

Hàm số Mũ Logarit

TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM



MỤC LỤC

Bài 1. PHÉP TÍNH LŨY THỪA

A. Lý thuyết

1. Lũy thừa với số mũ nguyên.....	3
2. Căn bậc n.....	3
3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ.....	4
4. Lũy thừa với số mũ thực.....	4

B. Các dạng bài tập

➤ Dạng 1. Tính giá trị biểu thức.....	5
➤ Dạng 2. Rút gọn biểu thức.....	7
➤ Dạng 3. So sánh.....	8
➤ Dạng 4. Bài toán lãi kép.....	9

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	12
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai.....	15
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	17

Bài 2. PHÉP TÍNH LOGARIT

A. Lý thuyết

1. Khái niệm logarit.....	19
2. Tính logarit bằng máy tính cầm tay.....	19
3. Tính chất của phép tính logarit.....	19
4. Công thức đổi cơ số.....	20

B. Các dạng bài tập

➤ Dạng 1. Tính giá trị biểu thức.....	21
➤ Dạng 2. Biểu diễn logarit.....	22
➤ Dạng 3. Bài toán thực tế.....	24

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	27
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai.....	29
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn.....	30

Bài 3. HÀM SỐ MŨ - LOGARIT

A. Lý thuyết

1. Hàm số mũ.....	33
2. Hàm số logarit.....	34

B. Các dạng bài tập

➤ Dạng 1. Tập xác định của hàm số.....	35
--	----



➤ Dạng 2. Sự biến thiên của hàm số.....	37
➤ Dạng 3. Đồ thị hàm số	39

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	42
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai	47
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	48

Bài 4. PHƯƠNG TRÌNH & BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

A. Lý thuyết

1. Phương trình & bất phương trình mũ.....	52
2. Phương trình & bất phương trình logarit.....	54

B. Các dạng bài tập

➤ Dạng 1. Phương trình mũ cơ bản.....	56
➤ Dạng 2. Phương trình mũ đưa về cùng cơ số	57
➤ Dạng 3. Phương trình mũ dùng logarit hóa.....	58
➤ Dạng 4. Phương trình mũ đặt ẩn phụ cơ bản	59
➤ Dạng 5. Phương trình logarit cơ bản.....	61
➤ Dạng 6. Phương trình logarit đưa về cùng cơ số.....	62
➤ Dạng 7. Phương trình logarit dùng mũ hóa.....	64
➤ Dạng 8. Phương trình logarit đặt ẩn phụ	66
➤ Dạng 9. Bất phương trình mũ cơ bản.....	68
➤ Dạng 10. Bất phương trình logarit cơ bản	69
➤ Dạng 11. Bất phương trình mũ giải bằng các phương pháp	70
➤ Dạng 12. Bất phương trình mũ giải bằng các phương pháp	72

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm	74
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai	76
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	81

TOÁN TỪ TÂM



Chương 06

Bài 1.

PHÉP TÍNH LŨY THỪA

A

Lý thuyết

1. Lũy thừa với số mũ nguyên.



Định nghĩa:

Cho n là một số nguyên dương. Ta định nghĩa:

- Với a là số thực tùy ý: $a^n = a.a...a$ (n thừa số a).
- Với a là số thực khác 0: $a^0 = 1$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- Trong biểu thức a^m , a gọi là cơ số, m gọi là số mũ.

⌘ Lũy thừa với số mũ nguyên có các tính chất như lũy thừa với số mũ nguyên dương. Với $a \neq 0$; $b \neq 0$ và m, n là các số nguyên, ta có:

$$\textcircled{1} a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \textcircled{2} \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \textcircled{3} (ab)^m = a^m \cdot b^m \quad \textcircled{4} \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad \textcircled{5} \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$



Chú ý

- 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.
- Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.

2. Căn bậc n .



Định nghĩa:

Cho số thực b và số nguyên dương $n \geq 2$.

- Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$
- Ta có các tính chất sau (với điều kiện các căn thức đều có nghĩa):

$$\textcircled{1} \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{khi } n \not\equiv 2 \\ |a| & \text{khi } n \equiv 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\textcircled{4} \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\textcircled{3} \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \forall a, \forall b \neq 0$$

$$\textcircled{5} \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$



Chú ý

n lẻ	$b \in \mathbb{R}$	♦ Có duy nhất một căn bậc n của b , ký hiệu $\sqrt[n]{b}$.
n chẵn	$b < 0$	♦ Không tồn tại căn bậc n của b
	$b = 0$	♦ Có một căn bậc n của b là 0
	$b > 0$	♦ Có hai bậc n của a là hai số đối nhau, ♦ Căn có giá trị dương ký hiệu là $\sqrt[n]{b}$, căn có giá trị âm ký hiệu là $-\sqrt[n]{b}$.

✎ Nếu n chẵn thì $\sqrt[n]{b}$ có nghĩa chỉ khi $b \geq 0$.

✎ Nếu n lẻ thì $\sqrt[n]{b}$ luôn có nghĩa với mọi số thực b .

3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ



Định nghĩa:

Cho số thực $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$.

Lũy thừa của a với số mũ r , kí hiệu là a^r , được xác định bởi $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

4. Lũy thừa với số mũ thực



Định nghĩa:

Giới hạn của dãy số (a^{r_n}) gọi là lũy thừa của số thực dương a với số mũ α .

✎ **Kí hiệu:** $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n}$ với $\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n$.

TOÁN TỪ TÂM



Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính giá trị biểu thức



Phương pháp

- ☑ Sử dụng phối hợp linh hoạt các tính chất của lũy thừa.
- ☑ Chọn $a; b$ là các số thực dương và $\alpha; \beta$ là các số thực tùy ý, ta có:

$$\textcircled{1} a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$$

$$\textcircled{2} \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$$

$$\textcircled{3} \left(a^\alpha\right)^\beta = a^{\alpha\beta}$$

$$\textcircled{4} (ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

$$\textcircled{6} \left(\frac{a}{b}\right)^{-\alpha} = \left(\frac{b}{a}\right)^\alpha$$



Ví dụ 1.1.

Đưa các biểu thức sau về dạng lũy thừa

$$\textcircled{1} \sqrt{a}\sqrt{a} \quad (a > 0)$$

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{2}\sqrt[3]{4}}{16^{0,75}}$$

$$\textcircled{3} \sqrt[5]{\frac{b}{a}} \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \quad (a, b > 0).$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Tính giá trị của biểu thức

$$\textcircled{1} P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$$

$$\textcircled{2} S = 27^{\frac{1}{3}}$$

$$\textcircled{3} A = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-1,25}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Tính giá trị của biểu thức

$$(1) A = \frac{3^4 \cdot 3^{-2} + 2^5 \cdot 2^{-4}}{2^4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^5 \cdot 3^{-4}}$$

$$(2) B = \frac{3^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + (2^2)^{-3} \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}}{5^{-3} \cdot 25^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{25}\right)^{-1}}.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Thực hiện các yêu cầu sau:

$$(1) \text{ Cho } 4^x + 4^{-x} = 7. \text{ Tính giá trị biểu thức } P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}.$$

$$(2) \text{ Cho } 9^x + 9^{-x} = 23. \text{ Khi đó biểu thức } A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{a}{b} \text{ với } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản và } a, b \in \mathbb{Z}. \text{ Tính } a.b.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Dạng 2. Rút gọn biểu thức



Phương pháp

- ☑ Sử dụng phối hợp linh hoạt các tính chất của lũy thừa.
- ☑ Chọn $a; b$ là các số thực dương và $\alpha; \beta$ là các số thực tùy ý, ta có:

$$\textcircled{1} a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$$

$$\textcircled{2} \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$$

$$\textcircled{3} (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}$$

$$\textcircled{4} (ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

$$\textcircled{6} \left(\frac{a}{b}\right)^{-\alpha} = \left(\frac{b}{a}\right)^\alpha$$



Ví dụ 2.1.

Rút gọn các biểu thức:

$$\textcircled{1} P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} \text{ với } a > 0$$

$$\textcircled{2} Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a} \text{ với } a > 0$$

$$\textcircled{3} K = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}, \text{ với } x > 0$$

$$\textcircled{4} M = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} \text{ với } x > 0$$

Lời giải



Ví dụ 2.2.

Thực hiện các yêu cầu sau:

$\textcircled{1}$ Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

$\textcircled{2}$ Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

Lời giải



Dạng 3. So sánh



Phương pháp

- (1) Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.
- (2) Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.



Ví dụ 3.1.

Thực hiện các yêu cầu sau:

- (1) Cho $A = 199^{2023}$; $B = \sqrt{199}^{2024}$. So sánh A, B .
- (2) Sắp theo $A = 3^{4999}$, $B = 11^{4001}$ và $C = 1331^{1000}$ theo thứ tự từ lớn đến bé.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.1.

Với những giá trị nào của a thì

- (1) $a^e > a^\pi$
- (2) $(a-1)^2 > (a-1)^{\sqrt{5}}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Dạng 4. Bài toán lãi kép



Phương pháp

☑ Số tiền lãi không chỉ tính trên số tiền gốc mà còn tính trên số tiền lãi do tiền gốc đó sinh ra thay đổi theo từng định kỳ.

☑ Công thức: $T_n = T_0(1+r)^n$

✍ Trong đó:

T_n : Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

T_0 : Số tiền gửi ban đầu;

n : Số kỳ hạn tính lãi;

r : Lãi suất định kỳ, tính theo %.



Ví dụ 4.1.

Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền bao nhiêu, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

✍ *Lời giải*

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.2.

Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

✍ *Lời giải*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ông Đại mới xin được việc làm nên gửi tiết kiệm vào ngân hàng với hình thức cứ mỗi đầu tháng đóng vào 5 triệu đồng với lãi suất 0,33%/ tháng. Tính số tiền mà ông Đại thu được từ ngân hàng sau 5 năm.

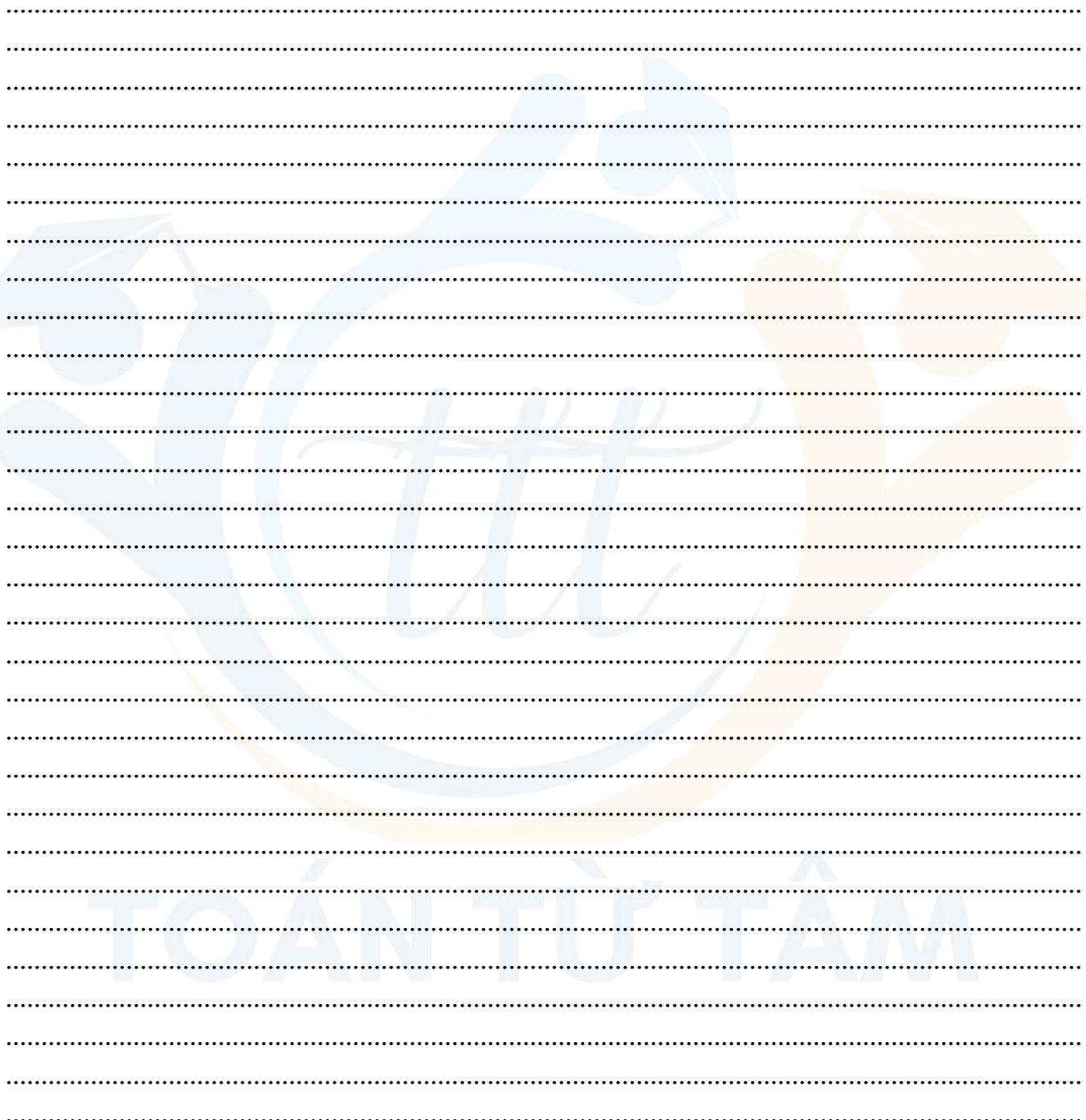


Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100 000 000 đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

TOÁN TỪ TÂM



Lãi suất cho vay tại PVcomBank trong tháng 5/2022 rất ưu đãi, ở mức 5%/năm, được áp dụng trong 6 tháng đầu, từ tháng thứ 7 trở đi ấn định mức lãi 12%/năm. Tại ngân hàng này, thời hạn cho vay mua nhà tối đa là 20 năm, mức vay tối đa 85% giá trị tài sản đảm bảo. Một người có khả năng trả cố định hằng tháng là 15 triệu. Giả sử người đó có thể mượn người thân 15% giá trị căn nhà, nếu được sử dụng gói vay ở trên với thời hạn tối đa và mức vay tối đa thì có thể mua được căn nhà có giá trị tối đa khoảng?





Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho $a, b > 0$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha + a^\beta$. B. $a^\alpha b^\beta = (ab)^{\alpha\beta}$. C. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha+\beta}$.

» **Câu 2.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. a^6 . D. $a^{\frac{3}{2}}$.

» **Câu 3.** Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. C. $(10^\alpha)^2 = (100)^\alpha$. D. $(10^\alpha)^2 = (10)^{\alpha^2}$.

» **Câu 4.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. a^6 . D. $a^{\frac{3}{2}}$.

» **Câu 5.** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$ B. $P = x^{\frac{1}{8}}$ C. $P = x^{\frac{2}{9}}$ D. $P = x^2$

» **Câu 6.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với a là số thực dương khác 1.

- A. a^5 . B. a . C. a^3 . D. a^4 .

» **Câu 7.** Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{15}{24}}$. B. $P = x^{\frac{1}{2}}$. C. $P = x^{\frac{7}{24}}$. D. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

» **Câu 8.** Cho $a < 0, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

- A. $\sqrt[4]{a^4 b^8} = |ab^2|$ B. $\sqrt[4]{a^4 b^8} = |a|b^2$ C. $\sqrt[4]{a^4 b^8} = ab^2$ D. $\sqrt[4]{a^4 b^8} = -ab^2$

» **Câu 9.** Giá trị $\sqrt[3]{2021} \cdot \sqrt[5]{2021}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

- A. $2021^{\frac{2}{5}}$. B. $2021^{\frac{1}{15}}$. C. $2021^{\frac{8}{15}}$. D. $2021^{\frac{1}{10}}$

» **Câu 10.** Cho $a = \frac{1}{256}$ và $b = \frac{1}{27}$. Tính $A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}}$

- A. 23. B. 89. C. 145. D. 26.

» **Câu 11.** Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \frac{5+2^x+2^{-x}}{8-4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$ có giá trị bằng

- A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = -\frac{5}{2}$. C. $P = 2$. D. $P = -2$.

» **Câu 12.** Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $A = \frac{5+3^x+3^{-x}}{1-3^x-3^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tích $a \cdot b$ bằng

- A. -10. B. 10. C. -8. D. 8.

» **Câu 13.** Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.



A. 4.

B. 16.

C. $\sqrt{17}$.

D. ± 4 .

» **Câu 14.** Biết rằng $a - \frac{1}{a} = 4$, $a > 0$. Giá trị biểu thức $D = \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$ là một số có dạng $m + \sqrt{n}$ với

m, n là 2 số tự nhiên. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $m+n=7$

B. $m-n=7$

C. $2m+n=7$

D. $m+2n=7$

» **Câu 15.** Tính giá trị của biểu thức $P = (7+4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3}-7)^{2016}$

A. $P = (7+4\sqrt{3})^{2016}$

B. $P = 1$

C. $P = 7-4\sqrt{3}$

D. $P = 7+4\sqrt{3}$

» **Câu 16.** Cho số thực dương $a > 0$ và khác 1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$ có kết quả dạng

$m+a^n$ với m, n là 2 số nguyên. Tổng của m và n bằng

A. 3

B. 2

C. 4

D. 5

» **Câu 17.** Nếu $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}}$ thì

A. $a < 1; 0 < b < 1$.

B. $a > 1; b < 1$.

C. $0 < a < 1; b < 1$

D. $a > 1; 0 < b < 1$.

» **Câu 18.** Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

D. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.

» **Lời giải**

Chọn C

Vì $a > 1$ nên $a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

» **Câu 19.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

A. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$.

B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

C. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$.

D. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

» **Câu 20.** Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$.

B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$.

C. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$.

D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

» **Câu 21.** Cho hai số thực dương x và y . Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{x^{\sqrt{5}}}{y^{\sqrt{5}-2}}\right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \left(\frac{x^{-2\sqrt{5}-2}}{y^{-3}}\right)$ được kết quả

có dạng $x^a y^b$ với a, b là 2 số nguyên. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $5b+a=13$

B. $5a+b=12$

C. $a+b=3$

D. $2a+b=1$

» **Câu 22.** Biết rằng $2^\alpha = \frac{1}{4}; 3^\alpha = \frac{1}{9}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $6^{-2\alpha} < 6^5$.

B. $6^{-2\alpha} > 6^4$.

C. $6^{-2\alpha} < 6^3$.

D. $6^{-2\alpha} > 6^5$.

» **Câu 23.** Biết rằng $10^\alpha = 2$; $10^\beta = 5$. Tính $10^{\alpha+\beta} + 10^{\alpha-\beta}$.

A. 10.

B. $\frac{52}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{5}{52}$.

» **Câu 24.** Cho a, b là các số thực thỏa mãn $3 \cdot 2^a + 2^b = 7\sqrt{2}$ và $5 \cdot 2^a - 2^b = 9\sqrt{2}$. Tính $S = 2^{a+b} + 2^{a-b}$.

A. $6\sqrt{2}$.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

» **Câu 25.** Anh An gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lĩnh về được 61758000đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

A. 0,8 %

B. 0,6 %

C. 0,7 %

D. 0,5 %

» **Câu 26.** Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 8,4% một năm theo hình thức lãi kép. Ông gửi được đúng 3 kỳ hạn thì ngân hàng thay đổi lãi suất, ông gửi tiếp 12 tháng nữa với kỳ hạn như cũ và lãi suất trong thời gian này là 12% một năm thì ông rút tiền về. Số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là:

A. 62255910 đồng.

B. 59895767 đồng.

C. 59993756 đồng.

D. 63545193 đồng.

» **Câu 27.** Một học sinh A khi 15 tuổi được hưởng tài sản thừa kế 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng B với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi 18 tuổi. Biết rằng khi 18 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 231 525 000 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng B là bao nhiêu?

A. 8% / năm.

B. 7% / năm.

C. 6% / năm.

D. 5% / năm.

» **Câu 28.** Ông Anh gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được là bao nhiêu?

A. 231,815.

B. 197,201.

C. 217,695.

D. 190,271.

» **Câu 29.** Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền anh Nam nhận được là bao nhiêu?

A. 218,64 triệu đồng.

B. 208,25 triệu đồng.

C. 210,45 triệu đồng.

D. 209,25 triệu đồng.

» **Câu 30.** Ông Tuấn gửi 100 triệu vào ngân hàng với hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 8%. Sau 5 năm ông rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại ông tiếp tục gửi ngân hàng với lãi suất như lần trước. Số tiền lãi ông Tuấn nhận được sau 10 năm gửi gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 46,933 triệu.

B. 34,480 triệu.

C. 81,413 triệu.

D. 107,946 triệu.

» **Câu 31.** Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Dân số Việt Nam năm 2019 là 95,5 triệu người, tỉ lệ tăng dân số hằng năm từ 2009 đến nay là 1,14%. Hỏi dân số Việt Nam năm 2009 gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 94,4 triệu người.

B. 85,2 triệu người.

C. 86,2 triệu người.

D. 83,9 triệu người.

» **Câu 32.** Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người?



- A. 109.256.100. B. 108.374.700. C. 107.500.500. D. 108.311.100.

» **Câu 33.** Ông Chính gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông Chính không rút tiền ra.

- A. 1.686.898.000 VNĐ. B. 743.585.000 VNĐ.
C. 739.163.000 VNĐ. D. 1.335.967.000 VNĐ.

» **Câu 34.** Tại một xí nghiệp, công thức $P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng. Sau một năm đưa vào sử dụng, giá trị còn lại của máy bằng bao nhiêu phần trăm so với ban đầu?

- A. 84,3%. B. 57,1%. C. 39,3%. D. 79,4%.

» **Câu 35.** Giả sử cường độ ánh sáng I dưới mặt biển giảm dần theo độ sâu theo công thức $I = I_0 \cdot a^d$, trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt nước biển, a là một hằng số dương, d là độ sâu tính từ mặt nước biển (tính bằng mét). Biết rằng ở một vùng biển X , cường độ ánh sáng tại độ sâu 1 m bằng 95% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển thì tại độ sâu 15 m ở vùng biển đó, cường độ ánh sáng bằng bao nhiêu phần trăm so với cường độ ánh sáng tại mặt nước biển?

- A. 45,9%. B. 38,1%. C. 59,7%. D. 46,3%.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 36.** Cho a, b là các số thực dương.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a^m \cdot b^n = (ab)^{m+n}$		
(b)	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$		
(c)	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$		
(d)	$a^m + a^n = a^{m+n}$		

» **Câu 37.** Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$		
(b)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$		
(c)	$144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$		
(d)	Phép toán $A - B$ thu được kết quả là một số tự nhiên		

» **Câu 38.** Cho biểu thức $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ với $x \geq 0$. Vậy:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khi $x = 2$ thì $Q = 7$		



(b)	Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$		
(c)	Phương trình $Q = 3$ có 2 nghiệm dương phân biệt		
(d)	Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố		

» Câu 39. Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}; B = -\sqrt[4]{b}$; với $a > 0, b > 0, a \neq b$. Vậy:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b		
(b)	Biểu thức luôn $A > 0$		
(c)	$A = B + \sqrt{a}$		
(d)	$\frac{A-1}{B} = 1 - \frac{1}{B}$		

» Câu 40. Cho biểu thức $A = (\sqrt{2} - 1)^{2x} + (3 + 2\sqrt{2})^x$. Vậy:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$		
(b)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 1$. Thì $A = 2$		
(c)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$		
(d)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = m^2$. Thì $A = \frac{1+m^6}{m^4}$		

» Câu 41. Với x là số thực

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Các số $1^{1,5}; (x^2 + 2)^{-1}; \left(\frac{1}{x^2 + 3}\right)^{-2}$ được viết theo thứ tự tăng dần.		
(b)	Nếu $(x^2 + 1,5)^a > (x^2 + 2)^a$ thì $a < 0$.		
(c)	$(x-1)^{-2\sqrt{3}} > (x-1)^{-3\sqrt{2}} \Leftrightarrow x > 2$.		
(d)	$(x^2 + 2x + 4)^{m^2-3} < (x^2 + 2x + 3)^{m^2-3} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{3}$.		

» Câu 42. Tại một xí nghiệp, công thức $P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị còn lại của máy sau 3 năm sử dụng là 250 triệu đồng.		
(b)	Giá trị còn lại của máy sau 4 năm 3 tháng sử dụng gần bằng 180 triệu đồng.		
(c)	Sau 2 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 185 triệu đồng so với giá trị ban đầu.		
(d)	Sau 1 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 20,6% so với giá trị ban đầu của nó.		



C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 43.** Biết biểu thức $P = \left(5 + 2\sqrt{6}\right)^{2024} \cdot \left(5 - 2\sqrt{6}\right)^{2025} = a - 2\sqrt{c}$ với a, c là số tự nhiên. Tính giá trị a^{c-2}

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 44.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ ($a > 0, b > 0$) ta thu được kết quả có dạng $-m\sqrt[n]{b}$ với m, n là số tự nhiên. Tính giá trị $m + 2n$

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 45.** Rút gọn biểu thức sau: $Q = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ ($a > 0$) ta thu được kết quả có dạng a^m với m là số tự nhiên. Tính giá trị m

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 46.** Biết $4^x + 4^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 47.** Cho x, y là các số thực dương. Giả sử $\left(\sqrt[5]{x^3} \cdot y^{\frac{2}{5}}\right)^2 = x^a \cdot y^b$ với a, b là số hữu tỷ. Tính $a + b$

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 48.** Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{\left(2\sqrt{2} - 3\right)^{2024} \left(2\sqrt{2} + 3\right)^{2025}}{\left(2\sqrt{2} - 3\right)^{-1}}$.

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 49.** Biết rằng $3^x = 5$, giá trị của biểu thức $P = 81^x + \sqrt[4]{3^x} \cdot \sqrt[4]{27^x}$ bằng bao nhiêu?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 50.** Rút gọn biểu thức $E = \frac{3^{\sqrt{5}+2} \cdot 3^{1-\sqrt{5}}}{\left(3^{\sqrt{2}+2}\right)^{\sqrt{2}-2}}$ ta được kết quả là

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 51.** Biết $2^\alpha + 2^{-\alpha} = 5$. Giá trị của biểu thức $P = 4^\alpha + 4^{-\alpha}$ bằng bao nhiêu?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 52.** Biết $4^x + 25^y = 10$. Giá trị của biểu thức $T = \frac{x+y}{xy}$ bằng bao nhiêu?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 53.** Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài



khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8%/ năm. Số tiền lãi bà Hạnh thu được sau 10 năm có dạng $1a5,8b2$ triệu đồng, với $a;b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $T = ab + 1$

Điền đáp số:

» **Câu 54.** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao nhiêu phút, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Điền đáp số:

» **Câu 55.** Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2025) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m - n^2$.

