^x\right)^2 - 3m.3^x + 3m^2 - 75 = 0$

Đặt $t = 3^x, (t > 0)$

Phương trình trở thành: $t^2 - 3mt + 3m^2 - 75 = 0(2)$

(1) có hai ngiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 300 - 3m^2 > 0 \\ 3m > 0 \\ 3m^2 - 75 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 < m < 10 \\ m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m < -5 \\ m > 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 10$$

Do m nguyên nên $m = \{6;7;8;9\}$

Câu 2: **[2D2-5.3-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4^x - m.2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2m.2^x + 2m^2 - 5 = 0$

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Phương trình thành: $t^2 - 2m.t + 2m^2 - 5 = 0$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phânbiệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m^2 + 5 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < m < \sqrt{5} \\ m > 0 \\ m < -\sqrt{\frac{5}{2}} \ hoac \ m > \sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5}.$$

Do m nguyên nên $m = 2$. Vậy S chỉ có một phần tử.

Câu 3: **[2D2-5.3-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m.5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

A. 7. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $25^x - m.5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0\ (1)$.

Đặt $t = 5^x\ (t > 0)$. Phương trình trở thành $t^2 - 5mt + 7m^2 - 7 = 0\ (2)$.

YCBT $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $t_1, t_2 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25m^2 - 4\left(7m^2 - 7\right) > 0 \\ 5m > 0 \\ 7m^2 - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{2\sqrt{21}}{3}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2;3\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 4: **[2D2-5.3-3] (Câu 34 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m.4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 13 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 4^x, (t > 0)$. Phương trình trở thành:

$t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình có hai nghiệm phân biệt $t > 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 45 > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \\ 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m < -3 \vee m > 3 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{4;5;6\}$. Vậy S có 3 phần tử.

Câu 5: **[2D2-5.3-3] (Câu 20 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$ **B.** $[2;4]$ **C.** $(2;4)$ **D.** $(3;4)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $6^x+(3-m)2^x-m=0\ (1) \Leftrightarrow \dfrac{6^x+3.2^x}{2^x+1}=m$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{6^x+3.2^x}{2^x+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$, có

$f'(x)=\dfrac{12^x.\ln 3+6^x.\ln 6+3.2^x.\ln 2}{(2^x+1)^2}>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Suy ra $0<x<1 \Leftrightarrow f(0)<f(x)<f(1) \Leftrightarrow 2<f(x)<4$ vì $f(0)=2,\ f(1)=4.$

Vậy phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi $m\in(2;4)$.

Câu 1: **[2D2-5.5-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn $\log_{10a+3b+1}\left(25a^2+b^2+1\right)+\log_{10ab+1}\left(10a+3b+1\right)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 6. **C.** 22. **D.** $\frac{11}{2}$

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết ta có $25a^2+b^2+1>0$, $10a+3b+1>0$, $10a+3b+1>1$, $10ab+1>1$.

Áp dụng Cô-si, ta có $25a^2+b^2+1\geq 2\sqrt{25a^2b^2}+1=10ab+1$. Khi đó,

$\log_{10a+3b+1}\left(25a^2+b^2+1\right)+\log_{10ab+1}\left(10a+3b+1\right)$

$\geq \log_{10a+3b+1}\left(10ab+1\right)+\log_{10ab+1}\left(10a+3b+1\right)$

≥ 2 (Áp dụng Cô-si).

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}5a=b\\ \log_{10a+3b+1}\left(10ab+1\right)=\log_{10ab+1}\left(10a+3b+1\right)=1\end{cases}$

Suy ra $\begin{cases}b=\frac{5}{2}\\ a=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow a+2b=\frac{11}{2}$.

Câu 1: **[2D2-5.5-4] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};5\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{15x}$.

A. 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

- Khi $y\le 0$, vì $xy>-1$ và $x>\frac{1}{3}$ nên ta có $y>-3$.

Với $y=0$, phương trình thành: $27^{3x^2-15x}-1=0$ vô nghiệm vì $27^{3x^2-15x}-1<27^0-1=0, \forall x\in\left(\frac{1}{3};5\right)$

Với $y=-1$, phương trình thành: $27^{3x^2-16x}-(1-x)=0$ có nghiệm vì $g_1(x)=27^{3x^2-16x}-(1-x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};5\right]$ và $g_1\left(\frac{1}{3}\right).g_1(5)<0$.

Với $y=-2$, phương trình thành: $27^{3x^2-17x}-(1-2x)=0$ có nghiệm vì $g_2(x)=27^{3x^2-16x}-(1-2x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};5\right]$ và $g_2\left(\frac{1}{3}\right).g_2(5)<0$.

- Khi $y\ge 1$, xét trên $\left[\frac{1}{3};5\right]$, ta có

$$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{15x}\Leftrightarrow 3x^2-15x=\log_{27}(1+xy)-xy$$
$$\Leftrightarrow 3x-15-\frac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y=0.$$

Xét hàm $g(x)=3x-15-\frac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y$ trên $\left[\frac{1}{3};5\right]$.

Ta có $g'(x)=3+\frac{\ln(1+xy)}{x^2\ln 27}-\frac{y}{x(1+xy)\ln 27}>3-\frac{1}{3x^2\ln 3}\ge 3-\frac{3}{\ln 3}>0, \forall x\in\left[\frac{1}{3};5\right]$.

Do đó, hàm $g(x)$ đồng biến trên $\left[\frac{1}{3};5\right]$. Vì thế phương trình $g(x)=0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};5\right)$ khi và chỉ khi $g\left(\frac{1}{3}\right)g(5)<0$. Áp dụng bất đẳng thức $\ln(1+u)<u$ với mọi $u>0$, ta có

$$g(5)=-\frac{\log_{27}(1+5y)}{5}+y>-\frac{5y}{5\ln 27}+y>0.$$

Do đó $g\left(\frac{1}{3}\right)<0\Leftrightarrow -\log_3\left(1+\frac{y}{3}\right)+y-14<0\Leftrightarrow 1\le y\le 15$.

Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;...;15\}$ hay có 17 giá trị y thỏa đề.

Câu 2: **[2D2-5.5-4] (Câu 45 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{12x}$?

A. 14. **B.** 27. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

- **TH1**: $y\le 0$, vì $xy>-1$ và $x>\frac{1}{3}$ nên ta có $y>-3$.

Ta có thể kiểm tra trực tiếp để xem xét có nhận $y=-2, y=-1, y=0$ hay không.

+) Nếu $y=0\Rightarrow 27^{3x^2-12x}=1\Rightarrow 3x^2-12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin\left(\frac{1}{3};4\right)\\x=4\notin\left(\frac{1}{3};4\right)\end{array}\right.$ (trường hợp này loại).

+) Nếu $y=-1$ thỏa mãn.

+) Nếu $y=-2$ thỏa mãn.

- **TH2**: Khi $y\ge 1$, ta có:

$$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{12x}\Leftrightarrow 3x^2-12x=\log_{27}(1+xy)-xy\Leftrightarrow 3x-12-\frac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y=0.$$

Xét hàm $g(x)=3x-12-\frac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y$ trên $\left[\frac{1}{3};4\right]$.

Ta có $g'(x)=3+\frac{\ln(1+xy)}{x^2\ln 27}-\frac{y}{x(1+xy)\ln 27}>3-\frac{1}{3x^2\ln 3}\ge 3-\frac{3}{\ln 3}>0, \forall x\in\left[\frac{1}{3};4\right]$.

Do đó, hàm $g(x)$ đồng biến trên $\left[\frac{1}{3};4\right]$. Vì thế phương trình $g(x)=0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};4\right)$ khi và chỉ khi $g\left(\frac{1}{3}\right)g(4)<0$.

Áp dụng bất đẳng thức $\ln(1+u)<u$ với mọi $u>0$, ta có

$$g(4)=-\frac{\ln(1+4y)}{18\ln 3}+y>-\frac{y}{3\ln 3}+y>0.$$

Do đó $g\left(\frac{1}{3}\right)<0\Leftrightarrow -\log_3\left(1+\frac{y}{3}\right)+y-11<0\Leftrightarrow 1\le y\le 12$ (do y là số nguyên dương).

Vậy có 14 giá trị nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{12x}$.

Câu 3: **[2D2-5.5-4] (Câu 47 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{9x}$.

A. 27. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

✙ Khi $y \le 0$, vì $xy > -1$ và $x > \frac{1}{3}$ nên ta có $y > -3$.

Với $y = 0$, phương trình thành: $27^{3x^2-9x} - 1 = 0$ vô nghiệm vì

$27^{3x^2-9x} - 1 < 27^0 - 1 = 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3};3\right)$

Với $y = -1$, phương trình thành: $27^{3x^2-10x} - (1-x) = 0$, có nghiệm vì

$g_1(x) = 27^{3x^2-10x} - (1-x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$ và $g_1\left(\frac{1}{3}\right).g_1(3) < 0$.

Với $y = -2$, phương trình thành: $27^{3x^2-11x} - (1-2x) = 0$, có nghiệm vì

$g_2(x) = 27^{3x^2-11x} - (1-2x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$ và $g_2\left(\frac{1}{3}\right).g_2(3) < 0$.

✙ Khi $y \ge 1$, xét trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$, ta có

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{9x} \Leftrightarrow 3x^2 - 9x = \log_{27}(1+xy) - xy$$

$$\Leftrightarrow 3x - 9 - \frac{\log_{27}(1+xy)}{x} + y = 0.$$

Xét hàm $g(x) = 3x - 9 - \frac{\log_{27}(1+xy)}{x} + y$ trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$.

Ta có $g'(x) = 3 + \frac{\ln(1+xy)}{x^2 \ln 27} - \frac{y}{x(1+xy)\ln 27} > 3 - \frac{1}{3x^2 \ln 3} \ge 3 - \frac{3}{\ln 3} > 0, \forall x \in \left[\frac{1}{3};3\right]$.

Do đó, hàm $g(x)$ đồng biến trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$. Vì thế phương trình $g(x) = 0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};3\right)$ khi và chỉ khi $g\left(\frac{1}{3}\right)g(3) < 0$. Áp dụng bất đẳng thức $\ln(1+u) < u$ với mọi $u > 0$, ta có

$$g(3) = -\frac{\log_{27}(1+3y)}{3} + y > -\frac{3y}{3\ln 27} + y > 0.$$

Do đó $g\left(\frac{1}{3}\right) < 0 \Leftrightarrow -\log_3\left(1+\frac{y}{3}\right) + y - 8 < 0 \Leftrightarrow 1 \le y \le 9$ (do y là số nguyên dương).

Vậy $y \in \{-2;-1;1;2;...;9\}$ hay có 11 giá trị y thỏa đề.

Câu 4: **[2D2-5.5-4] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 \le x \le 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

A. 2019. **B.** 6. **C.** 2020. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>-1$

Ta có: $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y \Leftrightarrow \log_3(x+1)+(x+1)=2y+3^{2y}$ (*)

Xét hàm số $f(t)=t+3^t, t\in\mathbb{R}$ có $f'(t)=1+3^t\ln 3>0, \forall t\in\mathbb{R}$, tức hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó $(*)\Leftrightarrow f(\log_3(x+1))=f(2y)\Leftrightarrow \log_3(x+1)=2y\Leftrightarrow x=9^y-1$

Vì $0\le x\le 2020$ nên $0\le 9^y-1\le 2020\Leftrightarrow 0\le y\le \log_9 2021$.

Do y nguyên nên $y\in\{0;1;2;3\}$.

$\Rightarrow (x;y)\in\{(0;0);(8;1);(80;2);(728;3)\}$ nên tổng cộng có 4 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa đề.

Câu 5: **[2D2-5.5-4] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho phương trình $2^x+m=\log_2(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-18;18)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 9 **B.** 19 **C.** 17 **D.** 18

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x>m$

Đặt $t=\log_2(x-m)$ ta có $\begin{cases}2^x+m=t\\2^t+m=x\end{cases}\Rightarrow 2^x+x=2^t+t$ (1)

Do hàm số $f(u)=2^u+u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên ta có $(1)\Leftrightarrow t=x$. Khi đó:

$2^x+m=x\Leftrightarrow m=x-2^x$.

Xét hàm số $g(x)=x-2^x\Rightarrow g'(x)=1-2^x\ln 2=0\Leftrightarrow x=-\log_2(\ln 2)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\log_2(\ln 2)$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(-\log_2(\ln 2))$	↘	$-\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m\le g(-\log_2(\ln 2))\approx -0,914$

Do m nguyên thuộc khoảng $(-18;18)$, nên $m\in\{-17;-16;...;-1\}$.

Câu 6: **[2D2-5.5-4] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn $\log_{2a+2b+1}(4a^2+b^2+1)+\log_{4ab+1}(2a+2b+1)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

A. $\frac{15}{4}$ **B.** 5 **C.** 4 **D.** $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $4a^2+b^2\ge 4ab$, với mọi $a,b>0$. Dấu '=' xảy ra khi $b=2a$ (1).

Khi đó

$2=\log_{2a+2b+1}\left(4a^2+b^2+1\right)+\log_{4ab+1}\left(2a+2b+1\right)\ge \log_{2a+2b+1}\left(4ab+1\right)+\log_{4ab+1}\left(2a+2b+1\right)$.

Mặt khác, theo bất đẳng thức Cauchy ta có $\log_{2a+2b+1}\left(4ab+1\right)+\log_{4ab+1}\left(2a+2b+1\right)\ge 2$.

Dấu '=' xảy ra khi $\log_{2a+2b+1}\left(4ab+1\right)=1\Leftrightarrow 4ab+1=2a+2b+1$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $8a^2-6a=0\Leftrightarrow a=\frac{3}{4}$. Suy ra $b=\frac{3}{2}$. Vậy $a+2b=\frac{15}{4}$.

Câu 7: **[2D2-5.5-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho phương trình $7^x+m=\log_7(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-25;25)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 9. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 26

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x>m$

Đặt $t=\log_7(x-m)$ ta có $\begin{cases}7^x+m=t\\7^t+m=x\end{cases}\Rightarrow 7^x+x=7^t+t$ (1)

Do hàm số $f(u)=7^u+u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên ta có $(1)\Leftrightarrow t=x$. Khi đó:

$7^x+m=x\Leftrightarrow m=x-7^x$.

Xét hàm số $g(x)=x-7^x\Rightarrow g'(x)=1-7^x\ln 7=0\Leftrightarrow x=-\log_7(\ln 7)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\log_7(\ln 7)$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g\left(-\log_7(\ln 7)\right)$	↘	$-\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m\le g\left(-\log_7(\ln 7)\right)\approx -0,856$

Do m nguyên thuộc khoảng $(-25;25)$, nên $m\in\{-24;-16;...;-1\}$.

Câu 8: **[2D2-5.5-4] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho phương trình $3^x+m=\log_3(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-15;15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 16. **B.** 9. **C.** 14. **D.** 15

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^x+m=\log_3(x-m)\Leftrightarrow 3^x+x=\log_3(x-m)+x-m$ (*).

Xét hàm số $f(t)=3^t+t$, với $t\in\mathbb{R}$. Có $f'(t)=3^t\ln 3+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên tập xác định. Mặt khác phương trình (*) có dạng: $f(x)=f(\log_3(x-m))$. Do đó ta có $f(x)=f(\log_3(x-m))\Leftrightarrow x=\log_3(x-m)\Leftrightarrow 3^x=x-m\Leftrightarrow 3^x-x=-m$

Xét hàm số $g(x)=3^x-x$, với $x\in\mathbb{R}$. Có $g'(x)=3^x\ln 3-1$, $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g\left(\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy các giá trị của tham số để phương trình có nghiệm là: $m\in\left(-\infty;-g\left(\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)\right)\right]$. Vậy số giá trị nguyên của $m\in(-15;15)$ để phương trình đã cho có nghiệm là: 14.

Câu 1: **[2D2-5.6-1] (Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9)=5$ là

A. $x=41$. **B.** $x=23$. **C.** $x=1$. **D.** $x=16$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x+9>0 \Leftrightarrow x>-9$.

$\log_2(x+9)=5 \Leftrightarrow x+9=32 \Leftrightarrow x=23$ (thỏa điều kiện).

Vậy phương trình có nghiệm $x=23$.

Câu 2: **[2D2-5.6-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+8)=5$ là

A. $x=17$. **B.** $x=24$. **C.** $x=2$. **D.** $x=40$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2(x+8)=5 \Leftrightarrow x+8=32 \Leftrightarrow x=24$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=24$.

Câu 3: **[2D2-5.6-1] (Câu 22 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=2$ là

A. $x=11$. **B.** $x=10$. **C.** $x=7$. **D.** $x=8$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện : $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\log_3(x-2)=2 \Leftrightarrow x-2=3^2 \Leftrightarrow x=11$ (Thỏa mãn điều kiện $x>2$).

Vậy phương trình $\log_3(x-2)=2$ có nghiệm là $x=11$.

Câu 4: **[2D2-5.6-1] (Câu 7 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2)=3$ là

A. $x=6$. **B.** $x=8$. **C.** $x=11$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>2$.

$\log_2(x-2)=3 \Leftrightarrow x-2=2^3 \Leftrightarrow x=10$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy nghiệm của phương trình là $x=10$.

Câu 5: **[2D2-5.6-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=10$. **B.** $x=9$. **C.** $x=8$. **D.** $x=7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x-1)=3 \Leftrightarrow x=2^3+1=9$.

Câu 6: **[2D2-5.6-1] (Câu 13 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

A. $x=8$. **B.** $x=9$. **C.** $x=7$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(x-1)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x=10 \end{cases} \Leftrightarrow x=10$.

Câu 7: **[2D2-5.6-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=\frac{9}{2}$. **D.** $x=\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_3(2x-1)=2 \Leftrightarrow 2x-1=3^2 \Leftrightarrow 2x-1=9 \Leftrightarrow x=5$.

Câu 8: **[2D2-5.6-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7)=2$ là

A. $\{-\sqrt{15};\sqrt{15}\}$. **B.** $\{-4;4\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{-4\}$

Lời giải

Chọn B

$\log_3(x^2-7)=2 \Leftrightarrow x^2-7=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-4 \end{array}\right.$.

Câu 9: **[2D2-5.6-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

A. $x=21$. **B.** $x=3$. **C.** $x=11$. **D.** $x=13$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>5$.

Phương trình $\log_2(x-5)=4 \Leftrightarrow x-5=16 \Leftrightarrow x=21$.

Câu 10: **[2D2-5.6-1] (Câu 4 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1)=\frac{1}{2}$.

A. $x=-6$. **B.** $x=6$. **C.** $x=4$. **D.** $x=\frac{23}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>-1$

Phương trình $\log_{25}(x+1)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x+1=5 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 11: **[2D2-5.6-1] (Câu 9 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$.

A. $x=-4$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(1-x)=2 \Leftrightarrow 1-x=4 \Leftrightarrow x=-3$.

Câu 12: **[2D2-5.6-1] (Câu 12 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.

A. $x=63$ **B.** $x=65$ **C.** $x=80$ **D.** $x=82$

Lời giải

Chọn B

ĐK: $\Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Phương trình $\log_4(x-1)=3 \Leftrightarrow x-1=4^3 \Leftrightarrow x=65$.

Câu 1: **[2D2-5.6-2] (Câu 8 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\{0;1\}$. **C.** $\{-1;0\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1\Leftrightarrow x^2-x+2=2\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0;1\}$.

Câu 2: **[2D2-5.6-2] (Câu 22 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$.

A. $S=\{-3;3\}$ **B.** $S=\{4\}$

C. $S=\{3\}$ **D.** $S=\left\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\right\}$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x>1$. Phương trình đã cho trở thành $\log_2\left(x^2-1\right)=3\Leftrightarrow x^2-1=8\Leftrightarrow x=\pm3$

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm duy nhất của phương trình là $x=3\Rightarrow S=\{3\}$

Câu 1: **[2D2-5.7-2] (Câu 38 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Với moi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=8$, khẳng đinh nào dưới đây đúng?

A. $a^3+b=64$. **B.** $a^3b=256$. **C.** $a^3b=64$. **D.** $a^3+b=256$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^3+\log_2 b=8\Leftrightarrow \log_2 a^3b=8\Leftrightarrow a^3b=256$.

Câu 2: **[2D2-5.7-2] (Câu 37 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3b=64$. **B.** $a^3b=36$. **C.** $a^3+b=64$. **D.** $a^3+b=64$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 a^3+\log_2 b=6\Leftrightarrow \log_2\left(a^3b\right)=6\Leftrightarrow a^3b=2^6\Leftrightarrow a^3b=64$.

Câu 3: **[2D2-5.7-2] (Câu 27 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>1$.

$\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)\Leftrightarrow 2x+1=3(x-1)\Leftrightarrow x=4$.

Câu 4: **[2D2-5.7-2] (Câu 24 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ (1)

$(1)\Leftrightarrow \log_2\left[2.(x+1)\right]=\log_2(3x-1)\Leftrightarrow \begin{cases}2x+2=3x-1\\3x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x=3$.

Vậy (1) có một nghiệm $x=3$.

Câu 5: **[2D2-5.7-2] (Câu 16 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x+1>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>1.$

Phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1) \Leftrightarrow \log_2(x+1)=\log_2 2+\log_2(x-1)$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1)=\log_2[2(x-1)] \Leftrightarrow x+1=2(x-1)$

$\Leftrightarrow x=3$ (thỏa mãn điều kiện $x>1$).

Câu 6: **[2D2-5.7-2] (Câu 26 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

- $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$ (1)
- $(1) \Leftrightarrow \log_3[3.(x+1)]=\log_3(4x+1) \Leftrightarrow 3x+3=4x+1>0 \Leftrightarrow x=2.$
- Vậy (1) có một nghiệm $x=2$.

Câu 7: **[2D2-5.7-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$. **B.** $\frac{80}{9}$. **C.** 9. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>0$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_3 .\frac{1}{2}.\log_3 x.\frac{1}{3}\log_3 x.\frac{1}{4}\log_3 x=\frac{2}{3} \Leftrightarrow (\log_3 x)^4=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x=2 \\ \log_3 x=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=\frac{1}{9} \end{array}\right.$$

Câu 8: **[2D2-5.7-2] (Câu 11 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.

A. $S=\{4\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>1$.

$$\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1 \Leftrightarrow \log_3\frac{2x+1}{x-1}=1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1}=3 \Leftrightarrow x=4.$$

Câu 9: **[2D2-5.7-2] (Câu 30 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$.

A. $S=\{2+\sqrt{5}\}$ **B.** $S=\{2-\sqrt{5};2+\sqrt{5}\}$

C. $S=\{3\}$ **D.** $S=\left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x-1>0\\x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$ (*).

Phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)-\log_2(x+1)=1$

$\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)=\log_2(x+1)+\log_2 2$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2=\log_2[2(x+1)]$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=2x+2$

$\Leftrightarrow x^2-4x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2-\sqrt{5}\,(L)\\x=2+\sqrt{5}\end{array}\right.$. Vậy tập nghiệm phương trình $S=\{2+\sqrt{5}\}$

Câu 1: **[2D2-5.7-3] (Câu 37 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 6. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ là phương trình (1).

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x^2 > 0 \\ 6x-1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > \dfrac{1}{6} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{1}{6} \\ m > 0 \end{cases} (*).$$

Với điều kiện $(*)$ thì:

$(1) \Leftrightarrow \log_3 x + \log_3 m = \log_3(6x-1)$

$\Leftrightarrow \log_3(mx) = \log_3(6x-1) \Leftrightarrow mx = 6x-1 \Leftrightarrow (m-6)x = -1$ (2)

Với $m=6$ thì phương trình (2) trở thành: $0x = -1: VN$. Vậy không nhận $m=6$.

Với $m \neq 6$ thì $(2) \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{m-6}$.

Để phương trình (1) có nghiệm thì $-\dfrac{1}{m-6} > \dfrac{1}{6} \Leftrightarrow \dfrac{-6-m+6}{6(m-6)} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-m}{m-6} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{m}{m-6} < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 6$.

Mà m nguyên nên $m \in \{1;2;3;4;5\}$.

Câu 2: **[2D2-5.7-3] (Câu 45 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 2017. **B.** 4014. **C.** 2018. **D.** 4015.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > -1, mx > 0$.

$$\log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{(x+1)^2}{x}$$

Xét hàm $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{x}$ $(x>-1, x\neq 0)$; $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\ (l)\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

x	-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT, phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}m=4\\m<0.\end{array}\right.$

Vì $m\in[-2017;2017]$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên chỉ có 2018 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu là $m\in\{-2017;-2016;...;-1;4\}$.

Chú ý: Trong

Lời giải, ta đã có thể bỏ qua điều kiện $mx>0$ vì với phương trình $\log_a f(x)=\log_a g(x)$ với $0<a\neq 1$ ta chỉ cần điều kiện $f(x)>0$.

Câu 1: **[2D2-5.7-4] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1x_2>x_3x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S=2a+3b$.

A. $S_{\min}=30$. **B.** $S_{\min}=25$. **C.** $S_{\min}=33$. **D.** $S_{\min}=17$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>0$, điều kiện mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $b^2>20a$.

Đặt $t=\ln x, u=\log x$ khi đó ta được $at^2+bt+5=0(1)$, $5t^2+bt+a=0(2)$.

Ta thấy với mỗi một nghiệm t thì có một nghiệm x, một u thì có một x.

Ta có $x_1.x_2=e^{t_1}.e^{t_2}=e^{t_1+t_2}=e^{-\frac{b}{a}}$, $x_3.x_4=10^{u_1+u_2}=10^{-\frac{b}{5}}$, lại có $x_1x_2>x_3x_4\Leftrightarrow e^{-\frac{b}{a}}>10^{-\frac{b}{5}}$

$\Rightarrow -\frac{b}{a}>-\frac{b}{5}\ln 10\Leftrightarrow a>\frac{5}{\ln 10}\Leftrightarrow a\geq 3$ (do a,b nguyên dương), suy ra $b^2>60\Rightarrow b\geq 8$.

Vậy $S=2a+3b\geq 2.3+3.8=30$,suy ra $S_{\min}=30$ đạt được $a=3, b=8$.

Câu 1: [2D2-5.8-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (2x+y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\log_2 \frac{3}{2}$. **D.** $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (2x+y) = t$

suy ra $\begin{cases} x = 9^t, y = 6^t \\ 2x+y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2.9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow 2\left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$.

Vậy $\frac{x}{y} = \left(\frac{9}{6}\right)^t = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$.

Câu 2: [2D2-5.8-3] (Câu 43 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Cho phương trình $\log_2^2 (2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$

A. $(1;2)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $[1;2)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $\log_2^2 (2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ $(*)$

Điều kiện: $x > 0$

$(*) \Leftrightarrow (1+\log_2 x)^2 - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \log_2^2 x - m\log_2 x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = m-1 \end{array}\right.$.

Ta có: $\log_2 x = 1 \Leftrightarrow x = 2 (t/m)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \log_2 x = m-1 \Leftrightarrow x = 2^{m-1}$ có nghiệm duy nhất trên $[1;2)$

$\Leftrightarrow 1 \le 2^{m-1} < 2 \Leftrightarrow 0 \le m-1 < 1 \Leftrightarrow 1 \le m < 2.$

Câu 3: [2D2-5.8-3] (Câu 47 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019) Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt?

A. 79. **B.** 80. **C.** Vô số. **D.** 81.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0\ (1)$.

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\3^x-m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\ge\log_3 m\end{cases}\ (\text{do } m>0)$.

Ta có $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\log_2^2 x-3\log_2 x-2=0\\\sqrt{3^x-m}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=2\\\log_2 x=-\dfrac{1}{2}\\3^x=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\x=\log_3 m\end{array}\right.$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 m\le 0\\\dfrac{1}{\sqrt{2}}\le\log_3 m<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m\le 1\\3^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\le m<3^4\end{array}\right.$

Do m nguyên dương $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m\in\{3;4;5;\ldots;80\}\end{array}\right.$.

Vậy có tất cả $1+80-3+1=79$ giá trị m nguyên dương thỏa mãn đề bài.

Câu 4: **[2D2-5.8-3] (Câu 50 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. 49. **B.** 47. **C.** Vô số. **D.** 48.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\x\ge\log_7 m\end{cases}$

Với $m=1$, phương trình trở thành $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-1}=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0\\7^x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\\log_2 x=-\dfrac{5}{4}\\x=0\quad(loai)\end{array}\right.$.

Phương trình này có hai nghiệm

Với $m\ge 2$, điều kiện phương trình là $x\ge\log_7 m$

Pt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0\\7^x-m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\\log_2 x=-\dfrac{5}{4}\\7^x=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=2^{\frac{-5}{4}}\\7^x=m\end{array}\right.$

Do $x=2^{-\frac{5}{4}}\approx 2,26$ không là số nguyên, nên phương trình có đúng 2 nghiệm khi và chỉ khi

$\begin{cases} m\geq 3 \\ m<7^2 \end{cases}$

Vậy $m\in\{3;4;5;...;48\}$. Suy ra có 46 giá trị của m.

Do đó có tất cả 47 giá trị của m

Câu 5: **[2D2-5.8-3] (Câu 39 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2=81$.

A. $m=-4$ **B.** $m=4$ **C.** $m=81$ **D.** $m=44$

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x>0$

$x_1x_2=81\Leftrightarrow \log_3(x_1x_2)=\log_3 81\Leftrightarrow \log_3 x_1+\log_3 x_2=4\Leftrightarrow t_1+t_2=4$

Đặt $t=\log_3 x$. ta được phương trình $t^2-mt+2m-7=0 \quad (*)$

YCBT $\Leftrightarrow$ có 2 nghiệm thực t_1,t_2 thỏa $t_1+t_2=4$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(-m)^2-4(2m-7)>0 \\ m=4 \end{cases} \Leftrightarrow m=4$

Câu 1: **[2D2-5.8-4] (Câu 46 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho phương trình $2\log_3^2 x-\log_3 x-1\sqrt{5^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt?

A. 123. **B.** 125. **C.** Vô số. **D.** 124.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\x\ge\log_5 m\end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\\log_3 x=-\dfrac{1}{2}\\x=\log_5 m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\\x=\log_5 m\end{array}\right.$.

TH1: Nếu $m=1$ thì $x=\log_5 m=0$ (loại) nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

TH2: Nếu $m>1$ thì phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\dfrac{1}{\sqrt{3}}\le\log_5 m<3\Leftrightarrow 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\le m<125$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\ 3;4;5;...;124$

Vậy có tất cả 123 giá trị nguyên dương của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: **[2D2-5.8-4] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\ge1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5^{100}$ bằng

A. 247 **B.** 248 **C.** 229 **D.** 290

Lời giải

Chọn B

Có $u_{n+1}=2u_n=2^n u_1$. Xét $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$

Đặt $t=\log u_1-2\log u_{10}$, điều kiện $t\ge-2$

Pt trở thành $\sqrt{2+t}=-t\Leftrightarrow\begin{cases}t\le0\\t^2-t-2=0\end{cases}\Leftrightarrow t=-1$

Với $t=-1\Leftrightarrow\log u_1-2\log u_{10}=-1$

$\Leftrightarrow\log u_1=1-18\log 2\Leftrightarrow u_1=10^{1-18\log 2}$

Mặt khác $u_n=2^{n-1}u_1=2^{n-1}.10^{1-18\log 2}=2^n.5.10^{-18\log 2}>5^{100}\Rightarrow n>\log_2\left(5^{99}.10^{18\log 2}\right)\approx 247{,}87$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 248.

Câu 1: **[2D2-5.10-3] (Câu 36 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(4x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

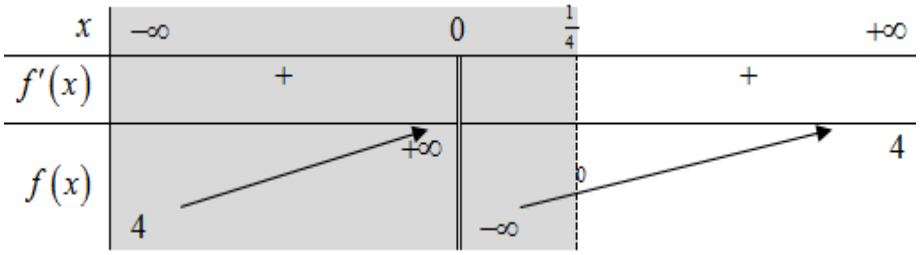
Chọn B

ĐK: $\begin{cases} x > \frac{1}{4} \\ m > 0 \end{cases}$. Khi đó ta có:

$\log_9 x^2 - \log_3(4x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 m = \log_3 \frac{4x-1}{x} \Leftrightarrow m = \frac{4x-1}{x}$ (1).

Xét hàm $f(x) = \frac{4x-1}{x}$ trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x^2} > 0$. Ta có bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x) = m$ có nghiệm trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$ khi $0 < m < 4$.

$\Rightarrow$ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} 0 < m < 4 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{1;2;3\}$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm là $m \in \{1;2;3\}$.

Câu 2: **[2D2-5.10-3] (Câu 36 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

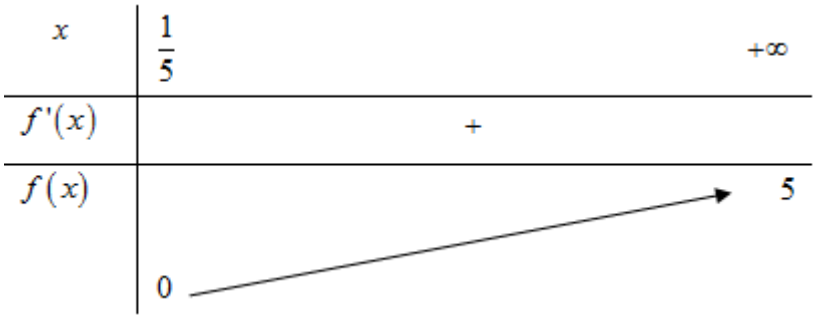
Điều kiện: $x > \frac{1}{5}, m > 0$

Phương trình tương đương với:

$\log_3 x-\log_3(5x-1)=-\log_3 m\Leftrightarrow \log_3\dfrac{5x-1}{x}=\log_3 m\Leftrightarrow m=\dfrac{5x-1}{x}=f(x)$

Xét $f(x)=\dfrac{5x-1}{x};x\in\left(\dfrac{1}{5};+\infty\right);f'(x)=\dfrac{1}{x^2}>0;\forall x\in\left(\dfrac{1}{5};+\infty\right)$

Bảng biến thiên



Để phương trình có nghiệm thì $m\in(0;3)$, suy ra có 4 giá trị nguyên thỏa mãn

Câu 3: **[2D2-5.10-3] (Câu 39 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(3x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

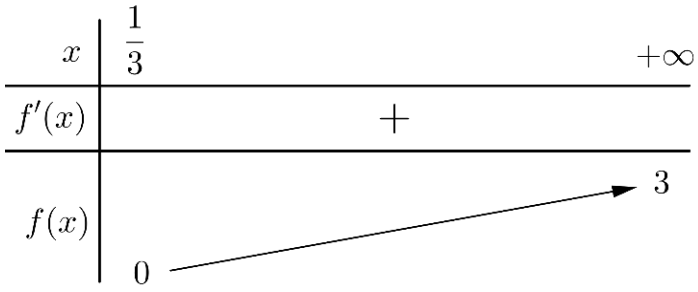
Điều kiện: $x>\dfrac{1}{3}$

Phương trình tương đương với:

$\log_3 x-\log_3(3x-1)=-\log_3 m\Leftrightarrow \log_3\dfrac{3x-1}{x}=\log_3 m\Leftrightarrow m=\dfrac{3x-1}{x}=f(x)$

Xét $f(x)=\dfrac{3x-1}{x};x\in\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right);f'(x)=\dfrac{1}{x^2}>0;\forall x\in\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$

Bảng biến thiên



Để phương trình có nghiệm thì $m\in(0;3)$, suy ra có 2 giá trị nguyên thỏa mãn

Câu 4: **[2D2-5.10-3] (Câu 35 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi phương trình $3x^2-6x+\ln(x+1)^3+1=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>-1$.

Phương trình đã cho tương đương với $3x^2-6x+3\ln(x+1)+1=0$.

Xét hàm số $y=3x^2-6x+3\ln(x+1)+1$ liên tục trên khoảng $(-1;+\infty)$.

$$y'=6(x-1)+\frac{3}{x+1}=\frac{6x^2-3}{x+1}.$$

$y'=0\Leftrightarrow 2x^2-1=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

x	-1		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$f(-\frac{\sqrt{2}}{2})$	↘	$f(\frac{\sqrt{2}}{2})$	↗	$+\infty$

Vì $f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)>0$, $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)<0$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 1: **[2D2-5.10-4] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}$?

A. 19. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 21.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

• Khi $y\le 0$, vì $xy>-1$ và $x>\frac{1}{3}$ nên ta có $y>-3$.

Với $y=0$, phương trình thành: $27^{3x^2-18x}-1=0$ vô nghiệm vì $27^{3x^2-18x}-1<27^0-1=0,\forall x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$

Với $y=-1$, phương trình thành: $27^{3x^2-19x}-(1-x)=0$, có nghiệm vì $g_1(x)=27^{3x^2-19x}-(1-x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};6\right]$ và $g_1\left(\frac{1}{3}\right).g_1(6)<0$.

Với $y=-2$, phương trình thành: $27^{3x^2-20x}-(1-2x)=0$, có nghiệm vì $g_2(x)=27^{3x^2-20x}-(1-2x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};6\right]$ và $g_2\left(\frac{1}{3}\right).g_2(6)<0$.

• Khi $y\ge 1$, xét trên $\left[\frac{1}{3};6\right]$, ta có

$$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}\Leftrightarrow 3x^2-18x=\log_{27}(1+xy)-xy$$

$$\Leftrightarrow 3x-18-\frac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y=0.$$

Xét hàm $g(x)=3x-18-\frac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y$ trên $\left[\frac{1}{3};6\right]$.

Ta có $g'(x)=3+\frac{\ln(1+xy)}{x^2\ln 27}-\frac{y}{x(1+xy)\ln 27}>3-\frac{1}{3x^2\ln 3}\ge 3-\frac{3}{\ln 3}>0,\forall x\in\left[\frac{1}{3};6\right]$.

Do đó, hàm $g(x)$ đồng biến trên $\left[\frac{1}{3};6\right]$. Vì thế phương trình $g(x)=0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$ khi và chỉ khi $g\left(\frac{1}{3}\right)g(6)<0$. Áp dụng bất đẳng thức $\ln(1+u)<u$ với mọi $u>0$, ta có

$$g(6)=-\frac{\log_{27}(1+6y)}{6}+y>-\frac{6y}{6\ln 27}+y>0.$$

Do đó $g\left(\frac{1}{3}\right)<0\Leftrightarrow -\log_3\left(1+\frac{y}{3}\right)+y-17<0\Leftrightarrow 1\le y\le 18$.

Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;...;18\}$ hay có 20 giá trị y thỏa đề.

Cách 2.

Giả sử y là một trong những số nguyên thỏa mãn yêu cầu, lúc đó ta xét phương trình

$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}$

trên $D=\left(\frac{1}{3};6\right)\cap\{x\in\mathbb{R}:xy>-1\}$, và trên D nó tương đương với $f(x)=0$, trong đó

$f(x)=3x^2+(y-18)x-\frac{1}{3}\log_3(1+xy).$

Ta có vài tính toán sau $f'(x)=6x+y-18-\frac{y}{3(1+xy)\ln 3}$, $f''(x)=6+\frac{y^2}{(1+xy)^2\ln 3}$.

Nếu $y<0$, khi ấy vì cần có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};3\right)$ nên có ngay $y\geq -2$, lúc ấy $D=\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{y}\right)$ trên D ta có

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}f(x)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}y-6-\frac{1}{3}\log_3\left(1+\frac{1}{3}y\right)\leq -6-\frac{1}{3}\log_3\left(1-\frac{2}{3}\right)<0.$

Kết hợp $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{y}^-}f(x)=+\infty$ và việc f liên tục trên D cho thấy f có điểm triệt tiêu trên D, nghĩa là trường hợp này cho ta $y\in\{-2,-1\}$ thỏa yêu cầu.

Nếu $y=0$, ta có $f(x)=3x^2-18x<0$ với mọi $x\in D$, vì thế loại.

Nếu $y\geq 19$, lúc đó có

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}f'(x)=y-16-\frac{y}{(3+y)\ln 3}>y-17>0.$

Kết hợp việc $f'(x)$ tăng ngặt trên D, cho ta f tăng ngặt trên D và trên D có

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}f(x)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}y-6-\frac{1}{3}\log_3\left(1+\frac{1}{3}y\right)$

Xét $g(y)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}y-6-\frac{1}{3}\log_3\left(1+\frac{1}{3}y\right)$ trên $[10;+\infty)$, ta có

$g'(y)=\frac{1}{3}-\frac{1}{3(3+y)}>0, g(19)=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\log_3\left(1+\frac{19}{3}\right)>0$

Vậy, $g(y)>0$ với mỗi $y\geq 19$, cho thấy là $f(x)>0$ với mọi $x\in D$.

Nếu $1\le y\le 18$, thế thì vì $g(18)=\dfrac{1-\log_3 7}{3}<0$ kết hợp tính tăng ngặt của g trên $[1;18]$ ta có $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+} f(x)=g(y)=\dfrac{1}{3}+y-9-\dfrac{1}{3}\log_3\left(1+\dfrac{1}{3}y\right)<0$.

Còn, theo bất đẳng thức số e, ta có

$\lim\limits_{x\to 6^-} f(x)=6y-\dfrac{1}{3}\log_3(1+6y)>6y-\ln(1+6y)>0$.

Đến đây, theo tính liên tục của f, ta thấy nó triệt tiêu trên D.

Tóm lại $y\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}$ và $-2\le y\le 18$.

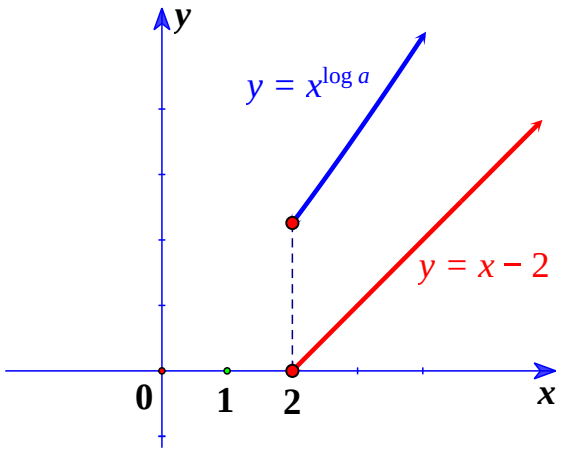
Câu 2: **[2D2-5.10-4] (Câu 47 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên a $(a\ge 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn: $\left(a^{\log x}+2\right)^{\log a}=x-2$?

A. 8. **B.** 9. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

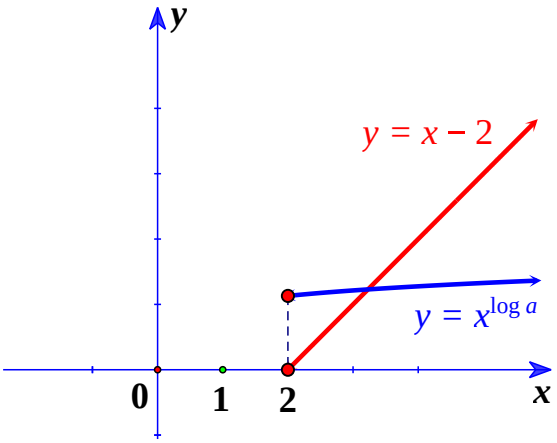
- Xét phương trình $\left(a^{\log x}+2\right)^{\log a}=x-2\Leftrightarrow\left(x^{\log a}+2\right)^{\log a}=x-2$.
- Vì $\left(x^{\log a}+2\right)^{\log a}>0$ nên suy ra $x>2$.
- Ta có: $\left(x^{\log a}+2\right)^{\log a}=x-2\Leftrightarrow\left(x^{\log a}+2\right)^{\log a}+\left(x^{\log a}+2\right)=x^{\log a}+x$.
- Xét hàm số $f(t)=t^{\log a}+t$ có $f'(t)=\log a.t^{\log a-1}+1>0$, $\forall t>2$. Do đó $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.
- Mà $f\left(x^{\log a}+2\right)=f(x)\Rightarrow x^{\log a}+2=x\Rightarrow x^{\log a}=x-2$.
- Trường hợp 1: $\log a\ge 1\Leftrightarrow a\ge 10$.



Dễ thấy hai đồ thị của hai hàm số $y=x^{\log a}$ và $y=x-2$ không có điểm chung, vậy $a\ge 10$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Trường hợp 1: $\log a<1\Leftrightarrow a<10$.

Dễ thấy phương trình $x^{\log a}=x-2$ luôn có nghiệm duy nhất.



◆ Vậy $a\in\{2;3;...;9\}\Rightarrow$ có 8 giá trị của a thỏa mãn.

Câu 3: **[2D2-5.10-4] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n<10$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tại đúng ba số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

A. 7. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\Leftrightarrow h(a)=\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)-\frac{2}{n}a^m=0\ (1)$

Ta tìm m, n nguyên dương thỏa mãn $m+n<10$ sao cho (1) có đúng 3 nghiệm $a\in(-1;1)$ $(*)$

* Với $m=1$: $h(a)=\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)-\frac{2}{n}a$ có $h'(a)=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}-\frac{2}{n}$ và $h''(a)=-\frac{a}{\sqrt{\left(a^2+1\right)^3}}$.

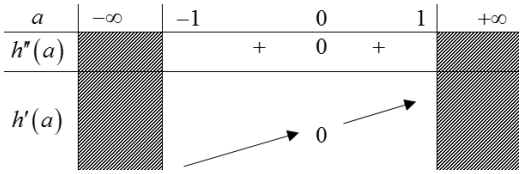
a	$-\infty$		-1		0		1	$+\infty$
$h''(a)$	‖			$+$	0	$-$		‖
$h'(a)$	‖		$\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2}{n}$	↗	$1-\frac{2}{n}$	↘	$\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2}{n}$	‖

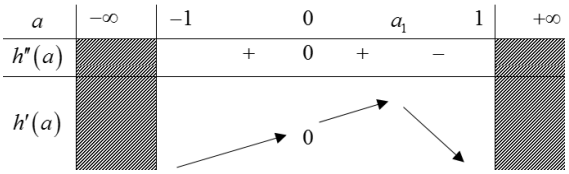
Nếu $\begin{cases}1-\frac{2}{n}\le 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2}{n}\ge 0\end{cases}$ thì $h'(a)$ không đổi dấu trên khoảng $(-1;1)$, suy ra $(*)$ không thỏa mãn.

Nếu $\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2}{n}<0<1-\frac{2}{n} \Leftrightarrow \begin{cases} 2<n<2\sqrt{2} \\ n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$ cũng không xảy ra.

Vậy $m\geq 2$. Khi đó $h'(a)=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}-\frac{2ma^{m-1}}{n}$ và $h''(a)=-\frac{1}{\sqrt{(a^2+1)^3}}-\frac{2m(m-1)a^{m+2}}{n}$.

+ Nếu m chẵn thì $h'(a)>0$ với $\forall a\in(-1;0)$; $h''(a)<0$ với $\forall a\in(0;1)$, suy ra $h'(a)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Mà $h'(0)=1$ nên hoặc $h'(a)>0$ với $\forall a\in(0;1)$ hoặc trên khoảng $(0;1)$ thì $h'(a)=0$ có nghiệm duy nhất a_1.



hoặc


Suy ra $(*)$ không thỏa mãn.

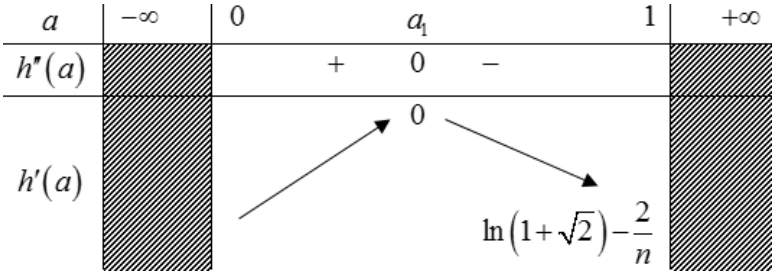
+ Vậy phải có m lẻ và $m\geq 3$. Khi đó $h(-a)=\ln\left(-a+\sqrt{a^2+1}\right)-\frac{2}{n}(-a)^n=\ln\frac{1}{a+\sqrt{a^2+1}}+\frac{2}{n}a^m=-h(a)$. Hay hàm số $h(a)$ là hàm số lẻ và $h(0)=0$.

Do đó từ $(*) \Leftrightarrow$ trên khoảng $(0;1)$ (1) có nghiệm duy nhất $(**)$

Ta có $h''(a)<0$ với $\forall a\in(0;1)$ nên $h'(a)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

+ Nếu $h(1)=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2m}{n}\geq 0$ thì $h(a)>0$ với $\forall a\in(0;1)$, suy ra $(**)$ không thỏa mãn.

Vậy phải có $h'(a)=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2m}{n}<0$. Mà $h'(0)=1>0$ nên $h'(a)=0$ có nghiệm duy nhất a_2 trên khoảng $(0;1)$.



$$(**)\Leftrightarrow\begin{cases}m,n\in\mathbb{Z}^+\\ m+n\le 10\\ m=2k+1,m\ge 3\\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{2m}{n}<0\\ \ln\left(1+\sqrt{2}\right)-\dfrac{2}{n}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m,n\in\mathbb{Z}^+\\ m+n\le 10\\ m=2k+1,m\ge 3\\ \dfrac{m}{n}\ge\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\\ n<\dfrac{2}{\ln\left(1+\sqrt{2}\right)}=2,2...\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m,n\in\{1;2\}\\ m=2k+1,m\ge 3\\ m+n\le 10\\ n<\dfrac{2}{\ln\left(1+\sqrt{2}\right)}=2,2...\end{cases}$$

n	m
1	3 , 5 , 7 , 9
2	3 , 5 , 7

Từ bảng trên suy ra có 7 cặp số (m,n) thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Câu 4: **[2D2-5.10-4] (Câu 49 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Có bao nhiêu cặp số nguyên (m,n) sao cho $m+n\le 16$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng 3 số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2.a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

A. 16. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $2.a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)(*)$.

Nhận thấy $a=0$ là một nghiệm của phương trình $(*)$.

Xét $a\ne 0$ khi đó: $(*)\Leftrightarrow\dfrac{2}{n}=\dfrac{\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}\ (**)$.

Xét hàm số: $f(a)=\dfrac{\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}\Rightarrow f'(a)=\dfrac{\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^{m+1}}$.

Xét $g(a)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\Rightarrow g'(a)=\dfrac{1-m}{\sqrt{a^2+1}}-\dfrac{a^2}{\left(\sqrt{a^2+1}\right)^3}\le 0,\forall a\in\mathbb{R},m\in\mathbb{N}^*$.

Suy ra $g(a)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và phương trình $g(a)=0$ có nghiệm duy nhất $a=0$.

Nếu m chẵn:

a	-1		0		1
$g(a)$		$+$	0	$-$	
a^{m+1}		$-$	0	$+$	
$f'(a)$		$-$	‖	$-$	
$f(a)$	$\ln(-1+\sqrt{2})$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	$\ln(1+\sqrt{2})$

Khi đó phương trình $f(a)=\dfrac{2}{n}$ không có hai nghiệm phân biệt **(loại)**.

Nếu m lẻ:

a	-1		0		1
$g(a)$		$+$	0	$-$	
a^{m+1}		$+$	0	$+$	
$f'(a)$		$+$	‖	$-$	
$f(a)$	$\ln(-1+\sqrt{2})$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\ln(1+\sqrt{2})$

Để phương trình $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt $\in(-1;1)$ khi và chỉ khi $(**)$ có 2 nghiệm phân biệt $\in(-1;1)\Leftrightarrow\dfrac{2}{n}>\ln(1+\sqrt{2})\Leftrightarrow n<\dfrac{2}{\ln(1+\sqrt{2})}\approx 2,27$ mà $n\in\mathbb{N}^*$ nên $n\in\{1;2\}$.

Với $m=1$ ta có: $(*)\Leftrightarrow\dfrac{2a}{n}=\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\Leftrightarrow\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)-\dfrac{2a}{n}=0$.

Đặt $h(a)=\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)-\dfrac{2a}{n}\Rightarrow h'(a)=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+1}}-\dfrac{2}{n}<0,\forall a\in\mathbb{R},n\in\{1;2\}$ nên $h(a)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, suy ra phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $a=0$ **(loại)**.

Từ đó ta có $m>1$.

Với $n=1\Rightarrow m+1\le 16\Rightarrow m\le 15$, mà m lẻ và $m>1$ nên $m\in\{3;5;7;9;11;13;15\}$.

Với $n=2\Rightarrow m+2\le 16\Rightarrow m\le 14$, mà m lẻ và $m>1$ nên $m\in\{3;5;7;9;11;13\}$.

Vậy có tất cả 13 cặp (m,n) thỏa mãn.

Câu 5: **[2D2-5.10-4] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+y^2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số

Lời giải:

Chọn B

Điều kiện $x+y>0; x^2+y^2\neq 0.$

Ta đặt: $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+y^2)=t$. Ta có $\begin{cases}x+y=3^t\\ x^2+y^2=4^t\end{cases}(1)$

Vì $(x+y)^2\le 2(x^2+y^2)\Rightarrow(3^t)^2\le 2.4^t\Rightarrow t\le\log_{\frac{9}{4}}2$

Thế thì $x^2+y^2=4^t\le 4^{\log_{\frac{9}{4}}2}\approx 3,27$, vì x nguyên vậy nên $x^2\in\{0;1\}$.

- Với $x=0$, ta có hệ $\begin{cases}y=3^t\\ y^2=4^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\ y=1\end{cases}$
- Với $x=1$, ta có hệ $\begin{cases}y=3^t-1\\ y^2=4^t-1\end{cases}$. Hệ này có nghiệm $\begin{cases}t=0\\ y=0\end{cases}$.
- Với $x=-1$, ta có hệ $\begin{cases}y=3^t+1\\ y^2=4^t-1\end{cases}$. Ta có phương trình

$(3^t+1)^2=4^t-1\Leftrightarrow 9^t+2.3^t-4^t+2=0(*)$

Đặt $f(t)=9^t+2.3^t-4^t+2$, ta có

Với $t\ge 0\Rightarrow 9^t\ge 4^t\Rightarrow f(t)>0$

Với $t<0\Rightarrow 4^t<2\Rightarrow f(t)>0$

Vậy phương trình $(*)$ vô nghiệm

Kết luận: Vậy $x\in\{0;1\}$

Câu 6: **[2D2-5.10-4] (Câu 48 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-\log_2 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

A. Vô số. **B.** 62. **C.** 63. **D.** 64.

Lời giải

Chọn B

$\left(2\log_2^2 x-\log_2 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (*)

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\ 4^x=m\end{cases}\\ \begin{cases}4^x-m>0\\ 2\log_2^2 x-\log_2 x-1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\begin{cases}x>0\\ x=\log_4 m\end{cases} & (1)\\ \begin{cases}x>\log_4 m\\ x=3\vee x=3^{-\frac{1}{2}}\end{cases} & (2)\end{array}\right.$$

➢ Nếu $m=1$ thì phương trình (1) vô nghiệm, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt. Do đó $m=1$ thỏa.

➢ Nếu $m>1$ thì phương trình (1) luôn có nghiệm $x=\log_4 m$, nghiệm này luôn là nghiệm của (*). Do đó, (*) có đúng hai nghiệm phân biệt khi phương trình (2) có đúng 1 nghiệm.

➢ Với $m=2$ thì $\log_4 2=\frac{1}{2}$ như vậy phương trình (2) có hai nghiệm nên ta loại trường hợp này

➢ Với $m\ge 3$ thì $x=3^{-\frac{1}{2}}\approx 0,577$, trong khi đó $\log_4 3\approx 0,79$ nên ta loại nghiệm $x=3^{-\frac{1}{2}}$, như vậy (2) chỉ còn nghiệm $x=3$.

Xét $\log_4 m<3\Leftrightarrow m<64$.

Các giá trị m nguyên dương cần tìm thuộc tập $S=\{1\}\cup[3,64)$.Vậy có tất cả 62 giá trị m.

Câu 7: **[2D2-5.10-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho $a>0,b>0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}\left(16a^2+b^2+1\right)+\log_{8ab+1}\left(4a+5b+1\right)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** $\frac{27}{4}$. **D.** $\frac{20}{3}$

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết suy ra $\log_{4a+5b+1}\left(16a^2+b^2+1\right)>0$ và $\log_{8ab+1}\left(4a+5b+1\right)>0$.

Áp dụng BĐT Côsi ta có

$\log_{4a+5b+1}\left(16a^2+b^2+1\right)+\log_{8ab+1}\left(4a+5b+1\right)\ge 2\log_{4a+5b+1}\left(16a^2+b^2+1\right).\log_{8ab+1}\left(4a+5b+1\right)$

$=2\log_{8ab+1}\left(16a^2+b^2+1\right)$.

Mặt khác $16a^2+b^2+1=\left(4a-b\right)^2+8ab+1\ge 8ab+1\left(\forall a,b>0\right)$,

suy ra $2\log_{8ab+1}\left(16a^2+b^2+1\right)\ge 2$.

Khi đó $\log_{4a+5b+1}\left(16a^2+b^2+1\right)+\log_{8ab+1}\left(4a+5b+1\right)=2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_{4a+5b+1}\left(8ab+1\right)=\log_{8ab+1}\left(4a+5b+1\right)\\ b=4a\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_{24a+1}\left(32a^2+1\right)=1\\ b=4a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}32a^2=24a\\ b=4a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{3}{4}\\ b=3\end{cases}$.

Vậy $a+2b=\frac{3}{4}+6=\frac{27}{4}$.

Câu 8: **[2D2-5.10-4] (Câu 44 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}\left(9a^2+b^2+1\right)+\log_{6ab+1}\left(3a+2b+1\right)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

A. 6 **B.** 9 **C.** $\frac{7}{2}$ **D.** $\frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn C

$a>0$, $b>0$ nên ta có $\log_{3a+2b+1}(6ab+1)>0$; $\log_{6ab+1}(3a+2b+1)>0$.

Ta có $9a^2+b^2\geq 6ab$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=3b$.

Do đó, ta có:

$$\log_{3a+2b+1}(9a^2+b^2+1)+\log_{6ab+1}(3a+2b+1)\geq \log_{3a+2b+1}(6ab+1)+\log_{6ab+1}(3a+2b+1)$$

$$\geq 2\sqrt{\log_{3a+2b+1}(6ab+1).\log_{6ab+1}(3a+2b+1)}=2\sqrt{\log_{3a+2b+1}(3a+2b+1)}=2.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} b=3a>0 \\ \log_{3a+2b+1}(6ab+1)=\log_{6ab+1}(3a+2b+1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=3a>0 \\ \log_{9a+1}(18a^2+1)=\log_{18a^2+1}(9a+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3a>0 \\ \log_{9a+1}(18a^2+1)=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=3a>0 \\ 18a^2+1=9a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{3}{2} \\ a=\frac{1}{2} \end{cases}.$$ Suy ra $a+2b=\frac{7}{2}$.

Câu 9: **[2D2-5.10-4] (Câu 46 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho phương trình $5^x+m=\log_5(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-20;20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 20 **B.** 19 **C.** 9 **D.** 21

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>m$

Đặt: $t=\log_5(x-m)\Rightarrow \begin{cases} x-m=5^t \\ 5^x+m=t \end{cases} \Rightarrow 5^x+x=5^t+t \quad (1)$.

Xét hàm số $f(u)=5^u+u\Rightarrow f'(u)=5^u\ln 5+1>0,\forall u\in\mathbb{R}$.

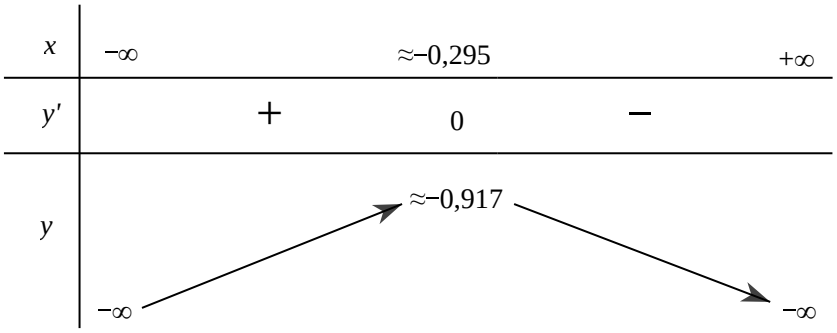
Do đó: $(1)\Leftrightarrow x=t\Leftrightarrow x=5^x+m\Leftrightarrow m=x-5^x$.

Xét hàm số $f(x)=x-5^x$, $x>m$

Do: $5^x>0\Rightarrow m<x$, suy ra phương trình có nghiệm luôn thỏa điều kiện.

$f'(x)=1-5^x\ln 5$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 1-5^x\ln 5=0\Leftrightarrow x=\log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow m \le \approx -0,917 \xrightarrow{m\in(-20;20)} m = \{-19;-18;...;-1\}$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 1: **[2D2-6.0-3] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2(x+14)-4\right]\le 0$?

A. 14. **B.** 13. **C.** Vô số. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Cách 1

• Trường hợp 1:

$$\begin{cases}2^{x^2}-4^x\le 0\\ \log_2(x+14)-4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^{x^2}\le 2^{2x}\\ x+14\ge 16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x\le 0\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow x=2$$

• Trường hợp 2:

$$\begin{cases}2^{x^2}-4^x\ge 0\\ \log_2(x+14)-4\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x\ge 0\\ -14<x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x\ge 2\end{array}\right.\\ -14<x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-14<x\le 0\\ x=2\end{array}\right.$$

Vậy có 15 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2:

Điều kiện xác định: $x>-14$. Đặt $f(x)=\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2(x+14)-4\right]$

Xét phương trình $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2}=4^x\\ \log_2(x+14)=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=2x\\ x+14=2^4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\ (\text{kép})\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

x	-14		0		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$+$	

Suy ra bất phương trình $f(x)\le 0$ có tập nghiệm là: $S=(-14;0]\cup\{2\}$.

Do $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-13;-12;...;-2;-1;0;2\}$.

Vậy có 15 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D2-6.0-4] (Câu 47 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{4y}{2x+y+1}$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1} \le x^2+y^2-2x+2$

Đặt $t=x^2+y^2-2x+1=(x-1)^2+y^2 \ (t\ge 0)$, bất phương trình trở thành:

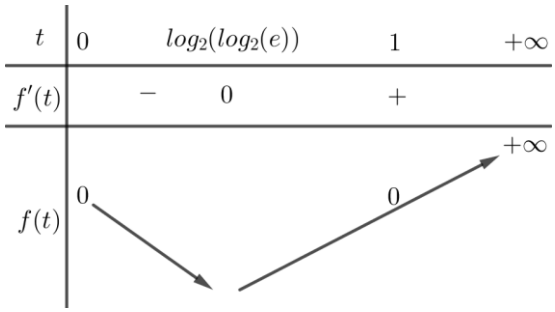
$2^t \le t+1 \Leftrightarrow 2^t-t-1\le 0 \ (*)$

Xét $f(t)=2^t-t-1$

$f'(t)=2^t\ln 2-1$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\log_2(\log_2 e)$

Bảng biến thiên



Suy ra:

$f(t)\le 0 \Leftrightarrow 0\le t\le 1 \Rightarrow (x-1)^2+y^2\le 1$

Ta có: $P=\dfrac{4y}{2x+y+1} \Rightarrow 2Px+Py+P=4y \Rightarrow 2P(x-1)+(P-4)y=-3P$

Áp dụng bất đẳng thức **B.** **C.** S, ta được:

$\left[2P(x-1)+(P-4)y\right]^2 \le \left[4P^2+(P-4)^2\right]\left[(x-1)^2+y^2\right]$

$\Rightarrow 9P^2 \le \left[4P^2+(P-4)^2\right]\left[(x-1)^2+y^2\right]$

Mà $(x-1)^2+y^2\le 1$ nên $9P^2 \le \left[4P^2+(P-4)^2\right] \Leftrightarrow 4P^2+8P-16\le 0$

$\Leftrightarrow -1-\sqrt{5}\le P\le -1+\sqrt{5}$

Suy ra: $P_{\max}=-1+\sqrt{5}\approx 1,24$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{y}=\dfrac{2P}{P-4}=-\dfrac{2}{\sqrt{5}} \\ (x-1)^2+y^2=1 \\ P=-1+\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{3} \\ y=\dfrac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}.$

Câu 1: **[2D2-6.1-1] (Câu 1 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A. $(-\infty;\log_3 2)$. **B.** $(\log_3 2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_2 3)$. **D.** $(\log_2 3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$.

Câu 1: **[2D2-6.2-2] (Câu 32 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \ge 27$ là

A. $[-1;1]$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $\left[-\sqrt{7};\sqrt{7}\right]$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{4-x^2} \ge 27 \Leftrightarrow 4-x^2 \ge 3 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1$.

Câu 2: **[2D2-6.2-2] (Câu 30 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} < 8$ là

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{x^2-1} < 8 \Leftrightarrow 2^{x^2-1} < 2^3 \Leftrightarrow x^2-1 < 3 \Leftrightarrow x^2-4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-2;2)$.

Câu 3: **[2D2-6.2-2] (Câu 29 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{x^2-7} < 4$ là

A. $(-3;3)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x^2-7} < 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-7} < 2^2 \Leftrightarrow x^2-7 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 9 \Leftrightarrow -3 < x < 3$.

Câu 4: **[2D2-6.2-2] (Câu 37 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là:

A. $(-5;5)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải

Phản biện: Lê Phương Anh

Chọn A

Ta có: $3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-23} < 3^2 \Leftrightarrow x^2-23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$

Câu 5: **[2D2-6.2-2] (Câu 34) (ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-4;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$3^{x^2-13}<27\Leftrightarrow 3^{x^2-13}<3^3\Leftrightarrow x^2-13<3\Leftrightarrow x^2<16\Leftrightarrow |x|<4\Leftrightarrow -4<x<4$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-4;4)$.

Kết luận: $S=(-4;4)$.

Câu 6: **[2D2-6.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2;4]$. **B.** $[-4;2]$. **C.** $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có bất phương trình $\Leftrightarrow x-1\geq x^2-x-9\Leftrightarrow x^2-2x-8\leq 0\Leftrightarrow -2\leq x\leq 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=[-2;4]$.

Câu 7: **[2D2-6.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x}<27$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$3^{x^2-2x}<27\Leftrightarrow x^2-2x<3\Leftrightarrow x^2-2x-3<0\Leftrightarrow -1<x<3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-1;3)$.

Câu 8: **[2D2-6.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là:

A. $0;6$ **B.** $-\infty;6$ **C.** $0;64$ **D.** $6;+\infty$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $2^{2x}<2^{x+6}\Leftrightarrow 2x<x+6\Leftrightarrow x<6$

Cách 2:

Đặt $t=2^x$, $t>0$

Bất phương trình trở thành: $t^2-64t<0\Leftrightarrow 0<t<64\Leftrightarrow 0<2^x<64\Leftrightarrow x<6$.

Câu 9: **[2D2-6.2-2] (Câu 3 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\frac{1}{5}>0$.

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-1;+\infty)$. **C.** $S=(-2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình tương đương $5^{x+1}>5^{-1}\Leftrightarrow x+1>-1\Leftrightarrow x>-2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-2;+\infty)$.

Câu 1: **[2D2-6.2-3] (Câu 39 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_2(x+30)-5\right]\le 0$?

A. 30. **B.** Vô số. **C.** 31. **D.** 29.

Lời giải

Chọn C

Điều kiên xác định: $x>-30$. Đặt $f(x)=\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_2(x+30)-5\right]$

Xét phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3^{x^2}=9^x\\ \log_2(x+30)=5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2=2x\\ x+30=2^5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2 \text{ (kép)}\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

x	-30		0		2		$+\infty$
$f(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$+$	

Suy ra bất phương trình $f(x)\le 0$ có tập nghiệm là: $S=(-30;0]\cup\{2\}$

Với $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-29;-28;\ldots;-2;-1;0;2\}$.

Vậy có 31 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 2: **[2D2-6.2-3] (Câu 40 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$

A. 27. **B.** Vô số. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Ta có điều kiện xác định của bất phương trình là $x>-25$.

Đặt $A(x)=\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right], x>-25$.

$3^{x^2}-9^x=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2$.

$\log_3(x+25)-3=0\Leftrightarrow x=2$.

Ta có bảng xét dấu $A(x)$ như sau

x	-25		0		2		$+\infty$
$A(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$+$	

Từ đó, $A(x)\le 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ -25<x\le 0\end{array}\right. \Rightarrow x\in\{-24;-23;\ldots;0;2\}$ (do $x\in\mathbb{Z}$).

Kết luận: có 26 nghiệm nguyên thỏa mãn.

Câu 1: **[2D2-6.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Tập nghiệm của bất phương trình $9^x+2.3^x-3>0$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=3^x\,(t>0)$ bất phương trình đã cho trở thành $t^2+2t-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t>1\\t<-3(loai)\end{array}\right.$

Với $t>1$ thì $3^x>1\Leftrightarrow x>0$.

Câu 1: **[2D2-6.3-4] (Câu 40 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x+1}-\sqrt{2}\right)\left(2^{x}-y\right)<0$?

A. 1024. **B.** 1047. **C.** 1022. **D.** 1023.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^{x}$, ta có bất phương trình $(2t-\sqrt{2})(t-y)<0 \Leftrightarrow \left(t-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(t-y)<0\ (*)$

Vì y là số nguyên dương nên $\frac{\sqrt{2}}{2}<t<y$. Do đó $(*)\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}<2^{x}<y \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<x<\log_2 y$.

Để với mỗi số y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn thì ta có

$\log_2 y\le 10 \Leftrightarrow y\le 1024$.

Suy ra $y\in\{1;2;...;2014\}$.

Vậy có 1024 số nguyên dương của y thỏa mãn bài toán.

Câu 1: **[2D2-6.6-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \ge 1$ là

A. $(10;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[10;+\infty)$. **D.** $(-\infty;10)$.

Lời giải

Chọn C

$\log x \ge 1 \Leftrightarrow x \ge 10$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[10;+\infty)$.

Câu 1: **[2D2-6.6-2] (Câu 36 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(31-x^2\right)\ge 3$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $(0;2]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3\left(31-x^2\right)\ge 3\Leftrightarrow\begin{cases}31-x^2>0\\31-x^2\ge 3^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{31}<x<\sqrt{31}\\-2\le x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -2\le x\le 2$.

Câu 2: **[2D2-6.6-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(36-x^2\right)\ge 3$ là

A. $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $[-3;3]$. **D.** $(0;3]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3\left(36-x^2\right)\ge 3\Leftrightarrow 36-x^2\ge 27\Leftrightarrow 9-x^2\ge 0\Leftrightarrow -3\le x\le 3$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3;3]$.

Câu 3: **[2D2-6.6-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(36-x^2\right)\ge 3$ là

A. $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $[-3;3]$. **D.** $(0;3]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3\left(36-x^2\right)\ge 3\Leftrightarrow 36-x^2\ge 27\Leftrightarrow 9-x^2\ge 0\Leftrightarrow -3\le x\le 3$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3;3]$.

Câu 4: **[2D2-6.6-2] (Câu 36 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right)\ge 2$ là

A. $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2]$. **D.** $[-2;2]$.

Lời giải

Chọn D

$\log_3\left(13-x^2\right)\ge 2\Leftrightarrow 13-x^2\ge 9\Leftrightarrow x^2\le 4\Leftrightarrow -2\le x\le 2$

Câu 5: **[2D2-6.6-2] (Câu 14 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Giải bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$.

A. $x>3$ **B.** $\frac{1}{3}<x<3$ **C.** $x<3$ **D.** $x>\frac{10}{3}$

Lời giải

Chọn A

Đkxđ: $3x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{3}$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 3x-1>2^3 \Leftrightarrow 3x>9 \Leftrightarrow x>3$ (t/m đk).

Vậy bpt có nghiệm $x>3$.

Câu 1: **[2D2-6.7-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(18-x^2\right)\ge 2$ là

A. $(-\infty;3]$. **B.** $(0;3]$. **C.** $[-3;3]$. **D.** $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $18-x^2>0\Leftrightarrow x\in\left(-3\sqrt{2};3\sqrt{2}\right)$ **(*)**.

Khi đó ta có: $\log_3\left(18-x^2\right)\ge 2\Leftrightarrow 18-x^2\ge 9\Leftrightarrow -3\le x\le 3$.

Kết hợp với điều kiện **(*)**, ta được tập ngiệm của bất phương trình đã cho là $[-3;3]$.

Câu 2: **[2D2-6.7-2] (Câu 17 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=(-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}x+1>0\\2x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x>\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow x>\frac{1}{2}$ (*)

$\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)\Leftrightarrow x+1>2x-1\Leftrightarrow x-2<0\Leftrightarrow x<2$

Kết hợp (*) $\Rightarrow S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 1: **[2D2-6.8-2] (Câu 17 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4\ge 0$

A. $S=(-\infty;2]\cup[16;+\infty)$. **B.** $S=[2;16]$

C. $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x>0$

$$\log_2^2 x-5\log_2 x+4\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x\le 1\\ \log_2 x\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 2\\ x\ge 16\end{array}\right.$$

Kết hợp với đk $x>0$, ta được: $\left[\begin{array}{l}0<x\le 2\\ x\ge 16\end{array}\right.$

$S=(0;2]\cup[16;+\infty)$

Câu 1: [2D2-6.8-3] **(Câu 42 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0$ có nghiệm thự C.

A. $m<1$. **B.** $m<\frac{2}{3}$. **C.** $m<0$. **D.** $m\le 1$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $x>0$; Bất phương trình tương đương $\log_2^2 x-2\log_2 x-2<-3m$.

Xét hàm số $f(x)=\log_2^2 x-2\log_2 x-2$.

$f'(x)=\frac{2\ln(x)-2\ln(2)}{x\ln^2(2)}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, để bất phương trình có nghiệm thực thì $-3m>-3\Leftrightarrow m<1$.

Câu 1: [2D2-6.10-3] **(- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$?

A. 24. **B.** Vô số. **C.** 25. **D.** 26.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có điều kiện xác định của bất phương trình là $x>-25$.

Đặt $A(x)=\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right], x>-25$.

$2^{x^2}-4^x=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2$.

$\log_3(x+25)-3=0\Leftrightarrow x=2$.

Ta có bảng xét dấu $A(x)$ như sau

x	-25		0		2		$+\infty$
$A(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$+$	

Từ đó, $A(x)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\-25<x\le 0\end{array}\right.\Rightarrow x\in\{-24;-23;\ldots;0;2\}$

Kết luận: có 26 nghiệm nguyên thỏa mãn.

Cách 2:

- Trường hợp 1:

$$\begin{cases}2^{x^2}-4^x\le 0\\ \log_3(x+25)-3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^{x^2}\le 2^{2x}\\ x+25\ge 27\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x\le 0\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$$

- Trường hợp 2:

$$\begin{cases}2^{x^2}-4^x\ge 0\\ \log_3(x+25)-3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x\ge 0\\ -25<x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x\ge 2\end{array}\right.\\ -25<x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -25<x\le 0\vee x=2.$$

- Vậy có 26 giá trị nguyên của x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$.

Câu 1: **[2D2-6.10-4] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right).4^x$. Giá trị nhỏ nhất của của biểu thức $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right).4^x \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1} \le x^2+y^2-2x+2 \quad (*)$.

Đặt $t=x^2+y^2-2x+1=(x-1)^2+y^2 \ge 0$.

Khi đó **(*)** trở thành $2^t \le t+1$.

Xét hàm số $f(t)=2^t-t-1 \ (t \ge 0)$.

Ta có $f'(t)=2^t \ln 2-1$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow 2^t=\dfrac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow t=\log_2 \dfrac{1}{\ln 2}=t_0$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)=2^t-t-1 \ (t \ge 0)$ như sau

t	0		t_0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(t)$	0	↘	$f(t_0)$	↗	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $2^t-t-1 \le 0 \Leftrightarrow 0 \le t \le 1$.

Do đó $0 \le (x-1)^2+y^2 \le 1$. Tập hợp các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn **(*)** là hình tròn tâm $I(1;0)$, bán kính bằng 1 (kể cả biên). Nếu $2x-y+1=0 \Leftrightarrow y=2x+1$ thì $(x-1)^2+y^2=(x-1)^2+(2x+1)^2=4x^2+(x+1)^2+1>1$ mâu thuẫn với $0 \le (x-1)^2+y^2 \le 1$.

Với $2x-y+1 \ne 0$ thì $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1} \Leftrightarrow (\Delta):(2P-8)x-Py+P-4=0$.

Với $(x;y)$ thỏa mãn giả thiết, P là một giá trị của biểu thức $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ khi và chỉ khi đường thẳng $(\Delta):(2P-8)x-Py+P-4=0$ và hình tròn là hình tròn tâm $I(1;0)$, bán kính bằng 1 (kể cả biên) có điểm chung. Điều này tương đương với

$$d\left(I,(\Delta)\right) \le 1 \Leftrightarrow \frac{|2P-8+P-4|}{\sqrt{(2P-8)^2+P^2}} \le 1 \Leftrightarrow |3P-12| \le \sqrt{(2P-8)^2+P^2}$$

$\Leftrightarrow P^2-10P+20\le 0\Leftrightarrow 5-\sqrt{5}\le P\le 5+\sqrt{5}$. Suy ra miền giá trị của P là đoạn $\left[5-\sqrt{5};5+\sqrt{5}\right]$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $5-\sqrt{5}\ (\approx 2,76)$ đạt được khi $x=\frac{1}{3};y=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 2: **[2D2-6.10-4] (Câu 49 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right)\ge\log_2(x+y)$?

A. 80. **B.** 79. **C.** 157. **D.** 158.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}x+y>0\\x^2+y>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y>-x\\y>-x^2\end{cases}$

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x^2-x\ge 0,\forall x\in\mathbb{Z}$ suy ra $x^2>x\Leftrightarrow -x^2\le -x$ do đó có điều kiện $y>-x\Rightarrow y\ge 1-x$.

Xét hàm số $f(y)=\log_3\left(x^2+y\right)-\log_2\left(x+y\right)$.

Ta có $f'(y)=\frac{1}{\left(x^2+y\right)\ln 3}-\frac{1}{(x+y)\ln 2}=\frac{(x+y)\ln 2-\left(x^2+y\right)\ln 3}{\left(x^2+y\right)(x+y)\ln 3.\ln 2}$

Vì $x\le x^2\Rightarrow 0<x+y\le x^2+y$

$0<\ln 2<\ln 3$

Suy ra $\ln 2(x+y)<\ln 3\left(x^2+y\right)\Rightarrow f'(y)<0$.

Nhận xét: $f(1-x)=\log_3\left(x^2-x+1\right)-\log_2 1\ge 0,\forall x\in\mathbb{Z}$.

Giả sử phương trình $f(y)=0$ có nghiệm, vì $f(y)<0\Rightarrow$ phương trình $f(y)=0$ có nghiệm duy nhất $y=m$.

Có bảng biến thiên:

y	$1-x$		m		$+\infty$
$f'(y)$		$-$		$-$	
$f(y)$	$+$	↘	0	↘	$-$

Nên bất phương trình $f(y)\ge 0\Leftrightarrow 1-x\le y\le m$ do đó để bất phương trình có không quá 255 giá trị $y\in\mathbb{Z}$ thì $m\le 255-x$ nên

$f(256-x)<0\Leftrightarrow\log_3\left(x^2-x+256\right)-\log_2 256<0\Leftrightarrow x^2-x+256<3^8\Leftrightarrow -78,9<x<79,9$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $-78\le x\le 79\Rightarrow$ có 158 giá trị x thỏa mãn

Câu 3: **[2D2-6.10-4] (Câu 49 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right)\ge\log_2\left(x+y\right)$?

A. 89. **B.** 46. **C.** 45. **D.** 90.

Lời giải

Tác giả: Thầy Vũ Vĩnh Thái

Chọn D

Cách 1 (Thầy Vũ Vĩnh Thái).

Với x nguyên tùy ý, ta có $x^2\ge x$

Xét hàm số $f\left(y\right)=\log_2\left(x+y\right)-\log_3\left(x^2+y\right)$

Tập xác định : $D=\left(-x;+\infty\right)$ $\left(y>-x\Rightarrow y>-x^2\right)$

$$f'\left(y\right)=\frac{1}{\left(x+y\right)\ln 2}-\frac{1}{\left(x^2+y\right)\ln 3}=\frac{\left(x^2+y\right)\ln 3-\left(x+y\right)\ln 2}{\left(x+y\right)\left(x^2+y\right)\ln 2\cdot\ln 3}\ge 0\ \ \forall y\in D$$

$\left(x^2+y\ge x+y>0;\ln 3>\ln 2>0\right)\Rightarrow f\left(y\right)$ đồng biến trên D.

Ta có $f\left(-x+1\right)=-\log_3\left(x^2-x+1\right)\le 0$ (do $x^2-x+1\ge 1$)

Có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $f\left(y\right)\le 0$

$\Leftrightarrow f\left(-x+128\right)>0\Leftrightarrow\log_2 128-\log_3\left(x^2-x+128\right)>0$

$\Leftrightarrow x^2-x+128<3^7\Leftrightarrow x_1<x<x_2\left(x_1\approx-44{,}87;x_2\approx 45{,}87\right)$

$\Rightarrow x\in\left\{-44;-43;...;45\right\}$. Vậy có 90 giá trị x.

Cách 2 (Thầy Nguyễn Duy Hiếu).

Ta có: $\log_3(x^2+y)\ge\log_2(x+y)$ (1)

Đặt $t=x+y\ge 1$

(1) $\Leftrightarrow\log_3(x^2-x+t)\ge\log_2 t\Leftrightarrow g(t)=\log_2 t-\log_3(x^2-x+t)\le 0$ (2)

Ta có $g'(t)=\frac{1}{t\ln 2}-\frac{1}{\left(x^2-x+t\right)\ln 3}>0$ với mọi $t\ge 1$. Do đó $g(t)$ đồng biến trên $\left[1;+\infty\right)$

Vì mỗi x nguyên có không quá 127 giá trị $t\in\mathbb{N}^*$ thỏa mãn (2) nên ta có

$g(128)>0\Leftrightarrow\log_2 128-\log_3\left(x^2-x+128\right)>0$

$\Leftrightarrow x^2-x+128<3^7\Leftrightarrow -44{,}8\le x\le 45{,}8$.

Vậy có 90 giá trị thoả mãn YCBT.

Câu 4: **[2D2-6.10-4] (Câu 49) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right)\ge\log_3\left(x+y\right)$?

A. 55. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 56.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x+y>0 \\ x^2+y>0 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases}$. Khi đó

$\log_4\left(x^2+y\right)\ge\log_3\left(x+y\right)\Leftrightarrow x^2+y\ge 4^{\log_3(x+y)}\Leftrightarrow x^2+y\ge\left(x+y\right)^{\log_3 4}$

$\Leftrightarrow x^2-x>\left(x+y\right)^{\log_3 4}-\left(x+y\right)\ (1)$

Đặt $t=x+y\Rightarrow t\ge 1$ thì (1) được viết lại là $x^2-x>t^{\log_3 4}-t\ (2)$

Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1)

Tương đương với bất phương trình (2) có không quá 242 nghiệm t.

Nhận thấy $f(t)=t^{\log_3 4}-t$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ nên nếu $x^2-x>243^{\log_3 4}-243=781$ thì sẽ có ít nhất 243 nghiệm nguyên $t\ge 1$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2-x\le 781\Leftrightarrow -27,4\le x\le 28,4$.

Mà x nguyên nên $x\in\{-27,-26,...,27,28\}$.

Vậy có tất cả $28+28=56$ số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5: **[2D2-6.10-4] (Câu 49 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right)\ge\log_3(x+y)$?

A. 59. **B.** 58. **C.** 116. **D.** 115.

Lời giải

Chọn C

Với mọi $x\in\mathbb{Z}$ ta có $x^2\ge x$.

Xét hàm số $f(y)=\log_3(x+y)-\log_4\left(x^2+y\right)$.

Tập xác định $D=(-x;+\infty)$ (do $y>-x\Rightarrow y>-x^2$).

$f'(y)=\dfrac{1}{(x+y)\ln 3}-\dfrac{1}{\left(x^2+y\right)\ln 4}\ge 0,\ \forall x\in D$ (do $x^2+y\ge x+y>0,\ln 4>\ln 3$)

$\Rightarrow f$ tăng trên D.

Ta có $f(-x+1)=\log_3(x-x+1)-\log_4\left(x^2-x+1\right)\le 0$.

Có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $f\left(y\right)\le 0$

$\Leftrightarrow f(-x+729)>0\Leftrightarrow\log_3 729-\log_4\left(x^2-x+729\right)>0$

$\Leftrightarrow x^2-x+729-4^6<0 \Leftrightarrow x^2-x-3367<0$

$\Leftrightarrow -57,5\le x\le 58,5$

Mà $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-57,-56,...,58\}$.

Vậy có $58-(-57)+1=116$ số nguyên x thỏa.

Câu 6: **[2D2-6.10-4] (Câu 50 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Xét hàm số $f(t)=\dfrac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thự C. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x)+f(y)=1$ với mọi x,y thỏa mãn $e^{x+y}\le e(x+y)$. Tìm số phần tử của S.

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có nhận xét: $\begin{cases}e^x\ge e.x\\ e^y\ge e.y\end{cases}\Rightarrow e^{x+y}\le e(x+y)\Leftrightarrow x+y=1.$

(Dấu ''='' xảy ra khi $x+y=1$).

Do đó ta có: $f(x)+f(y)=1\Leftrightarrow f(x)+f(1-x)=1$

$$\Leftrightarrow \frac{9^x}{9^x+m^2}+\frac{9^{1-x}}{9^{1-x}+m^2}=1\Leftrightarrow \frac{9+m^2.9^x+9+m^2.9^{1-x}}{9+m^2.9^x+m^2.9^{1-x}+m^4}=1$$

$$\Leftrightarrow 9+m^2.9^x+9+m^2.9^{1-x}=9+m^2.9^x+m^2.9^{1-x}+m^4$$

$$\Leftrightarrow m^4=9\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}.$$

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 1: **[2D3-1.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x)=-f(x),\forall x\in K$.

B. $f'(x)=F(x),\forall x\in K$.

C. $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.

D. $f'(x)=-F(x),\forall x\in K$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.

Câu 1: **[2D3-1.2-1] (Câu 1 - MĐ 102-BGD&ĐT- Năm 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+6$ là

A. x^2+6x+C. **B.** $2x^2+C$. **C.** $2x^2+6x+C$. **D.** x^2+C.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int(2x+6)dx=2.\frac{x^2}{2}+6x+C=x^2+6x+C$ (C là hằng số).

Câu 2: **[2D3-1.2-1] (Câu 15 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+5$ là

A. x^2+5x+C. **B.** $2x^2+5x+C$. **C.** $2x^2+C$. **D.** x^2+C.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx=\int(2x+5)dx=x^2+5x+C$.

Câu 3: **[2D3-1.2-1] (Câu 6 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x^2$ là

A. x^4+x^3+C **B.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+C$ **C.** $3x^2+2x+C$ **D.** x^3+x^2+C

Lời giải

Chọn B

Câu 4: **[2D3-1.2-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x^2$ là

A. $4x^3+2x+C$. **B.** $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. **C.** x^4+x^2+C. **D.** x^5+x^3+C.

Lời giải

Chọn B

$\int f(x)dx=\int(x^4+x^2)dx=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$.

Câu 5: **[2D3-1.2-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x$ là

A. x^4+x+C. **B.** $4x^3+1+C$. **C.** x^5+x^2+C. **D.** $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{2}x^2+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\left(x^4+x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 6: **[2D3-1.2-1] (Câu 7 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ là

A. x^4+x^2+C **B.** $3x^2+1+C$ **C.** x^3+x+C **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$

Lời giải

Chọn D

$\int\left(x^3+x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 7: **[2D3-1.2-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

A. $\int 7^x\mathrm{d}x=7^x\ln 7+C.$ **B.** $\int 7^x\mathrm{d}x=\frac{7^x}{\ln 7}+C.$ **C.** $\int 7^x\mathrm{d}x=7^{x+1}+C.$ **D.** $\int 7^x\mathrm{d}x=\frac{7^{x+1}}{x+1}+C.$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $\int a^x\,\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C$,$(0<a\neq 1)$ ta được đáp án **B.**

Câu 8: **[2D3-1.2-1] (Câu 8 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x$.

A. $\int 2\sin x dx=2\cos x+C$. **B.** $\int 2\sin x dx=\sin^2 x+C$.

C. $\int 2\sin x dx=\sin 2x+C$. **D.** $\int 2\sin x dx=-2\cos x+C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: **[2D3-1.2-1] (Câu 2 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{5x-2}$.

A. $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln|5x-2|+C$ **B.** $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=-\frac{1}{2}\ln|5x-2|+C$

C. $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$ **D.** $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int\frac{\mathrm{d}x}{ax+b}=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+C\ (a\neq 0)$ ta được $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln|5x-2|+C$.

Câu 10: **[2D3-1.2-1] (Câu 2 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 3x$

A. $\int \cos 3x dx = 3\sin 3x + C$.

B. $\int \cos 3x dx = \dfrac{\sin 3x}{3} + C$.

C. $\int \cos 3x dx = -\dfrac{\sin 3x}{3} + C$.

D. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.

Lời giải

Chọn B

$\int \cos 3x \,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\sin 3x + C$

Câu 11: **[2D3-1.2-1] (Câu 10 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\dfrac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{2}{x} + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{1}{x} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{2}{x} + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{1}{x} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\left(x^2+\dfrac{2}{x^2}\right)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{2}{x} + C$.

Câu 12: **[2D3-1.2-1] (Câu 22 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2}\sin 2x + C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sin 2x + C$

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = -2\sin 2x + C$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{a}\sin(ax+b)+C$ với $a\neq 0$; thay $a=2$ và $b=0$ để có kết quả.

Câu 1: **[2D3-1.2-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Biết $F(x)=e^x+x^2$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $2e^x+2x^2+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}+x^2+C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{2x}+2x^2+C$. **D.** $e^{2x}+4x^2+C$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên ta có

$f(x)=F'(x),\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow f(x)=e^x+2x,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f(2x)=e^{2x}+4x$.

Vậy $\int f(2x)\mathrm{d}x=\int\left(e^{2x}+4x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+2x^2+C$.

Cách 2: $\int f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int f(2x)\mathrm{d}(2x)=\frac{1}{2}F(2x)+C=\frac{1}{2}\left[e^{2x}+(2x)^2\right]+C=\frac{1}{2}e^{2x}+2x^2+C$.

Câu 2: **[2D3-1.2-2] (Câu 25 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** $\int x^4dx$ bằng

A. $\frac{1}{5}x^5+C$. **B.** $4x^3+C$. **C.** x^5+C. **D.** $5x^5+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có, $\int x^4dx=\frac{1}{5}x^5+C$.

Câu 3: **[2D3-1.2-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** $\int x^3dx$ bằng.

