

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 4$ đồng biến trên khoảng:

- A. $(-1; 3)$ B. $(-3; 1)$ C. $(-\infty; -3)$ D. $(3; +\infty)$

Câu 2. Hàm số $y = -4x^4 - 3x^2 + 1$ có:

- A. Một cực đại và 2 cực tiểu B. Một cực tiểu và 2 cực đại
C. Một cực đại duy nhất D. Một cực tiểu duy nhất

Câu 3. GTNN của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2}; 5\right]$ bằng:

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. -3 D. -2

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (1). Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ có phương trình là:

- A. $y = 3x - 1$ B. $y = 3x - \frac{26}{3}$ C. $y = 3x - 2$ D. $y = 3x - \frac{29}{3}$

Câu 5. Điểm nào sau đây là điểm uốn của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x + 5$ là:

- A. $(0; 5)$ B. $(1; 3)$ C. $(-1; 1)$ D. Không có điểm uốn

Câu 6. Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^4 + (m - 1)x^2 + 1 - 2m$ chỉ có một cực trị:

- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 0$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $m \leq 0 \vee m \geq 1$

Câu 7. Đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$ tại mấy điểm:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 8. Với các giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên $(-1; +\infty)$:

- A. $m < 1$ B. $m > 2$ C. $m < 1 \vee m > 2$ D. $1 \leq m < 2$

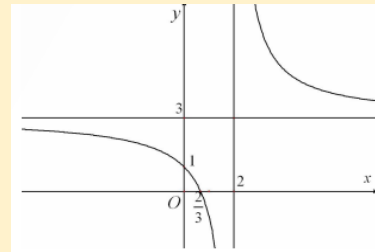
Câu 9. Cho các phát biểu sau:

(1). Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ có đồ thị là (C) không có cực trị

(2). Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ có điểm uốn là $U(-1; 0)$

(3). Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-2}$ có dạng

(4). Hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty$.



Số các phát biểu đúng là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 10. Giá trị của m để đường thẳng $d: x + 3y + m = 0$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm M, N sao cho tam giác AMN vuông tại điểm $A(1; 0)$ là:

- A. $m = 6$ B. $m = 4$ C. $m = -6$ D. $m = -4$

Câu 11. Cho $A = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{6} + \log_4 81 - \log_2 27 + 81^{\frac{1}{\log_5 3}}$

Chọn nhận định đúng.

- A. $\log_A (626) = 2$ B. $616^{\log_A 9} = 3$ C. $A = 313$ D. $\log_2 A = 1 + \log_2 313$

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình: $2\log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) \leq 2$ là:

- A. $S = (1; 2)$ B. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ C. $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$ D. $S = (1; 2]$

Câu 13. Cho $\log_3 15 = a$, $\log_3 10 = b$. Giá trị của biểu thức $P = \log_3 50$ theo a và b là:

- A. $P = a + b - 1$ B. $P = a - b - 1$
C. $P = 2a + b - 1$ D. $P = a + 2b - 1$

Câu 14. Cho biểu thức $Q = \log_a \left(a\sqrt{b} \right) - \log_{\sqrt{a}} \left(a.\sqrt[4]{b} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b)$, biết rằng a, b là các số thực dương khác 1.

Chọn nhận định **chính xác** nhất.

- A. $2^Q = \log_Q 16$ B. $2^Q > \log_{\frac{1}{Q}} 16$ C. $2^Q < \log_Q 15$ D. $Q = 4$

Câu 15. Cho phương trình $3.25^x - 2.5^{x+1} + 7 = 0$ và các phát biểu sau:

- (1) $x = 0$ là nghiệm duy nhất của phương trình
 (2) Phương trình có nghiệm dương
 (3) Cả 2 nghiệm của phương trình đều nhỏ hơn 1
 (4) Phương trình trên có tổng 2 nghiệm là: $-\log_5 \left(\frac{3}{7} \right)$.

Số phát biểu đúng là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 16. Nguyên hàm của $f(x) = \cos(5x - 2)$ là:

- A. $\frac{1}{5} \sin(5x - 2) + C$ B. $5 \sin(5x - 2) + C$
 C. $-\frac{1}{5} \sin(5x - 2) + C$ D. $-5 \sin(5x - 2) + C$

Câu 17. Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ bằng:

- A. 2 B. 4 C. 1 D. 3

Câu 18. Cho $I = \int_0^1 \left(|2x - 1| - |x| \right) dx$. Giá trị của I là:

- A. $I = 0$ B. $I = 1$ C. $I = 2$ D. $I = 3$

Câu 19. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x-4}$, $y = 0, x = 0, x = 2$ quay một vòng quanh trục Ox là (theo đơn vị thể tích).

- A. 2π (dvtt) B. 4π (dvtt) C. 6π (dvtt) D. 8π (dvtt)

Câu 20. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = \sqrt{x}, y = x - 2, y = 0$

- A. 3 B. 10 C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{3}{10}$

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).z = 14 - 2i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$.

- A. -4 B. 14 C. 4 D. -14

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 3i)z + 1 + i = -z$. Môđun của số phức $w = 13z + 2i$ có giá trị bằng:

- A. -2 B. $\frac{\sqrt{26}}{13}$ C. $\sqrt{10}$ D. $-\frac{4}{13}$

Câu 23. Cho số phức $z = (1 - 2i)(4 - 3i) - 2 + 8i$. Cho các phát biểu sau:

- (1). Modun của z là một số nguyên tố
- (2). z có phần thực và phần ảo đều âm
- (3). z là số thuần thực
- (4). Số phức liên hợp của z có phần ảo là $3i$.

Số phát biểu **sai** là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|-2 + i(z - 1)| = 5$. Phát biểu nào sau đây là **sai**:

- A. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$
- B. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn có bán kính $R = 5$
- C. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn có đường kính bằng 10
- D. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là một hình tròn.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z - 2\bar{z} = 3 + 4i$. Phát biểu nào sau đây là **sai**:

A. z có phần thực là -3

B. $\bar{z} + \frac{4}{3}i$ có modun là $\frac{\sqrt{97}}{3}$

C. z có phần ảo là $\frac{4}{3}i$

D. z có modun là $\frac{\sqrt{97}}{3}$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a với $SA = \frac{a}{2}$, $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$\angle BAD = 60^\circ$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, BC . Thể tích tứ diện $K.SDC$ có giá trị là:

A. $V = \frac{a^3}{4}$

B. $V = \frac{a^3}{16}$

C. $V = \frac{a^3}{8}$

D. $V = \frac{a^3}{32}$

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle BCD = 120^\circ$ và $AA' = \frac{7a}{2}$

Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $ABCD$ trùng với giao điểm của AC và BD .

Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$:

A. $V = 12a^3$

B. $V = 3a^3$

C. $V = 9a^3$

D. $V = 6a^3$

Câu 28. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có tất cả các cạnh bằng a , góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của điểm A lên mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ thuộc đường thẳng B_1C_1 . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA_1 và B_1C_1 theo a là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$

Câu 29. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC . Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{9}$

B. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $(SAB) \perp (ABCD)$. H là trung điểm của AB , $SH = HC$, $SA = AB$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$. Giá trị của $\tan \alpha$ là:

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 31. Đội tuyển học sinh giỏi của thầy Quang gồm 18 em, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 học sinh trong đội đi thi quốc gia sao cho mỗi khối có ít nhất một em được chọn:

- A. 48118 B. 41181 C. 41811 D. 41818

Câu 32. Hưng và Hoàng cùng tham gia kì thi THPT Quốc gia, trong đó có hai môn trắc nghiệm là Vật lí và Hóa học. Đề thi của mỗi môn gồm 6 mã khác nhau và các môn khác nhau có mã khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong hai môn thi đó Hưng và Hoàng có chung đúng một mã đề thi.