Điền đáp số:

» **Câu 56.** Biết $10^\alpha = 3; 10^\beta = 7$. Kết quả biểu thức $A = \frac{100^\alpha \cdot 0,001^\beta}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}}$ có dạng $\frac{27}{16a0b}$, với a, b là các số nguyên. Tính giá trị $S = a + b^2$

Điền đáp số:

» **Câu 57.** Biết $9^\alpha = \frac{1}{2}$. Tính $B = (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 - (81^\alpha + 81^{-\alpha})$.

Điền đáp số:

» **Câu 58.** Công ty FTK về mua bán xe ô tô đã qua sử dụng, sau khi khảo sát thị trường 6 tháng đã đưa ra công thức chung về giá trị còn lại của ô tô 4 chỗ kể từ khi đưa vào sử dụng (các loại xe 4 chỗ không sử dụng mục đích kinh doanh) được tính $P(t) = A \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{4}}$. Trong đó A là giá tiền ban đầu mua xe, t là số năm kể từ khi đưa vào sử dụng. Giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng có dạng $768.601.abc$, với $a; b; c$ là các số nguyên, tính giá trị $S = a + b + c$?. Biết giá trị mua xe ban đầu là 920 triệu.

Điền đáp số:

» **Câu 59.** Số lượng vi khuẩn V trong phòng thí nghiệm tính theo công thức $s(t) = s_0 \cdot 2^t$ trong đó s_0 là số lượng vi khuẩn V lúc đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có trong t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Sau 9 phút thì số lượng vi khuẩn V có dạng $a \cdot 10^b$ (con), với $a; b$ là các số tự nhiên, tính giá trị $S = a + b$?

Điền đáp số:

» **Câu 60.** Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là $4abc61,161(m^3)$ với $a; b; c$ là số tự nhiên. Tính giá trị $a - b + c$.

Điền đáp số:

----- Hết -----



Chương 06

Bài 2.

PHÉP TÍNH LOGARIT

A

Lý thuyết

1. Khái niệm logarit



Khái niệm

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$.

↪ Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$

↪ Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

↪ $\log_a b$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$



Chú ý

(1) Không có logarit của số 0 và số âm vì $a^\alpha > 0, \forall \alpha$.

(2) $\log_a 1 = 0; \log_a a = 1$

(3) $\log_a a^b = b$

(4) $a^{\log_a b} = b$

2. Tính logarit bằng máy tính cầm tay



Chú ý

(1) Logarit cơ số 10 được gọi là logarit thập phân. Ta viết $\log a$ hoặc $\lg a$ thay $\log_{10} a$.

(2) Logarit cơ số e được gọi là logarit tự nhiên. Ta viết $\ln a$ thay $\log_e a$.

3. Tính chất của phép tính logarit



Tính chất

Với $0 < a \neq 1; b, c > 0; \alpha \in \mathbb{R}$, khi đó:

(1) $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$

(2) $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$

(3) $\log_a b^\alpha = \alpha . \log_a b$

(4) $a^{\log_a b} = b$



Chú ý

Đặc biệt với a, b dương, $a \neq 1$ ta có:

(1) $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

(2) $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

4. Công thức đổi cơ số



Cho các số dương a, b, c với $a \neq 1; b \neq 1$. Ta có $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$



Chú ý

Đặc biệt ta có:

(1) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (b \neq 1)$

(2) $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b \quad (m \neq 0)$

TOÁN TỪ TÂM



Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính giá trị biểu thức



Phương pháp

☑ Áp dụng các tính chất – công thức để biến đổi

01

Tính chất

① $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$

② $a^{\log_a b} = b, \log_a (a^\alpha) = \alpha$

③ $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ (Tích – tổng)

④ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ (Thương – hiệu)

Đặc biệt : với $a, b > 0, a \neq 1$ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

02

Công thức “bay”

① $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

② $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$

Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

03

Đổi cơ số

① $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

② $\log_a b = \log_a c \cdot \log_c b$



Ví dụ 1.1.

Cho $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$.

✍ LỜI GIẢI

.....



Ví dụ 1.2.

Tính giá trị của biểu thức $A = 2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$.

✍ LỜI GIẢI

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Cho các số dương a, b và $a \neq 1$

Rút gọn biểu thức $K = \log_a b^2 + 2 \log_{a^2} b^4 + 3 \log_{a^3} b^6 - 4 \log_{a^4} b^8$ ta được

✍ LỜI GIẢI

.....

.....



Dạng 2. Biểu diễn logarit

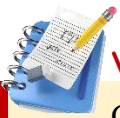


Phương pháp

Ta thực hiện theo các bước sau

- **Bước 01.** Biến đổi các biểu thức logarit phụ thuộc vào tham số a và b .
- **Bước 02.** Đặt các biểu thức logarit của các số nguyên tố là các ẩn x, y, z .
Từ đó ta thu được phương trình hoặc hệ phương trình với các ẩn x, y, z .
Ta tìm các ẩn này theo a, b
- **Bước 03.** Giải hệ tìm được tìm $x, y, z \dots$ theo a, b .
Từ đó tính được biểu thức theo các tham số a, b .

Các công thức nền tảng là $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ và $\frac{1}{\log_a b} = \log_b a$.



Ví dụ 2.1.

Cho $a = \log_2 14$. Biểu diễn $\log_{49} 16$ theo a

 Lời giải



Ví dụ 2.2.

Tính $M = \log_4 1250$ theo a biết $a = \log_2 5$.

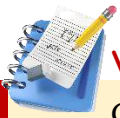
 Lời giải



Ví dụ 2.3.

Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 25$ theo a và b .

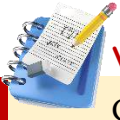
 Lời giải



Ví dụ 2.4.

Cho $\log_2 6 = a$; $\log_2 7 = b$. Hãy biểu diễn $\log_{18} 42$ theo a và b .

 Lời giải



Cho $\log_3 2 = a$ và $\log_3 5 = b$. Tính $\log_{10} 60$ theo a và b .

.....

.....

.....



Cho $a = \log_5 18$ và $b = \log_5 60$. Tính $\log_3 2$ theo a và b



Dạng 3. Bài toán thực tế



Phương pháp

▪ Bài toán lãi suất

- Lãi kép: Là số tiền lãi được cộng vào gốc để tính lãi trong các kì tiếp theo. Cách này thường được áp dụng trong thực tế.

- Công thức tính: $A_n = A_0(1+r)^n$.

Với:

- ♦ A_0 là số tiền gốc ban đầu.
- ♦ r là lãi suất một kì (tháng, quý, năm,...)
- ♦ n số kì hạn.
- ♦ A_n là số tiền cả vốn và lãi nhận được sau n kì gửi.

📌 Chú ý:

- Lãi suất $r = k\% = \frac{k}{100}$.

- Tiền lãi thu được sau n kỳ là: $A_n - A_0$.

- Lãi kép kì hạn: tính số tiền sau N kì gửi với n kì hạn trong năm là: $A_n = A_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^N$.

- Lãi kép liên tục: Nếu kì tính lãi được chia càng ngày càng nhỏ tức là tính lãi hàng ngày, hàng giờ, hàng phút, hàng giây gọi là lãi kép liên tục

- Số tiền sau t (năm) gửi là $A = A_0 \cdot e^{tr}$.



Ví dụ 3.1.

Gia đình bác An gửi tiết kiệm 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5%/năm. Biết rằng tiền lãi của kì trước được cộng vào gốc tính lãi kì sau (lãi kép).

- (1) Hỏi sau ba năm, gia đình bác nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? Nếu tính theo thể thức lãi kép liên tục thì số tiền cả vốn lẫn lãi của gia đình bác An thu được là bao nhiêu (sau ba năm)?
- (2) Vẫn với 500 triệu đồng, gia đình bác An gửi tiết kiệm với lãi kép 6,5%/năm theo kì hạn 6 tháng. Hỏi để nhận được cả gốc và lãi là 1 tỉ đồng thì gia đình bác An cần gửi bao nhiêu năm?

📌 Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Chú ý

Công thức lãi kép theo kì hạn chính là công thức lãi kép do chia nhỏ kì hạn gửi.
Ta có thể hiểu là lãi suất mỗi năm là r , nếu chia mỗi năm thành m
Kỳ hạn thì số tiền gốc và lãi thu được sau n năm là:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{r}{m} \right)^{m.n}$$

Với tổng số kì gửi là $N = m.n$, lãi suất mỗi kì gửi là $\frac{r}{m}$.



Ví dụ 3.2.

Người ta sử dụng công thức $S = A.e^{n.r}$ để dự báo dân số của một quốc gia, trong đó A là số dân của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau n năm và r là tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số của Việt Nam là 78.685.800 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 1,2%, hỏi dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm nào ?

Lời giải



Ví dụ 3.3.

Biết rằng khi độ cao tăng lên thì áp suất không khí sẽ giảm và công thức tính áp suất dựa trên độ cao là $a = 15500(15 - \log p)$, trong đó a là độ cao so với mực nước biển (tính bằng mét) và p là áp suất không khí (tính bằng pascal). Tính áp suất không khí ở đỉnh Everest có độ cao 8850 m so với mực nước biển.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.3.

Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu trận động đất này.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho $1 \neq a > 0$, $x > 0$, $y > 0$, khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$.

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x$.

D. $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$.

» **Câu 2.** Với a, b là các số thực dương tùy ý tho $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2} (ab^2)$ bằng

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

» **Câu 3.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7 (7a)$ bằng

A. $1 - \log_7 a$.

B. $1 + \log_7 a$.

C. $1 + a$.

D. a .

» **Câu 4.** Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

A. $-4 \log a$.

B. $8 \log a$.

C. $2 \log a$.

D. $-2 \log a$.

» **Câu 5.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3} \log_5 a$.

B. $\frac{1}{3} + \log_5 a$.

C. $3 + \log_5 a$.

D. $3 \log_5 a$.

» **Câu 6.** Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 a = \log_a 2$

B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$

C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$

D. $\log_2 a = -\log_a 2$

» **Câu 7.** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$

B. $P = -1 + \sqrt{3}$

C. $P = -1 - \sqrt{3}$

D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

» **Câu 8.** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2 \log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng

A. 2.

B. 8.

C. 16.

D. 4.

» **Câu 9.** Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha$, $\log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$

B. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$

C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$

D. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$

» **Câu 10.** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$.

D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$.



» **Câu 11.** Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \frac{5}{4}$

B. $I = 0$

C. $I = 4$

D. $I = \frac{3}{2}$

» **Câu 12.** Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào **đúng**?

A. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

B. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

C. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$.

D. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

» **Câu 13.** Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

A. 48.

B. 56.

C. 36.

D. $8\log_2 256$.

» **Câu 14.** Tính $P = \log_{a^2} (a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2}$ với $0 < a \neq 1$ và $0 < b \neq 1$.

A. $P = 2$.

B. $P = 1$.

C. $P = \sqrt{3}$.

D. $P = \sqrt{3}$.

» **Câu 15.** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ và $b > 0$. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1}$

A. $P = |\log_a b + 1|$.

B. $P = |\log_a b - 1|$.

C. $P = |\log_a b|$.

D. $P = 0$.

» **Câu 16.** Cho a là số thực dương khác 4. Tính $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right)$.

A. $I = 3$.

B. $I = \frac{1}{3}$.

C. $I = -3$.

D. $I = -\frac{1}{3}$.

» **Câu 17.** Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2}\log_a b$.

B. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

C. $\log_{a^2} (ab) = 2 + \log_a b$.

D. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{4}\log_a b$.

» **Câu 18.** Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b, a \neq 1, \log_a b = 2$. Tính $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$

A. $T = -\frac{2}{5}$.

B. $T = \frac{2}{5}$.

C. $T = \frac{2}{3}$.

D. $T = -\frac{2}{3}$.

» **Câu 19.** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{ab}} (a^3\sqrt{b}) = 3$. Tính $\log_{\sqrt{ab}} (b^3\sqrt{a})$.

A. -3.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3.

D. $-\frac{1}{3}$.

» **Câu 20.** Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

B. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$

C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$

D. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

» **Câu 21.** Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$.

B. $a^3 = b$.

C. $a = b$.

D. $a^2 = b$.

» **Câu 22.** Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.



A. $P = 56$.

B. $P = 16$.

C. $P = 8$.

D. $P = 64$.

» Câu 23. Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng

A. $\frac{2+a}{3+a}$.

B. $\frac{2+3a}{3+2a}$.

C. $\frac{ab}{a+b}$.

D. $\frac{2+3a}{2+2a}$.

» Câu 24. Cho $\log_{30} 3 = a; \log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b ; $\log_{30} 1350$ bằng

A. $2a+b$

B. $2a+b+1$

C. $2a+b-1$

D. $2a+b-2$

» Câu 25. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị lớn nhất m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m+n$.

A. $m+n=10$.

B. $m+n=\frac{25}{2}$.

C. $m+n=14$.

D. $m+n=12$.

» Câu 26. Chọn mệnh đề Sai?

A. $1+\log_2 2 < \log_3 3$.

B. $\log_2 \sqrt{2} < \log_2 2$.

C. $\log_2 8 > \log_2 4$.

D. $\log_2 \frac{1}{2} > \log_2 \frac{1}{4}$.

» Câu 27. Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_2 5$. Biểu diễn $\log 60$ theo a, b ?

A. $\log 60 = \frac{a+b+2}{1+b}$.

B. $\log 60 = \frac{a+b+2}{1+a}$.

C. $\log 60 = \frac{a+b+1}{1+a}$.

D. $\log 60 = \frac{a+b+1}{1+b}$.

» Câu 28. Cho $\log_6 3 = a, \log_6 5 = b$. Biểu diễn $\log_{54} 50$ theo a, b ?

A. $\frac{2b-a+1}{2a+1}$.

B. $\frac{2a-b+1}{2a+1}$.

C. $\frac{2b+1+a}{2a+1}$.

D. $\frac{2a+b+1}{2a+1}$.

» Câu 29. Mức cường độ âm L đo bằng decibel (viết tắt là dB, đọc là đề-xi-ben) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2) được định nghĩa

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}, \text{ trong đó } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \text{ là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có}$$

thể phát hiện được (gọi là ngưỡng nghe). Xác định mức cường độ âm của âm thanh giao thông thành phố đông đúc có cường độ $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$?

A. 90.

B. 130.

C. 110.

D. 150.

» Câu 30. Độ lớn M của một trận động đất theo thang Richter được tính theo công thức

$$M = \log \frac{A}{A_0}, \text{ trong đó } A \text{ là biên độ lớn nhất ghi được bởi máy đo địa chấn, } A_0 = 1 \text{ (đơn vị}$$

là micro mét, kí hiệu là μm) là biên độ tiêu chuẩn được sử dụng để hiệu chỉnh độ lệch gây ra bởi khoảng cách của máy đo địa chấn so với tâm chấn. Năm 2011 tại Nhật Bản đã xảy ra một trận động đất độ lớn 8,9 độ Richter. Dự đoán tương lai nước Nhật Bản vào năm 2025 sẽ hứng chịu một trận động đất có biên độ lớn nhất gấp đôi năm 2011, hỏi độ lớn trận động đất là bao nhiêu?

A. 17,8.

B. 10,9.

C. 9,2.

D. 8,6.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» Câu 31. Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log_a 1 = 1$		
(b)	$a^{\log_a b} = b$		
(c)	$\log_a a^m = \frac{1}{m}$		



(d) $\log_a b^m c^n = m \log_a b + n \log_a c$

» Câu 32. Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log 8 - \log 27 = 3 \log \frac{2}{3}$		
(b)	$\log_{16} 3 \cdot \log_9 64 \cdot \log_4 27 = \frac{8}{9}$		
(c)	$\log_{\sqrt{2}} 5 + \log_4 \frac{1}{\sqrt{25}} + \log_{\frac{1}{2}} 125 = \frac{-3}{2} \log_2 5$		
(d)	$3 \log_3 \sqrt[3]{7} + \log_{\sqrt[3]{3}} 21 = 4 \log_3 7 + 3$		

» Câu 33. Cho $a, b, c > 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log_a \sqrt{a} \sqrt{a} = \frac{3}{4}$		
(b)	$\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 = \frac{1}{6}$		
(c)	Cho $\log 3 = m, \log 7 = n$. Khi đó $\log_3 70 = \frac{n+1}{m}$.		
(d)	Cho $\log_5 2 = m, \log_5 3 = n$. Khi đó $\log_{250} 30 = (m+n+1)(3+m)$.		

» Câu 34. Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log_a b < 1 < \log_b a$.		
(b)	$1 < \log_a b < \log_b a$.		
(c)	$\log_b a < \log_a b < 1$.		
(d)	$\log_b a < 1 < \log_a b$.		

» Câu 35. Công thức $\log x = 11,8 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3 \cdot 10^{34}$ erg.		
(b)	Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $2 \cdot 10^9$ jun.		
(c)	Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.		
(d)	Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$ erg.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 36. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a (b^2 c^3)$.

Điền đáp số:



» **Câu 37.** Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$.

Điền đáp số:

» **Câu 38.** Với a, b là các số thực dương và a khác 1 ta rút gọn biểu thức $Q = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\ln b}{\ln a} - 1}$ thu được kết quả $m|\log_a b^n|$ với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $S = m + 2n$

Điền đáp số:

» **Câu 39.** Cho $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b ta thu được kết quả dạng $\frac{a}{m + \frac{n.a}{b}}$

với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $S = m - 2n$

Điền đáp số:

» **Câu 40.** Cho $a = \log_2 2, b = \ln 2$. Biểu diễn $\ln 800$ theo a và b ta thu được kết quả dạng $m.b + \frac{n.b}{a}$ với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $P = m.n$.

Điền đáp số:

» **Câu 41.** Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$. (Làm tròn đến hàng hàng phần mười).

Điền đáp số:

» **Câu 42.** Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a = 25^b = 10^c$. Tính $T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$.

Điền đáp số:

» **Câu 43.** Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $A = \log_a (b^2 c^3)$.

Điền đáp số:

» **Câu 44.** Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $ab \neq 1$. Biết rằng $\log_a \frac{3}{b} = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$. Tìm b (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Điền đáp số:

» **Câu 45.** Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thỏa mãn $\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a + 2b)$. Rút gọn biểu thức:

$P = \log_b(2a) + \log_a(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$ được kết quả bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:



» **Câu 46.** Với a, b là các số thực dương và thỏa mãn $ab \neq 1$. Ta rút gọn biểu thức $P = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$ thu được kết quả $(2m-1)\log_a b^n$ với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $S = m - n$

Điền đáp số:

» **Câu 47.** Cho $a = \log_2 3, b = \log_5 2, c = \log_2 7$. Biểu diễn $\log_{42} 15$ theo a, b, c ta thu được kết quả dạng $\frac{ab+m}{h.b(a+c+n)}$ với $h; m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $P = m.n + h$.

Điền đáp số:

» **Câu 48.** Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 14xy$. Xác định giá trị a thỏa mãn $\log_2(x+y) = a + \frac{\log_2 xy}{a}$.

Điền đáp số:

» **Câu 49.** Số tự nhiên 3^{2023} có bao nhiêu chữ số?

Điền đáp số:

» **Câu 50.** Dung dịch A có nồng độ H^+ là $0,00001 \text{ mol/L}$ và dung dịch B có nồng độ H^+ là $0,00000001 \text{ mol/L}$. Tìm tổng độ pH của 2 dung dịch trên.

Điền đáp số:

» **Câu 51.** Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và giả sử tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

Điền đáp số:

» **Câu 52.** Cường độ một trận động đất M (độ Richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)?

Điền đáp số:

----- Hết -----



Chương 06

Bài 3.

HÀM SỐ MŨ - HÀM SỐ LOGARIT

A

Lý thuyết

1. Hàm số mũ



Khái niệm

Tập xác định	$D = \mathbb{R}$.	
Tập giá trị	$T = (0; +\infty)$, nghĩa là khi giải phương trình mà đặt $t = a^{f(x)}$ thì $t > 0$.	
Đơn điệu	$a > 1$	Hàm số $y = a^x$ đồng biến, khi đó: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
	$0 < a < 1$	Hàm số $y = a^x$ nghịch biến, khi đó: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.
Đồ thị		

○ Nhận xét:

- (1) Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a < 1$) qua Oy .
- (2) Đồ thị đi qua điểm $(0; 1)$ và $(1; a)$.
- (3) Đồ thị liên tục trên $\mathbb{R}$.
- (4) Đồ thị nằm ở phía trên trục hoành.

TOÁN TỪ TÂM



2. Hàm số logarit



Khái niệm

Tập xác định	$D = (0; +\infty)$.	
Tập giá trị	$T = \mathbb{R}$, nghĩa là khi giải PT mà đặt $t = \log_a x$ thì t không có điều kiện.	
Đơn điệu	$a > 1$	Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên D , khi đó: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
	$0 < a < 1$	Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên D , khi đó: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.
Đồ thị	Nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng	

○ Nhận xét:

- (1) Đồ thị hàm số $y = \log_a x (a > 1)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_a x (0 < a < 1)$ qua Ox .
- (2) Đồ thị đi qua điểm $(1; 0)$ và $(a; 1)$.
- (3) Đồ thị liên tục trên $(0; +\infty)$.
- (4) Đồ thị nằm ở bên phải trục tung.

TOÁN TỪ TÂM



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Tập xác định của hàm số



Phương pháp

Xét $1 \neq a > 0$: ☒ Hàm số $y = a^{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

☒ Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$.

Đặc biệt: với hàm số $y = \log_{g(x)} [f(x)]^n$ ta lưu ý “**mũ n**” của $f(x)$:

☐ Nếu $n:2 \rightarrow$ ĐKXĐ của hàm số $y = \log_{g(x)} [f(x)]^n$: $\begin{cases} g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \\ f(x) \neq 0 \end{cases}$

☐ Nếu $n \not: 2 \rightarrow$ ĐKXĐ của hàm số $y = \log_{g(x)} [f(x)]^n$: $\begin{cases} g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \\ f(x) > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Tóm lại nếu $f(x)$ hoặc $g(x)$ có “**mũ n**” ta chú ý xem “**n**” chẵn hay lẻ.



Ví dụ 1.1.

Tìm tập xác định của các hàm số dưới đây:

(1) $y = \log_2(2x-3)$

(2) $y = 7^{\sqrt{x-3}}$

(3) $y = \log_2(x^2-9)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Tìm tập xác định của các hàm số dưới đây:

(1) $y = \log_{2025}(3-x)$

(2) $y = \log_3(2-x)$

(3) $y = \ln(-x^2+3)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Tìm các giá trị thực của tham số m để các hàm số dưới đây có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(1) $y = e^{\frac{1}{\sqrt{x^2+mx+1}}}$

(2) $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.4.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 2)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM

Đơn điệu

- ♦ $a > 1 \rightarrow$ HS đồng biến.
- ♦ $0 < a < 1 \rightarrow$ HS nghịch biến.

- ♦ $a > 1 \rightarrow$ HS đồng biến.
- ♦ $0 < a < 1 \rightarrow$ HS nghịch biến.

(1) $y = \ln x$.

(2) $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x.$

(3) $y = \log_{\pi} x$.

(4) $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$

(1) $y = 5^x$

$$(2) \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$(3) \quad y = (\pi - \sqrt{2})^x$$

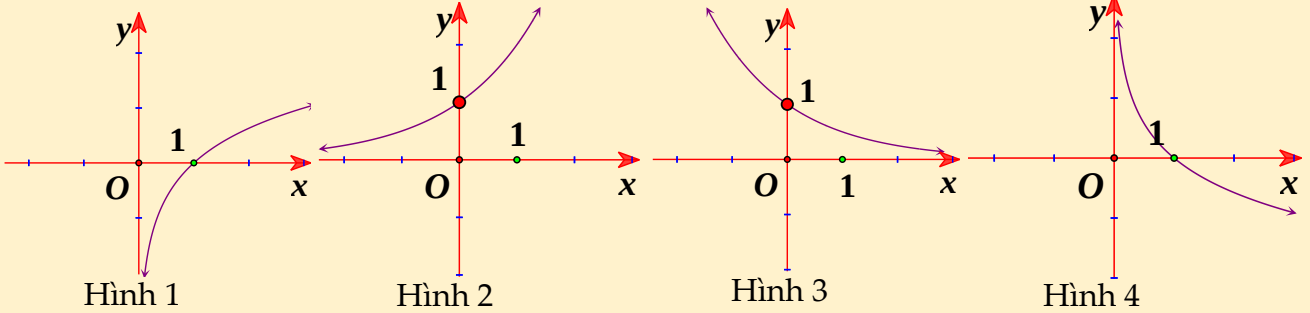
$$(4) \quad y = (6 - \sqrt{5})^x$$

[illegible]



Ví dụ 2.3.

Cho số thực $a \in (0;1)$. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ là đường cong nào dưới đây?



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Dạng 3. Đồ thị hàm số



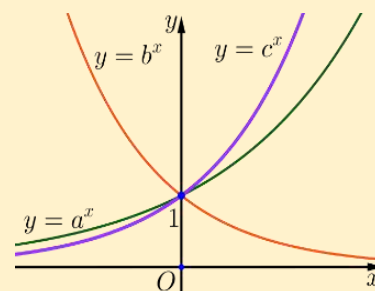
Phương pháp

○ Xét $1 \neq a > 0$		Hàm số Mũ $y = a^x$	Hàm số Logarit $y = \log_a x$
Cơ số	> 1	Càng gần Oy cơ số càng lớn.	Càng gần Ox cơ số càng lớn.
	$0 < a < 1$	Càng gần Oy cơ số càng bé.	Càng gần Ox cơ số càng bé.
Hình minh họa			
Nhận xét		Nằm bên trên Ox. Luôn đi qua điểm $(0; 1)$.	Nằm bên phải Oy. Luôn đi qua điểm $(1; 0)$.
		ĐT $y = a^x$ đối xứng $y = \log_a x$ qua $y = x$ (đường phân giác góc phần tư thứ nhất).	



Ví dụ 3.1.

Cho các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ lần lượt có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hãy so sánh a, b, c .



✎ Lời giải

.....

.....

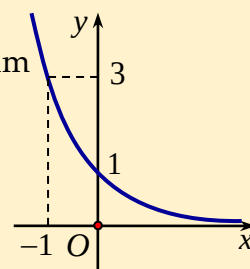
.....