A. $4x^4+C$ **B.** $3x^2+C$ **C.** x^4+C **D.** $\frac{1}{4}x^4+C$

Lời giải

Tác giả:Tăng Duy Hùng

Phản biện1:Xuân Hưng Lê Phản biện2: Tuấn Minh

Chọn D

Ta có $\int x^3dx=\frac{1}{4}x^4+C$

Câu 4: **[2D3-1.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là

A. x^3+C **B.** $\frac{x^3}{3}+x+C$ **C.** $6x+C$ **D.** x^3+x+C

Lời giải

Chọn D

$$\int\left(3x^2+1\right)dx = x^3 + x + C.$$

Câu 1: **[2D3-1.3-1] (Câu 10 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+x$ là

A. e^x+x^2+C. **B.** $\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **C.** $\frac{1}{x+1}\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^x+C$. **D.** e^x+1+C.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^x+x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 1: **[2D3-1.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $x+3\ln(x-1)+C.$ **B.** $x-3\ln(x-1)+C.$

C. $x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C.$ **D.** $x+\dfrac{3}{(x-1)^2}+C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}=1+\dfrac{3}{x-1}$

$\Rightarrow \int f(x)dx=\int\left(1+\dfrac{3}{x-1}\right)dx=\int dx+3\int\dfrac{1}{x-1}dx=x+3\ln(x-1)+C$ với $x\in(1;+\infty)$.

Câu 2: **[2D3-1.3-2] (Câu 35 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\ x\ =\dfrac{3x-2}{x-2\ ^2}$ trên khoảng $2;+\infty$ là

A. $3\ln\ x-2\ +\dfrac{4}{x-2}+C.$ **B.** $3\ln\ x-2\ +\dfrac{2}{x-2}+C.$

C. $3\ln\ x-2\ -\dfrac{2}{x-2}+C.$ **D.** $3\ln\ x-2\ -\dfrac{4}{x-2}+C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $f\ x\ =\dfrac{3x-2}{x-2\ ^2}=\dfrac{4}{x-2\ ^2}+\dfrac{3}{x-2}$

$\int f\ x\ dx=\int\left(\dfrac{4}{x-2\ ^2}+\dfrac{3}{x-2}\right)dx=3\ln\ x-2\ -\dfrac{4}{x-2}+C$, do $x\in\ 2;+\infty\ \Rightarrow x-2>0.$

Câu 3: **[2D3-1.3-2] (Câu 34 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là:

A. $2\ln(x+2)+\dfrac{1}{x+2}+C.$ **B.** $2\ln(x+2)-\dfrac{1}{x+2}+C.$

C. $2\ln(x+2)-\dfrac{3}{x+2}+C.$ **D.** $2\ln(x+2)+\dfrac{3}{x+2}+C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\int \frac{2x+1}{(x+2)^2}dx = \int \frac{2(x+2)-3}{(x+2)^2}dx = \int \frac{2(x+2)}{(x+2)^2}dx - \int \frac{3}{(x+2)^2}dx$$

$$= 2\int \frac{d(x+2)}{x+2} - \int 3(x+2)^{-2}d(x+2) = 2\ln|x+2| + \frac{3}{x+2} + C = 2\ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C.$$

Câu 4: **[2D3-1.3-2] (Câu 34 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C$. **B.** $3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + C$.

C. $3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + C$. **D.** $3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\int f(x)dx = \int \frac{3x-1}{(x-1)^2}dx = \int \frac{3(x-1)+2}{(x-1)^2}dx = \int \left[\frac{3}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2}\right]dx = 3\ln|x-1| - \frac{2}{x-1} + C$$

Do đó trên khoảng $(1;+\infty)$ ta có:

$$\int f(x)dx = \int \frac{3x-1}{(x-1)^2}dx = 3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C.$$

Câu 5: **[2D3-1.3-2] (Câu 31 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ là

A. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$. **B.** $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$.

C. $2\ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$. **D.** $2\ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x)dx = \int \frac{2x-1}{(x+1)^2}dx = \int \frac{2(x+1)-3}{(x+1)^2}dx = 2\int \frac{dx}{x+1} - 3\int \frac{dx}{(x+1)^2} = 2\ln|x+1| + \frac{3}{x+1} + C.$$

Vì $x \in (-1;+\infty)$ nên $\int f(x)dx = 2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$

Câu 1: **[2D3-1.4-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thoả mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$

A. $F(x)=\cos x-\sin x+3$. **B.** $F(x)=-\cos x+\sin x+3$.

C. $F(x)=-\cos x+\sin x-1$. **D.** $F(x)=-\cos x+\sin x+1$.

Lời giải

Chọn D

Có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\sin x+\cos x)\mathrm{d}x=-\cos x+\sin x+C$

Do $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\cos\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{2}+C=2\Leftrightarrow 1+C=2\Leftrightarrow C=1\Rightarrow F(x)=-\cos x+\sin x+1$.

Câu 2: **[2D3-1.4-2] (Câu 13 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=\frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=e^x+x^2+\frac{3}{2}$. **B.** $F(x)=2e^x+x^2-\frac{1}{2}$.

C. $F(x)=e^x+x^2+\frac{5}{2}$. **D.** $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$F(x)=\int(e^x+2x)\mathrm{d}x=e^x+x^2+C$.

$F(0)=\frac{3}{2}\Leftrightarrow e^0+C=\frac{3}{2}\Leftrightarrow C=\frac{1}{2}$. Vậy $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$.

Câu 3: **[2D3-1.4-2] (Câu 24 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=\ln 2-1$ **B.** $F(3)=\ln 2+1$ **C.** $F(3)=\frac{1}{2}$ **D.** $F(3)=\frac{7}{4}$

Lời giải

Chọn B

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x-1}\mathrm{d}x=\ln|x-1|+C$. $F(2)=1\Leftrightarrow\ln 1+C=1\Leftrightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=\ln|x-1|+1$. Suy ra $F(3)=\ln 2+1$.

Câu 1: **[2D3-1.4-3] (Câu 40 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & \text{khi } x\ge 1\\ 3x^2-2 & \text{khi } x<1\end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$.Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng.

A. 9. **B.** 15. **C.** 11. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int(2x-1)\mathrm{d}x=x^2-x+c_1$; $\int(3x^2-2)\mathrm{d}x=x^3-2x+c_2$

Suy ra $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}x^2-x+C_1 & \text{khi } x\ge 1\\ x^3-2x+C_2 & \text{khi } x<1\end{cases}$

Mà ta có $F(0)=2\Rightarrow C_2=2$

Mặt khác hàm số F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ nên $y=F(x)$ liên tục tại $x=1$

Suy ra $\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)\Rightarrow C_1=1$.

Khi đó ta có: $F(x)=\begin{cases}x^2-x+1 & \text{khi } x\ge 1\\ x^3-2x+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}F(-1)=3\\ F(2)=3\end{cases}$.

Vậy $F(-1)+2F(2)=9$.

Câu 2: **[2D3-1.4-3] (Câu 39 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+5 & khi\ \ x\ge 1\\ 3x^2+4 & khi\ \ x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$.

Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 27. **B.** 29. **C.** 12. **D.** 33.

Lời giải

Chọn A

$$f(x)=\begin{cases}2x+5 & khi\ \ x\ge 1\\ 3x^2+4 & khi\ \ x<1\end{cases}\Rightarrow F(x)=\begin{cases}x^2+5x+C_1 & khi\ \ x\ge 1\\ x^3+4x+C_2 & khi\ \ x<1\end{cases}.$$

Vì $F(0)=2\Rightarrow C_2=2\Rightarrow F(x)=\begin{cases}x^2+5x+C_1 & khi\ \ x\ge 1\\ x^3+4x+2 & khi\ \ x<1\end{cases}$.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1^+}\left(x^2+5x+C_1\right)=\lim\limits_{x\to 1^-}\left(x^3+4x+2\right)$

$\Leftrightarrow 1+5+C_1=1+4+2$

$\Leftrightarrow C_1=1$

$\Rightarrow F(x)=\begin{cases}x^2+5x+1 \ \ khi \ \ x\ge 1\\ x^3+4x+2 \ \ khi \ \ x<1\end{cases}$.

Vậy $F(-1)+2F(2)=-3+2.15=27$.

Câu 3: **[2D3-1.4-3] (Câu 40 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Biết $F(x)=e^x+2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

A. $e^{2x}+8x^2+C$. **B.** $2e^x+4x^2+C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{2x}+2x^2+C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{2x}+4x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\left(F(x)\right)'=\left(e^x+2x^2\right)'=e^x+4x$.

Khi đó $\int f(2x)dx=\int\left(e^{2x}+8x\right)dx=\frac{1}{2}e^{2x}+4x^2+C$

Câu 1: **[2D3-1.5-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Biết $F(x)=e^x-x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+C.$ **B.** $e^{2x}-4x^2+C.$ **C.** $2e^x-2x^2+C.$ **D.** $\frac{1}{2}e^{2x}-x^2+C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x)=e^x-x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên

$f(x)=F'(x)=e^x-2x\Rightarrow f(2x)=e^{2x}-4x.$

Khi đó, $\int f(2x)dx=\int\left(e^{2x}-4x\right)dx=\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+C.$

Câu 2: **[2D3-1.5-2] (Câu 23 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}.$

A. $\int f(x)dx=\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C.$ **B.** $\int f(x)dx=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C.$

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{3}\sqrt{2x-1}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\sqrt{2x-1}+C.$

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x)dx=\int\sqrt{2x-1}dx=\frac{1}{2}\int(2x-1)^{\frac{1}{2}}d(2x-1)$$
$$=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C.$$

Câu 1: **[2D3-1.5-3] (Câu 40 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Biết $F(x)=e^x-2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $2e^x-4x^2+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}-4x^2+C$. **C.** $e^{2x}-8x^2+C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int f(2x)\mathrm{d}(2x)=\frac{1}{2}F(2x)=\frac{1}{2}\left(e^{2x}-2(2x)^2\right)+C$$

Câu 1: **[2D3-1.7-2] (Câu 33 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B.** $2x^2\ln x+x^2$. **C.** $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D.** $2x^2\ln x+x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\int f(x)\mathrm{d}x=\int 4x(1+\ln x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=1+\ln x\\ \mathrm{d}v=4x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=2x^2\end{cases}$.

$\Rightarrow I=2x^2(1+\ln x)-\int 2x^2.\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=2x^2(1+\ln x)-x^2+C=2x^2\ln x+x^2+C$.

Vậy $I=2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 1: **[2D3-1.7-3] (Câu 44 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A. $-\sin 2x+\cos 2x+C$. **B.** $-2\sin 2x+\cos 2x+C$.

C. $-2\sin 2x-\cos 2x+C$. **D.** $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $(\cos 2x)'=f(x)e^x \Rightarrow f(x)e^x=-2\sin 2x$.

Xét $I=\int f'(x)e^x dx$

Đặt $\begin{cases} u=e^x \\ dv=f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=e^x dx \\ v=f(x) \end{cases}$

$I=f(x)e^x-\int f(x)e^x dx=-2\sin 2x+2\int \sin 2x dx=-2\sin 2x-\cos 2x+C.$

Câu 2: **[2D3-1.7-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho $F(x)=\dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x dx=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x dx=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}\right)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x dx=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \dfrac{f(x)}{x}dx=\dfrac{1}{2x^2}$. Chọn $f(x)=\dfrac{-1}{x^2}$.

Khi đó: $\int f'(x)\ln x\,dx=\int \dfrac{2}{x^3}\ln x\,dx$. Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=\dfrac{2}{x^3}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{dx}{x} \\ v=\dfrac{-1}{x^2} \end{cases}$.

Khi đó: $\int f'(x)\ln x\,dx=\int \dfrac{\ln x}{x^3}dx=-\dfrac{\ln x}{x^2}+\int \dfrac{1}{x^3}dx=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}\right)+C.$

Câu 1: **[2D3-1.8-3] (Câu 42 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\dfrac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$. **B.** $\dfrac{x+1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$. **C.** $\dfrac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **D.** $\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int g(x)\mathrm{d}x=\int(x+1)f'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Khi đó $\int g(x)\mathrm{d}x=(x+1)f(x)-\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+1}}-\int\dfrac{x\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{x^2+x}{\sqrt{x^2+1}}-\dfrac{1}{2}\int\dfrac{\mathrm{d}(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}}=$

$=\dfrac{x^2+x}{\sqrt{x^2+1}}-\sqrt{x^2+1}+C=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}+C$.

Câu 2: **[2D3-1.8-3] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\dfrac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}}+C$. **B.** $\dfrac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}}+C$. **C.** $\dfrac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}}+C$. **D.** $\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2+3}}+C$.

Lời giải

Phản biện: Trần Quốc An

Chọn D

Ta có $\int g(x)\mathrm{d}x=\int(x+1)f'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

$\Rightarrow\int g(x)\mathrm{d}x=(x+1)f(x)-\int f(x)\mathrm{d}x=(x+1)f(x)-\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}\mathrm{d}x$.

Tính $\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{x^2+3}\Rightarrow t^2=x^2+3\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}\mathrm{d}x=\int\dfrac{t}{t}\mathrm{d}t=\int\mathrm{d}t=t+C=\sqrt{x^2+3}+C$.

Vậy $\int g(x)dx=(x+1)f(x)-\sqrt{x^2+3}+C=\dfrac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+3}}-\sqrt{x^2+3}+C=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2+3}}+C$.

Câu 3: **[2D3-1.8-3] (Câu 39) (ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\dfrac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}}+C$. **B.** $\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}+C$. **C.** $\dfrac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}}+C$. **D.** $\dfrac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned}\int g(x)dx&=\int(x+1)f'(x)dx\\&=(x+1)f(x)-\int f(x)dx\\&=\frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}}-\int\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}dx\\&=\frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}}-\frac{1}{2}\int\frac{d(x^2+2)}{\sqrt{x^2+2}}\\&=\frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}}-\frac{1}{2}.2\sqrt{x^2+2}+C\\&=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}+C.\end{aligned}$$

Câu 1: **[2D3-1.9-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$, $f(0)=1$, $f(1)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

A. $4+\ln 15$ **B.** $2+\ln 15$ **C.** $3+\ln 15$ **D.** $\ln 15$

Lời giải

Chọn C

$\int \frac{2}{2x-1}dx=\ln|2x-1|+C=f(x)$

Với $x<\frac{1}{2}$, $f(0)=1\Rightarrow C=1$ nên $f(-1)=1+\ln 3$

Với $x>\frac{1}{2}$, $f(1)=2\Rightarrow C=2$ nên $f(3)=2+\ln 5$

Nên $f(-1)+f(3)=3+\ln 15$

Câu 2: **[2D3-1.9-3] (Câu 37 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho $F(x)=-\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{5x^5}+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}-\frac{1}{5x^5}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x dx=-\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F'(x)=\frac{1}{3}.\frac{3x^2}{x^6}=\frac{1}{x^4}=\frac{f(x)}{x}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{x^3}$.

Xét $I=\int f'(x)\ln x$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=f'(x)dx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ v=f(x)\end{cases}$.

Ta có: $I=\ln x.f(x)-\int\frac{f(x)}{x}dx+C=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

Câu 3: **[2D3-1.9-3] (Câu 40 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $F(x)=(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx=(4-2x)e^x+C$ **B.** $\int f'(x)e^{2x}dx=\frac{2-x}{2}e^x+C$

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=(2-x)e^x+C$ **D.** $\int f'(x)e^{2x}dx=(x-2)e^x+C$

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài ta có $\int f(x).e^{2x}dx=(x-1)e^x+C$, suy ra

$f(x).e^{2x}=\left[(x-1)e^x\right]'=e^x+(x-1).e^x$

$\Rightarrow f(x)=e^{-x}+(x-1).e^{-x}=x.e^{-x}\Rightarrow f'(x)=(1-x).e^{-x}$

Suy ra $K=\int f'(x)e^{2x}dx=\int(1-x)e^xdx=\int(1-x)d(e^x)=e^x(1-x)+\int e^xdx=(2-x)e^x+C$.

Câu 1: **[2D3-1.10-3] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+2 & khi\ x\ge 1\\ 3x^2+1 & khi\ x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 18. **B.** 20. **C.** 9. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

- F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ nên $F(x)=\begin{cases}x^2+2x+C_1 & khi\ x\ge 1\\ x^3+x+C_2 & khi\ x<1\end{cases}$.
- Ta có: $F(0)=2\Rightarrow C_2=2$. (1)
- Do F liên tục tại $x=1$ nên $\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=F(1)$

$\Leftrightarrow C_1+3=C_2+2\overset{(1)}{\Leftrightarrow}C_1+3=4\Leftrightarrow C_1=1$.

- Do đó $F(x)=\begin{cases}x^2+2x+1 & khi\ x\ge 1\\ x^3+x+2 & khi\ x<1\end{cases}$.
- Suy ra $F(-1)+2F(2)=18$.

Câu 2: **[2D3-1.10-3] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{khi } x\ge 1\\ 3x^2+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 23. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x)=\begin{cases}x^2+3x+C_1 & \text{khi } x\ge 1\\ x^3+2x+C_2 & \text{khi } x<1\end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(x^2+3x+C_1\right)=C_1+4$.

$\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\left(x^3+2x+C_2\right)=C_2+3$.

$F(x)$ liên tục tại $x=1\Leftrightarrow C_1+4=C_2+3$

$F(0)=2\Rightarrow C_2=2$.

Từ và suy ra $\begin{cases}C_1=1\\ C_2=2\end{cases}\Rightarrow F(x)=\begin{cases}x^2+3x+1 & \text{khi } x\ge 1\\ x^3+2x+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$.

$F(-1)+2F(2)=(-1)^3+2(-1)+2+2\left(2^2+3.2+1\right)=21$.

Câu 1: **[2D3-2.0-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{25}$ và $f'(x)=4x^3\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{41}{400}$. **B.** $-\frac{1}{10}$. **C.** $-\frac{391}{400}$. **D.** $-\frac{1}{40}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=4x^3\left[f(x)\right]^2\Rightarrow-\frac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}=-4x^3\Rightarrow\left[\frac{1}{f(x)}\right]'=-4x^3\Rightarrow\frac{1}{f(x)}=-x^4+C$

Do $f(2)=-\frac{1}{25}$, nên ta có $C=-9$. Do đó $f(x)=-\frac{1}{x^4+9}\Rightarrow f(1)=-\frac{1}{10}$.

Câu 2: **[2D3-2.0-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{3}$ và $f'(x)=x\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{11}{6}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{2}{9}$. **D.** $-\frac{7}{6}$

Lời giải

Chọn B

Từ hệ thức đề cho: $f'(x)=x\left[f(x)\right]^2$ **(1),** suy ra $f'(x)\geq 0$ với mọi $x\in[1;2]$. Do đó $f(x)$ là hàm không giảm trên đoạn $[1;2]$, ta có $f(x)\leq f(2)<0$ với mọi $x\in[1;2]$.

Chia 2 vế hệ thức (1) cho $\left[f(x)\right]^2\Rightarrow\frac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}=x,\forall x\in[1;2]$.

Lấy tích phân 2 vế trên đoạn $[1;2]$ hệ thức vừa tìm được, ta được:

$$\int_1^2\frac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}\mathrm{d}x=\int_1^2 x\mathrm{d}x\Rightarrow\int_1^2\frac{1}{\left[f(x)\right]^2}\mathrm{d}f(x)=\frac{3}{2}\Rightarrow\left.\frac{-1}{f(x)}\right|_1^2=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{1}{f(1)}-\frac{1}{f(2)}=\frac{3}{2}$$

Do $f(2)=-\frac{1}{3}$ nên suy ra $f(1)=-\frac{2}{3}$.

Chú ý: có thể tự kiểm tra các phép biến đổi tích phân trên đây là có nghĩa.

Câu 1: **[2D3-2.1-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Biết $\int_1^5 f(x)\,dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x)\,dx$ bằng

A. 7. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 64. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^5 3f(x)\,dx = 3\int_1^5 f(x)\,dx = 3.4 = 12$.

Câu 2: **[2D3-2.1-1] (Câu 23 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^3 2f(x)dx = 2\int_1^3 f(x)dx = 2.3 = 6$.

Câu 3: **[2D3-2.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2.4 = 8$.

Câu 4: **[2D3-2.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$.

Câu 5: **[2D3-2.1-1] (Câu 15 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Biết $\int_0^1 f(x)dx=2;\int_0^1 g(x)dx=-4$.

Khi đó $\int_0^1[f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$\int_0^1[f(x)+g(x)]dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_0^1 g(x)dx=2-4=-2$.

Câu 6: **[2D3-2.1-1] (Câu 4 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=6$, khi đó $\int_1^2[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 4. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

$\int_1^2[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=2-6=-4$.

Câu 7: **[2D3-2.1-1] (Câu 8 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-4$, khi đó $\int_0^1[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-4$ nên:

$\int_0^1[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=3+(-4)=-1.$.

Câu 8: **[2D3-2.1-1] (Câu 11 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Biết $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)dx=3$, khi đó $\int_0^1[f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 [f(x)-g(x)]dx=\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1 g(x)dx=-2-3=-5.$

Câu 9: **[2D3-2.1-1] (Câu 6 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^1 [f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$\int_0^1 [f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=2-2.5=-8.$

Câu 10: **[2D3-2.1-1] (Câu 23 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1)=1$ và $f(2)=2$. Tính $I=\int_1^2 f'(x)dx.$

A. $I=1.$ **B.** $I=-1.$ **C.** $I=3.$ **D.** $I=\frac{7}{2}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_1^2 f'(x)dx=f(x)\big|_1^2=f(2)-f(1)=2-1=1.$

Câu 1: **[2D3-2.1-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Nếu $\int_0^2 f(x)dx=4$ thì $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx=\int_0^2 2f(x)dx-\int_0^2 dx=2.4-2=6$.

Câu 2: **[2D3-2.1-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Nếu $\int_0^2 f(x)dx=6$ thì $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 14

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx=2\int_0^2 f(x)dx-\int_0^2 1dx=2.6-2=10$.

Câu 3: **[2D3-2.1-2] (Câu 37 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Nếu $\int_0^2 f(x)dx=3$ thì $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx=2\int_0^2 f(x)dx-\int_0^2 dx=2.3-2=4.$

Câu 4: **[2D3-2.1-2] (Câu 38 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Nếu $\int_0^2 f(x)dx=5$ thì $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

$\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx=\int_0^2 2f(x)dx-\int_0^2 1dx=8$.

Câu 5: **[2D3-2.1-2] (Câu 33 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Nếu $\int_1^3 \left[2f(x)+1\right]\mathrm{d}x=5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^3 \left[2f(x)+1\right]\mathrm{d}x=5 \Leftrightarrow 2\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^3 \mathrm{d}x=5 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$.

Câu 6: **[2D3-2.1-2] (Câu 38 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Biết $\int_0^1 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\int_0^1 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^1 2x\mathrm{d}x=5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5-\int_0^1 2x\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5-1=4$$

.

Câu 7: **[2D3-2.1-2] (Câu 37 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Biết $\int_0^1 \left[f(x)+2x\right]dx=3$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 \left[f(x)+2x\right]dx=3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx+\int_0^1 2xdx=3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx=3-\int_0^1 2xdx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx=3-1=2$$

Câu 8: **[2D3-2.1-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Biết $\int_0^1 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=2$.

Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^1 \left[f(x)+2x \right]dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 2xdx = \int_0^1 f(x)dx + x^2 \Big|_0^1 = \int_0^1 f(x)dx + 1$.

Theo bài ra: $\int_0^1 \left[f(x)+2x \right]dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx + 1 = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 1$.

Vậy $\int_0^1 f(x)dx = 1$.

Câu 9: **[2D3-2.1-2] (Câu 28 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 \left[2+f(x) \right]dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Khi đó $\int_1^2 \left[2+f(x) \right]dx = \int_1^2 2dx + \int_1^2 f(x)dx = \left(2x+x^2 \right)\Big|_1^2 = 5$.

Câu 10: **[2D3-2.1-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x)+2\sin x \right]dx$.

A. $I=7$. **B.** $I=5+\frac{\pi}{2}$. **C.** $I=3$. **D.** $I=5+\pi$.

Lời giải

Chọn A

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x)+2\sin x \right]dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx - 2\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 5 - 2(0-1) = 7$

Câu 1: **[2D3-2.2-1] (Câu 17 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

A. $\frac{15}{3}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Big|_1^2 = \frac{16}{4} - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$.

Câu 2: **[2D3-2.2-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $\frac{1}{3}\ln 2$. **C.** $\frac{2}{3}\ln 2$. **D.** $\ln 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2} = \frac{1}{3}\ln|3x-2|\Big|_1^2 = \frac{1}{3}(\ln 4 - \ln 1) = \frac{2}{3}\ln 2$.

Câu 3: **[2D3-2.2-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$. **B.** $e^4 - e$. **C.** $\frac{1}{3}(e^4 + e)$. **D.** $e^3 - e$

Lời giải

Chọn A

$\int_0^1 e^{3x+1} dx = \frac{1}{3}\int_0^1 e^{3x+1} d(3x+1) = \frac{1}{3}e^{3x+1}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}(e^4 - e)$.

Câu 1: **[2D3-2.2-2] (Câu 38 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3[1+f(x)]dx$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Do $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)=(F(x))'=(x^2)'=2x$. Suy ra $\int_1^3[1+f(x)]dx=\int_1^3(1+2x)dx=(x+x^2)\Big|_1^3=10$.

Câu 2: **[2D3-2.2-2] (Câu 26) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

Giá trị của $\int_1^3[1+f(x)]dx$ bằng

A. 20. **B.** 22. **C.** 26. **D.** 28.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên ta có

$\int_1^3[1+f(x)]dx=(x+x^3)\Big|_1^3=30-2=28.$

Câu 3: **[2D3-2.2-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2[2+f(x)]dx$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** 7. **C.** 9. **D.** $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^2[2+f(x)]dx=[2x+F(x)]\Big|_1^2=(2x+x^3)\Big|_1^2=12-3=9$

Câu 4: **[2D3-2.2-2] (Câu 32 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2-2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. **D.** $\frac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=2\sin^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow f(x)=\int\left(2\sin^2 x+3\right)dx=\int(4-\cos 2x)dx=4x-\frac{1}{2}\sin 2x+C$

Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4\Rightarrow f(x)=4x-\frac{1}{2}\sin 2x+4$.

Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(4x-\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)dx=\left(2x^2+4x+\frac{1}{4}\cos 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+8\pi-2}{8}$.

Câu 5: **[2D3-2.2-2] (Câu 35 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^2+15\pi}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2-4}{16}$.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=2\sin^2 x+1=1-\cos 2x+1=2-\cos 2x$

Suy ra $f(x)=2x-\frac{\sin 2x}{2}+C$. Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4$

Suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x=\left(x^2+\frac{\cos 2x}{4}+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$

Câu 6: **[2D3-2.2-2] (Câu 33 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. **D.** $\frac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\left(2\cos^2 x+3\right)\mathrm{d}x=\int(4+\cos 2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+4x+C$

$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+4x+C_1$.

Ta có $f(0)=4\Rightarrow C_1=4\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+4x+4$.

Vậy $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+4x+4\right)dx=\left(-\frac{1}{4}\cos 2x+2x^2+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}$.

Câu 7: **[2D3-2.2-2] (Câu 20 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

A. $2\ln\frac{7}{5}$ **B.** $\frac{1}{2}\ln 35$ **C.** $\ln\frac{7}{5}$ **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{5}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}=\frac{1}{2}\ln|2x+3|\Big|_1^2=\frac{1}{2}(\ln 7-\ln 5)=\frac{1}{2}\ln\frac{7}{5}$.

Câu 8: **[2D3-2.2-2] (Câu 22 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** $\int_1^2 e^{3x-1}dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^5-e^2)$ **B.** $\frac{1}{3}e^5-e^2$ **C.** e^5-e^2 **D.** $\frac{1}{3}(e^5+e^2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^2 e^{3x-1}dx=\frac{1}{3}e^{3x-1}\Big|_1^2=\frac{1}{3}(e^5-e^2)$.

Câu 9: **[2D3-2.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$ **B.** $\log\frac{5}{3}$ **C.** $\ln\frac{5}{3}$ **D.** $\frac{2}{15}$

Lời giải

Chọn C

$\int_0^2 \frac{dx}{x+3}=\ln|x+3|\Big|_0^2=\ln\frac{5}{3}$

Câu 10: **[2D3-2.2-2] (Câu 12 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\ln x}{x}$. Tính: $I=F(e)-F(1)$?

A. $I=e$ **B.** $I=\frac{1}{e}$ **C.** $I=\frac{1}{2}$ **D.** $I=1$

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa tích phân: $I = F(e) - F(1) = \int_1^e f(x)\mathrm{d}x = \int_1^e \frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x = \int_1^e \ln x.d(\ln x) = \frac{\ln^2 x}{2}\Big|_1^e = \frac{1}{2}$.

Câu 11: **[2D3-2.2-2] (Câu 21 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int_{-1}^{2}\left[x + 2f(x) - 3g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I = \frac{5}{2}$ **B.** $I = \frac{7}{2}$ **C.** $I = \frac{17}{2}$ **D.** $I = \frac{11}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_{-1}^{2}\left[x + 2f(x) - 3g(x)\right]\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{2} + 2\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x - 3\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2} + 2.2 - 3(-1) = \frac{17}{2}$.

Câu 12: **[2D3-2.2-2] (Câu 27 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$ **B.** $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

C. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$ **D.** $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$

Lời giải

Chọn A

$f(x) = \int f'(x)\mathrm{d}x = \int (3 - 5\sin x)\mathrm{d}x = 3x + 5\cos x + C$

Mà $f(0) = 10 \Rightarrow 5 + C = 10 \Leftrightarrow C = 5$. Vậy $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$

Câu 1: [2D3-2.2-3] (Câu 32 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019) Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+4}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2+14\pi}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=\int f'(x)dx=\int(2\cos^2 x+1)dx=\int(2+\cos 2x)dx=2x+\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Theo bài: $f(0)=4\Leftrightarrow 2.0+\frac{1}{2}.\sin 0+C=4\Leftrightarrow C=4$. Suy ra $f(x)=2x+\frac{1}{2}\sin 2x+4$.

Vậy:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2x+\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)dx=\left(x^2-\frac{\cos 2x}{4}+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\left(\frac{\pi^2}{16}+\pi\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}.$$

Câu 2: [2D3-2.2-3] (Câu 38 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019) Cho $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2}=\int_0^1 \frac{x+2-2}{(x+2)^2}dx=\int_0^1 \frac{1}{x+2}dx-2\int_0^1 \frac{1}{(x+2)^2}dx=\int_0^1 \frac{d(x+2)}{x+2}-2\int_0^1 \frac{d(x+2)}{(x+2)^2}$$

$$=\ln(x+2)\Big|_0^1+\frac{2}{x+2}\Big|_0^1=\ln 3-\ln 2+\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}-\ln 2+\ln 3.$$

Ta có $a=-\frac{1}{3},\ b=-1,\ c=1$. Vậy $3a+b+c=-1$.

Câu 1: [2D3-2.4-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Xét $\int_0^2 x.e^{x^2}dx$, nếu đặt $u=x^2$ thì $\int_0^2 x.e^{x^2}dx$ bằng

A. $2\int_0^2 e^u du..$ **B.** $2\int_0^4 e^u du..$ **C.** $\frac{1}{2}\int_0^2 e^u du..$ **D.** $\frac{1}{2}\int_0^4 e^u du.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $u=x^2 \to du=2xdx$

Với $x=0\to u=0$ và $x=2\to u=4$

Ta được $\int_0^2 x.e^{x^2}dx=\frac{1}{2}\int_0^4 e^u du..$

Câu 2: [2D3-2.4-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018) Cho $\int_5^{21}\frac{dx}{x\sqrt{x+4}}=a\ln 3+b\ln 5+c\ln 7$, với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+b=-2c$. **B.** $a+b=c$. **C.** $a-b=-c$. **D.** $a-b=-2c$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x+4}\Rightarrow 2tdt=dx$.

Với $x=5\Rightarrow t=3;\ x=21\Rightarrow t=5$

Ta có $\int_5^{21}\frac{dx}{x\sqrt{x+4}}=2\int_3^5\frac{dt}{t^2-4}=\frac{1}{2}\left(\ln|t-2|-\ln|t+2|\right)\Big|_3^5=\frac{1}{2}\ln 2+\frac{1}{2}\ln 5-\frac{1}{2}\ln 7$.

Câu 3: [2D3-2.4-2] (Câu 26 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018) Cho $\int_{16}^{55}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}}=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 11$, với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a-b=-c$ **B.** $a+b=c$ **C.** $a+b=3c$ **D.** $a-b=-3c$

Lời giải

Chọn.A.

Đặt $t=\sqrt{x+9}\ \Rightarrow t^2=x+9\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=16\Rightarrow t=5,\ x=55\Rightarrow t=8$.

Do đó $\int_{16}^{55}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}}=\int_5^8\frac{2t\mathrm{d}t}{t\left(t^2-9\right)}=2\int_5^8\frac{\mathrm{d}t}{t^2-9}=\frac{1}{3}\int_5^8\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x+3}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|\Big|_5^8$

Câu 4: $=\frac{1}{3}\ln\frac{5}{11}-\frac{1}{3}\ln\frac{1}{4}$

Vậy $a=\frac{2}{3};b=\frac{1}{3};c=-\frac{1}{3}\Rightarrow a-b=-c$.

Câu 5: **[2D3-2.4-2] (Câu 25 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $\int_0^6 f(x)dx=12$. Tính $I=\int_0^2 f(3x)dx$.

A. $I=6$ **B.** $I=36$ **C.** $I=2$ **D.** $I=4$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=3x\Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x$

x 0 2

t 0 6

$I=\int_0^6 f(t).\frac{1}{3}\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\int_0^6 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=4$

Câu 6: **[2D3-2.4-2] (Câu 24 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=2\int_0^3\sqrt{u}du$ **B.** $I=\int_1^2\sqrt{u}du$

C. $I=\int_0^3\sqrt{u}du$ **D.** $I=\frac{1}{2}\int_1^2\sqrt{u}du$

Lời giải

Chọn C

$I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$

đặt $u=x^2-1\Rightarrow du=2xdx$. Đổi cận $x=1\Rightarrow u=0;x=2\Rightarrow u=3$

Nên $I=\int_0^3\sqrt{u}du$

Câu 7: **[2D3-2.4-2] (Câu 25 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $\int_0^4 f(x)dx=16$. Tính $I=\int_0^2 f(2x)dx$

A. $I=32$. **B.** $I=8$. **C.** $I=16$. **D.** $I=4$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2x \Rightarrow \frac{dt}{2} = dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 2;\ x = 2 \Rightarrow t = 4$

Khi đó ta có $I = \int_0^2 f(2x)dx = \frac{1}{2}\int_0^4 f(t)dt = \frac{1}{2}\int_0^4 f(x)dx = 8$

Câu 1: [2D3-2.4-3] **(Câu 41 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2-1 \ khi \ x\ge 2 \\ x^2-2x+3 \ khi \ x<2 \end{cases}$. Tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x+1)\cos x dx$ bằng

A. $\frac{23}{3}$. **B.** $\frac{23}{6}$. **C.** $\frac{17}{6}$. **D.** $\frac{17}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2\sin x+1\Leftrightarrow dt=2\cos x dx$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=1; x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=3$.

Tích phân trở thành:

$$I=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 f(t)dt=\frac{1}{2}\left(\int\limits_1^2 f(t)dt+\int\limits_2^3 f(t)dt\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\int\limits_1^2 (t^2-2t+3)dt+\int\limits_2^3 (t^2-1)dt\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{7}{3}+\frac{16}{3}\right)=\frac{23}{6}.$$

Câu 2: [2D3-2.4-3] **(ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Biết $\int\limits_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}dx=\sqrt{a}-\sqrt{b}-c$ với a,b,c là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c$

A. $P=24$ **B.** $P=12$ **C.** $P=18$ **D.** $P=46$

Lời giải

Chọn D

Cách 1

$$\int\limits_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}dx=\int\limits_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=\int\limits_1^2 \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)^2}dx$$

Đặt $t=\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\Rightarrow dt=\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx\Leftrightarrow 2dt=\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+1)}}dx$

Khi đó $I=\int\limits_{1+\sqrt{2}}^{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\frac{2}{t^2}dt=\left(\frac{-2}{t}\right)\Big|_{1+\sqrt{2}}^{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=-2\sqrt{3}+4\sqrt{2}-2=\sqrt{32}-\sqrt{12}-2$

$\Rightarrow P=a+b+c=32+12+2=46.$

Cách 2

$$\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}dx=\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=\int_1^2 \frac{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}dx$$

$$=\int_1^2 \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+1)}}dx=\int_1^2\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx=\left(2\sqrt{x}-2\sqrt{x+1}\right)\Big|_1^2=2\sqrt{2}-2-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}=\sqrt{32}-\sqrt{12}-2$$

Câu 3: **[2D3-2.4-3] (Câu 27 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}=a+b\ln\frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S=a^3+b^3$.

A. $S=2$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1. Đặt $t=e^x\Rightarrow dt=e^x dx$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1; x=1\Rightarrow t=e$

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}=\int_0^1 \frac{e^x dx}{e^x\left(e^x+1\right)}=\int_1^e \frac{dt}{t(t+1)}=\int_1^e\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)dt=\left(\ln|t|-\ln|t+1|\right)\Big|_1^e=\left(1-\ln\left(1+e\right)\right)-(-\ln 2)$$

$$=1+\ln\frac{2}{1+e}=1-\ln\frac{1+e}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}\Rightarrow S=a^3+b^3=0.$$

Cách 2. $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}=\int_0^1 \frac{\left(e^x+1\right)-e^x}{e^x+1}dx=\int_0^1 dx-\int_0^1 \frac{d\left(e^x+1\right)}{e^x+1}=x\Big|_0^1-\ln\left|e^x+1\right|\Big|_0^1=1-\ln\frac{1+e}{2}$.

Suy ra $a=1$ và $b=-1$. Vậy $S=a^3+b^3=0$.

Câu 4: **[2D3-2.4-3] (Câu 25 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính tích phân $I=\int_0^{\pi}\cos^3 x.\sin x dx$.

A. $I=-\frac{1}{4}\pi^4$. **B.** $I=-\pi^4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int_0^{\pi}\cos^3 x.\sin x dx$. Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin x dx\Leftrightarrow -dt=\sin x dx$

Đổi cận: Với $x=0\Rightarrow t=1$; với $x=\pi\Rightarrow t=-1$.

Vậy $I=-\int_1^{-1} t^3 dt=\int_{-1}^1 t^3 dt=\frac{t^4}{4}\Big|_{-1}^1=\frac{1^4}{4}-\frac{(-1)^4}{4}=0$.

Cách khác : Bấm máy tính.

Câu 1: **[2D3-2.4-4] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0,\ \int_0^1[f'(x)]^2dx=7$ và $\int_0^1 x^2 f(x)dx=\frac{1}{3}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x)dx$

A. $\frac{7}{5}$ **B.** 1 **C.** $\frac{7}{4}$ **D.** 4

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Đặt $u=f(x)\Rightarrow du=f'(x)dx,\ dv=x^2dx\Rightarrow v=\frac{x^3}{3}$.

Ta có $\frac{1}{3}=\frac{x^3}{3}f(x)\Big|_0^1-\int_0^1\frac{x^3}{3}f'(x)dx\Rightarrow\int_0^1 x^3f'(x)dx=-1$

Ta có $\int_0^1 49x^6dx=7,\ \int_0^1[f'(x)]^2dx=7,\int_0^1 2.7x^3.f'(x)dx=-14\Rightarrow\int_0^1\left[7x^3+f'(x)\right]^2dx=0$

$\Rightarrow 7x^3+f'(x)=0\Rightarrow f(x)=-\frac{7x^4}{4}+C$, mà $f(1)=0\Rightarrow C=\frac{7}{4}$

$\Rightarrow\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\left(-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}\right)dx=\frac{7}{5}$.

Cách 2: Nhắc lại bất đẳng thức Holder tích phân như sau:

$$\left(\int_a^b f(x)g(x)dx\right)^2\le\int_a^b f^2(x)dx.\int_a^b g^2(x)dx$$

Dấu bằng xảy ra khi $f(x)=k.g(x),\left(\forall x\in[a;b],k\in\mathbb{R}\right)$

Ta có $\frac{1}{9}=\left(\int_0^1\frac{x^3}{3}f'(x)dx\right)^2\le\int_0^1\frac{x^6}{9}dx.\int_0^1[f'(x)]^2dx=\frac{1}{9}$. Dấu bằng xảy ra khi $f'(x)=k.\frac{x^3}{3}$.

Mặt khác $\int_0^1\frac{x^3}{3}f'(x)dx=\frac{-1}{3}\Rightarrow k=21\Rightarrow f'(x)=-7x^3$ suy ra $f(x)=-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}$.

Từ đó $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\left(-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}\right)dx=\frac{7}{5}$.

Câu 1: **[2D3-2.6-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho $\int_1^e (1+x\ln x)\,dx = ae^2+be+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$. **B.** $a+b=-c$. **C.** $a-b=c$. **D.** $a-b=-c$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^e (1+x\ln x)\,dx = \int_1^e 1.dx + \int_1^e x\ln x\,dx = e-1+\int_1^e x\ln x\,dx$.

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \Rightarrow du=\dfrac{1}{x}dx \\ dv=x.dx \Rightarrow v=\dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

Khi đó $\int_1^e x\ln x\,dx = \frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e - \frac{1}{2}\int_1^e x\,dx = \frac{e^2}{2}-\frac{1}{4}x^2\Big|_1^e = \frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4} = \frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}$.

Suy ra $\int_1^e (1+x\ln x)\,dx = e-1+\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4} = \frac{e^2}{4}+e-\frac{3}{4}$ nên $a=\frac{1}{4}$, $b=1$, $c=-\frac{3}{4}$.

Vậy $a-b=c$.

Câu 2: **[2D3-2.6-2] (Câu 26 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - Đề minh họa BGD&ĐT năm 20016-20017)** Tính tích phân $I=\int_1^e x\ln x dx$:

A. $I=\frac{1}{2}$ **B.** $I=\frac{e^2-2}{2}$ **C.** $I=\frac{e^2+1}{4}$ **D.** $I=\frac{e^2-1}{4}$

Lời giải

Chọn C

$I=\int_1^e x\ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{1}{x}dx \\ v=\dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow I=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_0^e - \int_0^e \frac{1}{x}.\frac{x^2}{2}dx = \frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}\int_0^e xdx = \frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big|_0^e = \frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^2+1}{4}$.

Câu 1: **[2D3-2.6-3] (Câu 33 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho $\int_1^e (2+x\ln x)\mathrm{d}x = ae^2+be+c$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=-c$ **B.** $a+b=c$ **C.** $a-b=c$ **D.** $a-b=-c$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^e (2+x\ln x)\mathrm{d}x = \int_1^e 2\mathrm{d}x + \int_1^e x\ln x\mathrm{d}x = 2x\Big|_1^e + I = 2e-2+I$ với $I=\int_1^e x\ln x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ \mathrm{d}v = x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v=\dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow I = \dfrac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e - \int_1^e \dfrac{x}{2}\mathrm{d}x = \dfrac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e - \dfrac{x^2}{4}\Big|_1^e = \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{1}{4}(e^2-1) = \dfrac{e^2+1}{4}$

$\Rightarrow \int_1^e (2+x\ln x)\mathrm{d}x = 2e-2+\dfrac{e^2+1}{4} = \dfrac{1}{4}e^2+2e-\dfrac{7}{4}$

$\Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ b=2 \\ c=-\dfrac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow a-b=c$

Câu 1: **[2D3-2.7-3] (Câu 39 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\dfrac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **B.** $\dfrac{x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **C.** $\dfrac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **D.** $\dfrac{2x^2+x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int g(x)\mathrm{d}x=\int(x+1)f'(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=(x+1)\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

$\Rightarrow\int g(x)\mathrm{d}x=(x+1)f(x)-\int f(x)\mathrm{d}x=(x+1)f(x)-\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}\mathrm{d}x$.

Tính $\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}\mathrm{d}x$, đặt $t=\sqrt{x^2+4}\Rightarrow t^2=x^2+4\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

$\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}\mathrm{d}x=\int\dfrac{t}{t}\mathrm{d}t=\int 1\mathrm{d}t=t+C=\sqrt{x^2+4}+C$.

Khi đó: $\int g(x)\mathrm{d}x=(x+1)\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}-\sqrt{x^2+4}+C=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$.

Câu 2: **[2D3-2.7-3] (Câu 44 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3)=1$ và $\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^3 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** –9. **D.** $\dfrac{25}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Xét tích phân $I=\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$.

Đặt $t=3x\Rightarrow\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\mathrm{d}t$ và $x=\dfrac{1}{3}t$.

Khi $x=0$ thì $t=0$. Khi $x=1$ thì $t=3$.

Do đó $I=\int_0^3\dfrac{1}{3}tf(t).\dfrac{1}{3}\mathrm{d}t=\dfrac{1}{9}\int_0^3 tf(t)\mathrm{d}t$,

suy ra $\dfrac{1}{9}\int_0^3 tf(t)\mathrm{d}t=1\Rightarrow\int_0^3 tf(t)\mathrm{d}t=9\Rightarrow\int_0^3 tf(t)\mathrm{d}t=9\Rightarrow\int_0^3 xf(x)\mathrm{d}x=9$.

Xét tích phân $J=\int_0^3 x^2f'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2x\mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$, ta có

$J = \int_0^3 x^2 f'(x)\mathrm{d}x = x^2 f(x)\Big|_0^3 - \int_0^3 2xf(x)\mathrm{d}x = x^2 f(x)\Big|_0^3 - 2\int_0^3 xf(x)\mathrm{d}x$

$= 3^2.f(3) - 0^2.f(0) - 2.9 = -9.$

Câu 3: **[2D3-2.7-3] (Câu 44 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6) = 1$ và $\int_0^1 xf(6x)\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int_0^6 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{107}{3}$. **B.** 34. **C.** 24. **D.** -36.

Lời giải

Chọn D

Xét tích phân $I = \int_0^1 xf(6x)\mathrm{d}x = 1.$

Đặt $t = 6x \Rightarrow \mathrm{d}x = \frac{1}{6}\mathrm{d}t$ và $x = \frac{1}{6}t$.

Khi $x = 0$ thì $t = 0$. Khi $x = 1$ thì $t = 6$.

Do đó $I = \int_0^6 \frac{1}{6}tf(t).\frac{1}{6}\mathrm{d}t = \frac{1}{36}\int_0^6 tf(t)\mathrm{d}t,$

suy ra $\frac{1}{36}\int_0^6 tf(t)\mathrm{d}t = 1 \Rightarrow \int_0^6 tf(t)\mathrm{d}t = 36 \Rightarrow \int_0^6 tf(t)\mathrm{d}t = 36 \Rightarrow \int_0^6 xf(x)\mathrm{d}x = 36.$

Xét tích phân $J = \int_0^6 x^2 f'(x)\mathrm{d}x.$

Đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2x\mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$, ta có

$J = \int_0^6 x^2 f'(x)\mathrm{d}x = x^2 f(x)\Big|_0^6 - \int_0^6 2xf(x)\mathrm{d}x = x^2 f(x)\Big|_0^6 - 2\int_0^6 xf(x)\mathrm{d}x$

$= 6^2.f(6) - 0^2.f(0) - 2.36 = -36.$

Câu 1: **[2D3-2.8-2] (Câu 32 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx=-x^2+2x+C$ **B.** $\int f'(x)e^{2x}dx=-x^2+x+C$

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=2x^2-2x+C$ **D.** $\int f'(x)e^{2x}dx=-2x^2+2x+C$

Lời giải

Chọn D

Theo đề cho, ta có: $\int f(x)e^{2x}\mathrm{d}x=x^2+C$

$I=\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x$? Đặt $\begin{cases}u=e^{2x}\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2e^{2x}\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

$I=f(x)e^{2x}-\int 2f(x)e^{2x}\mathrm{d}x=f(x)e^{2x}-2\int f(x)e^{2x}\mathrm{d}x=2x-2\left(x^2+C\right)=-2x^2+2x+C$

Câu 1: **[2D3-2.8-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$ và $f'(x)=\cos x.\cos^2 2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\pi} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{1042}{225}$. **B.** $\frac{208}{225}$. **C.** $\frac{242}{225}$. **D.** $\frac{149}{225}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=\cos x.\cos^2 2x, \forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

Có $\int f'(x)dx=\int \cos x.\cos^2 2xdx=\int \cos x.\frac{1+\cos 4x}{2}dx=\int \frac{\cos x}{2}dx+\int \frac{\cos x.\cos 4x}{2}dx$

$=\frac{1}{2}\int \cos xdx+\frac{1}{4}\int(\cos 5x+\cos 3x)dx=\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{20}\sin 5x+\frac{1}{12}\sin 3x+C$.

Suy ra $f(x)=\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{20}\sin 5x+\frac{1}{12}\sin 3x+C, \forall x\in\mathbb{R}$. Mà $f(0)=0\Rightarrow C=0$.

Do đó $f(x)=\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{20}\sin 5x+\frac{1}{12}\sin 3x, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó:

$$\int_0^{\pi} f(x)dx=\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{1}{20}\sin 5x+\frac{1}{12}\sin 3x\right)dx=\left(-\frac{1}{2}\cos x-\frac{1}{100}\cos 5x-\frac{1}{36}\cos 3x\right)\Big|_0^{\pi}=\frac{242}{225}.$$

Câu 2: **[2D3-2.8-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ có $f(3)=3$ và $f'(x)=\frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$ với $x>0$. Khi đó $\int_3^8 f(x)dx$ bằng

A. 7. **B.** $\frac{197}{6}$. **C.** $\frac{29}{2}$. **D.** $\frac{181}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)=\frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$

$$\int \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}dx=\int \frac{\left(\sqrt{x+1}+1\right)\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{\sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}-1\right)}dx=\int\left(1+\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx=x+2\sqrt{x+1}+C$$

Suy ra $f(x)=x+2\sqrt{x+1}+C$

$f(3)=3\Leftrightarrow C=-4$

$f(x)=x+2\sqrt{x+1}-4$

Dùng máy tính bấm $\int_3^8\left(x+2\sqrt{x+1}-4\right)dx=\frac{197}{6}$

Cách 2

Xét $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$. Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow x+1=t^2\Rightarrow x=t^2-1\Rightarrow \mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$.

Khi đó, $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\int\frac{t^2-1}{t^2-t}\cdot 2t\mathrm{d}t=\int\frac{(t-1).(t+1)}{t.(t-1)}\cdot 2t\mathrm{d}t=\int(2t+2)\mathrm{d}t$

$=t^2+2t+C=(x+1)+2\sqrt{x+1}+C$.

Mà $f(3)=3\Leftrightarrow(3+1)+2\sqrt{3+1}+C=3\Leftrightarrow C=-5$.

$\Rightarrow f(x)=(x+1)+2\sqrt{x+1}-5=x+2\sqrt{x+1}-4$.

$\Rightarrow\int_3^8 f(x)\mathrm{d}x=\int_3^8\left(x+2\sqrt{x+1}-4\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{x^2}{2}+\frac{4}{3}\sqrt{(x+1)^3}-4x\right)\Big|_3^8=36-\frac{19}{6}=\frac{197}{6}$.

Câu 3: **[2D3-2.8-3] (Câu 42 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^5 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 23. **C.** $\frac{123}{5}$. **D.** −25.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=5x\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{5}\\ x=\frac{t}{5}\end{cases}$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=5$.

Khi đó: $\int_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow\int_0^5\frac{t}{5}f(t)\frac{\mathrm{d}t}{5}=1\Leftrightarrow\int_0^5 t.f(t)\mathrm{d}t=25\Leftrightarrow\int_0^5 x.f(x)\mathrm{d}x=25$ (*)

Đặt: $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

Ta có: $(*)\Leftrightarrow\frac{x^2}{2}.f(x)\Big|_0^5-\frac{1}{2}\int_0^5 x^2.f'(x)\mathrm{d}x=25$

$\Leftrightarrow\frac{25}{2}-\frac{1}{2}\int_0^5 x^2.f'(x)\mathrm{d}x=25\Leftrightarrow\int_0^5 x^2.f'(x)\mathrm{d}x=-25$.

Câu 4: **[2D3-2.8-3] (Câu 41 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\int_0^1 xf(4x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^4 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{31}{2}$. **B.** −16. **C.** 8. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=4x \Rightarrow \mathrm{d}t=4\mathrm{d}x$

Khi đó: $\int_0^1 xf\left(4x\right)\mathrm{d}x=\int_0^4 \frac{t.f\left(t\right)}{16}\mathrm{d}t=1\Rightarrow \int_0^4 xf\left(x\right)\mathrm{d}x=16$

Xét: $\int_0^4 x^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x$

Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có:

$$\int_0^4 x^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=x^2 f\left(x\right)\Big|_0^4-\int_0^4 2x.f\left(x\right)\mathrm{d}x=16.f\left(4\right)-2\int_0^4 x.f\left(x\right)\mathrm{d}x=16-2.16=-16$$

Câu 5: **[2D3-2.8-3] (Câu 38 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $\int_0^1 \left(x+1\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x=10$ và $2f\left(1\right)-f\left(0\right)=2$. Tính $\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-12$ **B.** $I=8$ **C.** $I=1$ **D.** $I=-8$

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f\left(x\right)\end{cases}$. Khi đó $I=\left(x+1\right)f\left(x\right)\Big|_0^1-\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Suy ra $10=2f\left(1\right)-f\left(0\right)-\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x\Rightarrow\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-10+2=-8$

Vậy $\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-8$.

Câu 6: **[2D3-2.8-3] (Câu 44 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f\left(x\right)+f\left(-x\right)=\sqrt{2+2\cos 2x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f\left(x\right)dx$.

A. $I=-6$ **B.** $I=0$ **C.** $I=-2$ **D.** $I=6$

Lời giải

Chọn D

Đặt $x=-t$. Khi đó $\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{0} f\left(x\right)dx=\int_{\frac{3\pi}{2}}^{0} f\left(-t\right)d\left(-t\right)=-\int_{\frac{3\pi}{2}}^{0} f\left(-t\right)dt=\int_0^{\frac{3\pi}{2}} f\left(-x\right)dx$

Ta có: $I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f\left(x\right)d\left(x\right)=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{0} f\left(x\right)d\left(x\right)+\int_0^{\frac{3\pi}{2}} f\left(x\right)d\left(x\right)=\int_0^{\frac{3\pi}{2}} f\left(-x\right)d\left(x\right)+\int_0^{\frac{3\pi}{2}} f\left(x\right)d\left(x\right)$

Hay $I=\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}}\left(f\left(-x\right)+f\left(x\right)\right)d\left(x\right)=\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}}\sqrt{2+2\cos 2x}d\left(x\right)=\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}}\sqrt{2(1+\cos 2x)}d\left(x\right)$

$\Leftrightarrow I=\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}}\sqrt{4\cos^2 x}d\left(x\right)=2\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}}\left|\cos x\right|d\left(x\right)=2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos xd\left(x\right)-2\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{3\frac{\pi}{2}}\cos xd\left(x\right)$

Vậy $I=2\sin x|_0^{\frac{\pi}{2}}-2\sin x|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}=6.$

Câu 1: **[2D3-2.8-4] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{17}{20}$. **B.** $-\frac{13}{4}$. **C.** $\frac{17}{4}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Với $\forall x\in\mathbb{R}$ ta có : $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x$

$\Rightarrow x^2f(x^3)+xf(1-x^2)=-x^{11}+x^7-2x^2$ (*)

$\Rightarrow \int_0^1 x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int_0^1 xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int_0^1\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_0^1 f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\frac{1}{2}\int_0^1 f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=-\frac{5}{8}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\frac{5}{8}\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\frac{3}{4}$

Mặt khác : $(*)\Rightarrow \int_{-1}^0 x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int_{-1}^0 xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int_{-1}^0\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$

$(*)\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^0 f(x^3)\mathrm{d}\left(x^3\right)-\frac{1}{2}\int_{-1}^0 f(1-x^2)\mathrm{d}\left((1-x)^2\right)=-\frac{17}{24}$

$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\frac{17}{24}\Rightarrow\int_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x=3\left(\frac{1}{2}.\frac{-3}{4}-\frac{17}{24}\right)=-\frac{13}{4}$.

***Cách khác tham khảo câu 48*:**

Cách 1:

Từ giả thiết : $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x, \forall x\in\mathbb{R}$

ta suy ra $f\ x$ là bậc ba có $a=-1$. Nên $f\ x=-x^3+bx^2+cx+d$

Cho $x=0\Rightarrow f\ 1=0\Rightarrow b+c+d=1$.

Cho $x=1\Rightarrow f\ 1+f\ 0=-2\Rightarrow f\ 0=-2\Rightarrow d=-2$

Cho $x=-1\Rightarrow -f\ -1+f\ 0=2\Rightarrow f\ -1=-4\Rightarrow 1+b-c+d=-4$.

Suy ra $\Rightarrow b=0;c=3$. Từ đó có $f\ x=-x^3+3x-2$.

$\Rightarrow\int_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^0 -x^3+3x-2\ \mathrm{d}x=-\frac{13}{4}$

Cách 2:

Ta có :

$xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x, \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2f(x^3)+xf(1-x^2)+2x^2=-x^{11}+x^7, \forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra $x^2 f(x^3)+xf(1-x^2)+2x^2$ là hàm số lẻ

Do đó:

$$\int_{-1}^{0}\left[x^2 f(x^3)+xf(1-x^2)+2x^2\right]dx=-\int_{0}^{1}\left[x^2 f(x^3)+xf(1-x^2)+2x^2\right]dx=-\int_{0}^{1}\left(-x^{11}+x^7\right)dx=\frac{-1}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^{0} f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\frac{1}{2}\int_{-1}^{0} f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\int_{0}^{1} f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\frac{1}{2}\int_{0}^{1} f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)-\frac{2}{3}=-\frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\frac{4}{3}=-\frac{1}{3}\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{15}{24}$$

$$\Rightarrow 2\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x-3\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x+8=-5\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-4-\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{13}{4}$$

Cách 3:

Thay x bởi $-x$ ta có: $\begin{cases} xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x,\forall x\in\mathbb{R} \\ -xf(-x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6+2x,\forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$

$$\Rightarrow xf(x^3)+xf(-x^3)=-4x,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x^3)+f(-x^3)=-4,\forall x\in\mathbb{R}$$

Thay x^3 bởi x ta có $f(x)+f(-x)=-4,\forall x\in\mathbb{R}$

Do đó $\int_{-1}^{0} f(x)dx+\int_{-1}^{0} f(-x)dx=\int_{-1}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{1} f(-x)dx=-4\Rightarrow\int_{-1}^{1} f(x)dx=-4$

Từ giả thiết suy ra $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x,\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{0}^{1} f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\frac{1}{2}\int_{0}^{1} f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=-\frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{3}\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{5}{8}\Rightarrow\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{3}{4}$$

Vậy $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-4-\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{13}{4}$

Cách 4:

Do $f(0)=-2$, ta có: $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x,\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Rightarrow \int_{-1}^{a} x^2 f(x^3)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{a} xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{a}\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int_{-1}^{a^3} f(x)\mathrm{d}(x)+\frac{1}{2}\int_{1-a^2}^{0} f(x)\mathrm{d}(x)=\int_{-1}^{a}\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$$

Đặt $I=\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ và $J=\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$

Cho $a=0\Rightarrow\frac{1}{3}I-\frac{1}{2}J=-\frac{17}{24}$

$a=1\Rightarrow \frac{1}{3}I+\frac{1}{3}J=-\frac{4}{3}$

Vậy $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-4-\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{13}{4}$

Cách trình bày khác

Cách 1 : Chọn $f(x)$ là hàm đa thức và giả sử n là bậc của $f(x)$.

Ta có : bậc của vế phải là 10. Bậc của $xf(x^3)$ là $3n+1$, bậc của $f(1-x^2)$ là $2n$, suy ra bậc của vế trái là $3n+1$. Khi đó : $3n+1=10\Leftrightarrow n=3$. Giả sử hệ số của x^3 trong $f(x)$ là a.

Mặt khác, hệ số bậc cao nhất của vế trái và vế phải lần lượt là a và -1 nên $a=-1$.

Cho $x=0$ thì $f(1)=0\Rightarrow f(x)=-(x-1)(x^2+bx+c)$.

Cho $x=1$ thì $f(1)+f(0)=-2\Rightarrow f(0)=-2\Rightarrow c=-2$.

Cho $x=-1$ thì $f(-1)=-4\Rightarrow b=1$.

Suy ra $f(x)=-(x-1)(x^2+x-2)$. Thử lại thấy thỏa.

Vậy $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\left[-(x-1)(x^2+x-2)\right]\mathrm{d}x=-\frac{13}{4}$.

Cách 2 : Đặt $I=\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ và $J=\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$

ta có : $\begin{cases} xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x,\forall x\in\mathbb{R} \\ -xf(-x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6+2x,\forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$

$\Rightarrow xf(x^3)+xf(-x^3)=-4x,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x^3)+f(-x^3)=-4,\forall x\neq 0$

$\Rightarrow f(x)+f(-x)=-4,\forall x\in\mathbb{R}$ (do $f(0)=-2$)

Suy ra $\int\limits_{-1}^{0}\left[f(x)+f(-x)\right]\mathrm{d}x=-4\Leftrightarrow\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=-4\Rightarrow I+J=-4$ (1)

Mặt khác, với $\forall x\in\mathbb{R}$ ta có : $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x$

$\Rightarrow x^2f(x^3)+xf(1-x^2)=-x^{11}+x^7-2x^2$

$\Rightarrow\int\limits_{-1}^{0} x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{0} xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow\frac{1}{3}\int\limits_{-1}^{0} f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{0} f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=-\frac{17}{24}\Rightarrow\frac{1}{3}I-\frac{1}{2}J=-\frac{17}{24}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $I=\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{13}{4}$.

Câu 2: **[2D3-2.8-4] (Câu 48 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f(2)=-\frac{2}{9}$ và $f'(x)=2x\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng.

A. $-\frac{35}{36}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** $-\frac{19}{36}$ **D.** $-\frac{2}{15}$

Lời giải

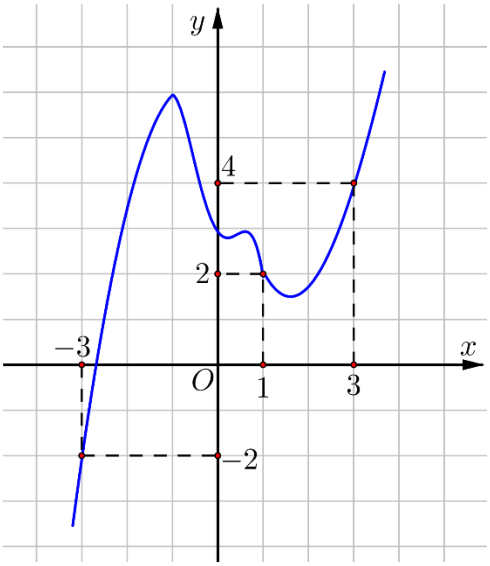
Chọn B

Ta có $f'(x)=2x\left[f(x)\right]^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}=2x \Rightarrow \int\frac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}\mathrm{d}x=\int 2x\mathrm{d}x \Rightarrow -\frac{1}{f(x)}=x^2+C$

$\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{x^2+C}$. Theo giả thiết: $f(2)=-\frac{2}{9} \Rightarrow -\frac{2}{9}=-\frac{1}{4+C} \Rightarrow C=\frac{1}{2}$.

Vậy $f(x)=-\frac{1}{x^2+\frac{1}{2}} \Rightarrow f(1)=-\frac{2}{3}$.

Câu 3: **[2D3-2.8-4] (Câu 48 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(-3)>g(3)>g(1)$ **B.** $g(1)>g(-3)>g(3)$

C. $g(3)>g(-3)>g(1)$ **D.** $g(1)>g(3)>g(-3)$

Lời giải

Chọn D

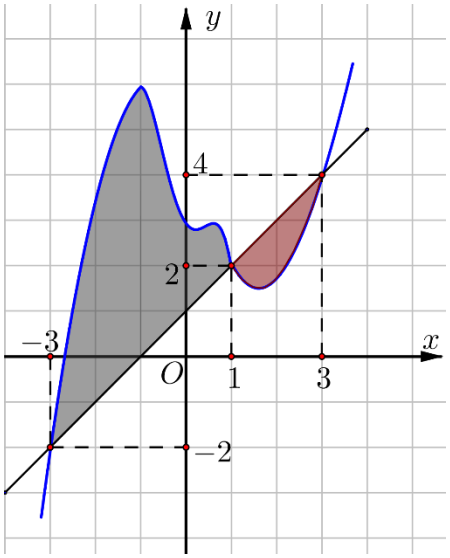
Ta có $g'(x)=2f'(x)-2(x+1)$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=\pm 3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(-3)$	↗	$g(1)$	↘	$g(3)$	↗	$+\infty$

Suy ra $g(-3)<g(1)$ và $g(3)<g(1)$.



Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=f'(x)$, $y=x+1$, $x=-3$, $x=1$

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=x+1$, $y=f'(x)$, $x=1$, $x=3$

Dựa vào hình vẽ, ta thấy: $S_1>S_2>0$.

Suy ra: $S_1-S_2>0$

$$\Rightarrow \int_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x-\int_{1}^{3}\left[(x+1)-f'(x)\right]\mathrm{d}x>0$$

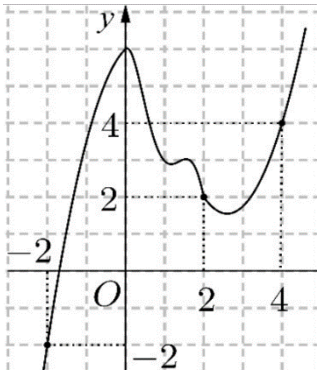
$$\Rightarrow \int_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x+\int_{1}^{3}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x>0$$

$$\Rightarrow \int_{-3}^{3}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x>0.$$

Khi đó: $g(3)-g(-3)=\int_{-3}^{3}g'(x)\mathrm{d}x=2\int_{-3}^{3}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x>0$

Từ và suy ra: $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Câu 4: **[2D3-2.8-4] (Câu 49 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x)=2f(x)-x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



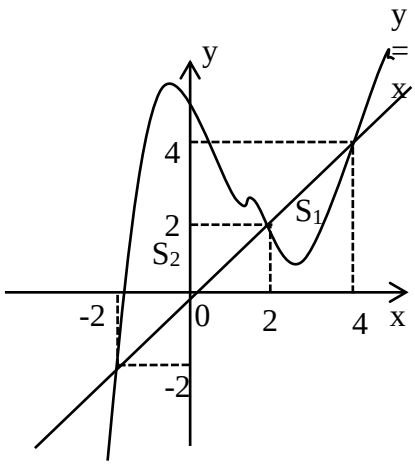
A. $h(4)=h(-2)>h(2)$ **B.** $h(4)=h(-2)<h(2)$

C. $h(2)>h(4)>h(-2)$ **D.** $h(2)>h(-2)>h(4)$

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng đi qua 2 điểm và có dạng: $y=ax+b$



Khi đó $\begin{cases}2a+b=2\\4a+b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\end{cases}$ Suy ra $d:y=x.$

Theo đề cho, ta có:

$h(x)=2f(x)-x^2$

$\Rightarrow h'(x)=2f'(x)-2x=2\left[f'(x)-x\right]$

$\int_2^4 h'(x)\,dx=\int_2^4 2\left[f'(x)-x\right]dx=-2\int_2^4\left[x-f'(x)\right]dx$

$+\Leftrightarrow h(x)\Big|_2^4=-2S_1\Leftrightarrow h(4)-h(2)=-2S_1<0$

$\Rightarrow h(2)>h(4)\quad(1)$

$$\int_{-2}^{4} h'(x)\,dx = \int_{-2}^{4} 2\left[f'(x)-x\right]dx = 2\int_{-2}^{2}\left[f'(x)-x\right]dx + 2\int_{2}^{4}\left[f'(x)-x\right]dx$$

$$+ \Leftrightarrow \int_{-2}^{4} h'(x)\,dx = 2\int_{-2}^{2}\left[f'(x)-x\right]dx - 2\int_{2}^{4}\left[x-f'(x)\right]dx$$

$$\Leftrightarrow h(x)\Big|_{-2}^{4} = 2\left(S_2 - S_1\right) \Leftrightarrow h(4)-h(-2) = 2\left(S_2-S_1\right) > 0$$

$$\Rightarrow h(4) > h(-2) \qquad (2)$$

Từ và, ta có: $h(2) > h(4) > h(-2)$.

Câu 1: **[2D3-2.9-4] (Câu 44 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{5}$ và $f'(x)=x^3\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{4}{35}$ **B.** $-\frac{71}{20}$ **C.** $-\frac{79}{20}$ **D.** $-\frac{4}{5}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=x^3\left[f(x)\right]^2\Rightarrow\frac{f'(x)}{f^2(x)}=x^3\Rightarrow\int_1^2\frac{f'(x)}{f^2(x)}\mathrm{d}x=\int_1^2x^3\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\left(-\frac{1}{f(x)}\right)\Big|_1^2=\frac{15}{4}\Leftrightarrow-\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(1)}=\frac{15}{4}\Leftrightarrow f(1)=-\frac{4}{5}.$

Câu 1: **[2D3-2.10-2]** **(Câu 18 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho $\int_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=a\ln 2+b\ln 3$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=2$. **B.** $a-2b=0$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a+2b=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=\left(\ln|x+1|-\ln|x+2|\right)\Big|_0^1=(\ln 2-\ln 3)-(\ln 1-\ln 2)=2\ln 2-\ln 3$

suy ra $a=2,b=-1\Rightarrow a+2b=0$.

Câu 1: **[2D3-2.10-3]** **(Câu 26 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Biết $I=\int_3^4 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5,$ với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c.$

A. $S=6.$ **B.** $S=2.$ **C.** $S=-2.$ **D.** $S=0.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{1}{x^2+x}=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}.$

Khi đó: $I=\int_3^4 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=\int_3^4\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x=\left(\ln x-\ln(x+1)\right)\Big|_3^4=(\ln 4-\ln 5)-(\ln 3-\ln 4)$

$=4\ln 2-\ln 3-\ln 5.$

Suy ra: $a=4,b=-1,c=-1.$ Vậy $S=2.$

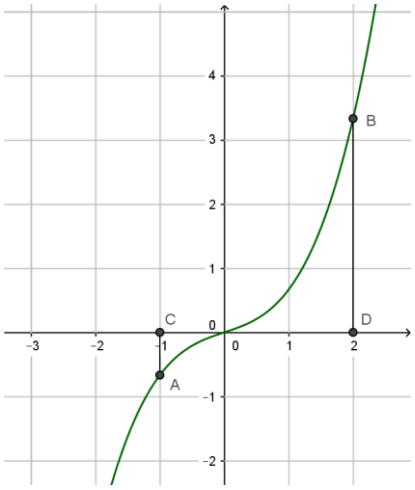
Câu 1: **[2D3-3.1-1] (Câu 22 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a, x=b(a<b)$, xung quanh trục Ox.

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$ **B.** $V=\int_a^b f^2(x)dx$ **C.** $V=\pi\int_a^b f(x)dx$ **D.** $V=\int_a^b |f(x)|dx$

Lời giải

Chọn A

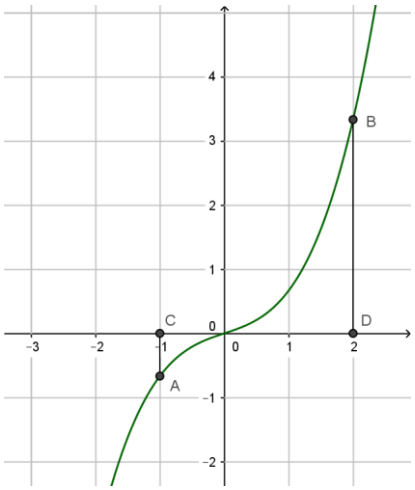
Câu 1: [2D3-3.1-2] **(Câu 21 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$. Đặt $a=\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, $b=\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S=b-a$ **B.** $S=b+a$ **C.** $S=-b+a$ **D.** $S=-b-a$

Lời giải

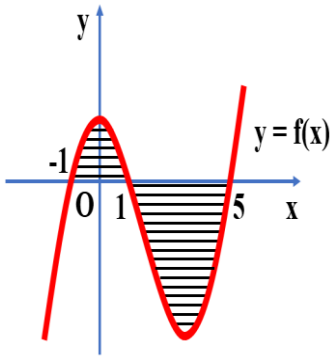
Chọn A



Ta có:

$$S=\int_{-1}^{2}|f(x)|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0}|f(x)|\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}|f(x)|\mathrm{d}x=-\int_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-a+b.$$

Câu 1: **[2D3-3.2-1] (Câu 29 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{5} f(x)dx$.

B. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{5} f(x)dx$.

C. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{5} f(x)dx$.

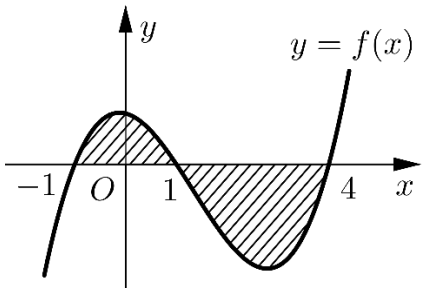
D. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{5} f(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)\ge 0, \forall x\in[-1;1]$; $f(x)\le 0, \forall x\in[1;5]$. Vậy $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{5} f(x)dx$.

Câu 2: **[2D3-3.2-1] (Câu 29 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=4$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$.

B. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$.

D. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S=\int_{-1}^{4}\left|f\left(x\right)\right|dx=\int_{-1}^{1}\left|f\left(x\right)\right|dx+\int_{1}^{4}\left|f\left(x\right)\right|dx=\int_{-1}^{1}f\left(x\right)dx-\int_{1}^{4}f\left(x\right)dx$

Câu 3: **[2D3-3.2-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\int_{0}^{2}2^x\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int_{0}^{2}2^{2x}\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_{0}^{2}2^{2x}\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_{0}^{2}2^x\mathrm{d}x$

Lời giải

Chọn A

$S=\int_{0}^{2}\left|2^x\right|\mathrm{d}x=\int_{0}^{2}2^x\mathrm{d}x$ (do $2^x>0,\forall x\in[0;2]$).

Câu 1: **[2D3-3.2-2] (Câu 31 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3$ và $y=x-3$ bằng

A. $\frac{125\pi}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{125}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2-3=x-3\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

$S=\int_0^1\left|x^2-3-(x-3)\right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x=\left|\int_0^1\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\right|_0^1\Big|=\frac{1}{6}$.

Câu 2: **[2D3-3.2-2] (Câu 28 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-2$ và y = $3x-2$ bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9\pi}{2}$. **C.** $\frac{125}{6}$. **D.** $\frac{125\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đường

$x^2-2=3x-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng $S=\int_0^3\left|(x^2-2)-(3x-2)\right|\mathrm{d}x=\int_0^3\left|x^2-3x\right|\mathrm{d}x$

$=\int_0^3(3x-x^2)\mathrm{d}x=\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^3=\frac{9}{2}$.

Câu 3: **[2D3-3.2-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường $y=x^2-1$ và $y=x-1$ bằng?

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{13}{6}$. **C.** $\frac{13\pi}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị hàm số là:

$x^2-1=x-1\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng là:

$$S=\int_0^1\left|x^2-x\right|dx=\left|\int_0^1\left(x^2-x\right)dx\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1\right|=\frac{1}{6}.$$

Câu 4: **[2D3-3.2-2] (Câu 29 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ bằng

A. 36. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm:

x	0		2
$f(x)$		$-$	

$$x^2-4=2x-4\Leftrightarrow\underbrace{x^2-2x}_{f(x)}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow S=\int_0^2\left|f(x)\right|dx=-\int_0^2 f(x)dx=\int_2^0 f(x)=\int_2^0\left(x^2-2x\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_2^0=\frac{4}{3}.$$

Câu 5: **[2D3-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x^2, y=-1, x=0$ và $x=1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi\int_0^1(2x^2+1)dx$. **B.** $S=\int_0^1(2x^2-1)dx$.

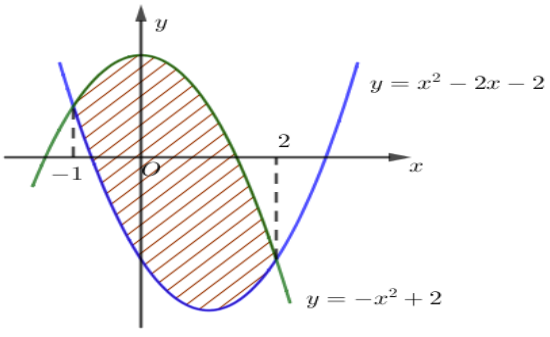
C. $S=\int_0^1(2x^2+1)^2dx$. **D.** $S=\int_0^1(2x^2+1)dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích cần tìm là: $S=\int_0^1\left|2x^2+1\right|dx=\int_0^1(2x^2+1)dx..$

Câu 6: **[2D3-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình dưới đây bằng



A. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$. **B.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)dx$.

C. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)dx$ **D.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)dx$

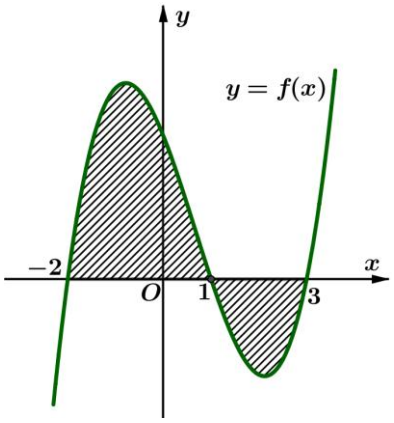
Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo bằng

$$S=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+2\right)-\left(x^2-2x-2\right)\right]dx=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$$

Câu 7: **[2D3-3.2-2] (Câu 24 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=\int_{-2}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{3}f(x)dx$.

B. $S=-\int_{-2}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{3}f(x)dx$

C. $S=\int_{-2}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{3}f(x)dx$.

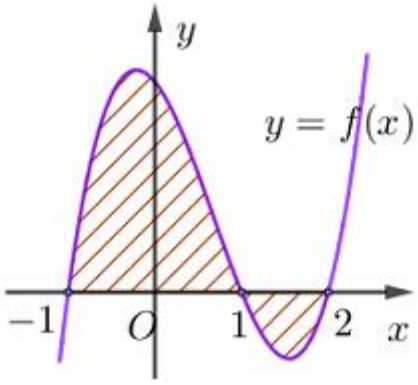
D. $S=-\int_{-2}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{3}f(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S=\int_{-2}^{3}\left|f(x)\right|dx=\int_{-2}^{1}\left|f(x)\right|dx+\int_{1}^{3}\left|f(x)\right|dx=\int_{-2}^{1}f(x)dx-\int_{1}^{3}f(x)dx$

Câu 8: **[2D3-3.2-2] (Câu 29 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{2} f(x)dx$.

B. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{2} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{2} f(x)dx$.

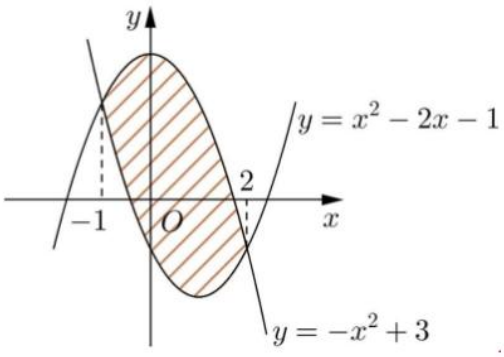
D. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{2} f(x)dx$.

Lời giải

Chọn C

$$S=\int_{-1}^{2}|f(x)|dx=\int_{-1}^{1}|f(x)|dx+\int_{1}^{2}|f(x)|dx=S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{2} f(x)dx$$

Câu 9: **[2D3-3.2-2] (Câu 24 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int_{-1}^{2}\left(-2x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}\left(2x-2\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=-x^2+3$ và $y=x^2-2x-1$ nên có diện tích được tính theo công thức:

$$S=\int_{-1}^{2}\left|\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x.$$

Câu 10: **[2D3-3.2-2] (Câu 5 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

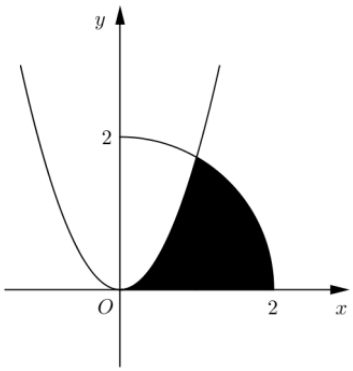
A. $S=\pi\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ **B.** $S=\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$ **C.** $S=\pi\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$ **D.** $S=\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ là: $S=\int_0^2 e^x\mathrm{d}x$.

Câu 11: **[2D3-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$ **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm giữa parabol và cung tròn ta được

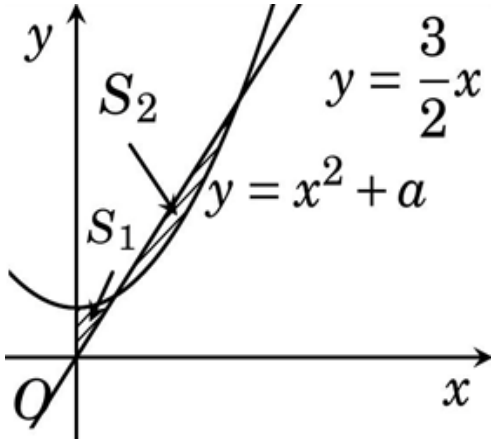
$\sqrt{3}x^2=\sqrt{4-x^2}\Leftrightarrow x=\pm 1$ với $0\le x\le 2$ nên ta có $x=1$

Ta có diện tích $S=\int_0^1\sqrt{3}x^2dx+\int_1^2\sqrt{4-x^2}dx=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x^3\Big|_0^1+\int_1^2\sqrt{4-x^2}dx=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\int_1^2\sqrt{4-x^2}dx$

Đặt: $x=2\sin t\Rightarrow dx=2\cos t dt; x=1\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}; x=2\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}$

$\Rightarrow S=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+2\left(t+\dfrac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$

Câu 1: [2D3-3.2-3] **(Câu 41 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho đường thẳng $y=\frac{3}{2}x$ và parabol $y=x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây



A. $\left(\frac{1}{2};\frac{9}{16}\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$. **C.** $\left(\frac{9}{20};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{2}{5}\right)$

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình tương giao: $\frac{3}{2}x=x^2+a\Rightarrow x^2-\frac{3}{2}x+a=0\ (1)$

Để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1,x_2

$$(x_2>x_1>0)\Rightarrow\begin{cases}\Delta=\frac{9}{4}-4a>0\\ x_1+x_2=\frac{3}{2}>0\Rightarrow 0<a<\frac{9}{16}\\ x_1.x_2=a>0\end{cases}.$$

Ta có: $S_1=\int_0^{x_1}\left(x^2-\frac{3}{2}x+a\right)dx=\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+ax\right)\Big|_0^{x_1}=\frac{1}{3}x_1^3-\frac{3}{4}x_1^2+ax_1$

$$S_2=-\int_{x_1}^{x_2}\left(x^2-\frac{3}{2}x+a\right)dx=-\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+ax\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=-\left(\frac{1}{3}x_2^3-\frac{3}{4}x_2^2+ax_2\right)+\left(\frac{1}{3}x_1^3-\frac{3}{4}x_1^2+ax_1\right)$$

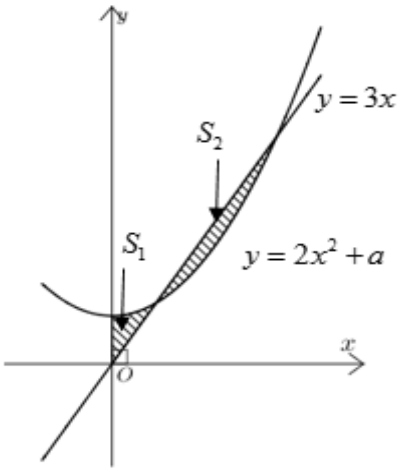
Do $S_1=S_2\Rightarrow\frac{1}{3}x_2^3-\frac{3}{4}x_2^2+ax_2=0$

mà x_2 là nghiệm của (1) nên $x_2^2-\frac{3}{2}x_2+a=0\Rightarrow a=-x_2^2+\frac{3}{2}x_2\ (2)$

$\Rightarrow \frac{1}{3}x_2^3-\frac{3}{4}x_2^2+\left(-x_2^2+\frac{3}{2}x_2\right).x_2=0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x_2^3+\frac{3}{4}x_2^2=0 \Rightarrow x_2=\frac{9}{8}$ (loại nghiệm $x_2=0$)

Thay vào $(2) \Rightarrow a=\frac{27}{64}\in\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$.

Câu 2: **[2D3-3.2-3] (Câu 41 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho đường thẳng $y=3x$ và parabol $y=2x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{10};1\right)$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình tương giao: $3x=2x^2+a \Rightarrow 2x^2-3x+a=0\ (1)$

Để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 ($x_2>x_1>0$)

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta=9-8a>0 \\ x_1+x_2=\frac{3}{2}>0 \Rightarrow 0<a<\frac{9}{8} \\ x_1.x_2=\frac{a}{2}>0 \end{cases}.$$

Ta có: $S_1=\int_0^{x_1}\left(2x^2-3x+a\right)dx=\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+ax\right)\Big|_0^{x_1}=\frac{2}{3}x_1^3-\frac{3}{2}x_1^2+ax_1$

$S_2=-\int_{x_1}^{x_2}\left(2x^2-3x+a\right)dx=-\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+ax\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=-\left(\frac{2}{3}x_2^3-\frac{3}{2}x_2^2+ax_2\right)+\left(\frac{2}{3}x_1^3-\frac{3}{2}x_1^2+ax_1\right)$

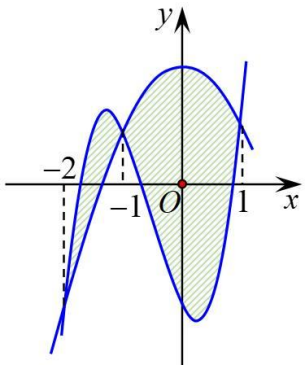
Do $S_1=S_2 \Rightarrow \frac{2}{3}x_2^3-\frac{3}{2}x_2^2+ax_2=0$

mà x_2 là nghiệm của (1) nên $2x_2^2-3x_2+a=0\Rightarrow a=-2x_2^2+3x_2\ (2)$

$\Rightarrow \frac{2}{3}x_2^3-\frac{3}{2}x_2^2+\left(-2x_2^2+3x_2\right).x_2=0\Leftrightarrow -\frac{4}{3}x_2^3+\frac{3}{2}x_2^2=0\Rightarrow x_2=\frac{9}{8}$ (loại nghiệm $x_2=0$)

Thay vào $(2)\Rightarrow a=\frac{27}{32}\in\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$.

Câu 3: **[2D3-3.2-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $f(x)=ax^2+bx^2+cx-2$ và $g(x)=dx^2+ex+2$ $(a,\ b,\ c,\ d,\ e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2;\ -1;\ 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{6}$. **B.** $\frac{13}{2}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{37}{12}$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là

$ax^3+bx^2+cx-2=dx^2+3x+2\Leftrightarrow a^3+(b-d)x^2+(c-e)x-4=0.\qquad (*)$

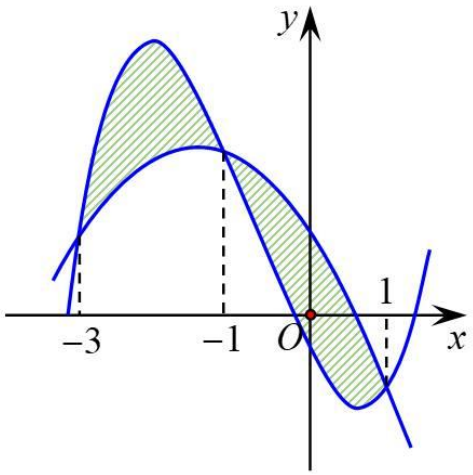
Do đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ba điểm suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm $x=-2;\ x=-1;\ x=1$. Ta được

$ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-4=k(x+2)(x+1)(x-1).$

Khi đó $-4=-2k\Rightarrow k=2$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là $\int_{-2}^{1}\left|2(x+2)(x+1)(x-1)\right|dx=\frac{37}{6}$.

Câu 4: **[2D3-3.2-3] (Câu 41 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-\frac{1}{2}$ và $g(x)=dx^2+ex+1$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3;\ -1;\ 1$. Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{9}{2}$ **B.** 8 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Xét phương trình $ax^3+bx^2+cx-\frac{1}{2}=dx^2+ex+1 \Leftrightarrow ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}=0$ có 3 nghiệm lần lượt là $-3;\ -1;\ 1$ nên suy ra $\begin{cases}-27a+9(b-d)-3(c-e)-\frac{3}{2}=0\\-a+(b-d)-(c-e)-\frac{3}{2}=0\\a+(b-d)+(c-e)-\frac{3}{2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b-d=\frac{3}{2}\\a=\frac{1}{2}\\c-e=\frac{-1}{2}\end{cases}$

Vậy $f(x)-g(x)=\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$.

Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng

$S=\int\limits_{-3}^{-1}\left(f(x)-g(x)\right)dx+\int\limits_{-1}^{1}\left(g(x)-f(x)\right)dx$

$\Leftrightarrow S=\int\limits_{-3}^{-1}\left(\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)dx-\int\limits_{-1}^{1}\left(\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)dx=2+2=4$.

Cách 2:

Ta có: $f(x)-g(x)=a(x+3)(x+1)(x-1)$.

Suy ra $a(x+3)(x+1)(x-1)=ax^3+(b-d)x^2+(c-d)x-\frac{3}{2}$

Xét hệ số tự do suy ra: $-3a=-\frac{3}{2}\Rightarrow a=\frac{1}{2}$.

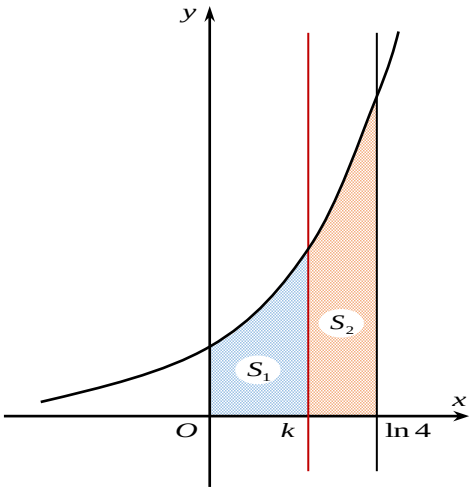
Do đó: $f(x)-g(x)=\frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-1)$.

Diện tích bằng:

$$S=\int_{-3}^{-1}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{-1}^{1}\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow S=\frac{1}{2}\int_{-3}^{-1}(x+3)(x+1)(x-1)\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}(x+3)(x+1)(x-1)\mathrm{d}x=4.$$

Câu 5: **[2D3-3.2-3] (Câu 27 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x$, $y=0$, $x=0$, $x=\ln 4$. Đường thẳng $x=k$ $(0<k<\ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1=2S_2$.