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{5}{18}$ D. $\frac{5}{36}$

Bài 33. Hệ số của x^{10} trong khai triển của biểu thức : $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$ là:

- A. -162 B. -810 C. 810 D. 162

Bài 34. Số nguyên n thỏa mãn biểu thức $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$ là:

- A. 5 B. 6 C. A và B D. Không có giá trị thỏa mãn

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -1; 1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 0)$; điểm $A(-1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c) (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$:

- A. $a = 2b$ B. $a = -3b$
C. $a = 3b$ D. $a = -2b$

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$.

Phương trình mặt phẳng (Q) vuông góc với (P) và cách điểm $M(1; 2; -1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$ có dạng: $Ax + By + Cz = 0 (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$

- A. $B = 0$ hay $3B + 8C = 0$ B. $B = 0$ hay $8B + 3C = 0$
C. $B = 0$ hay $3B - 8C = 0$ D. $3B - 8C = 0$

Câu 37. Trong không gian Oxyz, cho 3 điểm $M(3;1;1), N(4;8;-3), P(2;9;-7)$ và mặt phẳng $(Q): x + 2y - z - 6 = 0$. Đường thẳng d đi qua G , vuông góc với (Q) . Tìm giao điểm A của mặt phẳng (Q) và đường thẳng d . Biết G là trọng tâm tam giác MNP .

- A. $A(1;2;1)$ B. $A(1;-2;-1)$ C. $A(-1;-2;-1)$ D. $A(1;2;-1)$

Câu 38. Trong không gian Oxyz, cho hình thoi $ABCD$ với điểm $A(-1;2;1), B(2;3;2)$. Tâm I của hình thoi thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Tọa độ của đỉnh D là:

- A. $D(-2;-1;0)$ B. $D(0;1;2)$
C. $D(0;-1;-2)$ D. $D(2;1;0)$

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Điểm M trên Δ sao cho: $MA^2 + MB^2 = 28$ là:

- A. $M(-1;0;4)$ B. $M(1;0;4)$ C. $M(-1;0;-4)$ D. $M(1;0;-4)$

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác MNP với $M(1;-1), N(3;1), P(5;-5)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP là:

- A. $O(4;2)$ B. $O(-4;2)$ C. $(4;-4)$ D. $(4;-2)$

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy cho đường $(C_m): x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$. Với các giá trị nào của m sau đây thì (C_m) là một đường tròn?

- A. $1 < m < 2$ B. $m < 1$ và $m > 2$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại $A(3;2)$ có tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(2;-1)$ và điểm B nằm trên đường thẳng $d: x - y - 7 = 0$. Tọa độ đỉnh $C(a;b)$ Giá trị của $S = 2a + 3b$ là:

- A. $S = -8$ B. $S = 28$ C. $S = 18$ D. $S = 8$

Câu 43: Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D . Biết $AB = AD = 2$; $CD = 4$, phương trình BD là $x - y = 0$, C thuộc đường thẳng $x - 4y - 1 = 0$. Tọa độ của $A(a,b)$ biết điểm C có hoành độ dương. Tính $S = a - b$

A. $S = 3$

B. $S = 1$

C. $S = 2$

D. $S = 6$

Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AC . Biết $M(3; -1)$ là trung điểm của cạnh BD , điểm C có tọa độ $C(4; -2)$. Điểm $N(-1; -3)$ nằm trên đường thẳng đi qua B và vuông góc với AD . Đường thẳng AD đi qua $P(1; 3)$.

Phương trình AB: $ax - y + b = 0$. Giá trị của biểu thức $S = a + 2b$ là:

A. $S = -5$

B. $S = -4$

C. $S = -6$

D. $S = -3$

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết rằng cạnh huyền nằm trên đường thẳng $x + 7y - 31 = 0$. Điểm $N(7; 7)$ thuộc đường thẳng AC, điểm $M(2; -3)$ thuộc đường thẳng AB. $A(a; b), B(c; d), C(e; f)$

Cho các mệnh đề sau:

(I) $a + b + c = -2$

(II) $d - f = 1$

(III) $a = c + e$

(IV) $b + d = 5$.

Số mệnh đề **đúng** là:

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Câu 46. Cho hình thoi $ABCD$ có $BAC = 60^\circ$ và E là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Gọi F là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Cho tam giác AEF có diện tích là $S = 30\sqrt{3}$, điểm A thuộc đường thẳng d: $3x - y + 8 = 0$ có $G(0; 2)$ là trực tâm. Phương trình EF: $ax - 3y + b = 0$.

Biết A có tung độ nguyên dương. Giá trị của biểu thức $S = \frac{a}{b}$ là:

A. $S = \frac{1}{4}$

B. $S = \frac{1}{3}$

C. $S = -\frac{1}{4}$

D. $S = -\frac{1}{3}$

Câu 47. Cho phương trình $2\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-1} = 3x-3$ có nghiệm vô tỉ $x = \frac{a+3\sqrt{b}}{8}$.

Tính tổng $S = a + b$:

A. 20

B. 26

C. 42

D. 24

Câu 48. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy(x+1) = x^3 + y^2 + x - y \\ 3y(2 + \sqrt{9x^2 + 3}) + (4y+2)(\sqrt{1+x+x^2} + 1) = 0 \end{cases}$$
 Với x, y là nghiệm của hệ phương trình trên. Tính giá trị biểu thức $5x - 10y$:

A. -1

B. 1

C. 3

D. 5

Câu 49. Số giá trị **nguyên** của m để phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} = m(\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x})$ có nghiệm là:

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

Câu 50. Cho a, b, c là các số thực.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3(b+c)}{2a} + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{12(b-c)}{2a+3c}$ là:

A. $\frac{2}{3}$

B. 5

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{2}$

Luyện thi THPT Quốc Gia môn TOÁN 2017 TN cùng thầy **Mẫn Ngọc Quang** tại **QSTUDY.VN**

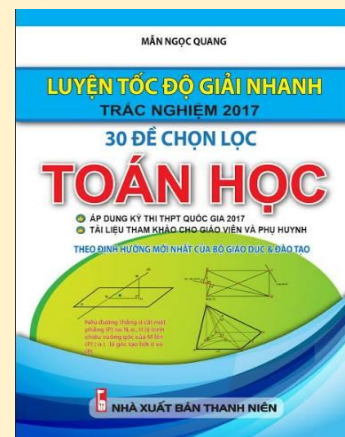
Link khóa học: <http://qstudy.edu.vn/>

Mời quý bạn đón đọc sách:

Dự kiến ra mắt vào tháng 10.

Nội dung sách: Sẽ bám sát cấu trúc **đề mẫu bộ GD**

- Phương pháp tư duy giải nhanh trắc nghiệm
- Kỹ năng sử dụng Casio giải quyết một số dạng bài
- Luyện giải đề thi thử THPT cùng thầy Quang.



Khóa học liên quan : Hóa học thầy Nguyễn Anh Phong.