.....



Ví dụ 3.2.

Cho các hàm số $y = (\sqrt{3})^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. Đồ thị hàm số dưới đây là của hàm số nào đã cho?



✎ Lời giải



.....

.....

.....

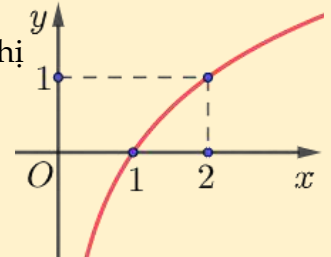
.....

.....



Ví dụ 3.3.

Cho các hàm số $y = \log_2 x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ và $y = 2^x$. Đồ thị hàm số dưới đây là của hàm số nào đã cho?



Lời giải

.....

.....

.....

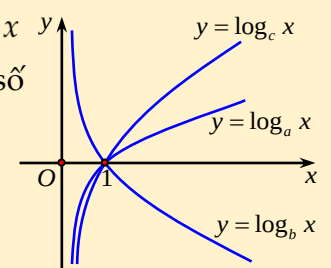
.....

.....



Ví dụ 3.4.

Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. So sánh các số a, b, c .



Lời giải

.....

.....

.....

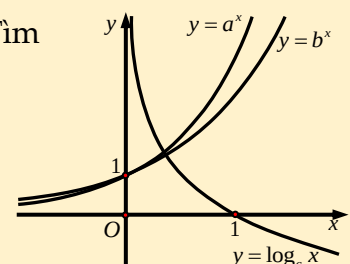
.....

.....



Ví dụ 3.4.

Cho đồ thị hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = \log_c x$ như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của a, b, c .





Lời giải

.....

.....

.....

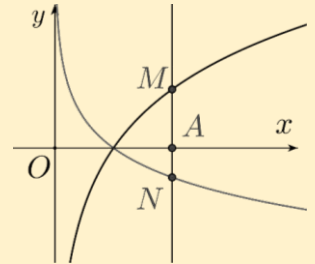
.....

.....



Ví dụ 3.5.

Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào vuông góc với trục hoành mà cắt các đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$, $y = \log_a x$ và trục hoành lần lượt tại M, N và A thì $AM = 2AN$ (hình vẽ bên). Tính giá trị của a .



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ ?

- A. $y = \frac{1}{2^{-x}}$. B. $y = x^{-3}$. C. $y = \ln \sqrt{x}$. D. $y = \frac{1}{3x}$.

» **Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(x+3)$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = [-3; +\infty)$. C. $D = (-3; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

» **Câu 3.** Tìm tập giá trị của hàm số $y = 3^x$ trên đoạn $[-1; 3]$.

- A. $\left(\frac{1}{3}; 27\right)$. B. $\left[\frac{1}{3}; 27\right]$. C. $\left[\frac{1}{3}; 27\right)$. D. $[3; 27)$.

» **Câu 4.** Tìm tập giá trị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ trên đoạn $[1; 3]$.

- A. $\left(\frac{1}{2}; 8\right)$. B. $\left[\frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right]$. C. $\left[\frac{1}{3}; 8\right)$. D. $\left[\frac{1}{8}; 2\right)$.

» **Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

» **Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $[0; +\infty)$.

» **Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

» **Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

» **Câu 9.** Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

- A. 7. B. 8. C. Vô số. D. 9.

» **Câu 10.** Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 11. B. 5. C. 6. D. 10.

» **Câu 11.** Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $\log_3 x^2$ B. $y = \log(x^3)$ C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

» **Câu 12.** Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây sai?

- A. Hàm số $y = \left(\frac{2025}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.



» **Câu 13.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $y = (\sqrt{3})^x$ D. $y = (0,5)^x$

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.
B. Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.
D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

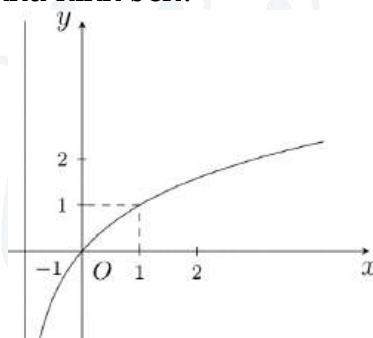
» **Câu 15.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$. C. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$. D. $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

» **Câu 16.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.
B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng với nhau qua trục hoành.
D. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng với nhau qua trục tung.

» **Câu 17.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_2 x + 1$. C. $y = \log_2 (x+1)$. D. $y = \log_3 (x+1)$

» **Câu 18.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$ C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ D. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

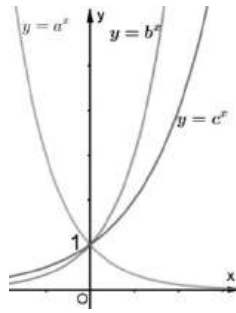
» **Câu 19.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$ B. $y = \log_2 (\sqrt{x} + 1)$ C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

» **Câu 20.** Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3-x)$

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $[0; 3)$.

» **Câu 21.** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

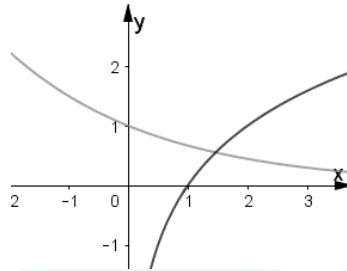
A. $b < c < a$

B. $c < a < b$

C. $a < b < c$

D. $a < c < b$

» Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

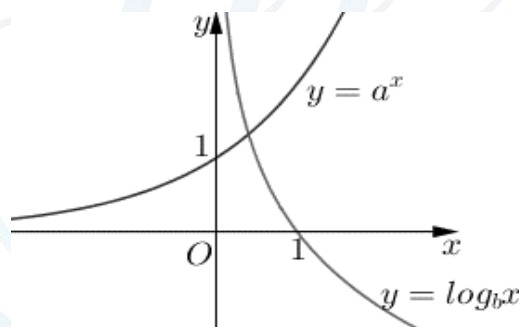
A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$.

B. $0 < a < 1 < b$.

C. $0 < b < 1 < a$.

D. $0 < a < 1, 0 < b < \frac{1}{2}$.

» Câu 23. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

B. $a > 1, b > 1$.

C. $0 < b < 1 < a$.

D. $0 < a < 1 < b$.

» Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m \leq 2$

B. $m > 2$

C. $m \geq 0$

D. $m < 0$

» Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $0 < m < 3$

B. $m < -1$ hoặc $m > 0$

C. $m > 0$

D. $m = 0$

» Câu 26. Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi.

A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

B. $m > 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $m < 2$.



» **Câu 27.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$.

- A. $m \geq -\frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{3}{4}$. C. $m > \frac{3}{4}$. D. $m < -\frac{1}{3}$.

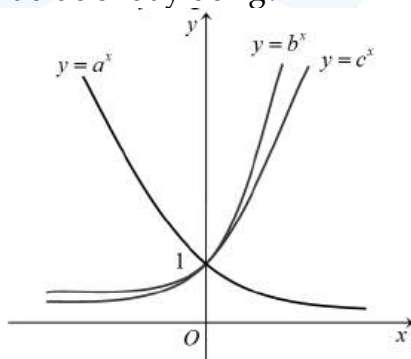
» **Câu 28.** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 102.16.000 đồng B. 102.017.000 đồng C. 102.424.000 đồng D. 102.423.000 đồng

» **Câu 29.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

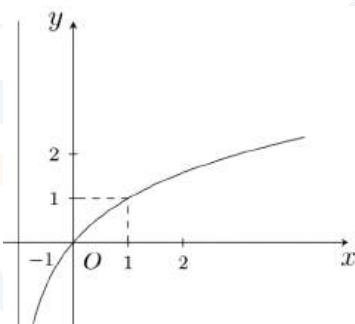
- A. $0 < m < 3$. B. $m > 0$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$. D. $m = 0$

» **Câu 30.** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



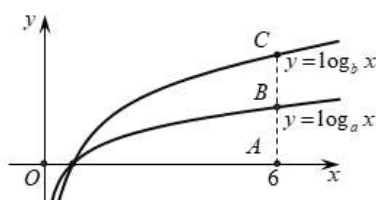
- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$. C. $b < c < a$. D. $c < a < b$.

» **Câu 31.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_2 x + 1$. C. $y = \log_2(x + 1)$. D. $y = \log_3(x + 1)$.

» **Câu 32.** Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.

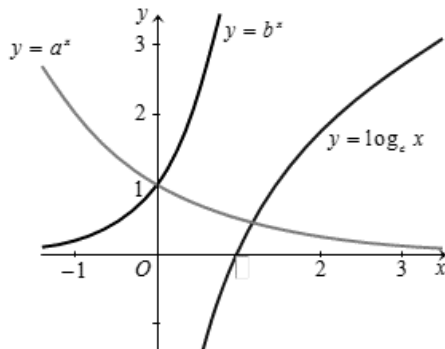




Đường thẳng $x=6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Nếu $AC = AB \log_2 3$ thì

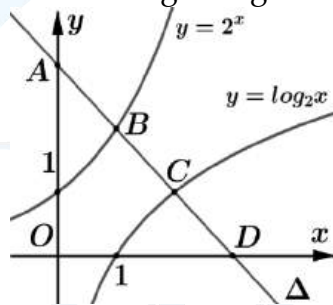
- A. $b^3 = a^2$ B. $b^2 = a^3$ C. $\log_3 b = \log_2 a$ D. $\log_2 b = \log_3 a$

» **Câu 33.** Trong hình vẽ bên có đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



- A. $a < c < b$ B. $c < a < b$ C. $a < b < c$ D. $b < c < a$

» **Câu 34.** Cho hai hàm số $y = 2^x$, $y = \log_2 x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng Δ cắt trục Oy , đồ thị hàm số $y = 2^x$, đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ và trục Ox lần lượt tại A, B, C, D thỏa mãn $AB = BC = CD$. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng Δ như thế?



- A. Vô số đường thẳng Δ . B. 2.
C. 3. D. Không có đường thẳng nào.

» **Câu 35.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(x^2 + 2mx + 3m - 2)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m > 2$. B. $1 < m < 2$. C. $m < 1$. D. $m < -\frac{1}{3}$.

» **Câu 36.** Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024; 2025]$ sao cho hàm số

$y = \ln(-3^x + 3m - 2)$ xác định trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. 2026. B. 2024. C. 2020. D. 2019.

» **Câu 37.** Tìm tập giá trị của hàm số $f(x) = 2 + \log_2 x$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $T = [1; 3]$. B. $T = [0; 2]$. C. $T = [3; 4]$. D. $T = [2; 4]$.

» **Câu 38.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 + 2x + 11) + m$ có giá trị nhỏ nhất bằng 5.

- A. $m = 1$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m > 1$. D. $m = 4$.

» **Câu 39.** Tìm giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_3(x^2 - 2mx + 17)}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.



A. 3.

B. 8.

C. 9.

D. 7.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 40.** Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = a^x$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$		
(b)	Đồ thị hàm số $y = a^x$ đi qua điểm $(0; 1)$.		
(c)	Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0 < a < 1$.		
(d)	Hàm số $y = a^x$ có tập giá trị là $(a; +\infty)$ nếu $x > 1$ và $a > 1$.		

» **Câu 41.** Cho hàm số $y = 2^x$

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$		
(c)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 4)$		
(d)	Đồ thị hàm số $y = 2^x$ đối xứng với đồ thị $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ qua trục tung.		

» **Câu 42.** Cho hàm số $y = \log_4 x$

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$		
(b)	Hàm số có tập giá trị $T = \mathbb{R}$		
(c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$		
(d)	Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3		

» **Câu 43.** Cho các hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ và $y = 2^x$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có hai hàm số mũ.		
(b)	Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ đi qua điểm $M(2; -1)$.		
(c)	Đồ thị hàm số $y = 2^x$ đi qua điểm $N(1; -1)$.		
(d)	Hai đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ cắt nhau tại 1 điểm.		

» **Câu 44.** Cho các hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; $y = 2^x$; $y = \log_{\sqrt{3}} x$; $y = \log_{0,5} x$ và $y = (0,5)^x$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = 2^x$ có tập giá trị là $(0; +\infty)$.		
(b)	Hàm số $y = \log_{\sqrt{3}} x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.		
(c)	Có hai hàm số có tập giá trị là $\mathbb{R}$.		
(d)	Có hai hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$.		



» **Câu 45.** Cho các hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$; $y = \pi^x$; $y = \ln x$; $y = \log_{0,2} x$ và $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$. Các mệnh đề sau

đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.		
(b)	Hàm số $y = \log_{\pi} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.		
(c)	Có ba hàm số nghịch biến trên tập xác định.		
(d)	Có hai hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.		

» **Câu 46.** Cho hàm số $y = \log_3(5x-3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.		
(c)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2; 7)$.		
(d)	Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 2		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 47.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 48.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên khoảng $(2; 3)$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 49.** Trong vật lý, sự phân rã các chất phóng xạ được cho bởi công thức:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kỳ bán rã. Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kỳ bán rã 138 ngày. Giả sử lúc đầu có 100 Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến phần chục).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 50.** Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi



tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức:

$$M(t) = 75 - 20 \ln(t+1), \quad 0 \leq t \leq 12 \text{ (đơn vị: \%)}$$

Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài động vật đã xem?

» Điền đáp số:

» **Câu 51.** Biết hàm số $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{3}} + \log_2(x - 1)$ xác định trên tập $D = (a; b)$ với $a; b$ là các số tự nhiên.

Tính giá trị $S = 2(a + b)$

» Điền đáp số:

» **Câu 52.** Hàm số $y = 2025^{\sqrt{4-x^2}} + \log_2(2x^2 - 5x + 2)$ xác định trên tập D có dạng $\left[-a; \frac{1}{b}\right)$ với $a; b$ là

các số tự nhiên. Tính giá trị $T = (a + b)^2$

» Điền đáp số:

» **Câu 53.** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log_{0,5}(mx^2 - mx + 1)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

» Điền đáp số:

» **Câu 54.** Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A.e^{nr}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

» Điền đáp số:

» **Câu 55.** Trong một phòng thí nghiệm, người ta nuôi một loại vi khuẩn. Lúc đầu có 300 vi khuẩn. Sau một giờ, số vi khuẩn là 705 con. Giả sử số vi khuẩn tăng lên theo công thức tăng trưởng mũ, số vi khuẩn sau x giờ là $f(x) = C \cdot e^{kx}$. Số lượng vi khuẩn có được sau 5 giờ có dạng $\approx 2ab01,1$ con? Với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $T = a - b$. Biết số lượng vi khuẩn có được sau 5 giờ được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

» Điền đáp số:

» **Câu 56.** Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, và nếu các vật xung quanh có nhiệt độ T_s , thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t) = T_s + D_0 \cdot e^{-kt}$ (*), trong đó, k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M .

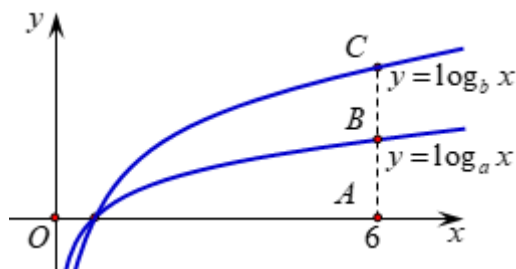
Một con gà tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^\circ F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$. Nếu nhiệt độ của gà tây là $150^\circ F$ sau nửa giờ, thì nhiệt độ của nó sau 60 phút có dạng $120,ab^\circ F$, với $a; b$ là các số tự



nhiên. Tính $M = b - a$. Biết kết quả nhiệt độ của gà tây sau 60 phút được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai.

Điền đáp số:

» Câu 57. Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Đường thẳng $x = 6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biểu thức liên hệ giữa a và b có dạng $b = m^{\log_n a}$, với m, n là các số tự nhiên và biết $AC = AB \log_2 3$. Tính giá trị $T = 2^m + 2^n$

Điền đáp số:

» Câu 58. Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì bắt đầu hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Hỏi sau 6 năm kể từ lúc thực hiện kế hoạch, cô Nga còn lại bao nhiêu tiền trong tài khoản ngân hàng? (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng)

Điền đáp số:

» Câu 59. Cho hàm số $y = \log_3(5x - 3)$. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị của hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB . Khi đó, AB có độ dài bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$ với b là số nguyên tố. Tính $a - b^2$.

Điền đáp số:

» Câu 60. Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là nửa khoảng $[a; b)$, với $(b - a)$ lớn nhất. Tìm $T = b - a$ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

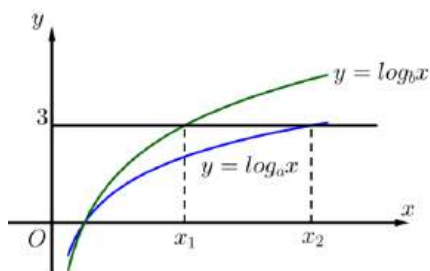
Điền đáp số:

» Câu 61. Gọi a, b là các số thực lớn hơn 1 sao cho biểu thức $T = (\log_{a^2} b)^3 + 6 \log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $P = \log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{ab}$ bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:



» **Câu 62.** Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ x_1, x_2 . Biết $x_2 = 2x_1$, tính $\frac{a^3}{b^3}$?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 63.** Một nguồn âm đẳng hướng phát ra từ điểm O . Mức cường độ âm tại điểm M cách điểm O một khoảng R ($R > 0$) được tính bởi công thức $L_M = \log \frac{k}{R^2}$ (Ben), với $k > 0$ là hằng số.

Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A = 4,3$ (Ben) và $L_B = 5$ (Ben). Mức cường độ âm tại trung điểm của AB tính theo Ben bằng bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

✎ **Điền đáp số:**

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



Chương 06

Bài 4.

PHƯƠNG TRÌNH

& BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT

A

Lý thuyết

1. Phương trình & bất phương trình mũ.



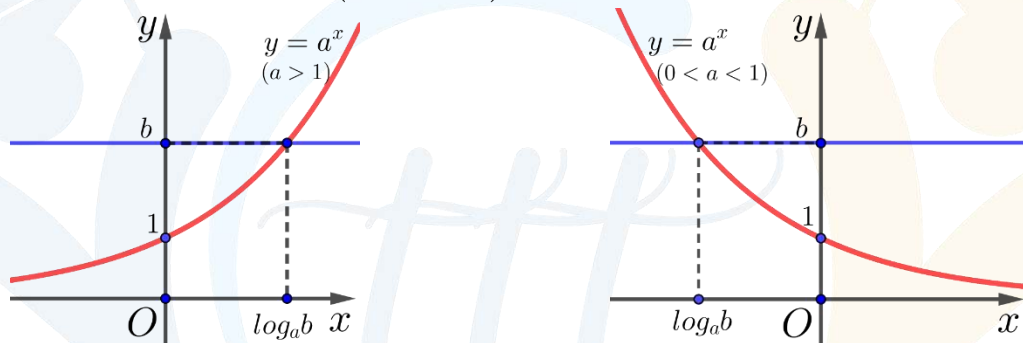
Phương trình mũ cơ bản:

Phương trình mũ cơ bản có dạng: $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Với a và b là các số cho trước.

⌘ *Nghiệm của phương trình mũ cơ bản*

Cho đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) và $y = b$ như hình.



Từ hình vẽ ta thấy với:

- » $b > 0$ đường thẳng $y = b$ cắt đường cong $y = a^x$ tại điểm $(\log_a b; b)$.
- » $b \leq 0$ đường thẳng $y = b$ không cắt đường cong $y = a^x$.

Khi đó phương trình mũ cơ bản có dạng: $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$):

- » Nếu $b > 0$ thì phương trình có một nghiệm duy nhất.
- » Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Chú ý

(1) Nếu $b = a^m$ thì ta có $a^x = a^m \Leftrightarrow x = m$.

(2) Tổng quát hơn $a^{u(x)} = a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$



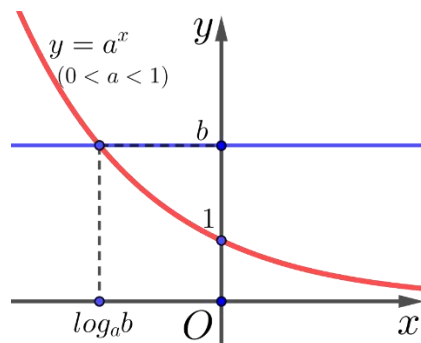
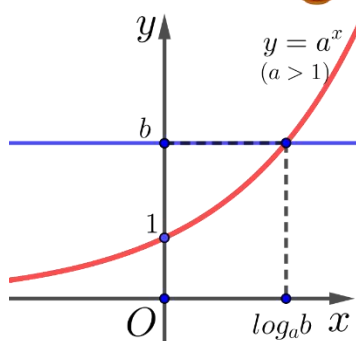
Bất phương trình mũ cơ bản:

Bất phương trình mũ cơ bản: $a^x > b$ hoặc $a^x < 0; a^x \geq b; a^x \leq b$, với $a > 0, a \neq 1$.

Với a và b là các số cho trước.

⌘ *Nghiệm của phương trình mũ cơ bản*

Cho đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) và $y = b$ như hình.



Từ hình vẽ ta thấy với:

Xét bất phương trình $a^x > b$ (*).

Nghiệm của (*) là hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đường thẳng $y = b$. Từ hình vẽ ta nhận được:

- » Nếu $b \leq 0$ thì $\forall x \in \mathbb{R}$ đều là nghiệm của (*).
- » Nếu $b > 0$ thì
 - Với $a > 1$: nghiệm của (*) là $x > \log_a b$.
 - Với $0 < a < 1$: nghiệm của (*) là $x < \log_a b$.

Chú ý

(1) Nếu $a > 1$: $a^{u(x)} > a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) > v(x)$.

(2) Nếu $0 < a < 1$: $a^{u(x)} > a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) < v(x)$.

TOÁN TỪ TÂM



2. Phương trình & bất phương trình logarit.



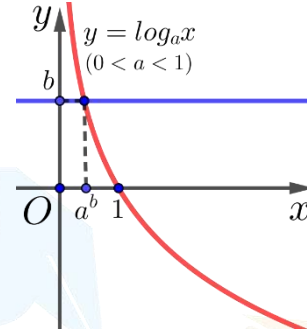
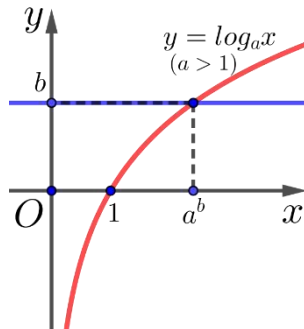
Phương trình logarit cơ bản:

Phương trình logarit cơ bản có dạng: $\log_a x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Với a và b là các số cho trước.

⌘ *Nghiệm của phương trình logarit cơ bản*

Cho đồ thị của hai hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) và $y = b$ như hình.



Từ hình vẽ ta thấy với:

- » $b > 0$ đường thẳng $y = b$ cắt đường cong $y = \log_a x$ tại điểm $(a^b; b)$.
- » $b \leq 0$ đường thẳng $y = b$ cắt đường cong $y = \log_a x$ tại điểm $(a^b; b)$.

Khi đó phương trình logarit cơ bản có dạng: $\log_a x = b$ ($a > 0, a \neq 1$) luôn có nghiệm duy nhất.



Chú ý

(1) Tổng quát $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow u(x) = v(x)$

(2) Lưu ý để giải phương trình logarit trước hết đặt điều kiện $\begin{cases} u(x) > 0 \\ v(x) > 0 \end{cases}$.

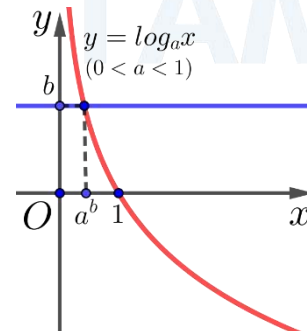
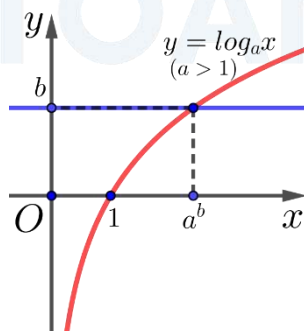


Bất phương trình logarit cơ bản:

Bất phương trình logarit cơ bản: $\log_a x > b$ hoặc $\log_a x < 0; \log_a x \geq b; \log_a x \leq b$, với $a > 0, a \neq 1$.

Với a và b là các số cho trước.

Cho đồ thị của hai hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) và $y = b$ như hình.



Từ hình vẽ ta thấy với:

Xét bất phương trình $\log_a x > b$ (*).



Điều kiện $x > 0$.

Nghiệm của (*) là hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nằm phía trên đường thẳng $y = b$. Từ hình vẽ ta nhận được:

- Với $a > 1$ nghiệm của (*) là $x > a^b$.
- Với $0 < a < 1$ nghiệm của (*) là $0 < x < a^b$.

Chú ý

(1) Nếu $a > 1$: $\log_a u(x) > \log_a v(x) \Leftrightarrow u(x) > v(x)$.

(2) Nếu $0 < a < 1$: $\log_a u(x) > \log_a v(x) \Leftrightarrow u(x) < v(x)$.



Các dạng bài tập

R



Phương pháp

☑ Giải phương trình mũ cơ bản: $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Khi đó $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$

Lưu ý:

- ⇒ Phương trình vô nghiệm khi $b \leq 0$.



Ví dụ 1.1.

Giải các phương trình sau:

(1) $3^x = 4$

(2) $8^x = 4$

$$(3) \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{4}$$

$$(4) \left(\sqrt{2}\right)^x = 2$$

(5) $4^{x+1} = 25$

$$(6) \quad 4^{x^2-2x} = 1$$

 **Lời giải**



TOÁN TỰ TÂM

☑ Với $a > 0, a \neq 1$: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.



Giải các phương trình sau:

$$(1) \quad 2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$$

$$(2) \quad 2^{(x-1)^2} = 4^x$$

(3) $25^x = 5^{x^2}$

$$(4) \left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x$$

$$(5) \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = (2\sqrt{2})^{x+2}$$

(6) $4^{x^2-2x} = 1$

 **Lời giải**

○ Phương trình $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1, b > 0 \\ f(x) = \log_a b \end{cases}$.



Giải các phương trình sau:

$$(3) \quad 5^{2x+1} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x+2}$$

$$(5) \quad (2 + \sqrt{3})^{-2x} = (2 - \sqrt{3})^{x^2} \quad (6) \quad 2^x \cdot 5^x = 0,2 \cdot (10^{x-1})^5$$

TOÁN TỪ TÂM

○ Biến đổi quy về dạng: $f\left[a^{g(x)}\right]=0(0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t=a^{g(x)} > 0 \\ f(t)=0 \end{cases}$.

