

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m-1)x^2 - mx + \frac{1}{3}$ (1), m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 2$.

b) Tìm m để hàm số (1) có cực đại là y_{CD} thỏa mãn $y_{CD} = \frac{1}{3}$.

Câu 2 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\cos 3x + \cos x = 2\sqrt{3}\cos 2x \sin x$.

b) Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 2z = 3 - 2i$.

Câu 3 (0,5 điểm). Giải phương trình $\log_4 x^2 + \log_2 (2x-1) = \log_2 (4x+3)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $x^2 + 5x < 4(1 + \sqrt{x^3 + 2x^2 - 4x})$.

Câu 5 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3}+1}{x+2} dx$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2a, AB = a$. Gọi M là trung điểm cạnh BC . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, SB .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $\widehat{ACD} = \alpha$ với $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, điểm H thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{HB} = -2\overrightarrow{HC}$, K là giao điểm của hai đường thẳng AH và BD . Cho biết $H\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$, $K(1; 0)$ và điểm B có hoành độ dương. Tìm tọa độ các điểm A, B, C, D .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d ; tìm tọa độ điểm A thuộc d sao cho khoảng cách từ A đến (P) bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 9 (0,5 điểm). Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C ; mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau.

Câu 10 (1,0 điểm). Giả sử x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn

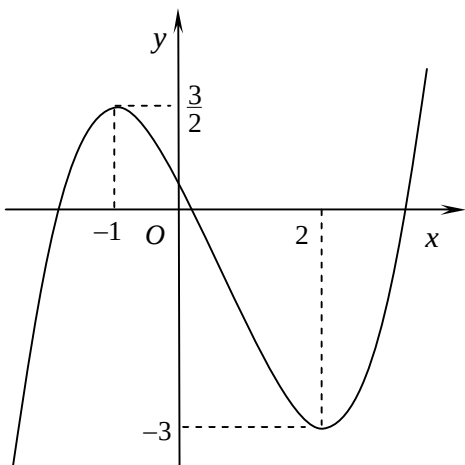
$$0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \leq 2.$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4^x + 4^y + 4^z + \ln(x^4 + y^4 + z^4) - \frac{3}{4}(x+y+z)^4$.

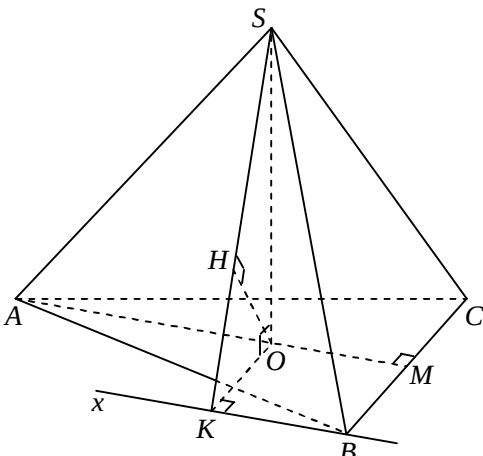
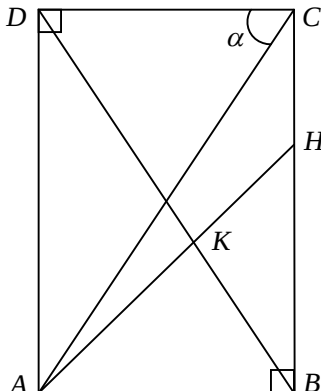
----- Hết -----

Ghi chú: 1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 28, 29/3/2015. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.

2. Thi thử THPT Quốc gia lần 2 sẽ được tổ chức vào chiều ngày 18 và ngày 19/4/2015. Đăng ký dự thi tại Văn phòng Trường THPT Chuyên từ ngày 28/3/2015.

Câu	Đáp án	Điểm																					
Câu 1. (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Khi $m = 2$ hàm số trở thành $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{3}$. 1 ⁰ . Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. 2 ⁰ . Sự biến thiên: *) Chiều biến thiên: Ta có $y' = x^2 - x - 2, x \in \mathbb{R}$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}; y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}; y' < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2.$ Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$. *) Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y_{CD} = y(-1) = \frac{3}{2}$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = y(2) = -3$. *) Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{3x^3} \right) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{3x^3} \right) = +\infty.$	0,5																					
	*) Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td>$\frac{3}{2}$</td><td></td><td>-3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table> 		x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	y			$\frac{3}{2}$		-3		$+\infty$	0,5
	x		$-\infty$	-1	2	$+\infty$																	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$																	
y			$\frac{3}{2}$		-3		$+\infty$																
3 ⁰ . Đồ thị:																							
b) (1,0 điểm) Ta có $y' = x^2 - (m-1)x - m, x \in \mathbb{R}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = m \end{cases}$ Hàm số có cực đại khi và chỉ khi $m \neq -1$. Xét hai trường hợp (TH) sau: TH1. $m < -1$. Hàm số đạt cực đại tại $x = m$, với $y_{CD} = y(m) = -\frac{m^3}{6} - \frac{m^2}{2} + \frac{1}{3}$. Ta có $y_{CD} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{m^3}{6} - \frac{m^2}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3(tm) \\ m = 0(ktm) \end{cases} \Rightarrow m = -3$. TH2. $m > -1$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, với $y_{CD} = y(-1) = \frac{m}{2} + \frac{1}{2}$. Ta có $y_{CD} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{m}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}(tm)$. Vậy các giá trị cần tìm của m là $m = -3, m = -\frac{1}{3}$.	0,5																						