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

Câu 1. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 4$ đồng biến trên khoảng:

A. $(-1; 3)$

B. $(-3; 1)$

C. $(-\infty; -3)$

D. $(3; +\infty)$

Hướng dẫn giải.

$$y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 4, D = \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow y' = -3x^2 + 6x + 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y' > 0, \forall x \in (-1; 3) \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } (-1; 3)$$

Câu 2. Hàm số $y = -4x^4 - 3x^2 + 1$ có:

A. Một cực đại và 2 cực tiểu

B. Một cực tiểu và 2 cực đại

C. Một cực đại duy nhất

D. Một cực tiểu duy nhất

Hướng dẫn giải.

$$y = -x^4 - 3x^2 + 1$$

$$\Rightarrow y' = -4x^3 - 6x = -x(4x^2 + 6)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ và đổi dấu từ } + \text{ sang } - \text{ (dựa vào bảng biến thiên).}$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số có 1 cực đại duy nhất.}$$

Đáp án C.

Câu 3. GTNN của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2}; 5\right]$ bằng:

A. $-\frac{5}{2}$

B. $\frac{1}{5}$

C. -3

D. -2

Hướng dẫn giải.

$$y = x - 5 + \frac{1}{x} \Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 (L) \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có : $f(1) = -3; f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}; f(5) = \frac{1}{5}$

Vậy GTNN của hàm số bằng $-3 \Rightarrow C$.

Cách giải khác: áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có: $y = x + \frac{1}{x} - 5 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} - 5 = -3$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (1). Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ có phương trình là:

A. $y = 3x - 1$

B. $y = 3x - \frac{26}{3}$

C. $y = 3x - 2$

D. $y = 3x - \frac{29}{3}$

Hướng dẫn giải.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - 4x + 3.$$

Đường thẳng $y = 3x + 1$ có hệ số góc 3

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên: $y'(x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

$x = 0 \Rightarrow y = 1$ suy ra phương trình tiếp tuyến: $y = 3x + 1$

$$x = 4 \Rightarrow y = \frac{7}{3} \Rightarrow \text{phương trình tiếp tuyến: } y = 3x - \frac{29}{3}$$

Thử lại, ta được $y = 3x - \frac{29}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5. Điểm nào sau đây là điểm uốn của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x + 5$ là:

- A.** $(0; 5)$ **B.** $(1; 3)$ **C.** $(-1; 1)$ **D.** Không có điểm uốn

Hướng dẫn giải.

$$y = x^3 - 3x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y'' = 6x$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow \text{Điểm uốn } I(0; 5)$$

Câu 6. Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^4 + (m - 1)x^2 + 1 - 2m$ chỉ có một cực trị:

- A.** $m \geq 1$ **B.** $m \leq 0$ **C.** $0 \leq m \leq 1$ **D.** $m \leq 0 \vee m \geq 1$

Hướng dẫn giải.

$$y = mx^4 + (m - 1)x^2 + 1 - 2m \Rightarrow y' = 4mx^3 + 2(m - 1)x = 2x(2mx^2 + m - 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 + m - 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Hàm số chỉ có một cực trị $\Leftrightarrow (2)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow -2m(m - 1) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 0 \vee m \geq 1$$

Câu 7. Đường thẳng $d : y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$ tại mấy điểm:

- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Hướng dẫn giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x^2 - 3x}{x - 1} = -x + m \Leftrightarrow 2x^2 - (m + 4)x + m = 0$$

$$\Delta = (m + 4)^2 - 8m = m^2 + 16 > 0, \forall m \Rightarrow 2 \text{ nghiệm phân biệt.}$$

Vậy d cắt (C) tại 2 điểm.

Câu 8. Với các giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{(m + 1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên $(-1; +\infty)$:

A. $m < 1$

B. $m > 2$

C. $m < 1 \vee m > 2$

D. $1 \leq m < 2$

Hướng dẫn giải.

$$y = \frac{(m + 1)x + 2m + 2}{x + m} \Rightarrow y' = \frac{(m + 1)m - 2m - 2}{(x + m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x + m)^2}$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên } (-1; +\infty) \Leftrightarrow y' < 0 \forall x \in (-1; +\infty)$$

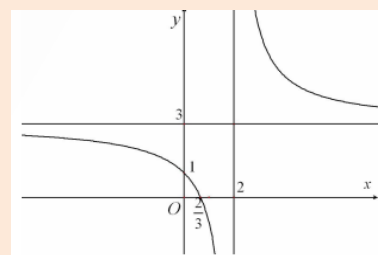
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq -1 \\ m^2 - m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ -1 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Câu 9. Cho các phát biểu sau:

(1). **Hàm số** $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ **có đồ thị là (C) không có cực trị**

(2). **Hàm số** $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ **có điểm uốn là** $U(-1; 0)$

(3). **Đồ thị hàm số** $y = \frac{3x - 2}{x - 2}$ **có dạng**



(4). **Hàm số** $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ **có** $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 1}{x + 1} = -\infty$ **và** $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + 1}{x + 1} = +\infty$.

Số các phát biểu đúng là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 10. Giá trị của m để đường thẳng $d: x + 3y + m = 0$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm M, N sao cho tam giác AMN vuông tại điểm $A(1;0)$ là:

A. $m = 6$

B. $m = 4$

C. $m = -6$

D. $m = -4$

Hướng dẫn giải.

Ta có $d: y = -\frac{1}{3}x - \frac{m}{3}$.

Hoành độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x-3}{x-1} = -\frac{1}{3}x - \frac{m}{3} \Leftrightarrow x^2 + (m+5)x - m - 9 = 0, x \neq 1 \quad (1)$$

Ta có $\Delta = (m+5)^2 + 12 > 0, \forall m. M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (x_1 - 1; y_1), \overrightarrow{AN} = (x_2 - 1; y_2)$. Tam giác AMN vuông tại A

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \text{ hay } (x_1 - 1)(x_2 - 1) + y_1 y_2 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) + \frac{1}{9}(x_1 + m)(x_2 + m) = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x_1 x_2 + (m-9)(x_1 + x_2) + m^2 + 9 = 0. \quad (2)$$

Áp dụng định lý Viet, ta có $x_1 + x_2 = -m-5, x_1 x_2 = -m-9$.

$$10(-m-9) + (m-9)(-m-5) + m^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow -6m - 36 = 0 \Leftrightarrow m = -6$$

Câu 11. Cho $A = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{6} + \log_4 81 - \log_2 27 + 81^{\frac{1}{\log_5 3}}$

Chọn nhận định **đúng**.

A. $\log_A(626) = 2$

B. $616^{\log_A 9} = 3$

C. $A = 313$

D. $\log_2 A = 1 + \log_2 313$

Hướng dẫn giải.

$$A = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{6} + \log_4 81 - \log_2 27 + 81^{\frac{1}{\log_5 3}} = \log_2 6 + \log_2 9 - \log_2 27 + \left(3^{\log_3 5}\right)^4$$

$$= \log_2 \frac{6 \cdot 9}{27} + 5^4 = 1 + 625 = 626$$

$$\Rightarrow \log_2 626 = \log_2 (2 \cdot 313) = 1 + \log_2 313 \Rightarrow D.$$

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình: $2\log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) \leq 2$ là:

A. $S = (1; 2)$ **B.** $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ **C.** $S = [1; 2]$ **D.** $S = (1; 2]$

Hướng dẫn giải.