○ Thông thường sẽ gặp các cơ số: $\begin{cases} 9^x \longrightarrow t = 3^x \\ 4^x \longrightarrow t = 2^x \\ 25^x \longrightarrow t = 5^x \end{cases} ; t > 0 .$

(1) $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 2 = 0$, khi đặt $t = 2^x$

(2) $2^{2x+1} - 2^{x-1} - 1 = 0$, khi đặt $h = 2^x$

(3) $9^{x+1} - 3^{x+1} - 30 = 0$, khi đặt $u = 3^x$

(4) $5^{2x} - 3.5^{x+2} + 32 = 0$, khi đặt $m = 5^x$

 Lời giải



Giải các phương trình sau:

$$(2) \quad 9^x - 5.3^x + 6 = 0$$

$$(4) \quad 2^{1+2x} + 15 \cdot 2^x - 8 = 0$$

 **Lời giải**

⇒ Phương trình có nghiệm duy nhất.



(6) $\log_2 \sqrt{x^2 + 5} = 3$

 Lời giải

$$\text{✎ Loại 1: } \log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = a^b \end{cases} \quad \text{✎ Loại 2: } \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

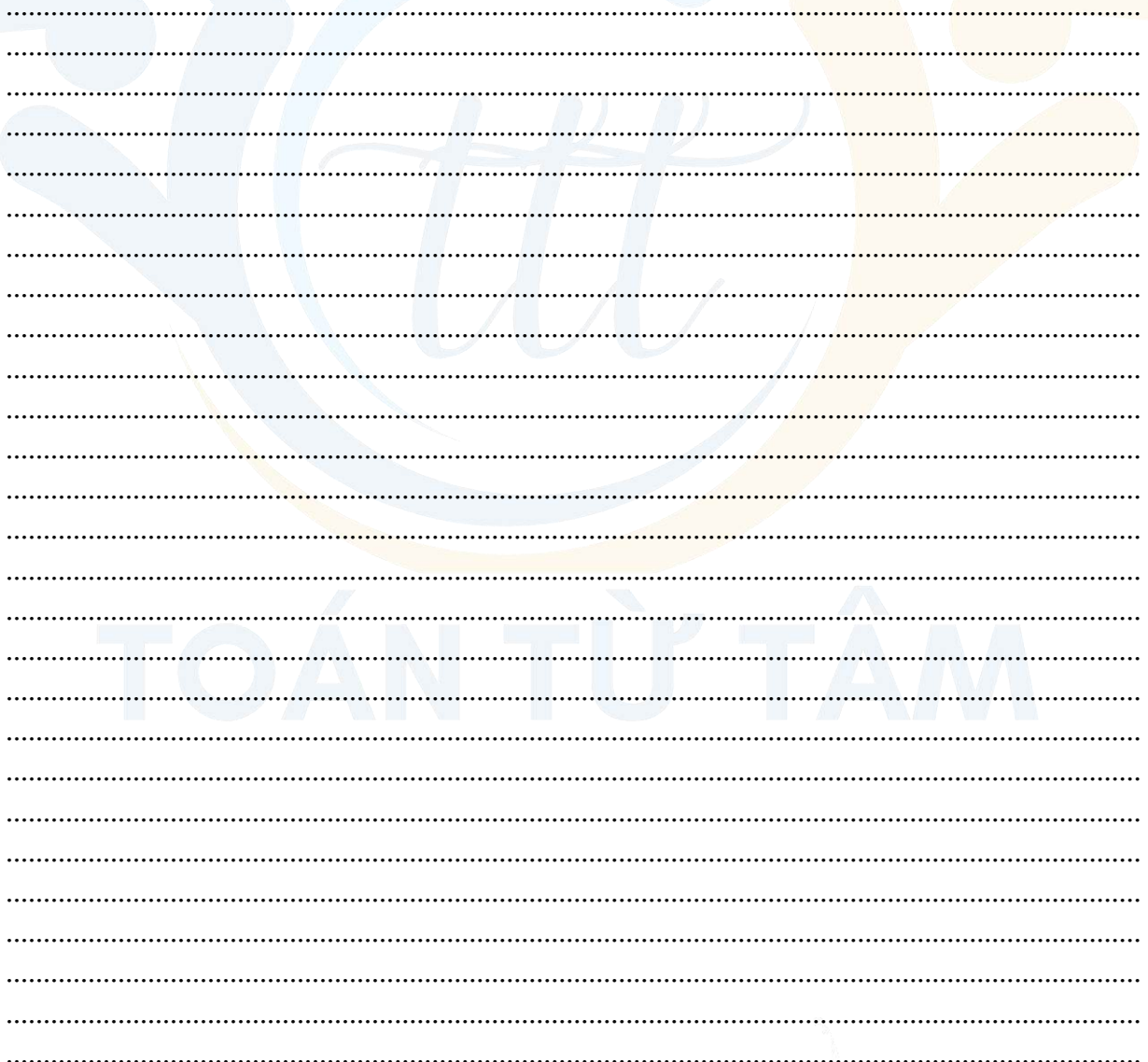
$$(4) \log_3(x+4) + 2\log_9(14-x) = 4$$

 **Lời giải**



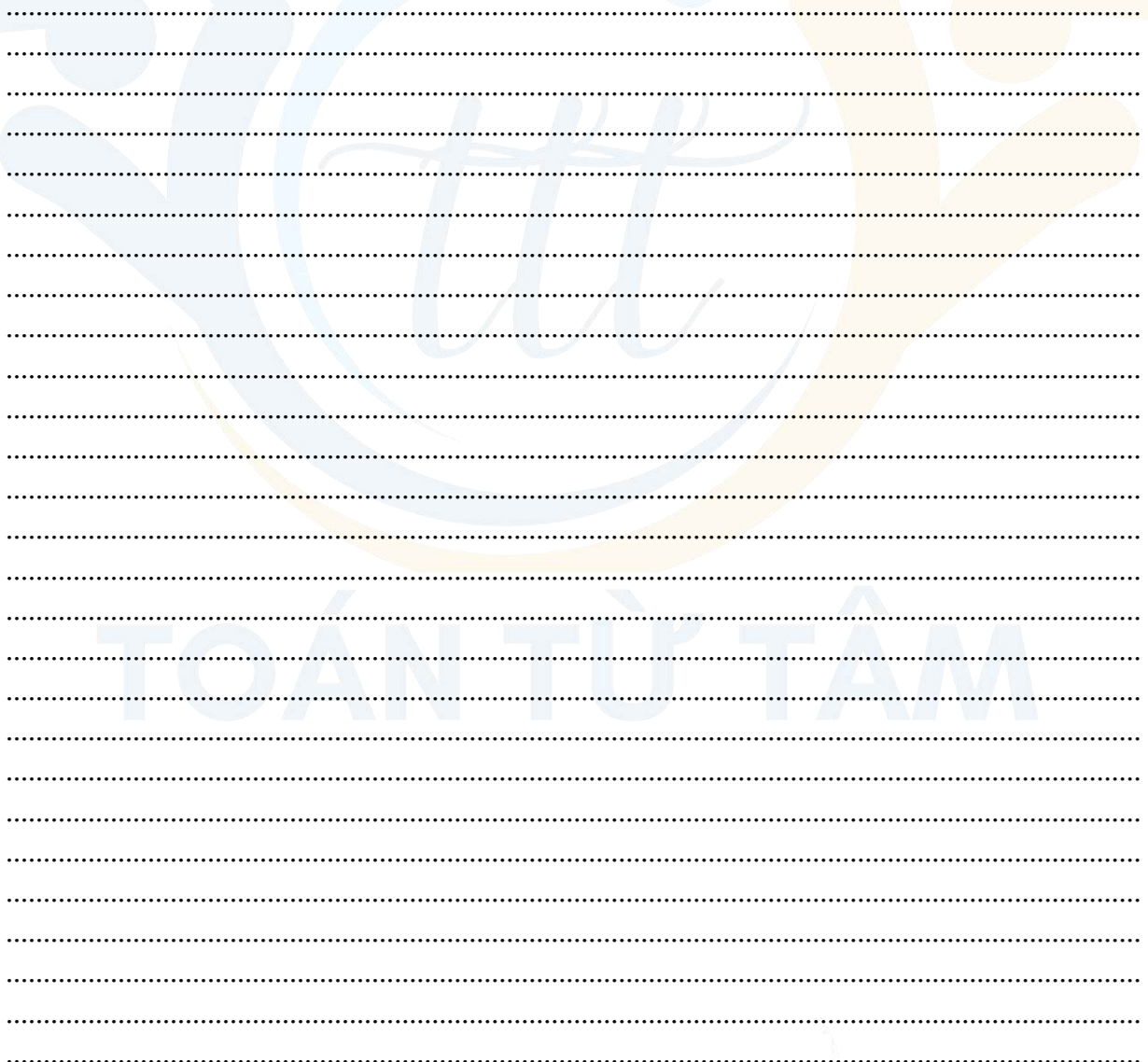
TOÁN TỪ TÂM

phương trình logarit về: $\log_a f(x) = g(x) \ (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = a^{g(x)} \end{cases}$


$$(6) \log_2(4^x + 4) = x - \log_{0,5}(2^{x+1} - 3)$$




○ Biến đổi quy về dạng: $f(\log_a g(x)) = 0 \ (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t = \log_a g(x) \\ f(t) = 0 \end{cases}$.


$$(6) \log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$$




Dạng 01.

$$b \leq 0$$

$$b > 0$$

$$a > 1$$

$$0 < a < 1$$

Dạng 02.

$$b \leq 0$$

$$b > 0$$

$$a > 1$$

$$0 < a < 1$$

(1) $3^x \geq 9$

$$(2) \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4$$

$$(3) \quad 2^{x+2} = \sqrt{2^3}$$

(4) $2^x > 3^{x+1}$

$$(5) \left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$$

(6) $3^{x^2-2x} < 27$

 **Lời giải**

➡ Khi lấy cơ số cần quan tâm cơ số " > 1 " hay " < 1 " để xác định dấu của BPT.


$$(4) \log_3(x^2 - 1)^2 > 2$$

~~Đ~~ **Lời giải**



Dạng 11. Bất phương trình mũ giải bằng các phương pháp



Phương pháp

▣ **Phương pháp đưa về cùng cơ số:**

» Với $a > 1$: $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

» Với $0 < a < 1$: $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.

▣ **Phương pháp dùng logarit hóa:**

» Bất phương trình $a^{f(x)} > b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} > \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x) \cdot \log_a b$

hoặc $\log_b a^{f(x)} > \log_b b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \cdot \log_b a > g(x)$.

Lưu ý: Khi lấy cơ số cần quan tâm cơ số " > 1 " hay " < 1 " để xác định dấu của BPT.

▣ **Phương pháp đặt ẩn phụ cơ bản:**

» Biến đổi quy về dạng: $f[a^{g(x)}] < b \xrightarrow{a>1} \begin{cases} t = a^{g(x)} > 0 \\ f(t) < b \end{cases}$.

» Thông thường sẽ gặp các cơ số: $\begin{cases} 9^x \longrightarrow t = 3^x \\ 4^x \longrightarrow t = 2^x ; t > 0. \\ 25^x \longrightarrow t = 5^x \end{cases}$



Ví dụ 11.1.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $2^{2x-1} - 2^{-2} > 0$

(2) $2^{2(x+5)^2} \geq 4^{1-2x}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 11.2.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $2^{x+1} > 8^{x-1}$

(2) $3^{4^x} \leq 4^{3^x}$

Lời giải

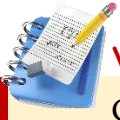
.....

.....

.....

.....

.....



Giải các bất phương trình sau:

(2) $9^x - 5.3^x + 6 < 0$

$$\gg \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \text{ khi } a > 1$$
$$\gg \log_a f(x) > g(x) \xrightarrow{a>1} \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) > a^{g(x)} \end{cases}$$

» Biến đổi quy về dạng: $f(\log_a g(x)) > b \xrightarrow{a>1} \begin{cases} t = \log_a g(x) \\ f(t) > b \end{cases}$.


$$(2) \quad 2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x - 1)$$

 **Lời giải**





Giải các bất phương trình sau:

(2) $\log(3-2x) > 2^{\log_2 \log x}$

 **Lời giải**



Giải các bất phương trình sau:

$$(2) \log_{0,5}^2 x + 2\log_{\sqrt{2}} x < 5$$

 **Lời giải**



TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. 9. B. 6. C. 8. D. $\frac{3}{2}$.

» **Câu 2.** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- A. $\{-3\}$. B. $\{3\}$. C. $\{-3; 3\}$. D. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

» **Câu 3.** Phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$ tương đương với hệ nào sau đây ?

- A. $\begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ 2x+1 = x-1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ \frac{2x+1}{x-1} = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x > 1 \\ \frac{2x+1}{x-1} = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x > 1 \\ 2x+1 = 3(x-1) \end{cases}$.

» **Câu 4.** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = \log_3(x-1)$ là

- A. $S = \emptyset$ B. $S = \{-2\}$ C. $S = \{3\}$ D. $S = \{2\}$

» **Câu 5.** Phương trình $\log_5(x+1) + \log_{\frac{1}{5}}(7-x) = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{1\}$. B. $S = \{0\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$.

» **Câu 6.** Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = 2\log_4(2x+1)$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{0\}$.

» **Câu 7.** Số nghiệm của phương trình $\log_3(3^x + 2) = x+1$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

» **Câu 8.** Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 3$ có dạng $a + \log_b 3$, ($a \in \mathbb{R}, 0 < b \neq 1$). Tính $S = a + b$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

» **Câu 9.** Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 4$. C. $x = 9$. D. $x = 3$.

» **Câu 10.** Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

» **Câu 11.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 8$ bằng

- A. 0. B. -2. C. 2. D. 1.

» **Câu 12.** Phương trình $3^{x-2} = \frac{1}{9}$ có nghiệm

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{19}{9}$.

» **Câu 13.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

- A. 0. B. 5. C. 2. D. 3.



- » **Câu 14.** Tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{5}+2)^{x-1} = (\sqrt{5}-2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là
 A. -2. B. -4. C. 2. D. 4.
- » **Câu 15.** Phương trình $2^x \cdot 5^{x^2-2x} = 1$ có bao nhiêu nghiệm?
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- » **Câu 16.** Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4} = 3^{x-2}$ là
 A. $\log_2 3$. B. $2\log_2 3 - 4$. C. $\log_3 2$. D. 3.
- » **Câu 17.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là
 A. $(-\infty; \log_2 5)$. B. $(\log_2 5; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_5 2)$. D. $(\log_5 2; +\infty)$.
- » **Câu 18.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là
 A. 7. B. 6. C. vô số. D. 8.
- » **Câu 19.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{100x} \geq 4^{200}$ là
 A. $[4; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4]$.
- » **Câu 20.** Giải bất phương trình $(7+4\sqrt{3})^{x-1} < 7-4\sqrt{3}$.
 A. $x > 0$. B. $x < 0$. C. $x > 1$. D. $x < 1$.
- » **Câu 21.** Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
 A. 4. B. 6. C. 3. D. 2.
- » **Câu 22.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 3^{x+2}$.
 A. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$. B. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right]$. C. $\left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \log_{\frac{3}{2}} \frac{9}{2}\right)$.
- » **Câu 23.** Biết phương trình $\log_2(3 \cdot 2^{x+1} - 9) = 2x$ có một nghiệm x_0 . Giá trị của $2^{x_0} - 1$ bằng
 A. 3. B. $2^{\log_3 2} - 1$. C. 2. D. $-\frac{3}{2}$.
- » **Câu 24.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(3x) < \log_{0,5} 5$ là
 A. $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(0; \frac{5}{3}\right)$. D. $\left(0; \frac{3}{5}\right)$.
- » **Câu 25.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x < 0$ là
 A. $(-\infty; 5)$. B. $(0; 5)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 1)$.
- » **Câu 26.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) > 2\log_{\sqrt{2}} 3$ là
 A. $S = (7; +\infty)$. B. $S = (4; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 4)$. D. $S = [4; +\infty)$.
- » **Câu 27.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_4(x+1) \geq 2$ là
 A. $(-1; 15)$. B. $(15; +\infty)$. C. $S = [15; +\infty)$. D. $(-1; 5]$.
- » **Câu 28.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - \log_3 2 \geq 0$ là
 A. $S = (3; 5]$. B. $[5; +\infty)$. C. $(-\infty; 5]$. D. $[3; 5]$.



» **Câu 29.** Cho bất phương trình $\log_{0,2}x - \log_5(x-2) < \log_{0,2}3$. Khi đó tập nghiệm của phương trình là

- A. $(2; 3)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(3; 4]$.

» **Câu 30.** Giải bất phương trình $\log_3 x - \log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 1$ được nghiệm là

- A. $x > 2$. B. $x > 3$. C. $2 < x < 3$. D. $x < -1$.

» **Câu 31.** Bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$. C. $S = \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

» **Câu 32.** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A. $S = [-4; 2]$. B. $S = (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$. D. $S = [-2; 4]$.

» **Câu 33.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

- A. 7. B. 6. C. vô số. D. 8.

» **Câu 34.** Bất phương trình $3^{x^2} \cdot 2^x > 1$ có tập nghiệm là

- A. $S = (-\log_2 3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -\log_2 3) \cup (0; +\infty)$.
C. $S = (0; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 0) \cup (\log_2 3; +\infty)$.

» **Câu 35.** Phương trình $3^{x^2} \cdot 4^{x+1} < \frac{1}{3^x}$ có dạng $S = (a; b)$. Khi đó $T = a \cdot b + a + b$ bằng

- A. $T = 2$. B. $T = -\log_3 4$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 36.** Cho phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$ và phương trình $3^{3x^2-x} = 3^{x+5}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$x=1$ là nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$.		
(b)	Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$ bằng 16.		
(c)	Phương trình $3^{3x^2-x} = 3^{x+5}$ có tích các nghiệm bằng $-\frac{5}{3}$.		
(d)	Hai phương trình đã cho có cùng tập nghiệm.		

» **Câu 37.** Cho phương trình $3^{6x+27} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x^2+3x-3}$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tích hai nghiệm của phương trình $x_1 x_2 = 6$.		
(b)	Giá trị $x_1^2 + x_2^2 = 10$.		
(c)	Phương trình $2^{x^2+x+8} - 4^{1-2x} = 0$ có cùng tập nghiệm với phương trình đã cho.		
(d)	Phương trình $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-x^2-1} + 2(x_1 + x_2) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.		



» **Câu 38.** Cho phương trình $5^x \cdot 3^{x^2} = 1$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	x_1 là nghiệm của phương trình $3^x = 5$.		
(b)	x_2 là nghiệm của phương trình $5^{x^2-2x+3} = 125$.		
(c)	Tích hai nghiệm của phương trình đã cho là số dương.		
(d)	$3^{x_1+x_2} < 1$.		

» **Câu 39.** Cho phương trình $\log_2(x^2 - 5x - 6) = 3$ (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện của phương trình (1) là $-1 < x < 6$.		
(b)	Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.		
(c)	Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 < x_2$ thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 3$.		
(d)	Tổng bình phương các nghiệm của phương trình (1) lớn hơn 53.		

» **Câu 40.** Cho phương trình $2\log_9 x + \log_3(x-8) = 3$ (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện của phương trình (1) là $x > 8$.		
(b)	Phương trình (1) $\Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$.		
(c)	Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.		
(d)	Phương trình (1) có một nghiệm là số chính phương.		

» **Câu 41.** Cho phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện xác định của phương trình là $x > \log_3 7$.		
(b)	Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$		
(c)	Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3(7 - \sqrt{13})$ và $x_2 = \log_3(7 + \sqrt{13})$		
(d)	Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1 + x_2 = 2$		

» **Câu 42.** Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \frac{1}{3^3}$ (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3$.		
(b)	Bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $2x - 1 \leq 3$.		
(c)	Nghiệm của bất phương trình (1) là $x \geq 2$.		
(d)	Tập nghiệm của bất phương trình (1) là $S = (2; +\infty)$.		

» **Câu 43.** Cho bất phương trình $2^x > 64$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----



(a)	Bất phương trình đã cho là bất phương trình logarit.		
(b)	$64 = 2^5$.		
(c)	Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $2^x > 2^6$.		
(d)	Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $x < 6$.		

» Câu 44. Xét phương trình $\log_2(1-x^2) = 2\log_4(2x)$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện của phương trình là $x > 0$		
(b)	Phương trình tương đương: $1-x^2 = 2x$		
(c)	Phương trình có điều kiện là $-1 < x < 1$		
(d)	Phương trình có một nghiệm duy nhất là $x = -1 + \sqrt{2}$		

» Câu 45. Cho phương trình $\log(x-1)^2 = \log(x+1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x > 1$		
(b)	Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ (*)		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3		
(d)	Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó 3 số $x_1; x_2; 6$ tạo thành một cấp số cộng		

» Câu 46. Xét các mệnh đề sau

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình $\log_2(2 \cdot 2^x - 1) = x$ có nghiệm duy nhất $x = x_0$. Giá trị của $P = x_0 + 1$ bằng 1.		
(b)	Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x) = x - 1$ có nghiệm x_0 thuộc khoảng $(2; 4)$.		
(c)	Phương trình $\log_4(2^{\sqrt{x-1}} - 1) = x - 1$ có điều kiện $x > 1$.		
(d)	Phương trình $2^{\log_4(x+3)} = x$ có hai nghiệm phân biệt.		

» Câu 47. Cho bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình có tập xác định $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$		
(b)	Bất phương trình tương đương với $x^2 - x + 1 > 2x - 1$		
(c)	1 và 2 là hai nghiệm của bất phương trình		
(d)	Bất phương trình vô nghiệm		

» Câu 48. Cho hình bất phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x > 3^{\frac{2x}{x+1}}$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^{\frac{x}{2}}$		



(b)	Bất phương trình có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$		
(c)	0 là một nghiệm của bất phương trình trên.		
(d)	Bất phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $x^3 + 3x^2 + 2x < 0$		

» Câu 49. Cho phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 27 \cdot 2^x$, có tập nghiệm là $S = (a; b]$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình tương đương với phương trình $2x = \log_3(3^3 \cdot 2^x)$.		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $(2 - \log_3 2)x = -3$.		
(c)	Phần nguyên của nghiệm là -1 .		
(d)	Phương trình có nghiệm dạng $x = \frac{a}{-b - \log_a b}$ thì $a + b = 5$; với $a > 0, a \in \mathbb{Z}, b > 0, b \in \mathbb{Z}$.		

» Câu 50. Cho bất phương trình $16^{-x^2+1} < \frac{1}{16}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $4^{-2x^2} < 4^{-2}$.		
(b)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $-2x^2 < 4$.		
(c)	$16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ có nghiệm nguyên dương nhỏ nhất là $x = 2$.		
(d)	$16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ có tập nghiệm là $S = (a; b) \cup (c; d)$ thì $b + c = 0$.		

» Câu 51. Cho biểu thức $f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^{x+1} + 3$:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình $f(x) < 0$ có tập nghiệm là $(0; \log_2 3)$.		
(b)	Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; 0) \cup (\log_3 2; +\infty)$.		
(c)	Bất phương trình $f(x) < 0$ có đúng một nghiệm nguyên dương.		
(d)	Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là -1 .		

» Câu 52. Cho bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}} (9-x)$ Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện xác định của bất phương trình $0 < x < 9$.		
(b)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $2x < 9 - x$.		
(c)	Tập nghiệm bất phương trình là $(3; 9)$.		
(d)	Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.		

» Câu 53. Áp suất khí quyển p (tính bằng kilopascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức sau: $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7} \Leftrightarrow P = 100 \cdot e^{-\frac{h}{7}}$ (theo



britannica.com). Tính áp suất khí quyển ở độ cao 4km ; 10km . (Làm tròn số đến hàng phần chục)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Áp suất khí quyển ở độ cao 4km là $55,5(\text{kPa})$		
(b)	Áp suất khí quyển ở độ cao 10km là $24,0(\text{kPa})$		
(c)	Áp suất khí quyển ở độ cao 14km là $12,5(\text{kPa})$		
(d)	Áp suất khí quyển ở độ cao 50km là $0,8(\text{kPa})$		

» Câu 54. Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x + 6) \leq -2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập nghiệm của bất phương trình trên là một nửa khoảng.		
(b)	Bất phương trình trên xác định trên $\mathbb{R}$.		
(c)	Có đúng 3 số nguyên không thuộc tập nghiệm của bất phương trình trên.		
(d)	Bất phương trình trên tương đương với $\log_3(x^2 - 2x + 6) \geq 2$.		

» Câu 55. Cho bất phương trình $\log(x - 40) + \log(60 - x) < 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Gọi $D = (a; b)$ là tập xác định của bất phương trình trên thì $b - a = 20$.		
(b)	Có 19 số nguyên dương thỏa mãn bất phương trình trên.		
(c)	Bất phương trình trên tương đương với $\log[(x - 40)(60 - x)] < 2$.		
(d)	Tập nghiệm của bất phương trình trên chứa 8 số tự nhiên chẵn.		

» Câu 56. Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng mỗi tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu mỗi tháng). Tháng 12 năm 2023 về trước, mẹ đã rút hết tiền hàng tháng. Từ tháng 1 năm 2024, mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1%/tháng vào ngày mùng 1 đầu tháng trên tổng số tiền gốc và lãi có của tháng liền trước đó. Các phát biểu sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng 8080000 đồng.		
(b)	Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.		
(c)	Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).		
(d)	Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.		

» Câu 57. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% mỗi năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung



bình là $r\%$ mỗi năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là:

$$A = P \left(1 - \frac{r}{100} \right)^n. \text{ Các mệnh đề sau đúng hay sai?}$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.		
(b)	Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.		
(c)	Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).		
(d)	Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 58. Bất phương trình $3^{x^2+3} < 81^x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Điền đáp số:

» Câu 59. Bất phương trình $3^{2x-5} > \frac{1}{9}$ có tập nghiệm là $S = \left(\frac{a}{b}; +\infty \right)$ với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, thì giá trị của $a+b$ là

Điền đáp số:

» Câu 60. Tổng hai nghiệm của phương trình $100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18}$ là bao nhiêu?