A. $k=\frac{2}{3}\ln 4$. **B.** $k=\ln 2$. **C.** $k=\ln\frac{8}{3}$ **D.** $k=\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_1=\int_0^k e^x\mathrm{d}x=e^x\big|_0^k=e^k-1$ và $S_2=\int_k^{\ln 4}e^x\mathrm{d}x=e^x\big|_k^{\ln 4}=4-e^k$.

Lại có $S_1=2S_2\Leftrightarrow e^k-1=2(4-e^k)\Leftrightarrow k=\ln 3$.

Câu 6: **[2D3-3.2-3] (Câu 27 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $\frac{37}{12}$ **B.** $\frac{9}{4}$ **C.** $\frac{81}{12}$ **D.** 13

Lời giải

Chọn A

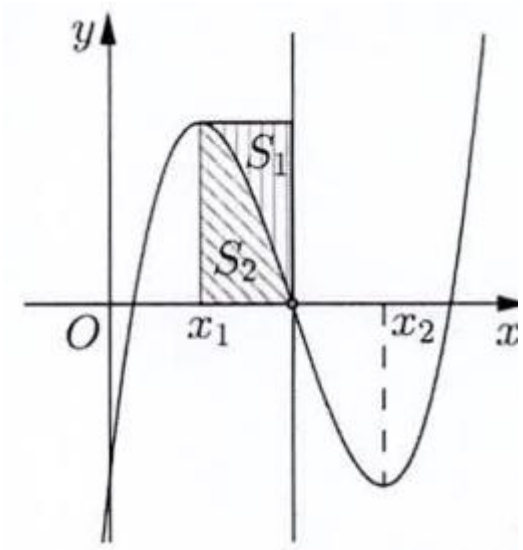
Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-x=x-x^2\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$ là:

$$S=\int_{-2}^{1}\left|x^3-x-\left(x-x^2\right)\right|dx=\left|\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)dx\right|+\left|\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)dx\right|$$

$$=\left|\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{-2}^{0}\right|+\left|\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{0}^{1}\right|=\left|-\left(\frac{16}{4}-\frac{8}{3}-4\right)\right|+\left|\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-1\right)\right|=\frac{37}{12}.$$

Câu 1: **[2D3-3.2-4] (Câu 48 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)+f(x_2)=0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, với $a>0 \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Theo giả thiết ta có $f'(x_1)=f'(x_2)=0 \Rightarrow f'(x)=3a(x-x_1)(x-x_2)=3a(x-x_1)(x-x_1-2)$.

$\Rightarrow f'(x)=3a(x-x_1)^2-6a(x-x_1)$.

$\Rightarrow f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=a(x-x_1)^3-3a(x-x_1)^2+C$.

Ta có $f(x_1)+f(x_2)=0 \Rightarrow f(x_1)+f(x_1+2)=0 \Rightarrow C+8a-12a+C=0 \Rightarrow C=2a$.

Do đó $f(x)=a(x-x_1)^3-3a(x-x_1)^2+2a=a\left[(x-x_1)^3-3(x-x_1)^2+2\right]$.

$$f(x)=0 \Rightarrow a\left[(x-x_1)^3-3(x-x_1)^2+2\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1+1-\sqrt{3} \\ x=x_1+1 \\ x=x_1+1+\sqrt{3} \end{array}\right. .$$

Suy ra $S_2=\int_{x_1}^{x_1+1} f(x)\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_1+1} a\left[(x-x_1)^3-3(x-x_1)^2+2\right]\mathrm{d}x$

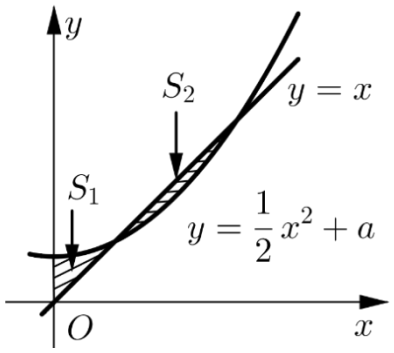
$=\int_{x_1}^{x_1+1} a\left[(x-x_1)^3-3(x-x_1)^2+2\right]\mathrm{d}(x-x_1)$

$$= a\left[\frac{(x-x_1)^4}{4} - (x-x_1)^3 + 2(x-x_1)\right]\Bigg|_{x_1}^{x_1+1} = \frac{5a}{4}.$$

Mặt khác ta có $S_1 + S_2 = \int_{x_1}^{x_1+1} f(x_1)\,dx = f(x_1)\int_{x_1}^{x_1+1} dx = f(x_1) = 2a \Rightarrow S_1 = 2a - S_2 = \frac{3a}{4}$.

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$.

Câu 2: **[2D3-3.2-4] (Câu 45 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho đường thẳng $y = x$ và Parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây?



A. $\left(\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình tương giao: $\frac{1}{2}x^2 + a = x$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x + a = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 - \sqrt{1-2a} \\ x_1 = 1 + \sqrt{1-2a} \end{array}\right.$, với điều kiện $a < \frac{1}{2}$.

Đặt $t = \sqrt{1-2a}, (t \ge 0) \Rightarrow a = \frac{1-t^2}{2}$.

Xét $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + a$ và $\int g(x)dx = G(x) + C$.

Theo giả thiết ta có $S_1 = \int_0^{x_1} g(x)dx = G(x_1) - G(0)$.

$S_2 = -\int_{x_1}^{x_2} g(x)dx = G(x_1) - G(x_2)$.

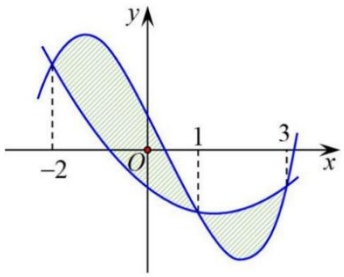
Do $S_1 = S_2 \Rightarrow G(x_2) = G(0) \Rightarrow \frac{1}{6}x_2^3 - \frac{1}{2}x_2^2 + ax_2 = 0$

$\Rightarrow x_2^2 - 3x_2 + 6a = 0 \Rightarrow (1+t)^2 - 3(1+t) + 6\left(\frac{1-t^2}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow -2t^2 - t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$ và $t = -1$.

Khi $t = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{8}$.

Câu 3: **[2D3-3.2-4] (Câu 40 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$, $(a,b,c,d,e \in \mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2; 1; 3. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{253}{48}$ **B.** $\frac{125}{24}$ **C.** $\frac{125}{48}$ **D.** $\frac{253}{24}$

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là:

$ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4} = dx^2 + ex - \frac{3}{4} \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + \frac{3}{2} = 0$.

Đặt $h(x) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + \frac{3}{2}$

Dựa vào đồ thị ta có $h(x) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + \frac{3}{2}$ có ba nghiệm là $x = -2$; $x = 1; x = 3$.

Với $x = -2$ ta có $-8a + 4(b-d) - 2(c-e) = -\frac{3}{2}$, (1).

Với $x = 1$ ta có $a + (b-d) + (c-e) = -\frac{3}{2}$, (2).

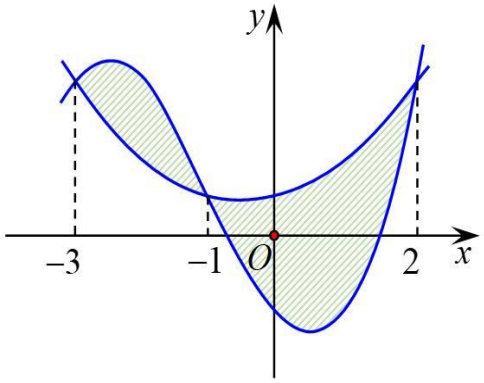
Với $x = 3$ ta có $27a + 9(b-d) + 3(c-e) = -\frac{3}{2}$, (3).

Từ $(1),(2)$ và (3) ta có $\begin{cases} -8a+4(b-d)-2(c-e)=-\dfrac{3}{2} \\ a+(b-d)+(c-e)=-\dfrac{3}{2} \\ 27a+9(b-d)+3(c-e)=-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ b-d=-\dfrac{1}{2} \\ c-e=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$.

Hay ta có

$$S=\int_{-2}^{3}\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1}\left|\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{3}\left|\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}\right|\mathrm{d}x=\frac{63}{16}+\frac{4}{3}=\frac{253}{48}.$$

Câu 4: **[2D3-3.2-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\dfrac{1}{2}$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3;-1;2$.



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\dfrac{253}{12}$. **B.** $\dfrac{125}{12}$. **C.** $\dfrac{253}{48}$. **D.** $\dfrac{125}{48}$

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình $f(x)-g(x)=0$ có 3 nghiệm $-3;-1;2$ nên

$f(x)-g(x)=a(x+3)(x-2)(x+1)$.

So sánh hệ số tự do ta được $-6a=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow a=\dfrac{1}{4}$. Do đó

$$S=\int_{-3}^{2}\left|\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)\right|\mathrm{d}x=\frac{253}{48}.$$

Câu 1: **[2D3-3.3-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{2x}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int_0^1 e^{4x}dx$. **B.** $\int_0^1 e^{2x}dx$. **C.** $\pi\int_0^1 e^{2x}dx$. **D.** $\int_0^1 e^{4x}dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_0^1 (e^{2x})^2dx=\pi\int_0^1 e^{4x}dx.$$

Câu 2: **[2D3-3.3-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{3x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int_0^1 e^{3x}\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^1 e^{6x}\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_0^1 e^{6x}\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^1 e^{3x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Trương Hồng Hà

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_0^1 \left(e^{3x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^1 e^{6x}\mathrm{d}x.$$

Câu 3: **[2D3-3.3-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\pi\int_0^2 \left(x^2+3\right)^2dx$. **B.** $V=\pi\int_0^2 \left(x^2+3\right)dx$. **C.** $V=\int_0^2 \left(x^2+3\right)^2dx$. **D.** $V=\int_0^2 \left(x^2+3\right)dx$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_0^2 \left(x^2+3\right)^2dx.$$

Câu 4: **[2D3-3.3-1] (Câu 14 - MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y=\sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $V=2\pi$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}$. **D.** $V=2$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức:

$$V=\pi\int_0^1\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2dx=\pi\int_0^1\left(x^2+1\right)dx=\pi\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1=\frac{4\pi}{3}.$$

Câu 1: **[2D3-3.3-2] (Câu 33 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x, y=0, x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int_0^1 e^{2x}dx$. **B.** $\pi\int_0^1 e^{x}dx$ **C.** $\int_0^1 e^{x}dx$. **D.** $\int_0^1 e^{2x}dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: **[2D3-3.3-2] (Câu 34 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{4x}, y=0, x=0, x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_0^1 e^{4x}dx$. **B.** $\pi\int_0^1 e^{8x}dx$. **C.** $\pi\int_0^1 e^{4x}dx$. **D.** $\int_0^1 e^{8x}dx$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$V=\pi\int_0^1 \left(e^{4x}\right)^2 dx=\pi\int_0^1 e^{8x}dx$.

Câu 3: **[2D3-3.3-2] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+2, y=0, x=1, x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\pi\int_1^2 \left(x^2+2\right)^2 dx$ **B.** $V=\int_1^2 \left(x^2+2\right)^2 dx$ **C.** $V=\pi\int_1^2 \left(x^2+2\right)dx$ **D.** $V=\int_1^2 \left(x^2+2\right)dx$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=\pi\int_1^2 \left(x^2+2\right)^2 dx$.

Câu 4: **[2D3-3.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b(a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$ **B.** $V=2\pi\int_a^b f^2(x)dx$ **C.** $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)dx$ **D.** $V=\pi^2\int_a^b f(x)dx$

Lời giải

Chọn A

Câu 5: **[2D3-3.3-2] (Câu 21 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thanh khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi e^2}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}$. **C.** $V=\dfrac{e^2-1}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$V=\pi\int_0^1 e^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\pi e^{2x}\Big|_0^1=\dfrac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

Câu 6: **[2D3-3.3-2] (Câu 20 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=2\left(\pi+1\right)$ **B.** $V=2\pi\left(\pi+1\right)$ **C.** $V=2\pi^2$ **D.** $V=2\pi$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V=\pi\int_0^{\pi}\left(\sqrt{2+\sin x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\pi}\left(2+\sin x\right)\mathrm{d}x=\pi\left(2x-\cos x\right)\Big|_0^{\pi}=2\pi\left(\pi+1\right)$.

Câu 7: **[2D3-3.3-2] (Câu 14 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

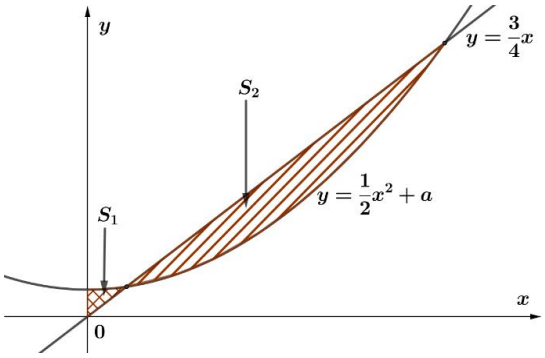
A. $V=\pi-1$ **B.** $V=(\pi-1)\pi$ **C.** $V=(\pi+1)\pi$ **D.** $V=\pi+1$

Lời giải

Chọn C

$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sqrt{2+\cos x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2+\cos x\right)\mathrm{d}x=\left(\pi\left(2x+\sin x\right)\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi\left(\pi+1\right)$

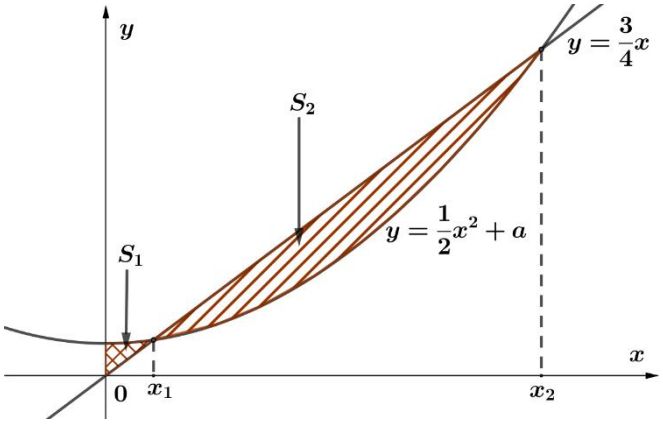
Câu 1: **[2D3-3.3-3] (Câu 43 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho đường thẳng $y=\frac{3}{4}x$ và parabol $y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B



Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}x^2+a \Leftrightarrow 2x^2-3x+4a=0$ (*)

Ta có (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương nên phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9-32a>0\\ 2a>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<a<\frac{9}{32}$.

Gọi $F\ x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+a$.

Ta có $S_1=\int_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+a\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{8}x^2+ax\right)\Big|_0^{x_1}=F\left(x_1\right)$.

$$S_2=\int_{x_1}^{x_2}\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{4}x-a\right)\mathrm{d}x=-F(x)\Big|_{x_1}^{x_2}=-F(x_2)+F(x_1).$$

Ta có $S_1=S_2 \Leftrightarrow F\ x_2\ =0\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^3-\frac{3}{8}x_2^2+ax_2=0\Leftrightarrow 4x_2^2-9x_2+24a=0$.

Do x_2 là nghiệm của phương trình (*) nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}2x_2^2-3x_2+4a=0\\4x_2^2-9x_2+24a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x_2^2-3x_2+4a=0\\16a-3x_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2.\frac{256}{9}a^2-16a+4a=0\\x_2=\frac{16a}{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{512}{9}a^2-12a=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\a=\frac{27}{128}\end{cases}.$$

Đối chiếu điều kiện của a nên ta có $a=\frac{27}{128}\in\left(\frac{3}{16};\frac{7}{12}\right)$.

Câu 2: **[2D3-3.3-3] (Câu 28 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V=4-2e$ **B.** $V=(4-2e)\pi$ **C.** $V=e^2-5$ **D.** $V=(e^2-5)\pi$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)e^x=0\Leftrightarrow x=1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_0^1\left[2(x-1)e^x\right]^2dx=4\pi\int_0^1(x-1)^2e^{2x}dx.\ \text{Đặt}\ \begin{cases}u=(x-1)^2\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2(x-1)dx\\v=\frac{e^{2x}}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow V=4\pi(x-1)^2\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-4\pi\int_0^1 2(x-1)\frac{e^{2x}}{2}dx=4\pi(x-1)^2\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-4\pi\int_0^1(x-1)e^{2x}dx$$

Gọi $I_1=\int_0^1(x-1)e^{2x}dx$. Đặt $\begin{cases}u=x-1\Rightarrow du=dx\\dv=e^{2x}dx\Rightarrow v=\frac{e^{2x}}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow I_1=4\pi(x-1)\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-4\pi\int_0^1\frac{e^{2x}}{2}dx=2\pi-\pi e^{2x}\Big|_0^1=2\pi-\pi e^2+\pi=3\pi-\pi e^2$$

Vậy $V=4\pi(x-1)^2\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-I_1=-2\pi-(3\pi-\pi e^2)=\pi(e^2-5)$.

Câu 1: **[2D3-3.4-2] (Câu 34 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=32+2\sqrt{15}$ **B.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$

C. $V=\dfrac{124}{3}$ **D.** $V=(32+2\sqrt{15})\pi$

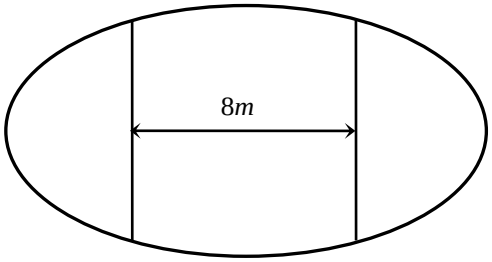
Lời giải

Chọn C

Diện tích thiết diện là: $S(x)=3x.\sqrt{3x^2-2}$

$\Rightarrow$ Thể tích vật thể là: $V=\int_1^3 3x.\sqrt{3x^2-2}dx=\dfrac{124}{3}$

Câu 1: **[2D3-3.6-3] (Câu 28 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng $10m$. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng $8m$ và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/$1m^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn.)

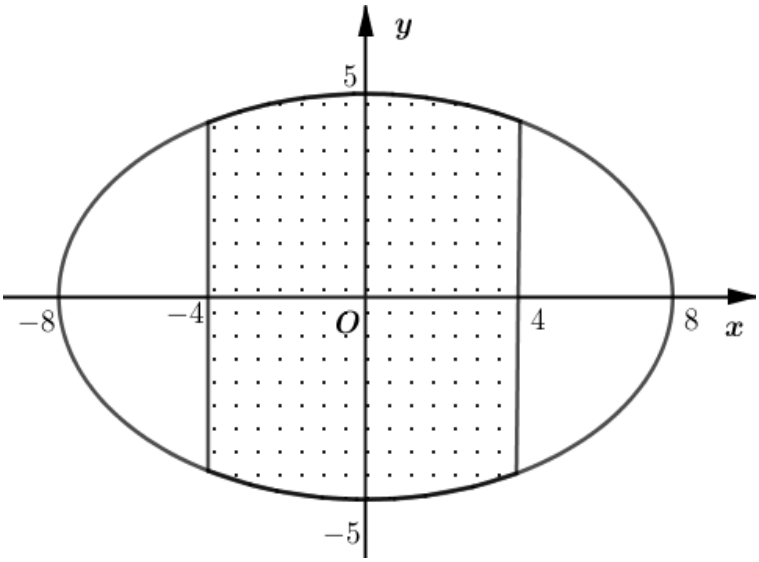


A. 7.862.000 đồng **B.** 7.653.000 đồng **C.** 7.128.000 đồng **D.** 7.826.000 đồng

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Giả sử elip có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Từ giả thiết ta có $2a=16\Rightarrow a=8$ và $2b=10\Rightarrow b=5$

Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\ \ (E_1) \\ y=-\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\ \ (E_2) \end{array}\right.$

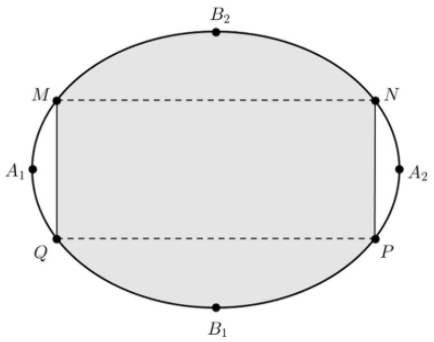
Khi đó diện tích dải vườn được giới hạn bởi các đường (E_1); (E_2); $x=-4$; $x=4$ và diện tích của dải vườn là $S=2\int\limits_{-4}^{4}\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\,dx=\frac{5}{2}\int\limits_{0}^{4}\sqrt{64-x^2}\,dx$

Tính tích phân này bằng phép đổi biến $x=8\sin t$, ta được $S=\frac{40\pi}{3}+20\sqrt{3}$

Khi đó số tiền là $T=\left(\frac{40\pi}{3}+20\sqrt{3}\right).100000=7652891,82\simeq 7.653.000$.

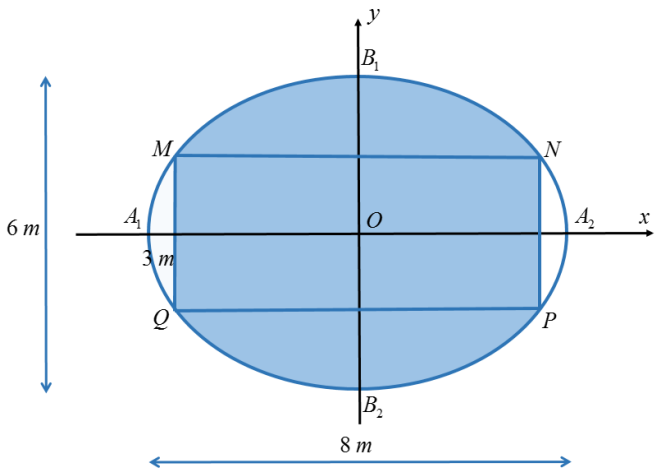
Câu 1: **[2D3-3.6-4] (Câu 46 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8m, B_1B_2 = 6m$ và tứ giác MNPQ là hình chữ nhật có $MQ = 3m$.

A. 7322000 đồng. **B.** 7213000 đồng. **C.** 5526000 đồng. **D.** 5782000 đồng.



Lời giải

Chọn A



Gắn hệ trục tọa độ Oxy có A_1A_2 trùng với trục Ox, B_1B_2 trùng với trục Oy, gốc tọa độ $O = A_1A_2 \cap B_1B_2$ (như hình vẽ).

Elip có độ dài trục lớn $2a = A_1A_2 = 8 \Leftrightarrow a = 4\,(m)$, độ dài trục nhỏ $2b = B_1B_2 = 6 \Leftrightarrow b = 3\,(m)$.

Suy ra phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \Leftrightarrow y = \pm\frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$. Trong đó:

Do $MQ = 3 \Rightarrow y_M = \frac{MQ}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x_M = -4\sqrt{1 - \frac{y_M^2}{9}} = -2\sqrt{3} \Rightarrow x_N = 2\sqrt{3}$.

Gọi S_1 là diện tích phần tô đậm của elip, S_2 là diện tích phần không bị tô đậm của elip và S là diện tích elip. Suy ra S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$, $y=-\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$, $x=-2\sqrt{3}$, $x=2\sqrt{3}$

Ta có:

$+ S=\pi ab=12\pi\left(m^2\right)$.

$+ S_1=\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\left|\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}-\left(-\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}\right)\right|\mathrm{dx}=3\int\limits_{0}^{2\sqrt{3}}\sqrt{16-x^2}\mathrm{dx}$.

Đặt $x=4\sin t\Rightarrow \mathrm{dx}=4\cos t\mathrm{dt}$.

Khi $x=0\Rightarrow t=0$. Khi $x=2\sqrt{3}\Rightarrow t=\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow S_1=3\int\limits_{0}^{2\sqrt{3}}\sqrt{16-x^2}\ \mathrm{dx}=3\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{16-16\sin^2 t}.4\cos t dt=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}48\cos^2 t\mathrm{dt}=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}24\left(1+\cos 2\mathrm{t}\right)\mathrm{dt}$

$=\left(24t+12\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=8\pi+6\sqrt{3}\left(m^2\right)$.

$\Rightarrow S_2=S-S_1=4\pi-6\sqrt{3}\left(m^2\right)$.

Suy ra chi phí để sơn biển quảng cáo là: $200000.S_1+100000.S_2\approx 7322416$ (đồng).

Vậy số tiền để sơn biển quảng cáo gần nhất với 7322000 đồng.

Câu 1: **[2D3-3.8-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{150}t^2+\frac{59}{75}t(m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc a bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $20(m/s)$. **B.** $16(m/s)$. **C.** $13(m/s)$. **D.** $15(m/s)$

Lời giải

Chọn B

Quãng đường chất điểm A đi từ đầu đến khi B đuổi kịp là $S=\int_0^{15}\left(\frac{1}{150}t^2+\frac{59}{75}t\right)dt=96(m)$.

Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t)=\int adt=at+C$.

Tại thời điểm $t=3$ vật B bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên $v_B(3)=0\Leftrightarrow C=-3a$.

Lại có quãng đường chất điểm B đi được đến khi gặp A là $S_2=\int_3^{15}(at-3a)dt=\left(\frac{at^2}{2}-3at\right)\Big|_3^{15}=72a(m)$.

Vậy $72a=96\Leftrightarrow a=\frac{4}{3}(m/s^2)$.

Tại thời điểm đuổi kịp A thì vận tốc của B là $v_B(15)=16(m/s)$.

Câu 2: **[2D3-3.8-2] (Câu 24 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - Đề minh họa BGD&ĐT năm 20016-20017)** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2m. **B.** 2m. **C.** 10m. **D.** 20m.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $-5t+10=0\Leftrightarrow t=2$. Do vậy, kể từ lúc người lái đạp phanh thì sau 2s ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s=\int_0^2(-5t+10)\,dt=\left(-\frac{5}{2}t^2+10t\right)\Big|_0^2=10m.$$

Câu 1: **[2D3-3.8-3] (Câu 27 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{120}t^2+\frac{58}{45}t(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $25(m/s)$ **B.** $36(m/s)$ **C.** $30(m/s)$ **D.** $21(m/s)$

Lời giải

Chọn C

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t)=\int a\mathrm{d}t=at+C$ mà $v_B(0)=0$ nên $v_B(t)=at$.

Do từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm B đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{18}\left(\frac{1}{120}t^2+\frac{58}{45}\right)\mathrm{d}t=\int_0^{15}at\mathrm{d}t\Leftrightarrow 225=a.\frac{225}{2}\Leftrightarrow a=2$$

Vậy, vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(t)=2.15=30(m/s)$.

Câu 2: **[2D3-3.8-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{100}t^2+\frac{13}{30}t(\mathrm{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a(\mathrm{m/s^2})$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $15(\mathrm{m/s})$. **B.** $9(\mathrm{m/s})$. **C.** $42(\mathrm{m/s})$. **D.** $25(\mathrm{m/s})$

Lời giải

Chọn D

Ta có $v_B(t)=\int a.\mathrm{d}t=at+C$, $v_B(0)=0\Rightarrow C=0\Rightarrow v_B(t)=at$.

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) \mathrm{d}t = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right)\Big|_0^{25} = \frac{375}{2}$.

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$S_B = \int_0^{15} at.\mathrm{d}t = \frac{at^2}{2}\Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}$.

Ta có $\frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$.

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3}.15 = 25(\mathrm{m/s})$.

Câu 3: **[2D3-3.8-3] (Câu 32 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $22(m/s)$ **B.** $15(m/s)$ **C.** $10(m/s)$ **D.** $7(m/s)$

Lời giải

Chọn B

Thời gian tính từ khi A xuất phát đến khi bị B đuổi kịp là 15 giây, suy ra quãng đường đi được tới lúc đó là $\int_0^{15} v(t)\mathrm{d}t = \int_0^{15} \left(\frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \right)\mathrm{d}t = \left(\frac{1}{540}t^3 + \frac{11}{36}t^2 \right)\Big|_0^{15} = 75(m)$.

Vận tốc của chất điểm B là $y(t) = \int a.\mathrm{d}t = a.t + C$ (C là hằng số); do B xuất phát từ trạng thái nghỉ nên có $y(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$;

Quãng đường của B từ khi xuất phát đến khi đuổi kịp A là

$\int_0^{10} y(t)\mathrm{d}t = 75 \Leftrightarrow \int_0^{10} a.t\mathrm{d}t = 75 \Leftrightarrow \frac{a.t^2}{2}\Big|_0^{10} = 75 \Leftrightarrow 50a = 75 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$

Vậy có $y(t) = \frac{3t}{2}$; suy ra vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $y(10) = 15(m/s)$.

Câu 4: **[2D3-3.8-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong

khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

A. 144 (m/s). **B.** 36 (m/s). **C.** 243 (m/s). **D.** 27 (m/s).

Lời giải

Chọn B

Ta có : $v = s' = -t^2 + 12t$.

$v' = -2t + 12$, $v' = 0 \Leftrightarrow t = 6$

Bảng biến thiên

t	0		6		9
v'		+	0	−	
v		↗	36	↘	

Nhìn bảng biến thiên ta thấy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi $t = 6$.

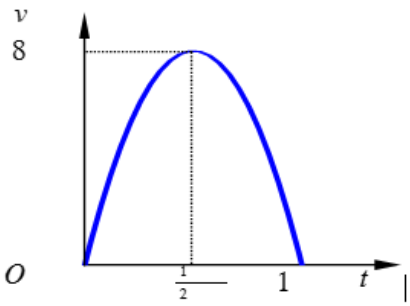
Giá trị lớn nhất là $v(6) = 36\,\text{m/s}$

Câu 5: **[2D3-3.8-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2};\ 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quảng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi chạy.

A. $s = 4$ (km). **B.** $s = 2,3$ (km). **C.** $s = 4,5$ (km). **D.** $s = 5,3$ (km).

Lời giải

Chọn C



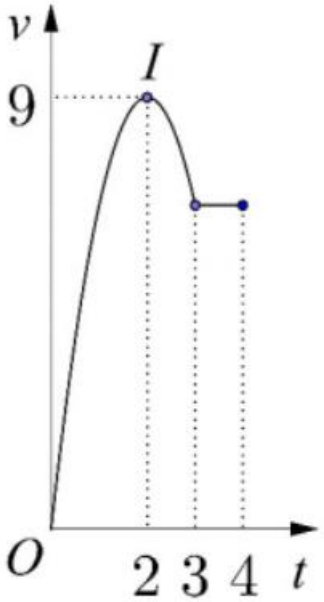
Gọi parabol là $(P): y = ax^2 + bx + c$. Từ hình vẽ ta có (P) đi qua $O(0;\ 0)$, $A(1;\ 0)$ và điểm $I\left(\frac{1}{2};\ 8\right)$.

Suy ra $\begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 0 \\ \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}$.

Vậy $(P): y = -32x^2 + 32x$.

Quảng đường người đó đi được là $s = \int_0^{\frac{3}{4}} \left(-32x^2 + 32x\right) dx = 4,5\,(\text{km})$

Câu 1: **[2D3-3.8-4] (Câu 35 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường Parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động trong 4 giờ đó.



A. $s=26,5(km)$ **B.** $s=28,5(km)$. **C.** $s=27(km)$. **D.** $s=24(km)$.

Lời giải

Chọn C

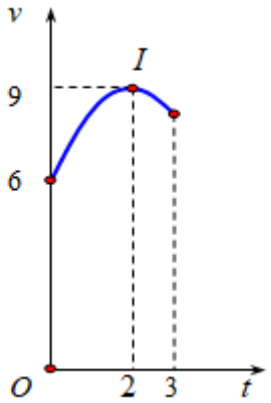
Gọi $(P):y=ax^2+bx+c$.

Vì (P) qua $O(0;0)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên dễ tìm được phương trình (P) là $y=\frac{-9}{4}x^2+9x$.

Ngoài ra tại $x=3$ ta có $y=\frac{27}{4}$.

Vậy quãng đường cần tìm là $S=\int_0^3\left(\frac{-9}{4}x^2+9x\right)dx+\int_3^4\frac{27}{4}x=27(km)$.

Câu 1: **[2D3-3.10-3] (Câu 38 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t\ (\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $s=24,25(\text{km})$ **B.** $s=26,75(\text{km})$ **C.** $s=24,75(\text{km})$ **D.** $s=25,25(\text{km})$

Lời giải

Chọn C

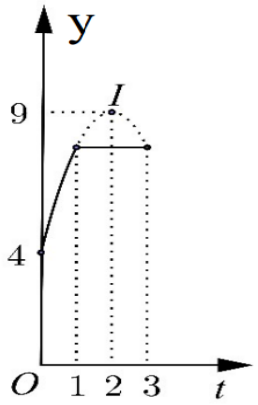
Gọi $v(t)=a.t^2+bt+c$.

Đồ thị $v(t)$ là một phần parabol có đỉnh $I(2;9)$ và đi qua điểm $A(0;6)$ nên

$$\begin{cases}\dfrac{-b}{2a}=2\\ a.2^2+b.2+c=9\\ a.0^2+b.0+c=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{-3}{4}\\ b=3\\ c=6\end{cases}$$. Tìm được $v(t)=-\dfrac{3}{4}t^2+3t+6$

Vậy $S=\int_0^3\left(-\dfrac{3}{4}t^2+3t+6\right)dt=24,75$

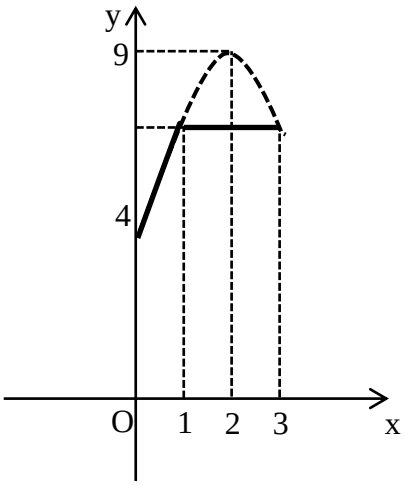
Câu 2: **[2D3-3.10-3] (Câu 41 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v phụ thuộc vào thời gian t có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $s=23,25$ (km) **B.** $s=21,58$ (km) **C.** $s=15,50$ (km) **D.** $s=13,83$ (km)

Lời giải

Chọn B



$v(t)=at^2+bt+c \quad (t\ge 0)$

$$\begin{cases} v(0)=c=4 \\ v(2)=4a+2b+c=9 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=5 \\ 4a+b=0 \\ c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{5}{4} \\ b=5 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow v(t)=-\frac{5}{4}t^2+5t+4$$

$t=3;t=1\Rightarrow v_0(t)=\dfrac{31}{4}$

Mà $v(t)=s'(t) \Rightarrow s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$. Suy ra

$s=\int_0^1\left(-\frac{5}{4}t^2+5t+4\right)\mathrm{d}t+\int_1^3\frac{31}{4}\mathrm{d}t=\frac{259}{12}\approx 21,58.$

Câu 1: **[2D3-3.10-4] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thự C. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 3$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $\ln 10$. **D.** $\ln 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)=x^3+(a+3)x^2+(2a+b+6)x+(2a+b+c)$

$g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=3x^2+2ax+b+6x+2a+6$

$=3x^2+(2a+6)x+(2a+b+6)$.

Vì $y=g(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2 nên $g'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với $g(x_1)=-5, g(x_2)=2$.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{f(x)}{g(x)+6}=1\Leftrightarrow\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}=0\Leftrightarrow\frac{3x^2+(2a+6)x+(2a+b+6)}{g(x)+6}=0\Leftrightarrow\frac{g'(x)}{g(x)+6}=0.$$

Phương trình này cũng có hai nghệm phân biệt x_1,x_2

Như vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là

$$S=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right|=\left|\ln|g(x)+6|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|=|\ln|2+6|-\ln|-5+6||=3\ln 2.$$

Câu 2: **[2D3-3.10-4] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thựC. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 2$. **C.** $\ln 15$. **D.** $3\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c\Rightarrow f'(x)=3x^2+2ax+b$, $f''(x)=6x+2a$, $f'''(x)=6$.

$g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)\Rightarrow g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=f'(x)+f''(x)+6$.

Do $g(x)$ có hai cực trị là -5 và 3 nên $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\end{array}\right.$ với $g(x_1)=-5$, $g(x_2)=3$.

Ta có: $\frac{f(x)}{g(x)+6}=1\Leftrightarrow\frac{-f'(x)-f''(x)-6}{g(x)+6}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là

$$S=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{f(x)}{g(x)+6}-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{-f'(x)-f''(x)-6}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{1}{g(x)+6}\mathrm{d}\left(g(x)+6\right)\right|=\left|\left(\ln\left|g(x)+6\right|\right)\right|_{x_1}^{x_2}\Bigg|$$

$$=\left|\ln\left|g(x_2)+6\right|-\ln\left|g(x_1)+6\right|\right|=\left|\ln1-\ln9\right|=2\ln3.$$

Câu 3: **[2D3-3.10-4] (Câu 43 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thự C. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các hàm số $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln2$. **B.** $\ln6$. **C.** $3\ln2$. **D.** $\ln2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)=x^3+(a+3)x^2+(2a+b+6)x+(2a+b+c)$

$g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=3x^2+2ax+b+6x+2a+6$

$=3x^2+(2a+6)x+(2a+b+6)$.

Do $g(x)$ có hai cực trị là -5 và 3 nên $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\end{array}\right.$ với $g(x_1)=-4$, $g(x_2)=2$.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{f(x)}{g(x)+6}=1\Leftrightarrow\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}=0\Leftrightarrow\frac{3x^2+(2a+6)x+(2a+b+6)}{g(x)+6}=0\Leftrightarrow\frac{g'(x)}{g(x)+6}=0$$

Phương trình này cũng có hai nghệm phân biệt x_1,x_2

Như vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các hàm số $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là

$$S=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right|=\left|\ln\left|g(x)+6\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|=\left|\ln\left|2+6\right|-\ln\left|-4+6\right|\right|=\ln2.$$

Câu 4: **[2D3-3.10-4] (Câu 46 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thự C. Biết hàm số

$g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 18$. **D.** $2\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$f'(x)=3x^2+2ax+b$;

$f''(x)=6x+2a$;

$f'''(x)=6$;

$g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)\Rightarrow g'(x)=f'(x)+f''(x)+6$.

Vì $g(x)$ có hai giá trị cực trị là là -3 và 6 nên không giảm tổng quát, $g(x)$ có hai điểm cực trị là x_1,x_2 và $g(x_1)=-3$, $g(x_1)=6$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1$

$\Leftrightarrow f(x)=g(x)+6$

$\Leftrightarrow f(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)+6$

$\Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6=0$

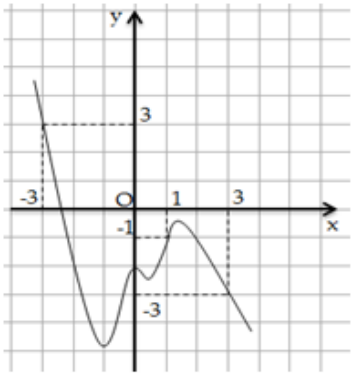
$\Leftrightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là:

$$S=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{f(x)}{g(x)+6}-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{f(x)-g(x)-6}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{-f'(x)-f''(x)-6}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|$$

$$=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{-g'(x)}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\ln\left|g(x)+6\right|\right|_{x_1}^{x_2}\Big|=\left|\ln 12-\ln 3\right|=2\ln 2.$$

Câu 5: **[2D3-3.10-4] (Câu 46 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)+x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(3)<g(-3)<g(1)$.

B. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

C. $g(1)<g(-3)<g(3)$.

D. $g(-3)<g(3)<g(1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=2f'(x)+2x \Rightarrow g'(x)=0 \Rightarrow x\in\{-3;1;3\}$.

Từ đồ thị của $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên.(Chú ý là hàm $g(x)$ và $g'(x)$)

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗		↘		↗		↘	

Suy ra $g(3)>g(1)$

Kết hợp với bảng biến thiên ta có:

$$\int_{-3}^{1}\left(-g'(x)\right)dx>\int_{1}^{3}g'(x)dx$$

$$\Leftrightarrow \int_{1}^{-3}g'(x)dx>\int_{1}^{3}g'(x)dx \Leftrightarrow g(-3)-g(1)>g(3)-g(1) \Leftrightarrow g(-3)>g(3)$$

Vậy ta có $g(-3)>g(3)>g(1)$.

Câu 1: **[2D4-1.1-1] (Câu 9 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

A. $-1-3i$ **B.** $1-3i$ **C.** $-1+3i$ **D.** $1+3i$

Lời giải

Chọn D

Câu 2: **[2D4-1.1-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

A. $3+4i$. **B.** $4-3i$. **C.** $3-4i$. **D.** $4+3i$

Lời giải

Chọn A

Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là: $z=3+4i$.

Câu 3: **[2D4-1.1-1] (Câu 3 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z=-2+3i$. **B.** $z=3i$. **C.** $z=-2$. **D.** $z=\sqrt{3}+i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức là số thuần ảo nếu phần thực bằng 0.

Câu 4: **[2D4-1.1-1] (Câu 29 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$. **B.** Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$. **D.** Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Lời giải

Chọn D

$z=3-2i\Rightarrow\overline{z}=3+2i$. Vậy phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Câu 1: **[2D4-1.1-2] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(3-i)=5x-4i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x=-1;y=-1$ **B.** $x=-1;y=1$ **C.** $x=1;y=-1$ **D.** $x=1;y=1$

Lời giải

Chọn D

$$(2x-3yi)+(3-i)=5x-4i \Leftrightarrow (2x+3)-(3y+1)i=5x-4i \Leftrightarrow \begin{cases}2x+3=5x\\3y+1=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$$

Câu 1: **[2D4-1.2-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

A. 2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Số phức $z=4-2i$ có phần thực là 4.

Câu 2: **[2D4-1.2-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Phần thực của số phức $z=3-2i$ bằng:

A. 2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: **[2D4-1.2-1] (Câu 25 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn C

Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng 6.

Câu 4: **[2D4-1.2-1] (Câu 9 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Phần thực của số phức $z=5-2i$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Phần thực của $z=5-2i$ là 5.

Câu 5: **[2D4-1.2-1] (Câu 18 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Số phức liên hợp của số phức $z=3+2i$ là:

A. $\bar{z}=3-2i$. **B.** $\bar{z}=2+3i$. **C.** $\bar{z}=-3+2i$. **D.** $\bar{z}=-3-2i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z=3+2i$ là $\bar{z}=3-2i$.

Câu 6: **[2D4-1.2-1] (Câu 15 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Phần thực của số phức $z=5-4i$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Phần thực số phức $z=5-4i$ bằng 5.

Câu 7: **[2D4-1.2-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Phần thực của số phức $z=-5-4i$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -5.

Lời giải

Chọn D

Phần thực của số phức $z=-5-4i$ là $a=-5$.

Câu 8: **[2D4-1.2-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Phần thực của số phức $z=-3-4i$ bằng

A. 4. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa số phức ta có phần thực của số phức $z=-3-4i$ bằng -3.

Câu 9: **[2D4-1.2-1] (Câu 13 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Số phức liên hợp của số phức $z=3-5i$

A. $\overline{z}=-3-5i$. **B.** $\overline{z}=3+5i$. **C.** $\overline{z}=-3+5i$. **D.** $\overline{z}=3-5i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của $z=3-5i$ là $\overline{z}=3+5i$.

Câu 10: **[2D4-1.2-1] (Câu 13 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

A. $\overline{z}=2+5i$. **B.** $\overline{z}=-2+5i$. **C.** $\overline{z}=2-5i$. **D.** $\overline{z}=-2-5i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z=2-5i\Rightarrow\overline{z}=2+5i$

Câu 11: **[2D4-1.2-1] (Câu 6 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Số phức liên hợp của số phức $z=-3+5i$ là

A. $\overline{z}=-3-5i$. **B.** $\overline{z}=3+5i$. **C.** $\overline{z}=-3+5i$. **D.** $\overline{z}=3-5i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z=a+bi$ có số phức liên hợp là $\overline{z}=a-bi$.

$z=-3+5i\Rightarrow\overline{z}=-3-5i$.

Câu 12: **[2D4-1.2-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Số phức liên hợp của số phức $z=2+i$ là

A. $\overline{z}=-2+i$. **B.** $\overline{z}=-2-i$. **C.** $\overline{z}=2-i$. **D.** $\overline{z}=2+i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z=2+i$ là $\overline{z}=2-i$.

Câu 13: [2D4-1.2-1] **(Câu 12 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Mô-đun của số phức $1+2i$ bằng

5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|1+2i|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 14: [2D4-1.2-1] **(Câu 5 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là

A. $-3+2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa số phức liên hợp ta chọn đáp án B

Câu 15: [2D4-1.2-1] **(Câu 4 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là

A. $-5+3i$. **B.** $-3+5i$. **C.** $-5-3i$. **D.** $5+3i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là $5+3i$..

Câu 16: [2D4-1.2-1] **(Câu 13 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

A. $-3-4i$. **B.** $-3+4i$. **C.** $3+4i$. **D.** $-4+3i$.

Lời giải

Chọn C

$z=3-4i\Rightarrow\overline{z}=3+4i$.

Câu 17: [2D4-1.2-1] **(MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số phức $5+6i$ có phần thực bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Số phức $5+6i$ có phần thực bằng 5, phần ảo bằng 6.

Câu 18: [2D4-1.2-1] **(Câu 9 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng:

A. 3 **B.** -7 **C.** -3 **D.** 7

Lời giải

Chọn D

Câu 19: [2D4-1.2-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho số phức $z=2+i$. Tính $|z|$.

A. $|z|=3$. **B.** $|z|=5$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z|=\sqrt{2^2+1}=\sqrt{5}$.

Câu 20: [2D4-1.2-1] (Câu 9 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017 - DS12.C4.1.a2) Cho số phức $z=2-3i$. Tìm phần thực a của z.

A. $a=2$. **B.** $a=3$. **C.** $a=-3$. **D.** $a=-2$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ có phần thực là $a \Rightarrow z=2-3i$ có phần thực $a=2$.

Câu 21: [2D4-1.2-1] (Câu 27 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017) Cho số phức $z=1-i+i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z.

A. $a=0,b=1$ **B.** $a=-2,b=1$ **C.** $a=1,b=0$ **D.** $a=1,b=-2$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=1-i+i^3=1-i+i^2.i=1-i-i=1-2i$

Suy ra phần thực của z là $a=1$, phần ảo của z là $b=-2$.

Câu 22: [2D4-1.2-1] (Câu 4 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017) Kí hiệu a,b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3-2\sqrt{2}i$. Tìm a, b.

A. $a=3;b=2$ **B.** $a=3;b=2\sqrt{2}$ **C.** $a=3;b=\sqrt{2}$ **D.** $a=3;b=-2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D

Số phức $3-2\sqrt{2}i$ có phần thực là $a=3$ và phần ảo là $b=-2\sqrt{2}$.

Câu 23: [2D4-1.2-1] (Câu 30 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017) Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$.

A. $\overline{z}=3-i$. **B.** $\overline{z}=-3+i$. **C.** $\overline{z}=3+i$. **D.** $\overline{z}=-3-i$.

Lời giải

Chọn D

$z=i(3i+1)=-3+i$ nên suy ra $\overline{z}=-3-i$.

Câu 1: **[2D4-1.2-2] (Câu 18 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i=1+2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a=0,b=2$. **B.** $a=\frac{1}{2},b=1$. **C.** $a=0,b=1$. **D.** $a=1,b=2$.

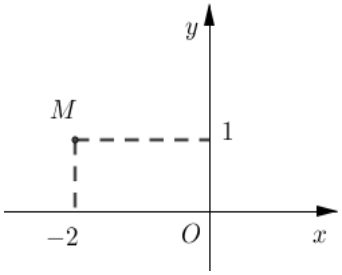
Lời giải

Chọn D

Ta có $2a+(b+i)i=1+2i \Leftrightarrow 2a-1+bi=1+2i \Leftrightarrow \begin{cases}2a-1=1\\ b=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$.

Vậy $a=1,b=2$.

Câu 1: **[2D4-1.3-1] (Câu 1 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



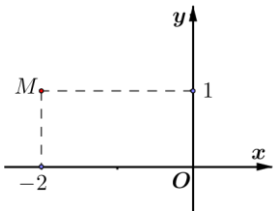
A. $z=-2+i$ **B.** $z=1-2i$ **C.** $z=2+i$ **D.** $z=1+2i$

Lời giải

Chọn A

Theo hình vẽ $M(-2;1)\Rightarrow z=-2+i$

Câu 2: **[2D4-1.3-1] (Câu 4 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?



A. $z_4=2+i$ **B.** $z_2=1+2i$ **C.** $z_3=-2+i$ **D.** $z_1=1-2i$

Lời giải

Chọn C

Điểm $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z_3=-2+i$

Câu 1: **[2D4-2.2-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $4+2i$. **B.** $4-2i$. **C.** $-2-6i$. **D.** $2+6i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z+w=3+2i+1-4i=4-2i$.

Câu 2: **[2D4-2.2-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $2-6i$. **B.** $4+2i$. **C.** $4-2i$. **D.** $-2+6i$.

Lời giải

Chọn C

$z+w=1+2i+3-4i=4-2i$.

Câu 3: **[2D4-2.2-1] (Câu 19 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hai số phức $z=5+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng:

A. $6+2i$. **B.** $4+6i$. **C.** $6-2i$. **D.** $-4-6i$.

Lời giải

Chọn C

$z+w=5+2i+1-4i=(5+1)+(2-4)i=6-2i$.

Câu 4: **[2D4-2.2-1] (Câu 25 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hai số phức $z=4+2i$ và $w=3-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $1+6i$. **B.** $7-2i$. **C.** $7+2i$. **D.** $-1-6i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z+w=4+2i+3-4i=7-2i$.

Câu 5: **[2D4-2.2-1] (Câu 19 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hai số phức $z=3+i$ và $w=2+3i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $1+4i$. **B.** $1-2i$. **C.** $5+4i$. **D.** $5-2i$.

Lời giải

Chọn B

$z-w=(3+i)-(2+3i)=1-2i$

Câu 6: **[2D4-2.2-1] (Câu 23 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hai số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=2+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A. $-1+3i$. **B.** $-1-3i$. **C.** $1+3i$. **D.** $1-3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$z_1 - z_2 = 3 - 2i - (2 + i) = 1 - 3i$.

Câu 7: **[2D4-2.2-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. $-2 - 4i$. **B.** $2 - 4i$. **C.** $-2 + 4i$. **D.** $2 + 4i$.

Lời giải

Chọn A

$z_1 - z_2 = 1 - 3i - (3 + i) = -2 - 4i$.

Câu 8: **[2D4-2.2-1] (Câu 10 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 4 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. $3 + 3i$. **B.** $-3 - 3i$. **C.** $-3 + 3i$. **D.** $3 - 3i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1 - z_2 = 1 + 2i - (4 - i) = -3 + 3i$

Câu 9: **[2D4-2.2-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. $2 - 3i$. **B.** $-2 + 3i$. **C.** $-2 - 2i$. **D.** $2 + 3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 - z_2 = 3 + 2i - (1 - i) = 2 + 3i$.

Câu 10: **[2D4-2.2-1] (Câu 25 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $4 - 2i$. **B.** $-4 + 2i$. **C.** $4 + 2i$. **D.** $-4 - 2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 + z_2 = 1 - 3i + 3 + i = 4 - 2i$.

Vậy $z_1 + z_2 = 4 - 2i$.

Câu 11: **[2D4-2.2-1] (Câu 16 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $3+i$. **B.** $-3-i$. **C.** $3-i$. **D.** $-3+i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1+z_2=(1-2i)+(2+i)=(1+2)+(-2i+i)=3-i$.

Câu 12: **[2D4-2.2-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=2-i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $5-i$. **B.** $5+i$. **C.** $-5-i$. **D.** $-5+i$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng phép cộng số phức ta có $z_1+z_2=5+i$.

Câu 13: **[2D4-2.2-1] (Câu 22 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hai số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=2+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $5+i$. **B.** $-5+i$. **C.** $5-i$. **D.** $-5-i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1=3-2i$; $z_2=2+i$.

$\Rightarrow z_1+z_2=(3+2)+(-2+1)i=5-i$.

Câu 14: **[2D4-2.2-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm số phức z thỏa mãn $z+2-3i=3-2i$.

A. $z=1-5i$. **B.** $z=1+i$. **C.** $z=5-5i$. **D.** $z=1-i$.

Lời giải

Chọn B

$z+2-3i=3-2i \Leftrightarrow z=3-2i-2+3i=1+i$.

Câu 15: **[2D4-2.2-1] (Câu 8 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hai số phức $z_1=4-3i$ và $z_2=7+3i$. Tìm số phức $z=z_1-z_2$.

A. $z=11$ **B.** $z=3+6i$ **C.** $z=-1-10i$ **D.** $z=-3-6i$

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=z_1-z_2=(4-3i)-(7+3i)=-3-6i$.

Câu 16: **[2D4-2.2-1] (Câu 7 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hai số phức $z_1=5-7i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.

A. $z=7-4i$ **B.** $z=2+5i$ **C.** $z=-2+5i$ **D.** $z=3-10i$

Lời giải

Chọn A

$z = z_1 + z_2 = (5+2)+(-7+3)i = 7-4i$

Câu 1: **[2D4-2.2-2] (Câu 27 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho số phức $z=-3+2i$, số phức $(1-i)\bar{z}$ bằng.

A. $-1-5i$ **B.** $5-i$ **C.** $1-5i$ **D.** $-5+i$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1-i)\bar{z}=(1-i)(-3-2i)=-5+i$

Câu 2: **[2D4-2.2-2] (Câu 33 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho số phức $z=2-i$, số phức $2-3i\ \bar{z}$ bằng

A. $-1+8i$. **B.** $-7+4i$. **C.** $7-4i$. **D.** $1+8i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2-3i\ \bar{z}=\ 2-3i\ \ 2+i\ =7-4i$.

Câu 3: **[2D4-2.2-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho số phức $z=1-2i$, số phức $(2+3i)\bar{z}$ bằng

A. $4-7i$. **B.** $-4+7i$. **C.** $8+i$. **D.** $-8+i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z=1-2i\Rightarrow\bar{z}=1+2i\Rightarrow(2+3i)\bar{z}=(2+3i)(1+2i)=2+3i+4i+6i^2=-4+7i$.

Vậy $(2+3i)\bar{z}=-4+7i$.

Câu 4: **[2D4-2.2-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x=-2;y=-2$. **B.** $x=-2;y=-1$. **C.** $x=2;y=-2$. **D.** $x=2;y=-1$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i$

$\Leftrightarrow 3x+2+(2y+1)=2x-3i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2=2x\\2y+1=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$.

Câu 5: **[2D4-2.2-2] (Câu 30 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2.

A. $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$. **B.** $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$. **C.** $|z_1+z_2|=1$. **D.** $|z_1+z_2|=5$.

Lời giải

Chọn A

$z_1+z_2=1+i+(2-3i)=3-2i$ nên ta có: $|z_1+z_2|=|3-2i|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 6: **[2D4-2.2-2] (Câu 32 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$

A. $w=7-3i$. **B.** $w=-3-3i$. **C.** $w=3+7i$. **D.** $w=-7-7i$

Lời giải

Chọn B

Ta có $w=iz+\bar{z}=i(2+5i)+(2-5i)=2i-5+2-5i=-3-3i$

Câu 1: **[2D4-2.3-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Số phức liên hợp của số phức $z=-2+5i$ là

A. $\bar{z}=2-5i$. **B.** $\bar{z}=2+5i$. **C.** $\bar{z}=-2+5i$. **D.** $\bar{z}=-2-5i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\bar{z}=-2-5i$.

Câu 2: **[2D4-2.3-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1+z_2 bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1+z_2=3+4i$.

Phần thực của số phức z_1+z_2 bằng 3.

Câu 3: **[2D4-2.3-1] (Câu 7 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là

A. $-1-2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $-1+2i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là số phức $1+2i$.

Câu 4: **[2D4-2.3-1] (Câu 7 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017 - DS12.C4.1.a2)** Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-2-5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z=z_1-z_2$.

A. $b=-2$. **B.** $b=2$. **C.** $b=3$. **D.** $b=-3$.

Lời giải

Chọn B

$z=z_1-z_2=(1-3i)-(-2-5i)=3+2i$. Vậy phần ảo của z là: 2.

Câu 1: **[2D4-2.3-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $iz=4+3i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\overline{z}=3+4i$. **B.** $\overline{z}=-3-4i$. **C.** $\overline{z}=3-4i$. **D.** $\overline{z}=-3+4i$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết $iz=4+3i\Leftrightarrow z=\dfrac{4+3i}{i}\Leftrightarrow z=3-4i$. Khi đó: $\overline{z}=3+4i$.

Câu 2: **[2D4-2.3-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $iz=3+2i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\overline{z}=2+3i$. **B.** $\overline{z}=-2-3i$. **C.** $\overline{z}=-2+3i$. **D.** $\overline{z}=2-3i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $iz=3+2i\Leftrightarrow z=2-3i$. Nên $\overline{z}=2+3i$.

Câu 3: **[2D4-2.3-2] (Câu 32 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Số phức z thỏa mãn $iz=6+5i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z}=5-6i$. **B.** $\overline{z}=-5+6i$. **C.** $\overline{z}=5+6i$. **D.** $\overline{z}=-5-6i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $iz=6+5i\Leftrightarrow z=\dfrac{6+5i}{i}=5-6i$. Vậy $\overline{z}=5+6i$.

Câu 4: **[2D4-2.3-2] (Câu 35 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho số phức z thỏa mãn $iz=5+4i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z}=4+5i$. **B.** $\overline{z}=4-5i$. **C.** $\overline{z}=-4+5i$. **D.** $\overline{z}=-4-5i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $iz=5+4i\Rightarrow z=\dfrac{5+4i}{i}\Rightarrow z=4-5i\Rightarrow\overline{z}=4+5i$.

Câu 5: **[2D4-2.3-2] (Câu 34 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho số phức $z=3+4i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng

A. 50. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left|(1+i)z\right|=\left|1+i\right|\left|z\right|=\sqrt{2}\sqrt{3^2+4^2}=5\sqrt{2}$.

Câu 6: **[2D4-2.3-2] (Câu 36 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hai số phức $z=1+3i$ và $w=1+i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 20. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=1+i\Rightarrow \overline{w}=1-i$.

$z.\overline{w}=(1+3i)(1-i)=4+2i$.

$\left|z.\overline{w}\right|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 7: **[2D4-2.3-2] (Câu 37 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hai số phức $z=4+2i$, $\mathrm{w}=1+i$. Mođun của số phức $z.\overline{\mathrm{w}}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 8 8. **C.** $2\sqrt{10}$. **D.** 40.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z.\overline{\mathrm{w}}=(4+2i).(1-i)=4-4i+2i+2=6-2i$.

Suy ra $\left|z.\overline{\mathrm{w}}\right|=\sqrt{6^2+(-2)^2}=2\sqrt{10}$.

Câu 8: **[2D4-2.3-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hai số phức $z=2+2i$ và $\mathrm{w}=2+i$. Mô đun của số phức $z\overline{\mathrm{w}}$ bằng

A. 40. **B.** 8. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

$\mathrm{w}=2+i\Rightarrow\overline{\mathrm{w}}=2-i$.

$z\overline{\mathrm{w}}=(2+2i)(2-i)=6+2i$.

Vậy $\left|z\overline{\mathrm{w}}\right|=|6+2i|=2\sqrt{10}$.

Câu 9: **[2D4-2.3-2] (Câu 37 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3+i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 26. **D.** 50.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overline{w}=3-i$ nên $z.\overline{w}=5+5i$. Do đó $\left|z.\overline{w}\right|=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$.

Câu 10: **[2D4-2.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hai số phức $z_1=3-i, z_2=-1+i$. Phần ảo của số phức z_1z_2 bằng

A. 4. **B.** $4i$. **C.** -1. **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1z_2=(3-i)(-1+i)=-2+4i$. Vậy phần ảo của số phức z_1z_2 bằng 4.

Câu 11: **[2D4-2.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hai số phức $z_1=-3+i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1+\overline{z_2}=-3+i+1+i=-2+2i$

Vậy phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng 2

Câu 12: **[2D4-2.3-2] (Câu 28 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hai số phức $z_1=-2+i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(3;-3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;3)$. **D.** $(-3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2z_1+z_2=2.(-2+i)+(1+i)=-4+2i+1+i=-3+3i$

Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là $(-3;3)$.

Câu 13: **[2D4-2.3-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+yi)+(4-2i)=5x+2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x=-2;\ y=4$. **B.** $x=2;\ y=4$. **C.** $x=-2;\ y=0$. **D.** $x=2;\ y=0$

Lời giải

Chọn B

$$(3x+yi)+(4-2i)=5x+2i\Leftrightarrow 2x-4+(4-y)i=0\Leftrightarrow\begin{cases}2x-4=0\\4-y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}.$$

Câu 14: **[2D4-2.3-2] (Câu 5 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính môđun của số phức z biết $\overline{z}=(4-3i)(1+i)$.

A. $|z|=25\sqrt{2}$ **B.** $|z|=7\sqrt{2}$ **C.** $|z|=5\sqrt{2}$ **D.** $|z|=\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

$\overline{z}=(4-3i)(1+i)=7+i\Rightarrow z=7-i\Rightarrow|z|=5\sqrt{2}$

Câu 1: **[2D4-2.3-4] (Câu 38 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$.

A. $|z|=17$. **B.** $|z|=\sqrt{17}$. **C.** $|z|=\sqrt{10}$. **D.** $|z|=10$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z+3|=5\Leftrightarrow|a+bi+3|=5\Leftrightarrow(a+3)^2+b^2=25(1)$.

Ta lại có:

$|z-2i|=|z-2-2i|\Leftrightarrow|a+bi-2i|=|a+bi-2-2i|$

$\Leftrightarrow a^2+(b-2)^2=(a-2)^2+(b-2)^2$

$\Leftrightarrow a^2=(a-2)^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a-2=a\\a-2=-a\end{array}\right.\Leftrightarrow a=1$

Thế vào (1) $\Rightarrow 16+b^2=25\Leftrightarrow b^2=9$.

Vậy $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1^2+9}=\sqrt{10}$.

Câu 1: [2D4-2.4-2] (Câu 31 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019) Cho số phức z thỏa $(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi$ với $(x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó: $(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)\Leftrightarrow(y+3)+(-x+2y+16)i=(2-2y)i$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}y+3=0\\-x+2y+16=2-2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}\Rightarrow z=2-3i\Rightarrow|z|=\sqrt{13}$.

Câu 2: [2D4-2.4-2] (Câu 32 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019) Cho số phức z thỏa $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i$. Môđun của z bằng

A. 13. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi$ với $(x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó: $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i\Leftrightarrow-2x-y+(x+6y+4)i=-8+19i$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}-2x-y=-8\\x+6y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}\Rightarrow z=3+2i\Rightarrow|z|=\sqrt{13}$

Câu 3: [2D4-2.4-2] (Câu 31 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019) Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Môđun của số phức z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có

$3(\bar{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$

$\Leftrightarrow3(x-yi-i)-(2+3i)(x+yi)=7-16i\Leftrightarrow3x-3yi-3i-2x-2yi-3xi+3y=7-16i$

$\Leftrightarrow(x+3y)-(3x+5y+3)i=7-16i\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=7\\3x+5y+3=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=7\\3x+5y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$.

Do đó $z=1+2i$. Vậy $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 4: **[2D4-2.4-2] (Câu 34 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho số phức z thỏa mãn $3\left(\overline{z}+i\right)-\left(2-i\right)z=3+10i$. Mô đun của z bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi\ \left(x,\ y\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\overline{z}=x-yi$.

Ta có $3\left(\overline{z}+i\right)-\left(2-i\right)z=3+10i\Leftrightarrow3\left(x-yi\right)-\left(2-i\right)\left(x+yi\right)=3+7i$

$\Leftrightarrow x-y+\left(x-5y\right)i=3+7i\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=3\\x-5y=7\end{cases}\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$.

Suy ra $z=2-i$.

Vậy $\left|z\right|=\sqrt{5}$.

Câu 5: **[2D4-2.4-2] (Câu 24 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $\left(2x-3yi\right)+\left(1-3i\right)=x+6i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x=-1;y=-3$ **B.** $x=-1;y=-1$ **C.** $x=1;y=-1$ **D.** $x=1;y=-3$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(2x-3yi\right)+\left(1-3i\right)=x+6i\ \Leftrightarrow x+1+\left(-3y-9\right)i=0\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=0\\-3y-9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$.

Câu 6: **[2D4-2.4-2] (Câu 14 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2-1+yi=-1+2i.$

A. $x=-\sqrt{2},y=2.$ **B.** $x=\sqrt{2},y=2.$

C. $x=0,y=2.$ **D.** $x=\sqrt{2},y=-2.$

Lời giải

Chọn C

$x^2-1+yi=-1+2i\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-1=-1\\y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}$.

Câu 7: **[2D4-2.4-2] (Câu 31 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z\left(2-i\right)+13i=1.$

A. $\left|z\right|=\sqrt{34}$ **B.** $\left|z\right|=34$ **C.** $\left|z\right|=\frac{5\sqrt{34}}{3}$ **D.** $\left|z\right|=\frac{\sqrt{34}}{3}$

Lời giải

Chọn A

$z(2-i)+13i=1 \Leftrightarrow z=\dfrac{1-13i}{2-i} \Leftrightarrow z=\dfrac{(1-13i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} \Leftrightarrow z=3-5i$. $|z|=\sqrt{3^2+(-5)^2}=\sqrt{34}.$

Câu 8: **[2D4-2.4-2] (Câu 33 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho số phức $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i.$ Tính $P=a+b$.

A. $P=\dfrac{1}{2}$ **B.** $P=1$ **C.** $P=-1$ **D.** $P=-\dfrac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

$(1+i)z+2\overline{z}=3+2i.(1)$. Ta có: $z=a+bi\Rightarrow\overline{z}=a-bi.$

Thay vào (1) ta được $(1+i)(a+bi)+2(a-bi)=3+2i$

$\Leftrightarrow(a-b)i+(3a-b)=3+2i \Leftrightarrow(a-b)i+(3a-b)=3+2i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=2\\3a-b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=-\dfrac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow P=-1.$

Câu 1: **[2D4-2.4-3] (Câu 42 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Theo đề ta có:

+) $|z|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{2}\Leftrightarrow x^2+y^2=2.\ (1)$

+) $(z+2i)(\bar{z}-2)=z\bar{z}-2z+2\bar{z}i-4i=|z|^2-2(x+yi)+2(x-yi)i-4i$

$=(\sqrt{2})^2-2x-2yi+2xi+2y-4i=(2-2x+2y)+(2x-2y-4)i$.

Vì $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo nên $2-2x+2y=0\Leftrightarrow y=x-1$.

Thay $y=x-1$ vào (1), ta được:

$$x^2+(x-1)^2=2\Leftrightarrow 2x^2-2x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\\ x=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$$

Vậy có hai số phức thỏa để là $z=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}i$ và $z=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}+\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 2: **[2D4-2.4-3] (Câu 42 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2|=2|z+\bar{z}|+4$ và $|z-1-i|=|z-3+3i|$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$. Khi đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}a^2+b^2=4|a|+4\\ \sqrt{(a-1)^2+(b-1)^2}=\sqrt{(a-3)^2+(b+3)^2}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4|a|+4\\ a^2+b^2-2a-2b+2=a^2+b^2-6a+6b+18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4|a|+4\\ 4a=8b+16\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(2b+4)^2+b^2=4|2b+4|+4\\ a=2b+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b+4\\ 5b^2+16b+12=|8b+16|\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=2b+4\\5b^2+16b+12=8b+16\\b\ge -2\end{cases}\\\begin{cases}a=2b+4\\5b^2+16b+12=-8b-16\\b<-2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=2b+4\\5b^2+8b-4=0\\b\ge -2\end{cases}\\\begin{cases}a=2b+4\\5b^2+24b+28=0\\b<-2\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=2b+4\\b=\dfrac{2}{5}\text{ hoặc }b=-2\\b\ge -2\end{cases}\\\begin{cases}a=2b+4\\b=-\dfrac{14}{5}\text{ hoặc }b=-2\\b<-2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2b+4\\b=\dfrac{2}{5}\\b=-2\\b=-\dfrac{14}{5}\end{array}\right.\!\!.$$

Vậy có 3 số phức $z_1=-2i, z_2=\frac{24}{5}+\frac{2}{5}i, z_3=-\frac{8}{5}-\frac{14}{5}i$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: **[2D4-2.4-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Đặt $|z|=a\ge 0, a\in\mathbb{R}$, khi đó ta có

$$|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z\Leftrightarrow a(z-6-i)+2i=(7-i)z\Leftrightarrow(a-7+i)z=6a+ai-2i$$

$$\Leftrightarrow(a-7+i)z=6a+(a-2)i\Leftrightarrow|(a-7+i)||z|=|6a+(a-2)i|$$

$$\Leftrightarrow\left[(a-7)^2+1\right]a^2=36a^2+(a-2)^2\Leftrightarrow a^4-14a^3+13a^2+4a-4=0$$

$$\Leftrightarrow(a-1)\left(a^3-13a^2+4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a^3-12a^2+4=0\end{array}\right.$$

Xét hàm số $f(a)=a^3-13a^2\,(a\ge 0)$, có bảng biến thiên là

a	0		$\frac{26}{3}$		$+\infty$
$f'(a)$		$-$	0	$+$	
f	0	$\searrow$	$-\frac{8788}{27}$	$\nearrow$	$+\infty$

Đường thẳng $y=-4$ cắt đồ thị hàm số $f(a)$ tại hai điểm nên phương trình $a^3-12a^2+4=0$ có hai nghiệm khác 1. Mỗi giá trị của a cho ta một số phức z.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn điều kiện.

Câu 4: **[2D4-2.4-3] (Câu 38 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$?

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$

$\Leftrightarrow |z|z-4|z|-|z|i+2i=(5-i)z \Leftrightarrow z(|z|-5+i)=4|z|+(|z|-2)i$.

Lấy module 2 vế ta được

$|z|\sqrt{(|z|-5)^2+1}=\sqrt{(4|z|)^2+(|z|-2)^2} \Leftrightarrow |z|^2\left[(|z|-5)^2+1\right]=(4|z|)^2+(|z|-2)^2 \quad (1)$.

Đặt $t=|z|$, $t\ge 0$.

Phương trình (1) trở thành

$t^2\left[(t-5)^2+1\right]=(4t)^2+(t-2)^2 \Leftrightarrow t^2(t^2-10t+26)=17t^2-4t+4$

$\Leftrightarrow t^4-10t^3+9t^2+4t-4=0 \Leftrightarrow (t-1)(t^3-9t^2+4)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t^3-9t^2+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t=1 & (n) \\ t\approx 8,95 & (n) \\ t\approx 0,69 & (n) \\ t\approx -0,64 & (l) \end{array}\right.$$

Ứng với mỗi giá trị $t\ge 0$, với $z=\dfrac{-4t+(2-t)i}{5-i-t}$ suy ra có một số phức z thỏa mãn.

Câu 5: **[2D4-2.4-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+2+i-|z|(1+i)=0$ và $|z|>1$. Tính $P=a+b$.

A. $P=-1$ **B.** $P=-5$ **C.** $P=3$ **D.** $P=7$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z+2+i-|z|(1+i)=0 \Leftrightarrow a+bi+2+i-\sqrt{a^2+b^2}(1+i)=0$

$\Leftrightarrow a+2-\sqrt{a^2+b^2}+\left(b+1-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+2-\sqrt{a^2+b^2}=0\ (1) \\ b+1-\sqrt{a^2+b^2}=0\ (2) \end{cases}$

Lấy (1) trừ (2) ta được: $a-b+1=0 \Leftrightarrow b=a+1$. Thế vào (1) ta được:

$$a+2-\sqrt{a^2+(a+1)^2}=0\Leftrightarrow a+2=\sqrt{2a^2+2a+1}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\ a^2+4a+4=2a^2+2a+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\ a^2-2a-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -2\\ \left[\begin{array}{l}a=3\quad (tm)\\ a=-1\ (tm)\end{array}\right.\end{cases}$$

Với $a=3\Rightarrow b=4;\ a=-1\Rightarrow b=0$.

Vì $|z|>1\Rightarrow z=3+4i\Rightarrow\begin{cases}a=3\\ b=4\end{cases}\Rightarrow P=a+b=3+4=7$.

Câu 6: **[2D4-2.4-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và $|z+3|=|z+3-10i|$. Tìm số phức $w=z-4+3i$.

A. $w=-3+8i$. **B.** $w=1+3i$. **C.** $w=-1+7i$. **D.** $w=-4+8i$.

Lời giải

Chọn D

$z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$. Theo đề bài ta có

$x^2+y^2=25$ và $(x+3)^2+y^2=(x+3)^2+(y-10)^2$.

Giải hệ phương trình trên ta được $x=0;y=5$. Vậy $z=5i$. Từ đó ta có $w=-4+8i$

Câu 7: **[2D4-2.4-3] (Câu 48 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i|=\sqrt{13}$ và $\dfrac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi,|z+3i|=\sqrt{13}\Leftrightarrow x^2+y^2+6y=4.$ (1)

$\dfrac{z}{z+2}=\dfrac{x+yi}{(x+2)+yi}=\dfrac{x^2+y^2+2x}{(x+2)^2+y^2}+\dfrac{2yi}{(x+2)^2+y^2}$ là số thuần ảo khi và chỉ khi:

$\dfrac{x^2+y^2+2x}{(x+2)^2+y^2}=0\Leftrightarrow x^2+y^2+2x=0$ (2)

Lấy $(1)-(2):3y-x=2\Leftrightarrow x=3y-2$ thay vào (1):

$$(3y-2)^2+y^2+6y=4\Leftrightarrow 5y^2-3y=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\ y=\dfrac{3}{5}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=-\dfrac{1}{5}\end{array}\right.$$

Thử lại thấy $z=-2$ không thỏa điều kiện.

Vậy có 1 số phức $z=-\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$.

Câu 8: **[2D4-2.4-3] (Câu 39 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho số phức $z=a+bi\ (a,\ b\in\mathbb{R})$ thoả mãn $z+2+i=|z|$. Tính $S=4a+b$.

A. $S=4$ **B.** $S=2$ **C.** $S=-2$ **D.** $S=-4$

Lời giải

Chọn D

Ta có $z+2+i=|z|\Leftrightarrow (a+2)+(b+1)i=\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow \begin{cases} a+2=\sqrt{a^2+b^2} & (1)\\ b+1=0 & (2)\end{cases}$

Từ ta có: $b=-1$. Thay vào: $\sqrt{a^2+1}=a+2\Leftrightarrow \begin{cases} a+2\ge 0\\ a^2+1=(a+2)^2\end{cases}\Leftrightarrow a=\dfrac{-3}{4}$

Vậy $S=4a+b=-4$

Câu 9: **[2D4-2.4-3] (Câu 44 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Gọi số phức $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$, vì $(z-1)^2=\left[(x-1)^2-y^2\right]+2(x-1)yi$ là số thuần ảo nên theo đề bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases}(x+2)^2+(y-1)^2=8 & (1)\\ (x-1)^2=y^2 & (2)\end{cases}$

Từ (2) suy ra: $y=\pm(x-1)$

• Với $y=x-1$, thay vào (1), ta được: $(x+2)^2+(x-2)^2=8\Leftrightarrow x^2=0\Leftrightarrow x=0.$

Suy ra: $z=-i$.

• Với $y=-(x-1)$, thay vào (1), ta được:

$(x+2)^2+(-x)^2=8\Leftrightarrow 2x^2+4x-4=0\Leftrightarrow x=-1\pm\sqrt{3}.$

Suy ra: $z=\left(-1+\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)i$; $z=\left(-1-\sqrt{3}\right)+\left(2+\sqrt{3}\right)i$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn.

Câu 10: **[2D4-2.4-3] (Câu 36 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=a+3b$

A. $S=\dfrac{7}{3}$ **B.** $S=-5$ **C.** $S=5$ **D.** $S=-\dfrac{7}{3}$

Lời giải

Chọn B

$$z+1+3i-|z|i=0\Leftrightarrow a+bi+1+3i-\sqrt{a^2+b^2}i=0\Leftrightarrow a+1+\left(b+3-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+1=0\\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ \sqrt{b^2+1}=b+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b\ge -3\\ b^2+1=(b+3)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b\ge -3\\ b=-\dfrac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=-\dfrac{4}{3}\end{cases}$$

$$S=a+3b=-1+3.\frac{-4}{3}=-5$$

Câu 11: **[2D4-2.4-3] (Câu 46 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3i|=5$ và $\dfrac{z}{z-4}$ là số thuần ảo?

A. 0 **B.** Vô số **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases}|z-3i|=5\\ \dfrac{z}{z-4}\text{ là số thuần ảo}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|a+(b-3)i|=5\\ \dfrac{a+bi}{a-4+bi}\text{ là số thuần ảo}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{a^2+(b-3)^2}=5\\ \dfrac{(a+bi)(a-4-bi)}{(a-4+bi)(a-4-bi)}\text{ là số thuần ảo}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+(b-3)^2=25\\ \dfrac{a^2-4a+b^2-4bi}{(a-4)^2+b^2}\text{ là số thuần ảo}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2-6b=16\\ a^2+b^2-4a=0\\ a\ne 4;b\ne 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{2a-8}{3}\\ 13a^2-68a+64=0\\ a\ne 4;b\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{16}{13}\\ b=-\dfrac{24}{13}\end{cases}\Rightarrow z=\frac{16}{13}-\frac{24}{13}i$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4a-6b=16\\ a^2+b^2-4a=0\\ a\ne 4;b\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{2a-8}{3}\\ a^2+\left(\dfrac{2a-8}{3}\right)^2-4a=0\\ a\ne 4;b\ne 0\end{cases}$$

Vậy có 1 số phức thỏa YCBT.

Câu 12: **[2D4-2.4-3] (Câu 39 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z=a+bi\Rightarrow z^2=a^2-b^2+2abi$

Vì $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo ta có hệ phương trình

$$\Rightarrow\begin{cases}a^2+(b-1)^2=25\\a^2-b^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{cases}a=b\\b^2+(b-1)^2=25\\a=-b\\b^2+(b-1)^2=25\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b=4\\a=b=-3\\b=-a=4\\b=-a=-3\end{array}\right.$$

Câu 13: **[2D4-2.4-3] (Câu 34 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z|=\dfrac{\sqrt{10}}{z}-2+i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\dfrac{3}{2}<|z|<2$. **B.** $|z|>2$. **C.** $|z|<\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}<|z|<\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^{-1}=\dfrac{1}{|z|^2}\bar{z}$.

Vậy

$$(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}-2+i\Leftrightarrow(|z|+2)+(2|z|-1)i=\left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right).\bar{z}\Rightarrow\left|(|z|+2)+(2|z|-1)i\right|=\left|\left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right).\bar{z}\right|$$

$$\Rightarrow(|z|+2)^2+(2|z|-1)^2=\left(\frac{10}{|z|^4}\right).|z|^2=\frac{10}{|z|^2}.\ \text{Đặt}\ |z|=a>0.$$

$$\Rightarrow(a+2)^2+(2a-1)^2=\left(\frac{10}{a^2}\right)\Leftrightarrow a^4+a^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2=1\\a^2=-2\end{array}\right.\Rightarrow a=1\Rightarrow|z|=1.$$

Câu 1: **[2D4-2.4-4] (Câu 47 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z \Leftrightarrow (|z|-6+i)z=5|z|+(|z|-2)i \quad (1)$

Lấy môđun hai vế của (1) ta có:

$\sqrt{(|z|-6)^2+1}.|z|=\sqrt{25|z|^2+(|z|-2)^2}$

Bình phương và rút gọn ta được:

$|z|^4-12|z|^3+11|z|^2+4|z|-4=0 \Leftrightarrow (|z|-1)(|z|^3-11|z|^2+4)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|z|=1\\ |z|^3-11|z|^2+4=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|z|=1\\ |z|=10,9667...\\ |z|=0,62...\\ |z|=-0,587...\end{array}\right.$$

Do $|z|\geq 0$, nên ta có $|z|=1$, $|z|=10,9667...$, $|z|=0,62...$. Thay vào (1) ta có 3 số phức thỏa mãn đề bài.

Câu 2: **[2D4-2.4-4] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

$|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z \Leftrightarrow (|z|-4+i)z=3|z|+(|z|-2)i$ (*)

$\Rightarrow \sqrt{(|z|-4)^2+1}.|z|=\sqrt{9|z|^2+(|z|-2)^2}$ (1).

Đặt $m=|z|\geq 0$ ta có

$(1) \Leftrightarrow ((m-4)^2+1).m^2=9m^2+(m-2)^2 \Leftrightarrow m^4-8m^3+7m^2+4m-4=0$

$$\Leftrightarrow (m-1)(m^3-7m^2+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m^3-7m^2+4=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}m=1\\ m\approx 6,91638\\ m\approx 0.80344\\ m\approx -0.71982 & (\text{L})\end{array}\right.$$

.

Từ (*) ta suy ra ứng với mỗi $|z|=m$ sẽ có một số phức $z=\dfrac{3m+(m-2)i}{m-4+i}$ thỏa mãn đề bài.

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1: **[2D4-3.1-1] (Câu 16 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hai số phức $z_1=2-i, z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là:

A. $(5;-1)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(5;0)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2z_1+z_2=5-i$. Nên điểm biểu diễn là $(5;-1)$.

Câu 2: **[2D4-3.1-1] (Câu 17 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là

A. $(2;5)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;2)$. **D.** $(5;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1+2z_2=(1+i)+2(2+i)=5+3i$. Vậy điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ $(5;3)$

Câu 3: **[2D4-3.1-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho số phức $z_1=1-2i, z_2=-3+i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $z=z_1+z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

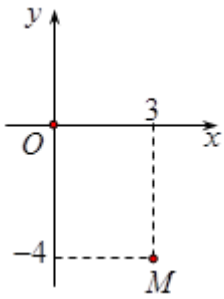
A. $N(4;-3)$. **B.** $M(2;-5)$. **C.** $P(-2;-1)$. **D.** $Q(-1;7)$.

Lời giải

Chọn C

$z=z_1+z_2=(1-2i)+(-3+i)=-2-i$. Vậy điểm biểu diễn z là $P(-2;-1)$.

Câu 4: **[2D4-3.1-1] (Câu 29 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 **B.** Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$

C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 **D.** Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$

Lời giải

Chọn C

Nhắc lại: *Trên mặt phẳng phức, số phức* $z = x + yi$ *được biểu diễn bởi điểm* $M(x;y)$.

Điểm M trong hệ trục Oxy có hoành độ $x = 3$ và tung độ $y = -4$.

Vậy số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4.

Câu 1: **[2D4-3.1-2] (Câu 31 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(1+2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;4)$ **B.** $Q(5;4)$. **C.** $N(4;-3)$. **D.** $M(5;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=(1+2i)^2=1+4i+4i^2=-3+4i \Rightarrow$ điểm biểu diễn số phức $z=(1+2i)^2$ là điểm $P(-3;4)$.

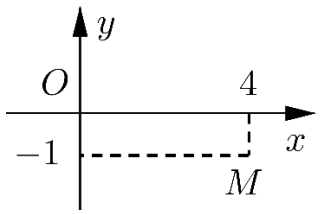
Câu 2: **[2D4-3.1-2] (Câu 25 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hai số phức $z_1=1-i$ và $z_2=1+2i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1+z_2$ có toạ độ là

A. $(4;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn A

- $3z_1+z_2=3(1-i)+(1+2i)=4-i$.



- Vậy số phức $z=3z_1+z_2$ được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ Oxy là $M(4;-1)$.

Câu 3: **[2D4-3.1-2] (Câu 30 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho số phức $z=1-2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $Q(1;2)$ **B.** $N(2;1)$ **C.** $M(1;-2)$ **D.** $P(-2;1)$

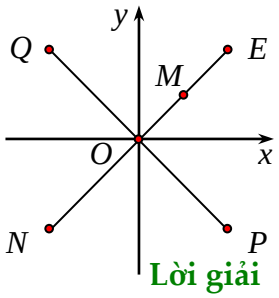
Lời giải

Chọn B

$w=iz=i(1-2i)=2+i$. Điểm biểu diễn số phức w là $N(2;1)$

Câu 4: **[2D4-3.1-2] (Câu 25 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z. Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?

A. Điểm N **B.** Điểm Q **C.** Điểm E **D.** Điểm P



Lời giải

Chọn C

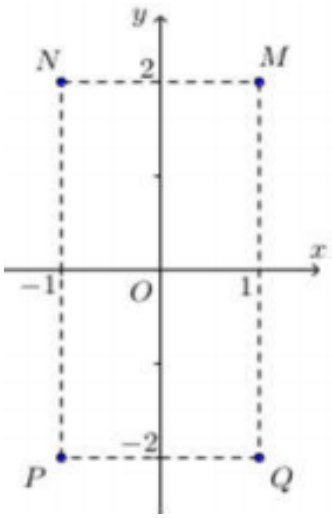
Gọi $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Điểm biểu diễn của z là điểm $M\left(a;b\right)$

$\Rightarrow 2z=2a+2bi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M_1\left(2a;2b\right)$.

Ta có $\overrightarrow{OM_1}=2\overrightarrow{OM}$ suy ra $M_1\equiv E$.

Câu 5: **[2D4-3.1-2] (Câu 31 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z=3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M,N,P,Q ở hình bên?

A. Điểm P. **B.** Điểm Q. **C.** Điểm M. **D.** Điểm N.



Lời giải

Chọn B

$\left(1+i\right)z=3-i\Leftrightarrow z=\dfrac{3-i}{1+i}=\dfrac{\left(3-i\right)\left(1-i\right)}{\left(1+i\right)\left(1-i\right)}=\dfrac{2-4i}{2}=1-2i$. Vậy điểm biểu diễn của z là $Q\left(1;-2\right)$.

Câu 1: **[2D4-3.2-1] (Câu 7 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Trên mặt phẳng toạ độ, điểm nào là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$?

A. $N(-1;2)$. **B.** $P(2;-1)$. **C.** $Q(-2;1)$. **D.** $M(1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$ là $N(-1;2)$.

Câu 1: **[2D4-3.2-2] (Câu 37 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1;-1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

+ Gọi $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$.

+ Ta có $(z+2i)(\bar{z}+2)=(x+yi+2i)(x-yi+2)=[x+(y+2)i][(x+2)-yi]$

$=x(x+2)+y(y+2)+[(x+2)(y+2)-xy]i$.

+ $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow x(x+2)+y(y+2)=0\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+1)^2=2$.

+ Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $I(-1;-1)$.

Câu 1: **[2D4-3.2-3] (Câu 29 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Xét các số phức z thỏa mãn $\left(\overline{z}-2i\right)\left(z+2\right)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$

Ta có: $\left(\overline{z}-2i\right)\left(z+2\right)=\left(a-bi-2i\right)\left(a+bi+2\right)=a^2+2a+b^2+2b-2\left(a+b+2\right)i$

Vì $\left(\overline{z}-2i\right)\left(z+2\right)$ là số thuần ảo nên ta có $a^2+2a+b^2+2b=0\Leftrightarrow\left(a+1\right)^2+\left(b+1\right)^2=2$.

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 2: **[2D4-3.2-3] (Câu 34 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=4$. **B.** $r=5$. **C.** $r=20$. **D.** $r=22$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z=a+bi;w=x+yi;\left(a,b,x,y\in\mathbb{R}\right)$

Theo đề $w=\left(3+4i\right)z+i\Rightarrow x+yi=\left(3+4i\right)\left(a+bi\right)+i$

$\Leftrightarrow x+yi=\left(3a-4b\right)+\left(3b+4a+1\right)i\Leftrightarrow\begin{cases}x=3a-4b\\y=3b+4a+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3a-4b\\y-1=3b+4a\end{cases}$ Ta có

$x^2+\left(y-1\right)^2=\left(3a-4b\right)^2+\left(4a+3b\right)^2=25a^2+25b^2=25\left(a^2+b^2\right)$

Mà $|z|=4\Leftrightarrow a^2+b^2=16$. Vậy $x^2+\left(y-1\right)^2=25.16=400$

Bán kính đường tròn là $r=\sqrt{400}=20$.

Câu 1: **[2D4-3.3-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+2i)(z-2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Vì $(\overline{z}+2i)(z-2)=\left[x+(2-y)i\right]\left[(x-2)+yi\right]=\left[x(x-2)-y(2-y)\right]+\left[xy+(x-2)(2-y)\right]i$ là số thuần ảo nên có phần thực bằng không do đó $x(x-2)-y(2-y)=0$ $\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-1)^2=2$. Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 2: **[2D4-3.3-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+3\mathrm{i})(z-3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng:

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+y\mathrm{i}$, với $x,y\in\mathbb{R}$.

Theo giả thiết, ta có $(\overline{z}+3\mathrm{i})(z-3)=|z|^2-3\overline{z}+3\mathrm{i}z-9\mathrm{i}$ là số thuần ảo khi

$x^2+y^2-3x-3y=0$. Đây là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 1: **[2D4-3.3-3] (Câu 43 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w=\dfrac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 52. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** 44.

Lời giải

Chọn B

Ta có $w=\dfrac{5+iz}{1+z}\Leftrightarrow w(1+z)=5+iz\Leftrightarrow z(w-i)=-w+5$.

Lấy mô đun hai vế ta được $\sqrt{2}.|w-i|=|-w+5|$

Giả sử $w=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$ ta có $2\left[x^2+(y-1)^2\right]=(5-x)^2+(-y)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+10x-4y-23=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w đường tròn có bán kính $R=2\sqrt{13}$.

Câu 2: **[2D4-3.3-3] (Câu 43 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w=\dfrac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w=\dfrac{2+iz}{1+z}\Leftrightarrow w(1+z)=2+iz\Leftrightarrow z(w-i)=-w+2$.

Lấy mô đun hai vế ta được $\sqrt{2}.|w-i|=|-w+2|$

Giả sử $w=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$ ta có $2\left[x^2+(y-1)^2\right]=(2-x)^2+(-y)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+4x-4y-2=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w đường tròn có bán kính $R=\sqrt{10}$.

Câu 3: **[2D4-3.3-3] (Câu 44 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=\dfrac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 12. **C.** 20. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w=\dfrac{3+iz}{1+z}\Leftrightarrow w(1+z)=3+iz\Leftrightarrow w+wz=3+iz\Leftrightarrow w-3=(i-w)z\Leftrightarrow z=\dfrac{w-3}{i-w}$

Khi đó đặt $w=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$ ta được

$$|z|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|\frac{w-3}{i-w}\right|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|\frac{x+yi-3}{i-(x+yi)}\right|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|\frac{(x-3)+yi}{-x+(1-y)i}\right|=\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow(x-3)^2+y^2=2\left[x^2+(1-y)^2\right]\Leftrightarrow x^2+y^2-6x+9=2x^2+2y^2-4y+2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+6x-4y-7=0\Leftrightarrow(x+3)^2+(y-2)^2=20$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w đường tròn có bán kính $R=2\sqrt{5}$.