Điều kiện: $x > 1$

$$2\log_3(x-1) + \log_3(2x-1)^2 \leq 2 \Leftrightarrow \log_3[(x-1)(2x-1)] \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2$$

$$\text{Kết hợp điều kiện} \Rightarrow S = [1; 2]$$

Câu 13. Cho $\log_3 15 = a$, $\log_3 10 = b$. Giá trị của biểu thức $P = \log_3 50$ theo a và b là:

A. $P = a + b - 1$ **B.** $P = a - b - 1$
C. $P = 2a + b - 1$ **D.** $P = a + 2b - 1$

Hướng dẫn giải.

$$\log_3 50 = \log_3 \frac{150}{3} = \log_3 15 + \log_3 10 - 1 = a + b - 1$$

Câu 14. Cho biểu thức $Q = \log_a(a\sqrt{b}) - \log_{\sqrt{a}}(a\sqrt[4]{b}) + \log_{\sqrt[3]{b}}(b)$, biết rằng a, b là các số thực dương khác 1.

Chọn nhận định **chính xác** nhất.

A. $2^Q = \log_Q 16$ **B.** $2^Q > \log_{\frac{1}{Q}} \frac{1}{16}$ **C.** $2^Q < \log_Q 15$ **D.** $Q = 4$

Hướng dẫn giải.

Ta có $Q = \log_a \left(a\sqrt{b} \right) - 2\log_a \left(a.\sqrt[4]{b} \right) + 3\log_b (b)$

$$= \log_a \left(a\sqrt{b} \right) - \log_a \left(a^2.\sqrt{b} \right) + 3 = \log_a \left(\frac{a\sqrt{b}}{a^2\sqrt{b}} \right) + 3 = \log_a \left(\frac{1}{a} \right) + 3 = -1 + 3 = 2.$$

Câu 15. Cho phương trình $3.25^x - 2.5^{x+1} + 7 = 0$ và các phát biểu sau:

- (1) $x = 0$ là nghiệm **duy nhất** của phương trình
- (2) **Phương trình có nghiệm dương**
- (3) **Cả 2 nghiệm của phương trình đều nhỏ hơn 1**
- (4) **Phương trình trên có tổng 2 nghiệm là:** $-\log_5 \left(\frac{3}{7} \right).$

Số phát biểu đúng là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải.

Phương trình $\Leftrightarrow 3.25^x - 10.5^x + 7 = 0$. Đặt $t = 5^x (t > 0)$

Phương trình có dạng: $3t^2 - 10t + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{7}{3} \end{cases}$

(*) Với $t = 1 \Rightarrow 5^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

(*) Với $t = \frac{7}{3} \Rightarrow 5^x = \frac{7}{3} \Leftrightarrow x = \log_5 \left(\frac{7}{3} \right)$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \left\{ 0; \log_5 \left(\frac{7}{3} \right) \right\}$

Câu 16. Nguyên hàm của $f(x) = \cos(5x - 2)$ là:

A. $\frac{1}{5} \sin(5x - 2) + C$

B. $5 \sin(5x - 2) + C$

C. $-\frac{1}{5} \sin(5x - 2) + C$

D. $-5 \sin(5x - 2) + C$

Hướng dẫn giải.

$$f(x) = \cos(5x - 2) \Rightarrow \text{Nguyên hàm } F(x) = \frac{1}{5} \sin(5x - 2) + C$$

Câu 17. Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ bằng:

A. 2

B. 4

C. 1

D. 3

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} I &= \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{4}{\sin^2 2x} dx \\ &= -2 \cot 2x \Big|_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} = -2 \cot \frac{3\pi}{4} + 2 \cot \frac{\pi}{4} = 2 + 2 = 4 \end{aligned}$$

Câu 18. Cho $I = \int_0^1 (|2x - 1| - |x|) dx$. Giá trị của I là:

A. $I = 0$

B. $I = 1$

C. $I = 2$

D. $I = 3$

Hướng dẫn giải.

$$I = \int_0^1 (|2x - 1| - |x|) dx$$

BXD	x	0	$\frac{1}{2}$	1
	2x - 1	-	0	+
	x	+		+

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{1}{2}} (-2x + 1 - x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x - 1 - x) dx$$

$$= \left(-\frac{3x^2}{2} + x \right) \Big|_0^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = \frac{-3}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = 0$$

Câu 19. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x-4}$, $y = 0, x = 0, x = 2$ quay một vòng quanh trục Ox là (theo đơn vị thể tích).

- A. 2π (dvtt) B. 4π (dvtt) C. 6π (dvtt) D. 8π (dvtt)

Hướng dẫn giải.

Sử dụng Casio. Nhập vào máy $\pi \int_0^2 \frac{16}{(x-4)^2} dx = 4\pi$. Chú ý có dấu trị tuyệt đối trong tích phân!

Câu 20. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi : $y = \sqrt{x}, y = x - 2, y = 0$

- A. 3 B. 10 C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{3}{10}$

Hướng dẫn giải.

Bước 1: Chuyển sang x theo y : $y = \sqrt{x}, y = x - 2, y = 0 \Rightarrow x = y^2, x = y + 2$

Lập phương trình ẩn y : $y^2 = y + 2 \Rightarrow y = 2, y = -1$ (loại)

Bước 2: $S = \int_0^2 |y^2 - y - 2| dy = \int_0^2 -(y^2 - y - 2) dy = \frac{10}{3}$

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).z = 14 - 2i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$.

- A. -4 B. 14 C. 4 D. -14

Hướng dẫn giải.

Ta có: $(1+i).z = 14 - 2i \Leftrightarrow z = \frac{14 - 2i}{1 + i} = 6 - 8i \Rightarrow \bar{z} = 6 + 8i$

Vậy tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z} = 14$

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 3i)z + 1 + i = -z$. Môđun của số phức $w = 13z + 2i$ có giá trị bằng:

- A. -2 B. $\frac{\sqrt{26}}{13}$ C. $\sqrt{10}$ D. $-\frac{4}{13}$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (1 - 3i)z + 1 + i = 5 - z &\Leftrightarrow (2 - 3i)z = -1 - i \Leftrightarrow z = \frac{-1 - i}{2 - 3i} = \frac{(-1 - i)(2 + 3i)}{2^2 + (-3)^2} \\ &\Leftrightarrow z = \frac{-2 - 3i - 2i - 3i^2}{13} = \frac{1 - 5i}{13} \Rightarrow w = 13z + 2i = 1 - 3i \Rightarrow |w| = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

Câu 23. Cho số phức $z = (1 - 2i)(4 - 3i) - 2 + 8i$. Cho các phát biểu sau:

- (1). Môđun của z là một số nguyên tố
- (2). z có phần thực và phần ảo đều âm
- (3). **z là số thuần thực**
- (4). Số phức liên hợp của z có phần ảo là $3i$.

Số phát biểu **sai** là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải.

Ta có: $z = (1 - 2i)(4 - 3i) - 2 + 8i = -4 - 3i$. Phần thực: -4 , phần ảo: -3

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = 5. \text{ Ta soi lại các đáp án nhé !}$$

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|-2 + i(z - 1)| = 5$. Phát biểu nào sau đây là **sai**:

- A. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$

B. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn có bán kính $R = 5$

C. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn có đường kính bằng 10

D. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là một hình tròn.

Hướng dẫn giải.