Điền đáp số:

» Câu 61. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x+6) = \log_2(x+1) + 1$

Điền đáp số:

» Câu 62. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2) \leq 1$ là

Điền đáp số:

» Câu 63. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) - \log_{\frac{1}{3}}x > 1$ là $S = (a; +\infty)$. Giá trị của a là

Điền đáp số:

» Câu 64. Số nghiệm nguyên thuộc $[-2024; 2024]$ của bất phương trình $\log_2(2^x + 1) > 2 + x$ là

Điền đáp số:

» Câu 65. Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right)$ biết $\log \sin x + \log \cos x = -1$ và $\log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1)$. Giá trị của n là.

Điền đáp số:



» **Câu 66.** Cho bất phương trình $\log_m(x^2 + x + 3) \leq \log_m(2x^2 - x)$ (1). Với m là tham số thực dương khác 1, x là số thực dương và $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình (1). Gọi $S = (a; b]$, $(a, b \in \mathbb{Q})$ là tập nghiệm của bất phương trình thì $2a + 3b$ bằng

» **Điền đáp số:**

» **Câu 67.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{2}\log_9(x-1)^4 \geq 2\log_9(4x)$ là $S = (a; b] \cup [c; +\infty)$. Tính $T = a + c$?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 68.** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6}$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 69.** Một nhóm các chuyên gia y tế đang nghiên cứu và thử nghiệm độ chính xác của một xét nghiệm COVID-19. Giả sử cứ sau n lần thử nghiệm và điều chỉnh thì tỉ lệ chính xác của bộ xét nghiệm đó tuân theo công thức $S(n) = \frac{1}{1 + 2020 \cdot 10^{-0,01n}}$. Hỏi phải tiến hành ít nhất bao nhiêu lần thử nghiệm và điều chỉnh bộ xét nghiệm để đảm bảo độ chính xác của bộ xét nghiệm đó trên 90%?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 70.** Một ngân hàng X, quy định về số tiền nhận được của khách hàng sau n năm gửi tiền vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n) = A(1 + 8\%)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền ít nhất mà khách hàng phải gửi là bao nhiêu để sau 3 năm khách hàng đó nhận được lớn hơn 850 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng triệu).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 71.** Anh Dũng đem gửi tiết kiệm số tiền là 400 triệu đồng ở hai loại kì hạn khác nhau. Anh gửi 250 triệu đồng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất $x\%$ một quý, số tiền còn lại anh gửi theo kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,25% một tháng. Biết rằng nếu không rút lãi thì số lãi được nhập vào số gốc để tính lãi cho kì hạn tiếp theo. Sau 1 năm số tiền cả gốc lẫn lãi của anh là 416780000 đồng. Tính x (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 72.** Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f(t) = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

» **Điền đáp số:**



» **Câu 73.** Biết rằng mức cường độ âm (đo bằng dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, trong đó

I là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} (W/m^2)$. Âm thanh trên một tuyến đường giao thông có mức cường độ âm thay đổi từ $70dB$ đến $85dB$, khi đó cường độ âm thay đổi trong đoạn $[10^m; 10^n]$ (trong đó m, n là các số thập phân). Tính giá trị $m - n$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 74.** Bác Hà gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi kép 6%/năm. Biết rằng lãi kép là hình thức gửi tiền, nếu đến kỳ hạn người gửi không rút tiền lãi thì số tiền lãi sẽ được cộng dồn vào tiền vốn cho kỳ tiếp theo. Hãy tính số tiền cả gốc lẫn lãi bác Hà nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 75.** Anh Việt có 200 triệu đồng gửi ngân hàng kỳ hạn là 1 năm với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kỳ này được nhập vào vốn để tính lãi cho kỳ sau. Hỏi anh Việt phải gửi ít nhất bao nhiêu năm thì số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được là trên 500 triệu đồng (biết rằng anh Việt không rút trước tiền trong suốt thời gian gửi).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 76.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$, t là thời gian tăng trưởng). Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 150 con và sau 5 giờ có 400 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng t bằng bao nhiêu? (Thời gian tính theo giờ, lấy gần đúng đến hàng phần trăm).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 77.** Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm $2^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm $5^\circ C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t^\circ C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$ trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 25%?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 78.** Theo một bài báo được công bố trên tạp chí Nature, trung bình làm cha ở tuổi 30 sẽ có 55 đột biến cho con cái của mình. Đột biến này tăng theo độ tuổi. Cứ tăng 1 tuổi, số lượng đột biến sẽ tăng thêm 12% so với số lượng đột biến trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì số lượng đột biến đạt đến 15800.

» **Điền đáp số:**



» **Câu 79.** Để ước tính dân số người ta sử dụng công thức $A_N = Ae^{rN}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, A_N là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam ở các năm 2014 và 2024 lần lượt là 85,9 và 96,2 triệu người. Hỏi ở năm nào dân số nước ta sẽ vượt qua ngưỡng 120 triệu người?

✎ **Điền đáp số:**

» **Câu 80.** Sau khi uống rượu và điều khiển xe ô tô trên đường, ông A bị xử phạt số tiền là 40 triệu đồng và phải hoàn thành nộp phạt trong thời hạn 10 ngày kể từ ngày vi phạm. Theo *Thông tư số 18/2023/TT-BTC ngày 21/3/2023* của Bộ Tài chính, cứ mỗi ngày chậm nộp phạt, cá nhân phải nộp thêm 0,05% trên tổng số tiền phạt chưa nộp của ngày hôm trước. Để số tiền phải nộp thêm do chậm nộp phạt không nhiều hơn 200000 đồng thì ngày muộn nhất ông A đến nộp phạt là ngày thứ bao nhiêu kể từ ngày vi phạm?

✎ **Điền đáp số:**

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



Chương 06

Bài 1.

PHÉP TÍNH LŨY THỪA

A

Lý thuyết

1. Lũy thừa với số mũ nguyên.



Định nghĩa:

Cho n là một số nguyên dương. Ta định nghĩa:

- Với a là số thực tùy ý: $a^n = a.a...a$ (n thừa số a).
- Với a là số thực khác 0: $a^0 = 1$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- Trong biểu thức a^m , a gọi là cơ số, m gọi là số mũ.

⌘ Lũy thừa với số mũ nguyên có các tính chất như lũy thừa với số mũ nguyên dương. Với $a \neq 0$; $b \neq 0$ và m, n là các số nguyên, ta có:

$$\textcircled{1} a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \textcircled{2} \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \textcircled{3} (ab)^m = a^m \cdot b^m \quad \textcircled{4} \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad \textcircled{5} \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$



Chú ý

- 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.
- Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.

2. Căn bậc n .



Định nghĩa:

Cho số thực b và số nguyên dương $n \geq 2$.

- Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$
- Ta có các tính chất sau (với điều kiện các căn thức đều có nghĩa):

$$\textcircled{1} \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{ khi } n \not\div 2 \\ |a| & \text{ khi } n \div 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\textcircled{4} \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\textcircled{3} \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \forall a, \forall b \neq 0$$

$$\textcircled{5} \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$



Chú ý

n lẻ	$b \in \mathbb{R}$	♦ Có duy nhất một căn bậc n của b , ký hiệu $\sqrt[n]{b}$.
n chẵn	$b < 0$	♦ Không tồn tại căn bậc n của b
	$b = 0$	♦ Có một căn bậc n của b là 0
	$b > 0$	♦ Có hai bậc n của a là hai số đối nhau, ♦ Căn có giá trị dương ký hiệu là $\sqrt[n]{b}$, căn có giá trị âm ký hiệu là $-\sqrt[n]{b}$.

☞ Nếu n chẵn thì $\sqrt[n]{b}$ có nghĩa chỉ khi $b \geq 0$.

☞ Nếu n lẻ thì $\sqrt[n]{b}$ luôn có nghĩa với mọi số thực b .

3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ



Định nghĩa:

Cho số thực $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$.

Lũy thừa của a với số mũ r , kí hiệu là a^r , được xác định bởi $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

4. Lũy thừa với số mũ thực:



Định nghĩa:

Giới hạn của dãy số (a^{r_n}) gọi là lũy thừa của số thực dương a với số mũ α .

☞ **Kí hiệu:** $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n}$ với $\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n$.



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính giá trị biểu thức



Phương pháp

- ☑ Sử dụng phối hợp linh hoạt các tính chất của lũy thừa.
- ☑ Chọn $a; b$ là các số thực dương và $\alpha; \beta$ là các số thực tùy ý, ta có:

① $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$

② $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$

③ $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}$

④ $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$

⑤ $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$

⑥ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-\alpha} = \left(\frac{b}{a}\right)^\alpha$



Ví dụ 1.1.

Đưa các biểu thức sau về dạng lũy thừa

(1) $\sqrt{a}\sqrt{a} \ (a > 0)$

(2) $\frac{\sqrt{2}\sqrt[3]{4}}{16^{0,75}}$

(3) $\sqrt[5]{\frac{b}{a}}\sqrt[3]{\frac{a}{b}} \ (a, b > 0).$

Lời giải

(1) $\sqrt{a}\sqrt{a} = \left(a \cdot a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{4}}.$

(2) $\frac{\sqrt{2}\sqrt[3]{4}}{16^{0,75}} = \frac{\left[2 \cdot (2^2)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}}}{(2^4)^{\frac{3}{4}}} = \frac{2^{\frac{5}{6}}}{2^3} = 2^{\frac{-13}{6}}.$

(3) $\sqrt[5]{\frac{b}{a}}\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{b^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{1}{5}}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{1}{3}}} = a^{\frac{-2}{15}} \cdot b^{\frac{2}{15}} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{15}}$



Ví dụ 1.2.

Tính giá trị của biểu thức

(1) $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$

(2) $S = 27^{\frac{1}{3}}$

(3) $A = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-1,25}$

Lời giải

(1) Ta có $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{(-32)} = -2.$

(2) Ta có $S = 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3.$

(3) $A = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-1,25} = 27^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{5}{4}} = \sqrt[3]{27^2} + \sqrt[4]{16^5} = \sqrt[3]{3^6} + \sqrt[4]{2^{20}} = 3^2 + 2^5 = 41$



Ví dụ 1.3.

Tính giá trị của biểu thức

$$(1) A = \frac{3^4 \cdot 3^{-2} + 2^5 \cdot 2^{-4}}{2^4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^5 \cdot 3^{-4}}$$

$$(2) B = \frac{3^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + (2^2)^{-3} \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}}{5^{-3} \cdot 25^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{25}\right)^{-1}}$$

Lời giải

$$(1) A = \frac{3^4 \cdot 3^{-2} + 2^5 \cdot 2^{-4}}{2^4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^5 \cdot 3^{-4}} = \frac{3^2 + 2}{2^7 - 2 \cdot 3} = \frac{11}{122}$$

$$(2) B = \frac{3^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + (2^2)^{-3} \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}}{5^{-3} \cdot 25^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{25}\right)^{-1}} = \frac{3^2 + 2^2}{5 + 5^2} = \frac{13}{30}$$



Ví dụ 1.3.

Thực hiện các yêu cầu sau:

$$(1) \text{ Cho } 4^x + 4^{-x} = 7. \text{ Tính giá trị biểu thức } P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}.$$

$$(2) \text{ Cho } 9^x + 9^{-x} = 23. \text{ Khi đó biểu thức } A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{a}{b} \text{ với } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản và } a, b \in \mathbb{Z}. \text{ Tính } a.b.$$

Lời giải

$$(1) \text{ Tính giá trị biểu thức } P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}.$$

$$4^x + 4^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 9 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 3. \text{ Suy ra } P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}} = \frac{5 + 3}{8 - 12} = -2.$$

$$(2) \text{ Biểu thức } A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{a}{b}. \text{ Tính } a.b.$$

$$9^x + 9^{-x} = 23 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x + 3^{-x} = 5 \\ 3^x + 3^{-x} = -5 \end{cases} \text{ vì } 3^x + 3^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên } 3^x + 3^{-x} = 5$$

$$\Rightarrow A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{5 + 5}{1 - 5} = \frac{-5}{2}.$$

Vậy $a.b = -10$.



Dạng 2. Rút gọn biểu thức



Phương pháp

- ☑ Sử dụng phối hợp linh hoạt các tính chất của lũy thừa.
- ☑ Chọn a, b là các số thực dương và α, β là các số thực tùy ý, ta có:

$$\textcircled{1} a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$$

$$\textcircled{2} \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$$

$$\textcircled{3} (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}$$

$$\textcircled{4} (ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

$$\textcircled{6} \left(\frac{a}{b}\right)^{-\alpha} = \left(\frac{b}{a}\right)^\alpha$$



Ví dụ 2.1.

Rút gọn các biểu thức:

$$\textcircled{1} P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} \text{ với } a > 0$$

$$\textcircled{2} Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a} \text{ với } a > 0$$

$$\textcircled{3} K = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}, \text{ với } x > 0$$

$$\textcircled{4} M = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} \text{ với } x > 0$$

Lời giải

$$\textcircled{1} P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}} \cdot a^{-\sqrt{2}+1} = a^{\sqrt{2}-\sqrt{2}+1} = a. \quad \textcircled{2} Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{7}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{3}-\frac{1}{3}} = a^2.$$

$$\textcircled{3} K = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{4}}} = x^{\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{4}}{1}} = x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}. \quad \textcircled{4} M = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}.$$



Ví dụ 2.2.

Thực hiện các yêu cầu sau:

$\textcircled{1}$ Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

$\textcircled{2}$ Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

Lời giải

$$\textcircled{1} \text{ Ta có } P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{3}{5}+\frac{2}{3}} = a^{\frac{19}{15}}. \quad \textcircled{2} P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \left(x^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{12}}.$$



Dạng 3. So sánh



Phương pháp

- (1) Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.
- (2) Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.



Ví dụ 3.1.

Thực hiện các yêu cầu sau:

- (1) Cho $A = 199^{2023}$; $B = \sqrt{199}^{2024}$. So sánh A , B .
- (2) Sắp theo $A = 3^{4999}$, $B = 11^{4001}$ và $C = 1331^{1000}$ theo thứ tự từ lớn đến bé.

Lời giải

- (1) Cho $A = 199^{2023}$; $B = \sqrt{199}^{2024}$. So sánh A , B .

$$B = \sqrt{199}^{2024} = 199^{\frac{1}{2} \cdot 2024} = 199^{1012}$$

Ta có $199 > 1$ nên $\rightarrow 199^{2023} > 199^{1012} \Rightarrow A > B$. Vậy $A > B$.

- (2) Sắp theo $A = 3^{4999}$, $B = 11^{4001}$ và $C = 1331^{1000}$ theo thứ tự từ lớn đến bé.

$$C = 1331^{1000} = (11^3)^{1000} = 11^{3000}$$

Ta có: $11 > 1$; $11^{4001} > 11^{2000} \Rightarrow B > C$

Lại có: $3^{4999} < 3^{5000} = (3^5)^{1000} = 243^{1000} < 1331^{1000} \Rightarrow A < C$

Vậy $B > C > A$.



Ví dụ 3.1.

Với những giá trị nào của a thì

$$(1) a^e > a^\pi$$

$$(2) (a-1)^2 > (a-1)^{\sqrt{5}}$$

Lời giải

- (1) $a^e > a^\pi$

Điều kiện: $a > 0$

$$\text{Vì } \begin{cases} e < \pi \\ a^e > a^\pi \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 1. \text{ Vậy } 0 < a < 1.$$

- (2) $(a-1)^2 > (a-1)^{\sqrt{5}}$

Điều kiện: $a-1 > 0 \Leftrightarrow a > 1$

$$\text{Vì } \begin{cases} 2 < \sqrt{5} \\ (a-1)^2 > (a-1)^{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow 0 < a-1 < 1 \Leftrightarrow 1 < a < 2. \text{ Vậy } 1 < a < 2.$$



Dạng 4. Bài toán lãi kép



Phương pháp

☑ Số tiền lãi không chỉ tính trên số tiền gốc mà còn tính trên số tiền lãi do tiền gốc đó sinh ra thay đổi theo từng định kỳ.

☑ Công thức: $T_n = T_0(1+r)^n$

✍ Trong đó:

T_n : Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn;

T_0 : Số tiền gửi ban đầu;

n : Số kỳ hạn tính lãi;

r : Lãi suất định kỳ, tính theo %.



Ví dụ 4.1.

Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền bao nhiêu, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

✍ Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép ta có sau đúng 6 tháng, người đó lĩnh được số tiền:

$$\text{Ta có: } A_n = A_0(1+r)^n = 100.000.000 \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^6 = 102.424.128$$



Ví dụ 4.2.

Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

✍ Lời giải

Gọi lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là r . Áp dụng công thức lãi suất kép

$P = a(1+r)^n$ trong đó ta có :

$$243101250 = 200000000(1+r)^4 \Leftrightarrow (1+r)^4 = \frac{243101250}{200000000}$$

$$\Leftrightarrow 1+r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} \Leftrightarrow r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} - 1 \Leftrightarrow r = 0,05.$$



Ví dụ 4.3.

Ông Đại mới xin được việc làm nên gửi tiết kiệm vào ngân hàng với hình thức cứ mỗi đầu tháng đóng vào 5 triệu đồng với lãi suất 0,33%/ tháng. Tính số tiền mà ông Đại thu được từ ngân hàng sau 5 năm.

Lời giải

Với a là số tiền ông Đại đóng vào hàng tháng, $r\%$ lãi suất ông Đại gửi tiết kiệm hàng tháng.

Gọi P_n là số tiền mà ông Đại thu được sau n tháng ($n \geq 1$).

Suy ra

$$P_1 = a.(1+r\%).$$

$$P_2 = (P_1 + a)(1+r\%) = a.(1+r\%)^2 + a.(1+r\%)$$

$$P_3 = (P_2 + a)(1+r\%) = a.(1+r\%)^3 + a.(1+r\%)^2 + a.(1+r\%)$$

.....

$$P_n = (P_{n-1} + a)(1+r\%) = a.(1+r\%)^n + a.(1+r\%)^{n-1} + \dots + a.(1+r\%)$$

Xét cấp số nhân có số hạng đầu là $u_1 = a.(1+r\%)$ và công bội $q = 1+r\%$ thì

$$P_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q}.$$

Vậy số tiền ông Đại nhận được từ ngân hàng sau 5 năm là

$$P_{60} = u_1 \frac{1-q^{60}}{1-q} = 5.(1,0033) \cdot \frac{1-(1,0033)^{60}}{0,0033} \approx 332 \text{ triệu đồng.}$$



Ví dụ 4.4.

Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100 000 000 đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

Lời giải

Gọi m , r , T_n , a lần lượt là số tiền vay ngân hàng, lãi suất hàng tháng, tổng số tiền vay còn lại sau n tháng, số tiền trả đều đặn mỗi tháng.

• Sau khi hết tháng thứ nhất ($n=1$) thì còn lại: $T_1 = m(r+1) - a$.

• Sau khi hết tháng thứ hai ($n=2$) thì còn lại:

$$T_2 = [m(r+1) - a](r+1) - a$$

$$= m(r+1)^2 - a(r+1) - a = m(r+1)^2 - a(r+2) = m(r+1)^2 - \frac{a}{r}[(r+1)^2 - 1].$$



- Sau khi hết tháng thứ ba ($n=3$) thì còn:

$$T_3 = \left[m(r+1)^2 - \frac{a}{r} \left[(r+1)^2 - 1 \right] \right] (r+1) - a = m(r+1)^3 - \frac{a}{r} \left[(r+1)^3 - 1 \right].$$

⋮

- Sau khi hết tháng thứ n thì còn lại: $T_n = m(r+1)^n - \frac{a}{r} \left[(r+1)^n - 1 \right]$

$$\text{Áp dụng công thức trên, ta có } T_n = 0 \Leftrightarrow a = \frac{m(r+1)^n r}{(r+1)^n - 1} = \frac{12 \cdot 10^5 \left(\frac{1,2}{100} + 1 \right)^{60}}{\left(\frac{1,2}{100} + 1 \right)^{60} - 1}.$$



Ví dụ 4.5.

Lãi suất cho vay tại PVcomBank trong tháng 5/2022 rất ưu đãi, ở mức 5%/năm, được áp dụng trong 6 tháng đầu, từ tháng thứ 7 trở đi ấn định mức lãi 12%/năm. Tại ngân hàng này, thời hạn cho vay mua nhà tối đa là 20 năm, mức vay tối đa 85% giá trị tài sản đảm bảo. Một người có khả năng trả cố định hằng tháng là 15 triệu. Giả sử người đó có thể mượn người thân 15% giá trị căn nhà, nếu được sử dụng gói vay ở trên với thời hạn tối đa và mức vay tối đa thì có thể mua được căn nhà có giá trị tối đa khoảng?

Lời giải

Gọi A là số tiền tối đa người này có thể vay, A_i là số tiền nợ sau tháng thứ i .

$r_1 = \frac{5\%}{12}$ là lãi suất/1 tháng, trong 6 tháng đầu

$r_2 = \frac{12\%}{12} = 1\%$ là lãi suất/1 tháng, từ tháng thứ 7 trở đi.

Sau 1 tháng, số tiền gốc và lãi là $A(1+r)$, người đó trả 15 triệu nên còn nợ:

$$A_1 = A(1+r) - 15$$

Sau tháng thứ 2:

$$A_2 = A_1(1+r_1) - 15 = (A(1+r_1) - 15)(1+r_1) - 15 = A(1+r_1)^2 - \frac{15}{r_1} \left[(1+r_1)^2 - 1 \right]$$

$$\text{Sau tháng thứ 3: } A_3 = A(1+r_1)^3 - \frac{15}{r_1} \left[(1+r_1)^3 - 1 \right]$$

.....

$$\text{Sau tháng thứ 6: } A_6 = A(1+r_1)^6 - \frac{15}{r_1} \left[(1+r_1)^6 - 1 \right].$$

$$\text{Sau tháng thứ 7: } A_7 = A_6(1+r_2) - 15$$

$$\text{Sau tháng thứ 8: } A_8 = A_6(1+r_2)^2 - \frac{15}{r_2} \left[(1+r_2)^2 - 1 \right]$$

.....

$$\text{Sau tháng thứ 240: } A_{240} = A_6(1+r_2)^{234} - \frac{15}{r_2} \left[(1+r_2)^{234} - 1 \right]$$



Vì phải trả hết nợ sau 20 năm nên $A_{240} = 0 \Leftrightarrow A_6 = \frac{15[(1+r_2)^{234} - 1]}{(1+r_2)^{234} r_2} \approx 1353,819328$

$$\Rightarrow A = \frac{A_6 + \frac{15}{r_1}[(1+r_1)^6 - 1]}{(1+r_1)^6} \approx 1409,163992.$$

Vậy người này có thể mua được căn nhà có giá trị tối đa là $\frac{A}{85\%} \approx 1657,83999$ triệu đồng
 $\approx 1,65784$ tỷ đồng



Chương 06

Bài 1.

PHÉP TÍNH LŨY THỪA



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho $a, b > 0$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha + a^\beta$. B. $a^\alpha b^\beta = (ab)^{\alpha\beta}$. C. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha+\beta}$.

✎ *Lời giải*

Chọn C

Ta có $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$.

» **Câu 2.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. a^6 . D. $a^{\frac{3}{2}}$.

✎ *Lời giải*

Chọn D

Ta có $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

» **Câu 3.** Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. C. $(10^\alpha)^2 = (100)^\alpha$. D. $(10^\alpha)^2 = (10)^{\alpha^2}$.

✎ *Lời giải*

Chọn D

Theo định nghĩa và các tính chất của lũy thừa, ta thấy A, B, C là các mệnh đề đúng.

Xét mệnh đề D: với $\alpha = 1$, ta có: $(10^1)^2 = 100 \neq (10)^{1^2} = 10$ nên mệnh đề D sai.

» **Câu 4.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. a^6 . D. $a^{\frac{3}{2}}$.

✎ *Lời giải*

Chọn D

Ta có $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

» **Câu 5.** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$ B. $P = x^{\frac{1}{8}}$ C. $P = x^{\frac{2}{9}}$ D. $P = x^2$

✎ *Lời giải*

Chọn A

Ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.



» **Câu 6.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với a là số thực dương khác 1.

A. a^5 .

B. a .

C. a^3 .

D. a^4 .

🔗 *Lời giải*

Chọn A

$$\text{Ta có } P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{5}+1+2-\sqrt{5}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5.$$

» **Câu 7.** Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3} \sqrt{x}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{15}{24}}$.

B. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

C. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

D. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

🔗 *Lời giải*

Chọn A

$$\text{Do: } P = \sqrt[3]{x \sqrt[4]{x^3} x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{x \sqrt[4]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{7}{8}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{15}{8}}} = x^{\frac{15}{24}}.$$

» **Câu 8.** Cho $a < 0, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. $\sqrt[4]{a^4 b^8} = |ab^2|$

B. $\sqrt[4]{a^4 b^8} = |a|b^2$

C. $\sqrt[4]{a^4 b^8} = ab^2$

D. $\sqrt[4]{a^4 b^8} = -ab^2$

🔗 *Lời giải*

Chọn C

Ta có $\sqrt[4]{a^4 b^8} = |ab^2| = -ab^2$ do $ab^2 < 0$ với $a < 0, b > 0$.

» **Câu 9.** Giá trị $\sqrt[3]{2021} \cdot \sqrt[5]{2021}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $2021^{\frac{2}{5}}$.

B. $2021^{\frac{1}{15}}$.

C. $2021^{\frac{8}{15}}$.

D. $2021^{\frac{1}{10}}$

🔗 *Lời giải*

Chọn C

$$\sqrt[3]{2021} \cdot \sqrt[5]{2021} = 2021^{\frac{1}{3}} \cdot 2021^{\frac{1}{5}} = 2021^{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = 2021^{\frac{8}{15}}.$$

» **Câu 10.** Cho $a = \frac{1}{256}$ và $b = \frac{1}{27}$. Tính $A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}}$

A. 23.

B. 89.

C. 145.

D. 26.

🔗 *Lời giải*

Chọn C

Thay $a = \frac{1}{256}$, $b = \frac{1}{27}$ vào $A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}}$ ta được

$$A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}} = \left(\frac{1}{256}\right)^{-\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{4}{3}} = (4^{-4})^{-\frac{3}{4}} + (3^{-3})^{-\frac{4}{3}} = 4^3 + 3^4 = 145.$$

» **Câu 11.** Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$ có giá trị bằng

A. $P = \frac{3}{2}$.

B. $P = -\frac{5}{2}$.

C. $P = 2$.

D. $P = -2$.

🔗 *Lời giải*

Chọn D



$$4^x + 4^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 9 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 3.$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}} = \frac{5 + 3}{8 - 12} = -2.$$

» **Câu 12.** Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$.