Câu 4: **[2D4-3.3-3] (Câu 44 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn của các số phức $\mathrm{w}=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** 26. **C.** 34. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=\dfrac{4+iz}{1+z}\Rightarrow \mathrm{w}(1+z)=4+iz\Leftrightarrow z(\mathrm{w}-i)=4-\mathrm{w}\Rightarrow\sqrt{2}|\mathrm{w}-i|=|4-\mathrm{w}|$

Đặt $\mathrm{w}=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có $\sqrt{2}.\sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-4)^2+y^2}\Leftrightarrow 2(x^2+y^2-2y+1)=x^2-8x+16+y^2$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+8x-4y-14=0\Leftrightarrow(x+4)^2+(y-2)^2=34$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của các số phức w là đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$

Câu 5: **[2D4-3.3-3] (Câu 30 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1 **B.** $\dfrac{5}{4}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$.

$(\bar{z}+i)(z+2)=\left[x+(1-y)i\right]\left[(x+2)+yi\right]$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow x(x+2)+y(y-1)=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+2x-y=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $I\left(-1;\dfrac{1}{2}\right), R=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 1: **[2D4-4.2-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+2=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $z^2+z+2=0$, có $\Delta=1-4.1.2=-7<0$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm phức $z_{1,2}=\dfrac{-1\pm i\sqrt{7}}{2}$.

Do đó $|z_1|+|z_2|=\left|\dfrac{-1+i\sqrt{7}}{2}\right|+\left|\dfrac{-1-i\sqrt{7}}{2}\right|=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

Vậy $|z_1|+|z_2|=2\sqrt{2}$.

Câu 2: **[2D4-4.2-1] (Câu 22 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1+\sqrt{2}i$ và $1-\sqrt{2}i$ là nghiệm?

A. $z^2+2z+3=0$ **B.** $z^2-2z-3=0$ **C.** $z^2-2z+3=0$ **D.** $z^2+2z-3=0$

Lời giải

Chọn C

Giải phương trình bậc 2.

Câu 1: **[2D4-4.2-2] (Câu 34 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. 3. **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2+z+3=0 \Leftrightarrow z=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{11}}{2}i$. Suy ra $|z_1|+|z_2|=2\sqrt{3}$

Câu 2: **[2D4-4.2-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+2=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Trankimnhung201275@gmail.com

Chọn C

Ta có: $z^2-z+2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=\frac{1+i\sqrt{7}}{2} \\ z_2=\frac{1-i\sqrt{7}}{2} \end{array}\right.$.

Do đó: $|z_1|+|z_2|=2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}=2\sqrt{2}$, **(vì** $|z_1|=|z_2|$**)**.

Câu 3: **[2D4-4.2-2] (Câu 31 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2-z+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=z_1=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z=z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i \end{array}\right.$.

Suy ra $|z_1|+|z_2|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2}=2\sqrt{3}$.

Câu 4: **[2D4-4.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Môđun của số phức z_0+i bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $z^2-2z+5=0$ có $\Delta'=-4<0$

Phương trình có hai nghiệm phức $z=1-2i$ và $z=1+2i$

z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm nên $z_0=1-2i$ nên $z_0+i=1-i\Rightarrow|z_0+i|=\sqrt{2}$.

Câu 5: **[2D4-4.2-2] (Câu 21 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Ký hiệu z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-3z+5=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $z^2-3z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\dfrac{3+i\sqrt{11}}{2} \\ z=\dfrac{3-i\sqrt{11}}{2} \end{array}\right.$.

Do đó $|z_1|+|z_2|=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 6: **[2D4-4.2-2] (Câu 20 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2-4z+3=0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|+|z_2|$ bằng:

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $4z^2-4z+3=0$ ta có hai nghiệm là: $\left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right.$

$\Rightarrow|z_1|=|z_2|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow|z_1|+|z_2|=\sqrt{3}$

Câu 7: **[2D4-4.2-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Kí hiệu z_1,z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+4=0$. Gọi M,N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1,z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T=OM+ON$ với O là gốc tọa độ.

A. $T=\sqrt{2}$. **B.** $T=2$. **C.** $T=8$. **D.** 4.

Lời giải

Chon **D.**

Ta có: $z^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-2i\\Z_2=2i\end{array}\right.$

Suy ra $M(0;-2);N(0;2)$ nên $T=OM+ON=\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{2^2}=4$.

Câu 8: **[2D4-4.2-2] (Câu 17 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Ký hiệu z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+6=0$ Tính $P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$.

A. $P=\frac{1}{6}$. **B.** $P=\frac{1}{12}$. **C.** $P=-\frac{1}{6}$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2-z+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{23}}{2}i\\z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{23}}{2}i\end{array}\right.$ suy ra $P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{6}$.

Câu 9: **[2D4-4.2-2] (Câu 17 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2-z+1=0$. Tính $P=|z_1|+|z_2|$.

A. $P=\frac{\sqrt{3}}{3}$ **B.** $P=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $P=\frac{2}{3}$ **D.** $P=\frac{\sqrt{14}}{3}$

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $3z^2-z+1=0$ có $\Delta=(-1)^2-4.3.1=-11<0$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức phân biệt

$$z_1=\frac{1+i\sqrt{11}}{6}=\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{11}}{6}i;\quad z_2=\frac{1-i\sqrt{11}}{6}=\frac{1}{6}-\frac{\sqrt{11}}{6}i$$

Suy ra

$$P=|z_1|+|z_2|=\left|\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{11}}{6}i\right|+\left|\frac{1}{6}-\frac{\sqrt{11}}{6}i\right|=\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Câu 10: **[2D4-4.2-2] (Câu 18 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Kí hiệu z_1; z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+z+1=0$. Tính $P=z_1^2+z_2^2+z_1z_2$.

A. $P=1$ **B.** $P=2$ **C.** $P=-1$ **D.** $P=0$

Lời giải

Chọn D

Cách 1

$$z^2+z+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right.$$

$$P=z_1^2+z_2^2+z_1z_2=\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2+\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2+\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=0$$

Cách 2: Theo định lí Vi-et: $z_1+z_2=-1;\ z_1.z_2=1$.

Khi đó $P=z_1^2+z_2^2+z_1z_2=\left(z_1+z_2\right)^2-2z_1z_2+z_1z_2=1^2-1=0$.

Câu 1: **[2D4-4.3-1] (Câu 20 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+7=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Theo Vi-ét nên ta có $\begin{cases} z_1+z_2=4 \\ z_1z_2=7 \end{cases}$.

Do đó $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=4^2-2.7=2$.

Câu 1: **[2D4-4.3-2] (Câu 30 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

$z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=16-10=6$

Câu 2: **[2D4-4.3-2] (Câu 20 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng:

A. 36. **B.** 8. **C.** 28. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=\left(\frac{6}{1}\right)^2-2\frac{14}{1}=8$.

Câu 3: **[2D4-4.3-2] (Câu 18 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức phương trình $z^2-6z+10=0$. Giá trị $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 16. **B.** 56. **C.** 20. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1+z_2=6, z_1.z_2=10$.

Suy ra $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=6^2-20=16$.

Câu 1: **[2D4-4.4-2] (Câu 33 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - Đề minh họa BGD&ĐT năm 20016-20017)** Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 4$ **B.** $T = 2\sqrt{3}$ **C.** $T = 4 + 2\sqrt{3}$ **D.** $T = 2 + 2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

$$z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = -3 \\ z^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm i\sqrt{3} \\ z = \pm 2 \end{array}\right.$$

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |i\sqrt{3}| + |i\sqrt{3}| + |-2| + |2| = 2\sqrt{3} + 4$$

Câu 1: **[2D4-4.5-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn $1-z_0$ là:

A. $M(-2;2)$. **B.** $Q(4;-2)$. **C.** $N(4;2)$. **D.** $P(-2;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $z^2-6z+13=0$.

Ta có $\Delta'=9-13=-4=(2i)^2$.

Suy ra phương trình (1) có 2 nghiệm phức phân biệt là $\left[\begin{array}{l} z=3+2i \\ z=3-2i \end{array}\right.$.

z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-6z+13=0$ nên $z_o=3+2i$.

$1-z_0=1-(3+2i)=-2-2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là điểm $P(-2;-2)$.

Câu 1: **[2D4-4.5-2] (Câu 33 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

A. $M(3;-3)$. **B.** $P(-1;3)$. **C.** $Q(1;3)$. **D.** $N(-1;-3)$.

Lời giải

Chọn D

$z^2-4z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=2+3i \\ z=2-3i \end{array}\right.$

Vậy $z_0=2+3i$.

$1-z_0=1-(2+3i)=-1-3i$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là $N(-1;-3)$.

Câu 2: **[2D4-4.5-2] (Câu 33 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

A. $P(-1;-3)$. **B.** $M(-1;3)$. **C.** $N(3;-3)$. **D.** $Q(3;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2+4z+13=0 \Leftrightarrow z=-2\pm 3i$. Do đó $z_0=-2+3i \Rightarrow 1-z_0=3-3i$.

Vậy điểm biểu diễn là $N(3;-3)$.

Câu 3: **[2D4-4.5-2] (Câu 31 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

A. $N(-2;2)$. **B.** $M(4;2)$. **C.** $P(4;-2)$. **D.** $Q(2;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^2+6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-3+2i \\ z=-3-2i \end{array}\right. \Rightarrow z_0=-3+2i$.

$\Rightarrow 1-z_0=1-(-3+2i)=4-2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là $P(4;-2)$.

Câu 4: **[2D4-4.5-2] (Câu 32 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào

dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz_0$?

A. $M_1\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $M_3\left(-\frac{1}{4};1\right)$. **D.** $M_4\left(\frac{1}{4};1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $4z^2-16z+17=0$ có $\Delta'=64-4.17=-4=(2i)^2$.

Phương trình có hai nghiệm $z_1=\frac{8-2i}{4}=2-\frac{1}{2}i$, $z_2=\frac{8+2i}{4}=2+\frac{1}{2}i$.

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0=2+\frac{1}{2}i$.

Ta có $w=iz_0=-\frac{1}{2}+2i$.

Vậy điểm biểu diễn $w=iz_0$ là $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 1: **[2D4-4.6-3] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0|=6$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta'=(m+1)^2-m^2=2m+1$.

+) Nếu $\Delta'\ge 0\Leftrightarrow 2m+1\ge 0\Leftrightarrow m\ge -\frac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm thự C. Khi đó $|z_0|=6\Leftrightarrow z_0=\pm 6$.

* Thay $z_0=6$ vào phương trình ta được $36-12(m+1)+m^2=0\Leftrightarrow m^2-12m+24=0\Leftrightarrow m=6\pm 2\sqrt{3}$.

* Thay $z_0=-6$ vào phương trình ta được

$36+12(m+1)+m^2=0\Leftrightarrow m^2+12m+48=0$.

+) Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow 2m+1<0\Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm phức $z_1,z_2\notin\mathbb{R}$ thỏa $z_2=\overline{z_1},|z_1|=|z_2|=6$. Khi đó $z_1.z_2=|z_1|^2=m^2=6^2$ hay $m=6$ hoặc $m=-6$.

Vậy tổng cộng có 3 giá trị của m là $m=6\pm 2\sqrt{3}$ và $m=-6$.

Câu 2: **[2D4-4.6-3] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_o thõa mãn $|z_o|=8$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta=8m+4$.

Trường hợp 1: $\Delta\ge 0\Leftrightarrow m\ge -\frac{1}{2}$ suy ra phương trình có 2 nghiệm thực $\Rightarrow z_o$ là nghiệm thực

$|z_o|=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_o=8\\z_o=-8\end{array}\right.$ thay vào phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2-16m+48=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=12\end{array}\right.(T/M)\\m^2+16m+80=0(VN)\end{array}\right.$.

Trường hợp 2: $\Delta<0\Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$ suy ra phương trình sẽ có 2 nghiệm phức, vì z_o là nghiệm nên suy ra $\overline{z_o}$ cũng là nghiệm

$|z_o|=8\Rightarrow|z_o|^2=64\Leftrightarrow z_o.\overline{z_o}=64\Leftrightarrow m^2=64\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=8\\m=-8\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện nên ta nhận $m=-8$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn.

Câu 3: **[2D4-4.6-3] (Câu 48 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta'=2m+1$.

- **TH1**: $\Delta'=0\Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ thì $z_0=\frac{1}{2}$, suy ra $m=-\frac{1}{2}$ (loại).
- **TH2:** $\Delta'<0\Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$ thì $z_0=m+1+\sqrt{|2m+1|}.i$ hoặc $z_0=m+1-\sqrt{|2m+1|}.i$.

Theo đề bài $|z_0|=5\Rightarrow(m+1)^2+(-2m-1)=25\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\ \ (L)\\m=-5\ (N)\end{array}\right.$.

- **TH 3:** $\Delta'>0\Leftrightarrow m>-\frac{1}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm thực phân biệt

Theo đề bài $|z_0|=5\Leftrightarrow z_0=\pm5$.

+ Khi $z_0=5$: thế vào phương trình ta được $m^2-10m+15=0\Leftrightarrow m=5\pm\sqrt{10}$ (nhận).

+ Khi $z_0=-5$: thế vào phương trình ta được $m^2+10m+35=0$ vô nghiệm.

Vậy có ba giá trị của m.

Câu 4: **[2D4-4.6-3] (Câu 43 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=7$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$\Delta'=(m+1)^2-m^2=2m+1$.

+) Nếu $\Delta'\ge0\Leftrightarrow2m+1\ge0\Leftrightarrow m\ge-\frac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm thự C. Khi đó $|z_0|=7\Leftrightarrow z_0=\pm7$.

Thế $z_0=7$ vào phương trình ta được: $m^2-14m+35=0\Leftrightarrow m=7\pm\sqrt{14}$ (nhận).

Thế $z_0=-7$ vào phương trình ta được: $m^2+14m+63=0$, phương trình này vô nghiệm.

+) Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 2m+1<0 \Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm phức $z_1, z_2 \notin \mathbb{R}$ thỏa $z_2 = \overline{z_1}, |z_1| = |z_2| = 7$. Khi đó $z_1.z_2 = |z_1|^2 = m^2 = 7^2$ hay $m=7$ (loại) hoặc $m=-7$ (nhận).

Vậy tổng cộng có 3 giá trị của m là $m = 7 \pm \sqrt{14}$ và $m=-7$.

Câu 1: **[2D4-5.2-4] (Câu 49 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=1, |z_2|=2$ và $|z_1-z_2|=\sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1+z_2-5i|$ bằng

A. $5-\sqrt{19}$. **B.** $5+\sqrt{19}$. **C.** $-5+2\sqrt{19}$. **D.** $5+2\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$ là điểm biểu diễn lần lượt cho số phức z_1, z_2.

Có $OA=1; OB=2$ và $|z_1-z_2|=|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{BA}|=AB=\sqrt{3}$.

Suy ra tam giác OAB vuông tại A.

Gọi $C(0;-5)$ là điểm biểu diễn cho số phức $-5i$.

Ta có:

$P^2=|3z_1+z_2-5i|^2=|3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}|^2=(4\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OC})^2$

$=(4\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})^2+2(4\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}).\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OC}^2$

+) $(4\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})^2=16OA^2+AB^2=19$.

+) $OC^2=25$.

+) $2(4\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}).\overrightarrow{OC}\le 2|4\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}|.|\overrightarrow{OC}|=2.\sqrt{19}.5=10\sqrt{19}$.

Từ đó: $P^2\le 19+10\sqrt{19}+25=(\sqrt{19}+5)^2\Rightarrow P\le\sqrt{19}+5$.

Vậy giá trị lớn nhất của $P=\sqrt{19}+5$

Câu 2: **[2D4-5.2-4] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Xét số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-4-3i|=\sqrt{5}$. Tính $P=a+b$ khi $|z+1-3i|+|z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất.

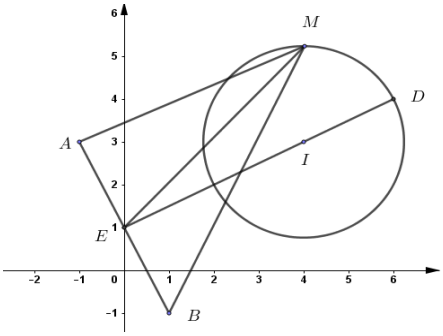
A. $P=10$ **B.** $P=4$ **C.** $P=6$ **D.** $P=8$

Lời giải

Chọn A

Goi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Theo giả thiết ta có: $|z-4-3i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(a-4)^2+(b-3)^2=5\Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(4;3)$ bán kính $R=\sqrt{5}$



Gọi: $\begin{cases} A(-1;3) \\ B(1;-1) \end{cases} \Rightarrow Q = |z+1-3i| + |z-1+i| = MA + MB$

Gọi E là trung điểm của AB, kéo dài EI cắt đường tròn tại D

Ta có: $Q^2 = MA^2 + MB^2 + 2MA.MB$

$\Leftrightarrow Q^2 \le MA^2 + MB^2 + MA^2 + MB^2 = 2\left(MA^2 + MB^2\right)$

Vì ME là trung tuyến trong

$\Delta MAB \Rightarrow ME^2 = \dfrac{MA^2 + MB^2}{2} - \dfrac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \dfrac{AB^2}{2}$

$\Rightarrow Q^2 \le 2\left(2ME^2 + \dfrac{AB^2}{2}\right) = 4ME^2 + AB^2$. Mặt khác $ME \le DE = EI + ID = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

$\Rightarrow Q^2 \le 4.\left(3\sqrt{5}\right)^2 + 20 = 200$

$\Rightarrow Q \le 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{max} = 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ M \equiv D \end{cases}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{EI} = 2\overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(x_D - 4) \\ 2 = 2(y_D - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 4 \end{cases} \Leftrightarrow\Rightarrow M(6;4) \Rightarrow P = a + b = 10$

Cách 2: Đặt $z = a + bi$. Theo giả thiết ta có: $(a-4)^2 + (b-5)^2 = 5$.

Đặt $\begin{cases} a - 4 = \sqrt{5}\sin t \\ b - 3 = \sqrt{5}\cos t \end{cases}$. Khi đó:

$Q = |z+1-3i| + |z-1+i| = \sqrt{(a+1)^2 + (b-3)^2} + \sqrt{(a-1)^2 + (b+1)^2}$

$= \sqrt{\left(\sqrt{5}\sin t + 5\right)^2 + 5\cos^2 t} + \sqrt{\left(\sqrt{5}\sin t + 3\right)^2 + \left(\sqrt{5}\cos t + 4\right)^2}$

$= \sqrt{30 + 10\sqrt{5}\sin t} + \sqrt{30 + 2\sqrt{5}\left(3\sin t + 4\cos t\right)}$

Áp dụng BĐT Bunhiacopski ta có:

$Q \le \sqrt{2\left(60 + 8\sqrt{5}\left(2\sin t + \cos t\right)\right)} \le \sqrt{2\left(60 + 8\sqrt{5}.\sqrt{5}\right)} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

$\Rightarrow Q \le 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{max} = 10\sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}\sin t=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\\ \cos t=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=6\\ b=4\end{cases}\Rightarrow P=a+b=10.$

Câu 3: **[2D4-5.2-4] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z.\bar{z}=1$ và $\left|z-\sqrt{3}+i\right|=m$. Tìm số phần tử của S.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$,ta có hệ $\begin{cases}x^2+y^2=1(1)\\ (x-\sqrt{3})^2+(y+1)^2=m^2(m\ge 0)\end{cases}$

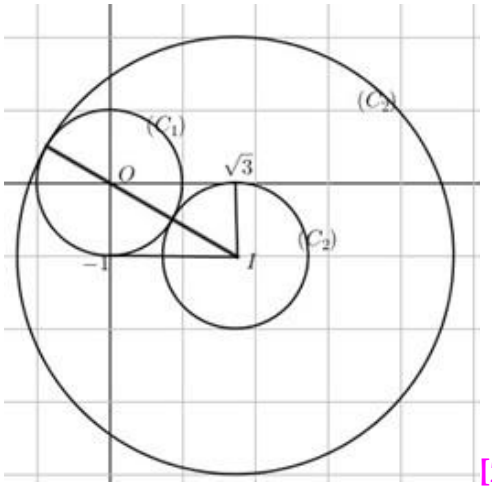
Ta thấy $m=0\Rightarrow z=\sqrt{3}-i$ không thỏa mãn $z.\bar{z}=1$ suy ra $m>0$.

Xét trong hệ tọa độ Oxy tập hợp các điểm thỏa mãn (1) là đường tròn (C_1) có $O(0;0)$, $R_1=1$, tập hợp các điểm thỏa mãn (2) là đường tròn (C_2) tâm $I\left(\sqrt{3};-1\right)$, $R_2=m$, ta thấy $OI=2>R_1$ suy ra I nằm ngoài (C_1).

Để có duy nhất số phức z thì hệ có nghiệm duy nhất khi đó tương đương với (C_1), (C_2) tiếp xúc ngoài và tiếp xúc trong, điều điều này xảy ra khi

$OI=R_1+R_2\Leftrightarrow m+1=2\Leftrightarrow m=1$ hoặc

$R_2=R_1+OI\Leftrightarrow m=1+2=3$.



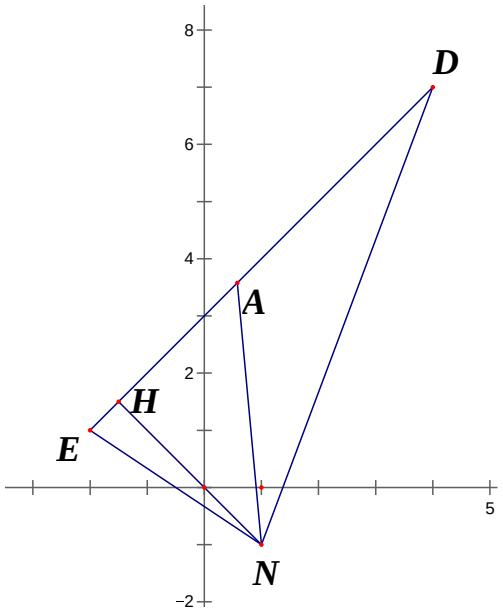
Câu 4: **[2D4-5.2-4] (Câu 48 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Xét số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z-1+i|$. Tính $P=m+M$.

A. $P=\sqrt{13}+\sqrt{73}$ **B.** $P=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$

C. $P=5\sqrt{2}+\sqrt{73}$ **D.** $P=\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{73}}{2}$

Lời giải

Chọn B



Gọi A là điểm biểu diễn số phức z, $E(-2;1)$, $F(4;7)$ và $N(1;-1)$.

Từ $AE+AF=|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$ và $EF=6\sqrt{2}$ nên ta có A thuộc đoạn thẳng EF. Gọi H là hình chiếu của N lên EF, ta có $H\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. Suy ra

$P=NH+NF=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$.

Câu 1: **[2D4-5.3-3] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất $|z-w|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z+i\overline{w}+6+8i|\geq|6+8i|-|z|-|i\overline{w}|=10-1-2=7$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}z=-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i\\ i\overline{w}=-\frac{6}{5}-\frac{8}{5}i\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i\\ w=\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i\end{cases}$.

Khi đó $|z-w|=\frac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 2: **[2D4-5.3-3] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}-6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng?

A. 3. **B.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Theo BĐT modun số phức, ta có:

$|z+i\overline{w}|\leq|z|+|i\overline{w}|=|z|+|w|=3$.

Ta lại có:

$|z+i\overline{w}-6+8i|=|(-6+8i)-[-(z+i\overline{w})]|\geq|-6+8i|-|-(z+i\overline{w})|=|-6+8i|-|z+i\overline{w}|\geq10-3=7$.

Dấu bằng xảy ra, khi và chỉ khi: $\begin{cases}z=k.i\overline{w}\\ -6+8i=m.(z+i\overline{w})\end{cases}k>0,m<0.$

Lấy modun 2 vế, ta được: $\begin{cases}|z|=k.|i\overline{w}|\\ |-6+8i|=-m.|z+i\overline{w}|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1=k.2\\ 10=-m.3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=\frac{1}{2}\\ m=\frac{-10}{3}\end{cases}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ w = \frac{-8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases} \Rightarrow |z - w| = \frac{\sqrt{221}}{5}..$$

Câu 1: **[2D4-5.3-4] (Câu 42 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất $|z-w|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z+i\overline{w}+6+8i|\geq|6+8i|-|z|-|i\overline{w}|=10-1-2=7$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}z=-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i\\ i\overline{w}=-\frac{6}{5}-\frac{8}{5}i\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i\\ w=\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i\end{cases}$

Khi đó $|z-w|=\frac{\sqrt{221}}{5}$

Câu 2: **[2D4-5.3-4] (Câu 44 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$|w|=2\Rightarrow|i\overline{w}|=2$

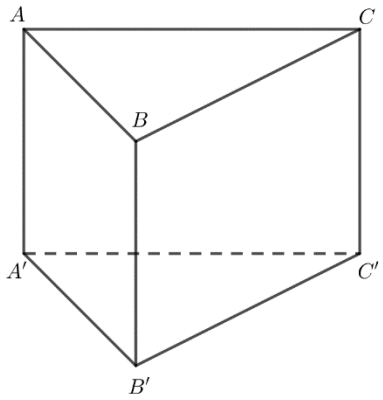
$|z+i\overline{w}|\leq|z|+|i\overline{w}|=3$

$P=|z+i\overline{w}-6-8i|\geq|-6-8i|-|z+i\overline{w}|=10-3=7$.

Suy ra: $P_{\min}=7$ khi $\begin{cases}z=k.i\overline{w},(k\geq0)\\ -6-8i=h.(z+i\overline{w}),(h\leq0)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k=\frac{1}{2}\\ h=-\frac{10}{3}\\ z=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i\\ \overline{w}=\frac{8}{5}-\frac{6}{5}i\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i\\ w=\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i\end{cases}$.

Vậy $|z-w|=\left|\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i-\left(\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i\right)\right|=\frac{\sqrt{29}}{5}$.

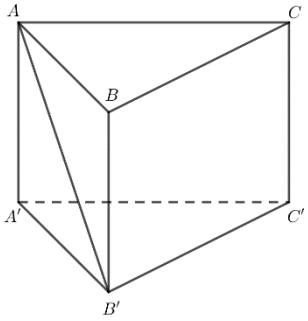
Câu 1: **[1H3-2.3-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng



A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

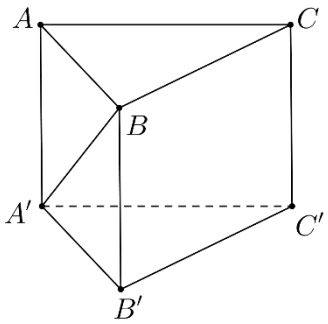
Lời giải

Chọn D



Ta có: $(AB';CC') = (AB';BB') = AB'B = 45^o$.

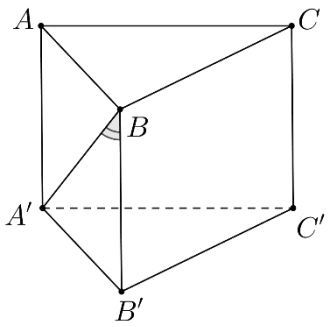
Câu 2: **[1H3-2.3-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng:



A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

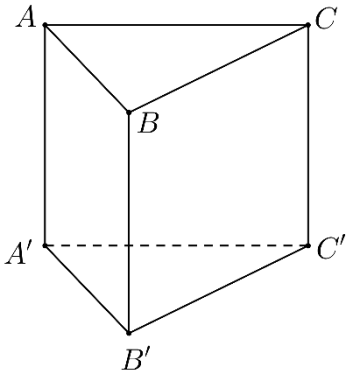
Chọn A



Ta có: $\left(A'B,CC'\right)=\left(A'B,BB'\right)=A'BB'$.

Do $\Delta A'BB'$ vuông cân tại B' nên $A'BB'=45^o$.

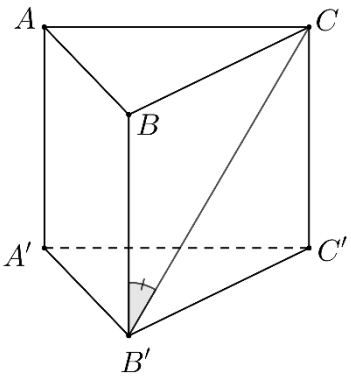
Câu 3: **[1H3-2.3-2] (Câu 29 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng



A. 90° **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn B

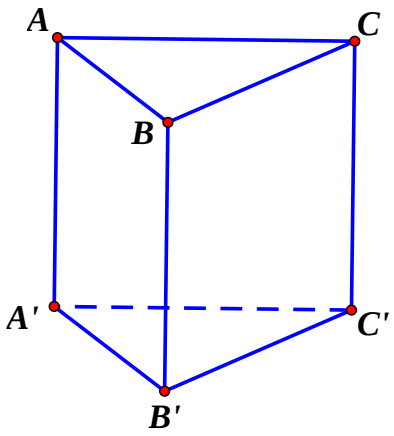


Ta có: $\left(AA',B'C\right)=\left(BB',B'C\right)=BB'C$

Tam giác $B'BC$ vuông cân tại B nên $BB'C=45^o$.

Vậy $\left(AA',B'C\right)=45°$.

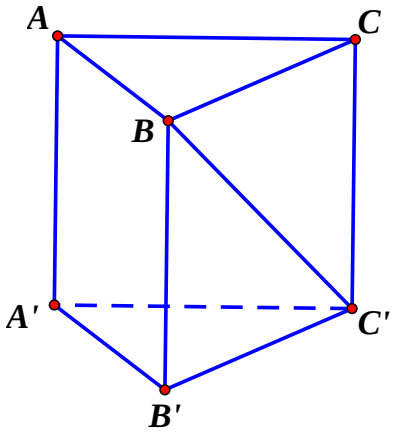
Câu 4: **[1H3-2.3-2] (Câu 36 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' là



A. 30°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Lời giải

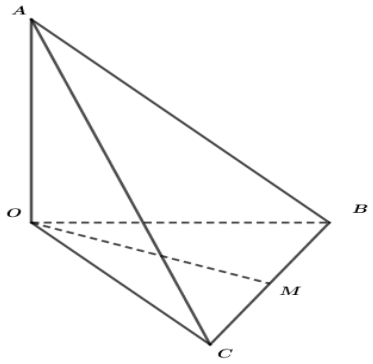
Chọn C



Ta có $\left(AA',BC'\right)=\left(BB',BC'\right)=B'BC$.

Tam giác $B'BC$ vuông cân tại B' nên $B'BC=45^\circ$.

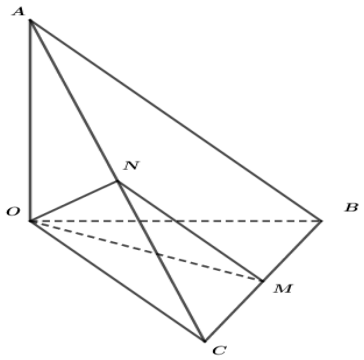
Câu 5: **[1H3-2.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC$. Gọi M là trung điểm của BC. Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



A. 90^0 **B.** 30^0 **C.** 60^0 **D.** 45^0

Lời giải

Chọn C



Đặt $OA=a$ suy ra $OB=OC=a$ và $AB=BC=AC=a\sqrt{2}$

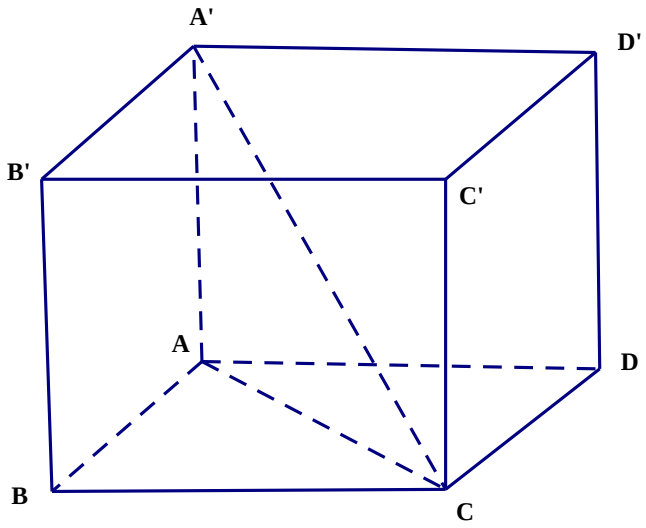
Gọi N là trung điểm AC ta có $MN//AB$ và $MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra góc $(OM,AB)=(OM,MN)$. Xét OMN

Trong tam giác OMN có $ON=OM=MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ nên OMN là tam giác đều

Suy ra $OMN=60^0$. Vậy $(OM,AB)=(OM,MN)=60^0$

Câu 1: **[1H3-3.3-2] (Câu 35 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=2$ và $AA'=2\sqrt{2}$ **(tham khảo hình vẽ bên)**. Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn B

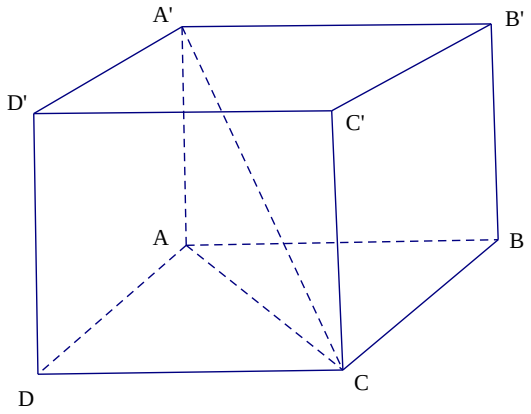
Vì $A'A\perp(ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc $A'CA$

Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2\sqrt{2}$.

Khi đó ta có $\tan\left(A'CA\right)=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=1$.

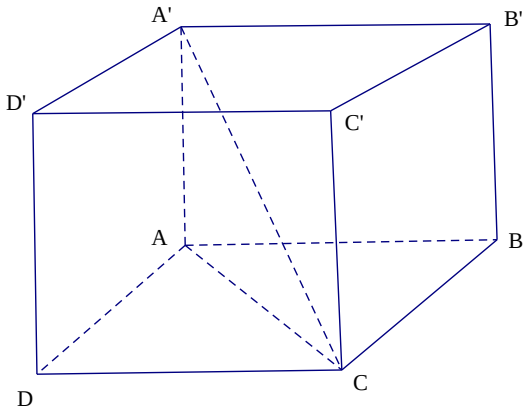
Vậy số đo góc $A'CA=45^0$.

Câu 2: **[1H3-3.3-2] (Câu 35 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, $AA'=2a\sqrt{3}$ (Tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải



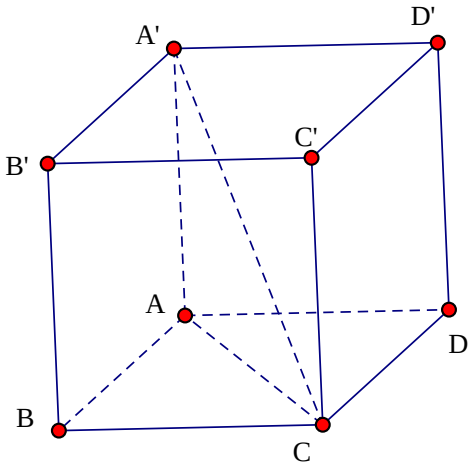
Chọn B

Vì $AA' \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $AA'C$.

Xét tam giác $AA'C$ có $AA' = 2a\sqrt{3}$, $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$ nên

$\tan AA'C = \dfrac{AC}{AA'} = \dfrac{2a}{2a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AA'C = 30°$.

Câu 3: **[1H3-3.3-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a, AD = a\sqrt{2}$ **(tham khảo hình dưới)**. Góc giữa $A'C$ với mặt phẳng $ABCD$ bằng



A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn A

Vì hình chiếu vuông góc của đường thẳng $A'C$ lên mặt phẳng $ABCD$ là đường thẳng AC nên góc giữa $A'C$ với mặt phẳng $ABCD$ là $A'C;AC$.

Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $\Delta A'AC$ vuông tại A. Suy ra, $A'C;AC = A'CA$.

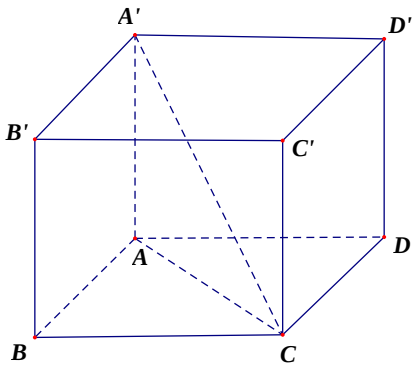
Mặt khác $\Delta A'AC$ có $AA' = a; AC = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$. Suy ra

$$\tan A'CA = \frac{AA'}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'CA = 30^0.$$

Do đó, góc giữa $A'C$ với mặt phẳng $ABCD$ là 30^0.

Vậy **chọn A**

Câu 4: **[1H3-3.3-2] (Câu 28 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2\sqrt{2}a, AA' = \sqrt{3}a$ **(tham khảo hình bên dưới)**. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng.



A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn D

Có $A'A \perp (ABCD) \Rightarrow A$ là hình chiếu của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$. (1)

Lại có $A'C \cap (ABCD) = C$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC.

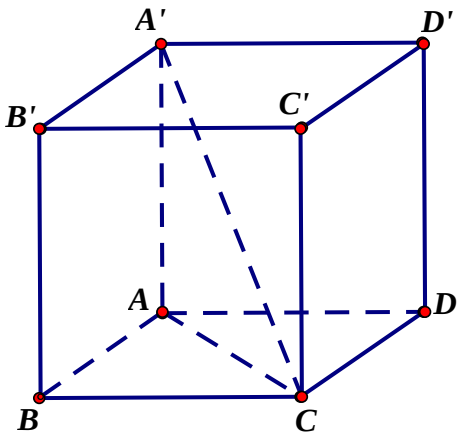
$\Rightarrow (A'C,(ABCD)) = (A'C,AC) = ACA'$ (vì tam giác $\Delta ACA'$ vuông tại $A \Rightarrow ACA' < 90^0$)

Có $AB = a, AD = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AC = \sqrt{a^2 + (2\sqrt{2}a)^2} = 3a$.

$\tan ACA' = \dfrac{AA'}{AC} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3a} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow ACA' = 30^0$.

Vậy góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30^0.

Câu 5: **[1H3-3.3-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{6}$ **(tham khảo hình bên).**



Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A

Trương Hồng Hà

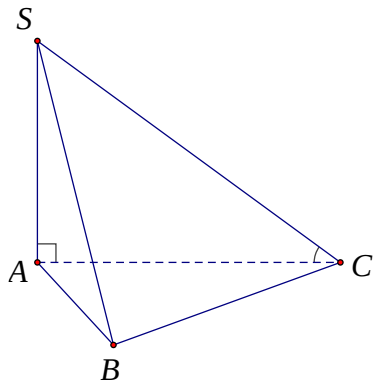
+ Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $A'A \perp (ABCD)$, suy ra AC là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $A'CA$

+ Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông $A'AC$, ta có $\tan A'CA = \dfrac{AA'}{AC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow A'CA = 60°$.

Vậy góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$.

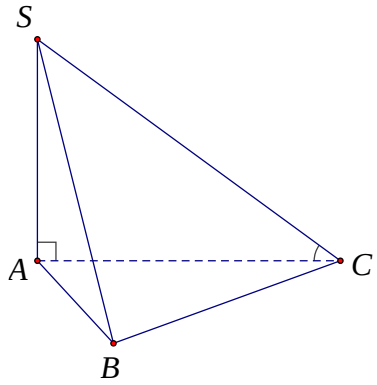
Câu 6: **[1H3-3.3-2] (Câu 26) (BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a, BC=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$ (tham khảo hình bên dưới). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng



A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D



Ta có ΔABC vuông tại B

Có $AC^2=AB^2+BC^2=a^2+2a^2=3a^2\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$

Do $SA\perp(ABC)\Rightarrow\left(SC,(ABC)\right)=\left(SC,AC\right)=SCA$

Trong ΔSCA có $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow SCA=30°$.

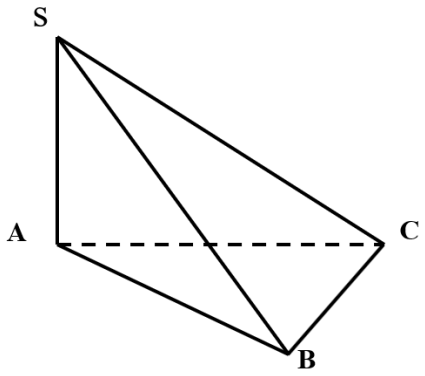
Vậy $\left(SC,(ABC)\right)=30°$.

Câu 7: **[1H3-3.3-2] (Câu 32 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a, BC=3a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{30}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

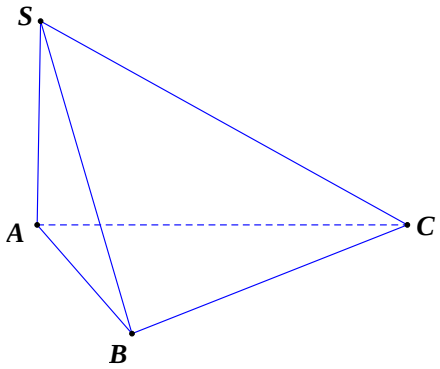
Chọn C



Vì SA vuông góc với mặt phẳng đáy nên góc giữa SC và đáy là góc SCA.

Ta có $AC = a\sqrt{10}$. Trong tam giác SAC ta có: $\tan C = \dfrac{SA}{AC} = \sqrt{3}$. Vậy góc $SCA = 60^0$.

Câu 8: **[1H3-3.3-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Lời giải

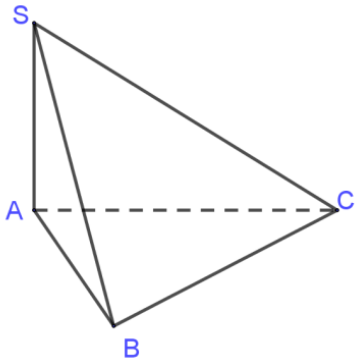
Chọn C

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên góc giữa SC và (ABC) bằng SCA.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2a\sqrt{3}$.

Suy ra $\tan ASC = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{2a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SAC = 30^\circ$.

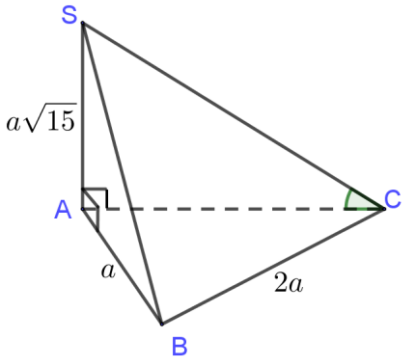
Câu 9: **[1H3-3.3-2] (Câu 27 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{15}\,a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C

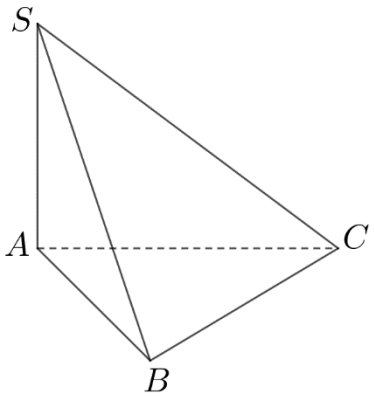


Ta có: $\left(SC,\left(ABC\right)\right)=SCA$.

Trong ΔABC vuông tại B, ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+4a^2}=\sqrt{5}a$.

Trong ΔSAC vuông tại A, ta có $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{\sqrt{15}a}{\sqrt{5}a}=\sqrt{3}\Rightarrow SCA=60°$.

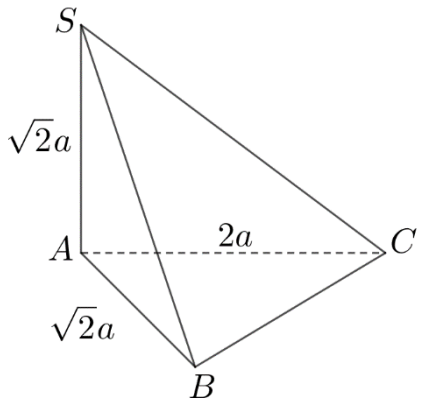
Câu 10: **[1H3-3.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$, $SA=\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $SB \cap (ABC) = B$; $SA \perp (ABC)$ tại A.

$\Rightarrow$ Hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC) là AB.

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là $\alpha = SBA$.

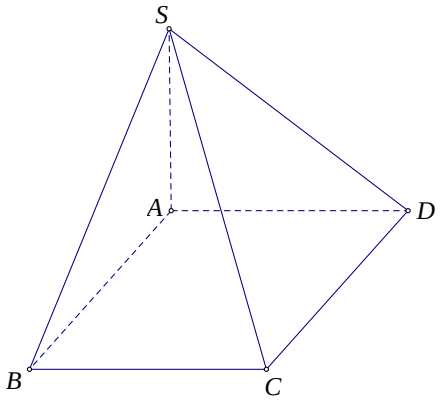
Do tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ nên $AB = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a = SA$.

Suy ra tam giác SAB vuông cân tại A.

Do đó: $\alpha = SBA = 45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 45°.

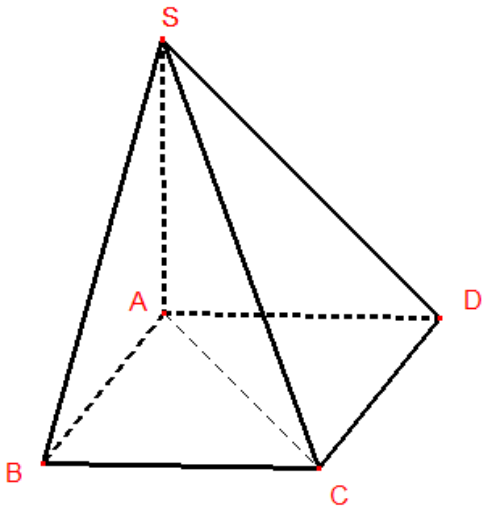
Câu 11: **[1H3-3.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn B



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$

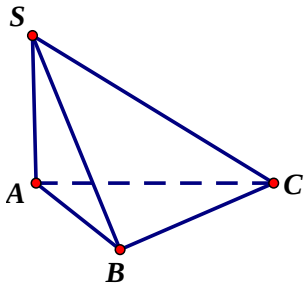
Do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là SCA

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ nên: $AC = a\sqrt{6}$

Ta có: $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Vậy: $SCA = 30°$.

Câu 12: **[1H3-3.3-2] (Câu 17 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$.(minh họa như hình vẽ bên).

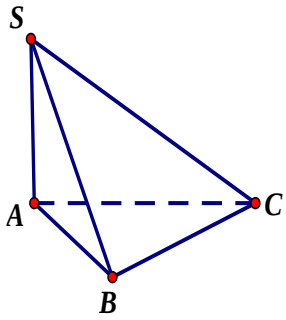


Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B

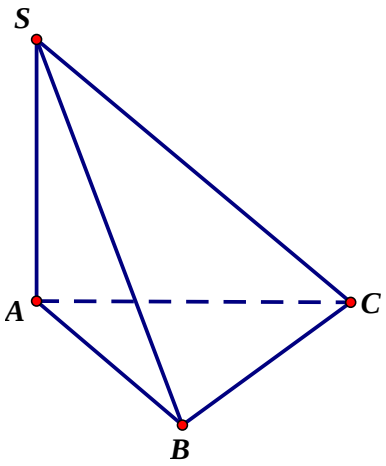


Ta có: $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \left(SC, (ABC)\right) = (SC, AC) = SCA$.

Mà: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a = SA$.

Vì ΔSAC vuông cân tại A nên ta có $SCA = 45°$.

Câu 13: **[1H3-3.3-2] (Câu 22 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA = \sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$

Lời giải

Chọn A

Vì tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

Ta có $\left(SC, (ABC)\right) = SCA$

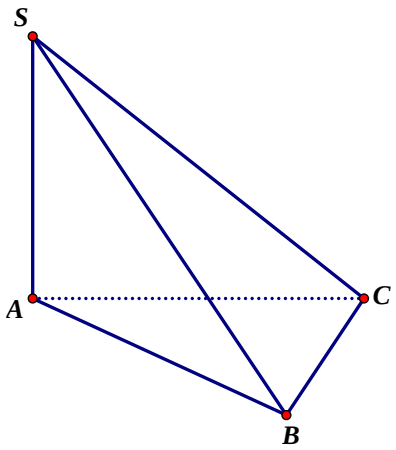
Mà $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow SCA = 45°$.

Câu 14: **[1H3-3.3-2] (Câu 30 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn D



Ta có: SA vuông góc với mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow$ A là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC)

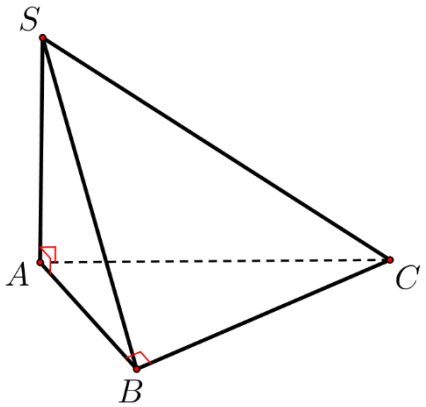
$\Rightarrow$ AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow [SC,\ ABC]=\ SC,AC\ =SCA$

ΔABC vuông tại B $\Rightarrow AC^2=AB^2+BC^2=a^2+3a^2=4a^2\Rightarrow AC=2a$

$\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{2a}=1\Rightarrow SCA=45^o\Rightarrow [SC,\ ABC]=45^o$.

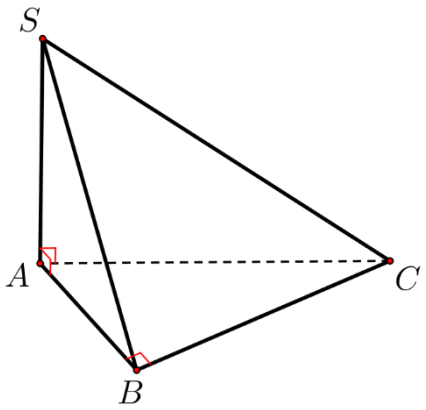
Câu 15: **[1H3-3.3-2] (Câu 17 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn B



Ta thấy hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) là AC nên $\left(SC,(ABC)\right)=SCA$.

Mà $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a$ nên $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=1$.

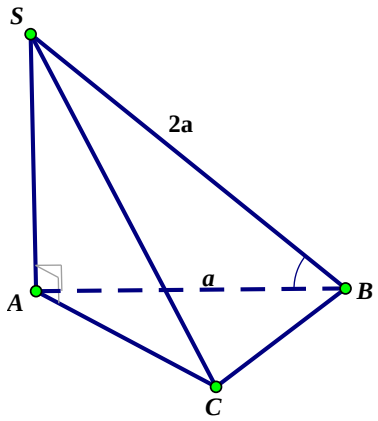
Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45°.

Câu 16: **[1H3-3.3-2] (Câu 17 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB=a$ và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60^0 **B.** 45^0 **C.** 30^0 **D.** 90^0

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA\perp(ABC)$ tại A nên AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng đáy.

Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là SBA.

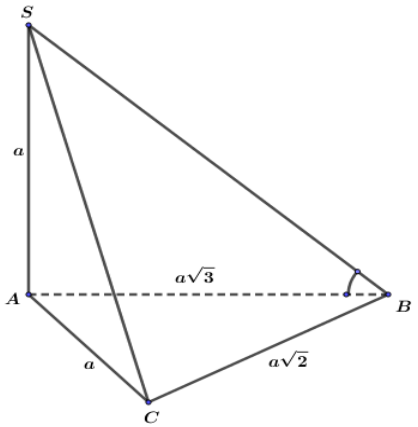
Tam giác SAB vuông tại A nên $\cos SBA=\dfrac{AB}{SB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow SBA=60^0$

Câu 17: **[1H3-3.3-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, $BC=\sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$

Lời giải

Chọn C



Có $SA\perp(ABC)$ nên AB là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow\left(SB,(ABC)\right)=\left(SB,AB\right)=SBA$.

Mặt khác có ΔABC vuông tại C nên $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=a\sqrt{3}$.

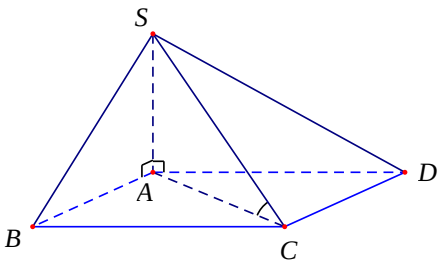
Khi đó $\tan SBA=\dfrac{SA}{AB}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ nên $\left(SB,(ABC)\right)=30°$.

Câu 18: **[1H3-3.3-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$

Lời giải

Chọn A



Do $SA\perp(ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng góc SCA.

Ta có $SA=\sqrt{2}a$, $AC=\sqrt{2}a \Rightarrow \tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=1\Rightarrow SCA=45°$.

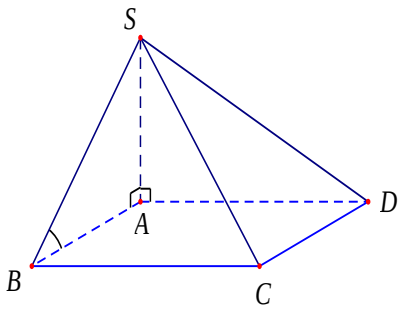
Vậy góc giữa đường thẳng SC và và mặt phẳng đáy bằng bằng $45°$.

Câu 19: **[1H3-3.3-2] (Câu 19 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$ **B.** $90°$ **C.** $30°$ **D.** $45°$

Lời giải

Chọn A

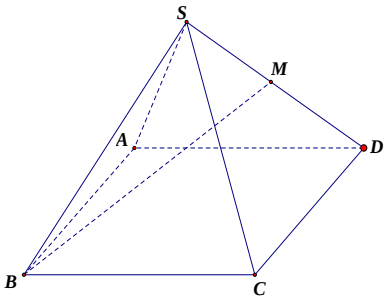


Do $SA\perp(ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc SBA.

Ta có $\cos SBA=\dfrac{AB}{SB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow SBA=60°$.

Vậy góc giữa đường thẳng SB và và mặt phẳng đáy bằng bằng $60°$.

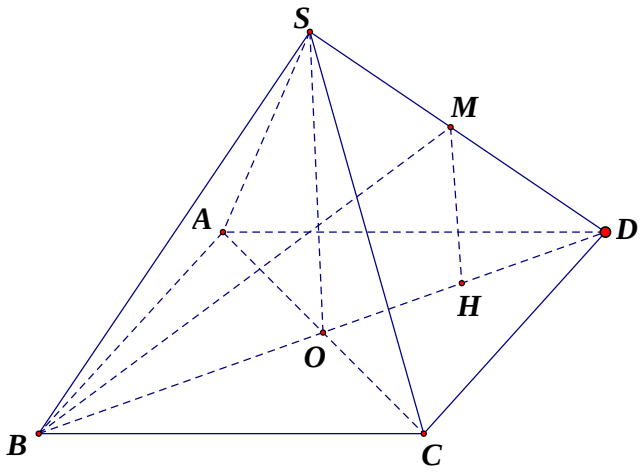
Câu 20: **[1H3-3.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD. Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{3}$ **D.** $\dfrac{1}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông. Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Gọi M là trung điểm của OD ta có $MH // SO$ nên H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(ABCD)$ và $MH = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Do đó góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là MBH.

Khi đó ta có $\tan MBH = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{3}$.

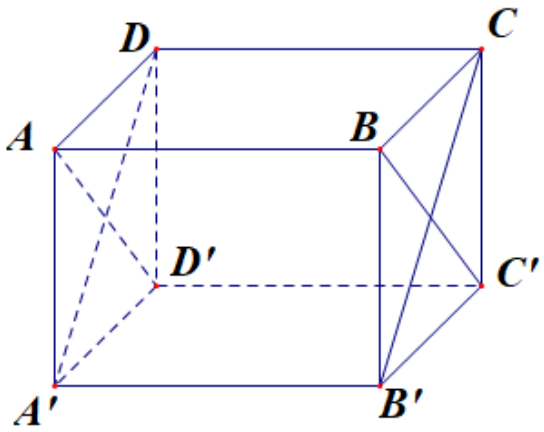
Vậy tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{1}{3}$

Câu 1: **[1H3-4.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: + $\begin{cases} AB \perp AA' \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ADD'A') \Rightarrow AB \perp A'D$ (1).

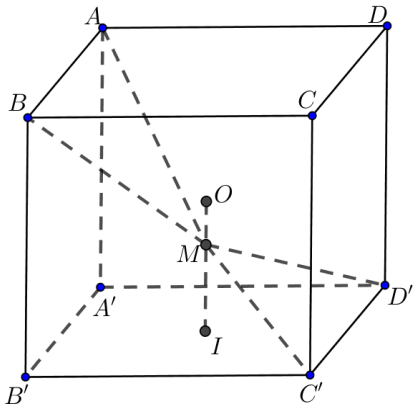
+ $AD' \perp A'D$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $A'D \perp (ABC'D')$.

+ $\begin{cases} A'D \perp (ABC'D') \\ A'D \subset (A'B'CD) \end{cases} \Rightarrow (A'B'CD) \perp (ABC'D')$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng $90°$.

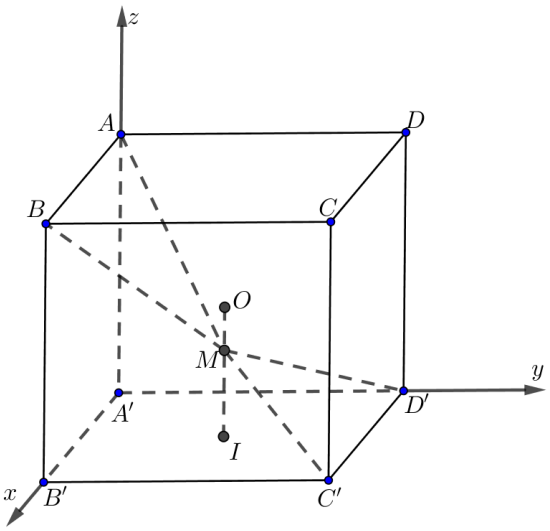
Câu 1: **[1H3-4.3-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO=\frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. **B.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. **C.** $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. **D.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$

Lời giải

Chọn D



Không mất tính tổng quát ta đặt cạnh của khối lập phương là 1.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A'(0;0;0)$, $B'(1;0;0)$, $D'(0;1;0)$ và $A(0;0;1)$ (như hình vẽ).

Khi đó ta có: $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}=(1;0;0), \overrightarrow{MA}=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MA}\right]=\left(0;-\frac{2}{3};\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \vec{n}_1=(0;-4;3)$ là VTPT của mặt phẳng (MAB).

$\overrightarrow{D'C'}=(1;0;0), \overrightarrow{MD'}=\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{D'C'},\overrightarrow{MD'}\right]=\left(0;\frac{1}{3};-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \vec{n}_2=(0;2;-3)$ là VTPT của mặt phẳng $(MC'D')$.

cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và $(MC'D')$ bằng:

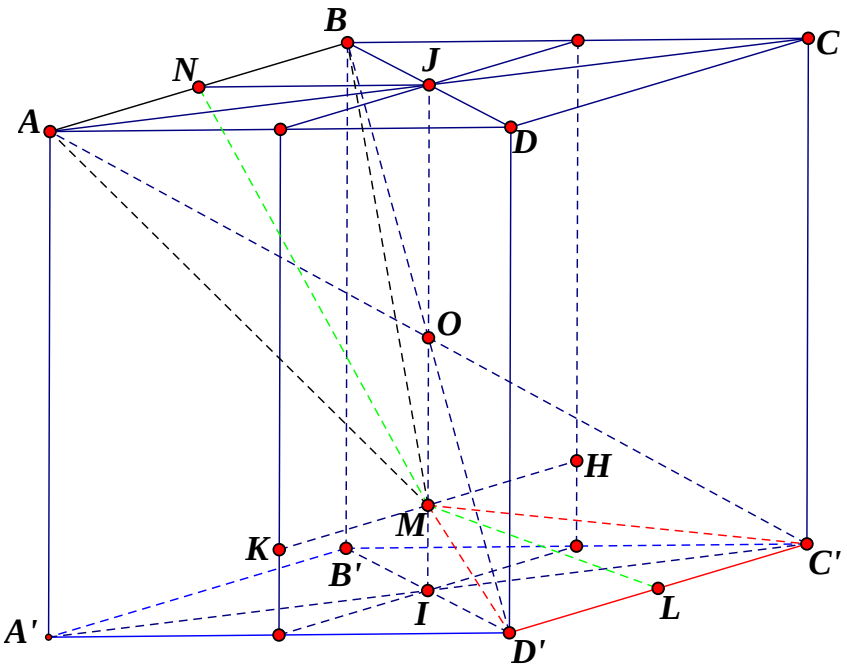
$$\cos(\vec{n}_1,\vec{n}_2)=\frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|}=\frac{|0.0-4.2+3.(-3)|}{\sqrt{0^2+(-4)^2+3^2}.\sqrt{0^2+2^2+(-3)^2}}=\frac{17\sqrt{13}}{65}..$$

Câu 2: **[1H3-4.3-3] (Câu 37 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO=2MI$. Khi đó côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$ **B.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$ **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

Lời giải

Chọn B



Giao tuyến của (MAB) và $(MC'D')$ là đường thẳng KH như hình vẽ.

Gọi J là tâm hình vuông $ABCD$. L, N lần lượt là trung điểm của $C'D'$ và AB.

Ta có: $C'D' \perp (LIM) \Rightarrow C'D' \perp LM \Rightarrow LM \perp KH$.

Tương tự $AB \perp (NJM) \Rightarrow AB \perp MN \Rightarrow MN \perp KH$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và $(MC'D')$ chính là góc giữa 2 đường thẳng (MN, ML).

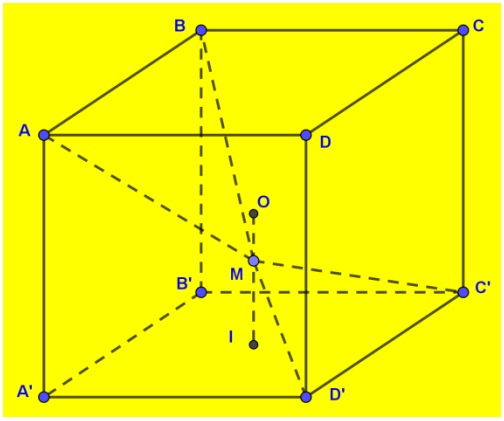
Gọi cạnh hình lập phương là 1. Ta có $LM = \frac{\sqrt{10}}{6}$, $MN = \frac{\sqrt{34}}{6}$, $NL = \sqrt{2}$.

Ta có: $\cos LMN = \frac{MN^2 + ML^2 - NL^2}{2MN.ML} = \frac{-7\sqrt{85}}{85}$.

Suy ra cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và $(MC'D')$ là $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

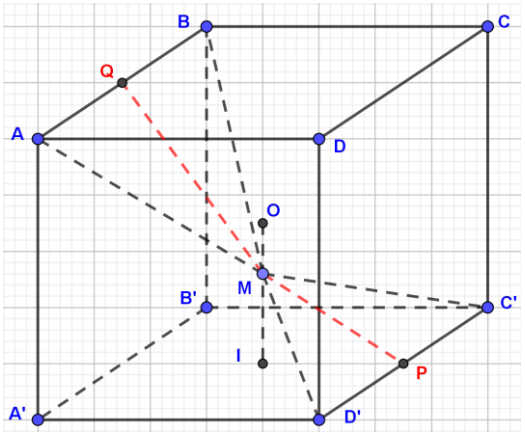
Câu 1: **[1H3-4.3-4] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO=\frac{1}{2}MI$. Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\frac{6\sqrt{85}}{85}$ **C.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$ **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{65}$



Lời giải

Chọn D



Ta chọn hình lập phương có cạnh bằng 6.

Gọi P,Q lần lượt là trung điểm các cạnh $C'D'$ và AB. Khi đó ta có

$MP=\sqrt{MI^2+IP^2}=\sqrt{13}$, $MQ=5, PQ=6\sqrt{2}$

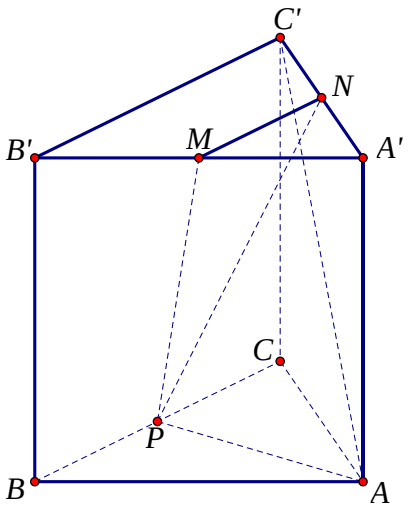
Áp dụng định lý hàm cos ta được:

$$\cos PMQ=\frac{MP^2+MQ^2-PQ^2}{2MP.MQ}=-\frac{17\sqrt{13}}{65}.$$

Gọi α là góc giữa $(MC'D')$ và (MAB):

$$\sin\alpha=\frac{6\sqrt{13}}{65}.$$

Câu 2: **[1H3-4.3-4] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}$ và $AA'=2$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C'$ và BC. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$ **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\frac{18\sqrt{13}}{65}$

Lời giải

Chọn B

Gọi P,Q lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$;

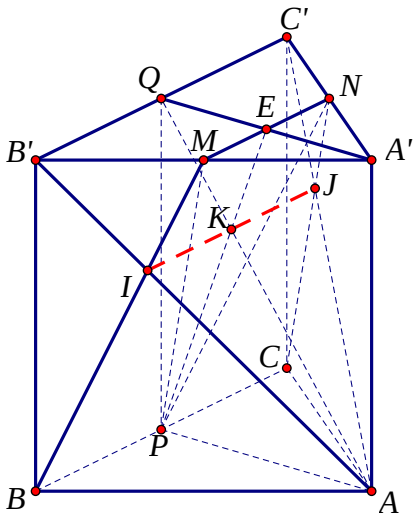
$I=BM\cap AB', J=CN\cap AC', E=MN\cap A'Q.$

Suy ra, $(MNP)\cap(AB'C')=(MNCB)\cap(AB'C')=IJ$ và gọi $K=IJ\cap PE\Rightarrow K\in AQ$ với E là trung điểm MN.

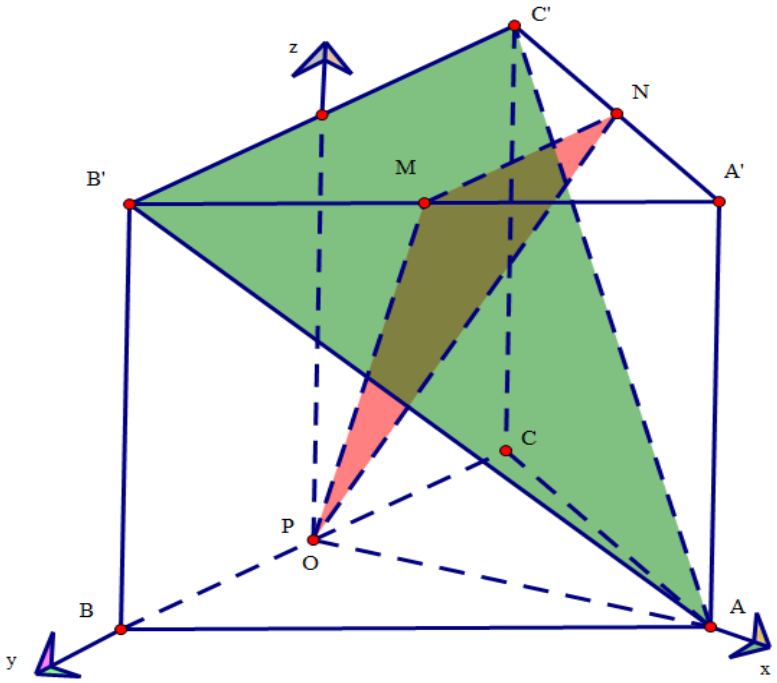
$(AA'QP)\perp IJ\Rightarrow AQ\perp IJ, PE\perp IJ\Rightarrow\big((MNP),(AB'C')\big)=\big(AQ,PE\big)=\alpha$

Ta có $AP=3, PQ=2\Rightarrow AQ=\sqrt{13}\Rightarrow QK=\frac{\sqrt{13}}{3}$; $PE=\frac{5}{2}\Rightarrow PK=\frac{5}{3}$.

$\cos\alpha=\left|\cos QKP\right|=\frac{\left|KQ^2+KP^2-PQ^2\right|}{2KQ.KP}=\frac{\sqrt{13}}{65}.$



Cách 2



Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

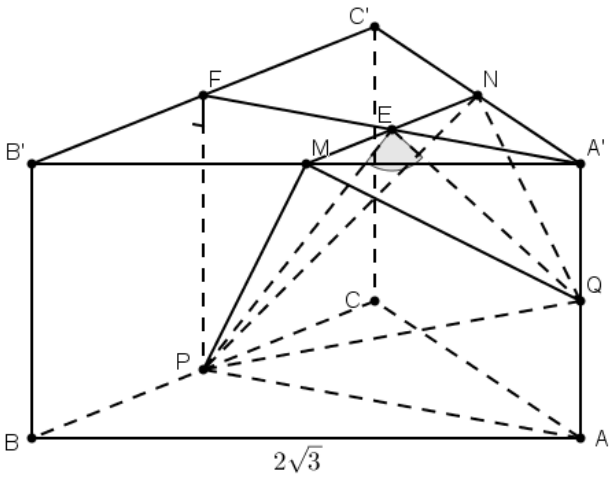
$\Rightarrow P(0;0;0), A(3;0;0), B(0;\sqrt{3};0), C(0;-\sqrt{3};0), A'(3;0;2), B'(0;\sqrt{3};2), C'(0;-\sqrt{3};2)$

nên $M\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};2\right), N\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};2\right)$

Ta có vtpt của mp$(AB'C')$ là $\vec{n_1}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AC'}\right]=(2;0;3)$ và vtpt của mp(MNP) là $\vec{n_2}=(4;0;-3)$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và mp$(MNP)\Rightarrow \cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n_1},\vec{n_2}\right)\right|=\frac{|8-9|}{\sqrt{13}\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{13}}{65}$

Cách 3



Gọi Q là trung điểm của AA', khi đó mặt phẳng $(AB'C')$ song song với mặt phẳng (MNQ) nên góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) cũng bằng góc giữa hai mặt phẳng (MNQ) và (MNP).

Ta có:

$$\begin{cases}(MNP)\cap(MNQ)=MN\\ PE\subset(MNP);\ PE\perp MN\\ QE\subset(MNQ);\ QE\perp MN\end{cases}\Rightarrow\big((MNP);(MNQ)\big)=PEQ \text{ hoặc}$$

$$\big((MNP);(MNQ)\big)=180^0-PEQ$$

Tam giác ABC đều có cạnh $2\sqrt{3}\Rightarrow AP=3$.

Tam giác APQ vuông tại A nên ta có: $PQ=\sqrt{AP^2+AQ^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

Tam giác $A'QE$ vuông tại A' nên ta có: $QE=\sqrt{A'E^2+A'Q^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+1^2}=\frac{\sqrt{13}}{2}$

Tam giác PEF vuông tại F nên ta có: $PE=\sqrt{FP^2+FE^2}=\sqrt{2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}$

Áp dụng định lý hàm số côsin vào tam giác PQE ta có:

$$\cos PEQ=\frac{EP^2+EQ^2-PQ^2}{2.EP.EQ}=\frac{\frac{25}{4}+\frac{13}{4}-10}{2.\frac{5}{2}.\frac{\sqrt{13}}{2}}=-\frac{\sqrt{13}}{65}$$

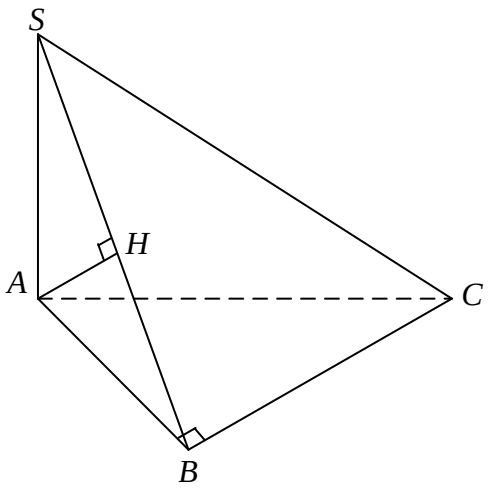
Do đó: $\cos\big((MNP);(AB'C')\big)=\cos\left(180^0-PEQ\right)=-\cos PEQ=\frac{\sqrt{13}}{65}$.

Câu 1: **[1H3-5.2-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp SB$ trong mặt phẳng (SBC)

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

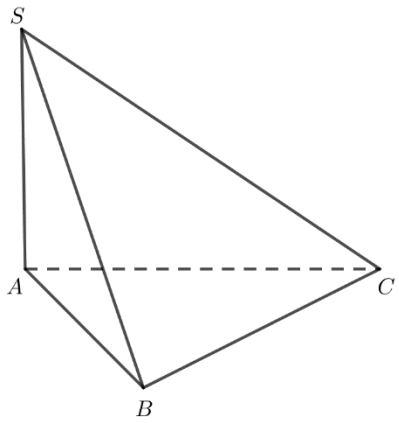
Vậy $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 1: **[1H3-5.3-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $4a$. **B.** $4\sqrt{2}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn A

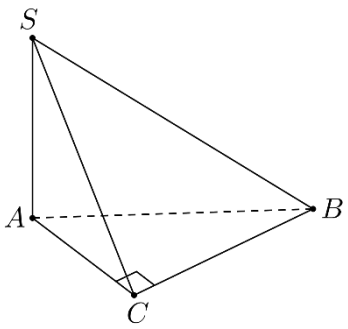


Ta có: $\left.\begin{matrix} AB\perp BC \\ SA\perp BC \end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp (SAB)$. Suy ra: $d(C;(SAB))=BC=AB=4a$.

Câu 2: **[1H3-5.3-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{1}{2}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **D.** a.

Lời giải



Chọn D

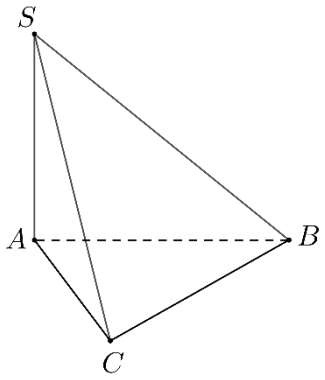
Ta có: $\begin{cases} SA\perp BC \\ AC\perp BC \end{cases}\Rightarrow BC\perp (SAC)\Rightarrow d\left(B,(SAC)\right)=BC=AC=a$.

Câu 3: **[1H3-5.3-2] (Câu 36 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $C, AC=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{3}{2}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $3a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$.

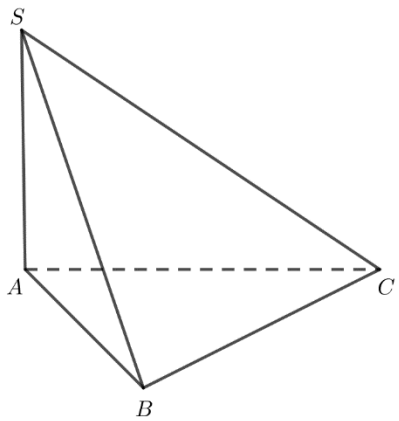
Suy ra $d(B,(SAC)) = BC = AC = 3a$.

Câu 4: **[1H3-5.3-2] (Câu 33 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

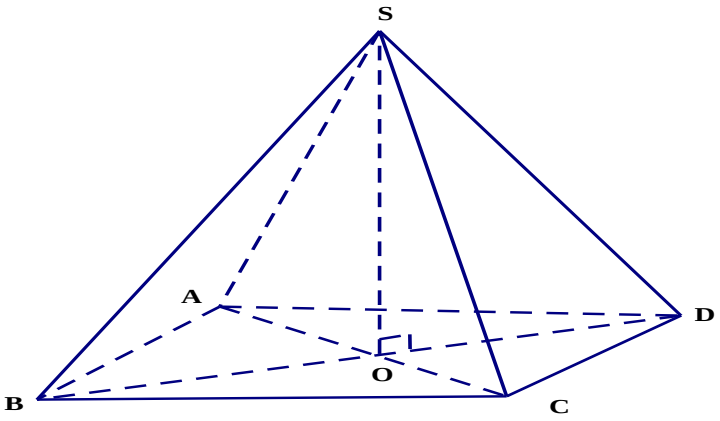
Chọn B



Ta có: $\left.\begin{matrix} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Suy ra: $d(C;(SAB)) = BC = AB = 2a$.

Câu 5: **[1H3-5.3-2] (Câu 36 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $ABCD$ bằng:



A. $\sqrt{7}$. **B.** 1. **C.** 7. **D.** $\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi O là tâm đáy $ABCD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO là đường cao khối chóp.

Khi đó $d(S;ABCD) = SO$.

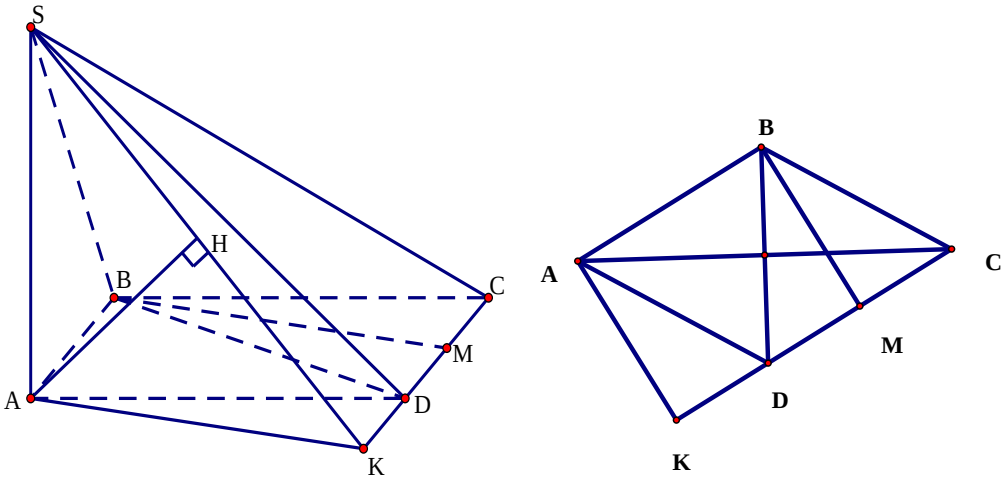
Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{3^2 - 2} = \sqrt{7}$.

Câu 6: **[1H3-5.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $a, BAD = 60^0, SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{15}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AB//CD \Rightarrow AB//(SCD)$. Do đó: $d(B,(SCD)) = d(A,(SCD))$.

Vì $BAD = 60°$ nên $BCD = 60°$.

Mặt khác tứ giác $ABCD$ là hình thoi cạnh a nên ΔBCD là tam giác đều cạnh a.

Gọi M là trung điểm của CD, suy ra $BM \perp CD$.

Kẻ $AK//BM$, $K \in CD$, thì $AK \perp CD$.

Kẻ $AH \perp SK$ tại H.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AK \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAK) \Rightarrow CD \perp AH$, mà $SK \perp AH \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Do đó $d(A,(SCD)) = AH$.

Ta có, tứ giác $ABMK$ là hình chữ nhật nên $AK = BM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$AH.SK = SA.AK \Rightarrow AH = \dfrac{SA.AK}{SK}$,

$SA = a$, $AK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SK = \sqrt{SA^2 + AK^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

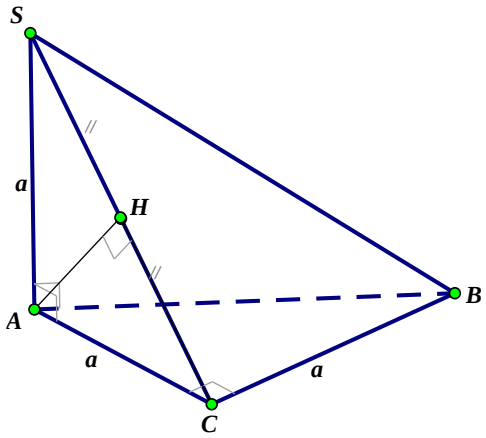
Vậy $d(B,(SCD)) = d(A,(SCD)) = AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 7: **[1H3-5.3-2] (Câu 18 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $C, BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{2}a$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$ **C.** $\dfrac{a}{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$

Lời giải

Chọn B



Vì $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$

Khi đó $(SBC) \perp (SAC)$ theo giao tuyến là SC.

Trong (SAC), kẻ $AH \perp SC$ tại H suy ra $AH \perp (SBC)$ tại H.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng AH.

Ta có $AC = BC = a, SA = a$ nên tam giác SAC vuông cân tại A.

Suy ra $AH = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$.

Cách 2: Ta có $d\left(A,(SBC)\right) = \frac{3V_{A.SBC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}$.

Vì $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SC$ nên tam giác SBC vuông tại C.

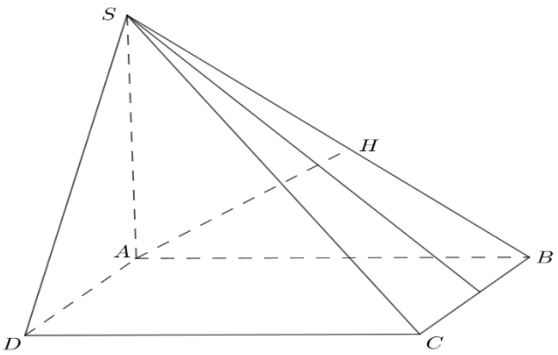
Suy ra $d\left(A,(SBC)\right) = \frac{3V_{A.SBC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3.\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}CA^2}{\frac{1}{2}SC.BC} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 8: **[1H3-5.3-2] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow \begin{cases} (SAB) \perp (SBC) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \end{cases}$

Trong mặt phẳng (SAB): Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH = d(A;(SBC))$

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}$.

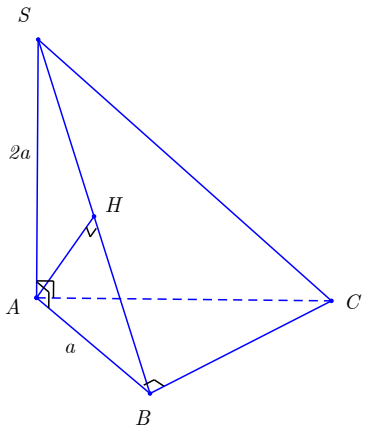
$\Rightarrow d(A;(SBC)) = AH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. Chọn. **B.**

Câu 9: **[1H3-5.3-2] (Câu 25 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$

Lời giải

Chọn A



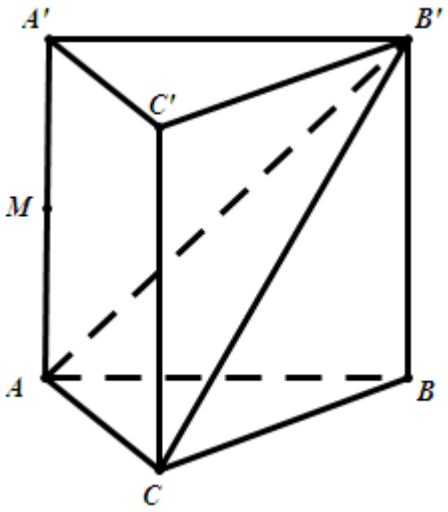
Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Kẻ $AH \perp SB$. Khi đó $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow AH$ là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH^2=\frac{4a^2}{5} \Rightarrow AH=\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

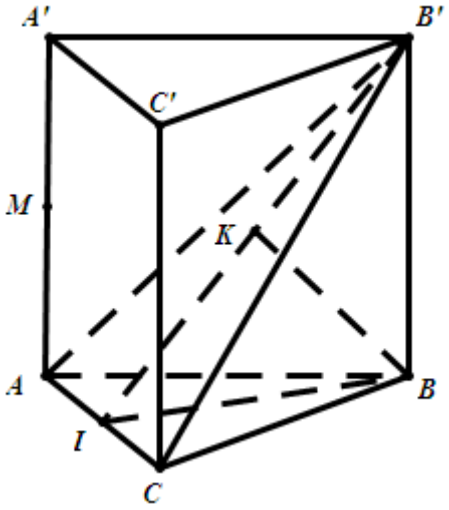
Câu 1: **[1H3-5.3-3] (Câu 44 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $d\left(M,(AB'C)\right)=\frac{1}{2}d\left(B,(AB'C)\right)$

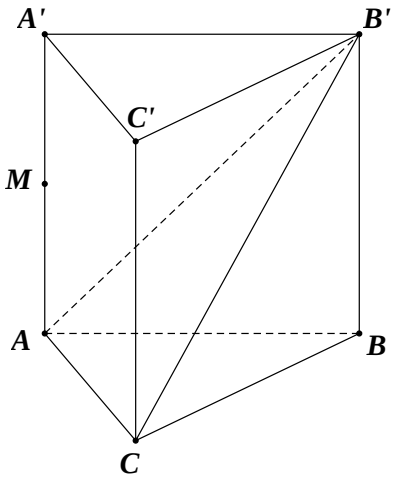
Gọi I là trung điểm của AC và kẻ $BK\perp B'I$ tại E.

Ta có: $\begin{cases}BK\perp B'I\\ BK\perp AC\left(AC\perp B'B, AC\perp BI\right)\end{cases}\Rightarrow BK\perp(AB'C)$

* Ta có: $BI=\frac{a\sqrt{3}}{2}; B'B=a$ và $BK=\frac{B'B.BI}{\sqrt{B'B^2+BI}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy, $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

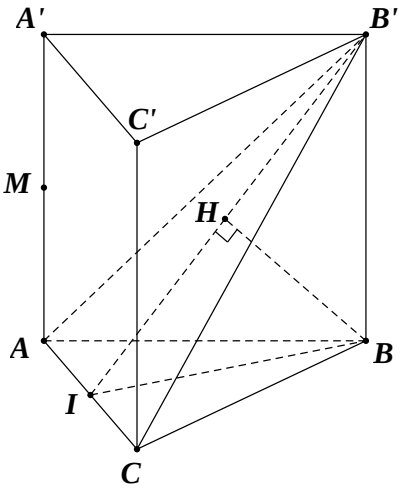
Câu 2: **[1H3-5.3-3] (Câu 48 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $\left(AB'C\right)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải

Chọn A



- Ta có $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(A',\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(B,\left(AB'C\right)\right)$.
- Gọi I là trung điểm AC, H là hình chiếu của B trên $B'I$.

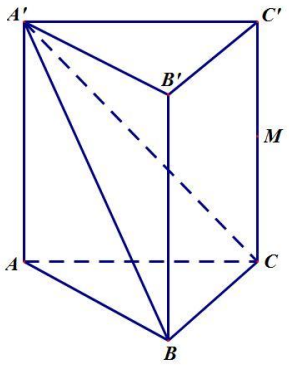
Ta có $\begin{cases}AC\perp BI\\AC\perp BB'\end{cases}\Rightarrow AC\perp\left(BB'I\right)\Rightarrow AC\perp BH$.

Mà $BH \perp B'I$ nên $BH \perp (AB'C)$, do đó $d(B,(AB'C)) = BH$.

• Có $BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BB' = 2a \Rightarrow BH = \frac{BI.BB'}{\sqrt{BI^2 + BB'^2}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Vậy $d(M,(AB'C)) = \frac{1}{2}BH = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 3: **[1H3-5.3-3] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên).

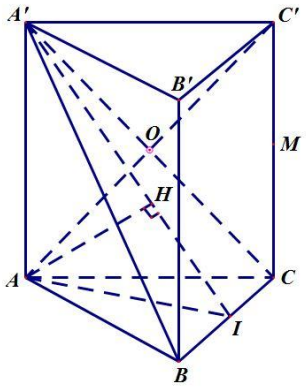


Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$. **D.** $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải

Chọn D

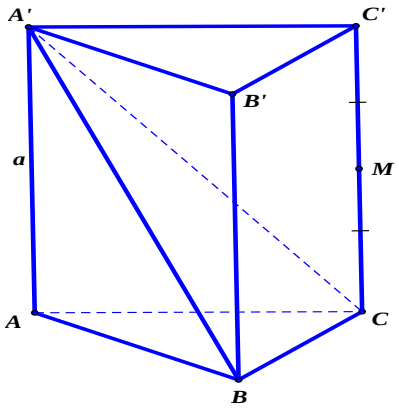


Ta có : $d(M,(A'BC)) = \frac{1}{2}d(C';(A'BC)) = \frac{1}{2}d(A;(A'BC)) = \frac{1}{2}.AH = \frac{1}{2}.\frac{AA'.AI}{\sqrt{AA'^2 + AI^2}}(*)$.

Tam giác ABC đều cạnh a có AI là độ dài đường trung tuyến nên $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có : $(*) \Rightarrow d(M,(A'BC)) = \frac{1}{2}.\frac{2.\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4+\frac{3}{4}}}.a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}a = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.

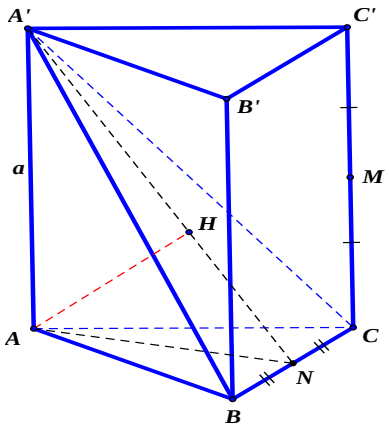
Câu 4: **[1H3-5.3-3] (Câu 43 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $d\left(M;(A'BC)\right)=\frac{1}{2}d\left(C';(A'BC)\right)=\frac{1}{2}d\left(A;(A'BC)\right)$.

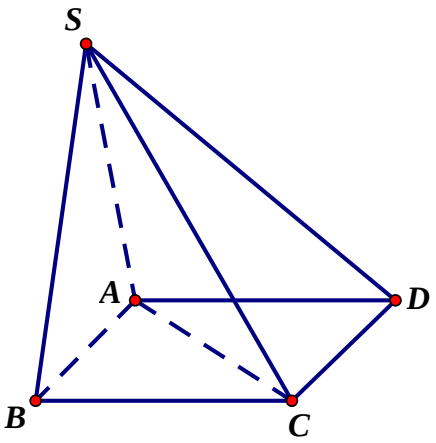
Gọi N là trung điểm của $BC; AH\perp A'N$

$$\Rightarrow d\left(A;(A'BC)\right)=AH=\frac{AA'.AN}{\sqrt{AA'^2+AN^2}}=\frac{a.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2+\frac{3a^2}{4}}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\Rightarrow d\left(M;(A'BC)\right)=\frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

Câu 5: **[1H3-5.3-3] (Câu 40 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông

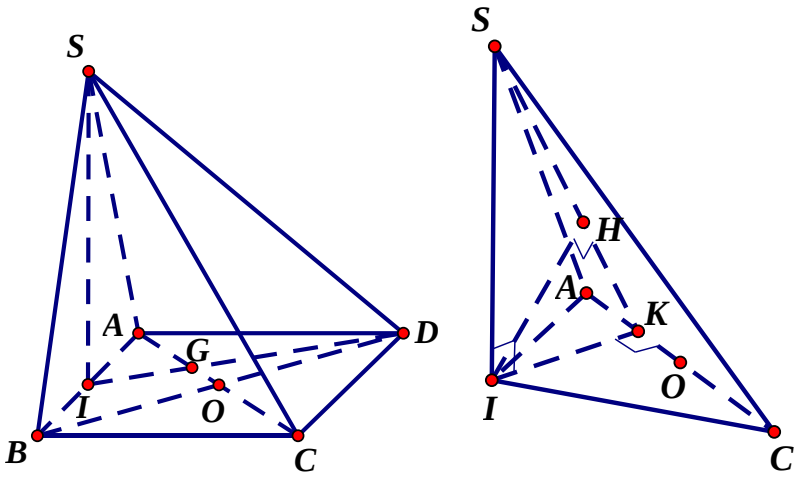
góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn C



* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB ta có $SI \perp (ABCD)$ và $\frac{d(D;(SAC))}{d(I;(SAC))} = \frac{DG}{IG} = 2 \Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC))$.