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|zi - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x - 1)i| = 5$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 5$.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z - 2\bar{z} = 3 + 4i$. Phát biểu nào sau đây là **sai**:

A. z có phần thực là -3

B. $\bar{z} + \frac{4}{3}i$ có modun là $\frac{\sqrt{97}}{3}$

C. z có phần ảo là $\frac{4}{3}$

D. z có modun là $\frac{\sqrt{97}}{3}$

Hướng dẫn giải.

Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi \Rightarrow -2\bar{z} = -2x + 2yi$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$x + yi - 2x + 2yi = 3 + 4i \Leftrightarrow -x + 3yi = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 3 \\ 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } z = -3 + \frac{4}{3}i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-3)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{97}{9}} = \frac{\sqrt{97}}{3}$$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a với $SA = \frac{a}{2}$, $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$\angle BAD = 60^\circ$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB , BC . Thể tích tứ diện $K.SDC$ có giá trị là:

A. $V = \frac{a^3}{4}$

B. $V = \frac{a^3}{16}$

C. $V = \frac{a^3}{8}$

D. $V = \frac{a^3}{32}$

Hướng dân giải.

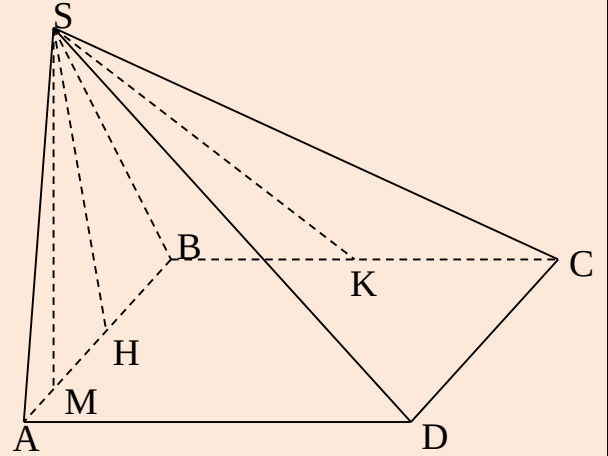
Từ giả thiết ta có $AB = a$, $SA = \frac{a}{2}$, $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Nên $\triangle ASB$ vuông tại $S \Rightarrow SH = \frac{AB}{2} \Rightarrow \triangle SAH$ đều.

Gọi M là trung điểm của AH thì $SM \perp AB$.

Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp (ABCD)$.

$$\begin{aligned} \text{Vậy } V_{KSDC} &= V_{S.KCD} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{\triangle KCD} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot \frac{1}{2} S_{\triangle BAD} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot a \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{a^3}{32} \quad (\text{đvtt}) \end{aligned}$$



Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle BCD = 120^\circ$ và $AA' = \frac{7a}{2}$

Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $ABCD$ trùng với giao điểm của AC và BD .

Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$:

A. $V = 12a^3$

B. $V = 3a^3$

C. $V = 9a^3$

D. $V = 6a^3$

Hướng dẫn giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

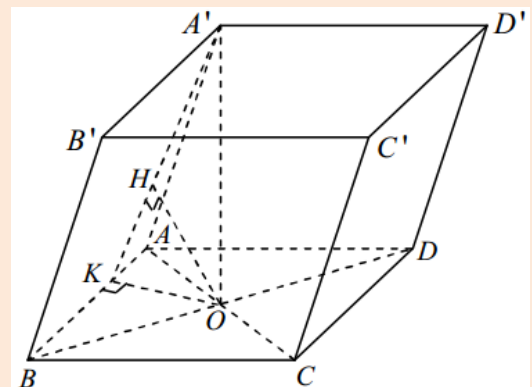
Từ giả thuyết suy ra $A'O \perp (ABCD)$.

$$S_{ABCD} = BC \cdot CD \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Vì $\widehat{BCD} = 120^\circ$ nên $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều.

$$\Rightarrow AC = a \Rightarrow A'O = \sqrt{A'A^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{49a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = 2\sqrt{3}a.$$

Suy ra $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3a^3$.



Câu 28. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có tất cả các cạnh bằng a , góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của điểm A lên mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ thuộc đường thẳng B_1C_1 . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA_1 và B_1C_1 theo a là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$

Hướng dẫn giải.

Do $AH \perp (A_1B_1C_1)$ nên góc AA_1H là góc giữa AA_1 và $(A_1B_1C_1)$ theo giả thiết thì góc AA_1H bằng 30° .

Xét tam giác vuông AHA_1 có $AA_1 = a$, $AA_1H = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$

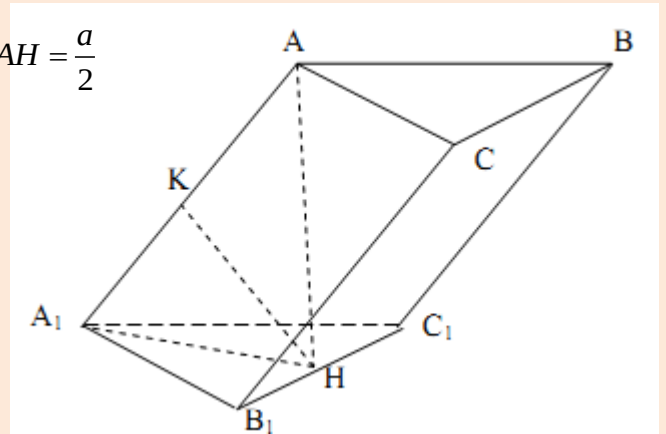
Xét AHA_1 có $AA_1 = a$, góc $AA_1H = 30^\circ \Rightarrow A_1H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $A_1B_1C_1$ đều cạnh a , H thuộc B_1C_1 và $A_1H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra A_1H vuông góc B_1C_1 .

$AH \perp B_1C_1$ nên $B_1C_1 \perp (AA_1H)$

HK chính là khoảng cách giữa AA_1 và B_1C_1 . Ta có $AA_1.HK = A_1H.AH \Rightarrow HK = \frac{A_1H.AH}{AA_1} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$



Câu 29. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC . Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{9}$

B. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Hướng dẫn giải.

Tìm bán kính mặt cầu : Ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$.

- Gọi G là tâm của tam giác ABC , qua G kẻ đường thẳng $d \parallel A'H$ cắt AA' tại E .

Câu 31. Đội tuyển học sinh giỏi của thầy Quang gồm 18 em, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 học sinh trong đội đi thi quốc gia sao cho mỗi khối có ít nhất một em được chọn:

A. 48118

B. 41181

C. 41811

D. 41818

Hướng dẫn giải.

Số cách chọn 8 học sinh từ 18 học sinh của đội tuyển là: $C_{18}^8 = 43758$ cách

- Số cách chọn 8 học sinh khối 12 và 11 là C_{13}^8
- Số cách chọn 8 học sinh khối 11 và 10 là C_{11}^8
- Số cách chọn 8 học sinh khối 12 và 10 là C_{12}^8

Suy ra số cách chọn theo yêu cầu bài toán là: $43758 - C_{13}^8 - C_{11}^8 - C_{12}^8 = 41811$ cách

Câu 32. Hưng và Hoàng cùng tham gia kì thi THPT Quốc gia, trong đó có hai môn trắc nghiệm là Vật lí và Hóa học. Đề thi của mỗi môn gồm 6 mã khác nhau và các môn khác nhau có mã khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong hai môn thi đó Hưng và Hoàng có chung đúng một mã đề thi.

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{5}{18}$

D. $\frac{5}{36}$

Hướng dẫn giải.