. Tích $a.b$ bằng

A. -10.

B. 10.

C. -8.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 9^x + 9^{-x} = 23 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 3^x + 3^{-x} = 5 \text{ vì } 3^x + 3^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{5 + 5}{1 - 5} = \frac{-5}{2}.$$

$$\text{Vậy } a.b = -10.$$

» **Câu 13.** Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

A. 4.

B. 16.

C. $\sqrt{17}$.

D. ± 4 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 4^x + 4^{-x} = 14 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 2^{-x} = 4 \\ 2^x + 2^{-x} = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 4.$$

$$\text{Vậy } P = 4.$$

» **Câu 14.** Biết rằng $a - \frac{1}{a} = 4, a > 0$. Giá trị biểu thức $D = \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot \left(a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{-1}{4}} \right)}$ là một số có dạng $m + \sqrt{n}$ với

m, n là 2 số tự nhiên. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $m + n = 7$

B. $m - n = 7$

C. $2m + n = 7$

D. $m + 2n = 7$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } a - \frac{1}{a} = 4 \Leftrightarrow a^2 - 4a - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + \sqrt{5} \\ a = 2 - \sqrt{5} \end{cases} (L).$$

$$D = \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot \left(a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{-1}{4}} \right)} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a.$$

$$\text{Thay } a = 2 + \sqrt{5} \text{ vào } D \text{ ta được: } D = 2 + \sqrt{5}.$$

» **Câu 15.** Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016}$



- A. $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2016}$ B. $P = 1$ C. $P = 7 - 4\sqrt{3}$ D. $P = 7 + 4\sqrt{3}$

🔍 *Lời giải*

Chọn D

$$P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016} = (7 + 4\sqrt{3}) \cdot [(7 + 4\sqrt{3})(4\sqrt{3} - 7)]^{2016} \\ = (7 + 4\sqrt{3})(-1)^{2016} = 7 + 4\sqrt{3}.$$

» **Câu 16.** Cho số thực dương $a > 0$ và khác 1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$ có kết quả dạng

$m + a^n$ với m, n là 2 số nguyên. Tổng của m và n bằng

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 5

🔍 *Lời giải*

Chọn B

$$\text{Ta có: } P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} (1 - a^2)}{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{7}{12}} (1 - a)} = \frac{a^{\frac{5}{6}} (1 + a)}{a^{\frac{5}{6}}} = 1 + a.$$

$\Rightarrow m = 1; n = 1$. Vậy $m + n = 2$

» **Câu 17.** Nếu $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}}$ thì

- A. $a < 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b < 1$. C. $0 < a < 1; b < 1$ D. $a > 1; 0 < b < 1$.

🔍 *Lời giải*

Chọn D

Ta có: $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$, lại có $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}} \Rightarrow a > 1$.

Ta có: $\sqrt{3} < \sqrt{5}$, lại có $b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}} \Rightarrow 0 < b < 1$.

» **Câu 18.** Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$. B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. D. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.

🔍 *Lời giải*

Chọn C

Vì $a > 1$ nên $a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

» **Câu 19.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

- A. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$. B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.
C. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$. D. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

🔍 *Lời giải*

Chọn A



A. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$. Cùng cơ số, $0 < \sqrt{3}-1 < 1$, hàm nghịch biến, số mũ lớn hơn nên bé hơn. **Sai**

B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{2}}$. Cùng cơ số, $2 > 1$, hàm đồng biến, số mũ $(\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2} > (\sqrt{3})^2 = 3$ nên lớn hơn. **Đúng**

C. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$. Cùng cơ số, $0 < \sqrt{2}-1 < 1$, hàm nghịch biến, số mũ bé hơn nên lớn hơn. **Đúng.**

D. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$. Cùng cơ số, $0 < 1-\frac{\sqrt{2}}{2} < 1$, hàm nghịch biến, số mũ lớn hơn nên bé hơn. **Đúng**

» **Câu 20.** Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$. **B.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$. **C.** $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$. **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

» **Lời giải**

Chọn B

Ta có:

$$\left(\frac{3}{7}\right) < \left(\frac{5}{8}\right) \Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}. \text{ Phương án A Sai.}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}. \text{ Phương án B Đúng.}$$

$$3 < 5 \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > 5^{-\sqrt{2}} \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}. \text{ Phương án C Sai.}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100} \Rightarrow (2^{-2})^{-50} < (2)^{100} \Rightarrow 2^{100} < 2^{100}. \text{ Phương án D Sai.}$$

» **Câu 21.** Cho hai số thực dương x và y . Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{x^{\sqrt{5}}}{y^{\sqrt{5}-2}}\right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \left(\frac{x^{-2\sqrt{5}-2}}{y^{-3}}\right)$ được kết quả

có dạng $x^a y^b$ với a, b là 2 số nguyên. Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $5b+a=13$ **B.** $5a+b=12$ **C.** $a+b=3$ **D.** $2a+b=1$

» **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Với } x > 0; y > 0, \text{ ta có } A = \left(\frac{x^{\sqrt{5}}}{y^{\sqrt{5}-2}}\right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \left(\frac{x^{-2\sqrt{5}-2}}{y^{-3}}\right) = \left(\frac{x^{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}}{y^{[(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)]}}\right) \cdot \left(\frac{x^{-2\sqrt{5}-2}}{y^{-3}}\right)$$

$$= \left(\frac{x^{5+2\sqrt{5}}}{y}\right) \cdot \left(\frac{x^{-2\sqrt{5}-2}}{y^{-3}}\right) = \frac{x^{5+2\sqrt{5}-2\sqrt{5}-2}}{y^{1-3}} = x^3 y^2.$$

$$\Rightarrow a=3; b=2. \text{ Vậy } 5b+a=5.2+3=13$$

» **Câu 22.** Biết rằng $2^\alpha = \frac{1}{4}; 3^\alpha = \frac{1}{9}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $6^{-2\alpha} < 6^5$.

B. $6^{-2\alpha} > 6^4$.

C. $6^{-2\alpha} < 6^3$.

D. $6^{-2\alpha} > 6^5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $6^\alpha = (2.3)^\alpha = 2^\alpha . 3^\alpha = \frac{1}{4} . \frac{1}{9} = \frac{1}{36} \Rightarrow 6^{-\alpha} = 36 \Rightarrow 6^{-2\alpha} = 36^2 = 6^4$.

Vậy $6^{-2\alpha} > 6^4$ và $6^{-2\alpha} < 6^3$ là sai.

Mà $6^{-2\alpha} = 6^4 < 6^5$ nên A đúng.

» **Câu 23.** Biết rằng $10^\alpha = 2$; $10^\beta = 5$. Tính $10^{\alpha+\beta} + 10^{\alpha-\beta}$.

A. 10.

B. $\frac{52}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{5}{52}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $10^{\alpha+\beta} = 10^\alpha . 10^\beta = 2.5 = 10$ và $10^{\alpha-\beta} = \frac{10^\alpha}{10^\beta} = \frac{2}{5}$. Vậy $10^{\alpha+\beta} + 10^{\alpha-\beta} = \frac{52}{5}$.

» **Câu 24.** Cho a, b là các số thực thỏa mãn $3.2^a + 2^b = 7\sqrt{2}$ và $5.2^a - 2^b = 9\sqrt{2}$. Tính $S = 2^{a+b} + 2^{a-b}$.

A. $6\sqrt{2}$.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} 3.2^a + 2^b = 7\sqrt{2} \\ 5.2^a - 2^b = 9\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow 8.2^a = 16\sqrt{2} \Rightarrow 2^a = 2\sqrt{2}$.

Mà $2^b = 7\sqrt{2} - 3.2^a \Rightarrow 2^b = 7\sqrt{2} - 3.2\sqrt{2} \Rightarrow 2^b = \sqrt{2}$

Xét $2^a . 2^b = 2^{a+b} \Rightarrow 2^{a+b} = 2\sqrt{2} . \sqrt{2} \Rightarrow 2^{a+b} = 4$.

Mặt khác $\frac{2^a}{2^b} = 2^{a-b} \Rightarrow 2^{a-b} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$.

Vậy $S = 2^{a+b} + 2^{a-b} = 4 + 2 = 6$.

» **Câu 25.** Anh An gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lĩnh về được 61758000đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

A. 0,8 %

B. 0,6 %

C. 0,7 %

D. 0,5 %

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $A_n = A_0(1+r)^n$ với n là số kỳ hạn, A_0 là số tiền ban đầu, A_n là số tiền có được sau n kỳ hạn, r là lãi suất.

Suy ra $A_9 = A_0(1+r)^9 \Rightarrow r = \sqrt[9]{\frac{A_9}{A_0}} - 1 = 0,7\%$.

» **Câu 26.** Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 8,4% một năm theo hình thức lãi kép. Ông gửi được đúng 3 kỳ hạn thì ngân hàng thay đổi lãi suất, ông gửi tiếp 12 tháng nữa với kỳ hạn như cũ và lãi suất trong thời gian này là 12% một năm thì ông rút tiền về. Số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là:

A. 62255910 đồng.

B. 59895767 đồng.

C. 59993756 đồng.

D. 63545193 đồng.

Lời giải



Chọn B

Đợt I, ông An gửi số tiền $P_0 = 50$ triệu, lãi suất $8,4\%/năm$ tức là $2,1\%$ mỗi kỳ hạn.

Số tiền cả gốc và lãi ông thu được sau 3 kỳ hạn là: $P_3 = 50000000 \cdot (1.021)^3$.

Đợt II, do ông không rút ra nên số tiền P_3 được xem là số tiền gửi ban đầu của đợt II, lãi suất đợt II là 3% mỗi kỳ hạn. Ông gửi tiếp 12 tháng bằng 4 kỳ hạn nên số tiền thu được cuối cùng là:

$$P = P_3 (1.03)^4 = 50000000 \cdot (1.021)^3 \cdot (1.03)^4 \approx 59895767 \text{ đồng.}$$

» **Câu 27.** Một học sinh A khi 15 tuổi được hưởng tài sản thừa kế 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng B với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi 18 tuổi. Biết rằng khi 18 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 231 525 000 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng B là bao nhiêu?

- A. $8\%/năm$. B. $7\%/năm$. C. $6\%/năm$. D. $5\%/năm$.

» *Lời giải*

Chọn D

Ta có: số tiền nhận được của gốc và lãi là: $200\,000\,000(1+r)^3 = 231\,525\,000$

$$\Leftrightarrow r = 5\%/năm$$

» **Câu 28.** Ông Anh gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được là bao nhiêu?

- A. 231,815. B. 197,201. C. 217,695. D. 190,271.

» *Lời giải*

Chọn C

Số tiền ông An nhận được sau 5 năm đầu là: $60(1+8\%)^5 = 88,160$

Số tiền ông An nhận được sau 10 năm là:

$$(88,16 + 60)(1+8\%)^5 = 217,695.$$

» **Câu 29.** Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền anh Nam nhận được là bao nhiêu?

- A. 218,64 triệu đồng. B. 208,25 triệu đồng.
C. 210,45 triệu đồng. D. 209,25 triệu đồng.

» *Lời giải*

Chọn A

- Số tiền anh Nam nhận được sau 6 tháng là:

$$T_1 = 100(1+3\%/0)^2 = 106,09 \text{ triệu đồng.}$$

- Số tiền anh Nam nhận được sau một năm là:

$$T_2 = (106,09 + 100)(1+3\%/0)^2 \approx 218,64 \text{ triệu đồng.}$$

» **Câu 30.** Ông Tuấn gửi 100 triệu vào ngân hàng với hình thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất 8% . Sau 5 năm ông rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại ông tiếp tục gửi ngân hàng với lãi suất như lần trước. Số tiền lãi ông Tuấn nhận được sau 10 năm gửi gần nhất với giá trị nào dưới đây?



- A. 46,933 triệu. B. 34,480 triệu. C. 81,413 triệu. D. 107,946 triệu.

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Năm năm đầu ông Tuấn có số tiền cả gốc và lãi là $T_1 = 100 \cdot (1 + 0.08)^5 = 146,933$

Sau khi sửa nhà số tiền còn lại gửi vào ngân hàng trong 5 năm thì số tiền cả gốc và lãi là

$$T_2 = \frac{146,932}{2} (1 + 0.08)^5 = 107,946.$$

Số tiền lãi trong 10 năm là $L = (146,933 - 100) + (107,946 - 73,466) = 81,413$.

- » **Câu 31.** Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Dân số Việt Nam năm 2019 là 95,5 triệu người, tỉ lệ tăng dân số hàng năm từ 2009 đến nay là 1,14%. Hỏi dân số Việt Nam năm 2009 gần với số nào nhất trong các số sau?

- A. 94,4 triệu người. B. 85,2 triệu người. C. 86,2 triệu người. D. 83,9 triệu người.

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Áp dụng công thức $S = A \cdot e^{ni}$ trong đó: $S = 95,5$ triệu người, $n = 10$ năm, $i = 1,14\%$

Ta có số dân Việt Nam năm 2009 là: $A = \frac{S}{e^{ni}} = \frac{95,5}{e^{10 \cdot 1,14\%}} \approx 85,2$ triệu người

- » **Câu 32.** Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người?

- A. 109.256.100. B. 108.374.700. C. 107.500.500. D. 108.311.100.

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Lấy năm 2017 làm mốc, ta có $A = 93.671.600$; $n = 2035 - 2017 = 18$

$\Rightarrow$ Dân số Việt Nam vào năm 2035 là $S = 93.671.600 \cdot e^{18 \cdot \frac{0,81}{100}} \approx 108.374.700$

- » **Câu 33.** Ông Chính gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông Chính không rút tiền ra.

- A. 1.686.898.000 VNĐ. B. 743.585.000 VNĐ.
C. 739.163.000 VNĐ. D. 1.335.967.000 VNĐ.

🔍 **Lời giải**

Chọn D

Gọi $a = 200$ triệu; $b = 20$ triệu; $\alpha = 7\%$.

Số tiền sau 1 năm: $a(1 + \alpha)$.

Số tiền sau 2 năm: $a(1 + \alpha)^2 + b(1 + \alpha)$.

Số tiền sau 3 năm: $a(1 + \alpha)^3 + b(1 + \alpha)^2 + b(1 + \alpha)$.

.....



$$\begin{aligned} \text{Số tiền sau 18 năm: } & a(1+\alpha)^{18} + b \left[(1+\alpha)^{17} + (1+\alpha)^{16} + \dots + (1+\alpha) \right] \\ &= a(1+\alpha)^{18} + b \left[(1+\alpha) \cdot \frac{(1+\alpha)^{17} - 1}{\alpha} \right] \end{aligned}$$

Vậy số tiền ông Chính nhận sau 18 năm là: 1.335.967.000 VNĐ.

» **Câu 34.** Tại một xí nghiệp, công thức $P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng. Sau một năm đưa vào sử dụng, giá trị còn lại của máy bằng bao nhiêu phần trăm so với ban đầu?

- A.** 84,3% . **B.** 57,1% . **C.** 39,3% . **D.** 79,4% .

» **Lời giải**

Chọn D

Giá trị của máy khi chưa sử dụng là $P(0) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 500$ (triệu đồng).

Giá trị còn lại của máy sau 1 năm là $P(1) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = 397$ (triệu đồng).

Sau một năm đưa vào sử dụng, giá trị còn lại của máy bằng $\frac{397}{500} \cdot 100\% = 79,4\%$ so với ban đầu.

» **Câu 35.** Giả sử cường độ ánh sáng l dưới mặt biển giảm dần theo độ sâu theo công thức $l = l_0 \cdot a^d$, trong đó l_0 là cường độ ánh sáng tại mặt nước biển, a là một hằng số dương, d là độ sâu tính từ mặt nước biển (tính bằng mét). Biết rằng ở một vùng biển X , cường độ ánh sáng tại độ sâu 1 m bằng 95% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển thì tại độ sâu 15 m ở vùng biển đó, cường độ ánh sáng bằng bao nhiêu phần trăm so với cường độ ánh sáng tại mặt nước biển?

- A.** 45,9% . **B.** 38,1% . **C.** 59,7% . **D.** 46,3% .

» **Lời giải**

Chọn D

Ta có cường độ ánh sáng tại độ sâu 1 m bằng 95% cường độ ánh sáng tại mặt nước biển,

suy ra với $d=1$ thì $l = \frac{95}{100} l_0$. Vậy $\frac{95}{100} l_0 = l_0 \cdot a^1 \Rightarrow a = \frac{19}{20}$.

Tại độ sâu 15 m, suy ra $d=15$ và $a = \frac{19}{20}$.

Ta có $l = l_0 \cdot \left(\frac{19}{20}\right)^{15} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \left(\frac{19}{20}\right)^{15} \approx 0,4633 \approx 46,33\%$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 36.** Cho a, b là các số thực dương.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a^m \cdot b^n = (ab)^{m+n}$		



(b)	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$		
(c)	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$		
(d)	$a^m + a^n = a^{m+n}$		

» **Lời giải**

(a) $a^m \cdot b^n = (ab)^{m+n}$.

» **Chọn SAI.**

(b) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $a^m + a^n = a^{m+n}$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 37.** Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$		
(b)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$		
(c)	$144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$		
(d)	Phép toán $A - B$ thu được kết quả là một số tự nhiên		

» **Lời giải**

(a) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$

Ta có: $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$

$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}} = (3^2 \cdot 3^3)^{\frac{2}{5}} = (3^5)^{\frac{2}{5}} = 3^2 = 9.$

» **Chọn SAI.**

(c) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$

Ta có: $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8.$

» **Chọn SAI.**

(d) Phép toán $A - B$ thu được kết quả là một số tự nhiên

$A = 9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}} = (3^2 \cdot 3^3)^{\frac{2}{5}} = (3^5)^{\frac{2}{5}} = 3^2 = 9$



và $B = 144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$

Khi đó $A - B = 1$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 38.** Cho biểu thức $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ với $x \geq 0$. Vậy:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khi $x = 2$ thì $Q = 7$		
(b)	Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$		
(c)	Phương trình $Q = 3$ có 2 nghiệm dương phân biệt		
(d)	Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố		

» **Lời giải**

Ta có: $Q = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$
 $= \left[(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt[4]{x})^2 \right] (x + 1 - \sqrt{x})$
 $= \left[(x + 2\sqrt{x} + 1) - \sqrt{x} \right] (x + 1 - \sqrt{x}) = (x + 1 + \sqrt{x})(x + 1 - \sqrt{x}) = (x + 1)^2 - (\sqrt{x})^2 = x^2 + x + 1$

Vậy $Q = x^2 + x + 1$

(a) Khi $x = 2$ thì $Q = 7$

Với $x = 2 \Rightarrow Q = 2^2 + 2 + 1 = 7$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình $Q = 0 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$

Khi $Q = 0 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm.

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình $Q = 3$ có 2 nghiệm dương phân biệt

Khi $Q = 3 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

» **Chọn SAI.**

(d) Khi $x = 3$ thì Q là một số nguyên tố

Với $x = 3 \Rightarrow Q = 3^2 + 3 + 1 = 13$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 39.** Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$; $B = -\sqrt[4]{b}$; với $a > 0, b > 0, a \neq b$. Vậy:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b		
(b)	Biểu thức luôn $A > 0$		
(c)	$A = B + \sqrt{a}$		
(d)	$\frac{A-1}{B} = 1 - \frac{1}{B}$		

» **Lời giải**



Ta có:
$$\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$$
$$= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b}$$

(a) Sau khi rút gọn, thì A chỉ chứa biến b

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Biểu thức luôn $A > 0$

Thu gọn $A = -\sqrt[4]{b} < 0 \quad \forall b > 0$

» **Chọn SAI.**

(c) $A = B + \sqrt{a}$

Thu gọn $\begin{cases} A = -\sqrt[4]{b} \\ B = -\sqrt[4]{b} \end{cases} \Rightarrow A = B$

» **Chọn SAI.**

(d) $\frac{A-1}{B} = 1 - \frac{1}{B}$

Do $A = B \Rightarrow \frac{A-1}{B} = \frac{B-1}{B} = \frac{B}{B} - \frac{1}{B} = 1 - \frac{1}{B}$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 40.** Cho biểu thức $A = (\sqrt{2} - 1)^{2x} + (3 + 2\sqrt{2})^x$. Vậy:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$		
(b)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 1$. Thì $A = 2$		
(c)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$		
(d)	Cho $(\sqrt{2} + 1)^x = m^2$. Thì $A = \frac{1+m^6}{m^4}$		

» **Lời giải**

Ta có: $\sqrt{2} - 1 = \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{2} + 1} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$;

Và $3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^2$.

Do đó: $A = \left[(\sqrt{2} + 1)^{-1} \right]^{2x} + \left[(\sqrt{2} + 1)^2 \right]^x$
$$= (\sqrt{2} + 1)^{-2x} + (\sqrt{2} + 1)^{2x} = \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^{-2} + \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^2$$

Vậy $A = \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^{-2} + \left[(\sqrt{2} + 1)^x \right]^2$



(a) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 3$. Thì $A = \frac{82}{9}$

Với $(\sqrt{2}+1)^x = 3 \Rightarrow A = (3)^{-2} + (3)^2 = \frac{82}{9}$

» Chọn ĐÚNG.

(b) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 1$. Thì $A = 2$

Với $(\sqrt{2}+1)^x = 1 \Rightarrow A = (1)^{-2} + (1)^2 = 2$

» Chọn ĐÚNG.

(c) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = 2$. Thì $A = \frac{17}{9}$

Với $(\sqrt{2}+1)^x = 2 \Rightarrow A = (2)^{-2} + (2)^2 = \frac{17}{4}$

» Chọn SAI.

(d) Cho $(\sqrt{2}+1)^x = m^2$. Thì $A = \frac{1+m^6}{m^4}$

Với $(\sqrt{2}+1)^x = m^2 \Rightarrow A = (m^2)^{-2} + (m^2)^2 = m^{-4} + m^2 = \frac{1}{m^4} + m^2 = \frac{1+m^6}{m^4}$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 41. Với x là số thực

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Các số $1^{1,5}$; $(x^2+2)^{-1}$; $\left(\frac{1}{x^2+3}\right)^{-2}$ được viết theo thứ tự tăng dần.		
(b)	Nếu $(x^2+1,5)^a > (x^2+2)^a$ thì $a < 0$.		
(c)	$(x-1)^{-2\sqrt{3}} > (x-1)^{-3\sqrt{2}} \Leftrightarrow x > 2$.		
(d)	$(x^2+2x+4)^{m^2-3} < (x^2+2x+3)^{m^2-3} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{3}$.		

» Lời giải

(a) Các số $1^{1,5}$; $(x^2+2)^{-1}$; $\left(\frac{1}{x^2+3}\right)^{-2}$ được viết theo thứ tự tăng dần.

Ta có $1^{1,5} = 1$;

Vì $x^2+2 \geq 2 > 1$ nên $(x^2+2)^{-1} = \frac{1}{x^2+2} < 1$;

Vì $x^2+3 \geq 3 > 1$ nên $\left(\frac{1}{x^2+3}\right)^{-2} = (x^2+3)^2 > 1$.

Do đó, $(x^2+2)^{-1} < 1 < \left(\frac{1}{x^2+3}\right)^{-2}$

» Chọn SAI.

(b) Nếu $(x^2+1,5)^a > (x^2+2)^a$ thì $a < 0$.

Ta có $1 < x^2+1,5 < x^2+2$. Mà $(x^2+1,5)^a > (x^2+2)^a \Rightarrow a < 0$.



» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $(x-1)^{-2\sqrt{3}} > (x-1)^{-3\sqrt{2}} \Leftrightarrow x > 2.$

Ta có $-2\sqrt{3} > -3\sqrt{2}$ và $(x-1)^{-2\sqrt{3}} > (x-1)^{-3\sqrt{2}} \Leftrightarrow x-1 > 1 \Leftrightarrow x > 2.$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $(x^2 + 2x + 4)^{m^2-3} < (x^2 + 2x + 3)^{m^2-3} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{3}.$

Ta có $x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 \geq 3 > 1$ và $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \geq 2 > 1$

Mặt khác $x^2 + 2x + 4 > x^2 + 2x + 3$ và $(x^2 + 2x + 4)^{m^2-3} < (x^2 + 2x + 3)^{m^2-3}$

$\Rightarrow m^2 - 3 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3}.$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 42.** Tại một xí nghiệp, công thức $P(t) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị còn lại của máy sau 3 năm sử dụng là 250 triệu đồng.		
(b)	Giá trị còn lại của máy sau 4 năm 3 tháng sử dụng gần bằng 180 triệu đồng.		
(c)	Sau 2 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 185 triệu đồng so với giá trị ban đầu.		
(d)	Sau 1 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 20,6% so với giá trị ban đầu của nó.		

» **Lời giải**

(a) Giá trị còn lại của máy sau 3 năm sử dụng là 250 triệu đồng.

Giá trị còn lại của máy sau 3 năm sử dụng là

$$P(3) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{3}} = 250 \text{ (triệu đồng)}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giá trị còn lại của máy sau 4 năm 3 tháng sử dụng gần bằng 180 triệu đồng.

Đổi: 4 năm 3 tháng = 4,25 năm

Giá trị còn lại của máy sau 4 năm 3 tháng sử dụng là

$$P(4,25) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4,25}{3}} \approx 187 \text{ (triệu đồng)}$$

» **Chọn SAI.**

(c) Sau 2 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 185 triệu đồng so với giá trị ban đầu.

Giá trị của máy lúc ban đầu là $P(0) = 500$ (triệu đồng)

Giá trị còn lại của máy sau 2 năm đưa vào sử dụng là

$$P(2) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \approx 315 \text{ (triệu đồng)}$$



Vậy sau 2 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm $500 - 315 = 185$ triệu đồng so với giá trị ban đầu.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Sau 1 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 20,6% so với giá trị ban đầu của nó.

Giá trị của máy lúc ban đầu là $P(0) = 500$ (triệu đồng)

Giá trị còn lại của máy sau 1 năm đưa vào sử dụng là

$$P(1) = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 397 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy sau 1 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm $100\% - \frac{397}{500} \cdot 100 \approx 20,6\%$

so với giá trị ban đầu của nó.

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 43.** Biết biểu thức $P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025} = a - 2\sqrt{c}$ với a, c là số tự nhiên. Tính giá trị a^{c-2} .

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 625**

Ta có: $(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) = 25 - 24 = 1$.