* Gọi K là trung điểm của AO, H là hình chiếu của I lên SK ta có $IK \perp AC$; $IH \perp (SAC)$

$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH$

* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có: $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $IK = \frac{BO}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

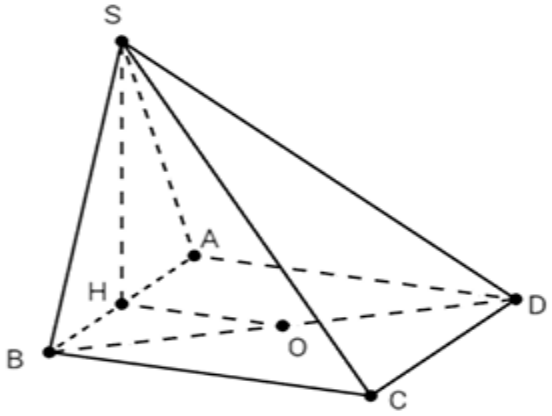
$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

$\Rightarrow d\left(D;(SAC)\right)=2.d\left(I;(SAC)\right)=2.IH=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

* Do O trung điểm của BD nên ta có:

$\dfrac{d\left(B;(SAC)\right)}{d\left(D;(SAC)\right)}=BO=1\Rightarrow d\left(B;(SAC)\right)=d\left(D;(SAC)\right)=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Cách 2.



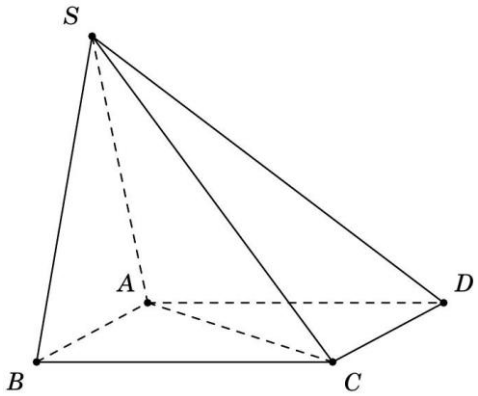
Do H là trung điểm $AB\Rightarrow d\left(A,(SBD)\right)=2d\left(H,(SBD)\right)$

Ta có tứ diện vuông $HSOB$ vuông tại H nên:

$\dfrac{1}{\left(d_{(H,(SBD))}\right)^2}=\dfrac{1}{HS^2}+\dfrac{1}{HO^2}+\dfrac{1}{HB^2}$ $=\dfrac{4}{3a^2}+\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{4}{a^2}=\dfrac{28}{3a^2}$

$d_{(H,(SBD))}=\dfrac{a\sqrt{21}}{14}\Rightarrow d_{(A,(SBD))}=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

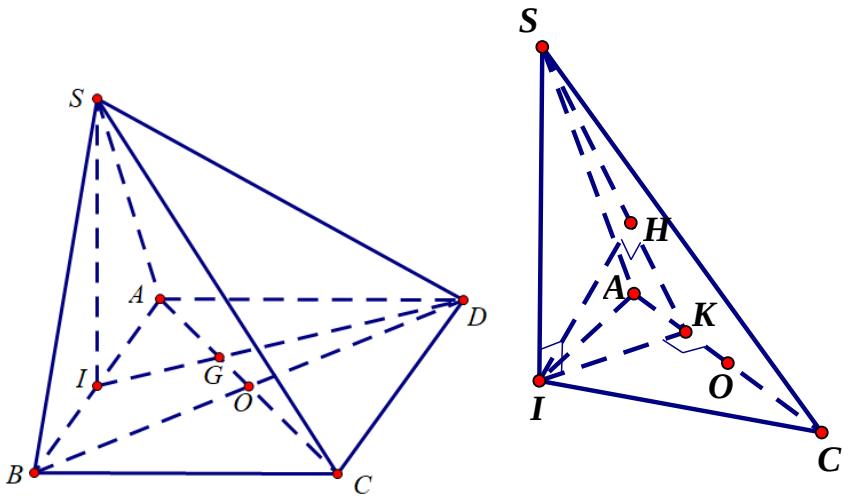
Câu 6: **[1H3-5.3-3] (Câu 39 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC)bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB ta có $SI \perp (ABCD)$ và $\dfrac{d(D;(SAC))}{d(I;(SAC))} = \dfrac{DG}{IG} = 2 \Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC))$.

* Gọi K là trung điểm của AO, H là hình chiếu của I lên SK ta có $IK \perp AC;\ IH \perp (SAC)$

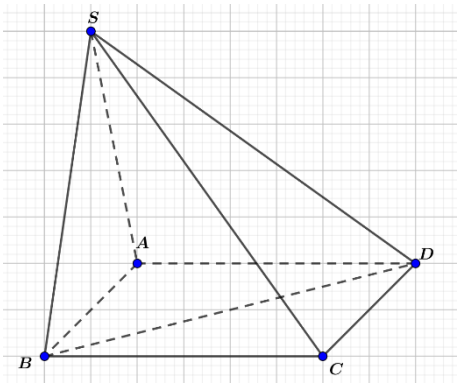
$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH$

* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có: $SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2};\ IK = \dfrac{BO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

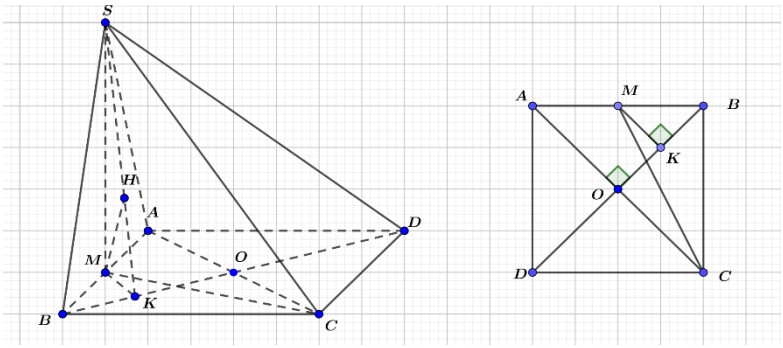
Câu 7: **[1H3-5.3-3] (Câu 39 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng



A. $\frac{\sqrt{21}a}{28}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow SM \perp (ABCD)$. Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} AC \cap (SBD) = O \\ AO = OC \end{cases} \Rightarrow d(C,(SBD)) = d(A,(SBD))$.

Lại có $\begin{cases} AM \cap (SBD) = B \\ AB = 2MB \end{cases} \Rightarrow d(A,(SBD)) = 2d(M,(SBD))$.

Vậy $\frac{d(C;(SBD))}{d(M;(SBD))} = 2$

Kẻ $MK \perp BD$ $(K \in BD)$, kẻ $MH \perp SK$ tại $H \Rightarrow MH = d(M;(SBD))$.

Xét tam giác SMK, ta có

$MK = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

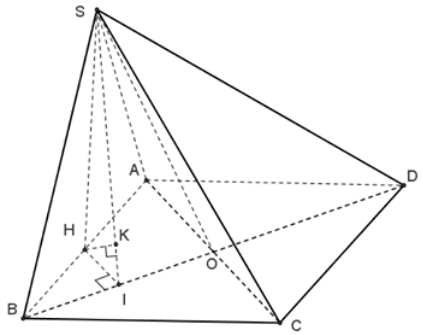
$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{MK^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{21}}{14} \Rightarrow d(C;(SBD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 8: **[1H3-5.3-3] (Câu 40 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm AB. Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $\dfrac{d(H,(SBD))}{d(A,(SBD))} = \dfrac{BH}{BA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d(A,(SBD)) = 2d(H,(SBD))$.

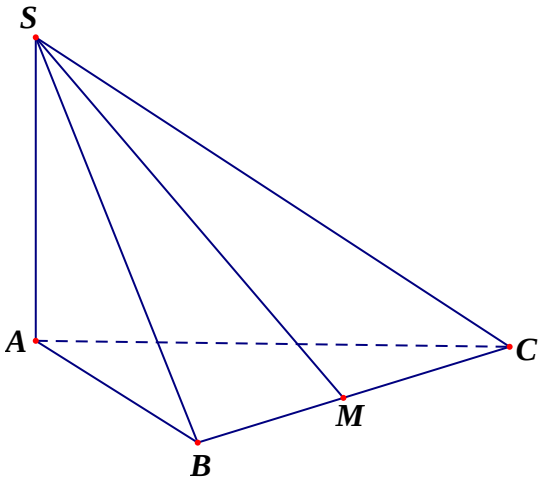
Gọi I là trung điểm OB, suy ra $HI \parallel OA$.

Suy ra $HI = \dfrac{1}{2}OA = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. Lại có $\begin{cases} BD \perp HI \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI)$.

Vẽ $HK \perp SI \Rightarrow HK \perp (SBD)$. Ta có $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra $d(A,(SBD)) = 2d(H,(SBD)) = 2HK = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

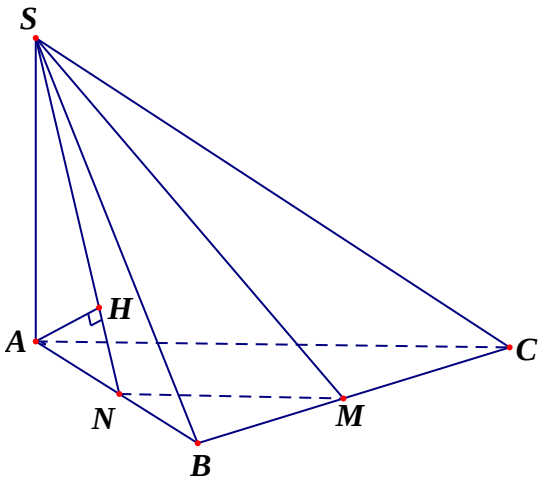
Câu 1: **[1H3-5.4-2] (Câu 46 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{17}a}{17}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi N là trung điểm của AB và H là hình chiếu của A trên SN. Ta có

$$\begin{cases} AC \,//\, \text{MN} \\ MN \subset (SMN) \end{cases} \Rightarrow AC \,//\, (SMN) \Rightarrow d(AC;SM) = d(AC;(SMN)) = d(A;(SMN))$$

Do ABC là tam giác vuông cân tại A nên $MN \perp AB$ mà $MN \perp SA$ do đó $MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp AH$

Vì $\begin{cases} MN \perp AH \\ SN \perp AH \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SMN) \Rightarrow d(A;(SMN)) = AH$

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{17}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{17}a}{17}$

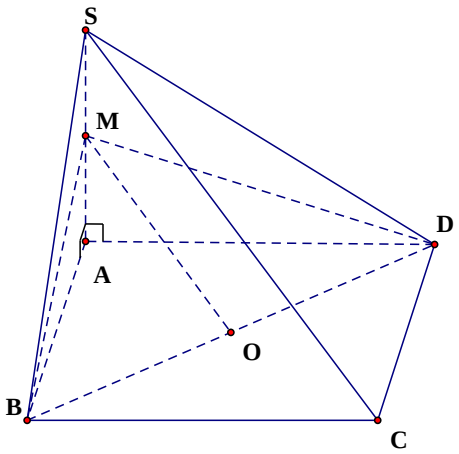
Vậy $d(AC;SM) = \frac{2\sqrt{17}a}{17}$.

Câu 2: **[1H3-5.4-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD, SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$. **B.** $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$. **C.** $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$. **D.** $\frac{a\sqrt{30}}{12}$

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình chữ nhật và M là trung điểm SA, ta có: $SC // (BMD)$.

Do đó $d(SC,BD) = d(SC,(BMD)) = d(S,(BMD)) = d(A,(BMD)) = h$

Ta có: AM, AB, AD đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2}$$

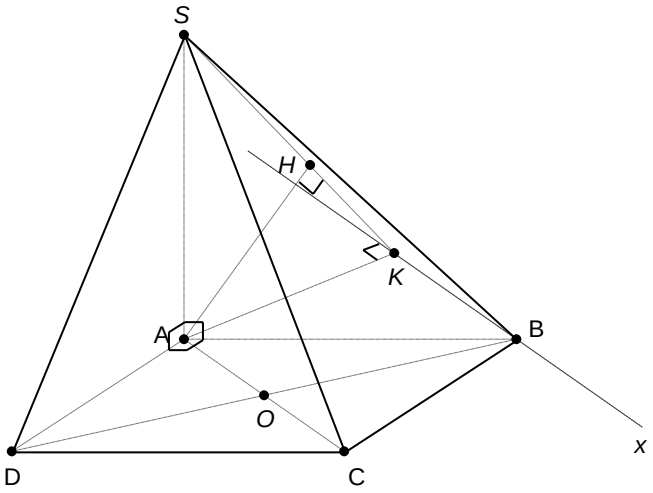
Suy ra: $h = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 3: **[1H3-5.4-2] (Câu 29 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là ình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$ **B.** $\frac{2a}{3}$ **C.** $\frac{a}{2}$ **D.** $\frac{a}{3}$

Lời giải

Chọn B



Từ B kẻ $Bx//AC \Rightarrow AC//(SB,Bx)$

Suy ra $d(AC,SB)=d(AC,(SB,Bx))=d(A,(SB,Bx))$

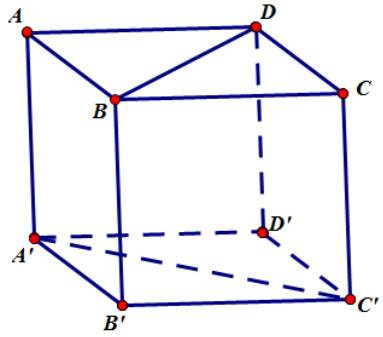
Từ A kẻ $AK\perp Bx(K\in Bx)$ và $AH\perp SK$

Do $\begin{cases}AK\perp Bx\\SA\perp Bx\end{cases}\Rightarrow Bx\perp(SAK)\Rightarrow Bx\perp AH$

Nên $AH\perp(SB,Bx)\Rightarrow d(A,(SB,Bx))=AH$

Ta có ΔBKA đồng dạng với ΔABC vì hai tam giác vuông có $KBA=BAC$

Câu 4: **[1H3-5.4-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



A. $\sqrt{3}a$ **B.** a **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ **D.** $\sqrt{2}a$

Lời giải

Chọn B

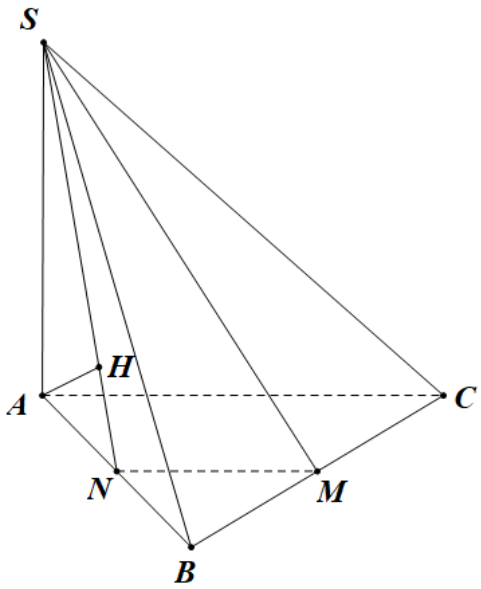
Ta có khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và $A'C'$ bằng khoảng cách giữa mặt phẳng song song $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ thứ tự chứa BD và $A'C'$. Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng a.

Câu 1: **[1H3-5.4-3] (Câu 43 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi N là trung điểm của AB.

Ta có: $\begin{cases} MN \parallel AC \\ MN \in (SMN) \end{cases} \Rightarrow AC \parallel (SMN)$. Khi đó $d_{(AC;SM)} = d_{(AC;(SMN))} = d_{(A;(SMN))}$.

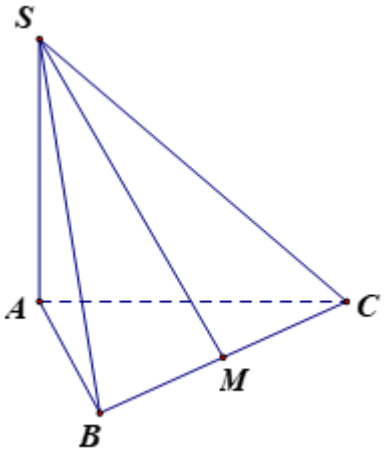
Kẻ $AH \perp SN$. Ta có: $\begin{cases} MN \perp AB \\ MN \perp SA \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp AH$.

Lại có: $\begin{cases} MN \perp AH \\ SN \perp AH \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SMN) \Rightarrow d_{(A;(SMN))} = AH$.

Xét tam giác vuông SAN vuông tại A:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}a}{3}.$$

Câu 2: **[1H3-5.4-3] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

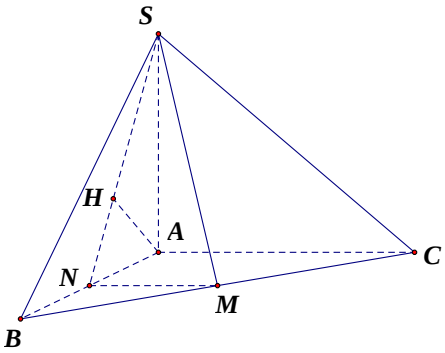


A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1 (Phương pháp hình học thuần túy):



Gọi N là trung điểm của AB, khi đó $MN//AC$. Dựng $AH \perp SN$ tại H.

Dễ dàng chứng minh được $AH \perp (SMN)$.

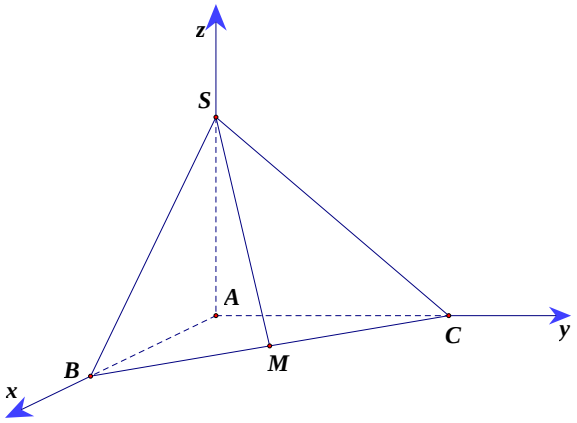
Suy ra $d(AC,SM) = d(AC,(SMN)) = d(A,(SMN)) = AH$.

Trong tam giác SAN vuông tại A có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AN^2}$, trong đó $AS = a$,

$AN = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$.

Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. Vậy $d(AC,SM) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Cách 2 (Phương pháp tọa độ hóa):

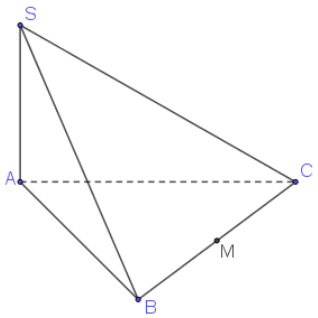


Vì AB, AC, AS đôi một vuông góc nhau nên ta xét hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ và coi 1 đơn vị trên trục là a. Khi đó $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;1;0)$, $S(0;0;1)$, $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

Ta có: $d(SM,AC)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{SM},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AS}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SM},\overrightarrow{AC}\right]\right|}$ với $\overrightarrow{SM}=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-1\right)$, $\overrightarrow{AC}=(0;1;0)$, $\overrightarrow{AS}=(0;0;1)$.

Suy ra $d(SM,AC)=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ mà 1 đơn vị trên trục là a nên ta được $d(SM,AC)=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

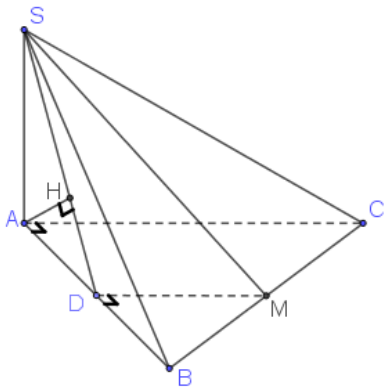
Câu 3: **[1H3-5.4-3] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC **(Tham khảo hình bên)**. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



A. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{39}a}{13}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi D là trung điểm AB suy ra $DM // AC$ **(tính chất đường trung bình)**.

Suy ra $AC // (SDM)$.

Suy ra $\mathrm{d}(AC, SM) = \mathrm{d}(AC, (SDM)) = \mathrm{d}(A, (SDM))$.

Trong mặt phẳng (SAD) dựng $AH \perp SD$ tại H.

Có $\begin{cases} MD \perp AB \\ MD \perp SA \end{cases} \Rightarrow MD \perp (SAB) \Rightarrow MD \perp AH$.

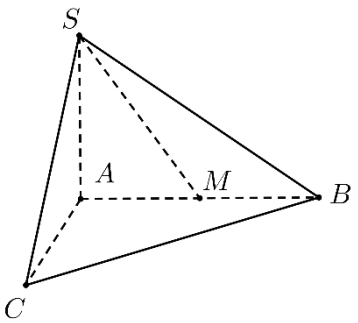
Mà $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp DM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SDM) \Rightarrow \mathrm{d}(A, (SDM)) = AH$.

Xét ΔSAD vuông tại A

Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AD^2} + \dfrac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \dfrac{AD.SA}{\sqrt{AD^2 + SA^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}.\dfrac{a}{2}}{\sqrt{3a^2 + \dfrac{a^2}{4}}} = \dfrac{\sqrt{39}a}{13}$.

Vậy $\mathrm{d}(AC, SM) = \dfrac{\sqrt{39}a}{13}$. Chọn đáp án B.

Câu 4: **[1H3-5.4-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 2a, AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

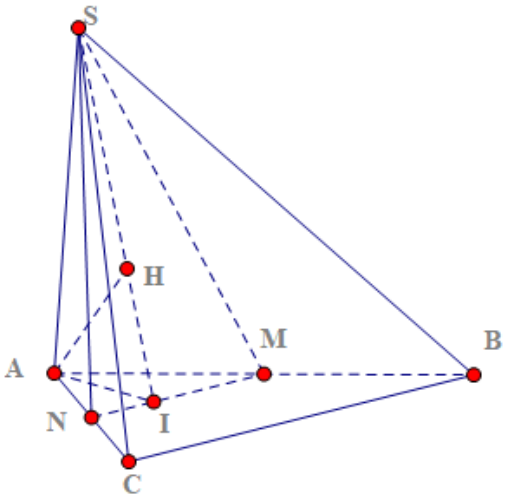


SS

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm cạnh AC, khi đó mặt phẳng $(SMN)//BC$.

Ta có $d(SM,BC)=d(BC,(SMN))=d(B,(SMN))=d(A,(SMN))$.

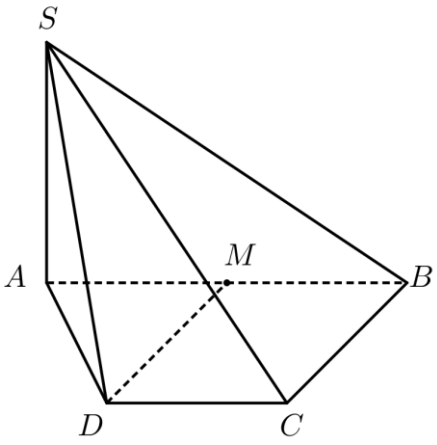
Gọi AI là đường cao trong tam giác vuông AMN, ta có $AI=\frac{AM.AN}{\sqrt{AM^2+AN^2}}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Lại có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp MN$, suy ra $(SAI)\perp(SMN)$.

Kẻ $AH\perp SI\Rightarrow AH\perp(SMN)\Rightarrow d(A,(SMN))=AH=\frac{AI.SA}{\sqrt{AI^2+SA^2}}=\frac{2a}{3}$.

Vậy $d(SM,BC)=\frac{2a}{3}$.

Câu 5: **[1H3-5.4-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, SA vuông góc mặt phẳng đáy, $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$. SA vuông góc với đáy và $SA=3a$ (minh họa hình dưới đây).

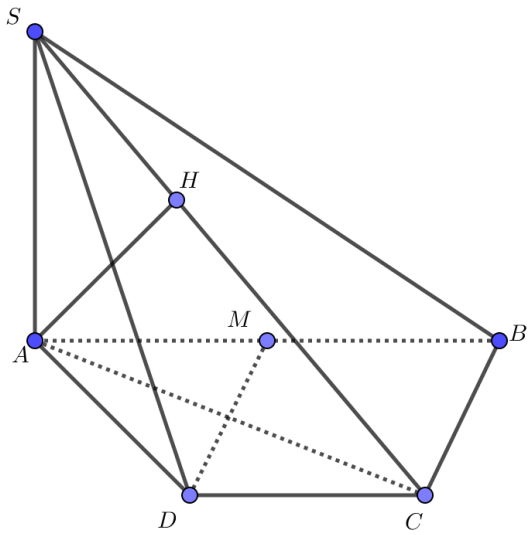


Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

A. $\frac{3}{4}a$. **B.** $\frac{3}{2}a$. **C.** $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}a$

Lời giải

Chọn A



Ta có M là trung điểm của AB.

Theo giả thiết suy ra $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính AB

$\Rightarrow \begin{cases} ACB = 90°; ABC = 60° \\ AC = a\sqrt{3} \end{cases}$

Vì $DM // BC \Rightarrow DM // (SBC)$

Do đó $d(DM, SB) = d(DM, (SBC)) = d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC))$ (vì $MB = \frac{1}{2} AB$)

Kẻ $AH \perp SC$.

Ta lại có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow AH \perp BC$.

Khi đó $\begin{cases} AH \perp SC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có

$$AH^2 = \frac{AC^2 . SA^2}{AC^2 + SA^2} = \frac{\left(a\sqrt{3}\right)^2 . (3a)^2}{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + (3a)^2} = \frac{9a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{3}{2}a.$$

Vậy $d(DM, SB) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} AH = \frac{3a}{4}$.

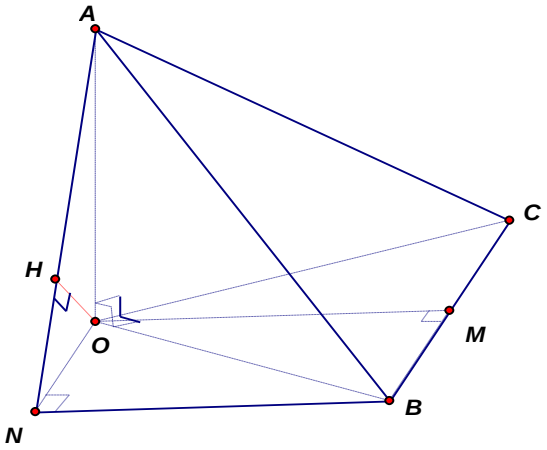
Câu 6: **[1H3-5.4-3] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi

một vuông góc với nhau, $OA=a$ và $OB=OC=2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ **B.** a **C.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}a}{3}$

Lời giải

Chọn D



Ta có ΔOBC vuông cân tại O, M là trung điểm của BC

$\Rightarrow OM \perp BC$

Dựng hình chữ nhật $OMBN$, ta có $\begin{cases} OM // BN \\ BN \subset (ABN) \end{cases} \Rightarrow OM // (ABN)$

$\Rightarrow d(AB,OM)=d(OM,(ABN))=d(O,(ABN))$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AN ta có:

$\begin{cases} BN \perp ON \\ BN \perp OA \end{cases} \Rightarrow BN \perp (OAN) \Rightarrow OH \perp BN$ mà $OH \perp AN$

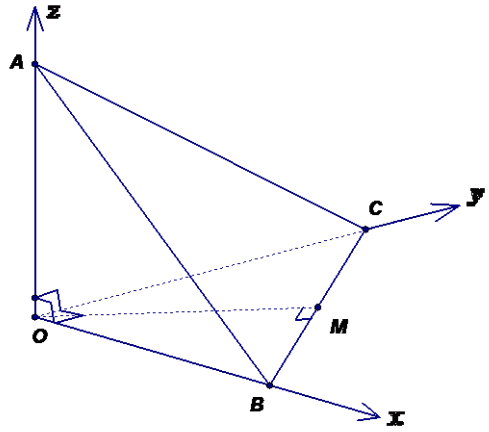
$\Rightarrow OH \perp (ABN) \Rightarrow d(O,(ABN))=OH$

ΔOAN vuông tại O, đường cao OH

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{ON^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{BM^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{4}{BC^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{4}{OB^2+OC^2}$$

$$=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{4a^2+4a^2}=\frac{3}{2a^2} \Rightarrow OH^2=\frac{2a^2}{3} \Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(AB,OM)=OH=\frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Nhận xét:



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó $O(0;0;0), B(2a;0;0), C(0;2a;0), A(0;0;a)$

M là trung điểm của $BC \Rightarrow M(a;a;0)$

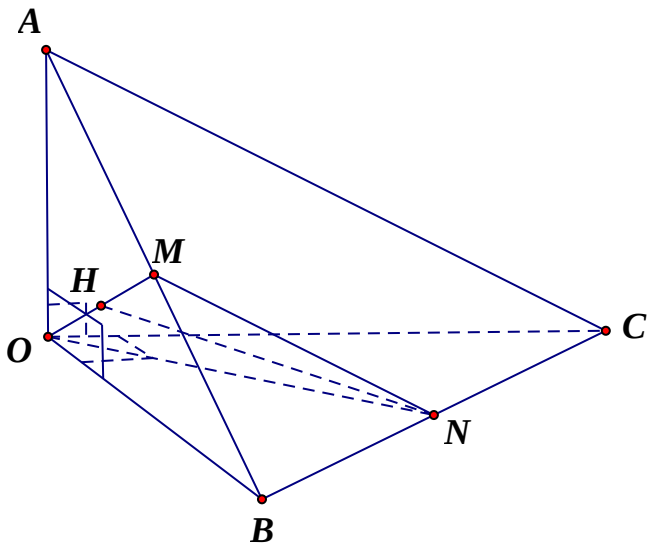
Ta có $\overrightarrow{OM}=(a;a;0); \overrightarrow{OB}=(0;2a;0); \overrightarrow{AB}=(2a;0;-a)$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{AB}\right]=(-a^2;a^2;-2a^2) \Rightarrow d(AB,OM)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{AB}\right].\overrightarrow{OB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{AB}\right]\right|}=\frac{2a^3}{\sqrt{a^4+a^4+4a^4}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 7: **[1H3-5.4-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA=OB=a$, $OC=2a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{2a}{3}$

Lời giải



Chọn D

Gọi N là trung điểm của BC suy ra $MN//AC \Rightarrow AC//(OMN)$

$\Rightarrow d(OM;AC)=d(C;(OMN))=d(B;(OMN))$.

$V_{A.OBC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a.a.2a=\frac{1}{3}a^3$.

$\frac{V_{M.OBC}}{V_{A.OBC}}=\frac{d\left(M;(ABC)\right)}{d\left(A;(ABC)\right)}.\frac{S_{OBN}}{S_{OBC}}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{M.OBC}=\frac{1}{12}a^3$.

Xét tam giác vuông cân AOB: $OM=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Xét tam giác vuông BOC: $ON=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2+a^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$.

Xét tam giác BAC: $MN=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+(2a)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$.

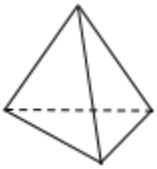
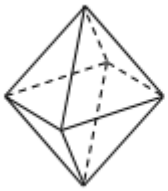
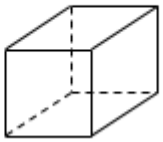
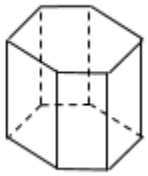
Trong tam giác cân OMN, gọi H là trung điểm của OM ta có

$\text{NH}=\sqrt{NM^2-HM^2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}a$.

Suy ra $S_{OMN}=\frac{1}{2}OM.NH=\frac{3}{8}a^2$.

Vậy $d\left(B;OMN\right)=\frac{3V_{M.OBN}}{S_{OMN}}=\frac{2}{3}a$.

Câu 1: **[2H1-1.1-1] (Câu 36 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?

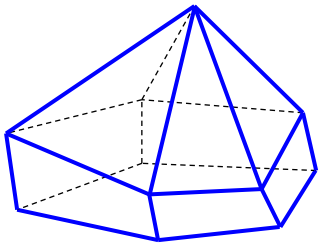
A. Tứ diện đều. **B.** Bát diện đều. **C.** Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Chọn A

Dễ dàng thấy hình bát diện đều, hình lập phương và hình lăng trục lục giác đều có tâm đối xứng. Còn tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 1: **[2H1-1.2-1] (Câu 20 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt?



A. 6 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 11

Lời giải

Chọn D

Đếm đáy hình chóp có 5 mặt tam giác và 5 mặt tứ giác và 1 mặt ngũ giá **C.** Vậy có 11 mặt.

Câu 1: **[2H1-1.2-2] (Câu 16 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} h=a \\ S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow V=h.S=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 1: **[2H1-1.3-2] (Câu 25 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giá C.

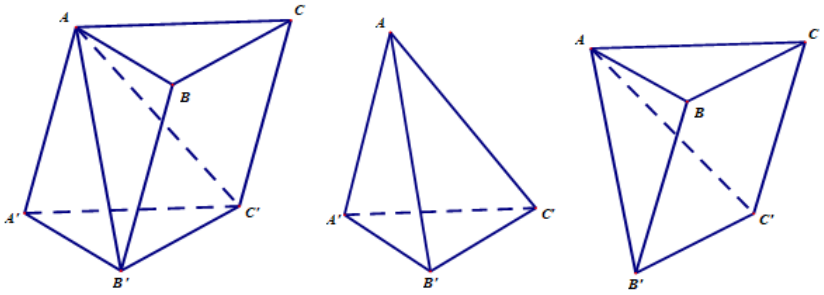
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giá C.

C. Hai khối chóp tam giá C.

D. Hai khối chóp tứ giá C.

Lời giải

Chọn B



Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối chóp

Chóp tam giác: $A.A'B'C'$ và chóp tứ giác: $A.BB'C'C$.

Câu 1: **[2H1-1.5-1] (Câu 18 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng. **B.** 3 mặt phẳng. **C.** 6 mặt phẳng. **D.** 9 mặt phẳng.

Lời giải

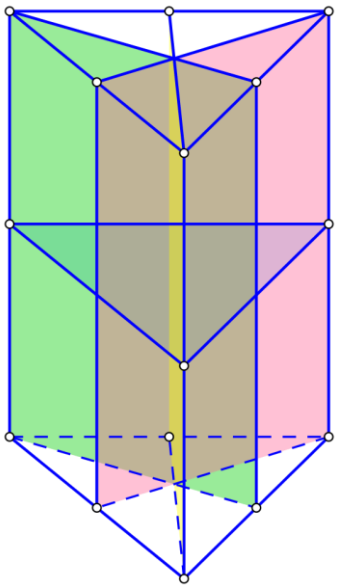
Chọn B

Câu 1: [2H1-2.3-2] **(Câu 23 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng. **C.** 2 mặt phẳng. **D.** 3 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A



Lăng trụ đều có 4 mặt phẳng đối xứng là:

Mặt phẳng cách đều 2 đáy.

3 mặt phẳng chứa 1 cạnh bên và trung điểm cạnh đáy.

Câu 1: **[2H1-3.0-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$ **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{8}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.8a^2.a=\frac{8}{3}a^3$.

Câu 1: **[2H1-3.1-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=4\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=8a^2$.

Lời giải

Chọn C

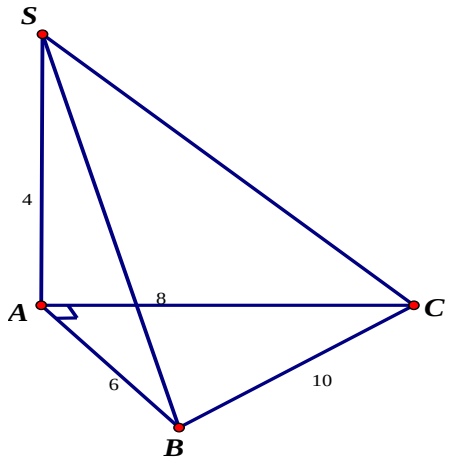
Ta thấy hình bát diện đều có 8 mặt, mỗi mặt là một tam giác đều cạnh a có diện tích là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Suy ra $S=8.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}a^2$.

Câu 1: **[2H1-3.2-2] (Câu 16 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA=4, AB=6, BC=10$ và $CA=8$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=40$. **B.** 192. **C.** $V=32$. **D.** $V=24$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AB^2+AC^2=BC^2$ suy ra tam giác ABC vuông tại A,do đó diện tích tam giác ABC là:

$$S=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}.6.8=24$$

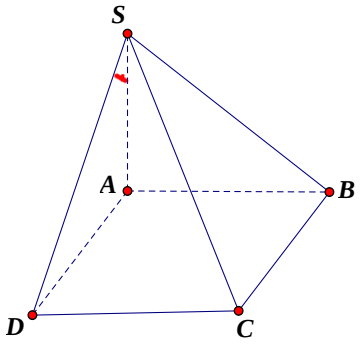
Có $V_{SABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.4.24=32$.

Câu 2: **[2H1-3.2-2] (Câu 36 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$ **B.** $V=\sqrt{3}a^3$ **C.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Góc giữa SD và mp là $DSA = 30^0$.

Ta có $SA = \dfrac{AD}{\tan 30^0} = a\sqrt{3}$.

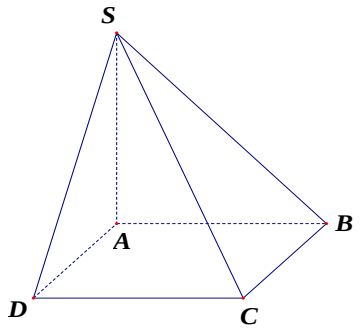
$V = \dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{3} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3: **[2H1-3.2-2] (Câu 36 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $V = \sqrt{2}a^3$ **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

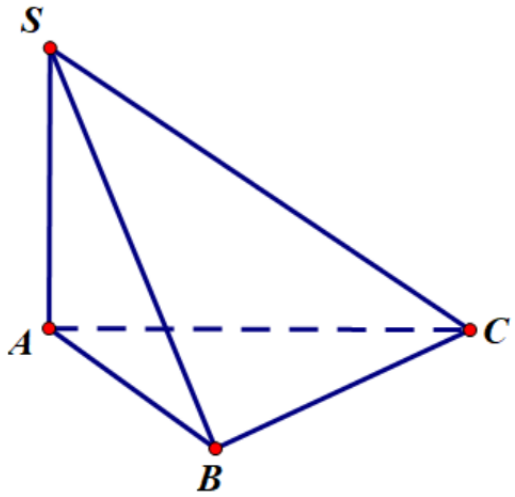
Chọn D



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

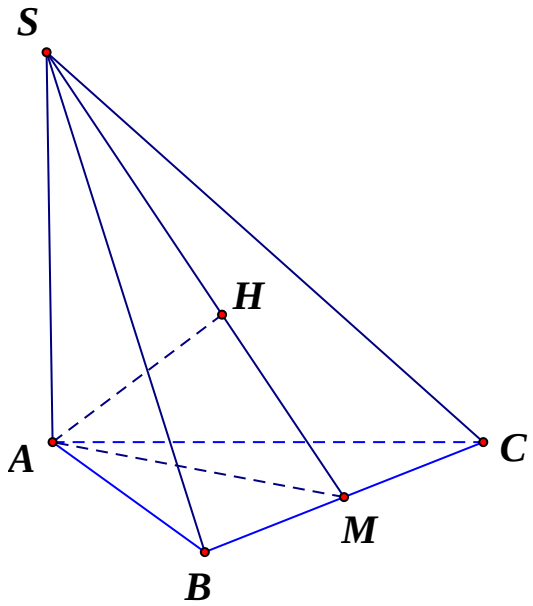
Câu 1: **[2H1-3.2-3] (Câu 43 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45^0 (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$.

Kẻ $AH \perp SM$ tại H thì $AH \perp (SBC)$. Suy ra góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng $ASH = ASM = 45°$. Do đó, ΔSAM vuông cân ở A và $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

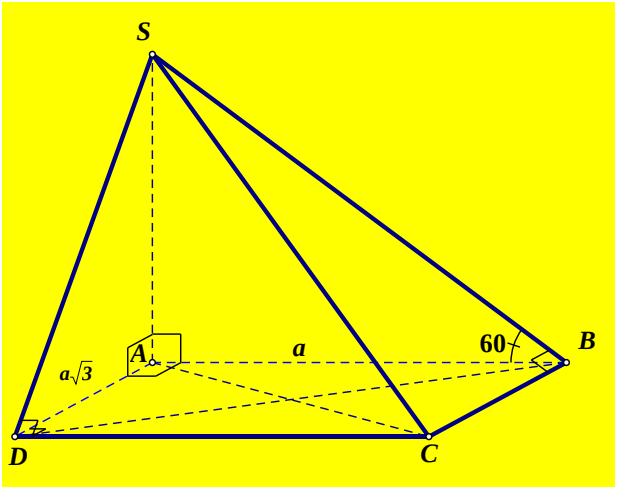
Suy ra $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3}{8}$.

Câu 2: **[2H1-3.2-3] (Câu 36 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3}{3}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **C.** $V=a^3$ **D.** $V=3a^3$

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD}=\sqrt{3}a^2$.

Vì $\begin{cases}(SBC)\cap(ABCD)=BC\\BC\perp SB\subset(SBC)\\BC\perp AB\subset(ABCD)\end{cases}\Rightarrow((SBC),(ABCD))=(SB;AB)=SBA$.

Vậy $SBA=60^o$

Xét tam giác vuông SAB có: $\tan 60^o=\frac{SA}{AB}\Rightarrow SA=AB.\tan 60^o=a\sqrt{3}$

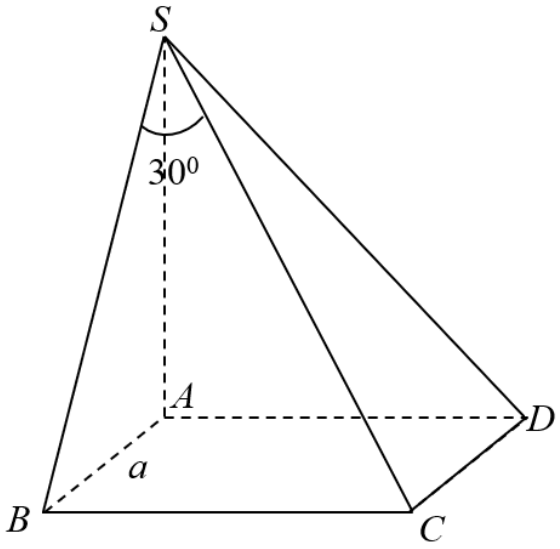
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3}=a^3$.

Câu 3: **[2H1-3.2-3] (Câu 43 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **C.** $V=\frac{2a^3}{3}$ **D.** $V=\sqrt{2}a^3$

Lời giải

Chọn B



$\begin{cases} BC \perp BA \quad (ABCD \text{ là hình vuông}) \\ BC \perp SA \quad (SA \perp (ABCD)) \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \left(SC,(SAB)\right) = BSC = 30^{\circ}$

ΔSBC vuông tại B: $\tan 30^0 = \dfrac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \dfrac{BC}{\tan 30^0} = \sqrt{3}a$

ΔSAB vuông tại A: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = \sqrt{2}a$

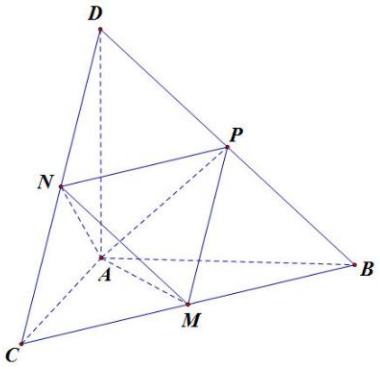
$V = \dfrac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\sqrt{2}a.a^2 = \dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$

Câu 1: **[2H1-3.3-2] (Câu 37 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a$, $AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V=\frac{7}{2}a^3$ **B.** $V=14a^3$ **C.** $V=\frac{28}{3}a^3$ **D.** $V=7a^3$

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{3}AB.\frac{1}{2}AD.AC=\frac{1}{6}6a.7a.4a=28a^3$

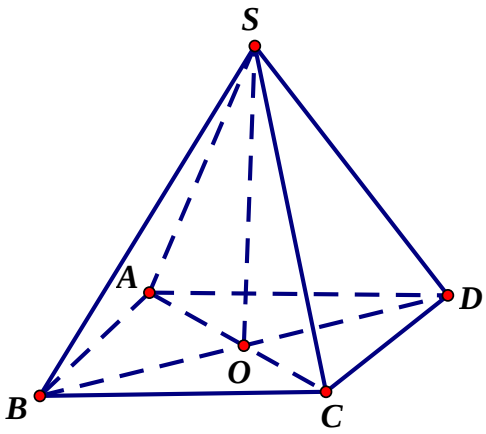
Ta nhận thấy $S_{MNP}=\frac{1}{2}S_{MNPD}=\frac{1}{4}S_{BCD}\Rightarrow V_{AMNP}=\frac{1}{4}V_{ABCD}=7a^3$.

Câu 1: **[2H1-3.4-2] (Câu 27 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Ta có:

+ $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = a\sqrt{2}$; $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$.

+ $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.

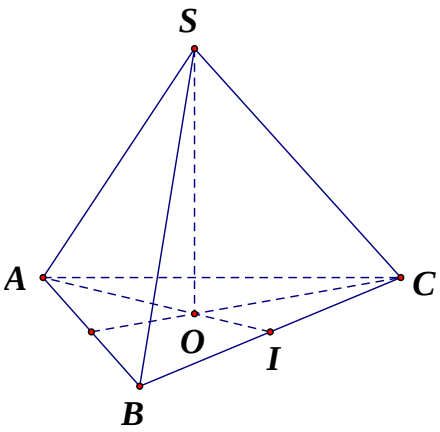
Vậy $V = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2 = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 2: **[2H1-3.4-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC, khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Theo định lý Pitago ta có $AI=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, và

$AO=\frac{2}{3}AI=\frac{2a\sqrt{3}}{3.2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

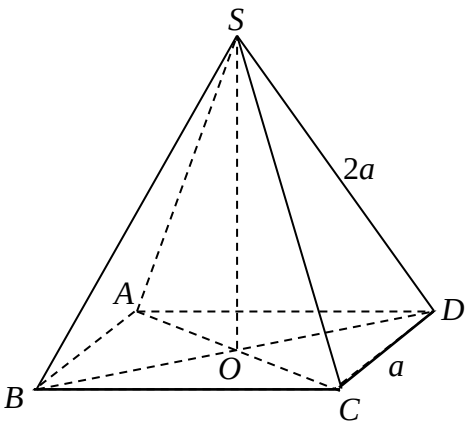
Câu 3: **[2H1-3.4-2] (Câu 21 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính tích V của khối chóp tứ giác đã cho.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **C.** $V=\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Lời giải

Chọn D

$S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều $\Rightarrow$ $ABCD$ là hình vuông và $SO\perp(ABCD)$, O là tâm của hình vuông.



$$OD = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}a$$

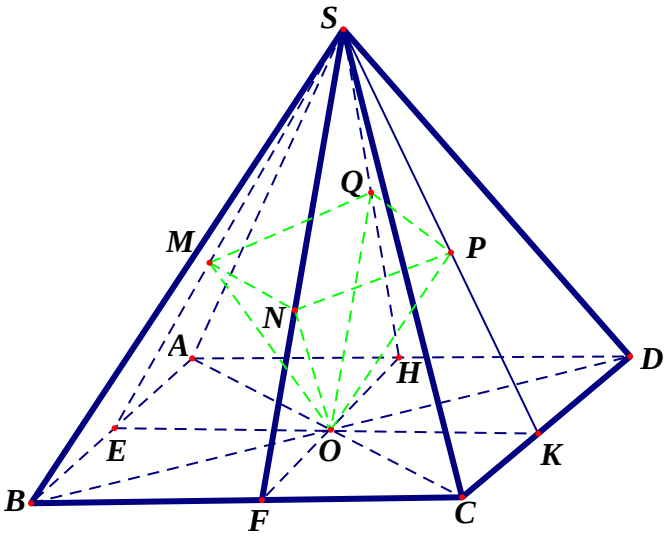
$$V = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{14}}{2}a.a^2 = \frac{\sqrt{14}}{6}a^3$$

Câu 1: **[2H1-3.4-3] (Câu 45 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SCD)$ và (SDA). Thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $\frac{64a^3}{81}$. **C.** $\frac{128a^3}{81}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E,F,K,H lần lượt là trung điểm của AB,BC,CD,DA và M,N,P,Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên $SE,SF,SK,SH \Rightarrow M,N,P,Q$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SCD),(SDA)$.

Ta có $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{(2\sqrt{3}a)^2-(2\sqrt{2}a)^2}=2a=OE=OF=OK=OH$

$\Rightarrow$ các tam giác SOE,SOF,SOK,SOH vuông cân tại O và bằng nhau nên M,N,P và Q lần lượt là trung điểm của của $SE,SF,SK,SH \Rightarrow MNPQ$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$

Mặt khác ta có $OM=ON=OP=OQ=a\sqrt{2} \Rightarrow O.MNPQ$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên có đường cao bằng $\sqrt{(a\sqrt{2})^2-\left(\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.\sqrt{2}\right)^2}=a$.

Khi đó thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng $\frac{1}{3}.a.(a\sqrt{2})^2=\frac{2a^3}{3}$

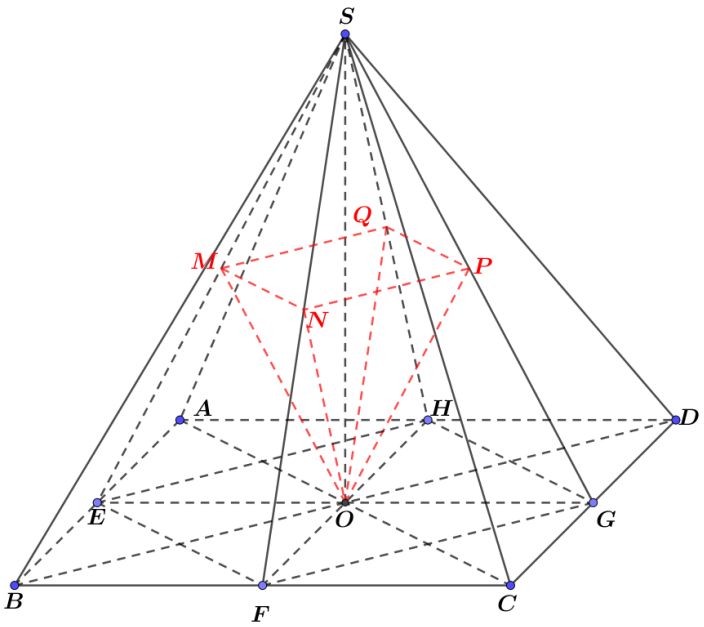
Câu 2: **[2H1-3.4-3] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $\frac{3\sqrt{3}a}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P

và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\frac{9a^3}{16}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{9a^3}{32}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SO \\ AB \perp OE \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOE) \Rightarrow (SAB) \perp (SOE)$.

Mặt khác: $(SAB) \cap (SOE) = SE$ đồng thời M là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (SAB) nên $OM \perp SE$ tại M.

Ta có: $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2} = OE$.

Khi đó tam giác SOE vuông cân tại $O \Rightarrow M$ là trung điểm SE.

Chứng minh tương tự ta cũng có N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SF, SG, SH.

Khi đó $d(O,(MNPQ)) = d(S,(MNPQ)) = \frac{1}{2}SO = \frac{3a}{4}$, $S_{MNPQ} = \frac{1}{4}S_{EFGH} = \frac{1}{8}S_{ABCD} = \frac{9a^2}{8}$.

Suy ra $V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ}.d(O,(MNPQ)) = \frac{1}{3}.\frac{3a}{4}.\frac{9a^2}{8} = \frac{9a^3}{32}$.

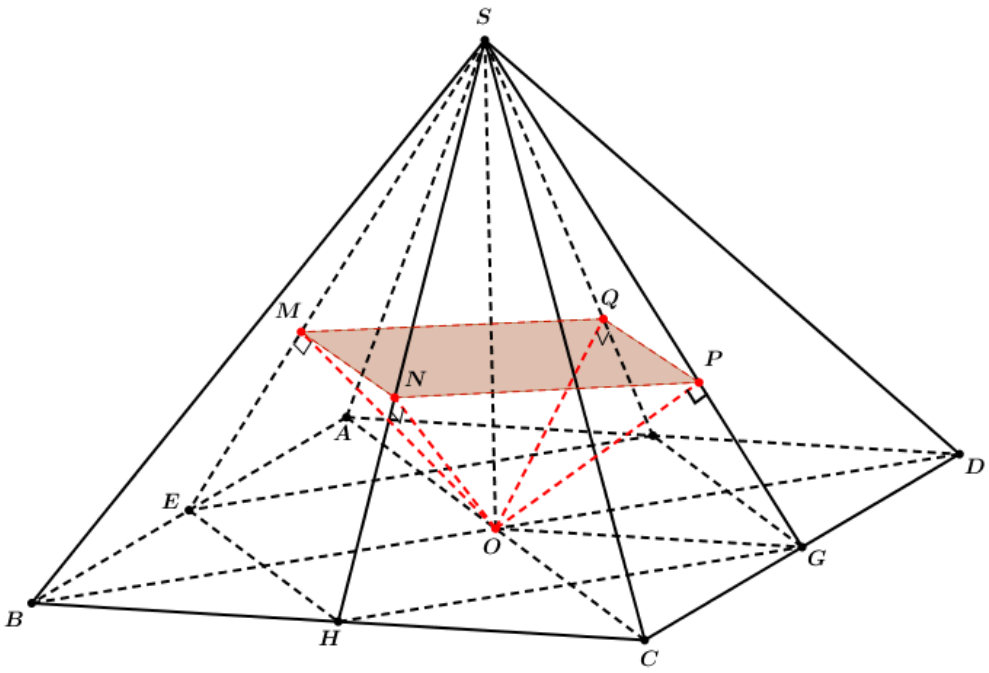
Vậy $V_{O.MNPQ}=\frac{9a^3}{32}$.

Câu 1: **[2H1-3.4-4] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hình chóp đều $ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SCD),(SDA)$. Thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\frac{a^3}{48}$. **B.** $\frac{2a^3}{81}$. **C.** $\frac{a^3}{81}$. **D.** $\frac{a^3}{96}$.

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết ta có $OA=\frac{a\sqrt{2}}{2}, SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{4}-\frac{2a^2}{4}}=\frac{a}{2}$.

Gọi E là trung điểm của AB, kẻ $OM\perp SE\ (M\in SE)\Rightarrow OM\perp(SAB)$.

Và $\frac{SM}{SE}=\frac{SO^2}{SO^2+OE^2}=\frac{\frac{a^2}{4}}{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}=\frac{1}{2}\Rightarrow M$ là trung điểm của SE.

Chứng minh tương tự với các điểm N,P,Q.

$\Rightarrow$ Diện tích tứ giác $MNPQ$ là $\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2=\frac{a^2}{8}$ và $d\left(O;(MNPQ)\right)=\frac{1}{2}SO=\frac{a}{4}$.

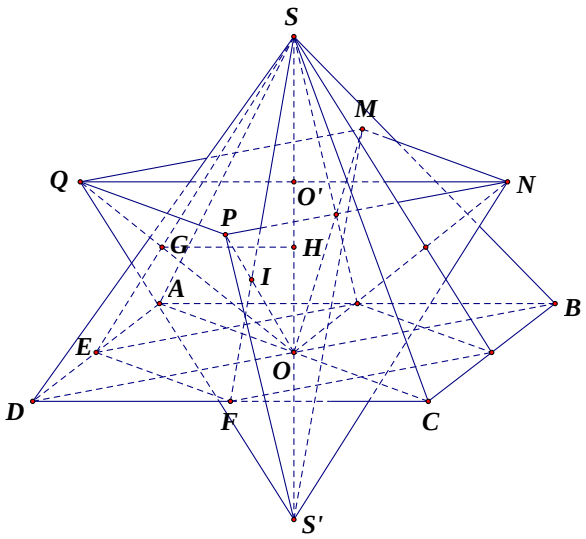
$\Rightarrow V_{O.MNPQ}=\frac{1}{3}.\frac{a}{4}.\frac{a^2}{8}=\frac{a^3}{96}$.

Câu 2: **[2H1-3.4-4] (Câu 45 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. **B.** $\frac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. **C.** $\frac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. **D.** $\frac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh đều bằng $a \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi G, I lần lượt là trọng tâm các tam giác SDA, SDC.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm DA, DC.

Ta có $GI = \frac{2}{3}EF$, $EF = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow GI = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Mà G, I lần lượt là trung điểm của $OQ, OP \Rightarrow QP = 2GI = \frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

Từ giả thiết cho dễ dàng suy ra được $MNPQ$ là hình vuông cạnh $PQ = \frac{2\sqrt{2}a}{3}$

$\Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{8a^2}{9}$.

Gọi O' là tâm hình vuông $MNPQ$ kẻ $GH // QO' (H \in OO') \Rightarrow H$ là trung điểm OO' (vì G là trung điểm OQ).

Ta có $QO' = \frac{2\sqrt{2}a}{3}.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2a}{3}$ và $OO' = 2OH = 2.\frac{1}{3}.SO = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

Theo giả thiết $OS' = OS = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S'O' = S'O + OO' = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} + \dfrac{a\sqrt{2}}{3} = \dfrac{5\sqrt{2}a}{6}$

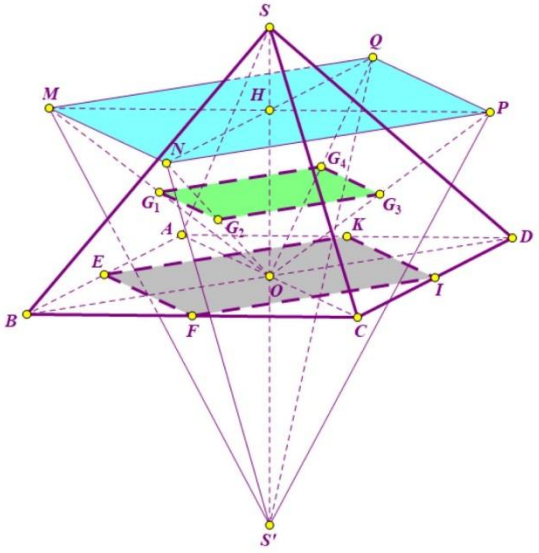
$V_{S'.MNPQ} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{5\sqrt{2}a}{6}.\dfrac{8a^2}{9} = \dfrac{20\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 3: **[2H1-3.4-4] (Câu 47 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$.

A. $\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{40\sqrt{6}a^3}{81}$. **C.** $\dfrac{10\sqrt{6}a^3}{81}$. **D.** $\dfrac{20\sqrt{6}a^3}{81}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA.

E, F, I, K lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA.

Ta có: $S_{MNPQ} = 4S_{G_1G_2G_3G_4} = 4.\dfrac{4}{9}S_{EFIK} = \dfrac{16}{9}\cdot\dfrac{1}{2}S_{ABCD} = \dfrac{8}{9}a^2$.

$SO = \sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{2a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow S'H = S'O + OH = SO + \dfrac{2}{3}SO = \dfrac{5a\sqrt{6}}{6}$.

$\Rightarrow V_{S'.MNPQ} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{5a\sqrt{6}}{6}\cdot\dfrac{8}{9}a^2 = \dfrac{20a^3\sqrt{6}}{81}$ (đvtt).

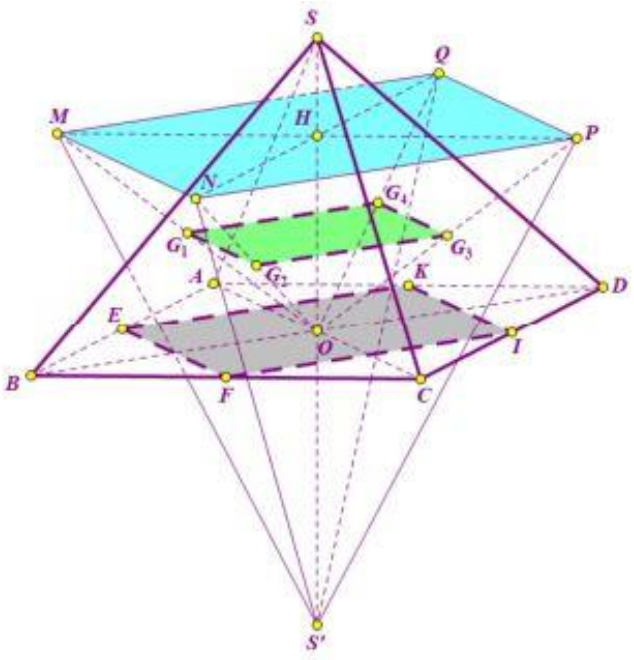
Câu 4: **[2H1-3.4-4] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm

đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích khối chóp $S'MNPQ$ bằng

A. $\frac{40\sqrt{10}a^3}{81}$. **B.** $\frac{10\sqrt{10}a^3}{81}$. **C.** $\frac{20\sqrt{10}a^3}{81}$. **D.** $\frac{2\sqrt{10}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB, \Delta SBC, \Delta SCD, \Delta SAD$.

Do $G_1G_2 // G_3G_4 // EF; G_1G_2 = G_3G_4 = \frac{1}{2}EF \Rightarrow$ Tứ giác $G_1G_2G_3G_4$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN // PQ // G_1G_2, MN = PQ = 2G_1G_2 \Rightarrow$ Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Gọi $H = QN \cap MP$. Ta có: $\frac{SH}{SO} = \frac{1}{3}$.

Ta có: $SO = \sqrt{\left(\sqrt{3}a\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Ta có: $V_{S'.MNPQ} = 5.V_{S.MNPQ} = 5.2V_{S.G_1G_2G_3G_4} = 5.2.\left(\frac{2}{3}\right)^3.V_{S.EFIK} = \frac{80}{27}.V_{S.EFIK}$

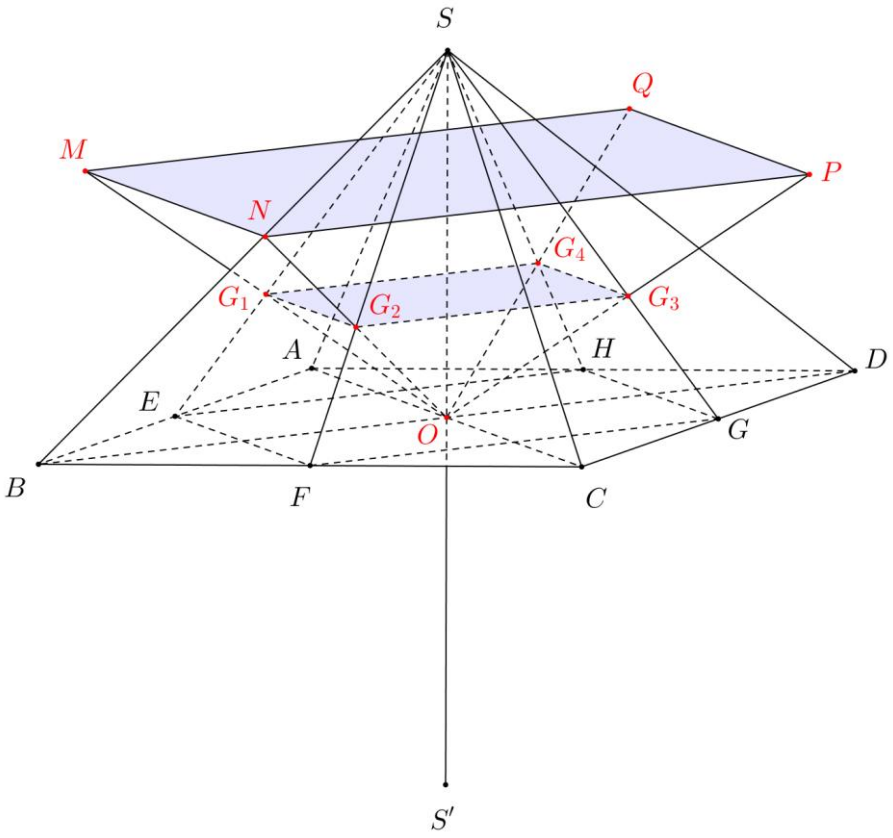
$= \frac{80}{27}.\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{10}}{2}.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{20\sqrt{10}a^3}{81}$.

Câu 5: **[2H1-3.4-4] (Câu 47 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. **B.** $\frac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. **C.** $\frac{10\sqrt{14}a^3}{81}$. **D.** $\frac{2\sqrt{14}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm $\Delta SAB, \Delta SBC, \Delta SCD, \Delta SDA$.

E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA.

Ta có $S_{MNPQ} = 4S_{G_1G_2G_3G_4} = 4.\frac{4}{9}S_{EFGH} = 4.\frac{4}{9}.\frac{1}{2}EG.HF = \frac{8a^2}{9}$.

$$\begin{aligned} d\left(S',(MNPQ)\right) &= d\left(S',(ABCD)\right) + d\left(O,(MNPQ)\right) \\ &= d\left(S,(ABCD)\right) + 2d\left(O,(G_1G_2G_3G_4)\right) \\ &= d\left(S,(ABCD)\right) + \frac{2}{3}d\left(S,(ABCD)\right) \\ &= \frac{5}{3}d\left(S,(ABCD)\right) = \frac{5a\sqrt{14}}{6} \end{aligned}$$

Vậy $V_{S'.MNPQ} = \frac{1}{3}\cdot\frac{5a\sqrt{14}}{6}\cdot\frac{8a^2}{9} = \frac{20a^3\sqrt{14}}{81}$.

Câu 1: **[2H1-3.5-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=7a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{6}a^3$. **B.** $\frac{7}{2}a^3$. **C.** $\frac{7}{3}a^3$. **D.** $7a^3$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính thể tích ta được $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{7}{3}a^3$.

Câu 2: **[2H1-3.5-1] (Câu 2 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D

Công thức thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}3a^2.a=a^3$.

Câu 3: **[2H1-3.5-1] (Câu 22 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{5}{6}a^3$. **B.** $\frac{5}{2}a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $\frac{5}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp đã cho $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.5a^2.a=\frac{5}{3}a^3$.

Câu 4: **[2H1-3.5-1] (Câu 21 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 10. **B.** 30. **C.** 90. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

$V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.6.5=10$.

Câu 5: **[2H1-3.5-1] (Câu 12 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $18a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}3a^2.6a=6a^3$.

Câu 6: **[2H1-3.5-1] (Câu 15 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$, chiều cao $h=8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}.3.8=8$.

Câu 7: **[2H1-3.5-1] (Câu 12 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.2.3=2.$

Câu 8: **[2H1-3.5-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng.

A. 6 **B.** 12 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Tác giả:Tăng Duy Hùng

Phản biện1:Xuân Hưng Lê Phản biện2: Tuấn Minh

Chọn C

Ta có $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.3.2=2$

Câu 9: **[2H1-3.5-1] (Câu 18 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.6.2=4$.

Câu 10: **[2H1-3.5-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.3.4=4$.

Câu 11: **[2H1-3.5-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $16a^3$

Lời giải

Chọn A

$V=S_{day}.h=a^2.4a=4a^3$.

Câu 12: **[2H1-3.5-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V=\frac{1}{3}Bh$ **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$ **C.** $V=Bh$ **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là: $V=\frac{1}{3}Bh$

Câu 1: **[2H1-3.5-2] (Câu 15 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$ **B.** $\frac{2}{3}a^3$ **C.** $2a^3$ **D.** $\frac{4}{3}a^3$

Lời giải

Chọn B

Khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a nên có diện tích đáy: $S_{đáy}=a^2$.

Chiều cao $h=2a$.

Vậy thể tích khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}.S_{đáy}.h=\frac{1}{3}.a^2.2a=\frac{2}{3}a^3$.

Câu 2: **[2H1-3.5-2] (Câu 35 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\frac{\sqrt{3}a}{6}$ **B.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{2}$ **C.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{3}$ **D.** $h=\sqrt{3}a$

Lời giải

Chọn D

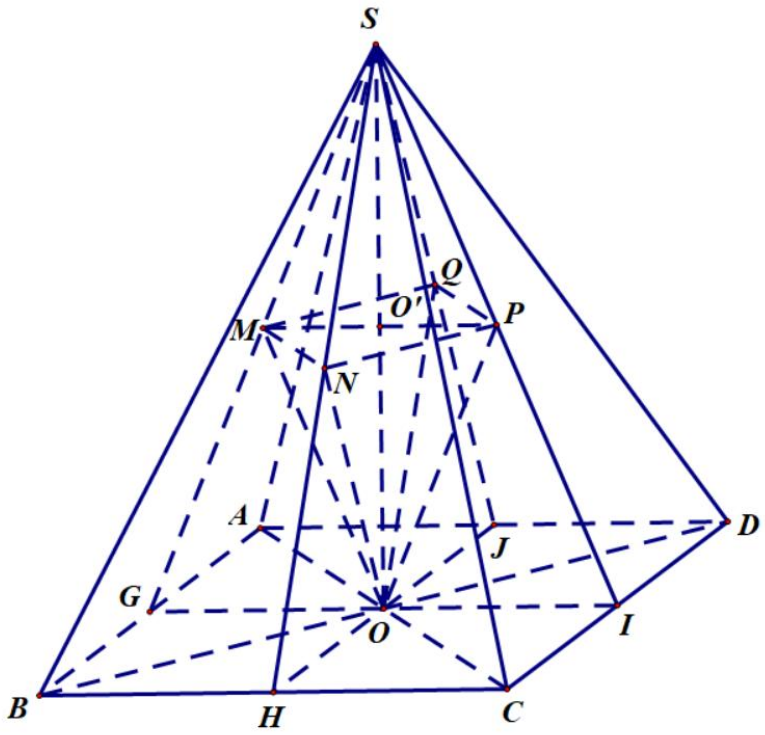
Do đáy là tam giác đều cạnh $2a$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Mà $V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h \Rightarrow h=\frac{3V}{S_{\Delta ABC}}=\frac{3a^3}{\sqrt{3}a^2}=\sqrt{3}a$

Câu 1: **[2H1-3.5-4] (Câu 46 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ và O là tâm đáy. Gọi M,N,P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\frac{8a^3}{81}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{16a^3}{81}$.

Lời giải



Chọn C

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên có $SO \perp (ABCD)$.

Xét tam giác SOA vuông tại O có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a$.

Gọi G,H,I,J lần lượt là trung điểm của AB,BC,CD,DA.

Ta có $AB \perp GO, AB \perp SO \Rightarrow AB \perp (SOG)$ mà $AB \perp (SAB)$ nên $(SGO) \perp (SAB)$ do đó M là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB) suy ra $M \in SG$ và $OM \perp SG$.

Xét $\triangle SOG$ vuông tại O có $SO = OG = a$, $OM \perp SG$ nên M là trung điểm của SG.

Hoàn toàn tương tự có N,P,Q lần lượt là trung điểm của SH,SI,SJ.

Do đó dễ thấy $O.MNPQ$ là chóp tứ giác đều có đường cao $OO' = \frac{1}{2}SO = \frac{a}{2}$ và cạnh đáy

$MN = \frac{1}{2}GH = \frac{1}{4}AC = \frac{2a\sqrt{2}}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng $V_{O.MNPQ}=\frac{1}{3}OO'.S_{MNPQ}=\frac{1}{3}\frac{a}{2}.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{a^3}{12}$.

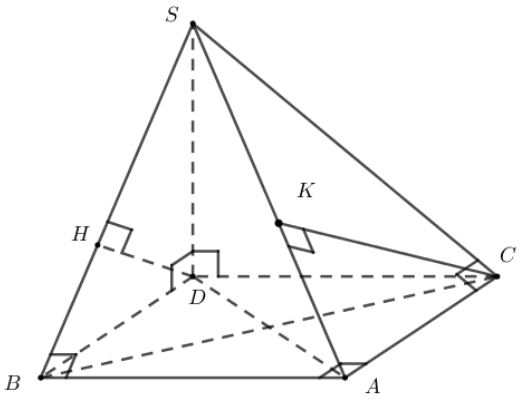
Câu 2: **[2H1-3.5-4] (Câu 49 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AB=a, SBA=SCA=90°$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2}{2}$.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC).

Ta có $\begin{cases}AB\perp SB\\AB\perp SD\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SBD)\Rightarrow AB\perp BD$.

Tương tự, ta có $AC\perp CD$

$\Rightarrow ABDC$ là hình vuông cạnh a.

Đặt $SD=x, x>0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên $SB\Rightarrow DH=\frac{DB.DS}{\sqrt{DB^2+DS^2}}=\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$.

Ta có $\begin{cases}DH\perp SB\\DH\perp AB\end{cases}\Rightarrow DH\perp(SAB)\Rightarrow d\left(D,(SAB)\right)=DH=\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$.

Lại có $CD//AB\Rightarrow CD//(SAB)\Rightarrow d\left(C,(SAB)\right)=d\left(D,(SAB)\right)=DH$.

ΔSCA vuông tại C, có $AC=a, SC=\sqrt{x^2+a^2}$.

Kẻ $CK\perp SA\Rightarrow CK=\frac{CA.CS}{\sqrt{CA^2+CS^2}}=\frac{a.\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2+2a^2}}$.

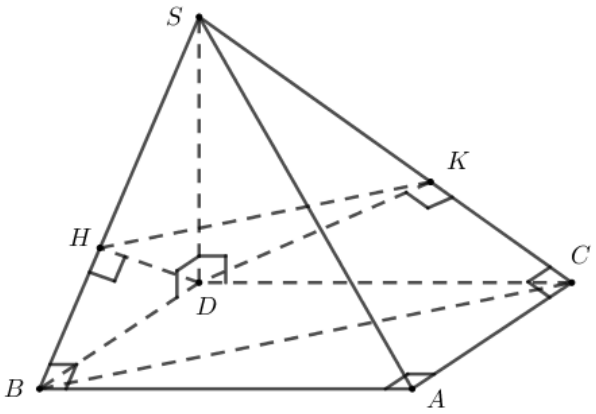
Vì $(SAB)\cap(SAC)=SA\Rightarrow \sin\left((SAB),(SAC)\right)=\dfrac{d\left(C,(SAB)\right)}{d\left(C,SA\right)}=\dfrac{DH}{CK}$

$$\Leftrightarrow \sin 60^\circ=\frac{\dfrac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}}{\dfrac{a\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2+2a^2}}}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{x\sqrt{x^2+2a^2}}{x^2+a^2}\Leftrightarrow 3\left(x^2+a^2\right)^2=4x^2\left(x^2+2a^2\right)\Rightarrow x=a.$$

$\Rightarrow DH=a$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SD=\dfrac{a^3}{6}$.

Cách 2:



Dựng hình vuông $ABCD\Rightarrow SD\perp(ABCD)$.

Đặt $SD=x,x>0$.

Kẻ $DH\perp SB,(H\in SB)\Rightarrow DH\perp(SAB)$ và $DH=\dfrac{ax}{\sqrt{x^2+a^2}}$.

Kẻ $DK\perp SC,(K\in SC)\Rightarrow DK\perp(SAC)$ và $DK=\dfrac{ax}{\sqrt{x^2+a^2}}$.

Ta có $\dfrac{SH}{SB}=\dfrac{SK}{SC}=\dfrac{SD^2}{SB^2}=\dfrac{x^2}{x^2+a^2}\Rightarrow HK//BD\Rightarrow HK=\dfrac{x^2}{x^2+a^2}BD=\dfrac{x^2}{x^2+a^2}.a\sqrt{2}$.

Ta có $\cos\left((SAB),(SAC)\right)=\left|\cos HDK\right|=\left|\dfrac{DH^2+DK^2-HK^2}{2DH.DK}\right|$

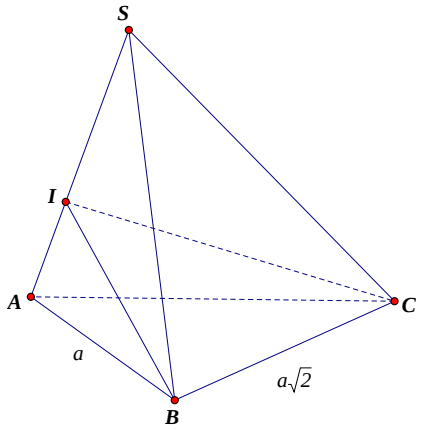
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}=\left|\frac{\dfrac{2x^2a^2}{x^2+a^2}-\dfrac{2a^2x^4}{\left(x^2+a^2\right)^2}}{\dfrac{2x^2a^2}{x^2+a^2}}\right|\Leftrightarrow \frac{1}{2}=\left|\frac{a^2}{x^2+a^2}\right|\Leftrightarrow x=a.$$

$\Rightarrow SD=a.$

Lại có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SD=\frac{a^3}{6}$.

Cách trình bày khác



Hai tam giác vuông SAB và SAC bằng nhau chung cạnh huyền SA.

Kẻ BI vuông góc với SA suy ra CI cũng vuông góc với SA và $IB=IC$.

$SA\perp IC, SA\perp IB\Rightarrow SA\perp (IBC)$ tại I.

$$V_{S.ABC}=V_{A.IBC}+V_{S.IBC}=\frac{1}{3}S_{\Delta IBC}AI+\frac{1}{3}S_{\Delta IBC}SI=\frac{1}{3}S_{\Delta IBC}(AI+SI)=\frac{1}{3}S_{\Delta IBC}SA.$$

$$((SAB),(SAC))=(IB,IC)\Rightarrow (IB,IC)=60^0\Rightarrow BIC=60^0 \text{ hoặc } BIC=120^0.$$

Ta có $IC=IB<AB=a$ mà $BC=a\sqrt{2}$ nên tam giác IBC không thể đều suy ra $BIC=120^0$.

Trong tam giác IBC đặt $IB=IC=x(x>0)$ có:

$$\cos 120^0=\frac{IB^2+IC^2-BC^2}{2IB.IC}\Rightarrow -\frac{1}{2}=\frac{2x^2-\left(a\sqrt{2}\right)^2}{2x^2}\Rightarrow x=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow IB=IC=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

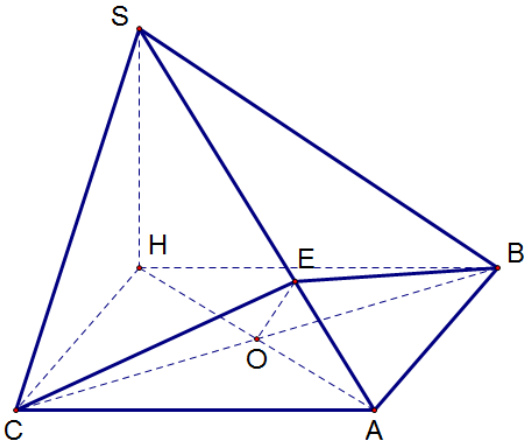
Trong tam giác ABI vuông tại I có: $AI=\sqrt{AB^2-IB^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SAB vuông tại B đường cao BI có:

$$AB^2=IA.SA\Rightarrow SA=\frac{AB^2}{IA}=\frac{a^2}{\frac{a\sqrt{3}}{3}}=a\sqrt{3}.$$

Vậy $V_{S.ABC}==\frac{1}{3}S_{\Delta IBC}SA=\frac{1}{3}\frac{1}{2}IB.IC.SA\sin BIC=\frac{1}{6}\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 a\sqrt{3}\sin 120^0=\frac{a^3}{6}$.

Cách trình bày khác



Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC).

Theo bài ra, ta có $HC \perp CA, HB \perp BA \Rightarrow ABHC$ là hình vuông cạnh a.

Gọi $O = HA \cap BC$, E là hình chiếu của O lên SA.

Ta dễ dàng chứng minh được $EC \perp SA, EB \perp SA$.

Từ đó, ta được: góc giữa (SAC) và (SAB) là góc giữa EB và EC.

Vì $CAB = 90^0$ nên $BEC > 90^0 \Rightarrow BEC = 120^0$.

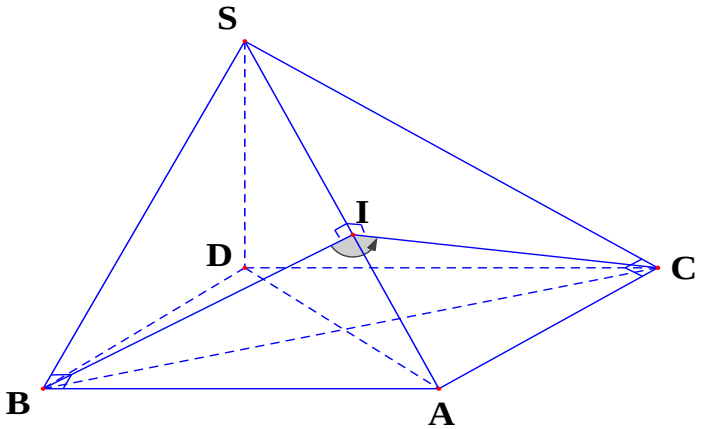
Ta dễ dàng chỉ ra được $OEB = OEC = 60^0$.

Đặt $SH = x \Rightarrow SA = \sqrt{x^2 + 2a^2} \Rightarrow OE = \dfrac{AO.SH}{SA} = \dfrac{xa\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2 + 2a^2}}$.

$\tan 60^0 = \dfrac{OC}{OE} \Rightarrow \dfrac{a\sqrt{2}}{2} : \dfrac{xa\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2 + 2a^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{2} V_{S.HBAC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.a.a^2 = \dfrac{a^3}{6}$.

Cách trình bày khác



Ta có $\Delta \perp SAB = \Delta \perp SAC$ và chung cạnh huyền SA. Kẻ $BI \perp (SA) \Rightarrow CI \perp (SA)$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) là góc giữa hai đường thẳng BI và $CI \Rightarrow (BI; CI) = 60°$.

Có $BC=a\sqrt{2}$, ΔBIC cân tại I. Do $BI=CI<AC=a<a\sqrt{2}=BC$ nên ΔBIC không đều

$\Rightarrow BIC=120^\circ\Rightarrow BI=CI=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Từ đó $AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $AB^2=AI.SA\Rightarrow SA=a\sqrt{3}$.

Dựng hình vuông $ABDC\Rightarrow SD\perp(ABDC)$.

Có: $SD=\sqrt{SA^2-AD^2}=a; S_{\Delta ABC}=a^2\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SD=\dfrac{a^3}{6}$.

HOẶC CÁCH KHÁC PPTHỂ TÍCH

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta IBC}.(SI+AI)=\dfrac{1}{3}S_{\Delta IBC}.SA$.

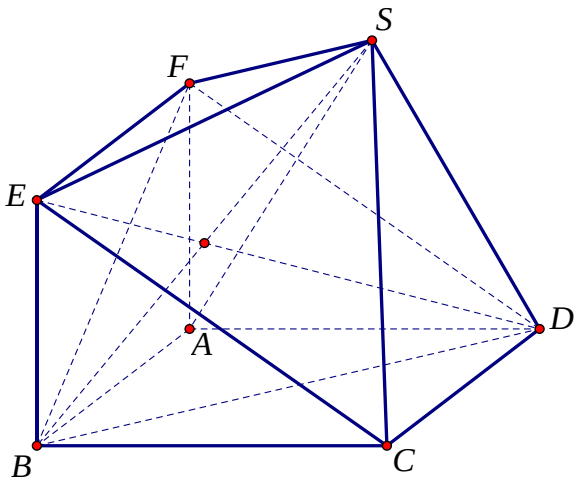
Với $S_{\Delta IBC}=\dfrac{1}{2}.IB.IC.sin120^\circ=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 3: **[2H1-3.5-4] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng của B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\dfrac{7}{6}$ **B.** $\dfrac{11}{12}$ **C.** $\dfrac{2}{3}$ **D.** $\dfrac{5}{6}$

Lời giải

Chọn D



Ta có:ADF.BCE là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân

Dựa vào hình vẽ ta có:

$V_{ABCDSEF}=V_{ADF.BCE}+V_{S.CDFE}=V_{ADF.BCE}+V_{B.CDFE}=2V_{ADF.BCE}-V_{BADE}$

$V_{ADF.BCE}=AB.S_{\Delta BCE}=\dfrac{1}{2}; V_{BADE}=\dfrac{1}{3}AD.S_{\Delta ABE}=\dfrac{1}{6}\Rightarrow V_{ABCDSEF}=2.\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

Câu 1: **[2H1-3.6-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $16a^3$

Lời giải

Chọn A

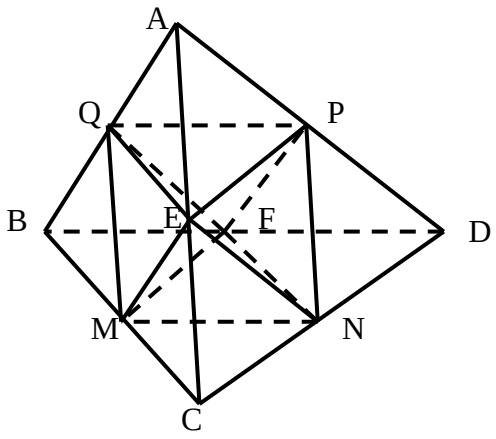
Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}a^2.4a=\frac{4}{3}a^3$.

Câu 1: **[2H1-3.6-3] (Câu 50 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho khối tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{V'}{V}=\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{V'}{V}=\frac{5}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1. Đặc biệt hóa tứ diện cho là tứ diện đều cạnh a. Hình đa diện cần tính có được bằng cách cắt 4 góc của tứ diện, mỗi góc cũng là một tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{a}{2}$.

Do đó thể tích phần cắt bỏ là $V''=4.\frac{V}{8}=\frac{V}{2}$.

Vậy $V'=\frac{V}{2}\Leftrightarrow\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$.

Cách 2. Khối đa diện là hai khối chóp tứ giác có cùng đáy là hình bình hành úp lại.

Suy ra: $V'=2V_{N.MEPF}=4.V_{N.MEP}=4.V_{P.MNE}=4.\frac{1}{2}.\frac{1}{4}V=\frac{1}{2}V$

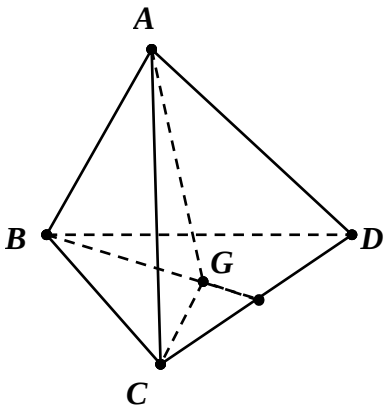
Cách 3. Ta có $\frac{V'}{V}=\frac{V-V_{A.QEP}-V_{B.QMF}-V_{C.MNE}-V_{D.NPF}}{V}$

$=1-\frac{V_{A.QEP}}{V}-\frac{V_{B.QMF}}{V}-\frac{V_{C.MNE}}{V}-\frac{V_{D.NPF}}{V}=1-\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}-\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}-\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}-\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Câu 2: **[2H1-3.6-3] (Câu 37 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$

A. $V=3$ **B.** $V=4$ **C.** $V=6$ **D.** $V=5$

Lời giải



Chọn B

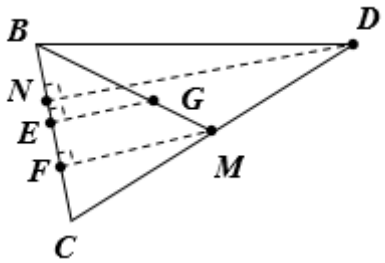
Cách 1:

Phân tích: tứ diện $ABCD$ và khối chóp $A.GBC$ có cùng đường cao là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD). Do G là trọng tâm tam giác BCD nên ta có $S_{\Delta BGC}=S_{\Delta BGD}=S_{\Delta CGD}\Rightarrow S_{\Delta BCD}=3S_{\Delta BGC}$ (xem phần chứng minh).

Áp dụng công thức thể tích hình chóp ta có:

$$\left.\begin{array}{l}V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}h.S_{\Delta BCD}\\ V_{A.GBC}=\dfrac{1}{3}h.S_{\Delta GBC}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{V_{ABCD}}{V_{A.GBC}}=\frac{\frac{1}{3}h.S_{\Delta BCD}}{\frac{1}{3}h.S_{\Delta GBC}}=\frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta GBC}}=3\Rightarrow V_{A.GBC}=\frac{1}{3}V_{ABCD}=\frac{1}{3}.12=4.$$

Chứng minh: Đặt $DN=h;BC=a$.



+) $MF//ND\Rightarrow\dfrac{MF}{DN}=\dfrac{CM}{CD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow MF=\dfrac{1}{2}DN\Rightarrow MF=\dfrac{h}{2}.$

+) $GE//MF\Rightarrow\dfrac{GE}{MF}=\dfrac{BG}{BM}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow GE=\dfrac{2}{3}MF=\dfrac{2}{3}.\dfrac{h}{2}=\dfrac{h}{3}$

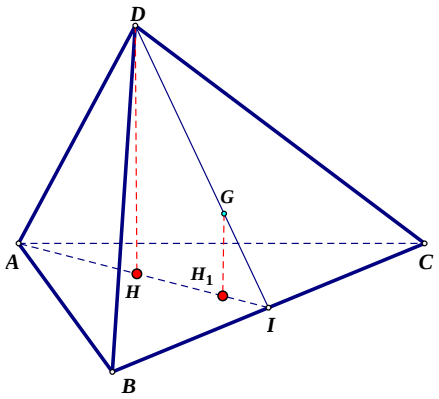
+) $\dfrac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta GBC}}=\dfrac{\frac{1}{2}DN.BC}{\frac{1}{2}GE.BC}=\dfrac{\frac{1}{2}ha}{\frac{1}{2}\frac{h}{3}a}=3\Rightarrow S_{\Delta BCD}=3S_{\Delta GBC}$

+) Chứng minh tương tự có $S_{\Delta BCD}=3S_{\Delta GBD}=3S_{\Delta GCD}\Rightarrow S_{\Delta BGC}=S_{\Delta BGD}=S_{\Delta CGD}$

Cách 2:

Ta có $\dfrac{d\left(G;(ABC)\right)}{d\left(D;(ABC)\right)}=\dfrac{GI}{DI}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow d\left(G;(ABC)\right)=\dfrac{1}{3}d\left(D;(ABC)\right).$

Nên $V_{G.ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(G;(ABC)\right).S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.V_{DABC}=4$



Câu 1: **[2H1-3.7-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ là: $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 2: **[2H1-3.7-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A

$V=(3a)^3=27a^3$.