Câu 2. (1,0 điểm)	a) (0,5 điểm)	
	Phương trình đã cho tương đương với $2\cos 2x \cos x = 2\sqrt{3}\cos 2x \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos x = \sqrt{3} \sin x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$	0,5
	b) (0,5 điểm)	
	Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết ta có $a - bi + 2(a + bi) = 3 - 2i \Leftrightarrow 3a + bi = 3 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$ Vậy số phức z có phần thực bằng 1, phần ảo bằng -2.	0,5
Câu 3. (0,5 điểm)	*) Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với $\log_2 x + \log_2 (2x - 1) = \log_2 (4x + 3) \Leftrightarrow \log_2 (2x^2 - x) = \log_2 (4x + 3)$ $\Leftrightarrow 2x^2 - x = 4x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 3 \end{cases}$ Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.	0,5
Câu 4. (1,0 điểm)	*) Điều kiện: $x^3 + 2x^2 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 + \sqrt{5} \\ -1 - \sqrt{5} \leq x \leq 0. \end{cases}$ Bất phương trình đã cho tương đương với $(x^2 + 2x - 4) + 3x < 4\sqrt{x(x^2 + 2x - 4)}$. (1) Xét hai trường hợp sau đây: TH1. Với $-1 - \sqrt{5} \leq x \leq 0$. Khi đó $x^2 + 2x - 4 \leq 0$ và $3x \leq 0$. Hơn nữa hai biểu thức $x^2 + 2x - 4$ và $3x$ không đồng thời bằng 0. Vì vậy $(x^2 + 2x - 4) + 3x < 0 \leq 4\sqrt{x(x^2 + 2x - 4)}.$ Suy ra $-1 - \sqrt{5} \leq x \leq 0$ thỏa mãn bất phương trình đã cho.	0,5
	TH2. Với $x \geq -1 + \sqrt{5}$. Khi đó $x^2 + 2x - 4 \geq 0$. Đặt $\sqrt{x^2 + 2x - 4} = a \geq 0, \sqrt{x} = b > 0$. Bất phương trình trở thành $a^2 + 3b^2 < 4ab \Leftrightarrow (a - b)(a - 3b) < 0 \Leftrightarrow b < a < 3b$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} < \sqrt{x^2 + 2x - 4} < 3\sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 4 > 0 \\ x^2 - 7x - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} < x < \frac{7 + \sqrt{65}}{2}, \text{ thỏa mãn.}$ Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $-1 - \sqrt{5} \leq x \leq 0; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} < x < \frac{7 + \sqrt{65}}{2}$.	0,5
Câu 5. (1,0 điểm)	Đặt $\sqrt{x + 3} = t$. Ta có $x = 1 \Rightarrow t = 2; x = 6 \Rightarrow t = 3; x = t^2 - 3$ và $dx = 2tdt$. Khi đó $I = \int_2^3 \frac{t+1}{t^2-1} 2tdt = 2 \int_2^3 \frac{t}{t-1} dt$	0,5
	$= 2 \int_2^3 \left(1 + \frac{1}{t-1}\right) dt = 2 \left(t + \ln t-1 \right) \Big _2^3 = 2(1 + \ln 2).$	0,5