- Số cách nhận mã đề hai môn Hưng là $6.6=36$
- Số cách nhận mã đề hai môn Hoàng là $6.6=36$

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = 36.36 = 1296$

Gọi A là biến cố "Hưng và Hoàng có chung đúng một mã đề thi"

- Khả năng 1: có cùng mã đề Vật lí

Điệp có 6.6 cách nhận mã đề hai môn, khi đó Hoàng có 1.5 cách nhận mã đề

Do đó có $36.5=180$ cách

- Khả năng 2: Tương tự có cùng mã đề Hóa học có 180 cách

$$\Rightarrow |\Omega_A| = 360. \text{ Vậy } P(A) = \frac{360}{1296} = \frac{5}{18}$$

Bài 33. Hệ số của x^{10} trong khai triển của biểu thức : $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$ là:

A. -162

B. -810

C. 810

D. 162

Hướng dẫn giải.

Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức : $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

$$\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k (3x^3)^{5-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k (-1)^k 3^{5-k} \cdot 2^k x^{15-5k}$$

Hệ số của của số hạng chứa x^{10} là $C_5^k (-1)^k 3^{5-k} 2^k$, với $15 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 1$

Vậy hệ số của x^{10} là : $C_5^1 (-1)^1 3^4 2^1 = -810$

Bài 34. Số nguyên n thỏa mãn biểu thức $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$ là:

A. 5

B. 6

C. A và B

D. Không có giá trị thỏa mãn

Hướng dẫn giải.

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

$$A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n \Leftrightarrow n(n-1) - \frac{3 \cdot n!}{2!(n-1)!} = 15 - 5n$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 11n + 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = 6 \end{cases}$$

Vậy có 2 đáp án thỏa mãn là A và B. Suy ra **đáp án C.**

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -1; 1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 0)$; điểm $A(-1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c) (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$:

A. $a = 2b$

B. $a = -3b$

C. $a = 3b$

D. $a = -2b$

Hướng dẫn giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;0)$

Gọi $\vec{n} = (a;b;c) (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ là véc tơ pháp tuyến của (P)

Do (P) chứa d nên $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow a + 2b = 0 \Leftrightarrow a = -2b$

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $x + y + z = 0$.

Phương trình mặt phẳng (Q) vuông góc với (P) và cách điểm $M(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$ có dạng: $Ax + By + Cz = 0 (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$

A. $B = 0$ hay $3B + 8C = 0$

B. $B = 0$ hay $8B + 3C = 0$

C. $B = 0$ hay $3B - 8C = 0$

D. $3B - 8C = 0$

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết ta có:
$$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ d(M;(Q)) = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B + C = 0 \\ \frac{|A + 2B - C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = -B - C \\ \frac{|B - 2C|}{\sqrt{2B^2 + 2C^2 + 2BC}} = \sqrt{2} (*) \end{cases}$$

$(*) \Leftrightarrow B = 0 \text{ hoặc } 3B + 8C = 0$

Câu 37. Trong không gian Oxyz, cho 3 điểm $M(3;1;1), N(4;8;-3), P(2;9;-7)$ và mặt phẳng $(Q): x + 2y - z - 6 = 0$. Đường thẳng d đi qua G , vuông góc với (Q) . Tìm giao điểm A của mặt phẳng (Q) và đường thẳng d . Biết G là trọng tâm tam giác MNP .

- A. $A(1;2;1)$ B. $A(1;-2;-1)$ C. $A(-1;-2;-1)$ D. $A(1;2;-1)$

Hướng dẫn giải.

- Tam giác MNP có trọng tâm $G(3; 6; -3)$
- Đường thẳng d qua G , vuông góc với (Q) :
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

- Đường thẳng d cắt (Q) tại A :
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 6 + 2t \\ z = -3 - t \\ x + 2y - z - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1;2;-1)$$

Câu 38. Trong không gian Oxyz, cho hình thoi $ABCD$ với điểm $A(-1;2;1), B(2;3;2)$. Tâm I của hình thoi thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Tọa độ của đỉnh D là:

- A. $D(-2;-1;0)$ B. $D(0;1;2)$
C. $D(0;-1;-2)$ D. $D(2;1;0)$

Hướng dẫn giải.

Gọi $I(-1-t; -t; 2+t) \in d$. Ta có $\overline{IA} = (t; t+2; -t-1), \overline{IB} = (t+3; t+3; -t)$

Do $ABCD$ là hình thoi nên $\overline{IA} \cdot \overline{IB} = 0 \Leftrightarrow 3t^2 + 9t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1; t = -2$

Do C đối xứng với A qua I và D đối xứng với B qua I nên

- $t = -1 \Rightarrow I(0;1;1) \Rightarrow C(1;0;1), D(-2;-1;0)$

- $t = -2 \Rightarrow I(1; 2; 0) \Rightarrow C(3; 2; -1), D(0; 1; -2)$

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(1; 4; 2), B(-1; 2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Điểm M trên Δ sao cho: $MA^2 + MB^2 = 28$ là:

- A.** $M(-1; 0; 4)$ **B.** $M(1; 0; 4)$ **C.** $M(-1; 0; -4)$ **D.** $M(1; 0; -4)$

Hướng dẫn giải.

$$\text{Phương trình tham số đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases} \Rightarrow M(1 - t; -2 + t; 2t)$$

$$\text{Ta có: } MA^2 + MB^2 = 28 \Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 48 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

$$\text{Từ đó suy ra: } M(-1; 0; 4)$$

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác MNP với $M(1; -1), N(3; 1), P(5; -5)$. Tọa độ tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP là:

- A.** $I(4; 2)$ **B.** $I(-4; 2)$ **C.** $I(4; -4)$ **D.** $I(4; -2)$

Hướng dẫn giải.

$I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔMNP

$$\Leftrightarrow \begin{cases} MI^2 = NI^2 \\ MI^2 = PI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-1)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow I(4; -2)$$

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy cho đường $(C_m): x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$. Với các giá trị nào của m sau đây thì (C_m) là một đường tròn?

- A.** $1 < m < 2$ **B.** $m < 1$ và $m > 2$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$

Hướng dẫn giải.

$$(C_m): x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow a = m+2; b = -2m; c = 19m-6$$

$$\text{Để } (C_m) \text{ là đường tròn} \Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0$$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 + 4m^2 - 19m + 6 > 0$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 2$$

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại $A(3;2)$ có tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(2;-1)$ và điểm B nằm trên đường thẳng $d: x-y-7=0$. Tọa độ đỉnh $C(a;b)$ Giá trị của $S = 2a + 3b$ là:

A. $S = -8$

B. $S = 28$

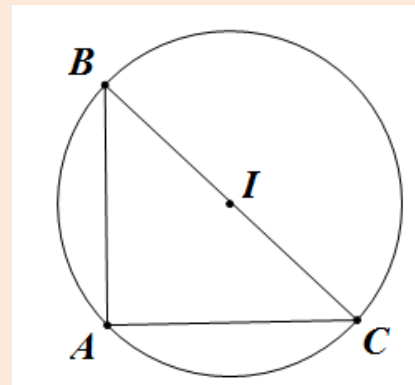
C. $S = 18$

D. $S = 8$

Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IA} = (1;3) \Rightarrow IA = \sqrt{10}$$

$$\text{Giả sử } \cos HPN = \left| \cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{PH}) \right| \Leftrightarrow \frac{|-4a + 3b|}{5\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{3}{5}$$



$$I \text{ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \Rightarrow IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$$

$$\Leftrightarrow 10 = 2b^2 - 16b + 40 \Leftrightarrow b^2 - 8b + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \Rightarrow B(5; -2) \\ b = 3 \Rightarrow B(3; 4) \end{cases}$$

Do tam giác ABC vuông tại $A \Rightarrow I(2;-1)$ là trung điểm của BC .

$$(*) \text{ Với } B(5;-2) \Rightarrow C(-1;0)$$

$$(*) \text{ Với } B(3;-4) \Rightarrow C(1;2)$$

Vậy tọa độ đỉnh B, C là: $B(5;2), C(-1;0)$ và $B(3;-4), C(1;2)$. Chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Câu 43. Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D . Biết $AB = AD = 2$; $CD = 4$, phương trình BD là $x - y = 0$, C thuộc đường thẳng $x - 4y - 1 = 0$. Tọa độ của $A(a, b)$ biết điểm C có hoành độ dương. Tính $S = a - b$

A. $S = 3$

B. $S = 1$

C. $S = 2$

D. $S = 6$

Hướng dẫn giải.