Câu 3: **[2H1-3.7-1] (Câu 22 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2,3,7$ bằng

A. 14. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối hộp có ba kích thước $2,3,7$ bằng $V=abc=2.3.7=42$.

Câu 4: **[2H1-3.7-1] (Câu 14 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;3;7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 7. **B.** 42. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;3;7$ là: $V=2.3.7=42$.

Câu 5: **[2H1-3.7-1] (Câu 11 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;6;7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 28. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 84.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp đã cho là: $2.6.7=84$.

Câu 6: **[2H1-3.7-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho khối hộp chữ nhật có kích thước $2;4;6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 16. **B.** 12. **C.** 48. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp là $V = 2.4.6 = 48$.

Câu 7: **[2H1-3.7-1] (Câu 5 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $3; 4; 5$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

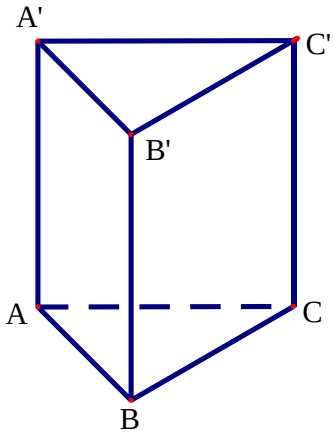
A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 60.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp đã cho là $V = 3.4.5 = 60$.

Câu 8: **[2H1-3.7-1] (Câu 26 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



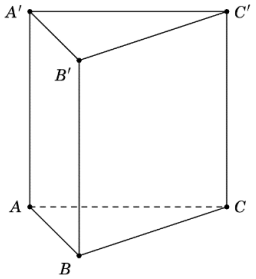
A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 9: **[2H1-3.7-1] (Câu 25 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

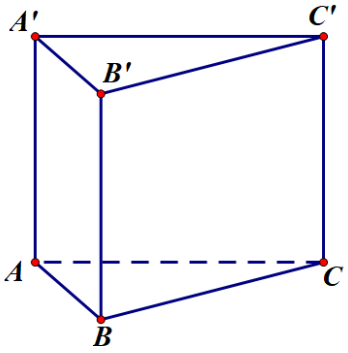
A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{ABC}.AA' = \dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.3a = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 10: [2H1-3.7-1] **(Câu 21 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

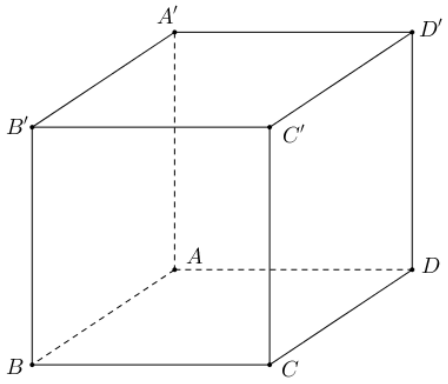
Lời giải

Chọn D

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thế tích khối lăng trụ đã cho bằng $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = 2a \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

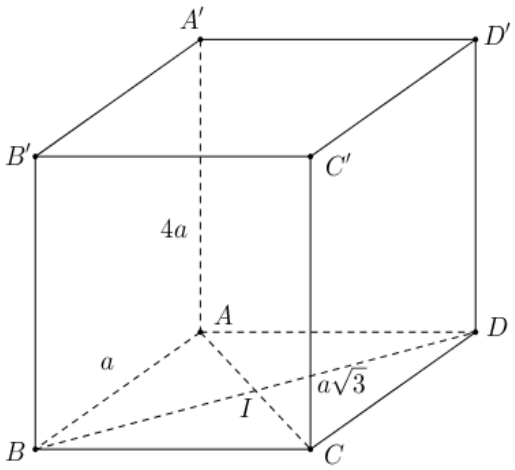
Câu 1: **[2H1-3.7-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a, BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên dưới). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

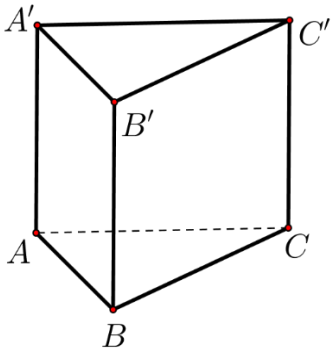
Chọn A



Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, BD = a\sqrt{3} \Rightarrow AC = 2AO = 2\sqrt{a^2 - \frac{3}{4}a^2} = a$

Vậy $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = AA'.S_{ABCD} = 2\sqrt{3}a^3$

Câu 2: **[2H1-3.7-2] (Câu 22 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$. Thể tích của lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: ABC là tam giác đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta lại có $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên $AA'=\sqrt{3}a$ là đường cao của khối lăng trụ.

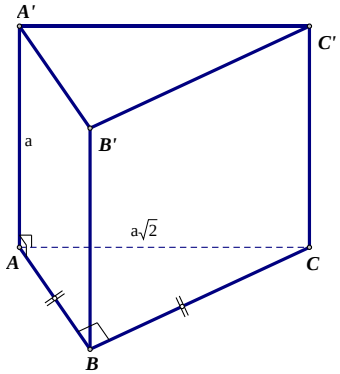
Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^3}{4}$.

Câu 3: **[2H1-3.7-2] (Câu 18 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3$ **B.** $V=\frac{a^3}{3}$ **C.** $V=\frac{a^3}{6}$ **D.** $V=\frac{a^3}{2}$

Lời giải

Chọn D



Tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$. Suy ra: $S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2$.

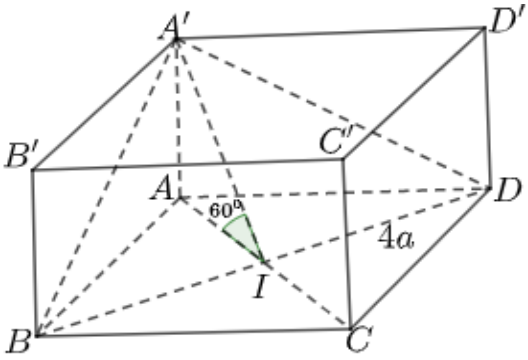
Khi đó: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.BB' = \frac{1}{2}a^2.a = \frac{a^3}{2}$

Câu 1: **[2H1-3.7-3] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60^0. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $48\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có đáy $ABCD$ là hình vuông có $BD=4a\Rightarrow AB=2\sqrt{2}a$.

Gọi I trung điểm BD. Vì $BD=4a\Rightarrow BI=AI=2a$.

Tam giác $A'AI$ vuông tại A có: $\tan 60^0=\frac{A'A}{AI}\Rightarrow A'A=2\sqrt{3}a$.

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng:

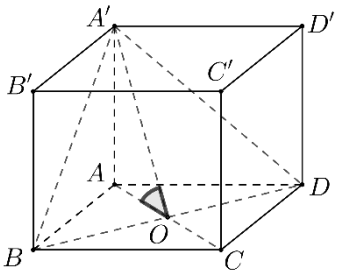
$V=S_{ABCD}.A'A=\left(2\sqrt{2}a\right)^2.2\sqrt{3}a=16\sqrt{3}a^3$.

Câu 2: **[2H1-3.7-3] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



+) Ta có $BD = 2a \Rightarrow AC = 2a;\ AB = a\sqrt{2}$.

+) $S_{ABCD} = \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 2a^2$.

+) Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ là góc $A'OA \Rightarrow AA' = AO\tan A'OA = a.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

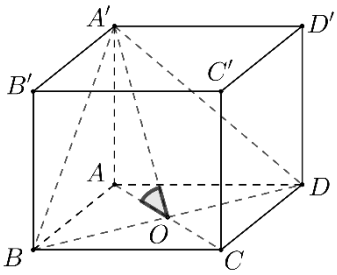
Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.S_{ABCD} = a\sqrt{3}.2a^2 = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 3: **[2H1-3.7-3] (Câu 44 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD) = 30^o$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$ **B.** $48\sqrt{3}a^3$ **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$ **D.** $16\sqrt{3}a^3$

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của BD. Ta có: $\Delta A'AB = \Delta A'AD$ suy ra $A'B = A'D$ suy ra $\Delta A'BD$ cân.

Mà $\begin{cases} (A'BD) \cap (ABCD) = BD \\ A'O \perp BD \\ AO \perp BD \end{cases} \Rightarrow \left((A'BD),(ABCD)\right) = A'OA = 30°.= 30^o$.

Xét $\Delta A'OA$ vuông tại A có: $\tan 30^o = \frac{A'A}{AO} = \frac{A'A}{\frac{AC}{2}} = \frac{A'A}{\frac{BD}{2}} = \frac{A'A}{2a} \Rightarrow A'A = 2a\tan 30° = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Xét hình vuông $ABCD$ có: $BD = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = 2a\sqrt{2}$.

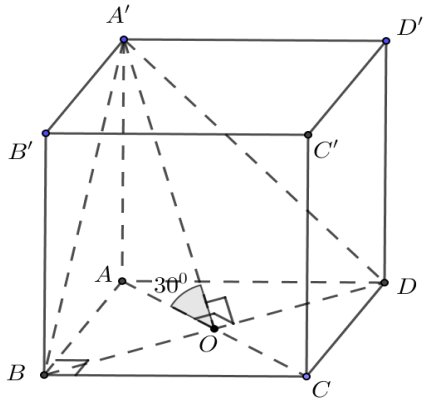
Vậy thể tích của khối hình hộp chữ nhật bằng: $V = A'A.AB^2 = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.\left(2a\sqrt{2}\right)^2 = \frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 4: **[2H1-3.7-3] (Câu 48 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Vì $BD \perp OA$ và $BD \perp AA'$ nên $BD \perp (A'OA) \Rightarrow BD \perp OA'$

Lại có $(A'BD) \cap (ABCD) = BD$. Do đó $((A'BD),(ABCD)) = A'OA = 30^0$ (Hình vẽ trên).

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông có $BD = 2a$ nên $OA = a$ và $AB = AD = a\sqrt{2}$.

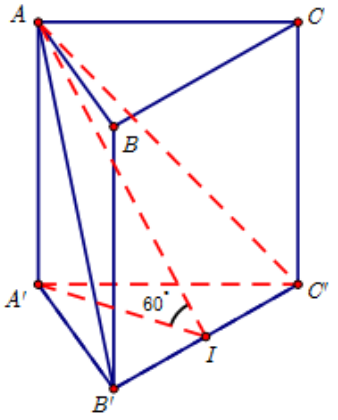
Xét tam giác $A'AO$ vuông tại A có $OA = a$ và $A'OA = 30^0$ nên $AA' = OA.\tan 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $V = AB.AD.AA' = a\sqrt{2}.a\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 5: **[2H1-3.7-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$. **B.** $V = \frac{9a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi I là trung điểm của $B'C'$.

Trong $\Delta A'B'C': B'C'^2 = A'B'^2 + A'C'^2 - 2A'B'.A'C'.\cos B'A'C' = 3a^2$

$S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{2}a.a.\sin 120° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $A'I = \frac{2S_{\Delta A'B'C'}}{B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2a\sqrt{3}} = \frac{a}{2}$

Ta có : $\begin{cases} (AB'C') \cap (A'B'C') = B'C' \\ AI \perp B'C' \\ A'I \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow AIA' = 60°$

Trong tam giác vuông AIA' có $AA' = A'I.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 1: **[2H1-3.8-1] (Câu 1 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn A

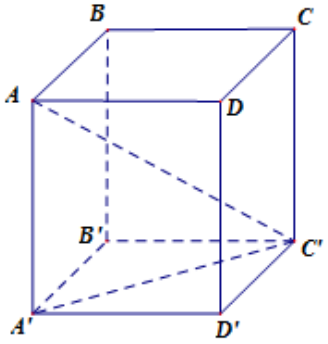
Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng $(2a)^3 = 8a^3$.

Câu 1: **[2H1-3.8-2] (Câu 35 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \dfrac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x; (x > 0)$

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 1: **[2H1-3.9-1] (Câu 9 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 24. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$ là: $V=B.h=6.4=24$.

Câu 2: **[2H1-3.9-1] (Câu 4 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là: Bh.

Câu 3: **[2H1-3.9-1] (Câu 8 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: **[2H1-3.9-1] (Câu 12 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là: $V=Bh$ (đvtt).

Câu 5: **[2H1-3.9-1] (Câu 12 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6: **[2H1-3.9-1] (Câu 11 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$ **B.** $\frac{4}{3}a^3$ **C.** $2a^3$ **D.** $4a^3$

Lời giải

Chọn C

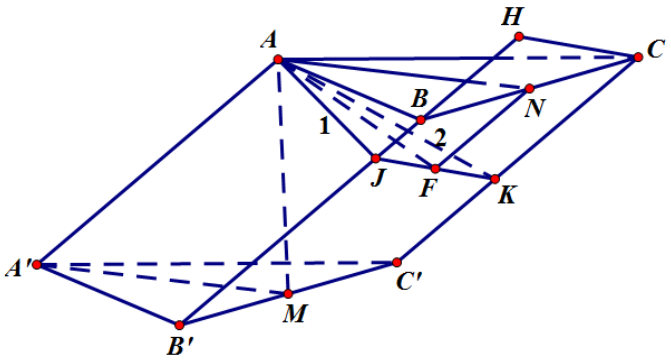
Ta có: $V_{langtru} = S_{day}.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 1: **[2H1-3.9-4] (Câu 39 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=\sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ **B.** $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ **C.** $\sqrt{5}$ **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn B



Gọi J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC', H là hình chiếu vuông góc của C lên BB'

Ta có $AJ\perp BB'$ (1).

$AK\perp CC'\Rightarrow AK\perp BB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BB'\perp(AJK)\Rightarrow BB'\perp JK\Rightarrow JK//CH\Rightarrow JK=CH=\sqrt{5}$.

Xét ΔAJK có $JK^2=AJ^2+AK^2=5$ suy ra ΔAJK vuông tại A.

Gọi F là trung điểm JK khi đó ta có $AF=JF=FK=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC, xét tam giác vuông ANF ta có:

$\cos NAF=\frac{AF}{AN}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}}=\frac{1}{2}\Rightarrow NAF=60^\circ$. ($AN=AM=\sqrt{5}$ vì $AN//AM$ và $AN=AM$).

Vậy ta có $S_{\Delta AJK}=\frac{1}{2}AJ.AK=\frac{1}{2}.1.2=1\Rightarrow S_{\Delta AJK}=S_{\Delta ABC}.\cos 60^\circ\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{S_{\Delta AJK}}{\cos 60^\circ}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$.

Xét tam giác AMA' vuông tại M ta có $MAA'=AMF=30^\circ$ hay $AM=A'M.\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

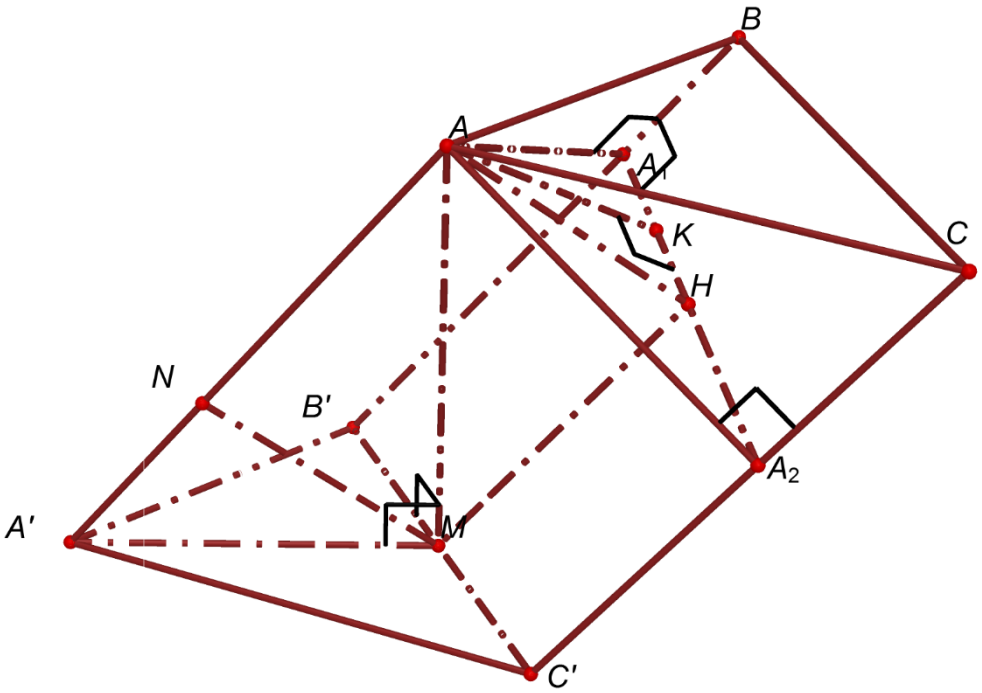
Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AM.S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{15}}{3}.2 = \frac{2\sqrt{15}}{3}$.

Câu 2: **[2H1-3.9-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** 1

Lời giải

Chọn B



Gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của A trên BB', CC'. Theo đề ra $AA_1 = 1; AA_2 = \sqrt{3}; A_1A_2 = 2$.

Do $AA_1^2 + AA_2^2 = A_1A_2^2$ nên tam giác AA_1A_2 vuông tại A.

Gọi H là trung điểm A_1A_2 thì $AH = \frac{A_1A_2}{2} = 1$.

Lại có $MH \parallel BB' \Rightarrow MH \perp (AA_1A_2) \Rightarrow MH \perp AH$ suy ra $MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{3}$.

nên $\cos((ABC),(AA_1A_2)) = \cos(MH, AM) = \cos HMA = \frac{MH}{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $S_{ABC} = \frac{S_{AA_1A_2}}{\cos((ABC),(AA_1A_2))} = 1$. Thể tích lăng trụ là $V = AM \cdot S_{ABC} = 2$.

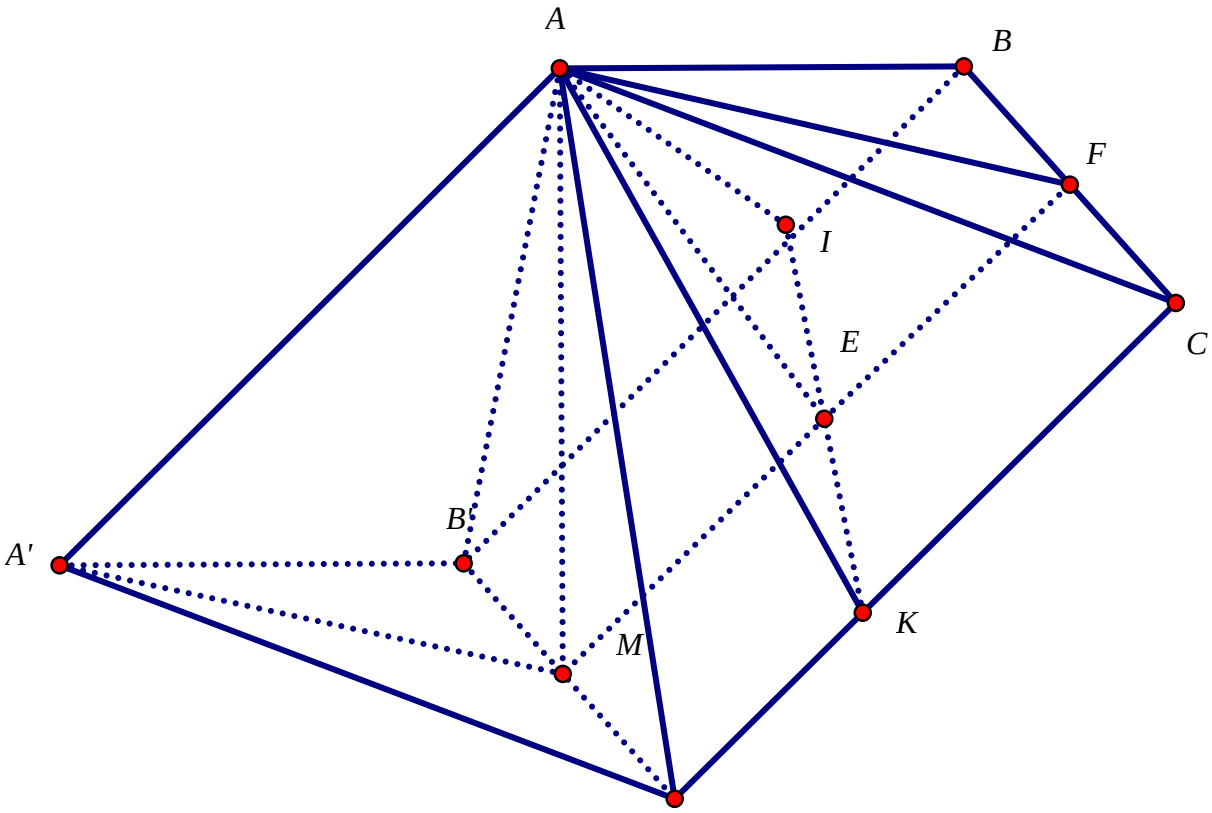
Nhận xét. Ý tưởng câu này là dùng diện tích hình chiếu $S' = S\cos\alpha$.

Câu 3: **[2H1-3.9-4] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AI\perp BB'$, $AK\perp CC'$ (hình vẽ).

Khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2 $\Rightarrow AI=1,\ AK=2$.

Gọi F là trung điểm của BC. $A'M=\dfrac{\sqrt{15}}{3}\Rightarrow AF=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

Ta có $\left.\begin{matrix}AI\perp BB'\\ BB'\perp AK\end{matrix}\right\}\Rightarrow BB'\perp(AIK)\Rightarrow BB'\perp IK$.

Vì $CC'\parallel BB'\Rightarrow d(C,BB')=d(K,BB')=IK=\sqrt{5}\Rightarrow \Delta AIK$ vuông tại A.

Gọi E là trung điểm của $IK\ \Rightarrow EF\parallel BB'\ \Rightarrow EF\perp(AIK)\Rightarrow EF\perp AE$.

Lại có $AM \perp (ABC)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AIK) là góc giữa EF và AM bằng góc $AME = FAE$. Ta có $\cos FAE = \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow FAE = 30°$.

Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là ΔAIK nên ta có: $S_{AIK} = S_{ABC} \cos EAF \Rightarrow 1 = S_{ABC} \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \dfrac{2}{\sqrt{3}} = S_{ABC}$.

Xét ΔAMF vuông tại A: $\tan AMF = \dfrac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \dfrac{\frac{\sqrt{15}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow AM = \sqrt{5}$.

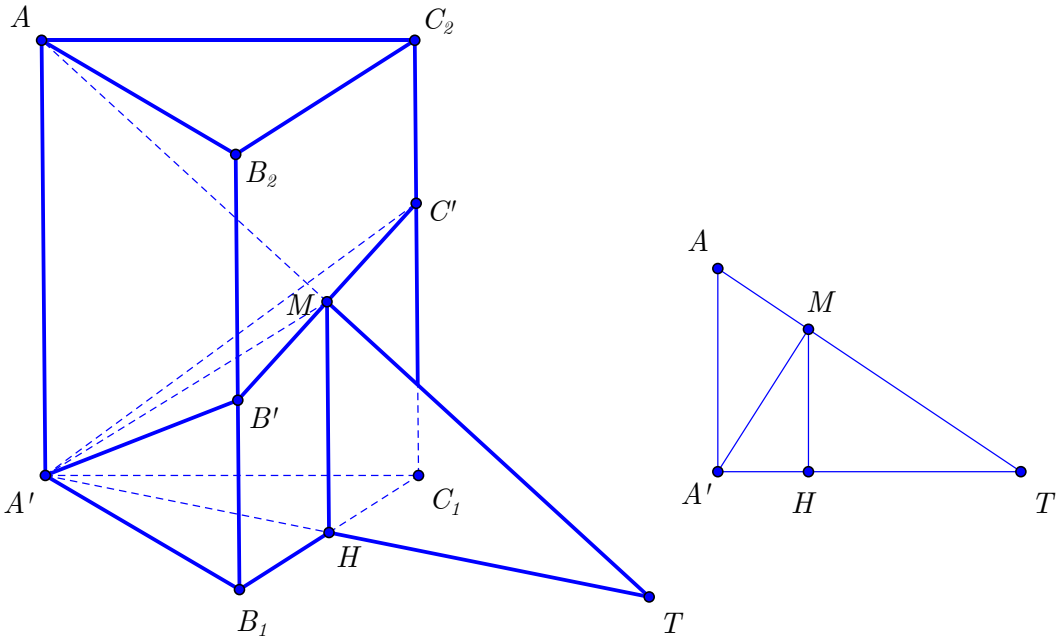
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5}.\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Câu 4: **[2H1-3.9-4] (Câu 42 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 2 **B.** 1 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn A



Cắt lăng trụ bởi một mặt phẳng qua A' và vuông góc với AA' ta được thiết diện là tam giác $A'B_1C_1$ có các cạnh $A'B_1 = 1$; $A'C_1 = \sqrt{3}$; $B_1C_1 = 2$.

Suy ra tam giác $A'B_1C_1$ vuông tại A' và trung tuyến $A'H$ của tam giác đó bằng 1.

Gọi giao điểm của AM và $A'H$ là T.

Ta có: $A'M = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$; $A'H = 1 \Rightarrow MH = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $MA'H = 30°$.

Do đó $MA'A = 60° \Rightarrow AA' = \dfrac{A'M}{\cos MA'A} = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng thể tích khối lăng trụ $A'B_1C_1.AB_2C_2$ và bằng

$V = AA'.S_{A'B_1C_1} = \dfrac{4}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2$.

Câu 1: **[2H1-3.11-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 3. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là: $V=B.h=6.3=18.$

Câu 2: **[2H1-3.11-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.2a^2.9a=6a^3$.

Câu 3: **[2H1-3.11-1] (Câu 7 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn B

$$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}6a^2.2a=4a^3$$

Câu 4: **[2H1-3.11-1] (Câu 18 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ $V=Bh=3.2=6$

Câu 5: **[2H1-3.11-1] (Câu 19 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=3.2=6$.

Câu 6: **[2H1-3.11-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 9. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V=B.h=3.6=18$.

Câu 7: **[2H1-3.11-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $12a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.2a^2.6a=4a^3$.

Câu 8: **[2H1-3.11-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 4π. **C.** 16π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn A

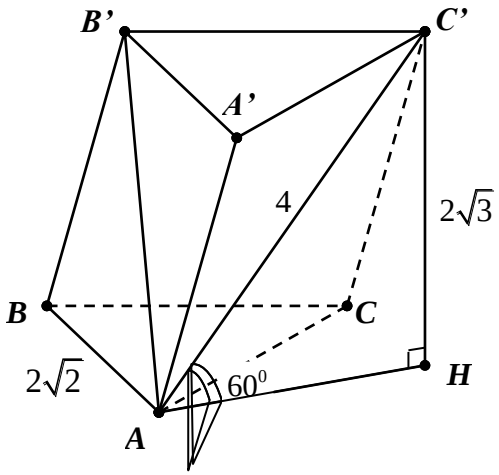
Thể tích của khối trụ đã cho là: $V=\pi r^2h=48\pi$.

Câu 1: **[2H1-3.11-3] (Câu 38 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$ và $AC'=4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V=\frac{8}{3}$ **B.** $V=\frac{16}{3}$ **C.** $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ **D.** $V=\frac{16\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Phân tích: Tính thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ bằng thể tích khối của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trừ đi thể tích của khối chóp $A.A'B'C'$.

Giả sử đường cao của lăng trụ là $C'H$. Khi đó góc giữa AC' mặt phẳng (ABC) là góc $C'AH=60°$.

Ta có: $\sin 60°=\frac{C'H}{AC'}\Rightarrow C'H=2\sqrt{3}; S_{\Delta ABC}=4;\ V_{ABC.A'B'C'}=C'H.S_{\Delta ABC}=2\sqrt{3}.\frac{1}{2}.\left(2\sqrt{2}\right)^2=8\sqrt{3}$.

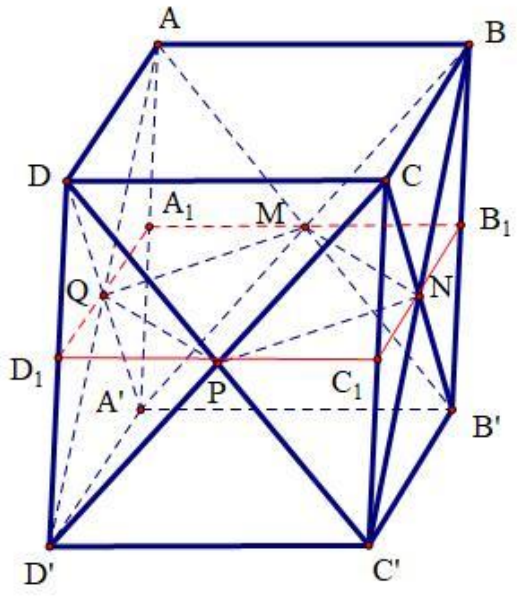
$V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}C'H.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$; $V_{ABB'C'C}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}=8\sqrt{3}-\frac{8\sqrt{3}}{3}=\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 1: **[2H1-3.11-4] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M,N,P và Q lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', BCC'B', CDD'C'$ và $DAA'D'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,D,M,N,P và Q bằng

A. 27. **B.** 30. **C.** 18. **D.** 36

Lời giải

Chọn B



Mặt $(MNPQ)$ cắt các cạnh AA', BB', CC', DD' tại A_1, B_1, C_1, D_1. Thể tích khối đa diện cần tìm là V, thì:

$$V = V_{A_1B_1C_1D_1.A'B'C'D'} - V_{A'.QMA_1} - V_{B'.MNB_1} - V_{C'.PNC_1} - V_{D'.QPD_1}$$
$$= \frac{8.9}{2} - 4 \times \frac{V}{24}$$
$$\Rightarrow V = 30.$$

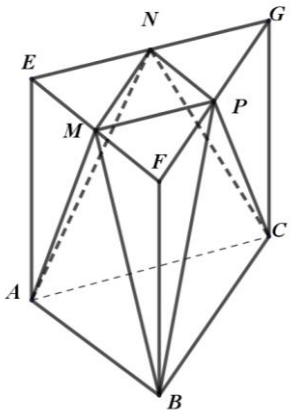
Câu 2: **[2H1-3.11-4] (Câu 46 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $\frac{14\sqrt{3}}{3}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:



Chia đôi khối lăng trụ bằng mặt phẳng (MNP). Khi đó ta có $(MNP)\cap BB'=\{F\}$ thì

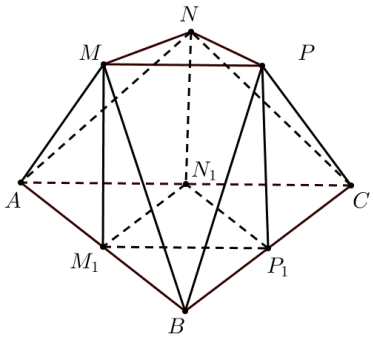
$V_{ABC.EFG}=\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}$

Lại có $V_{ABC.MNP}=V_{ABC.EFG}-V_{B.MPF}-V_{A.EMN}-V_{C.NPG}$

Dễ thấy $V_{B.MPF}=V_{A.EMN}=V_{C.NPG}=\frac{1}{4}V_{ABC.EFG}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}$

Tức là $V_{ABC.MNP}=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right)V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{8}.\frac{4.4^2\sqrt{3}}{4}=6\sqrt{3}.$

Cách 2



$S_{ABC}=\frac{4^2\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$; $V_{ABC.A'B'C'}=V$

Hạ M_1,N_1,P_1 lần lượt vuông góc AB,AC,BC,

khi đó M_1,N_1,P_1 lần lượt là trung điểm các cạnh AB,AC,BC

Khi đó $V_{ABCMNP}=V_{MNP.M_1N_1P_1}+V_{B.MPP_1M_1}+V_{C.NPP_1N_1}+V_{A.MNN_1M_1}$

Dễ thấy $S_{MNP}=\frac{1}{4}S_{ABC}$; $MM_1=\frac{1}{2}AA'$ nên $V_{MNP.M_1N_1P_1}=\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{8}V$

Do đáy là tam giác đều nên $V_{B.MPP_1M_1}=V_{C.NPP_1N_1}=V_{A.MNN_1M_1}$

Ta có $d\left(B;\left(MPP_1M_1\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(B;\left(ACC'A'\right)\right)$; $S_{MPP_1M_1}=\frac{1}{4}S_{ACC'A'}$ nên

$V_{B.MPP_1M_1}=\frac{1}{8}V_{B.ACC'A'}=\frac{1}{8}.\frac{2}{3}V=\frac{1}{12}V$.

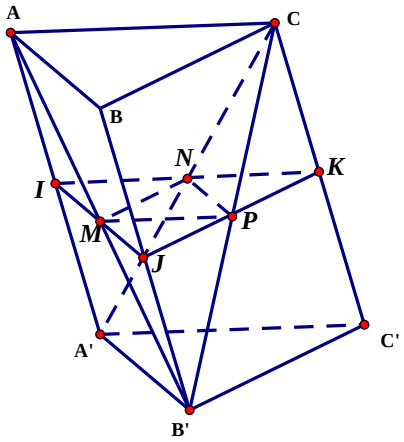
Do đó $V_{ABCMNP}=\frac{1}{8}V+\frac{1}{12}V+\frac{1}{12}V+\frac{1}{12}V=\frac{3}{8}V=\frac{3}{8}.4.4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$.

Câu 3: **[2H1-3.11-4] (Câu 49 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', ACC'A', BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $9\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



$V_{ABC.A'B'C'}=6.16\frac{\sqrt{3}}{4}=24\sqrt{3}$'

Thể tích cần tìm là $V_1=V_{ABC.MNP}=V_{A'B'C'.MNP}$

$V_2=V_{A'.AMN}=V_{B'.BMP}=V_{C'CNP}$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=2V_1+3V_2$

$S_{AMN}=\frac{1}{4}S_{AB'C'}\Rightarrow V_2=\frac{1}{4}V_{A'.AB'C'}=\frac{1}{4}.\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{12}V_{ABC.A'B'C'}$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=2V_1+\frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'}\Rightarrow V_1=\frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'}=9\sqrt{3}$

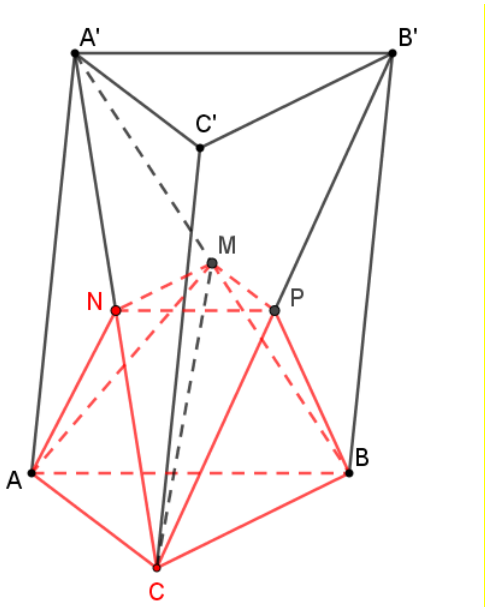
Câu 4: **[2H1-3.11-4] (Câu 49 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao là 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $\frac{28\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Ta có $V = V_{ABCA'B'C'} = 8.\frac{4^2.\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$, gọi $h = d\left(A',(ABC)\right)$.

Ta có $V_{MABC} = \frac{1}{3}.\frac{h}{2}.S_{ABC} = \frac{V}{6}$.

$V_{MNPC} = \frac{1}{3}.\frac{h}{2}.\frac{S_{ABC}}{4} = \frac{V}{24}$.

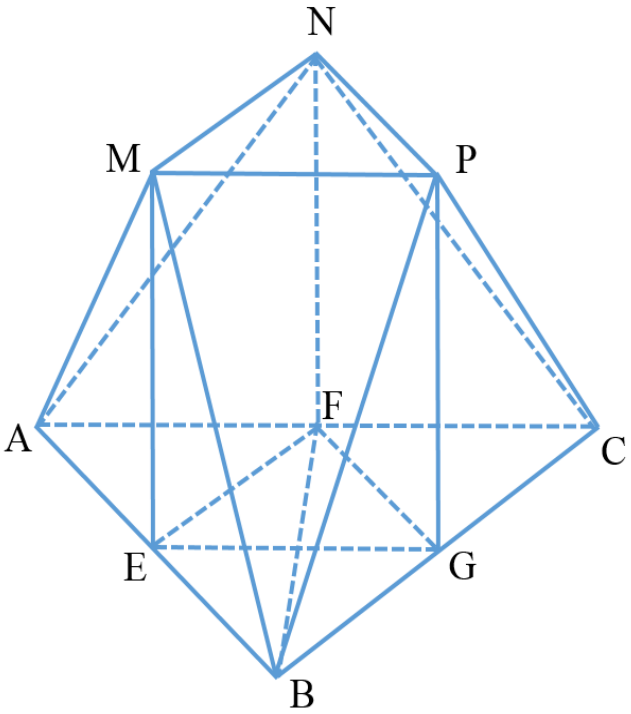
$V_{MBCP} = \frac{1}{3}.d\left(M,(PBC)\right).S_{PBC} = \frac{1}{3}\frac{d\left(A',(BCC'B')\right)}{2}.\frac{S_{BCC'B'}}{4} = \frac{V_{A'.BCC'B'}}{8} = \frac{V}{12}$.

Tương tự $V_{MNAC} = \frac{V}{12}$.

Vậy $V_{MNPABC} = V_{MABC} + V_{MNAC} + V_{MNPC} + V_{MBCP} = \frac{3V}{8} = 12\sqrt{3}$.

Cách 2:

Đặc biệt hóa cho lăng trụ đứng.



Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.

Ta có: $V_{MNP.EFG} = ME.S_{EFG} = 4\sqrt{3}$.

$V_{B.MEGP} = \frac{1}{3}d\left(B,(MEGP)\right).S_{MEGP} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}BF.ME.EG = \frac{1}{3}.\sqrt{3}.4.2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Tương tự: $V_{A.MNFE} = V_{C.PNFG} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

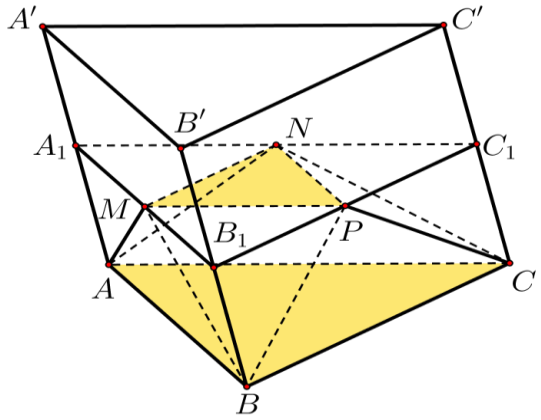
Vậy $V_{MNPABC} = V_{MNP.EFG} + V_{B.MEGP} + V_{A.MNFE} + V_{C.PNFG} = 4\sqrt{3} + 3.\frac{8\sqrt{3}}{3} = 12\sqrt{3}$.

Câu 5: **[2H1-3.11-4] (Câu 47 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng:

A. $27\sqrt{3}$. **B.** $21\sqrt{3}$. **C.** $30\sqrt{3}$. **D.** $36\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB', CC'.

Khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có chiều cao là 4 là tam giác đều cạnh 6.

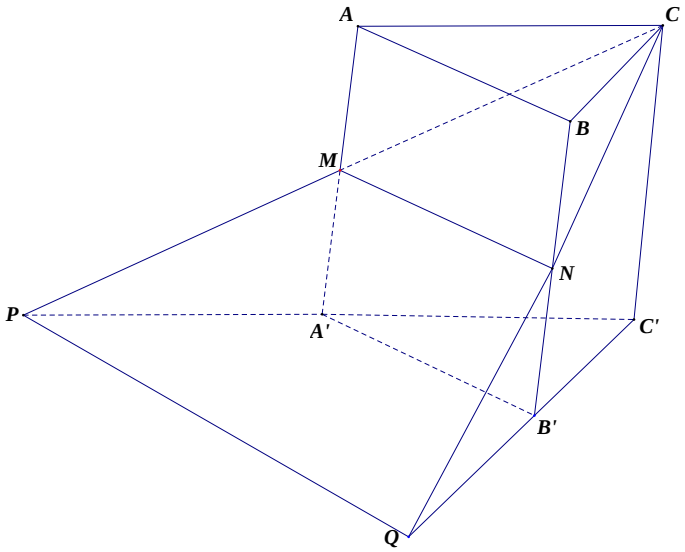
Ba khối chóp $A.A_1MN$, BB_1MP, CC_1NP đều có chiều cao là 4 *và cạnh là tam giác đều cạnh* 3 *Ta có:* $V_{ABC.MNP} = V_{ABC.A_1B_1C_1} - \left(V_{A.A_1MN} + V_{B.B_1MP} + V_{C.C_1NP}\right) = \frac{6^2\sqrt{3}}{4}\cdot 4 - 3\frac{1}{3}\cdot\frac{9\sqrt{3}}{4}\cdot 4 = 27\sqrt{3}$

Câu 6: **[2H1-3.11-4] (Câu 47 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



+) Ta có A' là trung điểm PC'; B' là trung điểm QC'. Do đó $S_{C'PQ} = 4S_{C'A'B'} \Rightarrow \frac{S_{C'PQ}}{S_{C'A'B'}} = 4$.

+) $V_{C.C'PQ}=\frac{S_{C'PQ}}{S_{C'A'B'}}.V_{C.A'B'C'}=4V_{C.A'B'C'}=4\left(\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\right)=\frac{4}{3}.$

+) Mặt khác $V_{A'B'C'.MNC}=\frac{1}{3}.\left(\frac{A'M}{A'A}+\frac{B'N}{B'B}+\frac{C'C}{C'C}\right)V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+1\right)V_{ABC.A'B'C'}=\frac{2}{3}.$

+) Do đó $V_{A'MPB'NQ}=V_{C.C'PQ}-V_{A'B'C'.MNC}=\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=\frac{2}{3}.$

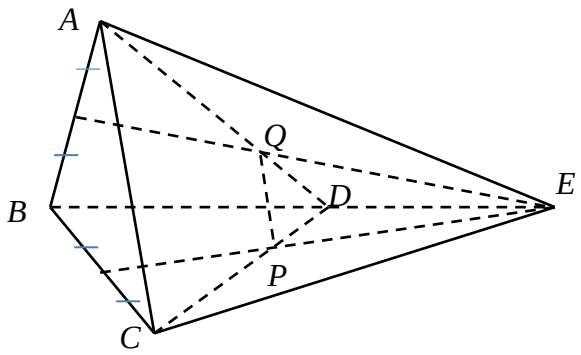
Câu 7: **[2H1-3.11-4] (Câu 44 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A. $V=\frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$ **B.** $V=\frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$ **C.** $V=\frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$

Lời giải

Chọn B

(MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành 2 khối đa diện (H_1): $AC.MNPQ$ và (H_2): $BD.MNPQ$



(MNE) cắt AD tại Q, cắt CD tại P.

$V_{AC.MNPQ}=V_{E.AMNC}-V_{E.ACPQ}$

$$V_{E.AMNC}=\frac{1}{3}d\left(E,(AMNC)\right).S_{AMNC}$$
$$=\frac{1}{3}d\left(E,(ABC)\right).\left(S_{\Delta ABC}-S_{\Delta BMN}\right)$$
$$=\frac{1}{3}d\left(E,(ABC)\right).\left(S_{\Delta ABC}-\frac{1}{4}S_{\Delta ABC}\right)$$
$$=\frac{1}{3}.2.d\left(\mathrm{D},(ABC)\right).\frac{3}{4}S_{\Delta ABC}=\frac{3}{2}V_{ABCD}$$

$$V_{E.ACPQ}=\frac{1}{3}d\left(E,(ACPQ)\right).S_{ACPQ}=\frac{1}{3}d\left(\mathrm{B},(ACD)\right).\left(S_{\Delta ACD}-S_{\Delta DPQ}\right)=\frac{1}{3}d\left(\mathrm{B},(ACD)\right).\frac{8}{9}S_{\Delta ACD}=\frac{8}{9}V_{ABCD}$$

$$V_{AC.MNPQ}=\frac{3}{2}V_{ABCD}-\frac{8}{9}V_{ABCD}=\frac{11}{18}V_{ABCD}=\frac{11}{18}.\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=\frac{11\sqrt{2}}{216}a^3$$

Câu 1: **[2H1-3.12-3] (Câu 34 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Kẻ AH vuông góc SB.

Ta có $AH\perp(SBC)$ nên AH chính là khoảng cách từ A đến mp(SBC).

Ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}\Leftrightarrow\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{AH^2}-\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{a^2}$.

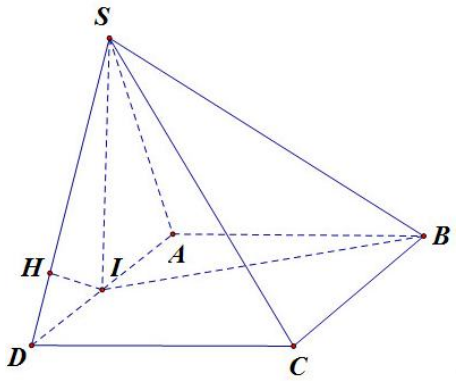
Suy ra $SA=a$. Thể tích cần tính là $V=\frac{1}{3}a.a.a=\frac{a^3}{3}$.

Câu 2: **[2H1-3.12-3] (Câu 38 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h=\frac{2}{3}a$ **B.** $h=\frac{4}{3}a$ **C.** $h=\frac{8}{3}a$ **D.** $h=\frac{3}{4}a$

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AD. Tam giác SAD cân tại S

$\Rightarrow SI\perp AD$

Ta có $\begin{cases}SI\perp AD\\(SAD)\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow SI\perp(ABCD)$

$\Rightarrow SI$ là đường cao của hình chóp.

Theo giả thiết $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SI.S_{ABCD}\Leftrightarrow\frac{4}{3}a^3=\frac{1}{3}SI.2a^2\Leftrightarrow SI=2a$

Vì AB song song với (SCD)

$\Rightarrow d\left(B,(SCD)\right)=d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(I,(SCD)\right)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SD.

Mặt khác $\begin{cases}SI\perp DC\\ID\perp DC\end{cases}\Rightarrow IH\perp DC$. Ta có $\begin{cases}IH\perp SD\\IH\perp DC\end{cases}\Rightarrow IH\perp(SCD)\Rightarrow d\left(I,(SCD)\right)=IH$

Xét tam giác SID vuông tại I: $\frac{1}{IH^2}=\frac{1}{SI^2}+\frac{1}{ID^2}=\frac{1}{4a^2}+\frac{4}{2a^2}\Rightarrow IH=\frac{2a}{3}$

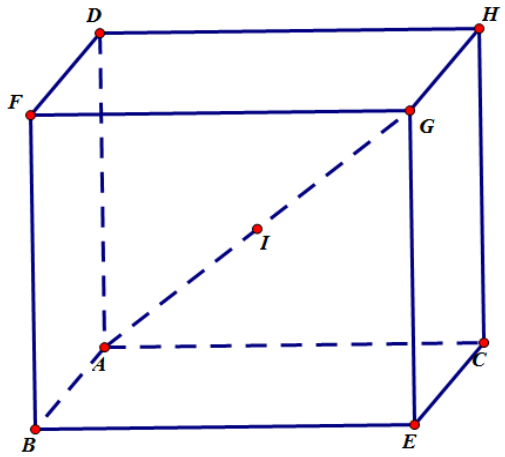
$\Rightarrow d\left(B,(SCD)\right)=d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(I,(SCD)\right)=\frac{4}{3}a$.

Câu 1: **[2H1-3.13-4] (Câu 47 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 72 **B.** 216 **C.** 108 **D.** 36

Lời giải

Chọn D



Ta có: $AI=\sqrt{3^2+3^2+3^2}=3\sqrt{3}$.

Dựng hình hộp chữ nhật $ABEC.DFGH$

I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $A.BCD \Rightarrow I$ là trung điểm của $AG \Rightarrow AG=2AI=6\sqrt{3}$.

Đặt $AB=x, AC=y, AD=z$, ta có: $AG^2=AB^2+AC^2+AD^2$

$\Rightarrow 108=x^2+y^2+z^2 \overset{Co-si}{\geq} 3\sqrt[3]{x^2y^2z^2} \Rightarrow xyz\leq\sqrt{36^3}=216$.

Lại có: $V_{ABCD}=\frac{1}{6}xyz\leq\frac{1}{6}.216=36$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=6$.

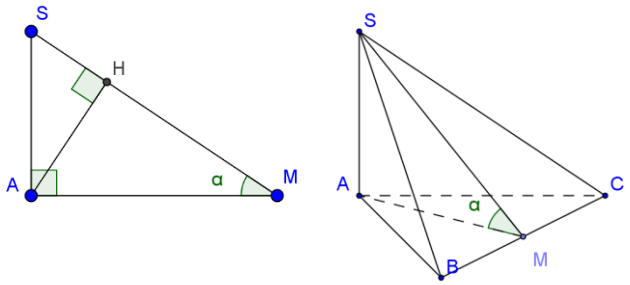
Vậy $\max V_{ABCD}=36$.

Câu 2: **[2H1-3.13-4] (Câu 44 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC), tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm BC, H là giao điểm của đường thẳng qua A và vuông góc với SM. Ta được:

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là SMA.

$AM\dfrac{3}{\sin\alpha}; SA=\dfrac{3}{\cos\alpha}; AM=\dfrac{1}{2}BC.$

Suy ra $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.AM^2.SA=\dfrac{9}{\sin^2\alpha.\cos\alpha}$.

Thể tích khối chóp nhỏ nhất khi $\sin^2\alpha.\cos\alpha$ lớn nhất.

Xét hàm số $f(x)=\sin^2 x.\cos x=\cos x-\cos^3 x$ với $0<x<\dfrac{\pi}{2}$

$f'(x)=-\sin x+3\cos x.\sin x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$

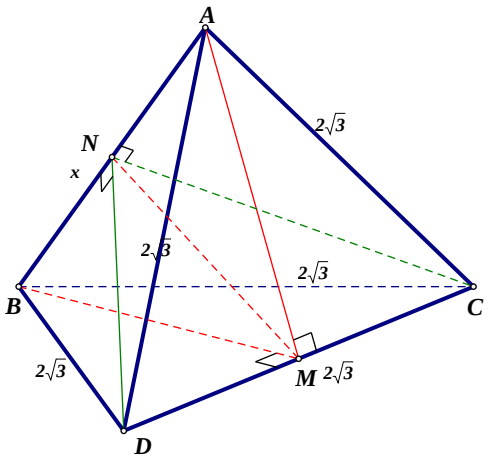
Suy ra $\sin^2\alpha.\cos\alpha$ lớn nhất khi $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3: **[2H1-3.13-4] (Câu 49 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\sqrt{6}$ **B.** $x=\sqrt{14}$ **C.** $x=3\sqrt{2}$ **D.** $x=2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB.

Ta có $\left.\begin{matrix} CD \perp MB \\ CD \perp MA \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (MAB) \Rightarrow \begin{cases} CD \perp MN \\ CD \perp AB \end{cases}$.

Tam giác MAB cân tại M nên $MN \perp AB$.

$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB.CD.d(AB,CD).\sin(AB,CD) = \frac{1}{6} x.2\sqrt{3}.MN.\sin 90°$

$= \frac{1}{6} x.2\sqrt{3}.\sqrt{3^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{6} x.\sqrt{36 - x^2} \le \frac{\sqrt{3}}{6}.\left[\frac{x^2 + (36 - x^2)}{2}\right] = 3\sqrt{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \sqrt{36 - x^2} \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$.

Vậy với $x = 3\sqrt{2}$ thì V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất bằng $3\sqrt{3}$.

Câu 1: **[2H1-3.14-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Ông A dự định sử dụng hết $6,7\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $1,57\text{m}^3$. **B.** $1,11\text{m}^3$. **C.** $1,23\text{m}^3$. **D.** $2,48\text{m}^3$

Lời giải

Chọn A

Gọi x là chiều rộng, ta có chiều dài là $2x$

Do diện tích đáy và các mặt bên là $6,7m^2$ nên có chiều cao $h=\dfrac{6,7-2x^2}{6x}$,

ta có $h>0$ nên $x<\sqrt{\dfrac{6,7}{2}}$.

Thể tích bể cá là $V(x)=\dfrac{6,7x-2x^3}{3}$ và $V'(x)=\dfrac{6,7-6x^2}{3}=0\Leftrightarrow x=\sqrt{\dfrac{6,7}{6}}$

Bảng biến thiên

x	0		$\sqrt{\frac{6,7}{6}}$		$\sqrt{\frac{6,7}{2}}$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	$1,57m^3$	↘	0

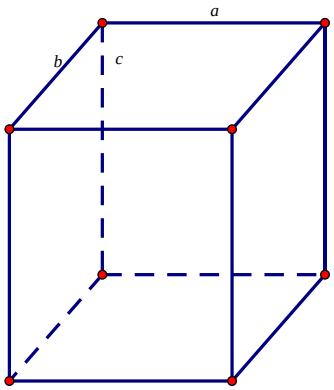
Bể cá có dung tích lớn nhất bằng $1,57\text{m}^3$.

Câu 2: **[2H1-3.14-2] (Câu 31 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Ông A dự định dùng hết $6,5m^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu.

A. $2,26\ m^3$ **B.** $1,61\ m^3$ **C.** $1,33\ m^3$ **D.** $1,50\ m^3$

Lời giải

Chọn D



Giả sử hình hộp chữ nhật có kích thước như hình vẽ. Ta có dung tích của bể cá:

$V = abc$

Mặt khác theo giả thiết ta có: $\begin{cases} ab + 2bc + 2ac = 6,5 \\ a = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2 + 6bc = 6,5 \\ a = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \dfrac{6,5 - 2b^2}{6b} \\ a = 2b \end{cases}$

Khi đó $V = 2b^2.\dfrac{6,5 - 2b^2}{6b} \Leftrightarrow V = \dfrac{6,5b - 2b^3}{3}$.

Xét hàm số: $f(b) = \dfrac{6,5b - 2b^3}{3}$. Có BBT

b	0		$\dfrac{\sqrt{39}}{6}$		$+\infty$
$f'(b)$		$+$	0	$-$	
$f(b)$	0	↗	$f\left(\dfrac{\sqrt{39}}{6}\right)$	↘	$-\infty$

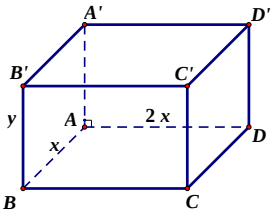
Vậy bể cá có dung tích lớn nhất là: $f\left(\dfrac{\sqrt{39}}{6}\right) = 1,50\ m^3$.

Câu 1: **[2H1-3.14-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Ông A dự định sử dụng hết $5\,m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $1,01\,m^3$. **B.** $0,96\,m^3$. **C.** $1,33\,m^3$. **D.** $1,51\,m^3$

Lời giải

Chọn A



Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá.

Ta có thể tích bể cá $V = 2x^2 y$.

Theo đề bài ta có: $2xy + 2.2xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5$

$$\Leftrightarrow y = \frac{5-2x^2}{6x}$$

$$\Rightarrow V = 2x^2 \frac{5-2x^2}{6x} = \frac{5x-2x^3}{3} \Rightarrow V' = \frac{5-6x^2}{3} \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow 5-6x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

x	0		$\sqrt{\frac{5}{6}}$		$\sqrt{\frac{5}{2}}$
V'		$+$	0	$-$	
V	0	↗	$\frac{5\sqrt{30}}{27}$	↘	0

$$\Rightarrow V_{\max} = \frac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1,01\,m^3.$$

Câu 1: **[2H1-3.14-4] (Câu 32 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Ông A dự định sử dụng hết $5,5\ m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $1,17\ m^3$ **B.** $1,01\ m^3$ **C.** $1,51\ m^3$ **D.** $1,40\ m^3$

Lời giải

Chọn A

Gọi $x, 2x, h$ lần lượt là chiều rộng, dài, cao của bể cá.

Ta có $2x^2+2\left(xh+2xh\right)=5,5 \Leftrightarrow h=\dfrac{5,5-2x^2}{6x}$.

Thể tích bể cá $V=2x^2.\dfrac{5,5-2x^2}{6x}=\dfrac{1}{3}(5,5x-2x^3)$.

$V'=\dfrac{1}{3}(5,5-6x^2)$. $V'=0\Rightarrow x=\sqrt{\dfrac{5,5}{6}}$.

Lập BBT suy ra $V_{\max}=\dfrac{11\sqrt{33}}{54}\approx 1,17\ m^3$.

Câu 1: **[2H2-1.1-1] (Câu 23 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V=\pi rh.$ **B.** $V=\pi r^2h.$ **C.** $V=\frac{1}{3}\pi rh.$ **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h.$

Lời giải

Chọn D

Công thức tính thể tích V của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 2: **[2H2-1.1-1] (Câu 12 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng $2\pi rl$.

Câu 3: **[2H2-1.1-1] (Câu 3 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 4: **[2H2-1.1-1] (Câu 13 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2h$. **B.** πr^2h. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: **[2H2-1.1-1] (Câu 6 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. πr^2h. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **C.** $2\pi r^2h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của hình nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 6: **[2H2-1.1-1] (Câu 3 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\pi r^2 h$. **B.** $2\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (đvtt).

Câu 7: **[2H2-1.1-1] (Câu 8 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A

Câu 1: **[2H2-1.2-1] (Câu 21 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{28\pi}{3}$. **B.** 14π. **C.** 28π. **D.** $\frac{14\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: $S_{xp}=\pi rl=\pi.2.7=14\pi$.

Câu 2: **[2H2-1.2-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=5$ và độ dài đường sinh $l=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{10\pi}{3}$. **B.** $\frac{50\pi}{3}$. **C.** 20π. **D.** 10π.

Lời giải

Chọn D

Hình nón có bán kính đáy $r=5$ và độ dài đường sinh $l=2$ là hình nón không tồn tại.

Nếu làm theo đề bài đã cho bị sai thì đáp án của bài toán là: $S_{xq}=\pi.r.l=10\pi$.

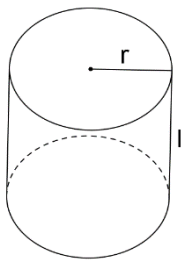
Ghi chú: Đề gốc sai vì không tồn tại hình nón như để bài cho

Câu 3: **[2H2-1.2-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 3. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{9\pi}{4}$. **B.** 18π. **C.** 9π. **D.** $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Theo đề bài toán ta có độ dài bán kính đáy và độ dài đường sinh lần lượt là: $r=\frac{3}{2}$ và $l=3$.

Diện tích xung quanh của hình trụ (T): $S_{xq}=2\pi rl=2.\pi.\frac{3}{2}.3=9\pi$.

Câu 4: **[2H2-1.2-1] (Câu 13 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 28π. **B.** 14π. **C.** $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{98\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi rl=\pi.2.7=14\pi$

Nhận xét: Đề gốc có vấn đề khi kh cho $r=7$ và $l=2$ vì không tồn tại hình nón nào như vậy. Người giải đã đổi hai giá trị của r và l để hợp lý bài toán.

Câu 5: **[2H2-1.2-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 20π. **B.** $\frac{20}{3}\pi$. **C.** 10π. **D.** $\frac{10}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=2.5.\pi=10\pi$.

Câu 6: **[2H2-1.2-1] (Câu 9 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\frac{8\pi}{3}$. **C.** $\frac{16\pi}{3}$. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón: $V=\frac{1}{3}\pi r^2.h=\frac{1}{3}\pi.2^2.4=\frac{16\pi}{3}$.

Câu 7: **[2H2-1.2-1] (Câu 2 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$ chiều cao $h=5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{20\pi}{3}$. **B.** 20π. **C.** $\frac{10\pi}{3}$. **D.** 10π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}.\pi.2^2.5=\frac{20\pi}{3}$.

Câu 8: **[2H2-1.2-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho khối nón có bán kính $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** 32π.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức ta có thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}h.\pi.r^2=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 9: **[2H2-1.2-1] (Câu 12 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{10\pi}{3}$. **B.** 10π. **C.** $\frac{50\pi}{3}$. **D.** 50π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón đã cho bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{50\pi}{3}$.

Câu 10: **[2H2-1.2-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối nón đã cho là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi 4^2.3=16\pi$.

Câu 11: **[2H2-1.2-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $2\pi rh$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **D.** πr^2h

Lời giải

Chọn D

$V_{tru}=\pi r^2h$.

Câu 12: **[2H2-1.2-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $S_{xq}=12\pi$. **B.** $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$. **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=4\sqrt{3}\pi$.

Câu 13: **[2H2-1.2-1] (Câu 26 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l=\frac{\sqrt{5}a}{2}$. **B.** $l=2\sqrt{2}a$. **C.** $l=\frac{3a}{2}$. **D.** $l=3a$.

Lời giải

Chọn C

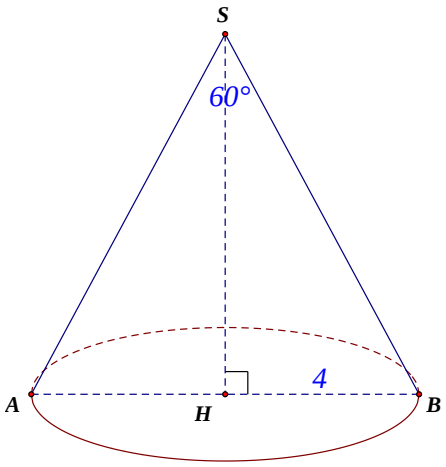
Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=\pi al=3\pi a^2\Rightarrow l=3a$.

Câu 1: **[2H2-1.2-2] (Câu 32 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** 64π. **D.** $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $ASB = 60° \Rightarrow HSB = 30°; HB = 4$.

Áp dụng tỉ số lượng giác cho ΔSHB ta có $\sin 30° = \frac{HB}{SB} \Rightarrow SB = \frac{HB}{\sin 30°} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$.

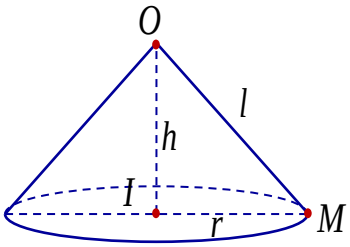
Vậy $S_{xq} = \pi rl = \pi.HB.SB = 8.4.\pi = 32\pi$.

Câu 2: **[2H2-1.2-2] (Câu 27 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** $6\sqrt{3}\pi$. **D.** $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Vì góc ở đỉnh bằng 60° nên $IOM = 30^\circ$. Trong tam giác vuông IOM ta có

$IM = OM.\sin IOM$ hay $r = l\sin 30^\circ \Leftrightarrow l = \dfrac{r}{\sin 30^\circ} = \dfrac{3}{\frac{1}{2}} = 6$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi.3.6 = 18\pi$.

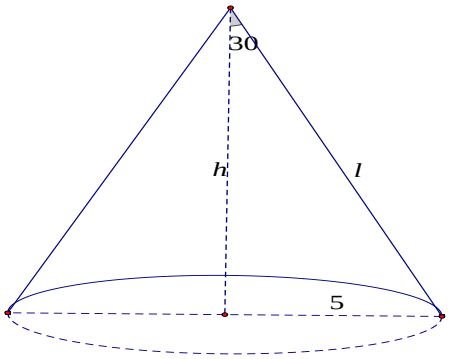
Câu 3: **[2H2-1.2-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 50π. **B.** $\dfrac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** 100π.

Lời giải

Phản biện: Lê Phương Anh

Chọn A



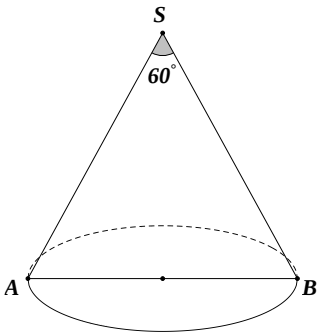
Ta có $\sin 30^0 = \dfrac{5}{l} \Rightarrow l = 10 \Rightarrow S_{xq} = \pi rl = \pi.5.10 = 50\pi$

Câu 4: **[2H2-1.2-2] (Câu 35 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn A



Gọi S là đỉnh của hình nón và AB là một đường kính của đáy.

Theo bài ra, ta có tam giác SAB là tam giác đều $\Rightarrow l = SA = AB = 2r = 4$.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi rl=8\pi$.

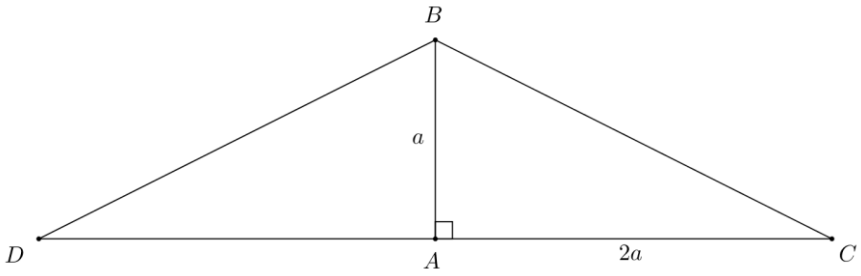
Kết luận: $S_{xq}=8\pi$.

Câu 5: **[2H2-1.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $AC=2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $5\pi a^2$. **B.** $\sqrt{5}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{5}\pi a^2$. **D.** $10\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Hình nón được tạo thành có bán kính đáy $R=2a$ và chiều cao $h=a$

Áp dụng Pitago: $l=BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{a^2+(2a)^2}=a\sqrt{5}$

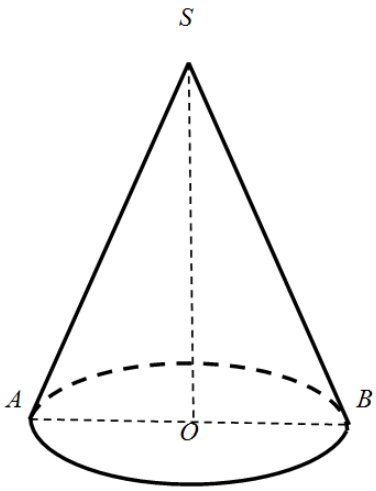
Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq}=\pi Rl=\pi.2a.a\sqrt{5}=2\pi a^2\sqrt{5}$..

Câu 6: **[2H2-1.2-2] (Câu 25 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi khối nón đã cho có S là đỉnh, O là tâm đáy, đường sinh SA. Ta có $SA=2a$, $OA=a$.

$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{(2a)^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối nón là: $V=\frac{1}{3}SO.\pi.OA^2=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\pi.a^2=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 7: **[2H2-1.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq}=\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ **B.** $S_{xq}=8\sqrt{2}\pi$ **C.** $S_{xq}=\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$

Lời giải

Chọn A

Bán kính đường tròn đáy hình trụ bằng một phần ba đường cao tam giác BCD

nên $r=\frac{1}{3}.\frac{4\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình chóp: $h=\sqrt{4^2-\left(\frac{2}{3}.\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{16-\frac{16.3}{9}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$S_{xq}=2\pi rh=2\pi.\frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$

Câu 8: **[2H2-1.2-2] (Câu 47 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60^0. Mặt phẳng qua trục của (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V=9\sqrt{3}\pi.$ **B.** $V=9\pi.$ **C.** $V=3\sqrt{3}\pi.$ **D.** $V=3\pi.$

Lời giải

Chọn D

Ta có Trong ΔHIA: $\tan 30^o=\frac{HI}{IA}=\frac{1}{r}\Rightarrow r=\frac{1}{\tan 30^o}=\sqrt{3}$.

$\Delta SIA: h=SI=IA.\tan 60^o=3$.

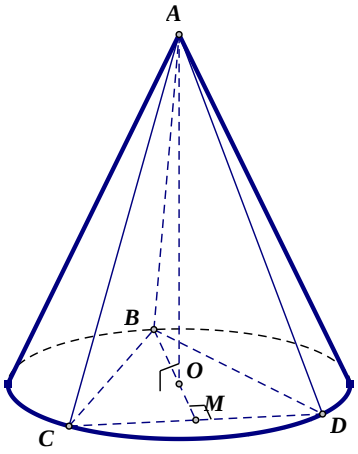
$V_N=\frac{1}{3}.\pi.\left(\sqrt{3}\right)^2.3=3\pi$.

Câu 9: **[2H2-1.2-2] (Câu 43 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

A. $S_{xq}=6\pi a^2$ **B.** $S_{xq}=3\sqrt{3}\pi a^2$ **C.** $S_{xq}=12\pi a^2$ **D.** $S_{xq}=6\sqrt{3}\pi a^2$

Lời giải

Chọn B



Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.

Ta có $BM=\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$; $r=\dfrac{2}{3}BM=\dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

$S_{xq}=\pi.r.l=\pi r.AB=\pi a\sqrt{3}.3a=3\sqrt{3}.\pi a^2$.

Câu 10: **[2H2-1.2-2] (Câu 39 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N)

A. $V=12\pi$. **B.** $V=20\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=60\pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_{xq}=15\pi\Rightarrow\pi rl=15\pi\Leftrightarrow l=5\Rightarrow h=4$.

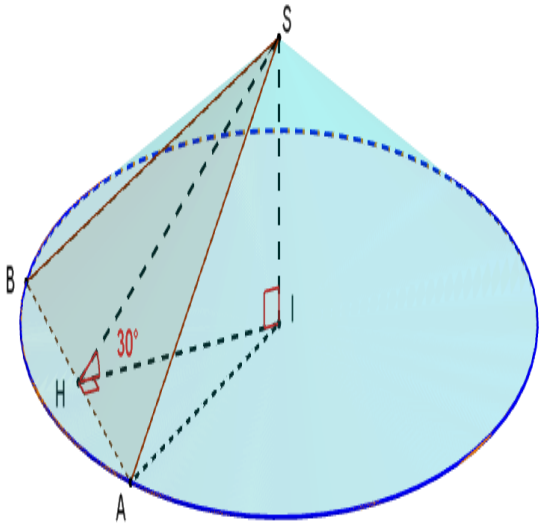
Vậy $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=12\pi$.

Câu 1: **[2H2-1.2-3] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



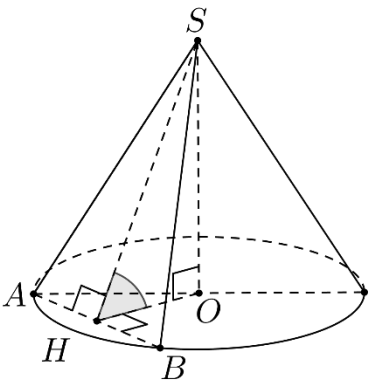
- Ta có: ΔSAB đều cạnh $2a \Rightarrow SH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.
- Góc giữa thiết diện và mặt phẳng đáy là $SHI = 30°$.
- Xét ΔSHI vuông tại I; $HI = SH.\cos 30° = a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$.
- Xét ΔAHI vuông tại H: $AI = \sqrt{AH^2 + HI^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{9a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{13}}{2}$.
- Vậy: $S_{xq} = \pi r.l = \pi.AI.SA = \pi.\dfrac{a\sqrt{13}}{2}.2a = \sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 2: **[2H2-1.2-3] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30^0, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của nón bằng

A. $4\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm đáy nón, đỉnh nón là S, thiết diện là tam giác đều SAB.

Kẻ $OH \perp AB$, H là trung điểm $AB \Rightarrow SHO = 30^0$.

$\Rightarrow SH = 2a\sqrt{3}, HA = 2a.$

Ta có: $OH = SH.\cos 30^0 = 3a.$

$\Rightarrow R = \sqrt{HO^2 + HA^2} = \sqrt{9a^2 + 4a^2} = a\sqrt{13}.$

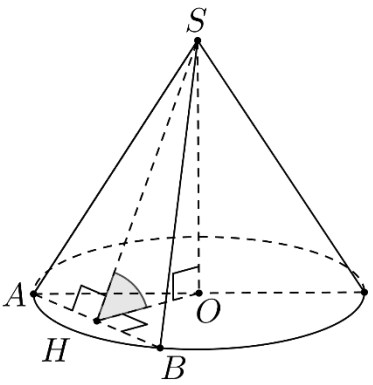
$\Rightarrow S_{xq} = \pi Rl = \pi a\sqrt{13}.4a = 4\sqrt{13}\pi a^2..$

Câu 3: **[2H2-1.2-3] (Câu 47 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cắt hình nón $(\aleph)$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $60°$ ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của $(\aleph)$ bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Mặt phẳng (P) cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB cạnh $2a \Rightarrow AB = 2a.$

Kẻ $OH \perp AB$ tại $H \Rightarrow AH = a, SH = a\sqrt{3}.$

Góc giữa mặt phẳng (SAB) với mặt đáy bằng $60° \Rightarrow SHO = 60° \Rightarrow SO = SH.\sin 60° = \dfrac{3a}{2}.$

Mà $OH = \dfrac{SO}{\tan 60°} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{h^2 + r^2} = 4a.$

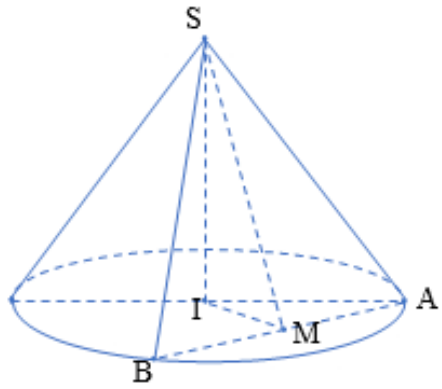
Vậy $S_{xq}=\pi rl=\pi.\dfrac{a\sqrt{7}}{2}.2a=\sqrt{7}\pi a^2.$

Câu 4: **[2H2-1.2-3] (Câu 42 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60^0 ta thu được thiết diện là một tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng :

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm đáy nón. Ta có thiết diện qua đỉnh là tam giác SBA.

Gọi M là trung điểm của A **B.** Suy ra $SMI=60^0$.

Do tam giác SAB đều cạnh $4a \Rightarrow SM=\dfrac{4a\sqrt{3}}{2}=2a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SIM vuông tại I ta có $SI=3a; IM=a\sqrt{3}$.

Xét ΔIMA vuông tại M ta có $IA=\sqrt{IM^2+MA^2}=\sqrt{3a^2+(2a)^2}=a\sqrt{7}$.

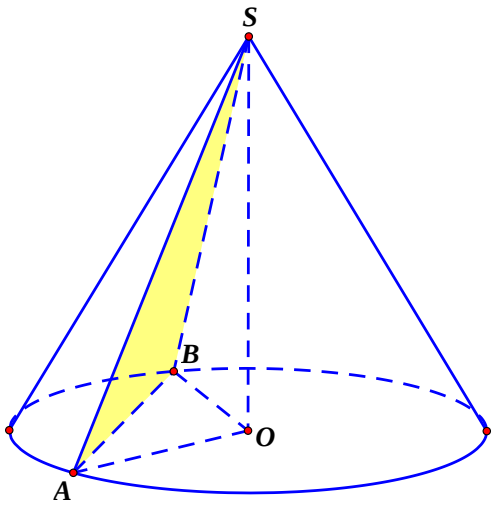
Khi đó $S_{xq}=\pi rl=\pi a\sqrt{7}.4a=4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 5: **[2H2-1.2-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** $32\sqrt{5}\pi$. **D.** 96π.

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết tam giác SAB đều, $S_{\Delta SAB}=9\sqrt{3}$ và $SO=2\sqrt{5}$.

$S_{\Delta SAB}=9\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}\Leftrightarrow AB=6$.

ΔSAB đều $SA=AB=6$.

Xét ΔSOA vuông tại O, theo định lý Pytago ta có: $OA=\sqrt{SA^2-SO^2}=\sqrt{6^2-\left(2\sqrt{5}\right)^2}=4$.

Thể tích hình nón bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.OA^2.SO=\frac{1}{3}\pi 4^2.2\sqrt{5}=\frac{32\sqrt{5}}{3}\pi$.

Câu 6: **[2H2-1.2-3] (Câu 40 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại $A, AB=a$ và $ACB=30^0$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $V=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **D.** $V=\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Đường cao hình nón là: $AC=\frac{AB}{\tan 30}=a\sqrt{3}$.

Thể tích hình nón: $V=\frac{1}{3}\pi hR^2=\frac{1}{3}\pi.a\sqrt{3}.a^2=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 7: **[2H2-1.2-3] (Câu 31 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác ABC *D.*

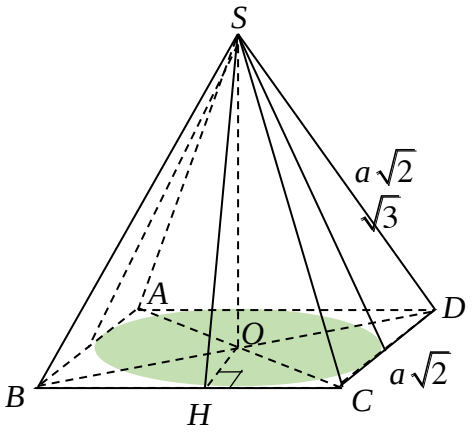
A. $V=\frac{\pi a^3}{2}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$ **C.** $V=\frac{\pi a^3}{6}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$

Lời giải

Chọn C

$OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}a = a;$

$SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$



Dựng $OH \perp BC \Rightarrow (O)$ là đường tròn tâm O, bán kính $OH = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

$S_{(O)} = \pi OH^2 = \frac{\pi a^2}{2}$

$V_{(N)} = \frac{1}{3}.SO.S_{(O)} = \frac{1}{3}.a.\frac{\pi}{2}a^2 = \frac{\pi}{6}a^3$

Câu 1: **[2H2-1.3-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

A. $2\sqrt{2}a$ **B.** $3a$ **C.** $2a$ **D.** $\frac{3a}{2}$

Lời giải

Chọn B

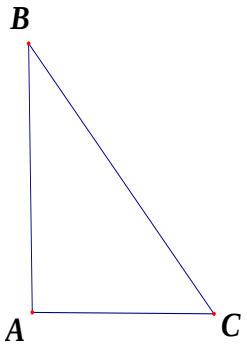
Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi rl$ với $r = a \Rightarrow \pi.a.l = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

Câu 2: **[2H2-1.3-2] (Câu 39 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = a$ **B.** $l = \sqrt{2}a$ **C.** $l = \sqrt{3}a$ **D.** $l = 2a$

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác ABC vuông tại A ta có $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow BC = 2a$

Đường sinh của hình nón cũng chính là cạnh huyền của tam giác $\Leftrightarrow l = BC = 2a$.

Câu 1: **[2H2-1.4-2] (Câu 19 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$ **B.** $V=4\pi$ **C.** $V=16\pi\sqrt{3}$ **D.** $V=12\pi$

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi.r^2.h=\dfrac{1}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2.4=4\pi$.

Câu 1: **[2H2-1.7-1] (Câu 12 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

A. πrl **B.** $4\pi rl$ **C.** $2\pi rl$ **D.** $\frac{4}{3}\pi rl$

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay: $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 1: **[2H2-1.8-1] (Câu 1 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 25π. **C.** 30π. **D.** 75π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq}=2\pi.r.l=2.5.3.\pi=30\pi$.

Câu 2: **[2H2-1.8-1] (Câu 3 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh hình trụ ta có: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.4.3=24\pi$

Câu 3: **[2H2-1.8-1] (Câu 7 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hình trụ có bán kính đáy $r=8$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π. **B.** 192π. **C.** 48π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.8.3=48\pi.$

Câu 4: **[2H2-1.8-1] (Câu 11 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=4\sqrt{2}$.

A. $V=128\pi$ **B.** $V=64\sqrt{2}\pi$ **C.** $V=32\pi$ **D.** $V=32\sqrt{2}\pi$

Lời giải

Chọn B

$V=\pi r^2h=\pi.4^2.4\sqrt{2}=64\sqrt{2}\pi$

Câu 1: **[2H2-1.8-2] (Câu 26 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của (T) bằng.

A. $\frac{25\pi}{2}$ **B.** 25π **C.** 50π **D.** $\frac{25\pi}{4}$

Lời giải

Chọn B

Chiều cao $h=5$

Bán kính $r=\frac{h}{2}=\frac{5}{2}$

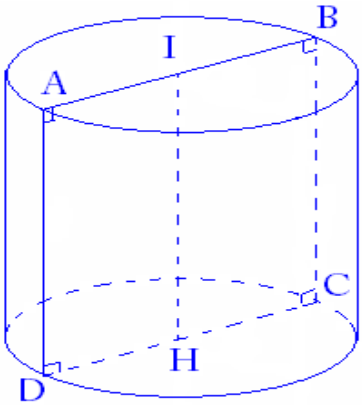
Diện tích xung quanh $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.\frac{5}{2}.5=25\pi$

Câu 2: **[2H2-1.8-2] (Câu 29 - Đề thi TNTHPT 2020 – mã đề 102)** Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** 2π. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Ta có: $2r=AB=1\Rightarrow r=\frac{1}{2}$, $h=l=AD=1$.

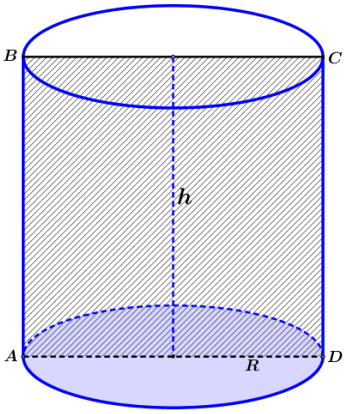
Diện tích xung quanh của (T) là: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.\frac{1}{2}.1=\pi$.

Câu 3: **[2H2-1.8-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cắt hình trụ (T)bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{49\pi}{4}$. **B.** $\frac{49\pi}{2}$. **C.** 49π. **D.** 98π.

Lời giải

Chọn C



+) Thiết diện qua trục của hình trụ (T) là hình vuông cạnh bằng 7 suy ra:

Bán kính hình trụ $R=\frac{7}{2}$, chiều cao hình trụ $h=7$.

Vậy diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.\frac{7}{2}.7=49\pi$.

Câu 4: **[2H2-1.8-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 54π. **D.** 27π.

Lời giải

Chọn B

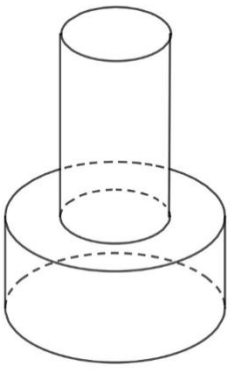
Ta có hình trụ có bán kính đáy $R=3$.

Thiết diện qua trục thu được là một hình vuông nên hình trụ có chiều cao $h=2R=6$.

Vậy $S_{xq}=2\pi Rh=36\pi$.

Câu 5: **[2H2-1.8-2] (Câu 32 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2=\frac{1}{2}r_1$, $h_2=2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\ \text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng

A. 24cm^3. **B.** 15cm^3. **C.** 20cm^3. **D.** 10cm^3.



Lời giải

Chọn C

Gọi thể tích của toàn bộ khối đồ chơi là $V=30\text{cm}^3$, thể tích của khối trụ (H_1) và thể tích khối trụ (H_2) lần lượt là V_1 và V_2.

Ta có: $V=V_1+V_2 \quad (*)$; $V_1=h_1.\pi r_1^2$

Mà $r_2=\frac{1}{2}r_1$, $h_2=2h_1$ nên $V_2=h_2.\pi r_2^2=2h_1.\pi.\frac{1}{4}r_1^2=\frac{1}{2}h_1.\pi r_1^2=\frac{1}{2}V_1$.

Từ $(*)$ ta có $30=V_1+\frac{1}{2}V_1\Rightarrow V_1=20\left(\text{cm}^3\right)$.

Vậy thể tích khối trụ (H_1) bằng 20cm^3.

Câu 6: **[2H2-1.8-2] (Câu 41 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp}=4\pi$ **B.** $S_{tp}=2\pi$ **C.** $S_{tp}=6\pi$ **D.** $S_{tp}=10\pi$

Lời giải

Chọn A

Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh MN nên hình trụ có bán kính

$r=AM=\frac{AD}{2}=1$

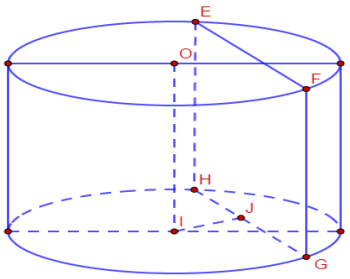
Vậy diện tích toàn phần của hình trụ $S_{tp}=2\pi r.AB+2\pi r^2=2\pi+2\pi=4\pi$.

Câu 1: **[2H2-1.8-3] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$, Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$. **B.** $150\pi a^3$. **C.** $54\pi a^3$. **D.** $108\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi J là trung điểm GH. Khi đó $IJ \perp GH$ và $IJ = 3a$.

Theo giả thiết, ta có $EFGH$ là hình vuông, có độ dài cạnh bằng $6a \Rightarrow GH = 6a$.

Trong tam giác vuông IJH, ta có $IH = \sqrt{(3a)^2 + (3a)^2} = 3\sqrt{2}a$.

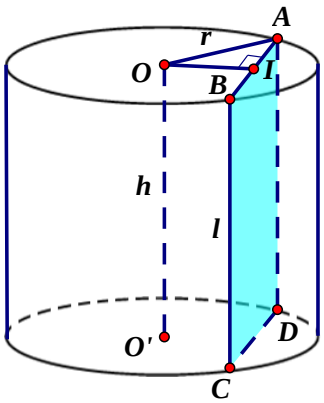
Vậy $V = \pi.IH^2.IO = \pi.18a^2.6a = 108\pi a^3$.

Câu 2: **[2H2-1.8-3] (Câu 39 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\pi\sqrt{3}$. **B.** $6\pi\sqrt{39}$. **C.** $3\pi\sqrt{39}$. **D.** $12\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



* Thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$, gọi I là trung điểm của AB ta có:

$OI \perp (ABCD) \Rightarrow d(OO';(ABCD)) = d(O;(ABCD)) = OI = 1,$

$S_{ABCD} = AB.BC = AB.h = 18 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} \Rightarrow AI = \sqrt{3} \Rightarrow r = OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = 2$

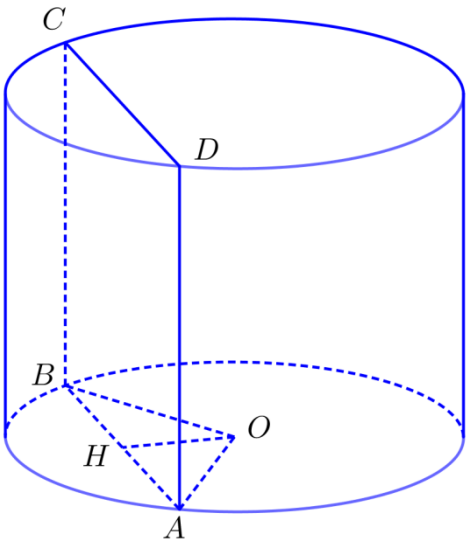
* Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq} = 2\pi rl = 12\pi\sqrt{3}$.

Câu 3: **[2H2-1.8-3] (Câu 37 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{10}\pi$. **B.** $6\sqrt{34}\pi$. **C.** $3\sqrt{10}\pi$. **D.** $3\sqrt{34}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Gọi thiết diện là $ABCD$ với A, B trên đường tròn đáy tâm O

$\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật có $h = BC = 3\sqrt{2}$

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH \perp AB$ và $OH \perp BC$ nên

$OH \perp (ABCD) \Rightarrow OH = d(O,(ABCD)) = 1.$

Ta có $S_{ABCD} = 12\sqrt{2} \Rightarrow AB.h = 12\sqrt{2} \Rightarrow AB = 4.$

Mà $AH = \frac{1}{2}AB = 2.$

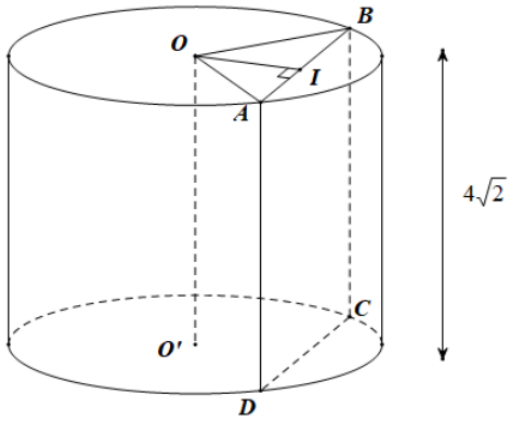
$R = OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{5}$ và $l = h = 3\sqrt{2}.$

Vậy $S_{xq} = 2\pi Rl = 6\pi\sqrt{10}.$

Câu 4: **[2H2-1.8-3] (Câu 36 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{2}\pi$. **C.** $12\sqrt{2}\pi$. **D.** $16\sqrt{2}\pi$.

Lời giải



Chọn D

Gọi O, O' lần lượt là tâm hai đáy của hình trụ.

Hình trụ có chiều cao là $h = 4\sqrt{2}$.

Mặt phẳng song song với trục của hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$

Ta có: $S_{ABCD} = AD.AB = 16 \Rightarrow AB = \dfrac{16}{AD} = \dfrac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Trong tam giác OAB, từ O kẻ $OI \perp AB$, lại có: $OI \perp AD$ suy ra:

$OI \perp (ABCD) \Rightarrow d(OO';(ABCD)) = d(O;(ABCD)) = OI = \sqrt{2}$

Vì tam giác OAB cân tại O nên đường cao OI đồng thời là đường trung tuyến hay I là trung điểm của đoạn thẳng AB

$\Rightarrow AI = \dfrac{AB}{2} = \sqrt{2}$.

$r = OA = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = 2$.

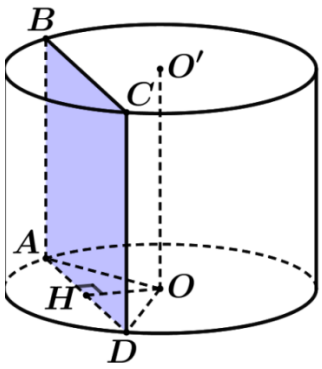
Diện tích xung quanh hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi 2.4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi$.

Câu 5: **[2H2-1.8-3] (Câu 38 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. **B.** $5\sqrt{39}\pi$. **C.** $20\sqrt{3}\pi$. **D.** $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Goi hình trụ có hai đáy là O, O' và bán kính R.

Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục nên thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$ với AB là chiều cao khi đó $AB = CD = 5\sqrt{3}$ suy ra $AD = BC = \dfrac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của AD ta có $OH = 1$ suy ra $R = \sqrt{OH^2 + \dfrac{AD^2}{4}} = \sqrt{1 + \dfrac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4}} = 2$.