Do đó:

$$P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025} = \left[(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) \right]^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6}) = 5 - 2\sqrt{6}$$

Do đó $a = 5; c = 6 \Rightarrow a^{c-2} = 625$

» **Câu 44.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ ($a > 0, b > 0$) ta thu được kết quả có dạng $-m\sqrt[n]{b}$

với m, n là số tự nhiên. Tính giá trị $m + 2n$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 9**

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \frac{(\sqrt[4]{a})^2 + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a})^2 - (\sqrt[4]{b})^2}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} \\ &= \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} = \sqrt[4]{a} - (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = -\sqrt[4]{b} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow 9 \end{aligned}$$

» **Câu 45.** Rút gọn biểu thức sau: $Q = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ ($a > 0$) ta thu được kết quả có dạng a^m với m là số

tự nhiên. Tính giá trị m

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}} = a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}} = a^3 \\ (a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2} = a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} = a^{-2} \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5 \Rightarrow m = 5.$$



» **Câu 46.** Biết $4^x + 4^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 5**

Đặt $P = 2^x + 2^{-x} \Rightarrow P > 0$.

Ta có $P^2 = (2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 4^{-x} + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 23 + 2 = 25$.

Do đó $P = 5$.

» **Câu 47.** Cho x, y là các số thực dương. Giả sử $\left(\sqrt[5]{x^3} \cdot y^{\frac{2}{5}}\right)^2 = x^a \cdot y^b$ với $a; b$ là số hữu tỷ. Tính $a + b$

Lời giải

✓ **Trả lời: 2**

Ta có: $\left(\sqrt[5]{x^3} \cdot y^{\frac{2}{5}}\right)^2 = \left(x^{\frac{3}{5}} \cdot y^{\frac{2}{5}}\right)^2 = x^{\frac{6}{5}} \cdot y^{\frac{4}{5}} = x^a \cdot y^b \Rightarrow a = \frac{6}{5}, b = \frac{4}{5} \Rightarrow a + b = 2$.

» **Câu 48.** Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{(2\sqrt{2}-3)^{2024} (2\sqrt{2}+3)^{2025}}{(2\sqrt{2}-3)^{-1}}$.

Lời giải

✓ **Trả lời: -1**

Ta có: $T = \frac{(2\sqrt{2}-3)^{2024} (2\sqrt{2}+3)^{2025}}{(2\sqrt{2}-3)^{-1}} = \frac{(2\sqrt{2}-3)^{2024} (2\sqrt{2}+3)^{2024} \cdot (2\sqrt{2}+3)}{-(2\sqrt{2}+3)}$
 $= -\left[(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)\right]^{2024} = -(-1)^{2024} = -1$.

Cách khác: $T = \frac{(2\sqrt{2}-3)^{2024} (2\sqrt{2}+3)^{2025}}{(2\sqrt{2}-3)^{-1}} = (2\sqrt{2}-3)^{2025} (2\sqrt{2}+3)^{2025}$
 $= \left[(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)\right]^{2025} = (-1)^{2025} = -1$.

» **Câu 49.** Biết rằng $3^x = 5$, giá trị của biểu thức $P = 81^x + \sqrt[4]{3^x} \cdot \sqrt[4]{27^x}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

✓ **Trả lời: 630**

Ta có: $P = 81^x + \sqrt[4]{3^x} \cdot \sqrt[4]{27^x} = (3^4)^x + \sqrt[4]{3^x \cdot 27^x} = (3^x)^4 + \sqrt[4]{(3^x)^4} = 5^4 + 5 = 630$.

» **Câu 50.** Rút gọn biểu thức $E = \frac{3^{\sqrt{5}+2} \cdot 3^{1-\sqrt{5}}}{(3^{\sqrt{2}+2})^{\sqrt{2}-2}}$ ta được kết quả là

Lời giải

✓ **Trả lời: 243**

Ta có: $E = \frac{3^{\sqrt{5}+2} \cdot 3^{1-\sqrt{5}}}{(3^{\sqrt{2}+2})^{\sqrt{2}-2}} = \frac{3^3}{3^{-2}} = 3^5 = 243$.

» **Câu 51.** Biết $2^\alpha + 2^{-\alpha} = 5$. Giá trị của biểu thức $P = 4^\alpha + 4^{-\alpha}$ bằng bao nhiêu?



✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 23**

Ta có: $2^\alpha + 2^{-\alpha} = 5 \Rightarrow (2^\alpha + 2^{-\alpha})^2 = 25 \Leftrightarrow 4^\alpha + 4^{-\alpha} + 2.2^\alpha.2^{-\alpha} = 25 \Rightarrow 4^\alpha + 4^{-\alpha} = 25 - 2 = 23$.

» **Câu 52.** Biết $4^x + 25^y = 10$. Giá trị của biểu thức $T = \frac{x+y}{xy}$ bằng bao nhiêu?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Ta có: $4^x = 10 \Rightarrow 10^{\frac{1}{x}} = 4$ và $25^y = 10 \Rightarrow 10^{\frac{1}{y}} = 25$ suy ra $10^{\frac{1}{x}}.10^{\frac{1}{y}} = 4.25 = 100$
 $\Leftrightarrow 10^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = 10^2 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ hay $T = \frac{x+y}{xy} = 2$

» **Câu 53.** Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8% / năm. Số tiền lãi bà Hạnh thu được sau 10 năm có dạng $1a5,8b2$ triệu đồng, với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $T = ab + 1$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 10**

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bà Hạnh thu về là:

$$A(1+r)^n = 100(1+0,08)^{10} \approx 215,892 \text{ triệu đồng.}$$

Suy ra số tiền lãi bà Hạnh thu về sau 10 năm là $215,892 - 100 = 115,892$ triệu đồng.

Do đó, $a=1; b=9 \Rightarrow ab+1=10$

» **Câu 54.** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 con. Hỏi sau bao nhiêu phút, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

Ta có: $s(3) = s(0) \cdot 2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{8} = 78,125$ nghìn con.

Do đó $s(t) = 10$ triệu con = 10000 nghìn con khi:

$$10000 = s(0) \cdot 2^t \Rightarrow 2^t = \frac{10000}{78,125} = 128 = 2^7 \Rightarrow t = 7 \text{ phút.}$$

» **Câu 55.** Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2025) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m - n^2$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

$$\text{Đặt } g(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1+x)^2}}$$

Với $x > 0$ ta có:



$$\begin{aligned} g(x) &= \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1+x)^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + (x+1)^2 + x^2 \cdot (x+1)^2}}{x(x+1)} = \frac{\sqrt{(x^2 + x + 1)^2}}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

Suy ra $g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(2025)$

$$= \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026}\right) = 2026 - \frac{1}{2026}$$

Khi đó $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2025) = e^{g(1)+g(2)+g(3)+\dots+g(2025)} = e^{2026 - \frac{1}{2026}} = e^{\frac{2026^2 - 1}{2026}} = e^{\frac{m}{n}}$.

Do đó $m = 2026^2 - 1, n = 2026$.

Vậy $m - n^2 = 2026^2 - 1 - 2026^2 = -1$.

» **Câu 56.** Biết $10^\alpha = 3; 10^\beta = 7$. Kết quả biểu thức $A = \frac{100^\alpha \cdot 0,001^\beta}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}}$ có dạng $\frac{27}{16a0b}$, với a, b là các số nguyên. Tính giá trị $S = a + b^2$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 57**

$$\begin{aligned} A &= \frac{(10^2)^\alpha \cdot (10^{-3})^\beta}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}} = \frac{10^{2\alpha} \cdot 10^{-3\beta}}{10^{-\alpha} \cdot 10^{2\beta}} = 10^{2\alpha - (-\alpha)} \cdot 10^{-3\beta - 2\beta} \\ &= 10^{3\alpha} \cdot 10^{-5\beta} = (10^\alpha)^3 \cdot (10^\beta)^{-5} = 3^3 \cdot 7^{-5} = \frac{3^3}{7^5} = \frac{27}{16807} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow S = 57 \end{aligned}$$

» **Câu 57.** Biết $9^\alpha = \frac{1}{2}$. Tính $B = (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 - (81^\alpha + 81^{-\alpha})$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 8,25**

$$\begin{aligned} B &= (3^\alpha)^2 + 2 \cdot 3^\alpha \cdot 3^{-\alpha} + (3^{-\alpha})^2 - (9^\alpha)^2 + (9^\alpha)^{-2} \\ &= 3^{2\alpha} + 2 \cdot 3^{\alpha+(-\alpha)} + (3^2)^{-\alpha} - (9^\alpha)^2 + (9^{-\alpha})^2 \\ &= 9^\alpha + 2 \cdot 3^0 + 9^{-\alpha} - (9^\alpha)^2 + (9^\alpha)^{-2} = \frac{1}{2} + 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \frac{33}{4} \end{aligned}$$

» **Câu 58.** Công ty FTK về mua bán xe ô tô đã qua sử dụng, sau khi khảo sát thị trường 6 tháng đã đưa ra công thức chung về giá trị còn lại của ô tô 4 chỗ kể từ khi đưa vào sử dụng (các loại xe 4 chỗ không sử dụng mục đích kinh doanh) được tính $P(t) = A \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{4}}$. Trong đó A là giá tiền ban đầu mua xe, t là số năm kể từ khi đưa vào sử dụng. Giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng có dạng $768.601.abc$, với $a; b; c$ là các số nguyên, tính giá trị $S = a + b + c$?. Biết giá trị mua xe ban đầu là 920 triệu.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

Ta có: $A = 920$ triệu; $t = 2,5$ năm

Vậy giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng là:



$$P(2,5) = 920 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2,5}{4}} = 768.601.304 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \Rightarrow S = 7 \\ c = 4 \end{cases}$$

» **Câu 59.** Số lượng vi khuẩn V trong phòng thí nghiệm tính theo công thức $s(t) = s_0 \cdot 2^t$ trong đó s_0 là số lượng vi khuẩn V lúc đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn có trong t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Sau 9 phút thì số lượng vi khuẩn V có dạng $a \cdot 10^b$ (con), với $a; b$ là các số tự nhiên, tính giá trị $S = a + b$?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 11**

Vì sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con nên: $625000 = s_0 \cdot 2^3$

Số lượng vi khuẩn V sau 9 phút là:

$$s(t) = \frac{625000}{2^3} \cdot 2^9 = 625000 \cdot 2^6 = 4 \cdot 10^7 \text{ (con)} \Rightarrow a = 4; b = 7 \Rightarrow S = 11$$

» **Câu 60.** Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5 m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là $4abc61,161(m^3)$ với $a; b; c$ là số tự nhiên. Tính giá trị $a - b + c$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 8**

Nếu trữ lượng gỗ của khu rừng ban đầu là A thì:

Sau năm thứ nhất, lượng gỗ có được: $A + Ar = A(1+r)$, r là tốc độ tăng trưởng/năm.

Sau năm thứ hai, lượng gỗ có được là $A(1+r) + A(1+r) \cdot r = A(1+r)^2$.

Ta chứng minh được công thức tính lượng gỗ trong khu rừng là $T_n = A(1+r)^n$

Vậy sau 5 năm, lượng gỗ trong khu rừng là:

$$T_5 = 4 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5 = 486661,161(m^3)$$

Do đó, $a = 8; b = 6; c = 6 \rightarrow a - b + c = 8$

----- Hết -----



Chương 06

Bài 2.

PHÉP TÍNH LOGARIT

A

Lý thuyết

1. Khái niệm logarit



Khái niệm

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$.

↪ Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$

↪ Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

↪ $\log_a b$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$



Chú ý

(1) Không có logarit của số 0 và số âm vì $a^\alpha > 0, \forall \alpha$.

(2) $\log_a 1 = 0; \log_a a = 1$

(3) $\log_a a^b = b$

(4) $a^{\log_a b} = b$

2. Tính logarit bằng máy tính cầm tay



Chú ý

(1) Logarit cơ số 10 được gọi là logarit thập phân. Ta viết $\log a$ hoặc $\lg a$ thay $\log_{10} a$.

(2) Logarit cơ số e được gọi là logarit tự nhiên. Ta viết $\ln a$ thay $\log_e a$.

3. Tính chất của phép tính logarit



Tính chất

Với $0 < a \neq 1; b, c > 0; \alpha \in \mathbb{R}$, khi đó:

(1) $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$

(2) $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$

(3) $\log_a b^\alpha = \alpha . \log_a b$

(4) $a^{\log_a b} = b$



Chú ý

Đặc biệt với a, b dương, $a \neq 1$ ta có:

$$(1) \log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$$

$$(2) \log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

4. Công thức đổi cơ số



Cho các số dương a, b, c với $a \neq 1; b \neq 1$. Ta có $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$



Chú ý

Đặc biệt ta có:

$$(1) \log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (b \neq 1)$$

$$(2) \log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b \quad (m \neq 0)$$



Các dạng bài tập

Dạng 1. Tính giá trị biểu thức



Phương pháp

☑ Áp dụng các tính chất – công thức để biến đổi

01

Tính chất

① $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$

② $a^{\log_a b} = b, \log_a (a^\alpha) = \alpha$

③ $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ (Tích – tổng)

④ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ (Thương – hiệu)

Đặc biệt : với $a, b > 0, a \neq 1$ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

02

Công thức “bay”

① $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

② $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$

Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

03

Đổi cơ số

① $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

② $\log_a b = \log_a c \cdot \log_c b$



Ví dụ 1.1.

Cho $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$.

✎ Lời giải

Ta có $a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 4^2} = 4^2 = 16$.



Ví dụ 1.2.

Tính giá trị của biểu thức $A = 2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$.

✎ Lời giải

$$A = \log_2 12^2 + \log_2 5^3 - (\log_2 15 + \log_2 150) = \log_2 12^2 \cdot 5^3 - \log_2 15 \cdot 150 = \log_2 \frac{18000}{2250} = \log_2 8 = 3$$



Ví dụ 1.3.

Cho các số dương a, b và $a \neq 1$

Rút gọn biểu thức $K = \log_a b^2 + 2 \log_{a^2} b^4 + 3 \log_{a^3} b^6 - 4 \log_{a^4} b^8$ ta được

✎ Lời giải

$$K = \log_a b^2 + 2 \log_{a^2} b^4 + 3 \log_{a^3} b^6 - 4 \log_{a^4} b^8 = 2 \log_a b + 4 \log_a b + 6 \log_a b - 8 \log_a b = 4 \log_a b$$



➤ Dạng 2. Biểu diễn logarit



Phương pháp

Ta thực hiện theo các bước sau

- **Bước 01.** Biến đổi các biểu thức logarit phụ thuộc vào tham số a và b .
- **Bước 02.** Đặt các biểu thức logarit của các số nguyên tố là các ẩn x, y, z .
Từ đó ta thu được phương trình hoặc hệ phương trình với các ẩn x, y, z .
Ta tìm các ẩn này theo a, b
- **Bước 03.** Giải hệ tìm được tìm $x, y, z \dots$ theo a, b .
Từ đó tính được biểu thức theo các tham số a, b .

Các công thức nền tảng là $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ và $\frac{1}{\log_a b} = \log_b a$.



Ví dụ 2.1.

Cho $a = \log_2 14$. Biểu diễn $\log_{49} 16$ theo a

✎ Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{49} 16 = \log_{7^2} 2^4 = 2 \log_7 2 = 2 \cdot \frac{1}{\log_2 7} = \frac{2}{\log_2 \left(\frac{14}{2} \right)} = \frac{2}{\log_2 14 - \log_2 2} = \frac{2}{a-1}.$$



Ví dụ 2.2.

Tính $M = \log_4 1250$ theo a biết $a = \log_2 5$.

✎ Lời giải

$$\text{Ta có: } M = \log_4 1250 = \frac{1}{2} \log_2 (5^4 \cdot 2) = \frac{1}{2} (4 \log_2 5 + 1) = \frac{1}{2} + 2a.$$



Ví dụ 2.3.

Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_3 2$. Hãy biểu diễn $\log_6 25$ theo a và b .

✎ Lời giải

$$\log_6 45 = \frac{\log_3 (5 \cdot 3^2)}{\log_3 (2 \cdot 3)} = \frac{\log_3 5 + 2}{\log_3 2 + 1} = \frac{\frac{1}{b} + 2}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{a + 2ab}{ab + b}.$$



Ví dụ 2.4.

Cho $\log_2 6 = a$; $\log_2 7 = b$. Hãy biểu diễn $\log_{18} 42$ theo a và b .

✎ Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{18} 42 = \frac{\log_2 42}{\log_2 18} = \frac{\log_2 (6 \cdot 7)}{\log_2 \left(\frac{36}{2} \right)} = \frac{\log_2 6 + \log_2 7}{\log_2 6^2 - \log_2 2} = \frac{a + b}{2a - 1}.$$



Ví dụ 2.5.

Cho $\log_3 2 = a$ và $\log_3 5$. Tính $\log_{10} 60$ theo a và b .

Lời giải

$$\log_{10} 60 = \frac{\log_3 60}{\log_3 10} = \frac{\log_3 (4 \cdot 3 \cdot 5)}{\log_3 (2 \cdot 5)} = \frac{2\log_3 2 + \log_3 5 + 1}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{2a + b + 1}{a + b}.$$



Ví dụ 2.6.

Cho $a = \log_5 18$ và $b = \log_5 60$. Tính $\log_3 2$ theo a và b

Lời giải

Đầu tiên ta có hệ
$$\begin{cases} a = \log_5 18 = \log_5 2 + 2\log_5 3 \\ b = \log_5 60 = 2\log_5 2 + \log_5 3 + 1 \end{cases}$$

Đặt $x = \log_5 2$ và $y = \log_5 3$ từ đó ta có hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

$$\begin{cases} x + 2y = a \\ 2x + y = b - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_5 2 = \frac{-a + 2b - 2}{3} \\ y = \log_5 3 = \frac{2a - b + 1}{3} \end{cases}.$$

Nên $\log_3 2 = \frac{\log_5 2}{\log_5 3} = \frac{-a + 2b - 2}{2a - b + 1}.$



Dạng 3. Bài toán thực tế



Phương pháp

▪ Bài toán lãi suất

- Lãi kép: Là số tiền lãi được cộng vào gốc để tính lãi trong các kì tiếp theo. Cách này thường được áp dụng trong thực tế.

- Công thức tính: $A_n = A_0(1+r)^n$.

Với:

- ♦ A_0 là số tiền gốc ban đầu.
- ♦ r là lãi suất một kì (tháng, quý, năm,...)
- ♦ n số kì hạn.
- ♦ A_n là số tiền cả vốn và lãi nhận được sau n kì gửi.

📌 Chú ý:

- Lãi suất $r = k\% = \frac{k}{100}$.

- Tiền lãi thu được sau n kỳ là: $A_n - A_0$.

- Lãi kép kì hạn: tính số tiền sau N kì gửi với n kì hạn trong năm là: $A_n = A_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^N$.

- Lãi kép liên tục: Nếu kì tính lãi được chia càng ngày càng nhỏ tức là tính lãi hàng ngày, hàng giờ, hàng phút, hàng giây gọi là lãi kép liên tục

- Số tiền sau t (năm) gửi là $A = A_0 \cdot e^{tr}$.



Ví dụ 3.1.

Gia đình bác An gửi tiết kiệm 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5%/năm. Biết rằng tiền lãi của kì trước được cộng vào gốc tính lãi kì sau (lãi kép).

- (1) Hỏi sau ba năm, gia đình bác nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? Nếu tính theo thể thức lãi kép liên tục thì số tiền cả vốn lẫn lãi của gia đình bác An thu được là bao nhiêu (sau ba năm)?
- (2) Vẫn với 500 triệu đồng, gia đình bác An gửi tiết kiệm với lãi kép 6,5%/năm theo kì hạn 6 tháng. Hỏi để nhận được cả gốc và lãi là 1 tỉ đồng thì gia đình bác An cần gửi bao nhiêu năm?

🔗 Lời giải

(1) Hỏi sau ba năm, gia đình bác nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? Nếu tính theo thể thức lãi kép liên tục thì số tiền cả vốn lẫn lãi của gia đình bác An thu được là bao nhiêu (sau ba năm)?

Ta có:

- ♦ $A_0 = 500$ triệu đồng là số tiền gốc ban đầu.
- ♦ $r = 6,5\% = 0,065$ /năm là lãi suất một kỳ.



- ♦ $n = 3$ (năm) là số kỳ hạn gửi.
- ♦ A_n là số tiền cả vốn và lãi nhận được sau n kỳ gửi.
- ➔ Sau ba năm, gia đình bác An nhận được số tiền cả gốc và lãi là:

$$A_n = A_0(1+r)^n = 500.(1+0,065)^3 \approx 603,975 \text{ triệu đồng.}$$

- ➔ Với thể thức lãi kép liên tục thì số tiền gia đình bác An thu được sau ba năm là:

$$A_n = A_0 e^{tr} = 500.e^{3,0,065} \approx 607,655 \text{ triệu đồng.}$$

(2) Vẫn với 500 triệu đồng, gia đình bác An gửi tiết kiệm với lãi kép 6,5%/năm theo kỳ hạn 6 tháng. Hỏi để nhận được cả gốc và lãi là 1 tỉ đồng thì gia đình bác An cần gửi bao nhiêu năm?

Ta có:

- ♦ $A_0 = 500$ triệu đồng là số tiền gốc ban đầu.
- ♦ $r = 6,5\% = 0,065$ /năm là lãi suất một kỳ.
- ♦ n là số năm cần gửi.
- ♦ $A_n = 1$ tỉ đồng là số tiền cả vốn và lãi nhận được sau n năm gửi.

Do kỳ hạn là 6 tháng, tức là mỗi năm là 2 kỳ tính lãi nên:

Số kỳ gửi là $N = 2n$, lãi suất mỗi kỳ gửi là $\frac{r}{2}$.

$$\text{Khi đó: } A_n = A_0 \left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2n} \Leftrightarrow 1000 = 500 \cdot \left(1 + \frac{0,065}{2}\right)^{2n} \Leftrightarrow 1,0325^{2n} = 2.$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\log_{1,0325} 2}{2} \approx 10,83 \text{ (năm).}$$

Vậy, gia đình bác An cần gửi ít nhất 11 năm để nhận được số tiền như dự định.



Chú ý

Công thức lãi kép theo kỳ hạn chính là công thức lãi kép do chia nhỏ kỳ hạn gửi.

Ta có thể hiểu là lãi suất mỗi năm là r , nếu chia mỗi năm thành m

Kỳ hạn thì số tiền gốc và lãi thu được sau n năm là:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}$$

Với tổng số kỳ gửi là $N = m \cdot n$, lãi suất mỗi kỳ gửi là $\frac{r}{m}$.



Ví dụ 3.2.

Người ta sử dụng công thức $S = A.e^{n \cdot r}$ để dự báo dân số của một quốc gia, trong đó A là số dân của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau n năm và r là tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số của Việt Nam là 78.685.800 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 1,2%, hỏi dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm nào?

Lời giải

Theo công thức tăng trưởng mũ: $S = A.e^{n \cdot r}$



$$\Rightarrow 110\,000\,000 = 78685800 \cdot e^{1,2\% \cdot n} \Leftrightarrow n = \frac{1}{1,2\%} \ln \frac{110\,000\,000}{78685800} \simeq 27,91$$

$\Rightarrow$ Sau 28 năm thì dân số Việt Nam năm nào sau đây đạt 110 triệu người.
Vậy dân số đạt 110 triệu người vào năm 2029



Ví dụ 3.3.

Biết rằng khi độ cao tăng lên thì áp suất không khí sẽ giảm và công thức tính áp suất dựa trên độ cao là $a = 15500(15 - \log p)$, trong đó a là độ cao so với mực nước biển (tính bằng mét) và p là áp suất không khí (tính bằng pascal). Tính áp suất không khí ở đỉnh Everest có độ cao 8850 m so với mực nước biển.

Lời giải

Theo công thức : $a = 15500(15 - \log p)$

$$\Rightarrow 8850 = 15500 \cdot (15 - \log p) \Leftrightarrow 15 - \log p = \frac{177}{310} \Leftrightarrow \log p = \frac{1373}{310} \Leftrightarrow p = 10^{\frac{1373}{310}} \simeq 26855,4$$

Vậy áp suất không khí ở đỉnh Everest gần bằng 26855,4 pascal.



Ví dụ 3.3.

Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu trận động đất này.

Lời giải

Xét trận động đất ở San Francisco, ta có

$$8,3 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 8,3 = \log \frac{A}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A}{A_0} = 10^{8,3} \Leftrightarrow A = A_0 \cdot 10^{8,3}$$

Xét trận động đất khác gần đó, ta có :

$$7,1 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 7,1 = \log \frac{A}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A}{A_0} = 10^{7,1} \Leftrightarrow A = A_0 \cdot 10^{7,1}$$

Từ đó ta tính tỉ lệ : $\frac{A_0 \cdot 10^{8,3}}{A_0 \cdot 10^{7,1}} = 10^{1,2} \simeq 15,8$

Vậy trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp $\simeq 15,8$ trận động đất khác gần đó.



Chương 06

Bài 2.

PHÉP TÍNH LOGARIT



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho $1 \neq a > 0$, $x > 0$, $y > 0$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$.

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x$.

D. $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$.

✎ **Lời giải**

Chọn D

Do $\log_{\sqrt{a}} x = 2 \log_a x$.

» **Câu 2.** Với a, b là các số thực dương tùy ý thoả mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2} (ab^2)$ bằng

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

✎ **Lời giải**

Chọn D

Ta có $\log_{a^2} (ab^2) = \frac{\log_a (ab^2)}{\log_a a^2} = \frac{1 + \log_a b^2}{2} = \frac{1 + 2 \log_a b}{2} = \frac{1 + 2 \cdot 2}{2} = \frac{5}{2}$.

» **Câu 3.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7 (7a)$ bằng

A. $1 - \log_7 a$.

B. $1 + \log_7 a$.

C. $1 + a$.

D. a .

✎ **Lời giải**

Chọn B

$\log_7 (7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$

» **Câu 4.** Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

A. $-4 \log a$.

B. $8 \log a$.

C. $2 \log a$.

D. $-2 \log a$.

✎ **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $4 \log \sqrt{a} = 4 \log a^{\frac{1}{2}} = 2 \log a$.

» **Câu 5.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3} \log_5 a$.

B. $\frac{1}{3} + \log_5 a$.

C. $3 + \log_5 a$.

D. $3 \log_5 a$.

✎ **Lời giải**

Chọn D



$$\log_5 a^3 = 3\log_5 a$$

» **Câu 6.** Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_2 a = \log_a 2$ **B.** $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$ **C.** $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$ **D.** $\log_2 a = -\log_a 2$

✎ **Lời giải**

Chọn C

Áp dụng công thức đổi cơ số.