Từ giả thiết chứng minh được DB vuông góc với BC và suy ra $CB = 2\sqrt{2} = d[C, (BD)]$

$$C(4c+1; c) \Rightarrow \frac{|4c+1-c|}{\sqrt{1+1}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow |3c+1| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3c+1=4 \\ 3c+1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ c=-\frac{5}{3} \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow C(5;1)$$

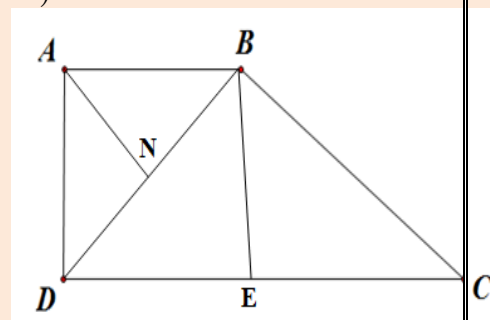
B là hình chiếu của C lên đường thẳng $BD \Rightarrow B(3;3)$

Mà $AB = 2$ nên A thuộc đường tròn có PT $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$ (1)

Tam giác ABD vuông cân tại A

$\Rightarrow$ Góc $ABD = 45^\circ \Rightarrow$ PT của AB là $x = 3$ hoặc $y = 3$.

- Với $x = 3$ thế vào (1) giải ra $y = 1$ hoặc $y = 5 \Rightarrow A(3; 1)$ thử lại không thỏa; $A(3; 5)$ **thỏa**.
- Với $y = 3$ thế vào (1) giải ra $x = 1$ hoặc $x = 5 \Rightarrow A(1; 3)$ thỏa; $A(5; 3)$ **không thỏa**.



Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AC . Biết $M(3; -1)$ là trung điểm của cạnh BD , điểm C có tọa độ $C(4; -2)$. Điểm $N(-1; -3)$ nằm trên đường thẳng đi qua B và vuông góc với AD . Đường thẳng AD đi qua $P(1; 3)$.

Phương trình $AB: ax - y + b = 0$. Giá trị của biểu thức $S = a + 2b$ là:

A. $S = -5$

B. $S = -4$

C. $S = -6$

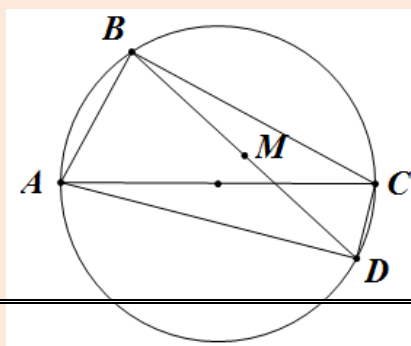
D. $S = -3$

Hướng dẫn giải.

Giả sử $D(a; b)$. Vì M là trung điểm của BD nên $B(6-a; 2-b)$

$AD \perp DC \Rightarrow BN \parallel CD \Rightarrow \overrightarrow{BN}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương.

$$\overrightarrow{BN} = (a-7; b-1), \overrightarrow{CD} = (a-4; b+2)$$



$$\Rightarrow (a-7)(b+2) = (a-4)(b-1) \Leftrightarrow b = a-6 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{PD} = (a-1; b-3), \overrightarrow{CD} = (a-4; b+2)$$

$$\overrightarrow{PD} \perp \overrightarrow{CD} \Rightarrow (a-1)(a-4) + (b-3)(b+2) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Thế (1) vào (2) ta được } 2a^2 - 18a + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 4 \end{cases}$$

- Với $a = 4 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow D(4; -2)$ loại vì D trùng C.
- Với $a = 5 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow D(5; -1)$ và $B(1; -1)$

$$\text{Đường thẳng } AD \text{ qua } P(1; 3), D(5; -1) \Rightarrow AD: x + y - 4 = 0$$

$$AB \perp BC \text{ và đi qua } B(1; -1) \Rightarrow AB: 3x - y - 4 = 0 \Rightarrow S = a + 2b = 3 - 8 = -5 \Rightarrow A$$

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết rằng cạnh huyền nằm trên đường thẳng $x + 7y - 31 = 0$. Điểm $N(7; 7)$ thuộc đường thẳng AC, điểm $M(2; -3)$ thuộc đường thẳng AB. $A(a; b), B(c; d), C(e; f)$

Cho các mệnh đề sau:

$$(I) \quad a + b + c = -2$$

$$(II) \quad d - f = 1$$

$$(III) \quad a = c + e$$

$$(IV) \quad b + d = 5.$$

Số mệnh đề **đúng** là:

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

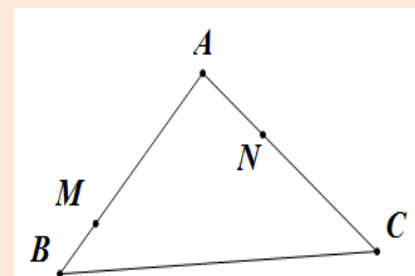
Hướng dẫn giải.

- Đường thẳng AB có phương trình $a(x-2) + b(y+3) = 0 \quad (a^2 + b^2 > 0)$

Do góc ABC bằng 45° nên ta có:

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|a+7b|}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow 12a^2 - 7ab - 12b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 4b \\ 4a = -3b \end{cases}$$

- Với $3a = 4b$, ta chọn $a = 4$ suy ra $b = 3$. Vì AC vuông AB nên $AC: 3x - 4y + 7 = 0$
 $\Rightarrow A(-1; 1) \Rightarrow B(-4; 5) \Rightarrow C(3; 4)$
- Với $4a = -3b$, ta chọn $a = 3; b = -4$, loại do hệ số góc dương



Vậy tọa độ điểm thỏa yêu cầu bài toán là $A(-1;1), B(-4;5), C(3;4)$

Câu 46. Cho hình thoi $ABCD$ có $BAC = 60^\circ$ và E là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Gọi F là hình chiếu vuông góc của A lên BC . Cho tam giác AEF có diện tích là $S = 30\sqrt{3}$, điểm A thuộc đường thẳng $d: 3x - y + 8 = 0$ có $G(0;2)$ là trực tâm. Phương trình $EF: ax - 3y + b = 0$.