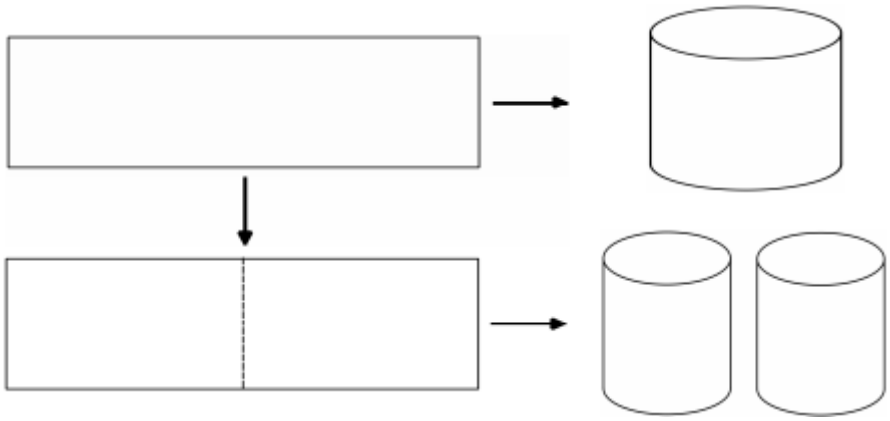
Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.2.5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi$.

Câu 6: **[2H2-1.8-3] (Câu 40 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm \times 240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):.

• Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

• Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.



A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$ **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$ **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 4$

Lời giải

Chọn C

Ban đầu bán kính đáy là R, sau khi cắt tấm tôn bán kính đáy là $\frac{R}{2}$

Đường cao của các khối trụ là không đổi

Ta có $V_1 = h\pi R^2$, $V_2 = 2.h\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = h\pi\frac{R^2}{2}$. Vậy tỉ số $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

Câu 1: **[2H2-1.9-1] (Câu 25 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r=\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **B.** $r=5$. **C.** $r=5\sqrt{\pi}$. **D.** $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Độ dài đường sinh $l=2r$.

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq}=2\pi rl=4\pi r^2 \Rightarrow 4r^2=50 \Rightarrow r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

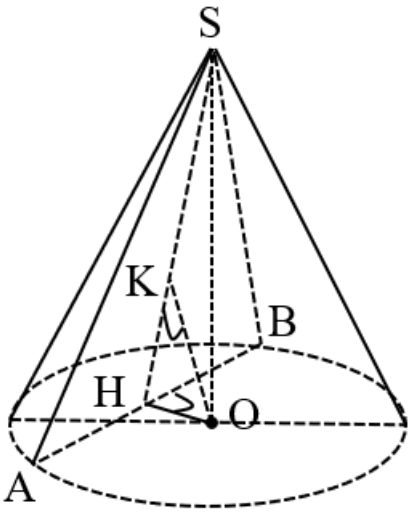
Câu 1: [2H2-1.9-4] (Câu 50 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017) Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h=a$ và bán kính đáy $r=2a$. Mặt phẳng P đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến P.

A. $d=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ **B.** $d=a$ **C.** $d=\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$ **D.** $d=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$SO=h=a;\ OA=OB=r=2a;\ AB=2\sqrt{3}a$



Dựng $OH\perp AB\Rightarrow HA=HB.$

Mà $AB\perp SO\Rightarrow AB\perp(SOH)\Rightarrow(SAB)\perp(SOH)$

Mà $(SAB)\cap(SOH)=SH$. Dựng $OK\perp SH\Rightarrow OK\perp(SAB)$

$\Rightarrow d(O;(SAB))=OK$

$\Delta BHO\perp$ tại H: $HO=\sqrt{OB^2-HB^2}=\sqrt{4a^2-3a^2}=a$

$\Delta SHO\perp$ tại O: $\dfrac{1}{OK^2}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{2}{a^2}\Rightarrow OK=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

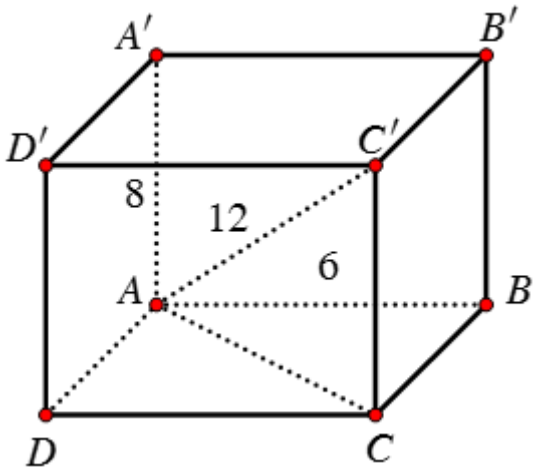
Câu 1: **[2H2-1.10-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=8$, $CD=6$, $AC'=12$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

A. $S_{tp}=576\pi$. **B.** $S_{tp}=10\left(2\sqrt{11}+5\right)\pi$.

B. $S_{tp}=26\pi$. **D.** $S_{tp}=5\left(4\sqrt{11}+4\right)\pi$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $A'C'=\sqrt{AD^2+CD^2}=10$, $AA'=\sqrt{AC'^2-A'C'^2}=2\sqrt{11}$.

Hình trụ có : bán kính đáy $R=\frac{1}{2}A'C'=5$, đường sinh, chiều cao $l=h=AA'=2\sqrt{11}$.

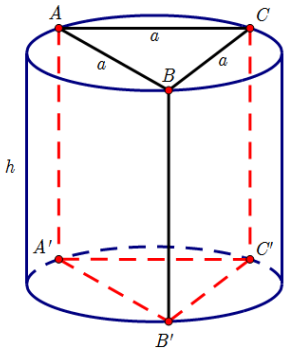
$S_{tp}=2\pi Rl+2\pi R^2=10\left(2\sqrt{11}+5\right)\pi$.

Câu 2: **[2H2-1.10-2] (Câu 40 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{\pi a^2h}{9}$. **B.** $V=\frac{\pi a^2h}{3}$. **C.** $V=3\pi a^2h$. **D.** $V=\pi a^2h$.

Lời giải

Chọn B



Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có hình tròn đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác đáy của lăng trụ, và chiều cao bằng chiều cao lăng trụ.

Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = h.S = h.\pi.\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \frac{\pi a^2 h}{3}$ (đvtt).

Câu 1: **[2H2-1.12-1] (Câu 22 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Một cơ sở sản xuất cố hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,5m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,6m$. **B.** $2,5m$. **C.** $1,8m$. **D.** $2,1m$.

Lời giải

Chọn C

Gọi r là bán kính bể dự định làm, h là chiều cao các bể.

Ta có $\pi r^2 h = \pi\left(1^2 + 1,5^2\right)h \Rightarrow r = \sqrt{1^2 + 1,5^2} \approx 1,8\ (\text{m})$.

Câu 1: **[2H2-1.12-2] (Câu 23 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $2,8m$. **B.** $2,6m$. **C.** $2,1m$. **D.** $2,3m$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$V_1 = \pi R_1^2 h$; $V_2 = \pi R_2^2 h$ và $V = \pi R^2 h$

Theo đề bài ta lại có:

$V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \pi R^2 h = \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} \approx 2,059(m)$

(V, R lần lượt là thể tích và bán kính của bể nước cần tính)

Câu 2: **[2H2-1.12-2] (Câu 18 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Một cơ sở sản xuất có 2 bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,4m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của 2 bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $1,7\text{m}$. **B.** $1,5\text{m}$. **C.** $1,9\text{m}$. **D.** $2,4\text{m}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi chiều cao của các hình trụ là h.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình trụ có bán kính đáy $R_1 = 1m, R_2 = 1,4m$.

Gọi V là thể tích của hình trụ dự định làm và có bán kính đáy là R.

Ta có: $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \pi R^2 h = \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + R_2^2$

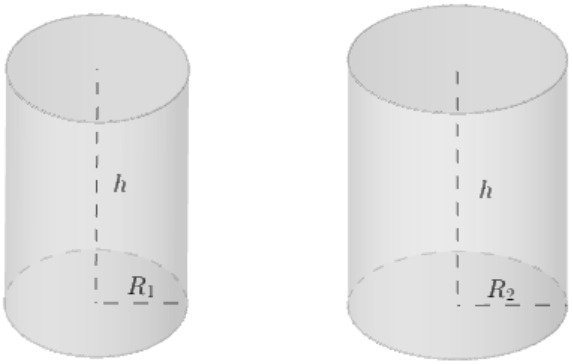
$\Leftrightarrow R^2 = 1^2 + 1,4^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{2,96} \approx 1,72$.

Câu 3: **[2H2-1.12-2] (Câu 27 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,8m$. **B.** $1,4m$. **C.** $2,2m$. **D.** $1,6m$.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

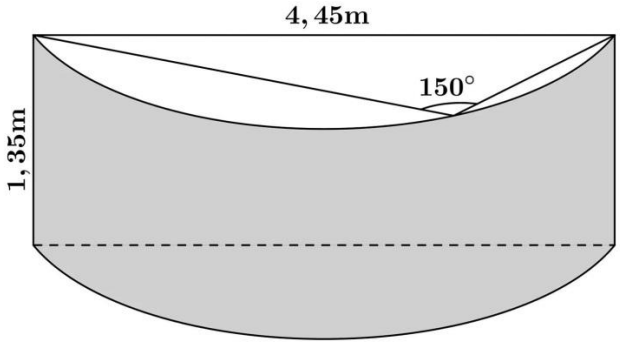
$V_1 = \pi R_1^2 h = \pi h$ và $V_2 = \pi R_2^2 h = \frac{36\pi}{25} h.$

Theo đề bài ta lại có:

$V = V_1 + V_2 = V_1 = \pi h + \frac{36\pi}{25} h = \frac{61\pi}{25} h = \pi R^2 h.$

$\Leftrightarrow R^2 = \frac{61}{25} \Leftrightarrow R = 1,56$ (V, R lần lượt là thể tích và bán kính của bể nước cần tính)

Câu 1: **[2H2-1.12-3] (Câu 44 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng tấm cường lự C. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên.

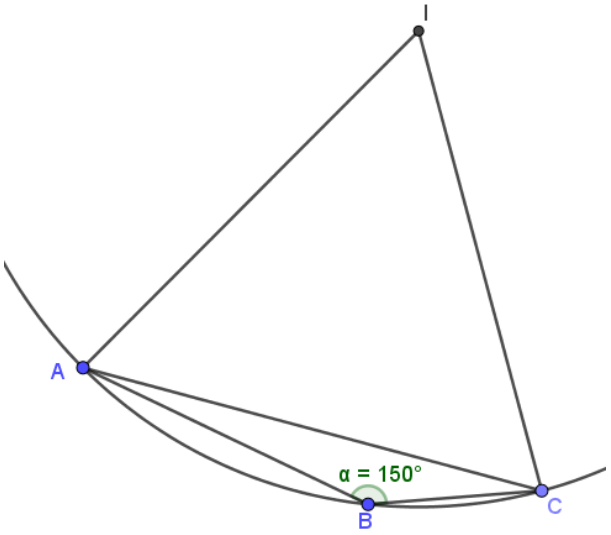


Biết giá tiền của $1\,\text{m}^2$ kính như trên là $1.500.000$ đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?

A. 23.591.000 đồng. **B.** 36.173.000 đồng. **C.** 9.437.000 đồng. **D.** 4.718.000 đồng.

Lời giải

Chọn C



Giả sử mặt đáy trên của hình trụ là đường tròn tâm I, bán kính R đi qua ba điểm A, B, C như hình vẽ.

Khi đó $2R = \dfrac{AC}{\sin ABC} = \dfrac{4,45}{\sin 150°} \Rightarrow R = 4,45$ m.

Thế nên ΔIAC là tam giác đều.

Do đó độ dài dây cung AC là $l = \alpha R = \dfrac{\pi}{3}.R = \dfrac{89}{60}\pi$.

Tấm kính khi trải phẳng ra là một hình chữ nhật có chiều rộng là $1,35$ m và chiều dài $\dfrac{89}{60}\pi$ m.

Thế nên số tiền ông Bình mua tấm kính trên là $1500000.1,35.\frac{89}{60}\pi \simeq 9.437.000$ đồng.

Câu 2: **[2H2-1.12-3] (Câu 30 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy $3\,mm$ và chiều cao $200\,mm$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao của bút và đáy là hình tròn có bán kính $1\,mm$. Giả định $1\,m^3$ gỗ có giá a, $1\,m^3$ than chì có giá $7a$. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $84,5.a$ **B.** $9,07.a$ **C.** $8,45.a$ **D.** $90,07.a$

Lời giải

Chọn C

Thể tích phần lõi than chì: $V_1 = \pi.0,001^2.0,2 = 2\pi.10^{-7}\ m^3$.

Số tiền làm lõi than chì $T_1 = (2\pi.10^{-7})7a.10^6 = 1,4\pi a$.

Thể tích phần thân bằng gỗ của bút

$$V_2 = 6.\frac{(0,003)^2\sqrt{3}}{4}.0,2 - 2\pi.10^{-7} = \left[\sqrt{3}.27.10^{-7} - 2\pi.10^{-7}\right]m^3.$$

Số tiền làm phần thân bằng gỗ của bút

$$T_2 = \left[27\sqrt{3}.10^{-7} - \pi.2.10^{-7}\right]a.10^6 = \left[2,7\sqrt{3} - \pi.0,2\right]a.$$

Vậy giá vật liệu làm bút chì là: $T = T_1 + T_2 \approx 8,45.a$.

Câu 3: **[2H2-1.12-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a. $1m^3$ than chì có giá $9a$. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $97,03a$ đồng. **B.** $10,33a$ đồng. **C.** $9,7a$ đồng. **D.** $103,3a$ đồng

Lời giải

Chọn C

$3mm = 0,003m; 200mm = 0,2m; 1mm = 0,001m$

Diện tích đáy của phần than chì: $S_1 = \pi r^2 = \pi.10^{-6}(m^2)$

Diện tích đáy phần bút bằng gỗ:

$$S_2 = 6S_{OAB} - S_1 = \left(6.\frac{3^2\sqrt{3}}{4} - \pi\right).10^{-6} = \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi\right).10^{-6}(m^2)$$

Thể tích than chì cần dùng: $V_1 = S_1.h = \pi r^2 0,2 = 0,2\pi.10^{-6}(m^3)$

Thể tích gỗ làm bút chì: $V_2 = S_2.h = \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi\right).0,2.10^{-6}(m^3)$

Tiền làm một cây bút:

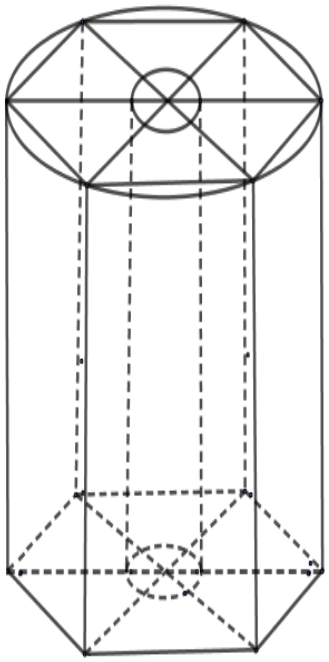
$V_1.9a + V_2.a = (9V_1 + V_2)a = \left(9.0,2\pi.10^{-6} + \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi\right).0,2.10^{-6}\right)a = 9,7a$.

Câu 4: **[2H2-1.12-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 (mm) và chiều cao bằng 200 (mm). Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 (mm). Giả định 1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng, 1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?.

A. $84,5.a$ đồng. **B.** $78,2.a$ đồng. **C.** $8,45.a$ đồng. **D.** $7,82.a$ đồng

Lời giải

Chọn D



1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng suy ra 1 mm^3 gỗ có giá $\frac{a}{1000}$ đồng.

1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng suy ra 1 mm^3 than chì có giá $\frac{6a}{1000}$ đồng.

Phần chì của cái bút có thể tích bằng $V_1 = 200.\pi.1^2 = 200\pi\left(mm^3\right)$.

Phần gỗ của của bút chì có thể tích bằng $V_2 = 200.6.\frac{3^2\sqrt{3}}{4} - 200\pi = 2700\sqrt{3} - 200\pi\left(mm^3\right)$.

Số tiền làm một chiếc bút chì là $\frac{6a.V_1 + a.V_2}{1000} \approx 7,82a$ đồng.

Câu 5: **[2H2-1.12-3] (Câu 27 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy $3\,\text{mm}$ và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính đáy 1 mm. Giả định $1\,\text{m}^3$ gỗ có giá a, $1\,\text{m}^3$ than chì có giá $8a$. Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $9,7.a$ **B.** $97,03.a$ **C.** $90,7.a$ **D.** $9,07.a$

Lời giải

Chọn. **D.**

Diện tích của khối lăng trụ lục giác đều là $S = 6.\left(\left(3.10^{-3}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)\,(\text{m}^2)$

Thể tích của chiếc bút chì là: $V = S.h = 6.\left(\left(3.10^{-3}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right).200.10^{-3} = 27\sqrt{3}.10^{-7}\ (\text{m}^3).$

Thể tích của phần lõi bút chì là $V_1 = \pi r^2 h = \pi.\left(10^{-3}\right)^2.200.10^{-3} = 2\pi.10^{-7}\ (\text{m}^3).$

Suy ra thể tích phần thân bút chì là $V_2 = V - V_1 = \left(27\sqrt{3} - 2\pi\right).10^{-7}\ (\text{m}^3).$

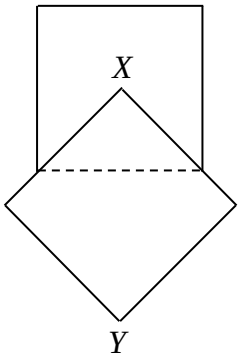
Giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên là:

$V_2.a.10^6 + V_1.8a.10^6 = \left(27\sqrt{3} - 2\pi\right).10^{-7}.a.10^6 + 2\pi.10^{-7}.8a.10^6 = \left(2,7\sqrt{3} + 1,4\pi\right)a \simeq 9,07a$.

Câu 1: **[2H2-1.13-3] (Câu 42 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.

A. $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **B.** $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

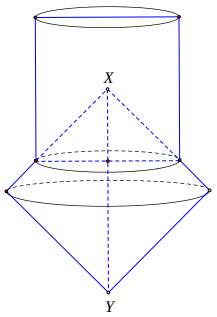
C. $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. **D.** $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.



Lời giải

Chọn C

□ ***Cách 1 :***



Khối tròn xoay gồm 3 phần:

Phần 1: khối trụ có chiều cao bằng 5, bán kính đáy bằng $\dfrac{5}{2}$ có thể tích

$$V_1=\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2\times 5=\frac{125\pi}{4}$$

Phần 2: khối nón có chiều cao và bán kính đáy bằng $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ có thể tích

$$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2\times\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{125\pi\sqrt{2}}{12}$$

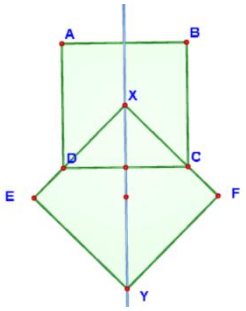
Phần 3: khối nón cụt có thể tích là

$$V_3=\frac{1}{3}\pi\times\frac{5\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}\times\left(\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5\sqrt{2}}{2}\times\frac{5}{2}\right)=\frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay là

$$V=V_1+V_2+V_3=\frac{125\pi}{4}+\frac{125\pi\sqrt{2}}{12}+\frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24}=\frac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}.$$

Cách 2 :



Thể tích hình trụ được tạo thành từ hình vuông $ABCD$ là: $V_T=\pi R^2h=\frac{125\pi}{4}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ hình vuông $XEYF$ là:

$V_{2N}=\frac{2}{3}\pi R^2h=\frac{125\pi\sqrt{2}}{6}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ tam giác XDC là: $V_{N'}=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{125\pi}{24}$

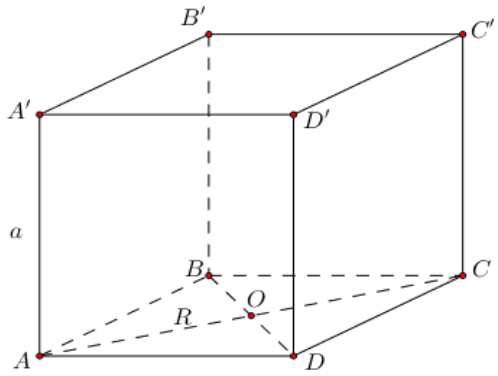
Thể tích cần tìm $V=V_T+V_{2N}-V_{N'}=125\pi\frac{5+4\sqrt{2}}{24}$.

Câu 1: **[2H2-1.15-2] (Câu 28 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{4}$ **B.** $V=\pi a^3$ **C.** $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$ **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$

Lời giải

Chọn D



Bán kính đường tròn đáy là $R=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; chiều cao $h=a$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V=\pi R^2 h=\pi.\dfrac{a^2}{2}.a=\dfrac{\pi a^3}{2}$.

Câu 1: **[2H2-2.1-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=16\pi R^2$.

Lời giải

Chọn C

Dễ dàng ta có $S=4\pi R^2$.

Câu 2: **[2H2-2.1-1] (Câu 19 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=16\pi R^2$. **B.** $S=4\pi R^2$. **C.** $S=\pi R^2$. **D.** $S=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S=4\pi R^2$.

Câu 3: **[2H2-2.1-1] (Câu 7 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Thể tích khối cầu bán kính a bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu bán kính $R=a$ là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 4: **[2H2-2.1-1] (Câu 10 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng:

A. $\frac{4}{3}\pi R^2$ **B.** $2\pi R^2$ **C.** $4\pi R^2$ **D.** πR^2

Lời giải

Chọn C

Câu 1: **[2H2-2.3-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=16\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích S của mặt cầu bán kính R: $S=4\pi R^2$

Câu 2: **[2H2-2.3-1] (Câu 6 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi R^2$. **B.** $S=16\pi R^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2$.

Câu 3: **[2H2-2.3-1] (Câu 16 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{500\pi}{3}$. **B.** 25π. **C.** $\frac{100\pi}{3}$. **D.** 100π.

Lời giải

Chọn D

Diện tích của mặt cầu đã cho $S=4\pi r^2=4\pi.5^2=100\pi$.

Câu 4: **[2H2-2.3-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho mặt cầu có bán kính $r=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 16π. **B.** 64π. **C.** $\frac{64\pi}{3}$. **D.** $\frac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu đã cho bằng $4\pi.r^2=4\pi.4^2=64\pi$.

Câu 5: **[2H2-2.3-1] (Câu 11 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 25π. **B.** $\frac{500\pi}{3}$. **C.** 100π. **D.** $\frac{100\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu đã cho: $S=4\pi r^2=4.\pi.5^2=100\pi$

Câu 6: **[2H2-2.3-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho mặt cầu có bán kính $r=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{256\pi}{3}$. **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 16π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi r^2=4\pi 4^2=64\pi$.

Câu 7: **[2H2-2.3-1] (Câu 19 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích khối cầu đã cho là

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu bán kính $r=2$ là $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}.\pi.2^3=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 8: **[2H2-2.3-1] (Câu 5 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 16π. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** 32π. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối cầu đã cho $V=\frac{4}{3}\pi.r^3=\frac{4}{3}\pi.2^3=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 9: **[2H2-2.3-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 64π. **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 256π. **D.** $\frac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích khối cầu là: $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{256\pi}{3}$.

Câu 10: **[2H2-2.3-1] (Câu 8 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{256\pi}{3}$. **B.** 64π. **C.** $\frac{64\pi}{3}$. **D.** 256π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi.4^3=\frac{256\pi}{3}$.

Câu 11: **[2H2-2.3-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích của mặt cầu đã cho $S=4\pi R^2=4\pi.2^2=16\pi$.

Câu 12: **[2H2-2.3-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $4\pi R^3$. **C.** $2\pi R^3$. **D.** $\frac{3}{4}\pi R^3$

Lời giải

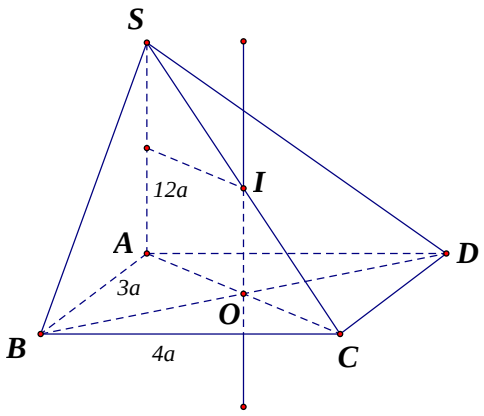
Chọn A

Câu 1: **[2H2-2.4-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3a$, $BC=4a$, $SA=12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $R=\dfrac{5a}{2}$. **B.** $R=\dfrac{17a}{2}$. **C.** $R=\dfrac{13a}{2}$. **D.** $R=6a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5a$

Vì $SA\perp AC$ nên $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=13a$

Nhận thấy: $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp SB$. Tương tự: $CD\perp SD$

Do các điểm A, B, D đều nhìn đoạn thẳng SC dưới một góc vuông nên gọi I là trung điểm của đoạn thẳng SC thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

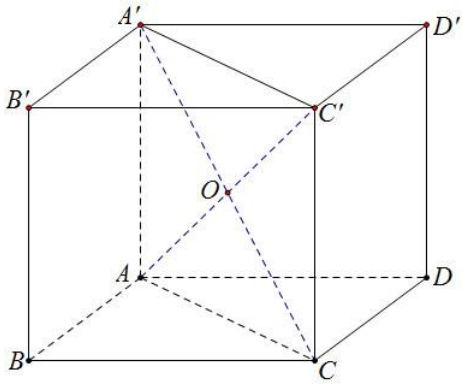
Vậy $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{13a}{2}$.

Câu 2: **[2H2-2.4-2] (Câu 22 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=2\sqrt{3}R$ **B.** $a=\dfrac{\sqrt{3}R}{3}$ **C.** $a=2R$ **D.** $a=\dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC' \cap A'C \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.

Bán kính mặt cầu: $R = OA = \frac{1}{2}AC' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \frac{2R}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$

Câu 3: **[2H2-2.4-2] (Câu 26 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ **B.** $R = a$ **C.** $R = 2\sqrt{3}a$ **D.** $R = \sqrt{3}a$

Lời giải

Chọn D

Gọi O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow O$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương, $R = OA$

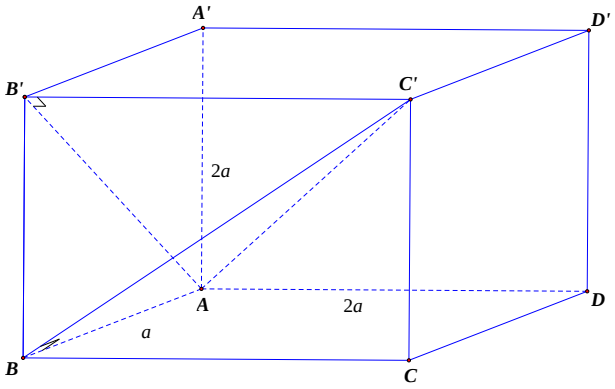
$$R = OA = \frac{1}{2}AC' = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + C'C^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(2\sqrt{2}a\right)^2 + \left(2a\right)^2} = \sqrt{3}a$$

Câu 4: **[2H2-2.4-2] (Câu 41 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R = 3a$ **B.** $R = \frac{3a}{4}$ **C.** $R = \frac{3a}{2}$ **D.** $R = 2a$

Lời giải

Chọn C



Ta có $AB'C' = ABC' = 90°$ nên mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$ có đường kính AC'.

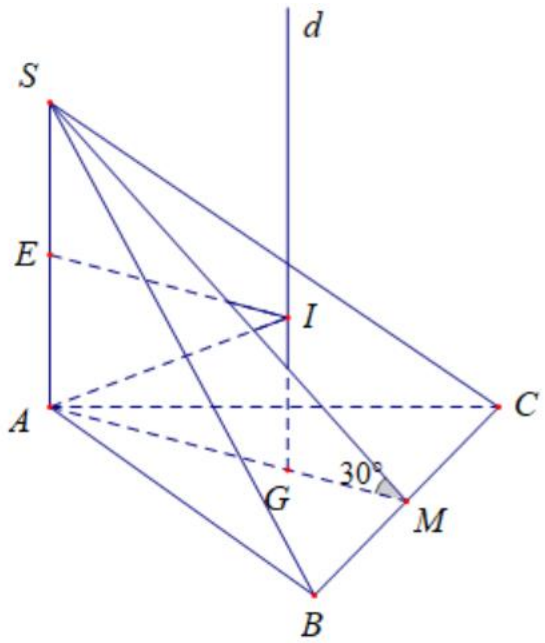
Do đó bán kính là $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = \frac{3a}{2}$.

Câu 1: **[2H2-2.4-3] (Câu 41 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{19\pi a^2}{9}$. **D.** $13\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC, ta có góc SMA là góc giữa (SBC) và (ABC)

$\Rightarrow SMA = 30°$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC khi đó ta có:

$AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, $SA = AM.\tan 30° = a\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = a$.

Qua G kẻ đường thẳng d vuông góc với (ABC) $\Rightarrow d // SA$.

Gọi E là trung điểm của SA, qua E kẻ mặt phẳng (P) sao cho: $\begin{cases}(P)\perp SA\\(P)\cap d=\{I\}\end{cases}$

Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ và khối cầu đó có bán kính là: $R = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\dfrac{SA}{2}\right)^2 + AG^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + \dfrac{4a^2}{3}} = \dfrac{a\sqrt{57}}{6}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi R^2 = \dfrac{19\pi a^2}{3}$.

Câu 2: **[2H2-2.4-3] (Câu 40 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{43\pi a^2}{9}$. **D.** $21\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

+ $\alpha = 60^o$ là góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC). Lấy I là trung điểm $BC \Rightarrow \begin{cases} AI \perp BC \\ SI \perp BC \end{cases}$

$\Rightarrow \alpha = (SI, AI) = SIA = 60^o$.

+ $AI = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = \sqrt{3}.AI = 3a$.

+ Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Qua G kẻ đường thẳng $\Delta \perp (ABC) \Rightarrow \Delta // SA$

Trong mp(SA, Δ): Đường trung trực SA cắt Δ ở O

$\Rightarrow$ Mặt cầu $S(O;OA)$ ngoại tiếp $S.ABC$. Gọi K là trung điểm AS

Ta có $AK = \dfrac{1}{2}AS = \dfrac{3a}{2}; AG = \dfrac{2}{3}AI = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$

$R = \sqrt{AK^2 + AG^2} = \sqrt{\dfrac{9a^2}{4} + \dfrac{4a^2}{3}} = a\sqrt{\dfrac{43}{12}}$

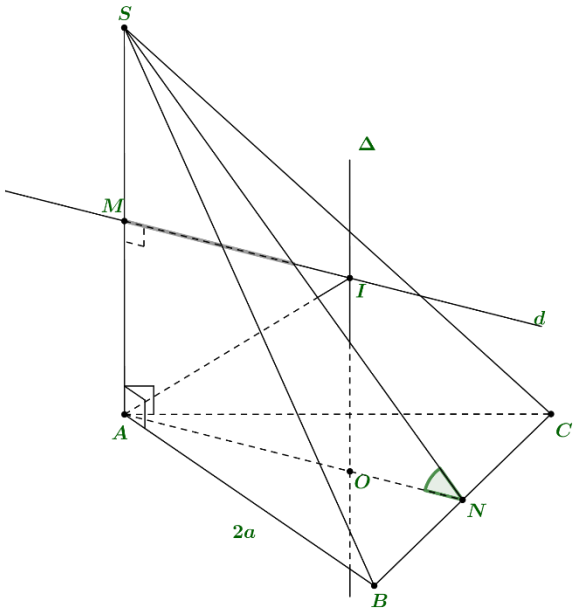
+ Diện tích mặt cầu $S(O;OA)$ là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2 \dfrac{43}{12} = \dfrac{43\pi a^2}{3}$.

Câu 3: **[2H2-2.4-3] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

A. $52\pi a^2$. **B.** $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{76\pi a^2}{9}$. **D.** $\dfrac{76\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm của BC, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC.

Dựng Δ qua O, $\Delta \perp (ABC) \Rightarrow \Delta$ là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC và Δ, SA đồng phẳng.

Trong mặt phẳng (SAN) dựng đường trung trực d của cạnh bên SA.

Gọi $I = \Delta \cap d$, suy ra $IA = IB = IC = IS$, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và $R = IA$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AN \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAN) \Rightarrow BC \perp SN$.

Suy ra $\angle((SBC),(ABC)) = \angle(AN, SN) = \angle SNA = 30°$.

Mặt khác: $AN = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$, $AO = \dfrac{2}{3}AN = \dfrac{4\sqrt{3}a}{3}$.

Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AN \Rightarrow \Delta SAN$ vuông tại A.

Ta có $\tan \angle SNA = \dfrac{SA}{AN} \Rightarrow SA = AN \cdot \tan 30° = 2a\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 2a$, suy ra $MA = IO = \dfrac{SA}{2} = a$.

Xét tam giác IOA vuông tại O: $R = IA = \sqrt{IO^2 + AO^2} = \sqrt{a^2 + \left(\dfrac{4\sqrt{3}a}{3}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{57}a}{3}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

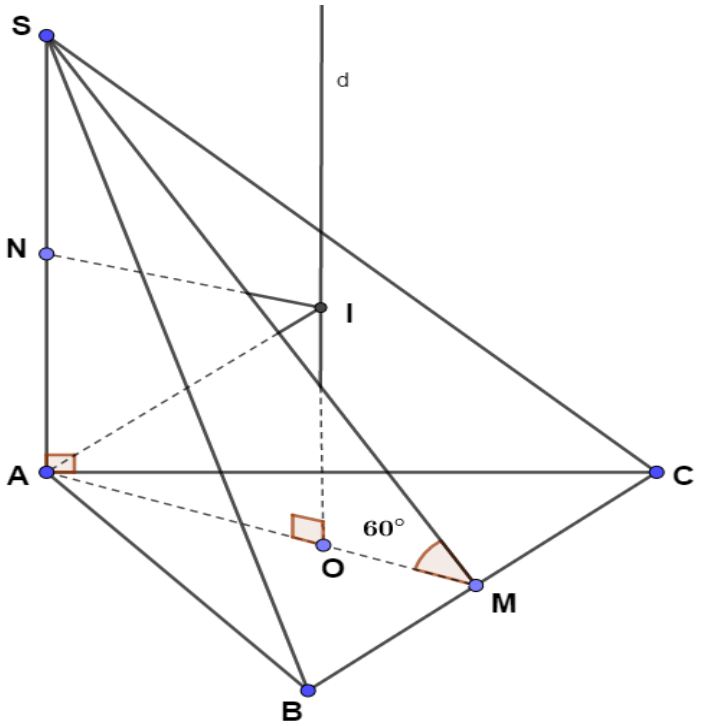
$$S_{(S.ABC)} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{\sqrt{57}a}{3}\right)^2 = \frac{76\pi a^2}{3}$$

Câu 4: **[2H2-2.4-3] (Câu 42 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{172\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{76\pi a^2}{3}$. **C.** $84\pi a^2$. **D.** $\frac{172\pi a^2}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của tam giác ABC, M và N lần lượt là trung điểm của BC và SA, R,S là bán kính và diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Dựng trục d của tam giác ABC, $\Rightarrow d$ qua O và $d // SA$.

Trong mặt phẳng (SA,d) dựng đường thẳng qua N song song với AO cắt d tại I.

Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và $R = AI$.

Do ΔABC đều và $SA \perp (ABC)$ nên

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow ((SBC),(ABC)) = \angle SMA = 60^\circ.$$

$$AM = 4a\frac{\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} AO = \frac{2}{3}AM = \frac{4a\sqrt{3}}{3} \\ AN = \frac{1}{2}SA = \frac{1}{2}AM\tan 60^\circ = 3a \end{cases}.$$

$ANIO$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AI = \sqrt{AN^2 + AO^2} = \sqrt{9a^2 + \frac{16a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{43}{3}}$.

Vậy $S = 4\pi R^2 = \frac{172\pi a^2}{3}$.

Câu 5: **[2H2-2.4-3] (Câu 12 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C, AB vuông góc với mặt phẳng (BCD), $AB=5a$, $BC=3a$ và $CD=4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R=\dfrac{5a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $R=\dfrac{5a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=\dfrac{5a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tam giác BCD vuông tại C nên $BD=5a$. Tam giác ABD vuông tại B nên $AD=5a\sqrt{2}$.

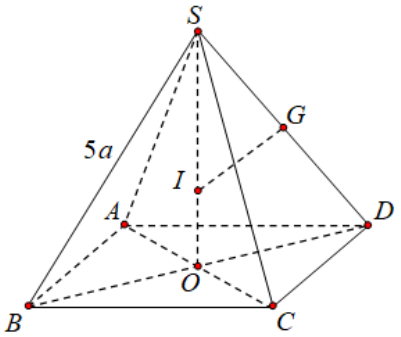
Ta có: B và C cùng nhìn AD dưới một góc vuông nên tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là trung điểm I của AD. Bán kính mặt cấu này là: $R=\dfrac{AD}{2}=\dfrac{5a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6: **[2H2-2.4-3] (Câu 43 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\sqrt{3}a$. **B.** $R=\sqrt{2}a$. **C.** $R=\dfrac{25a}{8}$. **D.** $R=2a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là trung điểm SD, $GI\perp SD, I\in SO$.

Ta có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$ nên $BD=3\sqrt{2}a.\sqrt{2}=6a$, $OD=3a$.

Xét ΔSOD vuông tại O ta có: $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=4a$

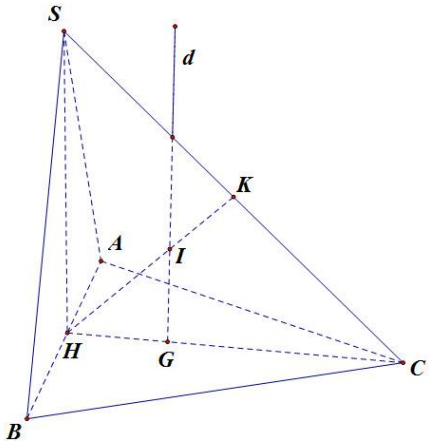
Ta có $\Delta SOD\sim\Delta SGI$, suy ra $\dfrac{SO}{SG}=\dfrac{SD}{SI}\Rightarrow 4a.R=\dfrac{1}{2}(5a)^2\Rightarrow R=\dfrac{25a}{8}$

Câu 7: **[2H2-2.4-3] (Câu 42 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ **B.** $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ **D.** $V=\dfrac{5\pi}{3}$

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AB

Vì ΔSAB đều nên $SH \perp AB$

Mà $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH$ là đường cao của hình chóp $S.ABC$

Gọi G là trọng tâm của $\Delta ABC \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Qua G kẻ đường thẳng d song song với $SH \Rightarrow d \perp (ABC)$

Gọi K là trung điểm của SC, vì ΔSHC vuông cân tại H $(SH = HC) \Rightarrow HK$ là đường trung trực ứng với SC.

Gọi $I = d \cap HK$ ta có $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IC \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS$

$\Rightarrow I$ là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Xét hai tam giác đều $\Delta ABC = \Delta SAB$ có độ dài các cạnh bằng 1.

G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow CG = \frac{2}{3}CH = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Xét ΔHIG vuông tại G ta có $IG = HG = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IC = \frac{\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \frac{4}{3}\pi IC^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

Cách 2:

R_b, R_d là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB và $ABC \Rightarrow R_b = R_d = \frac{\sqrt{3}}{3}$

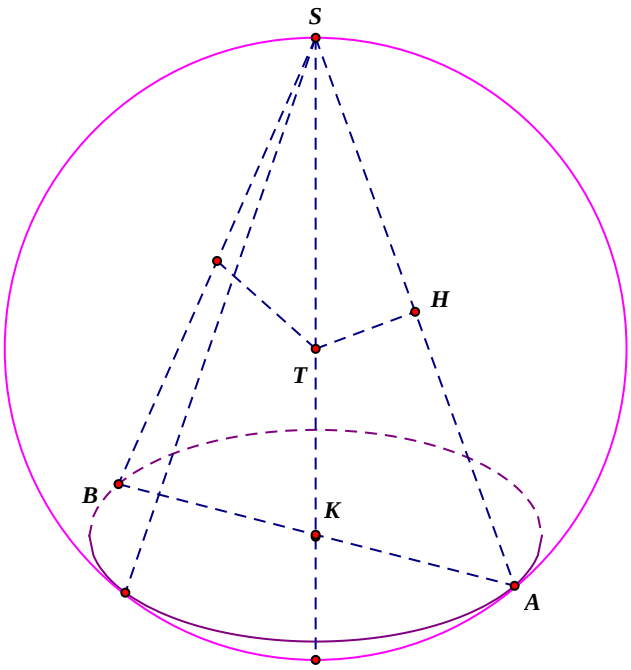
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là $R = \sqrt{R_b^2 + R_d^2 - \frac{GT^2}{4}} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

Câu 1: **[2H2-2.6-3] (Câu 39 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021** Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a\sqrt{2}$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A. $\frac{4\sqrt{7}a}{7}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{7}a}{7}$. **D.** $\sqrt{7}a$.

Lời giải



Chọn A

Ta có $SA = 2a\sqrt{2}, AK = a \Rightarrow SK = \sqrt{SA^2 - AK^2} = \sqrt{8a^2 - a^2} = a\sqrt{7}$.

Gọi H là trung điểm của SA, trung trực của SA cắt SK tại T.

Khi đó T là tâm của mặt cầu (T) và có bán kính bằng TS.

Tam giác TSH đồng dạng với tam giác ASK (g – g) nên $\frac{TS}{AS} = \frac{SH}{SK}$.

Suy ra $TS = \frac{AS.SH}{SK} = \frac{2a\sqrt{2}.a\sqrt{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{4a\sqrt{7}}{7}$.

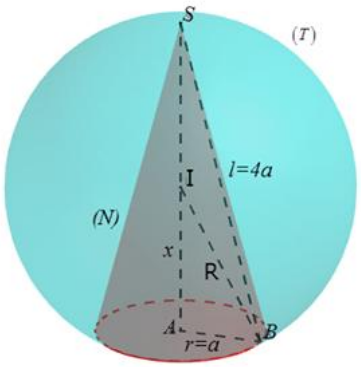
Câu 2: **[2H2-2.6-3] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Cho hình nón N có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi T là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của N. Bán kính của T bằng

A. $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $\frac{16\sqrt{15}a}{15}$. **C.** $\frac{8\sqrt{15}a}{15}$. **D.** $\sqrt{15}a$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1



Đặt $IA = x$ khi đó $R = IB = \sqrt{a^2 + x^2}$.

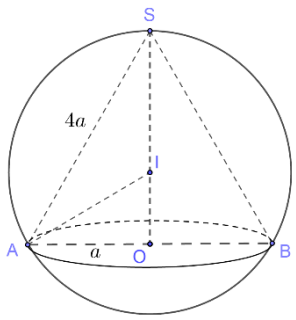
Mặt khác $R = IS = SA - IA = \sqrt{16a^2 - a^2} - x = a\sqrt{15} - x$

Từ đó ta có phương trình:

$$\sqrt{a^2 + x^2} = a\sqrt{15} - x \Leftrightarrow a^2 + x^2 = 15a^2 - 2a\sqrt{15}x + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{7a}{\sqrt{15}}$$

Bán kính của T bằng $R = a\sqrt{15} - x = \frac{8a\sqrt{15}}{15}$.

Cách 2: (Thầy Quang Nam)



Xét ΔSAO vuông tại O: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{16a^2 - a^2} = a\sqrt{15}$.

$\sin SAO = \frac{SO}{SA} = \frac{a\sqrt{15}}{4a} = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Gọi R là bán kính mặt cầu $T \Rightarrow R$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB. Áp dụng định lí hàm số sin trong tam giác ΔSAB:

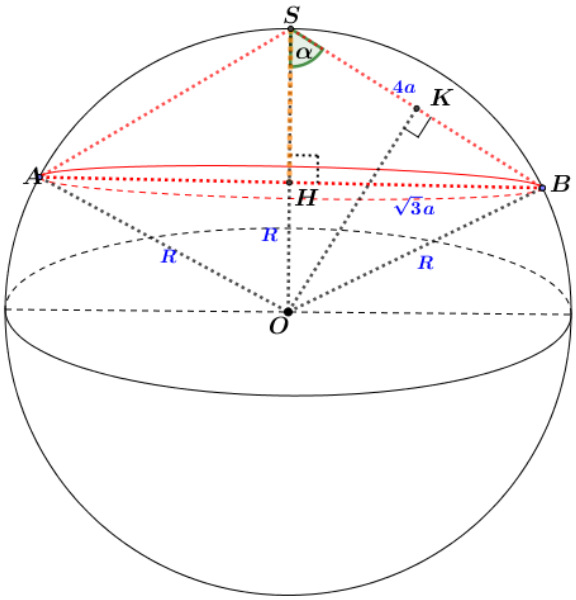
$$R = \frac{SB}{2\sin SAO} = \frac{4a}{2.\frac{\sqrt{15}}{4}} = \frac{8\sqrt{15}}{15}a.$$

Câu 3: **[2H2-2.6-3] (Câu 41 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$.Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N).Bán kính của (T)bằng

A. $\frac{2\sqrt{10}}{3}a$. **B.** $\frac{16\sqrt{13}}{13}a$ **C.** $\frac{8\sqrt{13}}{13}a$. **D.** $\sqrt{13}a$.

Lời giải

Chọn C



Xét tam giác ΔSHB ta có: $SH=\sqrt{SB^2-BH^2}=a\sqrt{13}$

Kẻ $OK\perp SB$.Do ΔSOB cân tại O suy ra K là trung điểm SB

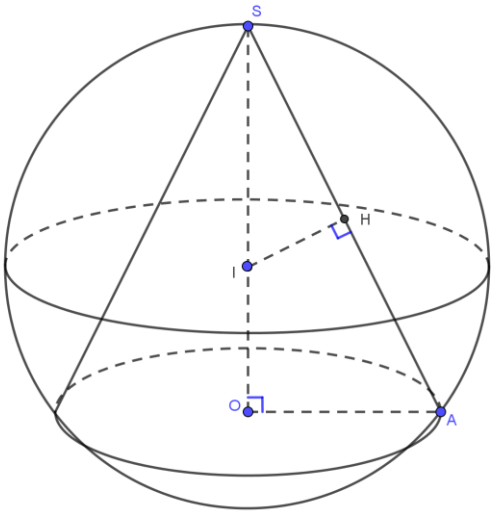
$$\Delta SHB\sim\Delta SKO\Rightarrow\frac{SO}{SB}=\frac{SK}{SH}\Rightarrow SO=\frac{SK.SB}{SH}=\frac{2a.4a}{\sqrt{13}a}=\frac{8\sqrt{13}}{13}a$$

Câu 4: **[2H2-2.6-3] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Cho hình nón (N) có đỉnh S. Bán kính đáy bằng $\sqrt{2}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}a}{3}$. **B.** $\sqrt{14}a$. **C.** $\frac{4\sqrt{14}a}{7}$. **D.** $\frac{8\sqrt{14}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Hình nón (N) đỉnh S có bán kính đáy $OA=\sqrt{2}a$, độ dài đường sinh $SA=4a$.

Gọi H là trung điểm của SA, từ H dựng mặt phẳng trung trực của SA cắt đường SO tại I. Điểm I chính là tâm mặt cầu (T) đi qua S và đường tròn đáy của (N).

Xét hai tam giác SHI và SOA có đỉnh S chung và $SHI=SOA=90^\circ \Rightarrow \Delta SHI \backsim \Delta SOA$

Suy ra $\dfrac{SI}{SA}=\dfrac{SH}{SO} \Leftrightarrow SI=\dfrac{SA.\dfrac{SA}{2}}{\sqrt{SA^2-OA^2}}=\dfrac{SA^2}{2\sqrt{SA^2-OA^2}}=\dfrac{(4a)^2}{2\sqrt{(4a)^2-\left(\sqrt{2}a\right)^2}}=\dfrac{4\sqrt{14}a}{7}$.

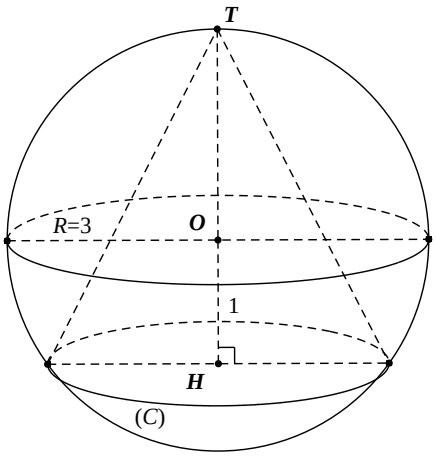
Vậy bán kính của mặt cầu (T) là $SI=\dfrac{4\sqrt{14}a}{7}$.

Câu 5: **[2H2-2.6-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R=3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H. Gọi T là giao điểm của tia HO với (S), tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C).

A. $V=\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $V=16\pi$. **C.** $V=\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $V=32\pi$.

Lời giải

Chọn A



Gọi r là bán kính đường tròn (C) thì r là bán kính đáy của hình nón.

Ta có: $r^2 = R^2 - OH^2 = 8$

$HT = HO + OT = 1 + 3 = 4 = h$ là chiều cao của hình nón

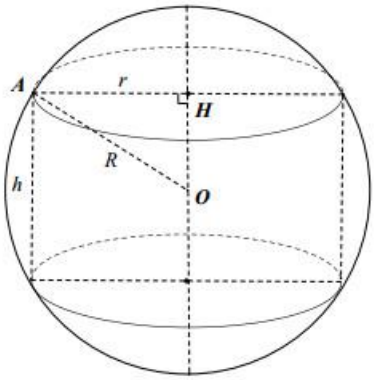
Suy ra: $V_{nón} = \frac{1}{3}.HT.S_{(C)} = \frac{1}{3}.4.\pi.8 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 6: [2H2-2.6-3] (Câu 50 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017) Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S). Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$ **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $r = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ (H) là $V_1 = \pi r^2 h = \pi.12.4 = 48\pi$.

Thể tích của khối cầu (S) là $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.4^3 = \frac{256\pi}{3}$. Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$.

Câu 1: **[2H2-2.7-4] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V=144$. **B.** $V=576$. **C.** $V=576\sqrt{2}$. **D.** $V=144\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi độ dài cạnh đáy, chiều cao của hình chóp tứ giác đều lần lượt là $x;h$ $(x,h>0)$. Ta có đáy là hình vuông với độ dài nửa đường chéo bằng $\frac{x}{\sqrt{2}}$ suy ra độ dài cạnh bên $l=\sqrt{h^2+\frac{x^2}{2}}$.

Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $R=\frac{l^2}{2h}=\frac{h^2+\frac{x^2}{2}}{2h}=9\Leftrightarrow x^2=36h-2h^2$.

Diện tích đáy của hình chóp $S=x^2$ nên $V=\frac{1}{3}h.x^2=\frac{1}{3}h\left(36h-2h^2\right)$

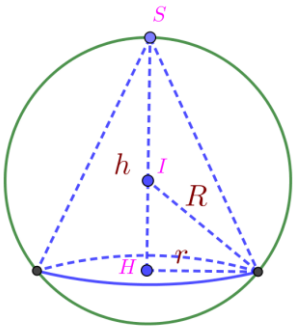
Ta có $\frac{1}{3}h.\left(36h-2h^2\right)=\frac{1}{3}.h.h\left(36-2h\right)\le\frac{1}{3}.\left(\frac{h+h+36-2h}{3}\right)^3=576\Rightarrow V\le 576$, dấu bằng xảy ra khi $h=h=36-2h\Leftrightarrow h=12,x=12$ vậy $V_{max}=576$.

Câu 2: **[2H2-2.7-4] (Câu 49 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Cho mặt cầu tâm O bán kính R. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao $h(h>R)$. Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

A. $h=\sqrt{3}R$ **B.** $h=\sqrt{2}R$ **C.** $h=\frac{4R}{3}$ **D.** $h=\frac{3R}{2}$

Lời giải

Chọn C



Cách 1:

Gọi I là tâm mặt cầu và H, r là tâm và bán kính của (C).

Ta có $IH = h - R$ và $r^2 = R^2 - IH^2 = R^2 - (h-R)^2 = 2Rh - h^2$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}h(2Rh - h^2)$.

Ta có $h \cdot h \cdot (4R - 2h) \le \left(\frac{h + h + 4R - 2h}{3}\right)^3 = \left(\frac{4R}{3}\right)^3 \Rightarrow h^2(2R - h) \le \frac{1}{2}\left(\frac{4R}{3}\right)^3$.

Do đó V lớn nhất khi $h = 4R - 2h \Leftrightarrow h = \frac{4R}{3}$.

Cách 2:

Gọi I là tâm mặt cầu và H, r là tâm và bán kính của (C).

Ta có $IH = h - R$ và $r^2 = R^2 - IH^2 = R^2 - (h-R)^2 = 2Rh - h^2$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}h(2Rh - h^2) = \frac{\pi}{3}.(2h^2R - h^3)$

Xét hàm $f(h) = -h^3 + 2h^2R,\ h \in (R, 2R)$, có $f'(h) = -3h^2 + 4hR$.

$f'(h) = 0 \Leftrightarrow -3h^2 + 4hR = 0 \Leftrightarrow h = 0$ hoặc $h = \frac{4R}{3}$.

Bảng biến thiên

h	R		$\frac{4R}{3}$		$2R$
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$		↗	$\frac{32R^3}{27}$	↘	

$\max f(h) = \frac{32}{27}R^3$, tại $h = \frac{4R}{3}$. Vậy thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất là $V = \frac{1}{3}\pi\frac{32}{27}R^3 = \frac{32}{81}\pi R^3$ khi $h = \frac{4R}{3}$.

Câu 1: **[2H3-1.1-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;4)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;1;4)$. **B.** $(2;-1;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(-2;1;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ véc tơ $\overrightarrow{OA}$ chính là tọa độ điểm $A(2;-1;4) \Rightarrow \overrightarrow{OA}=(2;-1;4)$

Câu 2: **[2H3-1.1-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;2;-4)$. Tọa độ vecto $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(3;-2;-4)$. **B.** $(-3;-2;4)$. **C.** $(3;2;-4)$. **D.** $(3;2;4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: **[2H3-1.1-1] (Câu 14 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của vecto $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-4;1;3)$. **B.** $(4;-1;3)$. **C.** $(-4;1;-3)$. **D.** $(4;1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của vecto $\overrightarrow{OA}$ là $(4;-1;3)$.

Câu 4: **[2H3-1.1-1] (Câu 12 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ vecto $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;3;5)$. **B.** $(2;-3;5)$. **C.** $(-2;-3;5)$. **D.** $(2;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{OA}=(x_A-x_O;{}_A\, y_A-y_O;z_A-z_O) \Rightarrow \overrightarrow{OA}=(-2;3;5)$.

Câu 5: **[2H3-1.1-1] (Câu 25 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$; $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(4;2;2)$. **B.** $(2;1;1)$. **C.** $(2;0;-2)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Trung điểm AB có tọa độ là: $(2;1;1)$

Câu 6: **[2H3-1.1-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $M(3;0;2)$. **B.** $Q(0;0;2)$. **C.** $P(0;5;2)$. **D.** $N(3;5;0)$.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$ nên hình chiếu của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3;5;0)$.

Câu 7: **[2H3-1.1-1] (Câu 25 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Trong không gian $Oxyz$ điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $Q(1;0;3)$. **B.** $P(1;2;0)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $N(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow$ có cao độ bằng 0, hoành độ và tung độ giữ nguyên. Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $P(1;2;0)$

Câu 8: **[2H3-1.1-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $N(0;4;2)$. **B.** $P(1;4;0)$. **C.** $Q(1;0;2)$. **D.** $M(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x_0;y_0;0)$.

Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $P(1;4;0)$.

Câu 9: **[2H3-1.1-1] (Câu 7 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(8;1;2)$ lên trục Ox là $(8;0;0)$.

Câu 10: **[2H3-1.1-1] (Câu 6 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;5;2)$. **B.** $(0;5;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox là $(3;0;0)$.

Câu 11: **[2H3-1.1-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ lên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;2;0)$. **B.** $(0;0;5)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;2;5)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ lên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$.

Câu 12: **[2H3-1.1-1] (Câu 17 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;2;1)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox là $A'(3;0;0)$.

Câu 13: **[2H3-1.1-1] (Câu 6 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của điểm $M(x;y;z)$ trên trục Oy là điểm có tọa độ $(0;y;0)$ nên theo đề ta chọn đáp án**A.**

Câu 14: **[2H3-1.1-1] (Câu 10 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;0;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của điểm M thuộc trục Oy, nên loại các đáp án **A, B, D.** Chọn đáp án **C.**

Câu 15: **[2H3-1.1-1] (Câu 6 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ lên trục Oz. Ta có $M'(0;0;1)$.

Câu 16: **[2H3-1.1-1] (Câu 10 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;-1)$.

Câu 17: **[2H3-1.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$, véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$. Vậy ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$.

Câu 18: **[2H3-1.1-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vecto $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;-1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}=(2-1;2-1;1-(-2))$ hay $\overrightarrow{AB}=(1;1;3)$.

Câu 19: **[2H3-1.1-1] (Câu 12 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$ **B.** $(2;6;4)$ **C.** $(2;-1;5)$ **D.** $(4;-2;10)$

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB, ta có tọa độ điểm I là $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = -1. \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$

Vậy $I(2;-1;5)$.

Câu 20: **[2H3-1.1-1] (Câu 7 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA=3$ **B.** $OA=9$ **C.** $OA=\sqrt{5}$ **D.** $OA=5$

Lời giải

Chọn A

$OA=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3$.

Câu 21: **[2H3-1.1-1] (Câu 43 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = 0 \Rightarrow I(1;0;4) \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases}$$

Câu 1: **[2H3-1.1-2] (Câu 19 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;\ 4;\ 1)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $Q(0;\ 4;\ 1)$. **B.** $P(3;\ 0;\ 1)$. **C.** $M(0;\ 0;\ 1)$. **D.** $N(3;\ 4;\ 0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;\ 4;\ 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3;\ 4;\ 0)$.

Câu 2: **[2H3-1.1-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$ **B.** $N(0;-1;1)$ **C.** $P(0;-1;0)$ **D.** $Q(0;0;1)$

Lời giải

Chọn B

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz), ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3;-1;1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$.

Câu 3: **[2H3-1.1-2] (Câu 17 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3,1,0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD=BC$.

A. $D(-2;1;0)$, $D(-4;0;0)$ **B.** $D(0;0;0)$, $D(-6;0;0)$

C. $D(6;0;0)$, $D(12;0;0)$ **D.** $D(0;0;0)$, $D(6;0;0)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x;0;0)\in Ox$

$$AD=BC\Leftrightarrow\sqrt{(x-3)^2+16}=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=6\end{array}\right.$$

Câu 1: **[2H3-1.2-1] (Câu 26 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho hai vecto $\vec{a}(2;1;0)$, $\vec{b}(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$

A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{25}$. **B.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{5}$.

C. $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{25}$. **D.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\frac{2.(-1)+1.0+0.(-2)}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}.\sqrt{(-1)^2+0^2+(-2)^2}}=-\frac{2}{5}$.

Câu 1: **[2H3-1.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không $Oxyz$, cho các vecto $\vec{a}=(1;0;3)$ và $\vec{b}=(-2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})$ bằng

A. 25 **B.** 23. **C.** 27. **D.** 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(-1;2;8)\Rightarrow \vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})=1(-1)+0.2+3.8=23$

Câu 2: **[2H3-1.2-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m=-6$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MN}=(-3;-2;2)$; $\overrightarrow{NP}=(2;m-2;1)$

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{NP}=0\Leftrightarrow -6-2(m-2)+2=0\Leftrightarrow m-2=-2\Leftrightarrow m=0$.

Câu 1: **[2H3-1.4-1] (Câu 26 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+z^2=9$ có bán kính bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 81. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+z^2=9$ có bán kính bằng 3.

Câu 2: **[2H3-1.4-1] (Câu 14 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(-2;-4;6)$. **C.** $(1;2;-3)$. **D.** $(2;4;-6)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tọa độ tâm là $I(1;2;-3)$.

Câu 3: **[2H3-1.4-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(2;-4;-6)$. **C.** $(-2;4;6)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Tâm của (S) có tọa độ là $I(1;-2;-3)$.

Câu 4: **[2H3-1.4-1] (Câu 6 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là:

A. $(-2;-4;6)$. **B.** $(2;4;-6)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của (S) có tọa độ là: $(-1;-2;3)$

Câu 5: **[2H3-1.4-1] (Câu 14 - Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** **T**CTrong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là:

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(2;-4;6)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-2;4;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm là $(-1;2;-3)$.

Câu 6: **[2H3-1.4-1] (Câu 12 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=16$. Bán kính của (S) bằng:

A. 4. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=16$ có bán kính bằng $R=4$.

Câu 7: **[2H3-1.4-1] (Câu 20 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$. Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=16$. Bán kính của (S) bằng

A. 32. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Bán kính của (S) bằng $R=\sqrt{16}=4$.

Câu 8: **[2H3-1.4-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+z^2=9$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng phép cộng số phức ta có bán kính mặt cầu trên bằng 3.

Câu 9: **[2H3-1.4-1] (Câu 10 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.

Vậy mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=9$ có tâm $I(0;0;-2)$ và bán kính $R=3$.

Câu 10: **[2H3-1.4-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;4;-1)$. **B.** $(2;-4;1)$. **C.** $(2;4;1)$. **D.** $(-2;-4;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2;-4;1)$.

Câu 11: [2H3-1.4-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12: [2H3-1.4-1] (Câu 18 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 15. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R=\sqrt{9}=3$.

Câu 13: [2H3-1.4-1] (Câu 26 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu là: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{0^2+(-1)^2+1^2-(-7)}=3$.

Câu 14: [2H3-1.4-1] (Câu 22 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=0 \\ d=-7 \end{cases} \Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(1)^2+(-1)^2+(0)^2+7}=3.$

Câu 15: [2H3-1.4-1] (Câu 21 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3^2$

Suy ra bán kính của mặt cầu đã cho bằng $R=3$.

Câu 16: **[2H3-1.4-1] (Câu 8 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** 9

Lời giải

Chọn A

Câu 17: **[2H3-1.4-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3;1;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$. **C.** $(-3;-1;1)$. **D.** $(-3;1;-1)$

Lời giải

Chọn C

Tâm của (S) có tọa độ là $(-3;-1;1)$.

Câu 18: **[2H3-1.4-1] (Câu 6 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Tính bán kính R của (S).

A. $R=3$. **B.** $R=18$. **C.** $R=9$. **D.** $R=6$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính R: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

(S) có tâm: $I(5;1;-2)$; $R=3$.

Câu 19: **[2H3-1.4-1] (Câu 8 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$.

A. $I(-1;2;-4), R=5\sqrt{2}$ **B.** $I(-1;2;-4), R=2\sqrt{5}$

C. $I(1;-2;4), R=20$ **D.** $I(1;-2;4), R=2\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn D

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.

Nên mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$ có tâm và bán kính là $I(1;-2;4), R=2\sqrt{5}$.

Câu 20: **[2H3-1.4-1] (Câu 44 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S)

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$ **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=3$

C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$ **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=3$.

Câu 1: **[2H3-1.4-4] (Câu 50 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0;\ n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R=1$. **B.** $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\frac{3}{2}$. **D.** $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(1;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (Oxy)

Ta có: Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+z=1$

Suy ra phương trình tổng quát của (ABC) là $nx+my+mnz-mn=0$

Mặt khác $d\left(I;(ABC)\right)=\frac{|1-mn|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}}=1$ (vì $m+n=1$) và $ID=1=d(\left(I;(ABC)\right)$.

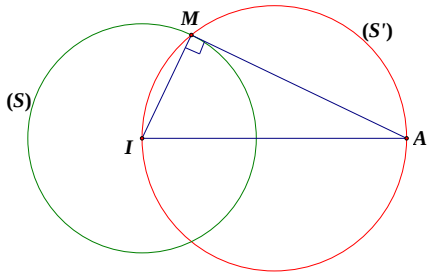
Nên tồn tại mặt cầu tâm I (là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng Oxy) tiếp xúc với (ABC) và đi qua D. Khi đó $R=1$.

Câu 1: **[2H3-1.5-3] (Câu 39 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $6x+8y+11=0$ **B.** $3x+4y+2=0$ **C.** $3x+4y-2=0$ **D.** $6x+8y-11=0$

Lời giải

Chọn C



ầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1)$.

$S')$ là mặt cầu đường kính $AI \Rightarrow (S'):\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=\frac{25}{4}$.

AM tiếp xúc (S) tại M nên $AM \perp IM \Rightarrow AMI=90^\circ$

thuộc giao hai mặt cầu là

ầu (S) và mặt cầu (S').

$\begin{cases} M \in (S) \\ M \in (S') \end{cases} \Rightarrow$ Tọa độ của M thỏa hệ phương trình:

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=\frac{25}{4}$ (1) $\overset{(1)-(2)}{\Rightarrow} 6x+8y-11=-7$.

$1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ (2)

$M \in (P):3x+4y-2=0$.

Câu 1: **[2H3-1.5-4] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3).

A. 5 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 8

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho có phương trình là: $ax+by+cz+d=0$.

Khi đó ta có hệ điều kiện sau: $\begin{cases} d(A;(P))=2 \\ d(B;(P))=1 \\ d(C;(P))=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|a+2b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2 \\ \dfrac{|3a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1 \\ \dfrac{|-a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} |a+2b+c+d|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |3a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |-a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases}$.

Khi đó ta có: $|3a-b+c+d|=|-a-b+c+d| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3a-b+c+d=-a-b+c+d \\ 3a-b+c+d=a+b-c-d \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a-b+c+d=0 \end{array}\right.$.

với $a=0$ thì ta có

$\begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ |2b+c+d|=2|-b+c+d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ \left[\begin{array}{l} 4b-c-d=0 \\ c+d=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c+d=0 \Rightarrow c=d=0, b\neq 0 \\ c+d=4b, c=\pm 2\sqrt{2}b \end{array}\right.$ do đó có 3 mặt phẳng.

Với $a-b+c+d=0$ thì ta có

$\Leftrightarrow \begin{cases} |3b|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3b|=4|a| \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b|=\dfrac{4}{3}|a| \\ |c|=\dfrac{\sqrt{11}}{3}|a| \end{cases}$

do đó có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Câu 1: **[2H3-1.6-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$.
B. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.
C. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$.
D. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng $R=2$ có dạng:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$.

Câu 2: **[2H3-1.6-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.
B. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.
C. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$.
D. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kinh bằng 3 là:

$(x-0)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3^2 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.

Câu 3: **[2H3-1.6-1] (Câu 24 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là:

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.
B. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.
C. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.
D. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng R: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2 là: $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 4: **[2H3-1.6-1] (Câu 3 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$.
B. $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3 là $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

Câu 5: **[2H3-1.6-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+(y+2)^2+(z-2)^2=8$. Tính bán kính R của (S).

A. $R=8$. **B.** $R=4$. **C.** $R=2\sqrt{2}$. **D.** $R=64$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu tổng quát: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2 \Rightarrow R=2\sqrt{2}$.

Câu 1: **[2H3-1.6-2] (Câu 37 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2=2$. **B.** $x^2+y^2+z^2=4$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=4$. **D.** $x^2+y^2+(z-2)^2=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt cầu có tâm là gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và đi qua điểm $M(0;0;2)$ nên bán kính $R=MO=2$

Vậyphương trình mặt cầu là mặt cầu là $x^2+y^2+z^2=4$Vậy đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$có VTCP $\vec{u}=(1;-3;2)$ nên phương trình

Câu 2: **[2H3-1.6-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu $r=IM=\sqrt{4^2+0^2+(-3)^2}=5$.

Phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Câu 3: **[2H3-1.6-2] (Câu 19 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $x+1^2+y+1^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải

Chọn B

Do mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và đi qua $A(1;2;3)$ nên bán kính của mặt cầu (S) là $R=IA=\sqrt{5}$. Vậy phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 4: **[2H3-1.6-2] (Câu 16 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m>6$ **B.** $m\geq 6$ **C.** $m\leq 6$ **D.** $m<6$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là một phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow 1^2+1^2+2^2-m>0 \Leftrightarrow m<6$.

Câu 5: **[2H3-1.6-2] (Câu 29 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I, bán kính IM?

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=13$ **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=13$

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$ **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$

Lời giải

Chọn A

I là hình chiếu vuông góc của M lên trục $Ox \Rightarrow I(1;0;0)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IM}=(0;-2;3) \Rightarrow IM=\sqrt{13}$

(S) tâm I, bán kính IM: $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}^2$

Câu 6: **[2H3-1.6-2] (Câu 46 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới dây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$ **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$

Lời giải

Chọn C

Gọi mặt cầu cần tìm là (S).

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính R.

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên ta có

$$R=d(I;(P))=\frac{|1-2.2-2.(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 7: **[2H3-1.6-2] (Câu 49 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - Đề minh họa BGD&ĐT năm 20016-20017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và

mặt phẳng $(P):2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$ **B.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$

C. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$ **D.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$

Lời giải

Chọn D

Gọi R,r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S)và đường tròn giao tuyến

Ta có $R^2=r^2+\left(d\left(I,(P)\right)\right)^2=1+\left(\dfrac{|2.2+1.1+2.1+2|}{\sqrt{2^2+1+2^2}}\right)^2=10$

Mặt cầu (S)tâm $I(2;1;1)$bán kính $R=\sqrt{10}$ là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Câu 1: **[2H3-1.6-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z+2=0.$

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0.$ **B.** $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0.$

C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0.$ **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0.$

Lời giải

Chọn B

Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-3by-2cz+d=0$.

Điều kiện: $a^2+b^2+c^2-d>0(*)$

Vì mặt cầu (S) đi qua 3 điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm I thuộc $mp(P)$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases}4a+6b+6c-d=22\\4a-2b-2c-d=6\\4a+2b-6c+d=-14\\2a+3b-c=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\\c=3\\d=-2\end{cases}:T/m(*)$

Vậy phương trình mặt cầu là : $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0.$

Câu 1: **[2H3-1.7-4] (Câu 49 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 8

Lời giải

Chọn C

Do $A(a;b;c)\in(Oxy)\Rightarrow c=0$. Gọi I là tâm mặt cầu.

Từ A kẻ được hai tiếp tuyến nên ta có $IA\ge R=\sqrt{5}$. Gọi hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến là M,N do hai tiếp tuyến vuông góc với nhau nên

$$MN=AM\sqrt{2}=\sqrt{2\left(IA^2-R^2\right)}\le\sqrt{2}R\Leftrightarrow IA\le R\sqrt{2}$$

Từ đó ta có $\sqrt{5}\le IA\le\sqrt{10}\Leftrightarrow 5\le a^2+b^2+1\le 10\Leftrightarrow 4\le a^2+b^2\le 9$.

Các cặp số nguyên $(a;b)$ thỏa mãn là:

$(0;\pm2),(0;\pm3),(\pm2;0),(\pm1;\pm2),(\pm2;\pm1),(\pm2;\pm2),(\pm3;0)$

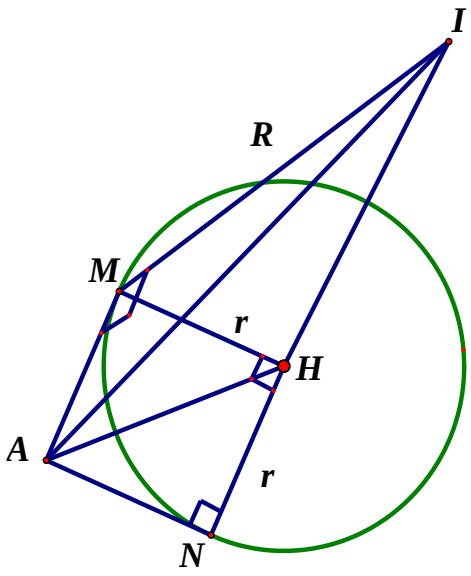
Vậy 20 điểm A thỏa mãn điều kiện đã cho.

Câu 2: **[2H3-1.7-4] (Câu 47 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 20. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A



Gọi M,N là tiếp điểm, H là tâm của đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (AMN) và mặt cầu (S), r là bán kính của đường tròn giao tuyến.

Ta có: $AM = MH = r$.

Dễ thấy: $IM^2 + MA^2 = AI^2 \Rightarrow R^2 + r^2 = AI^2$.

Do $0 \le r \le R \Rightarrow R^2 \le AI^2 \le 2R^2$

Với giả thiết bài toán, ta có $I(0;0;-1), R = \sqrt{5}, A(a;b;0)$, ta có

$5 \le a^2 + b^2 + 1 \le 10 \Rightarrow 4 \le a^2 + b^2 \le 9$

Do đó: $\begin{cases} a = 0 \\ b = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} b = 0 \\ a = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} a = \pm 2 \\ b = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} b = \pm 1 \\ a = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} a = 0 \\ b = \pm 3 \end{cases}; \begin{cases} b = 0 \\ a = \pm 3 \end{cases}$.

KL: có 20 điểm thỏa mãn bài toán.

Câu 3: **[2H3-1.7-4] (Câu 46 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + \left(z - \sqrt{2}\right)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;\sqrt{2})$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

Dễ thấy (S) cắt mặt phẳng (Oxy) nên từ một điểm A bất kỳ thuộc mặt phẳng (Oxy) và nằm ngoài (S) kẻ tiếp tuyến tới (S) thì các tiếp tuyến đó nằm trên một mặt nón đỉnh

A, các tiếp điểm nằm trên một đường tròn được xác định. Còn nếu A thuộc (S) thì ta kẻ các tiếp tuyến đó sẽ thuộc một mặt phẳng tiếp diện của (S) tại điểm A.

Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi

+ Hoặc A thuộc $(S) \Leftrightarrow IA = R = \sqrt{3}$.

+ Hoặc các tiếp tuyến tạo thành mặt nón và góc ở đỉnh của mặt nón là

$MAN \ge 90^0 \Leftrightarrow MAI \ge 45^0$ suy ra $SinMAI \ge \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{IM}{IA} \ge \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{IA} \ge \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow IA \le \sqrt{6}$.

Vậy điều kiện bài toán là $\sqrt{3} \le IA \le \sqrt{6} \Leftrightarrow 3 \le IA^2 \le 6$.

Vì $A \in (Oxy) \Rightarrow A(a;b;0)$. Ta có $3 \le IA^2 \le 6 \Leftrightarrow 3 \le a^2 + b^2 + 2 \le 6 \Leftrightarrow 1 \le a^2 + b^2 \le 4$ (*).

Do $A(a;b;c)$ có tọa độ nguyên nên ta có điểm thỏa mãn (*) là

$A(0;2;0)$, $A(0;-2;0)$, $A(0;1;0)$, $A(0;-1;0)$,

$A(2;0;0)$, $A(-2;0;0)$, $A(1;0;0)$, $A(-1;0;0)$,

$A(1;1;0)$, $A(1;-1;0)$, $A(-1;1;0)$, $A(-1;-1;0)$.

Vậy có 12 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

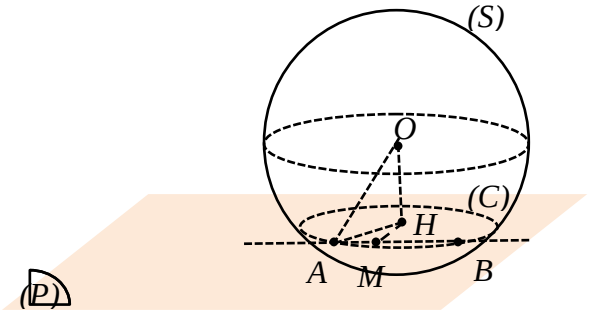
Câu 4: **[2H3-1.7-4] (Câu 45 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc và cắt tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;a;b)$. Tính $t = a - b$

A. $T = -2$ **B.** $T = 1$ **C.** $T = -1$ **D.** $T = 0$

Lời giải

Chọn C

(S) có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R = 3$



$M \in (P) \Rightarrow d(O;(P)) = \frac{4}{\sqrt{3}} < R = 3$

$\Rightarrow (P)$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H và bán kính $HA = HB$

+ $AB_{\min} \Leftrightarrow d(H,AB)_{\max}$ Dựng $HI \perp AB \Leftrightarrow \Delta HIM \perp$ tại I $\Leftrightarrow HI \le HM = const$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M \equiv I \Rightarrow \begin{cases} AB \perp HM \\ AB \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_{AB}} = \left[\overrightarrow{HM}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (-1;1;0) \nearrow\swarrow (1;-1;0)$

Mà Δ có 1 VTCP: $\vec{u} = (1;a;b)$

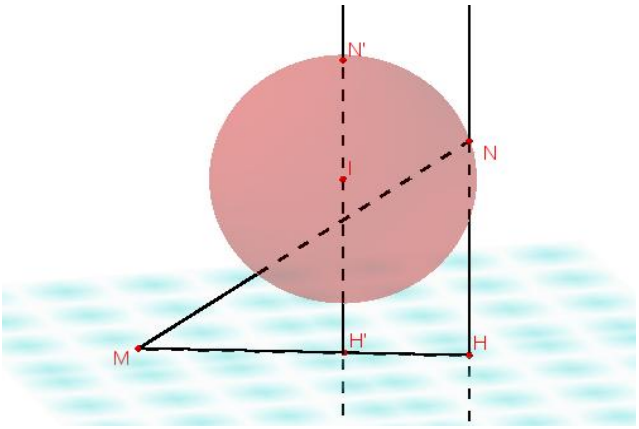
Suy ra $T = a - b = -1 - 0 = -1$

Câu 5: **[2H3-1.7-4] (Câu 47 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0.$ Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vecto $\vec{u}(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN.

A. $MN = 3$ **B.** $MN = 1 + 2\sqrt{2}$ **C.** $MN = 3\sqrt{2}$ **D.** $MN = 14$

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (1;-2;2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;\ 2;\ 1)$ và bán kính $r = 1$.

Nhận thấy rằng góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{n}$ bằng 45°. Vì $d(I;(P)) = 2 > 1 = r$ nên (P) không cắt (S).

Gọi H là hình chiếu của N lên (P) thì $NMH = 45^\circ$ và $MN = \dfrac{NH}{\sin 45^\circ} = NH\sqrt{2}$ nên MN lớn nhất khi và chỉ khi NH lớn nhất. Điều này xảy ra khi $N \equiv N'$ và $H \equiv H'$ với N' là giao điểm của đường thẳng d qua I, vuông góc (P) và H' là hình chiếu của I lên (P).

Lúc đó $NH_{\max} = N'H' = r + d(I;(P)) = 3$ và $MN_{\max} = \dfrac{NH_{\max}}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{2}$.

Câu 1: **[2H3-2.0-2] (Câu 30 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+1=0$. **B.** $3x-2y+z-1=0$.

C. $2x+y-3z+14=0$. **D.** $2x+y-3z-14=0$.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt phẳng cần tìm song song với (P) nên phương trình của nó có dạng $3x-2y+z+d=0$ với $d\neq -3$.

Vì mặt phẳng cần tìm đi qua $M(2;1;-3)$ nên $3.2-2.1-3+d=0\Leftrightarrow d=-1$ (Thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $3x-2y+z-1=0$.

Câu 1: [2H3-2.0-4] **(Câu 50 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

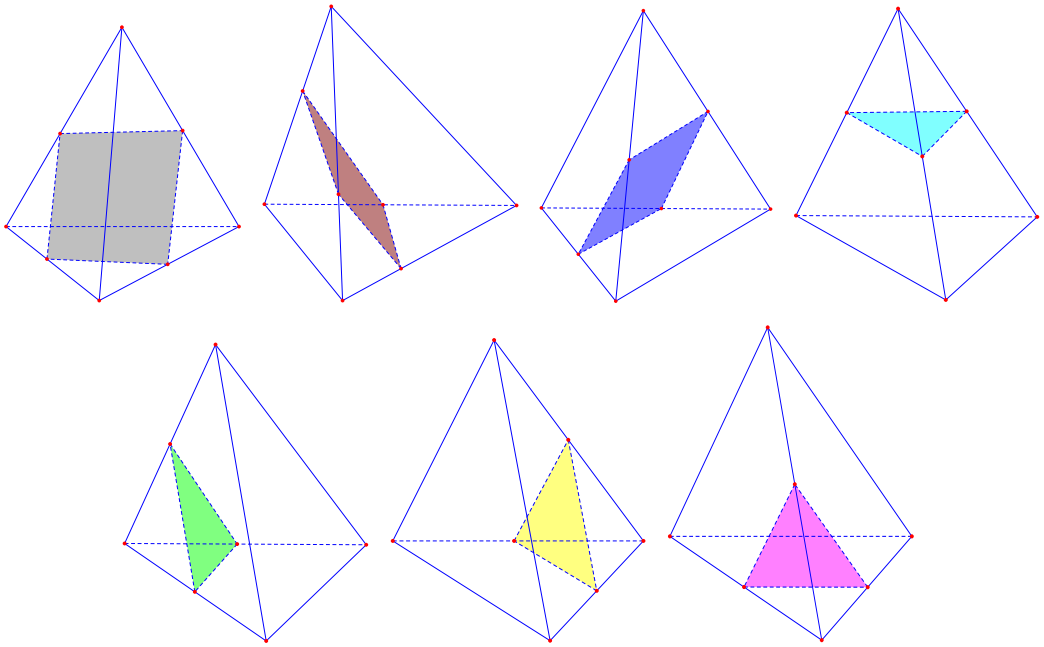
A. 1 mặt phẳng **B.** 4 mặt phẳng **C.** 7 mặt phẳng **D.** có vô số mặt phẳng

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;1;1),\overrightarrow{AC}=(1;3;-1),\overrightarrow{AD}=(2;3;4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-24\neq 0$

Suy ra A, B, C và D là 4 đỉnh của một tứ diện. Các mặt phẳng cách đều 4 đỉnh của tứ diện $ABCD$ gồm có 7 trường hợp sau:



.

Câu 1: **[2H3-2.1-1] (Câu 1 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+4z-1=0$. Vecto nào dưới đây là một Vecto pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;-2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;2;4)$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có Vecto pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(1;-2;4)$.

Câu 2: **[2H3-2.1-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z+5=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có một vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$.

Câu 3: **[2H3-2.1-1] (Câu 15 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+4z-1=0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(2;-3;4)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(2;-3;4)$

Câu 4: **[2H3-2.1-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+4y-z+3=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha): 2x+4y-z+3=0$ có một vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(2;4;-1)$.

Câu 5: **[2H3-2.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z+2=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3=(2;3;2)$. **B.** $\vec{n}_1=(2;3;0)$. **C.** $\vec{n}_2=(2;3;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;0;3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(2;3;1)$.

Câu 6: **[2H3-2.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n_2}(3;2;4)$. **B.** $\vec{n_3}(2;-4;1)$. **C.** $\vec{n_1}(3;-4;1)$. **D.** $\vec{n_4}(3;2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(3;2;-4)$.

Câu 7: **[2H3-2.1-1] (Câu 2 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x+3y+z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. **B.** $\vec{n}_3=(4;3;1)$. **C.** $\vec{n}_2=(4;1;-1)$. **D.** $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: **[2H3-2.1-1] (Câu 1 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y+z-2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_3}=(-3;1;-2)$. **B.** $\vec{n_2}=(2;-3;-2)$. **C.** $\vec{n_1}=(2;-3;1)$. **D.** $\vec{n_4}=(2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt phẳng $(P):2x-3y+z-2=0$ suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n_1}=(2;-3;1)$.

Câu 9: **[2H3-2.1-1] (Câu 2 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1(2;-1;-3)$. **B.** $\vec{n}_4(2;1;3)$. **C.** $\vec{n}_2(2;-1;3)$. **D.** $\vec{n}_3(2;3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$ là $\vec{n}_2(2;-1;3)$.

Câu 10: **[2H3-2.1-1] (Câu 1 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_3}=(1;2;-1)$. **B.** $\vec{n_4}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{n_1}=(1;3;-1)$. **D.** $\vec{n_2}=(2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ ta có vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n_4}=(1;2;3)$.

Câu 11: **[2H3-2.1-1] (Câu 2 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_4}=(1;3;2)$ **B.** $\vec{n_1}=(3;1;2)$ **C.** $\vec{n_3}=(2;1;3)$ **D.** $\vec{n_2}=(-1;3;2)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x+y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $(2;1;3)$.

Câu 12: **[2H3-2.1-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không giam $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_1}=(2;3;-1)$. **B.** $\vec{n_3}=(1;3;2)$. **C.** $\vec{n_4}=(2;3;1)$. **D.** $\vec{n_2}=(-1;3;2)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n_4}=(2;3;1)$.

Câu 13: **[2H3-2.1-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x+2y+z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_3}=(-1;2;3)$. **B.** $\vec{n_4}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n_2}=(3;2;1)$. **D.** $\vec{n_1}=(1;2;3)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 3x+2y+z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n_2}=(3;2;1)$.

Câu 14: **[2H3-2.1-1] (Câu 2 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(3;2;1)$ **B.** $\vec{n}_3=(-1;2;3)$ **C.** $\vec{n}_4=(1;2;-3)$ **D.** $\vec{n}_2=(1;2;3)$

Lời giải

Chọn D

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ là: $\vec{n}_2=(1;2;3)$.

Câu 15: **[2H3-2.1-1] (Câu 10 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, vecto nào sau đây là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$ **B.** $\vec{k}=(0;0;1)$ **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$ **D.** $\vec{m}=(1;1;1)$

Lời giải

Chọn B

Câu 16: **[2H3-2.1-1] (Câu 43 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_4=(-1;0;-1)$ **B.** $\vec{n}_1=(3;-1;2)$ **C.** $\vec{n}_3=(3;-1;0)$ **D.** $\vec{n}_2=(3;0;-1)$

Lời giải

Chọn D

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$ là $\vec{n}_2=(3;0;-1)$.

Câu 1: **[2H3-2.2-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$. **C.** $4x+2y+z-4=0$. **D.** $2x+2y+z-11=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ làm VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x-1)+2y+z=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-2=0$.

Câu 2: **[2H3-2.2-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+2y-2z+1=0$. **B.** $x+2y-2z-1=0$. **C.** $3x+2z-1=0$. **D.** $3x+2z+1=0$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;2)$ là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n}=-\overrightarrow{BC}=(1;2;-2)$ cũng là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y-2z+1=0$.

Câu 3: **[2H3-2.2-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{3}$ có phương trình là

A. $3x+2y+z-5=0$. **B.** $2x+y+3z+2=0$. **C.** $x+2y+3z+1=0$. **D.** $2x+y+3z-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng qua $A(1;2;-2)$ và nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;3)$ làm VTPT

Vậy phương trình của mặt phẳng là: $2(x-1)+(y-2)+3(z+2)=0$

$\Leftrightarrow 2x+y+3z+2=0$.

Câu 4: **[2H3-2.2-1] (Câu 10 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y=0$ **B.** $x=0$ **C.** $y-z=0$ **D.** $z=0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là : $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Câu 1: **[2H3-2.2-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$.Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $x+2y+2z-11=0$. **B.** $x+2y+2z-2=0$.

C. $x+2y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+4z-17=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là (P). Suy ra một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{AB}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$x+2y+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-2=0$..

Câu 2: **[2H3-2.2-2] (Câu 30 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+y+2z-11=0$. **B.** $2x+y+2z-2=0$. **C.** $2x+y+4z-4=0$. **D.** $2x+y+4z-17=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua $A(0;0;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là: $2(x-0)+(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0$

Câu 3: **[2H3-2.2-2] (Câu 34 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x+y+2z-17=0$. **B.** $3x+y+2z-3=0$.

C. $5x+y+2z-5=0$. **D.** $5x+y+2z-25=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=(3;1;2)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là $3(x-1)+y+2z=0 \Leftrightarrow 3x+y+2z-3=0$.

Câu 4: **[2H3-2.2-2] (Câu 28 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$.

C. $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(3;-2;2)$ và vuông góc với $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-2}$.

Vecto chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;2;-2)$.

$(\alpha)\perp d$ nên vecto pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(1;2;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là:

$1(x-3)+2(y+2)-2(z-2)=0\Leftrightarrow x+2y-2z+5=0$.

Câu 5: **[2H3-2.2-2] (Câu 31 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng qua M và vuông góc với d có phương trình

A. $2x+3y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-9=0$.

C. $2x+3y+z+3=0$. **D.** $2x-y+2z+9=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) qua M và vuông góc với đường thẳng d nên có một vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$

Vậy mặt phẳng (α) có phương trình là:

$2(x-2)+3(y+1)+1(z-2)=0\Leftrightarrow 2x+3y+z-3=0$.

Câu 6: **[2H3-2.2-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-3z-9=0$. **B.** $x+y-2z-6=0$.

C. $x+2y-3z+9=0$. **D.** $x+y-2z+6=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-3)$.

Mặt phẳng (α) vuông góc với d có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\vec{u}(1;2;-3)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $M(1;1;-2)$, có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;2;-3)$ phương trình là

$1.(x-1)+2.(y-1)-3.(z+2)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-3z-9=0$.

Câu 7: **[2H3-2.2-2] (Câu 30 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x+2y-z+1=0$. **B.** $2x-2y+3z-17=0$.

C. $3x+2y-z-1=0$. **D.** $2x-2y+3z+17=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt phẳng (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d.

Ta có: $(P)\perp d\Rightarrow(P)$ nhận vecto chỉ phương của d làm vecto pháp tuyến.

$$\Rightarrow (P)\begin{cases}\text{qua } M(2;-2;3)\\ \text{có vectơ pháp tuyến } \overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(3;2;-1)\end{cases}.$$

$\Rightarrow (P):3(x-2)+2(y+2)-(z-3)=0\Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.

Câu 8: **[2H3-2.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $3x+y-z-7=0$. **B.** $x+4y-2z+6=0$. **C.** $x+4y-2z-6=0$. **D.** $3x+y-z+7=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Dễ thấy $(P)\perp\Delta$ nên (P) sẽ nhận vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;4;-2)$ của Δ làm vtpt.

Vậy (P) đi qua M và có vecto pháp tuyến là $(1;4;-2)$ nên:

$(P):1.(x-2)+4(y-1)-2(z-0)=0\Rightarrow \boxed{(P):x+4y-2z-6=0}$.

Câu 9: **[2H3-2.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$. **B.** $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$. **D.** $x-2y-z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;2;1)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;-1)$, nhận $\vec{u}=(2;2;1)$ làm vtpt nên có phương trình

$2(x-1)+2(y-1)+1(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-3=0.$

Câu 10: **[2H3-2.2-2] (Câu 26 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z=0$ **B.** $3x+y+z-6=0$ **C.** $3x-y-z+1=0$ **D.** $6x-2y-2z-1=0$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

(α) đi qua $I(1;1;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ làm một VTPT.