Câu 6. (1,0 điểm)		*) Từ giả thiết suy ra ΔABC đều và $SA = SB = SC$. Hạ $SO \perp (ABC) \Rightarrow O$ là tâm tam giác đều ABC. Ta có $AB = a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$ Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}.$	0,5
	*) Kẻ $Bx \parallel AM \Rightarrow mp(S, Bx) \parallel AM$ $\Rightarrow d(AM, SB) = d(AM, (S, Bx)) = d(O, (S, Bx))$ (1) Hạ $OK \perp Bx, OH \perp SK$. Vì $Bx \perp (SOK)$ nên $Bx \perp OH \Rightarrow OH \perp (S, Bx)$ (2) Ta có $OMBK$ là hình chữ nhật nên $OK = MB = \frac{a}{2}$. Vì ΔSOK vuông tại O nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{47}{11a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{517}}{47}$ (3) Từ (1), (2) và (3) suy ra $d(AM, SB) = OH = \frac{a\sqrt{517}}{47}.$		0,5
Câu 7. (1,0 điểm)		Từ giả thiết suy ra H thuộc cạnh BC và $BH = \frac{2}{3}BC$. Vì $BH \parallel AD$ nên $\frac{KH}{KA} = \frac{BH}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = \frac{2}{3}KA$. Suy ra $\overline{HA} = \frac{5}{2}\overline{HK} \Leftrightarrow \left(x_A - \frac{1}{3}; y_A + \frac{4}{3}\right) = \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$ $\Rightarrow A(2; 2).$ Vì ΔACD vuông tại D và $\cos \widehat{ACD} = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ nên $AD = 2CD, AC = \sqrt{5}CD.$	0,5
	Đặt $CD = a (a > 0) \Rightarrow AD = 2a \Rightarrow AB = a, BH = \frac{4}{3}a$. Trong tam giác vuông ABH ta có $AB^2 + BH^2 = AH^2 \Leftrightarrow \frac{25}{9}a^2 = \frac{125}{9} \Rightarrow a = \sqrt{5}$. Suy ra $AB = \sqrt{5}, HB = \frac{4\sqrt{5}}{3}$. (*) Giả sử $B(x; y)$ với $x > 0$, từ (*) ta có $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 5 \\ \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{80}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, y = 0 \\ x = -\frac{1}{5}, y = \frac{8}{5} \end{cases} (ktm)$ Suy ra $B(3; 0)$. Từ $\overline{BC} = \frac{3}{2}\overline{BH} \Rightarrow C(-1; -2)$. Từ $\overline{AD} = \overline{BC} \Rightarrow D(-2; 0)$.		0,5
Câu 8. (1,0 điểm)	*) Giả sử $M = d \cap (P)$. Vì $M \in d$ nên $M(t+2; -2t-1; -t)$. Mặt khác $M \in (P)$ nên suy ra $(t+2) + (-2t-1) + (-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Suy ra $M(1; 1; 1)$.		0,5

	*) Ta có $A \in d$ nên $A(a+2; -2a-1; -a)$. Khi đó $d(A, (P)) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{ (a+2)+(-2a-1)+(-a)-3 }{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow a+1 =3 \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=-4. \end{cases}$ Suy ra $A(4; -5; -2)$ hoặc $A(-2; 7; 4)$.	0,5																								
Câu 9. (0,5 điểm)	+) Tổng số kết quả 9 đội bóng bốc thăm ngẫu nhiên vào 3 bảng A, B, C là $C_9^3 \times C_6^3 \times C_3^3$. +) Số kết quả bốc thăm ngẫu nhiên có 3 đội bóng Việt Nam nằm ở ba bảng khác nhau là $3! \times C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2$. Suy ra xác suất cần tính là $P = \frac{3! \times C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2}{C_9^3 \times C_6^3 \times C_3^3} = \frac{9}{28} \approx 0,32$.	0,5																								
Câu 10. (1,0 điểm)	Từ giả thiết suy ra $0 \leq x, y, z \leq 1$ và $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$. Xét hàm số $g(t) = 4^t - 3t - 1, t \in [0; 1]$. Ta có $g'(t) = 4^t \ln 4 - 3$. Suy ra $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \log_4 \frac{3}{\ln 4} = t_0; g'(t) > 0 \Leftrightarrow t > t_0$ và $g'(t) < 0 \Leftrightarrow t < t_0$. Vì $1 < \frac{3}{\ln 4} < 4$, nên $0 < t_0 < 1$. Suy ra bảng biến thiên <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>t_0</td><td>1</td></tr><tr><td>$g'(t)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$g(t)$</td><td>0</td><td></td><td>0</td></tr></table> Suy ra $g(t) \leq 0$ với mọi $t \in [0; 1]$, hay $4^t \leq 3t + 1$ với mọi $t \in [0; 1]$. Mặt khác, do $0 \leq x, y, z \leq 1$ nên $x^4 + y^4 + z^4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$. Từ đó ta có $P \leq 3 + 3(x + y + z) + \ln(x^4 + y^4 + z^4) - \frac{3}{4}(x + y + z)^4$ $\leq 3 + 3(x + y + z) - \frac{3}{4}(x + y + z)^4.$ Đặt $x + y + z = u$, khi đó $u \geq 0$ và $P \leq 3 + 3u - \frac{3}{4}u^4$. Xét hàm số $f(u) = 3 + 3u - \frac{3}{4}u^4$ với $u \geq 0$. Ta có $f'(u) = 3 - 3u^3$ và $f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = 1$. Suy ra bảng biến thiên <table><tr><td>u</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(u)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(u)$</td><td></td><td>$\frac{21}{4}$</td><td></td></tr></table> Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(u) \leq \frac{21}{4}$ với mọi $u \geq 0$. Suy ra $P \leq \frac{21}{4}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 1, y = z = 0$ hoặc các hoán vị. Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{21}{4}$.	t	0	t_0	1	$g'(t)$	-	0	+	$g(t)$	0		0	u	0	1	$+\infty$	$f'(u)$	+	0	-	$f(u)$		$\frac{21}{4}$		0,5
t	0	t_0	1																							
$g'(t)$	-	0	+																							
$g(t)$	0		0																							
u	0	1	$+\infty$																							
$f'(u)$	+	0	-																							
$f(u)$		$\frac{21}{4}$																								