Biết A có tung độ nguyên dương. Giá trị của biểu thức $S = \frac{a}{b}$ là:

A. $S = \frac{1}{4}$

B. $S = \frac{1}{3}$

C. $S = -\frac{1}{4}$

D. $S = -\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải.

Ta có: $\begin{cases} FBA = 180^\circ - ABC = 60^\circ \\ ABE = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow AB$ là phân giác của FBE Do $FA \perp BF, AE \perp BE$

Nên $AF = AE \rightarrow \triangle AEF$ cân tại A . Lại có: $FAE = BAE + FAB = 60^\circ \rightarrow \triangle AEF$ đều

Xét tam giác $AEF: S = 30\sqrt{3}$ nên độ dài cạnh tam giác đều: $a = 2\sqrt{30}; R = 2\sqrt{10}$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác $AEF: x^2 + (y-2)^2 = 40$

A là giao của đường tròn và đường thẳng $3x - y + 8 = 0 \Rightarrow A(-2,8)$

Phương trình EF, đi qua M là trung điểm của EF , điểm M được tìm từ tỉ lệ vectơ:

$$\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM} \Rightarrow M(1,-1) \text{ Phương trình EF khi đó: } x - 3y - 4 = 0 \Rightarrow S = \frac{a}{b} = \frac{1}{-4}$$

Câu 47. Cho phương trình $2\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-1} = 3x-3$ có nghiệm vô tỉ $x = \frac{a+3\sqrt{b}}{8}$.

Tính tổng $S = a + b$:

A. 20

B. 26

C. 42

D. 24

Hướng dẫn giải.

Điều kiện: $x \geq 1$

Phương trình đã cho tương đương

$$2\sqrt{x-1} + \sqrt{(x-1)(x+1)} = 3(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow x=1 \\ 2 + \sqrt{x+1} = 3\sqrt{x-1} (*) \end{cases}$$

Phương trình (*) tương đương

$$4 + 4\sqrt{x+1} + x + 1 = 9(x-1) \Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = 8x - 14$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{11}{8} \\ 4(x+1) = (8x-14)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{7}{4} \\ 16(x+1) = (8x-14)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{7}{4} \\ x \in \left\{ \frac{15+3\sqrt{5}}{8}, \frac{15-3\sqrt{5}}{8} \right\} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{15+3\sqrt{5}}{8}$$

Từ đó suy ra: $\begin{cases} a = 15 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 20.$

Câu 48. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} xy(x+1) = x^3 + y^2 + x - y \\ 3y(2 + \sqrt{9x^2 + 3}) + (4y+2)(\sqrt{1+x+x^2} + 1) = 0 \end{cases}$. Với x, y là nghiệm của hệ phương trình trên. Tính giá trị biểu thức $5x - 10y$:

A. -1

B. 1

C. 3

D. 5

Hướng dẫn giải.

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow (x-y)(x^2 - y + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

• Thế vào PT (2) ta được: $3x(2 + \sqrt{9x^2 + 3}) + (4x+2)(\sqrt{1+x+x^2} + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow (2x+1)(\sqrt{(2x+1)^2 + 3} + 2) = (-3x)(2 + \sqrt{(-3x)^2 + 3})$$

$$\Leftrightarrow f(2x+1) = f(-3x)$$

Xét $f(t) = t(\sqrt{t^2 + 3} + 2)$ có $f'(t) > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f(t)$ là hàm số đồng biến nên: $2x+1 = -3x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} \Rightarrow y = -\frac{1}{5}$.

Đến đây coi như ta đã tìm được đáp án ! Nhưng ta cũng nên xét đến trường hợp còn lại.

- Trường hợp $y = x^2 + 1$ thế vào phương trình (2) ta được :

$$3(x^2 + 1)(2 + \sqrt{9x^2 + 3}) + (4x^2 + 1 + 2)(\sqrt{1 + x + x^2} + 1) = 0$$

Vế trái luôn dương $\Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

Vậy hệ có nghiệm duy nhất: $\left(-\frac{1}{5}; -\frac{1}{5}\right)$

Từ đó suy ra $S = 5a - 10b = -1 + 2 = 1$

Câu 49. Số giá trị **nguyên** của m để phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} = m(\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x})$ có nghiệm là:

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

Hướng dẫn giải.

Điều kiện: $x \in [0; 4]$. Khi đó phương trình tương đương với:

$$(x\sqrt{x} + \sqrt{x+12})(\sqrt{5-x} - \sqrt{4-x}) = m$$

Xét hàm số $f(x) = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12})(\sqrt{5-x} - \sqrt{4-x})$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$

Ta xét riêng như sau:

$$g_1(x) = x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \Rightarrow g_1'(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3}} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}} > 0$$

Suy ra hàm số $g_1(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 4]$

$$g_2(x) = \sqrt{5-x} - \sqrt{4-x} \Rightarrow g_2'(x) = \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{4-x}}{2\sqrt{5-x}\sqrt{4-x}}$$

$$\text{Với } x \in [0; 4] \Rightarrow \sqrt{5-x} > \sqrt{4-x} \Rightarrow g_2'(x) = \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{4-x}}{2\sqrt{5-x}\sqrt{4-x}} > 0$$

Suy ra hàm số $g_2(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 4]$.

Từ đó suy ra $f(x) = g_1(x) \cdot g_2(x)$ luôn đồng biến trên đoạn $[0; 4]$.

Suy ra phương trình có nghiệm khi chỉ khi $f(0) \leq m \leq f(4) \Rightarrow 2\sqrt{3}(\sqrt{5} - 2) \leq m \leq 12$.

Từ đó suy ra **có 12 giá trị nguyên của m thỏa mãn**

Câu 50. Cho a, b, c là các số thực.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3(b+c)}{2a} + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{12(b-c)}{2a+3c}$ là:

A. $\frac{2}{3}$

B. 5

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có } P + 11 = 2 + \frac{3(b+c)}{2a} + 1 + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{12(b-c)}{2a+3c} = (4a+3b+3c) \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{3b} + \frac{4}{2a+3c} \right)$$

Theo bất đẳng thức *Cauchy – Schwarz* ta có

$$P + 11 \geq (4a+3b+3c) \frac{16}{4a+3b+3c} = 16 \Rightarrow P \geq 5.$$

Đẳng thức xảy ra khi $b = c = \frac{2}{3}a$.

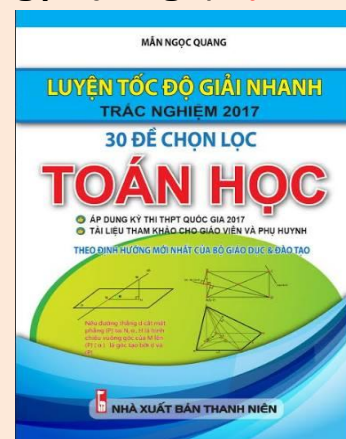
Luyện thi THPT Quốc Gia môn TOÁN 2017 TN cùng thầy **Mẫn Ngọc Quang** tại **QSTUDY.VN**

Link khóa học: <http://qstudy.edu.vn/>

Mời quý bạn đón đọc sách:

Dự kiến ra mắt sau khi có đề mẫu bộ GD.

Nội dung sách: Sẽ bám sát cấu trúc **đề mẫu bộ GD**



- Phương pháp tư duy giải nhanh trắc nghiệm
- Kỹ năng sử dụng Casio giải quyết một số dạng bài
- Luyện giải đề thi thử THPT cùng thầy Quang.

Khóa học liên quan : Hóa học thầy Nguyễn Anh Phong.