$\Rightarrow (\alpha): -6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Rightarrow (\alpha): 3x-y-z=0.$

Câu 11: **[2H3-2.2-2] (Câu 19 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$ **B.** $3x+2y+z-8=0$

C. $3x-2y+z-12=0$ **D.** $x-2y+3z+3=0$

Lời giải

Chọn C

(P) là mặt phẳng đi qua $M(3;-1;1)$ và vuông góc với $\Delta: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$

$\Rightarrow (P)$ là mặt phẳng đi qua $M(3;-1;1)$ và nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;-2;1)$ làm VTPT

$(P): 3(x-3)-2(y+1)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$

Câu 12: **[2H3-2.2-2] (Câu 47 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$ **B.** $x+y+2z-6=0$

C. $x+3y+4z-7=0$ **D.** $x+3y+4z-26=0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vecto pháp tuyến

$(P):1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

Câu 1: **[2H3-2.2-3] (Câu 36 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta nhận thấy đường thẳng Δ cần tìm và d, d' cùng thuộc mặt phẳng.

Ta có: Δ cách đều d,d' nên Δ nằm giữa d,d'.

Do đó: Gọi $A(2;-3;4)\in d; B(4;-1;0)\in d'$.

$\Rightarrow$ Trung điểm AB là $I(3;-2;2)$ sẽ thuộc đường thẳng Δ cần tìm.

Ta thế $I(3;-2;2)$ lần lượt vào các đáp án nhận thấy đáp án A thỏa.

Câu 2: **[2H3-2.2-3] (Câu 37 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và, đồng thời vuông góc với d_2.

A. $2x-y+2z+22=0$ **B.** $2x-y+2z+13=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x+y+2z-22=0$

Lời giải

Chọn C

$A=d_1\cap(P)\Rightarrow$ Tọa độ A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\\2x+2y-3z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\\2+6t-4+2t-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=-1\\z=2\\t=1\end{cases}\Rightarrow A(4;-1;2)$$

đi qua A và vuông góc với d_2 $\Rightarrow$ đi qua A và nhận $\overrightarrow{u_{d_2}}=(2;-1;2)$ làm VTPT

$(Q): 2(x-4)-1(y+1)+2(z-2)=0$

$\Leftrightarrow 2x-y+2z-13=0$

Câu 3: **[2H3-2.2-3] (Câu 49 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$

A. $P: 2x-2z+1=0$ **B.** $P: 2y-2z+1=0$

C. $P: 2x-2y+1=0$ **D.** $P: 2y-2z-1=0$

Lời giải

Chọn B

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$

d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$

Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0 \Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$ của AB

Do đó $(P): 2y-2z+1=0$

Câu 1: **[2H3-2.3-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.

C. $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) có phương trình dạng

$(Q):3x-2y+z+m=0\ (m\neq 1)$.

Mà mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-1;3)$ nên

$3.2-2.(-1)+3.1+m=0\Leftrightarrow m=-11(t/m)$.

Vậy $(Q):3x-2y+z-11=0$.

Câu 2: **[2H3-2.3-2] (Câu 20 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha):3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $(\alpha):3x+y-2z-14=0$. **B.** $(\alpha):3x-y+2z+6=0$.

C. $(\alpha):3x-y+2z-6=0$. **D.** $(\alpha):3x-y-2z+6=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(\alpha):3x-y+2z+4=0$ suy ra $\vec{n}(3;-1;2)$ là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α). Vậy mặt phẳng đi qua điểm M và song song với (α) sẽ nhận $\vec{n}(3;-1;2)$ là một vecto phanps tuyến. Vậy phương trình của mặt phẳng đó là:

$(\beta):3(x-3)-1(y+1)+2(z+2)=0\Leftrightarrow 3x-y+2z-6=0$.

Câu 1: **[2H3-2.3-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 8

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Theo bài mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;2)$ và $OA=OB=OC$ nên ta có hệ:

$\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1 \quad (1)\\ |a|=|b|=|c| \quad (2)\end{cases}$. Ta có: $(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b=c\\ a=b=-c\\ a=c=-b\\ b=c=-a\end{array}\right.$

- Với $a=b=c$ thay vào (1) được $a=b=c=4$
- Với $a=b=-c$ thay vào (1) được $0=1$.
- Với $a=c=-b$ thay vào (1) được $a=c=-b=2$.
- Với $b=c=-a$ thay vào (1) được $b=c=-a=2$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là:

$(P_1): \frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1;\ (P_2): \frac{x}{2}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1;\ (P_3): \frac{x}{-2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$

Câu 1: [2H3-2.4-1] **(Câu 2 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α).

A. $N(2;2;2)$. **B.** $Q(3;3;0)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $M(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy $1-1+1-6=-5\neq 0\Rightarrow$ điểm M không thuộc (α).

Câu 2: [2H3-2.4-1] **(Câu 9 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

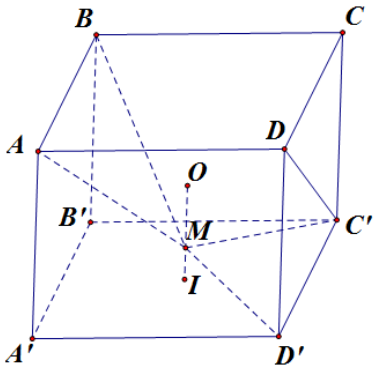
A. $Q(2;-1;5)$ **B.** $P(0;0;-5)$ **C.** $N(-5;0;0)$ **D.** $M(1;1;6)$

Lời giải

Chọn D

Vì $1-2.1+6-5=0$ nên $M(1;1;6)\in(P)$

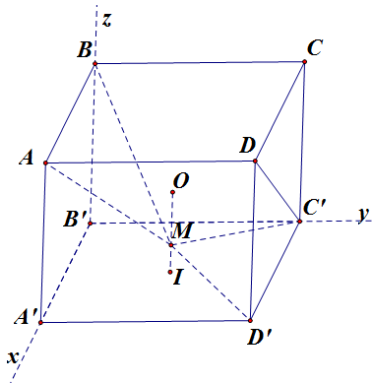
Câu 1: **[2H3-2.5-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$. Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. **B.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\frac{6\sqrt{85}}{85}$

Lời giải

Chọn D



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, cạnh hình lập phương là 1, ta được tọa độ các điểm như sau :

$M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{6}\right), C'(0;1;0), D'(1;1;0)$ và $A(1;0;1), B(0;0;1)$.

Khi đó $\vec{n}_{(MC'D')} = (0;1;3); \vec{n}_{(MAB)} = (0;5;3)$ nên $\cos((MAB),(MC'D')) = \frac{|5.1+3.3|}{\sqrt{5^2+3^2}.\sqrt{1^2+3^2}}$

$= \frac{7\sqrt{85}}{85}$. Suy ra $\sin((MAB),(MC'D')) = \sqrt{1-\left(\frac{7\sqrt{85}}{85}\right)^2} = \frac{6\sqrt{85}}{85}$.

Câu 1: **[2H3-2.6-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$ và mặt phẳng $(Q):x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{2}{2}\neq\frac{-10}{-3}$ nên $(P)//(Q)$. Ta có điểm $M(0;0;5)\in(P)$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

$$d\left((P),(Q)\right)=d\left(M,(Q)\right)=\frac{|10-3|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\frac{7}{3}.$$

Câu 2: **[2H3-2.6-2] (Câu 45 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\frac{5}{9}$ **B.** $d=\frac{5}{29}$ **C.** $d=\frac{5}{\sqrt{29}}$ **D.** $d=\frac{\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $d=\frac{|3.1+4.(-2)+2.3+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 1: **[2H3-2.7-2] (Câu 29 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y-3z-8=0$ **B.** $x-y-3z+3=0$

C. $x+y+3z-9=0$ **D.** $x+y-3z+3=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó, (P) tiếp xúc với (S) tại A khi chỉ khi (P) đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (P) là $-x-y+3z-3=0\Leftrightarrow x+y-3z+3=0$.

Câu 1: **[2H3-2.7-3] (Câu 33 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$; $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $x+z+1=0$ **B.** $x+y+1=0$ **C.** $y+z+3=0$ **D.** $x+z-1=0$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1-2)$; $R=\sqrt{2}$.

Véctơ chỉ phương của d: $\vec{u}_d=(1;2;-1)$. Véctơ chỉ phương của Δ: $\vec{u}_\Delta=(1;1;-1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần viết phương trình.

Ta có $\left[\vec{u}_d,\vec{u}_\Delta\right]=(-1;0;-1)$ nên chọn một véctơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;0;1)$.

Mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát dạng: $x+z+D=0$.

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I;(P))=R\Leftrightarrow\frac{|-1-2+D|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow|D-3|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=5\\D=1\end{array}\right.$.

Chọn (P): $x+z+1=0$.

Câu 1: [2H3-2.9-3] **(Câu 41 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-8=0$. Xét điểm M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

Lời giải

Chọn A

+) Gọi I là điểm thỏa $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=0\Rightarrow\begin{cases}x_I=\dfrac{2x_A+3x_B}{5}\\ y_I=\dfrac{2y_A+3y_B}{5}\\ z_I=\dfrac{2z_A+3z_B}{5}\end{cases}\Rightarrow I(-1;1;1).$

Khi đó ta có

$2MA^2+3MB^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=5MI^2+2IA^2+3IB^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}\right)=5MI^2+2IA^2+3IB^2.$

Mà $IA^2=27$ và $IB^2=12$. Suy ra $2MA^2+3MB^2=5MI^2+90$.

Suy ra $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên (P)

Ta có $MI=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{\left|2.(-1)-1+2.1-8\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=3.$

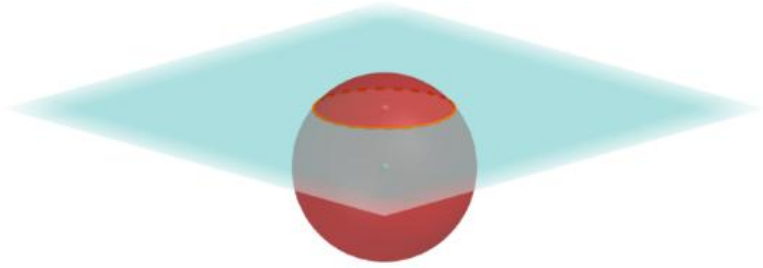
Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2=5.3^2+90=135.$

Câu 2: [2H3-2.9-3] **(Câu 49 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6), B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-2=0$ đi qua A,B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=3$. **B.** $T=5$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $A\in(P)\Rightarrow 3a-2b+6c-2=0$,

$B\in(P)\Rightarrow b-2=0\Rightarrow b=2\Rightarrow c=\dfrac{2-a}{2}$

Gọi O là tâm đường tròn giao tuyến. Để đường tròn có bán kính nhỏ nhất thì IO lớn nhất.

$IO=d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|a+2b+3c-2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{\left|5-\dfrac{a}{2}\right|}{\sqrt{a^2+\left(\dfrac{2-a}{2}\right)^2+4}}$ Khảo sát hàm được IO lớn nhất khi

$a=0;c=1$.

Vậy $T=3$.

Câu 1: **[2H3-2.9-4] (Câu 50 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$, $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M, N thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

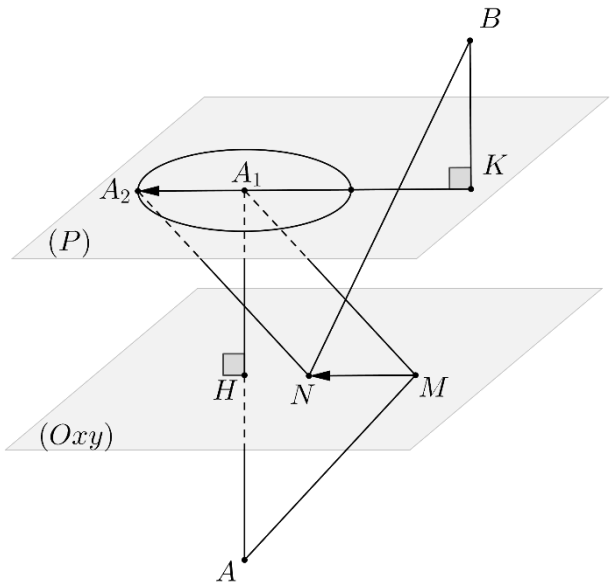
A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn C

Đề thấy hai điểm A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy), khi đó ta có: $H\ 1;-3;0$.



Lấy điểm A_1 đối xứng với A qua mặt phẳng $(Oxy)\Rightarrow A_1=1;-3;-2$. Khi đó $A_1M=AM$.

Lấy điểm A_2 sao cho $\overrightarrow{A_1A_2}=\overrightarrow{MN}$. Tứ giác A_1A_2NM là hình bình hành nên $A_1M=A_2N$.

Khi đó ta dễ thấy hai điểm A_2 và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy).

Do $MN=1$ nên điểm N thuộc đường tròn C tâm M bán kính $R=MN=1$ nằm trên mặt phẳng Oxy nên điểm A_2 thuộc vào đường tròn C' tâm A_1 và bán kính $R'=R=1$ và nằm trong mặt phẳng $z=-2$.

Ta có: $|AM-BN|=|A_1M-BN|=|A_2N-BN|\le A_2B$. Dấu bằng xảy ra khi $N=A_2B\cap Oxy$.

Để $|AM-BN|$ đạt giá trị lớn nhất thì A_2B phải đạt giá trị lớn nhất.

Gọi K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $z=-2$, khi đó ta có: $K\ -2;1;-2$ và $BK=1,\ A_1K=5$.

Tam giác BKA_2 vuông tại K nên ta có: $A_2B=\sqrt{BK^2+KA_2^{\,2}}=\sqrt{1+KA_2^{\,2}}$.

Để A_2B phải đạt giá trị lớn nhất thì KA_2 phải lớn nhất.

Mà $KA_2\le A_1K+R'=5+1=6\Rightarrow A_2B\le\sqrt{1+6^2}=37$

Suy ra giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{37}$, dấu bằng xảy ra khi $N=A_2B\cap Oxy$.

Câu 2: **[2H3-2.9-4] (Câu 49 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$, $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{53}$.

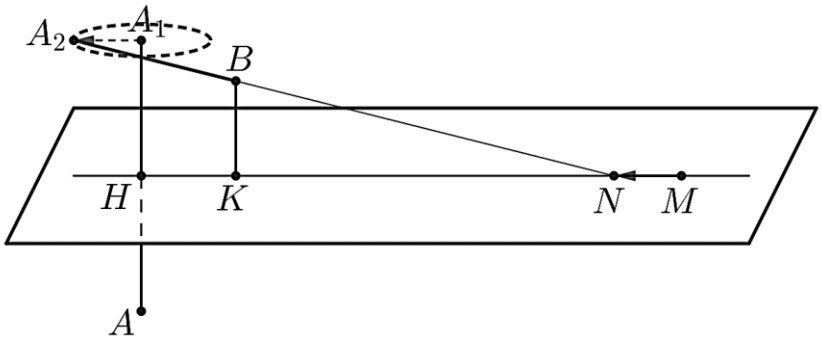
Lời giải

Chọn D

Vì $z_A.z_B<0$ nên A,B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B lên mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow H(1;-3;0)$, $K(-2;1;0)$.



Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua $(Oxy)\Rightarrow A_1(1;-3;4)$.

Gọi A_2 thỏa $\overrightarrow{A_1A_2}=\overrightarrow{MN}\Rightarrow A_1A_2=2$

$\Rightarrow A_2\in$ đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng song song với (Oxy) và có tâm A_1, bán kính $R=2$.

Khi đó: $|AM-BN|=|A_1M-BN|=|A_2N-BN|\le A_2B$

Dấu "=" xảy ra và A_2B đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow\overrightarrow{A_1A_2}$ ngược hướng với $\overrightarrow{HK}$.

$$\Rightarrow\overrightarrow{A_1A_2}=-\frac{|\overrightarrow{A_1A_2}|}{|\overrightarrow{HK}|}\overrightarrow{HK}=\left(\frac{6}{5};-\frac{8}{5};0\right)\Rightarrow A_2\left(\frac{11}{5};-\frac{23}{5};4\right)\Rightarrow A_2B=\sqrt{53}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{53}$.

Câu 3: **[2H3-2.9-4] (Câu 50 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên

mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15.

Lời giải

Chọn C

(Nhờ vẽ hình giúp, xin cảm ơn)

Mặt cầu đường kính AB có tâm và bán kính là $I=(4;3;4), R=3$

Gọi I là tâm mặt cầu và H là tâm đường tròn đáy của hình nón. Ta có

$$V_{(N)}=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}\pi r^2 h\le\frac{1}{3}\pi r^2(R+IH)=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-IH^2\right)(R+IH)=\frac{1}{3}\pi(3-IH)(3+IH)^2$$

$$\Rightarrow V_{(N)}\le\frac{1}{6}\pi(6-2.IH)(3+IH)^2\le\frac{1}{6}\pi\left(\frac{6-2.IH+3+IH+3+IH}{3}\right)^3=\frac{32}{3}\pi$$

Dấu = xảy ra khi $6-2.IH=3+IH\Rightarrow IH=1$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{HB}\Leftrightarrow\begin{cases}4=3(6-x)\\4=3(5-y)\\2=3(5-z)\end{cases}\Rightarrow H=\left(\frac{14}{3};\frac{11}{3};\frac{13}{3}\right)$.

Mặt phẳng chứa đường tròn đáy của khối nón đi qua H, nhận $\overrightarrow{AB}$ là một vecto pháp tuyến nên có phương trình là $2x+2y+z-21=0$. Vậy $b+c+d=-18$.

Câu 1: **[2H3-2.10-1] (Câu 27) (Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$.

A. $(P_1): x+y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.

C. $(P_3): x-2y+z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $M(1;-2;1)$ vào từng đáp án ta thấy đáp án $(P_1): x+y+z=0$ thỏa mãn.

Câu 1: **[2H3-2.11-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x-2y+4z-21=0$. **B.** $2x-2y+4z+21=0$

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $3x-2y+z+12=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình của mặt phẳng đi qua $M(2;-1;4)$ và song song với mặt phẳng (P) là

$3(x-2)-2(y+1)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$.

Câu 2: **[2H3-2.11-1] (Câu 9 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm O và nhận vecto $\vec{j}=(0;1;0)$ làm vecto pháp tuyến, nên phương trình mặt phẳng (Oxz) là $y=0$.

Câu 3: **[2H3-2.11-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$?

A. $x-2y+3z-12=0$. **B.** $x-2y-3z+6=0$.

C. $x-2y+3z+12=0$. **D.** $x-2y-3z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$ là $1(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0$ hay $x-2y+3z+12=0$.

Câu 1: **[2H3-2.11-2] (Câu 30 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua M và song song với (P).

$(Q)//(P) \Rightarrow \vec{n}_{(Q)}=\vec{n}_{(P)}=(3;-2;1)$.

$(Q)\begin{cases}\text{qua } M(2;1;-2)\\ \text{VTPT } \vec{n}_{(Q)}=(3;-2;1)\end{cases} \Rightarrow (Q):3.(x-2)-2.(y-1)+1.(z+2)=0$.

$\Rightarrow (Q):3x-2y+z-2=0$.

Câu 2: **[2H3-2.11-2] (Câu 19 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x-2y-2z-1=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$. **C.** $x+y+2z-6=0$. **D.** $3x-y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

$M(1;1;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$.

Mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, có VTPT $\vec{n}=(3;-1;-1)$, đi qua điểm M là: $(P):3(x-1)-(y-1)-(z-2)=0 \Rightarrow (P):3x-y-z=0$.

Câu 3: **[2H3-2.11-2] (Câu 27 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$.

C. $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(4;3;-1)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)=2(2;2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra phương trình là $2x+2y-3z=17 \Leftrightarrow 2x+2y-3z-17=0$.

Câu 4: **[2H3-2.11-2] (Câu 27 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0), B(3;0;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm của AB. Ta có $M(1;1;1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$ hay $\vec{n}=(2;-1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$2(x-1)-(y-1)+z-1=0 \Leftrightarrow 2x-y+z-2=0$.

Câu 5: **[2H3-2.11-2] (Câu 30 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$. **C.** $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ trung điểm I của AB là $I(3;2;-1)$ và $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có vecto pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình là $4(x-3)-2(y-2)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.

Câu 6: **[2H3-2.11-2] (Câu 23 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z+8=0$ **B.** $3x-y+3z-13=0$

C. $2x-3y-z-20=0$ **D.** $3x-y+3z-25=0$

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)=-2(2;-3;-1)$

(P) đi qua $A(5;-4;2)$ nhận $\vec{n}=(2;-3;-1)$ làm VTPT

(P): $2x-3y-z-20=0$

Câu 7: **[2H3-2.11-2] (Câu 20 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x+y+3z-9=0$ **B.** $2x-y+3z+11=0$ **C.** $2x-y-3z+11=0$ **D.** $2x-y+3z-11=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng (P).

Do $(Q)//(P)$ nên phương trình của (Q) có dạng $2x-y+3z+d=0$ $(d\neq 2)$.

Do $A(2;-1;2)\in(Q)$ nên $2.2-(-1)+3.2+d=0\Leftrightarrow d=-11$.

Vậy $(Q):2x-y+3z-11=0$.

Câu 8: **[2H3-2.11-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$ **B.** $3x-y-z+6=0$ **C.** $x+3y+z-5=0$ **D.** $x+3y+z-6=0$

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$. Do mặt phẳng (α) cần tìm vuông góc với AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$ làm vtpt. Suy ra, phương trình mặt phẳng $(\alpha):3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-y-z+6=0$.

Câu 1: **[2H3-2.12-1] (Câu 23 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn D

Với ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ thuộc ba trục tọa độ và $abc\neq 0$ thì mặt phẳng (ABC) có phương trình: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Với 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$, theo phương trình đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 2: **[2H3-2.12-1] (Câu 9 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1,0,0)$, $B(0,2,0)$ và $C(0,0,3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$ **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$ **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 3: **[2H3-2.12-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0), B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-4}=1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(-2;0;0), B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$ có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là: $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

Câu 4: **[2H3-2.12-1] (Câu 20 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng qua 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $abc\neq 0$, có dạng là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ nên phương trình mặt phẳng qua 3 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$ là $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Câu 5: **[2H3-2.12-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2) \Rightarrow (MNP): \frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$

Câu 6: **[2H3-2.12-1] (Câu 45 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;0)$; $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới dây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1$. **B.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A, B, C là $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 1: **[2H3-2.13-1] (Câu 13 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của $M(2;-2;1)$ lên mặt phẳng (Oxy) thì cao độ bằng 0.

Câu 1: **[2H3-2.13-2] (Câu 22 - ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(0;1;-1)$. **D.** $(2;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là $(2;0;-1)$.

Câu 1: **[2H3-2.13-3] (Câu 33 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(-1;4;4)$. **B.** $H(-3;0;-2)$. **C.** $H(3;0;2)$. **D.** $H(1;-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm H cần tìm chính là hình chiếu vuông góc của tâm I lên mặt phẳng (P).

Phương trình tham số đường thẳng IH là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2y \\ z=3-t \end{cases}$.

Thay tọa độ H vào phương trình mặt phẳng (P) ta có:

$2(1+2t)-2(2-2t)-3+t-4=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(3;0;2).$

Câu 1: **[2H3-3.0-2] (Câu 30 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d=\frac{1}{3}$ **B.** $d=\frac{5}{3}$ **C.** $d=\frac{2}{3}$ **D.** $d=2$

Lời giải

Chọn D

(P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}(2;-2;-1)$ và đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}(2;1;2)$ thỏa mãn $\vec{n}.\vec{u}=0$ nên $\Delta//(P)$ hoặc $\Delta\subset(P)$.

Do đó: lấy $A(1;-2;1)\in\Delta$ ta có: $d(\Delta(P))=d(A;(P))=\frac{|2.1-2.(-2)-1+1|}{\sqrt{4+4+1}}=2$.

Câu 1: **[2H3-3.0-3] (Câu 37 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=-3+4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5+t\\z=3+4t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5+2t\\z=3-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P):x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;4;1)$

$\Rightarrow (Q):4y+z+17=0$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$$\begin{cases}4y+z+17=0\\x+3=0\end{cases} \text{ hay } \begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$$

Cách 2: Ta có $M\in d\Rightarrow M(1+2t;-5-t;3+4t)$. Gọi M' là hình chiếu của M trên $(P):x+3=0$. Suy ra $M'(-3;-5-t;3+4t)$. Suy ra $d':\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=3+4t\end{cases}$

So sánh với các phương án, ta **chọn D là đáp án đúng.**

Câu 2: **[2H3-3.0-3] (Câu 42 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=3\sqrt{26}$ **B.** $OA'=5\sqrt{3}$

C. $OA'=\sqrt{46}$ **D.** $OA'=\sqrt{186}$

Lời giải

Chọn D

+ A' đối xứng với A qua (P) nên AA' vuông góc với (P)

+Suy ra phương trình đường thẳng $AA':\begin{cases}x=-1+6t\\y=3-2t\\z=6+t\end{cases}$

+Gọi H là giao điểm của AA' và mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$

+ Do H thuộc $(P) \Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0$

$\Leftrightarrow 41t-41=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(5;1;7)$

+ A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA'

$\Rightarrow A'(11;-1;8) \Rightarrow OA' = \sqrt{11^2+(-1)^2+8^2} = \sqrt{186}$

Câu 1: **[2H3-3.1-1] (Câu 3 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2=(4;-2;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(4;2;-3)$. **C.** $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$. **D.** $\vec{u}_1=(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$.

Câu 2: **[2H3-3.1-1] (Câu 4 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$

Câu 3: **[2H3-3.1-1] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào phương trình chính tắc của đường thẳng d ta có vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$.

Câu 4: **[2H3-3.1-1] (Câu 19 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng có phương trình dạng $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ thì có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ nên đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+1}{3}$ có một vecto chỉ phương là $\vec{u_1}=(2;-5;3)$.

Câu 5: **[2H3-3.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\vec{u}=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;2)$. **C.** $\vec{u}=(3;4;1)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vecto $\overrightarrow{MN}=(2;2;4)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm MN mà $\overrightarrow{MN}=2(1;1;2)=2\vec{u};\vec{u}=(1;1;2)$ nên **chọn B**

Câu 6: **[2H3-3.1-1] (Câu 11 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-5}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vec tơ chỉ phương của d.

A. $\vec{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\vec{u_3}=(2;6;-4)$. **C.** $\vec{u_4}=(-2;-4;6)$. **D.** $\vec{u_2}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: **[2H3-3.1-1] (Câu 13 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{2}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2}=(1;-3;2)$. **B.** $\vec{u_3}=(-2;1;3)$. **C.** $\vec{u_1}=(-2;1;2)$. **D.** $\vec{u_4}=(1;3;2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: **[2H3-3.1-1] (Câu 9 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z+2}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\vec{u_1}=(2;5;3)$. **B.** $\vec{u_4}=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u_2}=(1;3;2)$. **D.** $\vec{u_3}=(1;3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ với $abc\neq 0$ là: $d:\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$

Vậy đường thẳng d có một vecto chỉ phương là $\vec{u}_4=(2;-5;3)$.

Câu 9: **[2H3-3.1-1] (Câu 7 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2}=(2;1;1)$. **B.** $\vec{u_4}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{u_3}=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{u_1}=(2;1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: **[2H3-3.1-1] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{2}$ có một vecto chỉ phương là

A. $\vec{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\vec{u_4}=(1;-1;2)$. **C.** $\vec{u_2}=(-3;1;5)$. **D.** $\vec{u_3}=(1;-1;-2)$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{2}$ có một vecto chỉ phương là $\vec{u_4}=(1;-1;2)$.

Câu 11: **[2H3-3.1-1] (Câu 8 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một vecto chỉ phương là:

A. $\vec{u_3}=(2;1;3)$ **B.** $\vec{u_4}=(-1;2;1)$ **C.** $\vec{u_2}=(2;1;1)$ **D.** $\vec{u_1}=(-1;2;3)$

Lời giải

Chọn B

$d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một vecto chỉ phương là $\vec{u_4}=(-1;2;1)$.

Câu 12: **[2H3-3.1-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vecto chỉ phương là

A. $\vec{u_1}=(-1;2;1)$ **B.** $\vec{u_2}=(2;1;0)$ **C.** $\vec{u_3}=(2;1;1)$ **D.** $\vec{u_4}=(-1;2;0)$

Lời giải

Chọn A

Câu 13: **[2H3-3.1-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{b}=(-1;0;2)$. **B.** $\vec{c}=(1;2;2)$. **C.** $\vec{d}=(-1;1;2)$. **D.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $\vec{b}=(-1;0;2)$.

Câu 14: **[2H3-3.1-1] (Câu 44 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(0;3;-1)$ **B.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$ **C.** $\vec{u}_3=(1;-3;-1)$ **D.** $\vec{u}_4=(1;2;5)$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$ nhận véc tơ $\vec{u}=(0;3;-1)$ làm VTCP

Câu 1: **[2H3-3.1-2] (Câu 28 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$

$\Rightarrow$ một vecto chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{OM}=(1;-2;1)$

Câu 2: **[2H3-3.1-2] MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1,M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox,Oy. Vecto nào dưới đây là một vécto chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox\Rightarrow M_1(1;0;0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy\Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;2;0)$ là một vecto chỉ phương của M_1M_2.

Câu 1: **[2H3-3.2-1] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(3;-6;1)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-6+5t \\ z=1-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5+6t \\ z=-2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $M(1;5;-2)$ và nhận $\vec{u}=(3;-6;1)$ làm vecto chỉ phương là: $(d):\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Câu 2: **[2H3-3.2-1] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-3t \\ y=4+t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết phương trình tham số của d là $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$.

Câu 3: **[2H3-3.2-1] (Câu 7 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: **[2H3-3.2-1] (Câu 4 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua $M(3;-1;4)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$ là: $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

Câu 5: **[2H3-3.2-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(2;2;-2)$ nên chọn $\vec{u}=(1;1;-1)$ là vecto chỉ phương của MN

Đường thẳng MN có 1 vecto chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;-1)$ và đi qua điểm $M(1;0;1)$

nên có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 6: **[2H3-3.2-1] (Câu 9 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{-2}$

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-2}$ **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;1)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 1: **[2H3-3.2-2] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Vecto chỉ phương của đường thẳng d là: $\overrightarrow{u_d}=\vec{n}_{(P)}=(3;2;-1)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) là: $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

Câu 2: **[2H3-3.2-2] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ và vuông góc với $(P):2x+y-3z+1=0$ nhận vecto pháp

tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(2;1;-3)$ làm vecto chỉ phương, nên có phương trình chính

tắc là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

Câu 3: **[2H3-3.2-2] (Câu 34 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_P=(1;-3;2)$.

Phương trình chính tắc đường thẳng d là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 4: **[2H3-3.2-2] (Câu 32 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua $M(-1;3;2)$ và vuông góc với (P) có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=(1;-2;4)$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Câu 5: **[2H3-3.2-2] (Câu 38 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qu hai điểm $A(1;2;-1);B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;2)$ là vécto chỉ phương của đường thẳng AB

Vậy đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(1;-3;2)$ nên phương trình tham số của AB là $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$

Câu 6: **[2H3-3.2-2] (Câu 37 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;-2)$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P).

Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-3)$.

Vì $\Delta \perp (P)$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n}=(2;1;-3)$ làm véctơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-2)$ và nhận $\vec{n}=(2;1;-3)$ làm véctơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 7: **[2H3-3.2-2] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng đi qua $M(1;-2;2)$ nhận VTPT của mặt phẳng (P) làm VTCP $\vec{u}=(2;1;-3)$ có dạng: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$.

Câu 8: **[2H3-3.2-2] (Câu 38 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-t \\ z=3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d qua $M(1;2;-3)$ và vuông góc với $(P):2x-y+3z-1=0$ nên d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(2;-1;3)$. Khi đó phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$

Câu 9: **[2H3-3.2-2] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2-t\\z=3-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) suy ra đường thẳng d nhận vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;3)$ của mặt phẳng (P) làm một vecto chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$.

Câu 10: **[2H3-3.2-2] (Câu 35 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 104 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0);\ B(1;0;1);\ C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$ và song song với BC có phương trình

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1;1;0)$ và có một véc tơ chỉ phương là

$\vec{u}=\overrightarrow{BC}=(2;1;-1)$

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 11: **[2H3-3.2-2] (Câu 34 - BGD - Đợt 1 - Mã đề 103 - 2020)** Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;0);B(1;1;2);C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$.

Đường thẳng đi qua A và song song với BCcó phương trình là: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Câu 12: **[2H3-3.2-2] (BGD - Đợt 1 - Mã đề 102 - 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;1;1)$ và $C(3;4;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song BC có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{5}=\frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+3}{-1}$.

Lời giải

Phản biện: Lê Phương Anh

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm ta có $\vec{u}_{\Delta}=\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$

Vậy phương trình chính tắc Δ đi qua A và song song BC là:

$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$

Câu 13: **[2H3-3.2-2] (Câu 32 - ĐỀ BGD-MÃ 101-L1-2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$, $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$.

Gọi d là đường thẳng cần lập phương trình. Vì $d\,//\,BC$ nên $\overrightarrow{BC}$ là một vecto chỉ phương của d.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 14: **[2H3-3.2-2] (Câu 33 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=-1-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-1;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=-1-2t \end{cases}$.

Câu 15: **[2H3-3.2-2] (Câu 31 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1);\overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD). Khi đó Δ có veto chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

$\Rightarrow\Delta:\begin{cases} x=3t' \\ y=2t' \\ z=2-t' \end{cases}$. Ta có $M(3;2;1)\in\Delta$. Nên $\Delta:\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 16: **[2H3-3.2-2] (Câu 32 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Có $\begin{cases} \overrightarrow{BC}=(2;0;-1) \\ \overrightarrow{BD}=(0;-1;2) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$. Chọn $\vec{n}_{(BCD)}=(1;4;2)$

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Do $d \perp (BCD) \Rightarrow \vec{u}_d=\vec{n}_{(BCD)}=(1;4;2)$.

Lại có $A(1;0;2)\in d$, suy ra $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$.

Ta thấy điểm $E(2;4;4)$ thuộc d và d có 1 vtcp $\vec{u}_d=(1;4;2)$ nên d có phương trình:

$\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Câu 17: **[2H3-3.2-2] (Câu 33 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-4;-3;-1)$.

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

$\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$.

Câu 18: **[2H3-3.2-2] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u} = (1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0) \in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM} = (-2;m-1;-3)$

Do $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2-2(m-1)-6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM} = (-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 19: **[2H3-3.2-2] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$; $d_2: \dfrac{x-5}{-3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$

Lời giải

Chọn A

Phương trình $d_1: \begin{cases} x = 3 - t_1 \\ y = 3 - 2t_1 \\ z = -2 + t_1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 5 - 3t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + t_2 \end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

$\overrightarrow{AB} = (2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vecto pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\dfrac{2-3t_2+t_1}{1} = \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2} = \dfrac{4+t_2-t_1}{3}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2} \\ \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=2 \\ t_2=1 \end{cases}$. Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có vecto chỉ phương $\vec{n}=(1;2;3)$ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 20: **[2H3-3.2-2] (Câu 19 - MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3), B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d ?

A. $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$.

C. $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB khi đó ta có $I(0;1;-1)$

Ta có $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ suy ra $\vec{u}(1;-1;2)$ là một vecto chỉ phương của đường thẳng d. Vậy đương thẳng đi qua điểm I và song sog với d sẽ nhận $\vec{u}(1;-1;2)$ là một vecto chỉ phương. Vậy phương trình của đường thẳng đó là: $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 21: **[2H3-3.2-2] (Câu 23 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua A và song song BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)$ làm vecto chỉ phương

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Chú ý: *Đáp án D không nhận được, vì đó là phương trình tham số của đường thẳng cần tìm, chứ không phải phương trình chính tắ C.*

Câu 22: **[2H3-3.2-2] (Câu 20 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+3y-z+5=0$?

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\\z=1-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

đi qua $A(2;3;0)$ và $\perp$ với mặt phẳng $(P):x+3y-z+5=0$

đi qua $A(2;3;0)$ và nhận $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;3;-1)$ làm VTCP $\Rightarrow$ Loại đáp án A, D vì sai VTCP.

Loại đáp án C vì điểm A không thuộc đường thẳng.

Câu 23: **[2H3-3.2-2] (Câu 34 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua *M*, vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{u_\Delta}=(3;2;1),\overrightarrow{u_{\Delta'}}=(1;3;-2)$, d là đường thẳng đi qua $M(-1;1;3)$ và vuông góc với Δ,Δ'

$\Rightarrow d$ là đường thẳng đi qua $M(-1;1;3)$ và nhận $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]=(-7;7;7)\nearrow\swarrow(-1;1;1)$

$\Rightarrow d:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

Câu 24: **[2H3-3.2-2] (Câu 48 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - Đề minh họa BGD&ĐT năm 20016-20017)** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng *d* có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua *A*, vuông góc và cắt *d*.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Cách 2:

Gọi $d\cap\Delta=B\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

$\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$, Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$

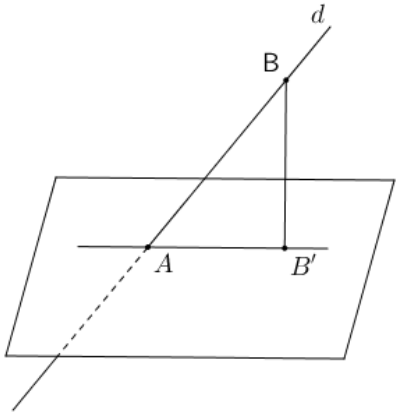
Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$. Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 1: **[2H3-3.2-3] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$. **C.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1

• Tọa độ $A=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}=\frac{x+2y-2z+2}{1-2-4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1\end{cases}\Rightarrow A(0;0;1)$.

• Lấy điểm $B(1;-1;3)\in d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Gọi B' là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng $(P)\Rightarrow BB':\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2}$

• Tọa độ $B'=BB'\cap(P)$ thỏa

$$\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-2}=\frac{x+2y-2z+2+5}{1+4+4}=\frac{5}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+\frac{5}{9}=\frac{14}{9}\\y=-1+2.\frac{5}{9}=\frac{1}{9}\\z=3-2.\frac{5}{9}=\frac{17}{9}\end{cases}\Rightarrow B'\left(\frac{14}{9};\frac{1}{9};\frac{17}{9}\right).$$

• $\overrightarrow{AB'}=\left(\frac{14}{9};\frac{1}{9};\frac{8}{9}\right)=\frac{1}{9}\vec{u}\Rightarrow\vec{u}=(14;1;8)$ là vecto chỉ phương của AB'.

• Vậy $AB':\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên (P).

Cách 2

• Tọa độ $A=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}=\dfrac{x+2y-2z+2}{1-2-4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=1\end{cases}\Rightarrow A(0;0;1)$.

• Gọi d' là hình chiếu của d lên (P);

+ Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.

+ Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-2)$.

+ $\vec{a}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-2;4;3)$.

+ $\left[\vec{n},\vec{a}\right]=(14;1;8)$ là vectơ chỉ phương của (d').

• Vậy $d':\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Câu 2: **[2H3-3.2-3] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$ hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và $A(1;2;-1)$ thuộc (P)

Vậy $A(1;2;-1)$ là giao điểm của d và (P)

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P). Khi đó (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(3;-1;1)$.

Đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q)nên có một vectơ chỉ phương là:

$\vec{u}_{d'}=\left[\vec{n}_Q,\vec{n}_P\right]=(-1;4;7)$.

Vậy đường thẳng d'có $\vec{u}_{d'}=(-1;4;7)$ và đi qua điểm $A(1;2;-1)$ có phương trình chính tắc là

$\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Câu 3: **[2H3-3.2-3] (Câu 46 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng

$(P): 2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{13}$. **B.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Đường thẳng d đi qua $A(-1;0;1)$ có 1 VTCP là: $\vec{u}=(1;1;2)$.

Mặt phẳng (P) có 1 VTPT là: $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Ta có $\vec{v}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-3;5;-1)$; $\vec{a}=\left[\vec{n},\vec{v}\right]=(4;5;13)$.

Δ là hình chiếu của d trên $(P) \Rightarrow \Delta$ đi qua $A(-1;0;1)$ và có 1 VTCP $\vec{a}=\left[\vec{n},\vec{v}\right]=(4;5;13)$.

Suy ra phương trình $\Delta: \dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{13}$.

Câu 4: **[2H3-3.2-3] (Câu 45 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm A của d và (P) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}\\ x+2y+z-4=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=1\\ z=2\end{cases} \Rightarrow A(0;1;2).$$

Lấy điểm $B(1;2;1)\in d$. Gọi H là hình chiếu của B trên (P).

$\Rightarrow$ Phương trình $BH: \begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=1+t\end{cases}$

Do $H=BH\cap(P)$ nên tọa độ điểm H thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\dfrac{1}{3} \\ x=\dfrac{2}{3} \\ y=\dfrac{4}{3} \\ z=\dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};-\frac{4}{3}\right).$$

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(P) \Rightarrow d'$ đi qua A và H

$\Rightarrow d'$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-4)$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Câu 5: **[2H3-3.2-3] (Câu 45 - Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(2;2;-1)$.

Gọi $M=\Delta\cap d_1 \Rightarrow M(1+2m;m;-1-2m)$, $(m\in\mathbb{R})$,

$N=\Delta\cap d_2 \Rightarrow N(2+n;2n;-1-n)$, $(n\in\mathbb{R})$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(n-2m+1;2n-m;-n+2m)$

Vì Δ vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{MN}$, $\vec{n}_{(P)}$ cùng phương nên ta có

$$\frac{n-2m+1}{2}=\frac{2n-m}{2}=\frac{-n+2m}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ m=0 \end{cases}.$$

Do đó $N(3;2;-2)$, $\overrightarrow{MN}=(2;2;-1)$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua $N(3;2;-2)$ có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(2;2;-1)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

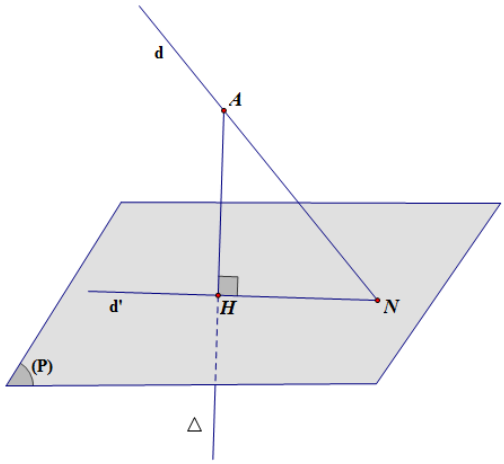
Câu 6: **[2H3-3.2-3] (Câu 35 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

+ $\{N\}=d\cap(P)\Rightarrow N(t;-1+2t;2-t)\in d$.

+ $N\in(P)\Rightarrow t+(-1+2t)+(2-t)-3=0\Leftrightarrow t=1$, suy ra $N(1;1;1)$.

Mặt khác $A(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua A vuông góc (P), suy ra Δ đi qua A và có một vécto chỉ phương là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$ Do đó phương trình $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$.

Gọi $\{H\}=\Delta\cap(P)\Rightarrow H(m;-1+m;2+m)\in\Delta$.

Do $H\in(P)\Leftrightarrow m+(-1+m)+(2+m)-3=0\Leftrightarrow m=\frac{2}{3}\Rightarrow H\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{HN}=\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3};-\frac{5}{3}\right)$ cùng phương với $\vec{u}=(1;4;-5)$.

Đường thẳng d' đi qua $N(1;1;1)$ và có một vécto chỉ phương $\vec{u}=(1;4;-5)$ có phuong trình là $d': \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

Cách trắc nghiệm: Nguyễn Ngọc Thảo.

+) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P) \Rightarrow (Q)$ có một véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_p}\right] = (3;-2;-1)$.

+) Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên $(P) \Rightarrow \begin{cases} d' \subset (P) \\ d' \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow d'$ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right] = (-1;-4;5) \Rightarrow$ **Loại B và D.**

+) Ta thấy $M(-1;-1;-1) \in d'$ ở đáp án **A** không thuộc $(P) \Rightarrow$ **LoạiA.**

Vậy ta **Chọn C**

Câu 7: **[2H3-3.2-3] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=1+t \end{cases}$

Gọi $M = \Delta \cap (P) \Rightarrow M \in \Delta \Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$

$M \in (P) \Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0 \Leftrightarrow 4-4t=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;-2;-1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (1;2;1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\frac{1}{2}\left[\vec{n}, \vec{u}\right] = (0;-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1;1;2) \in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$

Câu 8: **[2H3-3.2-3] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường

thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+27t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=11-10t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=-11-10t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=1+17t\\z=1+10t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$A=d\cap\Delta$

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=1+1t\\z=1+2t\end{cases}$.

Chọn điểm $B(-1;2;3)\in\Delta, AB=3$.

Gọi $C\in d$ thỏa mãn $AC=AB\Rightarrow C\left(\frac{14}{5};\frac{17}{5};1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ thỏa mãn BAC là góc nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(-\frac{9}{10};\frac{3}{10};2\right)$.Đường phân giác cần tìm là AI có vecto chỉ phương là $\vec{u}=(19;7;-10)$ có phương trình là $\begin{cases}x=1+19t\\y=1+7t\\z=1-10t\end{cases}$. Tọa độ điểm của đáp án B thuộc AI.

Câu 9: **[2H3-3.2-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-t\\z=-2+2t\end{cases}$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;4;3)$

Gọi A là giao điểm của d và (P). Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow A(3;-2;2)$$

Phương trình Δ qua $A(3;-2;2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;4;3)$ có dạng: $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$.

Câu 10: **[2H3-3.2-3] (Câu 33 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $M=\Delta\cap Ox$. Suy ra $M(a;0;0)$.

$\overrightarrow{AM}=(a-1;-2;-3)$.

d có VTCP: $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$.

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 2a-2-2+6=0\Leftrightarrow a=-1$.

Vậy Δ qua $M(-1;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;-3)=-(2;2;3)$ nên Δ có phương trình:

$\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 11: **[2H3-3.2-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$ **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$ **D.** $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn khi đó d có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$

Ta có $OA=3, OB=4, AB=5$. Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Áp dụng hệ thức $OB.\overrightarrow{IA}+OA.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IO}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 4.(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI})+3.(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI})+5.\overrightarrow{IO}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=\frac{1}{12}\left(4\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right)\Rightarrow I\left(0;1;1\right)$

Suy ra $d:\begin{cases}x=t\\y=1-2t\\z=1+2t\end{cases}$ cho $t=-1\Rightarrow d$ đi qua điểm $M(-1;3;-1)$

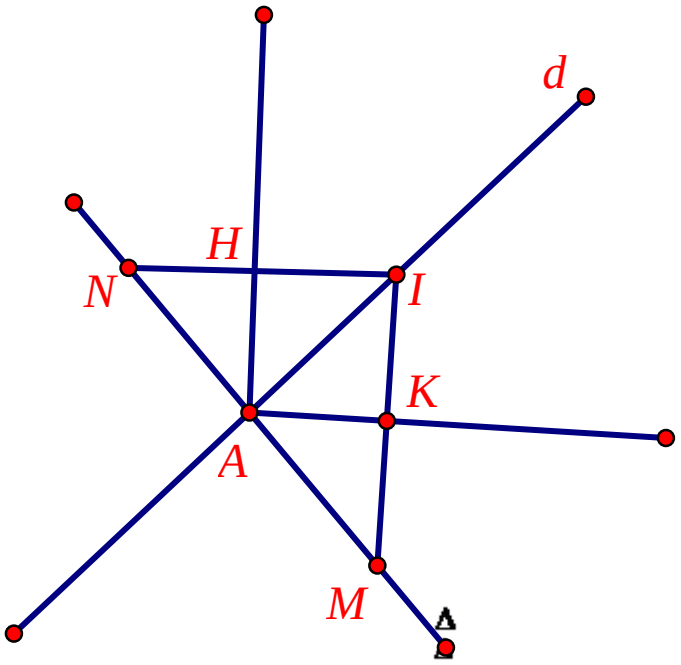
Do đó d đi qua $M(-1;3;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên đường thẳng có phương trình $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$

Câu 1: **[2H3-3.2-4] (Câu 49 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+7t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=1+t\\z=1+5t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=-6-5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C



Phương trình $\Delta:\begin{cases}x=1+t'\\y=1-2t'\\z=1+2t'\end{cases}$.

Ta có $d\cap\Delta=A(1;1;1)$. Lấy $I(4;5;1)\in d \Rightarrow \overrightarrow{AI}=(3;4;0)\Rightarrow AI=5$.

Gọi $M(1+t';1-2t';1+2t')\in\Delta$ sao cho $AM=AI$.

Khi đó $3|t'|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t'=\frac{5}{3} \\ t'=-\frac{5}{3} \end{array}\right.$.

Với $t'=\frac{5}{3} \Rightarrow M\left(\frac{8}{3};-\frac{7}{3};\frac{13}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=\left(\frac{5}{3};\frac{-10}{3};\frac{10}{3}\right) \Rightarrow AM=\frac{15}{3}$.

Khi đó $\cos IAM=-\frac{1}{3} \Rightarrow IAM>90^0 \Rightarrow$ trong trường hợp này $(d;\Delta)>90^0$

Với $t'=-\frac{5}{3} \Rightarrow N\left(-\frac{2}{3};\frac{13}{3};\frac{-7}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AN}=\left(-\frac{5}{3};\frac{10}{3};-\frac{10}{3}\right) \Rightarrow AN=\frac{15}{3}$.

Khi đó $\cos IAN=\frac{1}{3} \Rightarrow IAM<90^0 \Rightarrow$ trong trường hợp này $(d;\Delta)<90^0$

Gọi H là trung điểm của $NI \Rightarrow H\left(\frac{5}{3};\frac{14}{3};\frac{-2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}(2;11;-5)$.

Khi đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ đi qua $H\left(\frac{5}{3};\frac{14}{3};\frac{-2}{3}\right)$ hoặc $A(1;1;1)$

và nhận làm $\vec{u}=(2;11;-5)$ VTCP $\Rightarrow$ phương trình phân giác là $\left\{\begin{array}{l} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{array}\right.$.

Câu 1: **[2H3-3.3-1] (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(3;-1;-2)$ **B.** $Q(2;4;1)$ **C.** $P(2;4;-1)$ **D.** $M(3;1;2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\dfrac{3-3}{2}=\dfrac{-1+1}{4}=\dfrac{-2+2}{-1}=0$. Vậy $N(3;-1;-2)$ thuộc d.

Câu 2: **[2H3-3.3-1] (Câu 5 - Đề thi TNTHPT 2020 - mã đề 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thế điểm $N(4;2;-1)$ vào d ta thấy thỏa mãn nên **Chọn A**

Câu 3: **[2H3-3.3-1] (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(4;-2;1)$. **B.** $N(4;2;1)$. **C.** $P(2;1;-3)$. **D.** $M(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Thay lần lượt tọa độ các điểm Q,N,P,M vào phương trình đường thẳng d ta thấy tọa độ điểm P thỏa mãn. Vậy điểm P thuộc đường thẳng d.

Câu 4: **[2H3-3.3-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(1;2;-1)$. **B.** $M(-1;-2;1)$. **C.** $N(2;3;-1)$. **D.** $Q(-2;-3;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay lần lượt tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình của đường thẳng d ta có:

$\dfrac{-1-1}{2}=\dfrac{-2-2}{3}=\dfrac{1+1}{-1}\Leftrightarrow -1=-\dfrac{4}{3}=-2\Rightarrow M\notin d$.

$\frac{2-1}{2}=\frac{3-2}{3}=\frac{-1+1}{-1}\Leftrightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{3}=0\Rightarrow N\notin d$.

$\frac{1-1}{2}=\frac{2-2}{3}=\frac{-1+1}{-1}\Leftrightarrow 0=0=0\Rightarrow P\in d$.

$\frac{-2-1}{2}=\frac{-3-2}{3}=\frac{1+1}{-1}\Leftrightarrow -\frac{3}{2}=-\frac{5}{3}=-2\Rightarrow Q\notin d$.

Vậy điểm $P(1;2;-1)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 5: **[2H3-3.3-1] (ĐTK - BGD&ĐT - L1 - Năm 2020)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $M(1;2;1)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$.

Thay tọa độ điểm $P(-1;2;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có

$\frac{-1+1}{-1}=\frac{2-2}{3}=\frac{1-1}{3}$ ta thấy $P\in d$ và các điểm Q,N,M không thuộc đường thẳng d.

Câu 6: **[2H3-3.3-1] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ của các điểm Q, M, N vào phương trình đường thẳng d ta được các mệnh đề sai. Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng d ta được mệnh đề đúng.

Vậy điểm $P(1;2;3)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 1: **[2H3-3.3-2] (Câu 11 - Đề - BGD - 2020 - Đợt 2 - Mã đề - 104 - Strong – 2021)** Trong không gian cho $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $M(2;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ $N(3;1;-5)$ vào phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$, ta được:

$\dfrac{3-3}{2}=\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{-5+5}{-1}$ (thỏa mãn). Vậy $N(3;1;-5)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 2: **[2H3-3.3-2] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $P(1;2;5)$ **B.** $N(1;5;2)$ **C.** $Q(-1;1;3)$ **D.** $M(1;1;3)$

Lời giải

Chọn B

Cách 1. Dựa vào lý thuyết: Nếu d qua $M(x_0;y_0;z_0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(a;b;c)$ thì phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$, ta chọn đáp án **B.**

Cách 2. Thay tọa độ các điểm M vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases}1=1-t\\2=5+t\\5=2+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=-3\\t=1\end{cases}$. Loại đáp án**A.**

Thay tọa độ các điểm N vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases}1=1-t\\5=5+t\\2=2+3t\end{cases}\Leftrightarrow t=0$. Nhận đáp án **B.**

Câu 1: **[2H3-3.3-3] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M(-1;\ 0;\ -3)$. **B.** $M(2;\ 3;\ 3)$.

C. $M\left(\dfrac{1}{6};\ \dfrac{7}{6};\ -\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $M\left(-\dfrac{1}{6};\ -\dfrac{7}{6};\ -\dfrac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $M\in d$ nên $\exists t\in\mathbb{R}: M(1+t;\ 2+t;\ 1+2t)$. Điều kiện: $1+2t<0\Rightarrow t<\dfrac{-1}{2}\ (*)$

$MA^2+MB^2=28$

$\Leftrightarrow(-t)^2+(-3-t)^2+(1-2t)^2+(-2-t)^2+(-t)^2+(2-2t)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(l)\\ t=-\dfrac{5}{6}(t/m)\end{array}\right.$.

Với $t=1$, ta có $M(2;3;3)$ (loại do $c<0$).

Với $t=-\dfrac{5}{6}$, ta có $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$ (nhận).

Câu 1: **[2H3-3.7-2] (Câu 47 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P) **B.** d vuông góc với (P)

C. d song song với (P) **D.** d nằm trong (P)

Lời giải

Chọn A

Ta có đường thẳng d đi qua $M(-1;0;5)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-3;-1)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}=(3;-3;2)$

$M\notin(P)\Rightarrow$ loại đáp án D

$\vec{n},\vec{u}$ không cùng phương $\Rightarrow$ loại đáp án B

$\vec{n}.\vec{u}=10\Rightarrow\vec{n},\vec{u}$ không vuông góc $\Rightarrow$ loại đáp án C

Câu 2: **[2H3-3.7-2] (Câu 48 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;\ 6;\ 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{AM}{BM}=2$ **C.** $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{AM}{BM}=3$

Lời giải

Chọn D

$M\in(Oxz)\Rightarrow M(x;0;z)$; $\overrightarrow{AB}=(7;3;1)\Rightarrow AB=\sqrt{59}$; $\overrightarrow{AM}=(x+2;-3;z-1)$ và

A,B,M thẳng hàng $\Rightarrow\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}\ \ (k\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}x+2=7k\\-3=3k\\z-1=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-9\\-1=k\\z=0\end{cases}\Rightarrow M(-9;0;0).$

$\overrightarrow{BM}=(-14;-6;-2)$; $\overrightarrow{AM}=(-7;-3;-1)\Rightarrow BM=2AB.$

Câu 3: **[2H3-3.7-2] (Câu 46 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thự C. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m=-2$ **B.** $m=2$ **C.** $m=-52$ **D.** $m=52$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $\Delta:\frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;1)$

Mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;2;m)$

Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì $\vec{u}$ phải cùng phương với $\vec{n}$

$\Rightarrow \frac{5}{10}=\frac{1}{2}=\frac{1}{m}\Leftrightarrow m=2$.

Câu 1: **[2H3-3.8-2] (Câu 34 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)}=(1;1;1) \\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1) \end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q), nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;-2;3)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

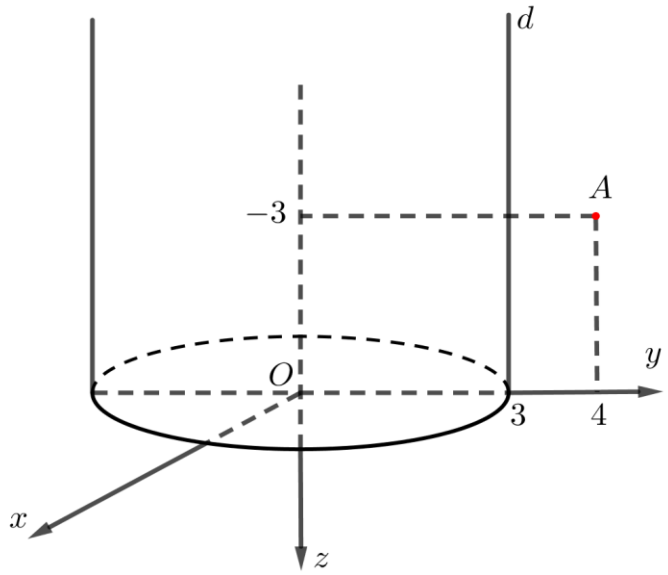
Câu 1: **[2H3-3.8-3] (Câu 42 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Ta có $d(A;d)_{\min} = |d(A;Oz) - d(d;Oz)| = 1$.

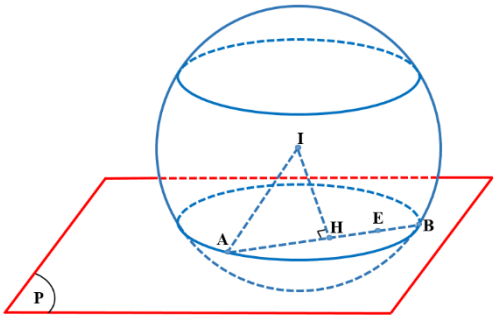
Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $(0;3;0)$ và do $d // Oz \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \vec{k} = (0;0;1)$ làm vecto chỉ phương của $d \Rightarrow d \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Dựa vào 4 phương án ta chọn $N(0;3;-5)$.

Câu 2: **[2H3-3.8-3] (ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2+9t \\ y = 1+9t \\ z = 3+8t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2-5t \\ y = 1+3t \\ z = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 1+3t \\ z = 3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$, bán kính $R=6$, mp(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Ta có $IE=\sqrt{6}<R$ nên đường thẳng Δ qua E luôn cắt (S) tại hai điểm phân biệt A,B.

Gọi H là trung điểm AB thì $IH\perp AB \Rightarrow AB=2AH=2\sqrt{IA^2-IH^2}=2\sqrt{R^2-IH^2}$.

Do $IH\le IE$ nên $AB\ge 2\sqrt{R^2-IE^2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $H\equiv E\Leftrightarrow AB\perp IE.$ Ta có $\left[\overrightarrow{EI};\vec{n}\right]=(-5;5;0).$

Vì $\begin{cases}\vec{u}\perp\overrightarrow{EI}\\ \vec{u}\perp\vec{n}\end{cases}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{EI};\vec{n}\right]=(-5;5;0).$ Chọn $\vec{u}$ $(1;-1;0).$

Vậy đường thẳng Δ có phương trình là: $\begin{cases}x=2+t\\ y=1-t\\ z=3\end{cases}(t\in\mathbb{R}).$

Câu 3: **[2H3-3.8-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z+15=0$. **B.** $2x+2y+2z-15=0$.

C. $x+y+z+7=0$. **D.** $x+y+z-7=0$

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;4)$ bán kính $r=\sqrt{2}.$

Do AM là tiếp tuyến của mặt cầu (S) nên $IM\perp AM\Rightarrow AM=\sqrt{AI^2-IM^2}$

Ta có $AI=\sqrt{3};IM=\sqrt{2}\Rightarrow AM=1.$

Gọi H là tâm đường tròn tạo bởi các tiếp điểm M khi đó ta có ΔAHM đồng dạng với ΔAMI

Suy ra $\frac{AH}{AM}=\frac{AM}{AI}\Rightarrow AH=\frac{AM^2}{AI}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm M. Khi đó (α) có vecto pháp tuyến là $\vec{n}=\overrightarrow{AI}=(1;1;1)$ nên phương trình có dạng $x+y+z+d=0$

Do $d\left(A,(\alpha)\right)=AH\Leftrightarrow\frac{|6+d|}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow|6+d|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-5\\d=-7\end{array}\right.$

Vậy $(\alpha_1):x+y+z-5=0;(\alpha_2):x+y+z-7=0$

Do $d\left(I,(\alpha_1)\right)=\frac{4}{\sqrt{3}}>\sqrt{2}$ nên (α_1) không cắt (S) (loại)

Và $d\left(I,(\alpha_2)\right)=\frac{2}{\sqrt{3}}<\sqrt{2}$ nên (α_2) cắt (S) (TM).

Câu 1: **[2H3-3.8-4] (Câu 48 - MĐ 101-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

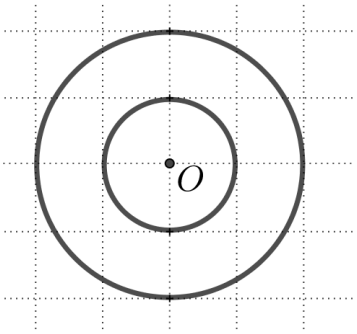
Lời giải

Chọn A

Do $A\ a;b;c$ thuộc mặt phẳng Oxy nên $A\ a;b;0$.

Nhận xét: Nếu từ A kẻ được ít nhất 2 tiếp tuyến vuông góc đến mặt cầu khi và chỉ khi $R\le IA\le R\sqrt{2}\Leftrightarrow 3\le a^2+b^2+2\le 6\Leftrightarrow 1\le a^2+b^2\le 4$.

Tập các điểm thỏa đề là các điểm nguyên nằm trong hình vành khăn, nằm trong mặt phẳng Oxy , tạo bởi 2 đường tròn đồng tâm $O\ 0;0;0$ bán kính lần lượt là 1 và 2.



Nhìn hình vẽ ta có 12 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: **[2H3-3.8-4] (Câu 49 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$ **B.** $3x+4y+2=0$

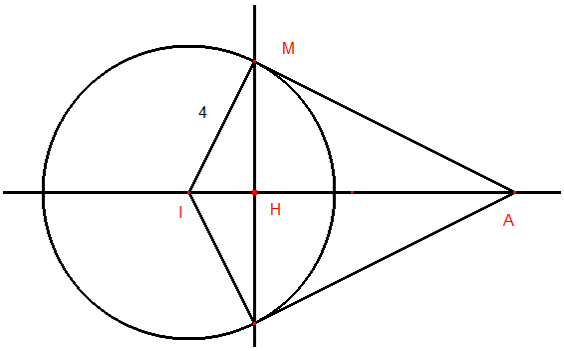
C. $6x+8y+11=0$ **D.** $6x+8y-11=0$

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(2;3;-1)$; bán kính $R=4$

$A(-1;-1;-1)\Rightarrow \overrightarrow{IA}=(-3;-4;0)$, tính được $IA=5$.



Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}=(-3;-4;0)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên tính được $IM^2=IH.IA\Rightarrow IH=\dfrac{IM^2}{IA}=\dfrac{16}{5}$,

từ đó tính được $\overrightarrow{IH}=\dfrac{16}{25}\overrightarrow{IA}$ tìm được $H\left(\dfrac{2}{25};\dfrac{11}{25};-1\right)$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $-3\left(x-\dfrac{2}{25}\right)-4\left(y-\dfrac{11}{25}\right)=0\Leftrightarrow 3x+4y-2=0.$

Câu 3: **[2H3-3.8-4] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z-15=0$. **B.** $x+y+z-7=0$.

C. $2x+2y+2z+15=0$. **D.** $x+y+z+7=0$

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy A nằm ngoài mặt cầu (S). Tâm mặt cầu là $I(1;2;3)$.

Đường thẳng AM tiếp xúc với $(S)\Leftrightarrow AM\perp IM\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{IM}=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)+(y-3)(y-2)+(z-4)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow (x-1-1)(x-1)+(y-2-1)(y-2)+(z-3-1)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2-(x+y+z-7)=0$

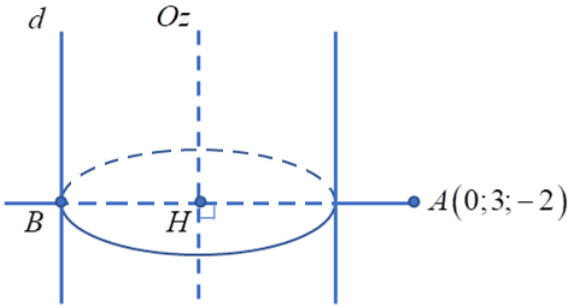
$\Leftrightarrow x+y+z-7=0$ (Do $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=0$).

Câu 1: **[2H3-3.9-3] (Câu 45 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;0;-3)$. **B.** $M(0;8;-5)$. **C.** $N(0;2;-5)$. **D.** $P(0;-2;-5)$.

Lời giải

Chọn D



Do đường thẳng $d//Oz$ nên d nằm trên mặt trụ có trục là Oz và bán kính trụ là $R=2$.

Gọi H là hình chiếu của A trên trục Oz, suy ra tọa độ $H(0;0;-2)$.

Do đó $d_{(A,Oz)}=AH=3$.

Gọi B là điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $\overrightarrow{AH}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow B(0;-2;-2)$.

Vậy $d(A,d)_{\max}=5\Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua B và song song với Oz.

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=0\\y=-2\\z=-2+t\end{cases}$.

Kết luận: d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

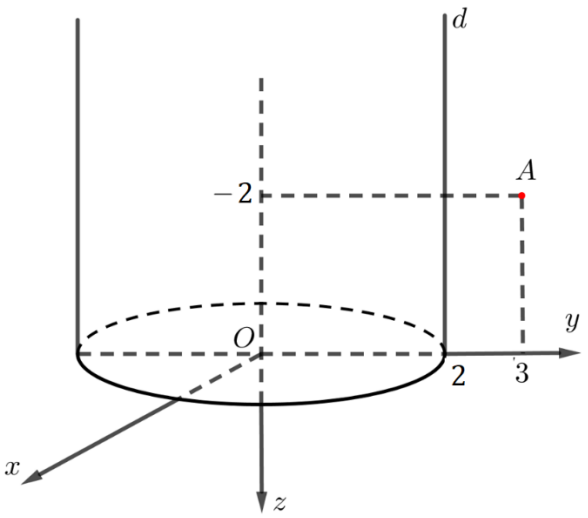
Câu 2: **[2H3-3.9-3] (Câu 42 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-2;0;-2)$. **B.** $N(0;-2;-5)$. **C.** $Q(0;2;-5)$. **D.** $M(0;4;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Cách 1 (cách trắc nghiệm)

Ta có $d\left(A;d\right)_{\min}=\left|d\left(A;Oz\right)-d\left(d;Oz\right)\right|=1$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $\left(0;2;0\right)$ và do $d//Oz\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\vec{k}=\left(0;0;1\right)$ là vecto chỉ phương của d, suy ra phương trình đường thẳng d có dạng: $\begin{cases}x=0\\y=2\\z=t\end{cases}$.

Ta thấy điểm $Q\left(0;2;-5\right)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d.

Cách 2.

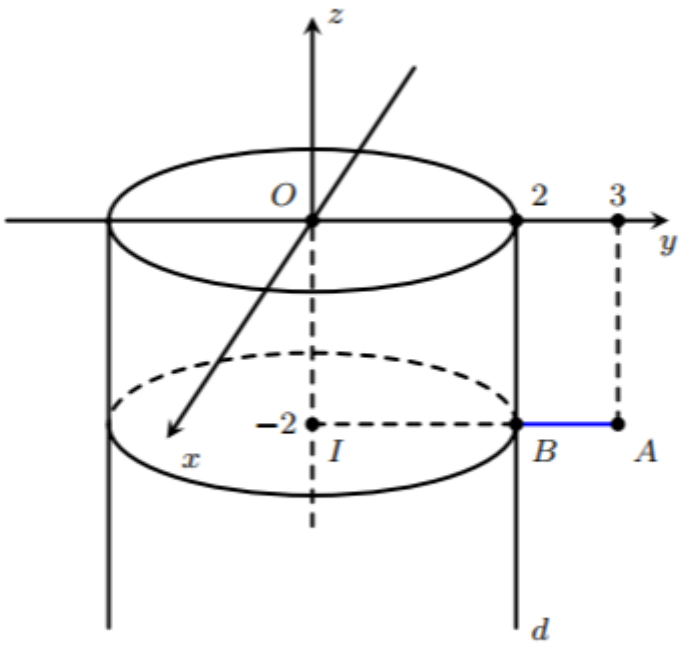
Do $d//Oz$ và $d\left(d,Oz\right)=2\Rightarrow d$ là đường sinh của một mặt trụ có trục là Oz

Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng qua A và vuông góc $Oz\Rightarrow\left(P\right)$ cắt mặt trụ theo giao tuyến là đường tròn $\left(C\right)$ tâm I bán kính bằng 2.

Gọi $B=d\cap\left(C\right)\Rightarrow AB=d\left(A,d\right)$ vì $d//Oz\Rightarrow d\perp\left(P\right)\Rightarrow d\perp AB$

Do $B\in\left(C\right)\Rightarrow AB\geq IA-2;\ IA=d\left(A,Oz\right)=3\ \Rightarrow AB\geq1.$

Vậy $AB_{\min}=1$



Khi đó B là giao điểm của (C) với đường thẳng d khi d đi qua điểm cố định $(0;2;0)$ và do $d//Oz \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \vec{k} = (0;0;1)$ là vecto chỉ phương của d, suy ra phương trình đường thẳng d có dạng: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$.

Ta thấy điểm $Q(0;2;-5)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d.

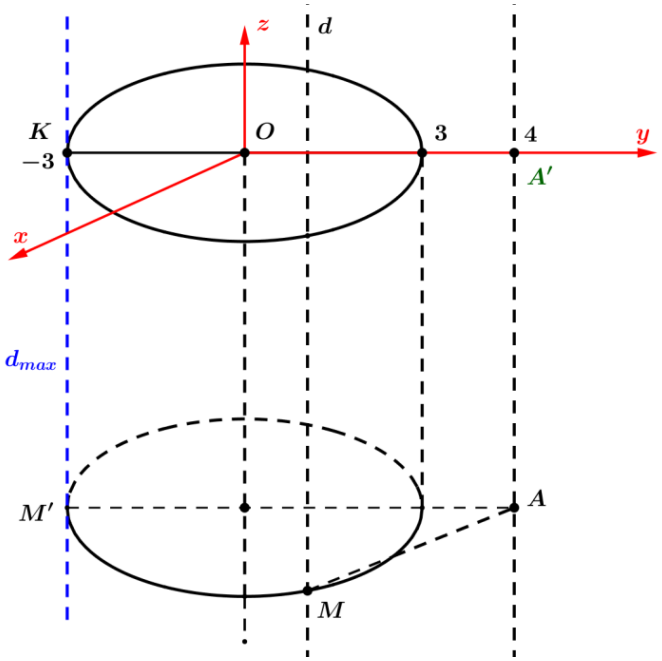
Câu 3: **[2H3-3.9-3] (Câu 45 - MĐ 102-BGD&ĐT-Năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $Q(0;11;-3)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $M(0;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Ta có d thuộc mặt trụ có bán kính $r=3$ và có trục là Oz.

Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng $Oxy \Rightarrow A'(0;4;0)$.

Gọi điểm K là giao của mặt trụ và Oy sao cho $A'K$ lớn nhất, suy ra $K(0;-3;0)$.

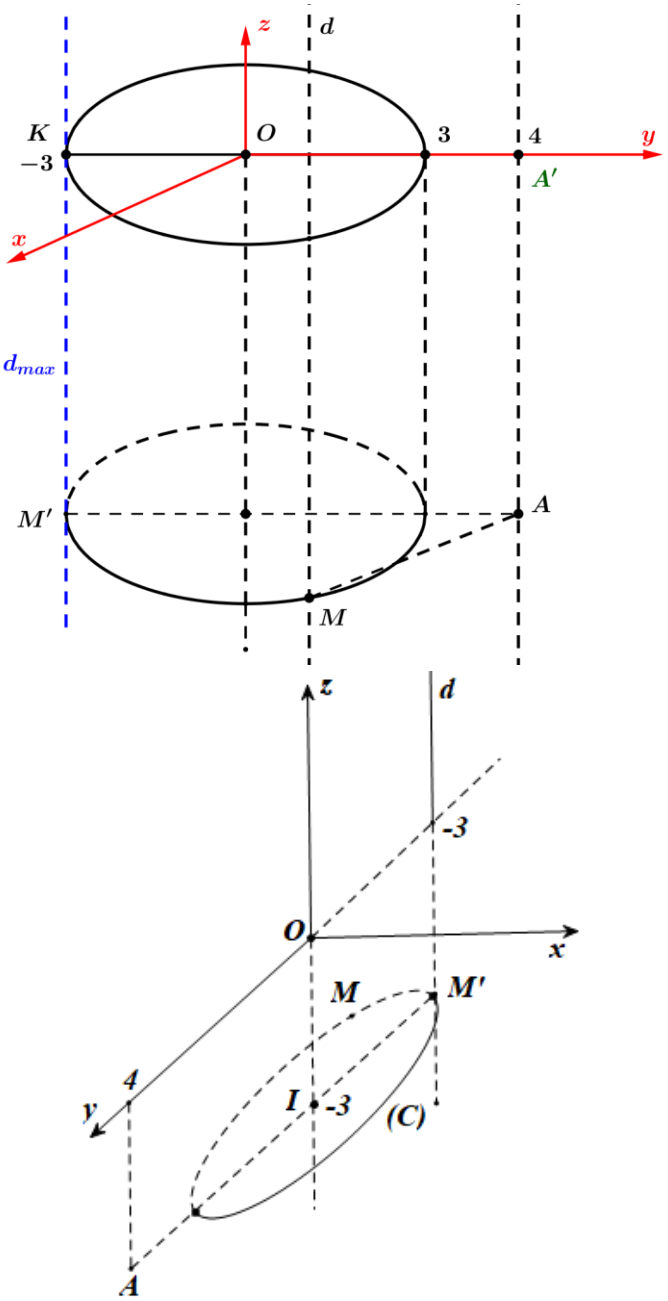
Ta có: $d(A,d) \le A'K = 7$. Suy ra $max\, d(A,d) = 7$.

Khi đó đường thẳng d đi qua $K(0;-3;0)$ và song song với Oz.

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=0 \\ y=-3 \\ z=t \end{cases}$

Vậy d đi qua $M(0;-3;-5)$.

Cách 2:



Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d $\Rightarrow (P): z+3=0$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên $Oz \Rightarrow I(0;0;-3)$.

Gọi $M=(P)\cap d$. Ta có tập hợp các điểm M là đường tròn (C) có tâm $I(0;0;-3)$, bán kính $R=3$ và nằm trên (P).

Tọa độ các điểm thuộc đường tròn (C) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2+y^2+(z+3)^2=9 \\ z+3=0 \end{cases}.$$

Phương trình đường thẳng $AI:\begin{cases}x=0\\y=4-t\\z=-3\end{cases}, t\in R$.

Gọi $M'=AI\cap(C)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M'(0;3;-3)\Rightarrow AM'=1\\M'(0;-3;-3)\Rightarrow AM'=7\end{array}\right.$.

Ta có: $d(A,d)=AM\le AM'=7$, với $M'=(0;-3;-3)$. Suy ra $\max d(A,d)=7$.

Khi đó đường thẳng d đi qua K và song song với Oz.

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x=0\\y=-3\\z=-3+t'\end{cases}, t'\in R$.

Vậy $M=(0;-3;-5)\in d$.

Câu 1: **[2H3-3.10-1] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$.

A. $P(1;1;2)$. **B.** $N(2;-1;2)$. **C.** $Q(-2;1;-2)$. **D.** $M(-2;-2;1)$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$ đi qua điểm $(-2;1;-2)$.

Câu 1: **[2H3-3.11-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có VTCP $\vec{a}=(1;1;0)$.

Ta có $\vec{a}.\vec{u}=1.0+1.(-7)+0.(-1)=-7<0\Rightarrow(\vec{a},\vec{u})>90^{\circ}$.

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có VTCP: $\vec{b}=-\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}+\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{5\sqrt{2}}(5;12;1)\,//\,(5;12;1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 2: **[2H3-3.11-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d, nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$\vec{u_1}=\frac{1}{|\vec{u}|}.\vec{u}=\frac{1}{3}(1;2;-2)=\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$;

$\overrightarrow{v_1}=\frac{1}{\left|\vec{v}\right|}.\vec{v}=\frac{1}{5}(-3;0;-4)=\left(-\frac{3}{5};0;-\frac{4}{5}\right)$.

Nhận thấy $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{v_1}>0$, nên góc tạo bởi hai vecto $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{v_1}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.

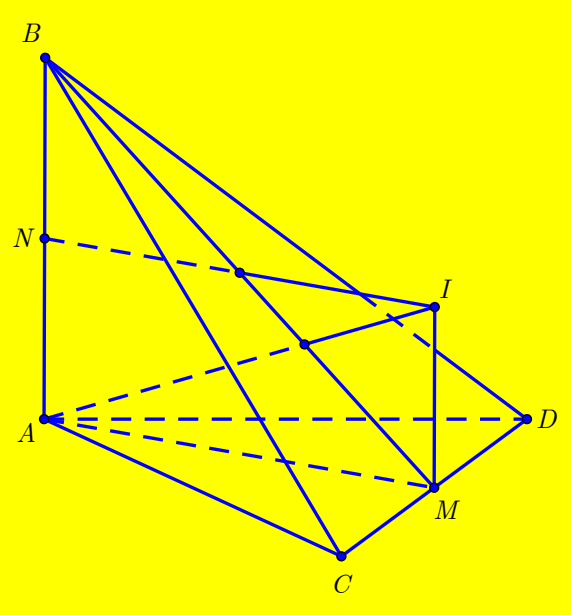
Ta có $\overrightarrow{w}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{v_1}=\left(-\frac{4}{15};\frac{10}{15};-\frac{22}{15}\right)=-\frac{15}{2}(2;-5;11)$ là vecto chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{w_1}=(2;-5;11)$. Do đó có phương trình: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$.

Câu 1: **[2H3-4.1-3] (MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(5;-2;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng.

A. 256. **B.** 128. **C.** $\frac{256}{3}$. **D.** $\frac{128}{3}$.

Lời giải

Chọn. C.



Bán kính mặt cầu là $R=IA=4\sqrt{3}$.

Do AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau nên $R=\frac{\sqrt{AB^2+AC^2+AD^2}}{2}$

Suy ra $AB^2+AC^2+AD^2=4R^2$.

Áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có:

$AB^2+AC^2+AD^2\geq 3\sqrt[3]{AB^2.AC^2.AD^2}$

$\Rightarrow 4R^2\geq 3\sqrt[3]{AB^2.AC^2.AD^2}$

$\Rightarrow AB.AC.AD\leq \frac{8\sqrt{3}}{9}R^3=512$

$\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.AC.AD\leq \frac{256}{3}$.

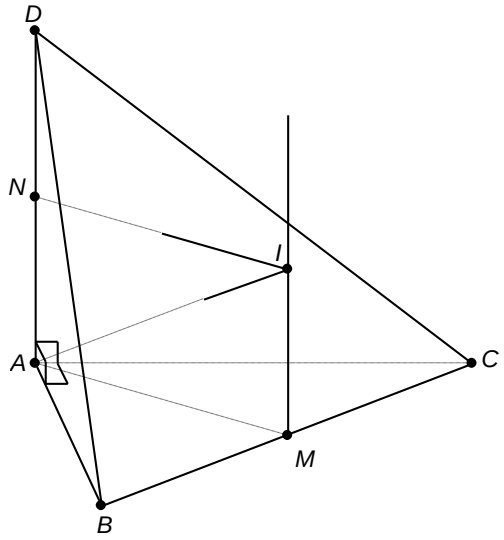
Vậy $\text{Max}V_{ABCD}=\frac{256}{3}$. Đạt được khi $AB=AC=AD=8$.

Câu 2: **[2H3-4.1-3] (MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{64}{3}$. **B.** 32. **C.** 64. **D.** $\frac{32}{3}$

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có bán kính $r=IA=\sqrt{4+4+4}=2\sqrt{3}$.

Đặt $AB=a;AC=b;AD=c$

Ta có $IA^2=\frac{a^2+b^2+c^2}{4}$

Do đó $\frac{a^2+b^2+c^2}{4}=12$

Theo BĐT Cô-si ta có: $\frac{a^2+b^2+c^2}{4}\geq\frac{3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}{4}$

Do đó $V=\frac{1}{6}abc\leq\frac{1}{6}\sqrt{16^3}=\frac{32}{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c.$.

Câu 3: **[2H3-4.1-3] (Câu 47 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$ và $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\sqrt{6}$ **B.** $R=2$ **C.** $R=1$ **D.** $R=\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;2;1)$

$d(I;(P))=\dfrac{|3+2+1|}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(3;2;1)$ và bán kính $R'=\dfrac{AB}{2}=3\sqrt{2}$

Ta có $H\in(S)$. Mặt khác $H\in(P)$ nên $H\in(C)=(S)\cap(P)$

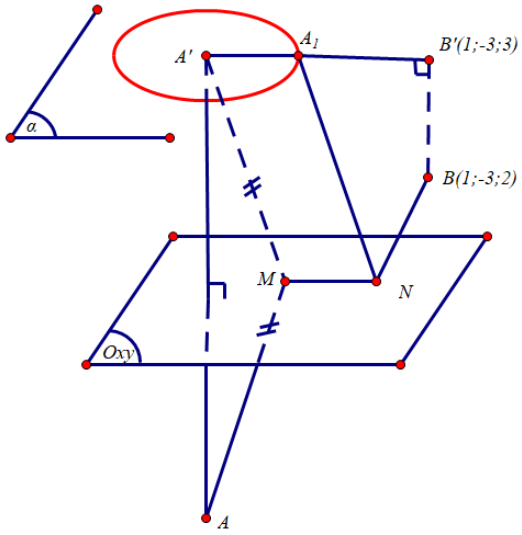
Bán kính của đường tròn (C) là $R=\sqrt{(R')^2-d^2(I;(P))}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$.

Câu 1: **[2H3-4.1-4] (- MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-AN|$ bằng

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ thấy điểm A nằm phía dưới, điểm B nằm phía trên mặt phẳng (Oxy).

Gọi A' là điểm đối xứng của điểm A qua mặt phẳng (Oxy), suy ra tọa độ điểm $A'(-2;1;3)$.

Gọi (α) là mặt phẳng qua A' và song song với mặt phẳng (Oxy), suy ra phương trình mặt phẳng $(\alpha):z-3=0$. Trên mặt phẳng (α) lấy điểm A_1 sao cho $A'A_1=MN=3$, suy ra A_1 thuộc đường tròn $(A',3)$ và tứ giác $A'A_1MN$ là hình bình hành nên ta có $A'M=A_1N$.

Nên $|AM-BN|=|A'M-BN|=|A_1M-BN|\le A_1B$. Gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng (α), suy ra tọa độ điểm $B'(1;-3;3)$.

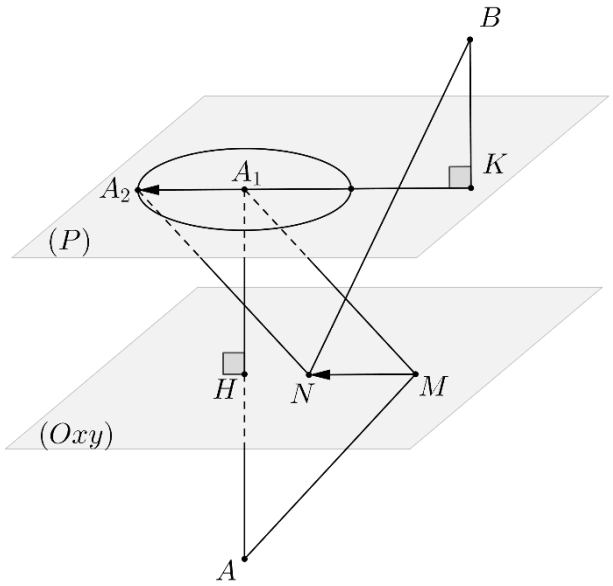
Ta có $A_1B=\sqrt{B'B^2+B'A_1^2}\le\sqrt{1+(B'A'+3)^2}=\sqrt{65}$.

Câu 2: **[2H3-4.1-4] (- MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=4$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{85}$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy hai điểm A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) suy ra $A_1(1;-3;-2)$.

Gọi mặt phẳng (P) chứa A_1 và song song mặt phẳng (Oxy) suy ra $(P): z=-2$.

Ta gọi $A_2: \overrightarrow{A_1A_2}=\overrightarrow{MN}$ và gọi K là hình chiếu của B lên $(P) \Rightarrow K(-2;1;-2) \Rightarrow BK=2, KA_1=5$

Khi đó: $|AM-BN|=|A_2N-BN| \le A_2B \le \sqrt{BK^2+(KA_1+4)^2}=\sqrt{85}$.

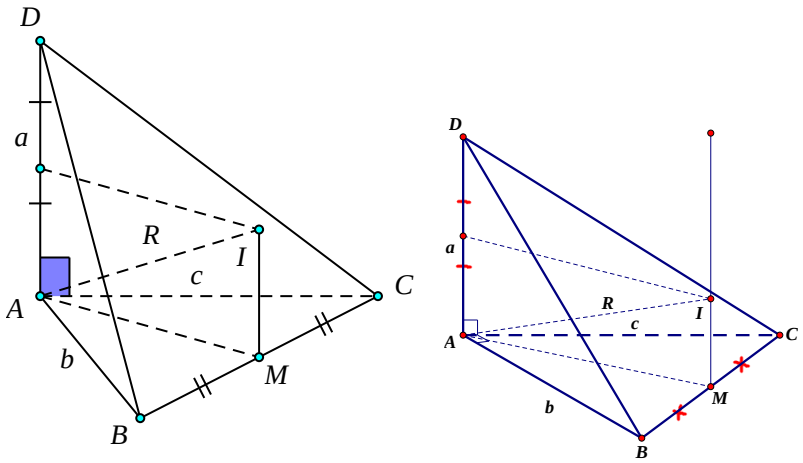
Suy ra giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{85}$, dấu bằng xảy ra khi $N=A_2B \cap Oxy$.

Câu 3: **[2H3-4.1-4] (MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{8}{3}$ **B.** 4 **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** 8

Lời giải

Chọn C



Đặt: $AD=a$, $AB=b$, $AC=c$.

Ta có:

- $R=IA=\sqrt{3}$.
- $AM=\dfrac{\sqrt{b^2+c^2}}{2}; IM=\dfrac{a}{2}\Rightarrow R^2=IA^2=\dfrac{b^2+a^2+c^2}{4}=3$.

AD BĐT Cosi: $b^2+a^2+c^2\ge 3\sqrt[3]{b^2a^2c^2}\Rightarrow b^2a^2c^2\le\dfrac{\left(b^2+a^2+c^2\right)^3}{27}\Leftrightarrow abc\le 8$.

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{6}abc\le\dfrac{1}{6}.8=\dfrac{4}{3}$.

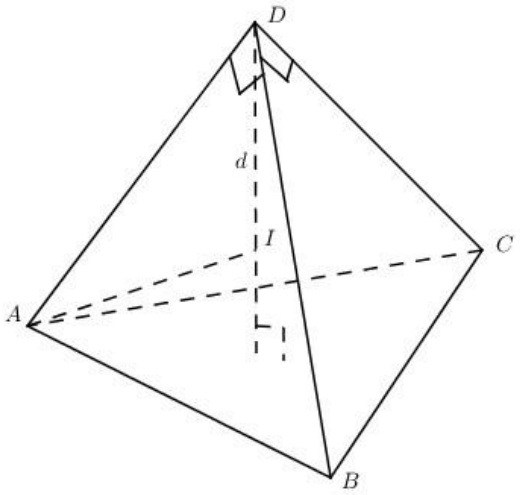
Câu 4: **[2H3-4.1-4] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-4$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=-3$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1. Xét trục d của ΔABC, ta có $(ABC): x+y+z+2=0$, do ΔABC đều nên d đi qua trọng tâm $G\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;1;1)$ suy ra $d:\begin{cases}x=-\dfrac{2}{3}+t\\ y=-\dfrac{2}{3}+t\\ z=-\dfrac{2}{3}+t\end{cases}$.



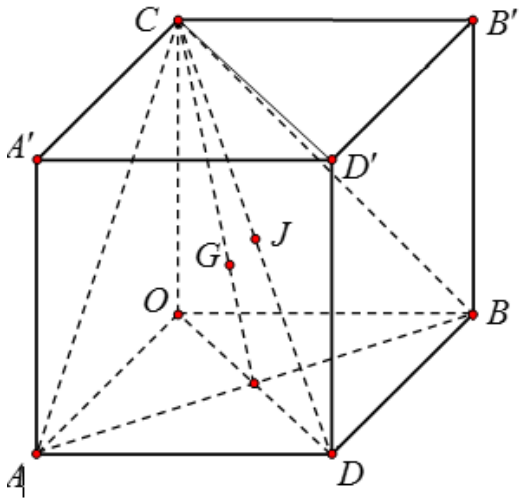
Ta thấy $\Delta DAB = \Delta DBC = \Delta DCA$, suy ra $DA = DB = DC \Rightarrow D \in d$ nên giả sử $D\left(-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AD}=\left(\frac{4}{3}+t;-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t\right);\overrightarrow{BD}=\left(-\frac{2}{3}+t;-\frac{4}{3}+t;-\frac{2}{3}+t\right);\overrightarrow{CD}=\left(\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t;\frac{4}{3}+t\right)$

Có $\begin{cases}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BD}=0\\ \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CD}=0\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\frac{2}{3}\Rightarrow D\left(-\frac{4}{3};-\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)\\ t=\frac{2}{3}\Rightarrow D(0;0;0)(loai)\end{array}\right.$.

Ta có $I \in d \Rightarrow I\left(-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t\right)$, do tứ diện $ABCD$ nội tiếp mặt cầu tâm I nên $IA = ID \Rightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow I\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right) \Rightarrow S = -1$.

Cách 2. Xét tứ diện $OABC$ có $OA,\ OB,\ OC$ đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=2$, ΔABC đều cạnh bằng $2\sqrt{2}$ nên gọi G là trọng tâm của ΔABC thì $G\left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$ và đường thẳng OG là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Dựng hình lập phương $OADB.CA'D'B'$. Khi đó $D(-2;-2;0)$ và tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là trung điểm J của đoạn thẳng CD có tọa độ là $J(-1;-1;-1)$.



Theo giả thiết: Vì D là điểm khác O sao cho $DA,\ DB,\ DC$ đôi một vuông góc nhau, ΔABC đều nên D đối xứng với O qua G và tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $DABC$ đối xứng với điểm J qua G. Do đó: $I\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. Vậy $S=-1$