» **Câu 7.** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- A.** $P = -5 + 3\sqrt{3}$ **B.** $P = -1 + \sqrt{3}$ **C.** $P = -1 - \sqrt{3}$ **D.** $P = -5 - 3\sqrt{3}$

✎ **Lời giải**

Chọn C

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a = 2, b = 2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P = -1 - \sqrt{3}$.

» **Câu 8.** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- A.** 2. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

✎ **Lời giải**

Chọn D

Ta có $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 16 = 4$

» **Câu 9.** Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$ **B.** $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$
C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$ **D.** $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$

✎ **Lời giải**

Chọn D

$$\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{3}{2} \log_{27} x - 3 \log_{27} y = \frac{1}{2} \log_3 x - \log_3 y = \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

» **Câu 10.** Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$ **B.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$ **D.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$



Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 (b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

» **Câu 11.** Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \frac{5}{4}$

B. $I = 0$

C. $I = 4$

D. $I = \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2\log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2\log_{2^{-2}} b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

» **Câu 12.** Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào **đúng**?

A. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

B. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

C. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$.

D. $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_2 \frac{2a^3}{b} = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$$

» **Câu 13.** Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

A. 48.

B. 56.

C. 36.

D. $8\log_2 256$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } M &= \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256 \\ &= \log_2 (2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \dots 2^8) \\ &= \log_2 (2^{1+2+3+\dots+8}) \\ &= (1+2+3+\dots+8) \cdot \log_2 2 \\ &= 1+2+3+\dots+8 = 36 \end{aligned}$$

» **Câu 14.** Tính $P = \log_{a^2} (a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2}$ với $0 < a \neq 1$ và $0 < b \neq 1$.

A. $P = 2$.

B. $P = 1$.

C. $P = \sqrt{3}$.

D. $P = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \log_{a^2} (a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2} = (5 + \log_a b) + 2\log_a \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) - 6 \\ &= 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1. \end{aligned}$$

» **Câu 15.** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ và $b > 0$. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1}$



A. $P = |\log_a b + 1|$. B. $P = |\log_a b - 1|$. C. $P = |\log_a b|$. D. $P = 0$.

✎ *Lời giải*

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2\log b}{\log a} - 1} = \sqrt{[\log_a(ab)]^2 - 2\log_a b - 1} \\ &= \sqrt{(1 + \log_a b)^2 - 2\log_a b - 1} = \sqrt{\log_a^2 b} = |\log_a b|. \end{aligned}$$

» **Câu 16.** Cho a là số thực dương khác 4. Tính $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right)$.

A. $I = 3$. B. $I = \frac{1}{3}$. C. $I = -3$. D. $I = -\frac{1}{3}$.

✎ *Lời giải*

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right) = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a}{4} \right)^3 = 3.$$

» **Câu 17.** Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$. B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.
C. $\log_{a^2}(ab) = 2 + \log_a b$. D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

✎ *Lời giải*

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} (\log_a(ab)) = \frac{1}{2} (\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$$

» **Câu 18.** Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b, a \neq 1, \log_a b = 2$. Tính $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$

A. $T = -\frac{2}{5}$. B. $T = \frac{2}{5}$. C. $T = \frac{2}{3}$. D. $T = -\frac{2}{3}$.

✎ *Lời giải*

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_a b = 2 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}.$$

$$T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{b} + \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{a}.$$

$$= \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}} \frac{\sqrt{a}}{b}} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} \frac{\sqrt{a}}{b}}.$$

$$= \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt[3]{b}} b} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt[3]{a}} b}.$$

$$= \frac{1}{\frac{3}{2} \log_b a - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \log_a b}.$$



$$= \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \cdot 2} = -\frac{2}{3}.$$

» **Câu 19.** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{ab}}(a^3\sqrt{b}) = 3$. Tính $\log_{\sqrt{ab}}(b^3\sqrt{a})$.

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. 3 . D. $-\frac{1}{3}$.

🔗 *Lời giải*

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{ab}}(a^3\sqrt{b}) = 3 &\Leftrightarrow \frac{\log_a(a^3\sqrt{b})}{\log_a\sqrt{ab}} = 3 \Leftrightarrow \frac{\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b}{\frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b)} = 3 \\ &\Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{3 + \log_a b}{1 + \log_a b} = 3 \Leftrightarrow 6 + 2\log_a b = 9 + 9\log_a b \Leftrightarrow \log_a b = -\frac{3}{7}. \\ \log_{\sqrt{ab}}(b^3\sqrt{a}) &= \frac{\log_a(b^3\sqrt{a})}{\log_a\sqrt{ab}} = \frac{\log_a b + \frac{1}{3}\log_a a}{\frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b)} = \frac{-\frac{3}{7} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}(1 - \frac{3}{7})} = -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

» **Câu 20.** Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$
C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$ D. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

🔗 *Lời giải*

Chọn C

Ta có $a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab$.

Lấy log cơ số 10 hai vế ta được:

$$\log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b.$$

$$\text{Hay } \log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b).$$

» **Câu 21.** Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

🔗 *Lời giải*

Chọn D

Theo đề ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 a = \log_8(ab) &\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3}\log_2(ab) \Leftrightarrow 3\log_2 a = \log_2(ab) \\ &\Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2(ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b \end{aligned}$$

» **Câu 22.** Cho $\log_8|x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8|y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

- A. $P = 56$. B. $P = 16$. C. $P = 8$. D. $P = 64$.

🔗 *Lời giải*



Chọn A

Điều kiện: $x, y \neq 0$

Cộng vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 |xy| + \log_4 x^2 y^2 = 12 \Leftrightarrow \log_2 |xy| = 9 \Leftrightarrow |xy| = 512 \quad (1)$$

Trừ vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 \left| \frac{x}{y} \right| + \log_4 \frac{y^2}{x^2} = -2 \Leftrightarrow \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x}{y} \right| = 8 \Leftrightarrow |x| = 8|y|. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $|y| = 8 \Rightarrow |x| = 64 \Leftrightarrow P = 56$.

» **Câu 23.** Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng

A. $\frac{2+a}{3+a}$.

B. $\frac{2+3a}{3+2a}$.

C. $\frac{ab}{a+b}$.

D. $\frac{2+3a}{2+2a}$.

» **Lời giải**

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_{72} 108 = \frac{\log_2 108}{\log_2 72} = \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3^3)}{\log_2 (2^3 \cdot 3^2)} = \frac{2+3\log_2 3}{3+2\log_2 3} = \frac{2+3a}{3+2a}.$$

» **Câu 24.** Cho $\log_{30} 3 = a; \log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b ; $\log_{30} 1350$ bằng

A. $2a+b$

B. $2a+b+1$

C. $2a+b-1$

D. $2a+b-2$

» **Lời giải**

Chọn B

$$\text{Ta có } 1350 = 30.45 = 30.9.5 = 30.3^2.5$$

$$\text{Nên } \log_{30} 1350 = \log_{30} 30.3^2.5 = \log_{30} 30 + \log_{30} 3^2 + \log_{30} 5 = 1 + 2\log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 1 + 2a + b$$

» **Câu 25.** Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a (bc) + \log_b (ac) + 4\log_c (ab)$ đạt giá trị lớn nhất m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m+n$.

A. $m+n=10$.

B. $m+n=\frac{25}{2}$.

C. $m+n=14$.

D. $m+n=12$.

» **Lời giải**

Chọn D

$$\text{Ta có } P = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4\log_c a + 4\log_c b \Leftrightarrow$$

$$P = \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right) + \left(\log_a c + \frac{4}{\log_a c} \right) + \left(\log_b c + \frac{4}{\log_b c} \right) \geq 2 + 4 + 4 = 10 \Rightarrow m = 10.$$

$$\text{Dấu đẳng xảy ra khi } \log_a b = 1, \log_a c = 2, \log_b c = 2 \Rightarrow n = 2.$$

$$\text{Vậy } m+n=12.$$

» **Câu 26.** Chọn mệnh đề Sai?

A. $1+\log_2 2 < \log_3 3$.

B. $\log_2 \sqrt{2} < \log_2 2$.

C. $\log_2 8 > \log_2 4$.

D. $\log_2 \frac{1}{2} > \log_2 \frac{1}{4}$.

» **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Vì } \left. \begin{matrix} 1+\log_2 2 = 1+1 = 2 \\ \log_3 3 = 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 1+\log_2 2 > \log_3 3 \text{ nên } 1+\log_2 2 < \log_3 3 \text{ là khẳng định Sai.}$$



$$\text{Vì } \left. \begin{array}{l} \log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \\ \log_2 2 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_2 \sqrt{2} < \log_2 2 \text{ nên } \log_2 \sqrt{2} < \log_2 2 \text{ là khẳng định Đúng.}$$

$$\text{Vì } \left. \begin{array}{l} \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \\ \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_2 8 > \log_2 4 \text{ nên } \log_2 8 > \log_2 4 \text{ là khẳng định Đúng.}$$

$$\text{Vì } \left. \begin{array}{l} \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1 \\ \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_2 \frac{1}{2} > \log_2 \frac{1}{4} \text{ nên } \log_2 \frac{1}{2} > \log_2 \frac{1}{4} \text{ là khẳng định Đúng.}$$

» **Câu 27.** Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_2 5$. Biểu diễn $\log 60$ theo a, b ?

A. $\log 60 = \frac{a+b+2}{1+b}$. **B.** $\log 60 = \frac{a+b+2}{1+a}$. **C.** $\log 60 = \frac{a+b+1}{1+a}$. **D.** $\log 60 = \frac{a+b+1}{1+b}$.

» **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Ta có } \log 60 = \frac{\log_2 60}{\log_2 10} = \frac{\log_2 (3 \cdot 5 \cdot 4)}{\log_2 (2 \cdot 5)} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5 + 2}{1 + \log_2 5} = \frac{a+b+2}{1+b}.$$

» **Câu 28.** Cho $\log_6 3 = a$, $\log_6 5 = b$. Biểu diễn $\log_{54} 50$ theo a, b ?

A. $\frac{2b-a+1}{2a+1}$. **B.** $\frac{2a-b+1}{2a+1}$. **C.** $\frac{2b+1+a}{2a+1}$. **D.** $\frac{2a+b+1}{2a+1}$.

» **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_{54} 50 = \frac{\log_6 \left(5^2 \cdot \frac{6}{3} \right)}{\log_6 (3^2 \cdot 6)} = \frac{2\log_6 5 + \log_6 6 - \log_6 3}{2\log_6 3 + \log_6 6} = \frac{2b+1-a}{2a+1}.$$

» **Câu 29.** Mức cường độ âm L đo bằng decibel (viết tắt là dB, đọc là đề-xi-ben) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2) được định nghĩa

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}, \text{ trong đó } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \text{ là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có}$$

thể phát hiện được (gọi là ngưỡng nghe). Xác định mức cường độ âm của âm thanh giao thông thành phố đông đúc có cường độ $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$?

A. 90. **B.** 130. **C.** 110. **D.** 150.

» **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Ta có } L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-3}}{10^{-12}} = 10 \log 10^9 = 90 \text{ dB.}$$

Vậy mức cường độ âm của âm thanh $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$ bằng 90 dB.

» **Câu 30.** Độ lớn M của một trận động đất theo thang Richter được tính theo công thức

$$M = \log \frac{A}{A_0}, \text{ trong đó } A \text{ là biên độ lớn nhất ghi được bởi máy đo địa chấn, } A_0 = 1 \text{ (đơn vị}$$

là micro mét, kí hiệu là μm) là biên độ tiêu chuẩn được sử dụng để hiệu chỉnh độ lệch gây ra bởi khoảng cách của máy đo địa chấn so với tâm chấn. Năm 2011 tại Nhật Bản đã xảy ra một trận động đất độ lớn 8,9 độ Richter. Dự đoán tương lai nước Nhật Bản vào



năm 2025 sẽ hứng chịu một trận động đất có biên độ lớn nhất gấp đôi năm 2011, hỏi độ lớn trận động đất là bao nhiêu?

A. 17,8.

B. 10,9.

C. 9,2.

D. 8,6.

» *Lời giải*

Chọn C

Năm 2011, độ lớn là $M = \log \frac{A}{A_0} = 8,9$.

Năm 2025, độ lớn là $M' = \log \frac{2A}{A_0} = \log 2 + \log \frac{A}{A_0} = \log 2 + 8,9 \approx 9,2$.

Vậy độ lớn trận động đất được dự báo vào năm 2025 là 9,2 độ Richter.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 31.** Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log_a 1 = 1$		
(b)	$a^{\log_a b} = b$		
(c)	$\log_a a^m = \frac{1}{m}$		
(d)	$\log_a b^m c^n = m \log_a b + n \log_a c$		

» *Lời giải*

(a) $\log_a 1 = 1$.

$\log_a 1 = 0$

» **Chọn SAI.**

(b) $a^{\log_a b} = b$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $\log_a a^m = \frac{1}{m}$.

$\log_a a^m = m \log_a a = m$.

» **Chọn SAI.**

(d) $\log_a b^m c^n = m \log_a b + n \log_a c$.

$\log_a b^m c^n = \log_a b^m + \log_a c^n = m \log_a b + n \log_a c$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 32.** Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log 8 - \log 27 = 3 \log \frac{2}{3}$		
(b)	$\log_{16} 3 \cdot \log_9 64 \cdot \log_4 27 = \frac{8}{9}$		
(c)	$\log_{\sqrt{2}} 5 + \log_4 \frac{1}{\sqrt{25}} + \log_{\frac{1}{2}} 125 = \frac{-3}{2} \log_2 5$		
(d)	$3 \log_3 \sqrt[3]{7} + \log_{\sqrt[3]{3}} 21 = 4 \log_3 7 + 3$		

» *Lời giải*



(a) $\log 8 - \log 27 = 3 \log \frac{2}{3}$.

$$\log 8 - \log 27 = \log 2^3 - \log 3^3 = 2 \log 2 - 3 \log 3 = 3 \log \frac{2}{3}.$$

» Chọn ĐÚNG.

(b) $\log_{16} 3 \cdot \log_9 64 \cdot \log_4 27 = \frac{8}{9}$.

$$\log_{16} 3 \cdot \log_9 64 \cdot \log_4 27 = \frac{1}{4} \log_2 3 \cdot \frac{6}{2} \log_3 2 \cdot \frac{3}{2} \log_2 3 = \frac{9}{8} \log_2 3.$$

» Chọn SAI.

(c) $\log_{\sqrt{2}} 5 + \log_4 \frac{1}{\sqrt{25}} + \log_{\frac{1}{2}} 125 = \frac{-3}{2} \log_2 5$.

$$\log_{\sqrt{2}} 5 + \log_4 \frac{1}{\sqrt{25}} + \log_{\frac{1}{2}} 125 = 2 \log_2 5 + \frac{1}{2} \cdot (-1) \log_2 5 - 3 \log_2 5 = \frac{-3}{2} \log_2 5.$$

» Chọn ĐÚNG.

(d) $3 \log_3 \sqrt[3]{7} + \log_{\sqrt[3]{3}} 21 = 4 \log_3 7 + 3$.

$$3 \log_3 \sqrt[3]{7} + \log_{\sqrt[3]{3}} 21 = \log_3 7 + 3(\log_3 7 + 1) = 4 \log_3 7 + 3.$$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 33. Cho $a, b, c > 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \frac{3}{4}$		
(b)	$\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 = \frac{1}{6}$		
(c)	Cho $\log 3 = m, \log 7 = n$. Khi đó $\log_3 70 = \frac{n+1}{m}$.		
(d)	Cho $\log_5 2 = m, \log_5 3 = n$. Khi đó $\log_{250} 30 = (m+n+1)(3+m)$.		

» Lời giải

(a) $\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \frac{3}{4}$.

$$\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \log_a \sqrt{a^{\frac{3}{2}}} = \log_a a^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}.$$

» Chọn ĐÚNG.

(b) $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 = \frac{1}{6}$.

$$\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 = 2 \cdot \log_a b \cdot 2 \cdot \log_b c \cdot \frac{3}{2} \cdot \log_c a = 6.$$

» Chọn SAI.

(c) Cho $\log 3 = m, \log 7 = n$. Khi đó $\log_3 70 = \frac{n+1}{m}$.



$$\log_3 70 = \frac{\log 70}{\log 3} = \frac{\log 7 + 1}{\log 3} = \frac{n+1}{m}.$$

» Chọn ĐÚNG.

(d) Cho $\log_5 2 = m, \log_5 3 = n$. Khi đó $\log_{250} 30 = (m+n+1)(3+m)$.

$$\log_{250} 30 = \frac{\log_5 (3 \cdot 2 \cdot 5)}{\log_5 (5^3 \cdot 2)} = \frac{m+n+1}{3+m}.$$

» Chọn SAI.

» Câu 34. Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log_a b < 1 < \log_b a$.		
(b)	$1 < \log_a b < \log_b a$.		
(c)	$\log_b a < \log_a b < 1$.		
(d)	$\log_b a < 1 < \log_a b$.		

» Lời giải

$$\text{Ta có } b > a > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \Leftrightarrow \log_a b > 1 \\ \log_b b > \log_b a \Leftrightarrow 1 > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \log_b a < 1 < \log_a b.$$

(a) $\log_a b < 1 < \log_b a$.

» Chọn SAI.

(b) $1 < \log_a b < \log_b a$.

» Chọn SAI.

(c) $\log_b a < \log_a b < 1$.

» Chọn SAI.

(d) $\log_b a < 1 < \log_a b$.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 35. Công thức $\log x = 11,8 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3 \cdot 10^{34}$ erg.		
(b)	Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $2 \cdot 10^9$ jun.		
(c)	Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.		
(d)	Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$ erg.		

» Lời giải

(a) Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3 \cdot 10^{34}$ erg.

$$\text{Ta có } \log x = 11,8 + 1,5M$$



Với $M = 2$ ta được $\log x = 14,8 \Leftrightarrow x \approx 6,3 \cdot 10^{14}$ erg.

» **Chọn SAI.**

(b) Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $2 \cdot 10^9$ jun.

Với $M = 3$ ta được $\log x = 16,3 \Leftrightarrow x \approx 2 \cdot 10^{16}$ erg = $2 \cdot 10^9$ jun.

» **Chọn ĐÚNG**

(c) Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.

Gọi x_1, x_2 (erg) lần lượt là năng lượng tạo ra của hai trận động đất có độ lớn lần lượt là $M_1 = 5, M_2 = 3$ (độ Richter).

Ta có: $\log x_1 = 11,8 + 1,5M_1; \log x_2 = 11,8 + 1,5M_2$

$$\Rightarrow \log x_1 - \log x_2 = 1,5(M_1 - M_2) \Rightarrow \log \frac{x_1}{x_2} = 3 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = 10^3 = 1000.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$ erg.

$$11,8 + 1,5 \cdot 4 \leq \log x \leq 11,8 + 1,5 \cdot 6 \Rightarrow 17,8 \leq \log x \leq 20,8 \Rightarrow 10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8} \text{ erg.}$$

» **Chọn ĐÚNG**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 36.** Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a (b^2 c^3)$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

$$\text{Ta có: } Q = \log_a (b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13.$$

» **Câu 37.** Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

$$\text{Ta có: } T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \frac{a^{2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \log_a a^{2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{15}} = \log_a a^3 = 3.$$

» **Câu 38.** Với a, b là các số thực dương và a khác 1 ta rút gọn biểu thức $Q = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2 \ln b}{\ln a} - 1}$ thu được kết quả $m |\log_a b^n|$ với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $S = m + 2n$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } Q &= \sqrt{(\log_a a + \log_a b)^2 - 2 \log_a b - 1} \\ &= \sqrt{(1 + \log_a b)^2 - 2 \log_a b - 1} = \sqrt{1 + 2 \log_a b + \log_a^2 b - 2 \log_a b - 1} = \sqrt{\log_a^2 b} = |\log_a b|. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow S = m + 2n = 3$$



» **Câu 39.** Cho $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b ta thu được kết quả dạng $\frac{a}{m + \frac{n.a}{b}}$

với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $S = m - 2n$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

$$\text{Ta có: } \log_6 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 6} = \frac{a}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{a}{1 + \log_2 5 \log_3 5} = \frac{a}{1 + \frac{a}{b}} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow S = m - 2n = -1.$$

» **Câu 40.** Cho $a = \log 2, b = \ln 2$. Biểu diễn $\ln 800$ theo a và b ta thu được kết quả dạng $m.b + \frac{n.b}{a}$ với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $P = m.n$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \ln 800 &= \ln(2^3 \cdot 10^2) = 3\ln 2 + 2\ln 10 = 3\ln 2 + 2\ln 2 \cdot \log_2 10 \\ &= 3\ln 2 + \frac{2\ln 2}{\log 2} = 3b + \frac{2b}{a} \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow P = 6 \end{aligned}$$

» **Câu 41.** Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$. (Làm tròn đến hàng hàng phần mười).

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -0,7**

$$\text{Ta có } P = 2\log_2 x - 3\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x = -\frac{1}{2}\log_2 x = -\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0,7.$$

» **Câu 42.** Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a = 25^b = 10^c$. Tính $T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$\text{Giả sử } 4^a = 25^b = 10^c = t \longrightarrow \begin{cases} a = \log_4 t \\ b = \log_{25} t \\ c = \log_{10} t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } T &= \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \frac{\log_{10} t}{\log_4 t} + \frac{\log_{10} t}{\log_{25} t} = \frac{\log_t 4}{\log_t 10} + \frac{\log_t 25}{\log_t 10} = \log_{10} 4 + \log_{10} 25 \\ &= \log_{10} (4 \cdot 25) = \log_{10} 100 = 2. \end{aligned}$$

» **Câu 43.** Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $A = \log_a (b^2 c^3)$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

$$\text{Ta có: } A = \log_a (b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2\log_a b + 3\log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13$$

» **Câu 44.** Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $ab \neq 1$. Biết rằng

$$\log_a \frac{3}{b} = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1. \text{ Tìm } b \text{ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).}$$



Lời giải

Trả lời: 1,7

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1 \\ &= \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} + 2 \right) \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{\log_a(ab)} \right) \log_b a - 1 \\ &= \frac{\log_a^2 b + 2\log_a b + 1}{\log_a b} \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \log_b a - 1 \\ &= \frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a b} \frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \log_b a - 1 = (\log_a b + 1) \log_a b \log_b a - 1 = \log_a b \\ \log_a \frac{3}{b} = P &\Leftrightarrow \log_a \frac{3}{b} = \log_a b \Leftrightarrow \frac{3}{b} = b \Leftrightarrow b^2 = 3 \Leftrightarrow b = \sqrt{3} \approx 1,7 \end{aligned}$$

» **Câu 45.** Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thỏa mãn $\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a + 2b)$. Rút gọn biểu thức:

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b} \text{ được kết quả bằng bao nhiêu?}$$

Lời giải

Trả lời: 2

Với a, b là các số thực dương khác 1, ta có:

$$\begin{aligned} \ln a + \ln(8b) &= 2\ln(a + 2b) \\ \Leftrightarrow \ln(8ab) &= \ln(a + 2b)^2 \Leftrightarrow 8ab = (a + 2b)^2 \Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 2b. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } P &= \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b} = \log_b(4b) + \log_b(2b) - \log_b 8 \\ &= \log_b \frac{8b^2}{8} = \log_b b^2 = 2. \end{aligned}$$

» **Câu 46.** Với a, b là các số thực dương và thỏa mãn $ab \neq 1$. Ta rút gọn biểu thức $P = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$ thu được kết quả $(2m - 1) \log_a b^n$ với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $S = m - n$

Lời giải

Trả lời: 0

$$\begin{aligned} P &= (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1 \\ &= \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} + 2 \right) \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{\log_a(ab)} \right) \log_b a - 1 \\ &= \frac{\log_a^2 b + 2\log_a b + 1}{\log_a b} \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \log_b a - 1 \\ &= \frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a b} \frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \log_b a - 1 = (\log_a b + 1) \log_a b \log_b a - 1 = \log_a b \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 2m - 1 = 1 \\ n = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow S = m - n = 0$$



» **Câu 47.** Cho $a = \log_2 3, b = \log_5 2, c = \log_2 7$. Biểu diễn $\log_{42} 15$ theo a, b, c ta thu được kết quả dạng

$$\frac{ab+m}{h.b(a+c+n)} \text{ với } h; m; n \text{ là các số tự nhiên. Tính giá trị } P = m.n + h.$$

🔍 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$\text{Ta có: } \log_{42} 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 42} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 3 + \log_2 7} = \frac{a + \frac{1}{b}}{1 + a + c} = \frac{ab + 1}{b(a + c + 1)}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \\ h = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 2$$

» **Câu 48.** Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 14xy$. Xác định giá trị a thỏa mãn

$$\log_2(x + y) = a + \frac{\log_2 xy}{a}.$$

🔍 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } x^2 + y^2 = 14xy &\Leftrightarrow (x + y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2(x + y)^2 = \log_2(16xy) \\ &\Leftrightarrow 2\log_2(x + y) = 4 + \log_2(xy) \Leftrightarrow \log_2(x + y) = 2 + \frac{\log_2(xy)}{2}. \end{aligned}$$

» **Câu 49.** Số tự nhiên 3^{2023} có bao nhiêu chữ số?

🔍 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 966**

$$\text{Đặt } n = 3^{2023} \Rightarrow \log n = 2023 \log 3 \approx 965,216.$$

$$\text{Suy ra } 965 < \log n < 966 \Rightarrow 10^{965} < n < 10^{966}.$$

Ta biết 10^{965} có 966 chữ số,

10^{966} có 967 chữ số mà n nằm trong khoảng $(10^{965}; 10^{966})$ nên n có tất cả 966 chữ số.

Lưu ý: $10^n \Rightarrow n + 1$ chữ số.

Ví dụ: $10^2 = 100 \Rightarrow 2 + 1$ chữ số.

» **Câu 50.** Dung dịch A có nồng độ H^+ là $0,00001 \text{ mol/L}$ và dung dịch B có nồng độ H^+ là $0,00000001 \text{ mol/L}$. Tìm tổng độ pH của 2 dung dịch trên.

🔍 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

$$\text{Độ pH của dung dịch A là } pH_A = -\log[H^+]_A = -\log 0,00001 = 5.$$

$$\text{Độ pH của dung dịch B là } pH_B = -\log[H^+]_B = -\log 0,00000001 = 8.$$

Khi đó tổng độ pH của hai dung dịch đã cho bằng 13

» **Câu 51.** Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và



giả sử tốc độ phát triển của bào ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bào sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

Lời giải

✓ **Trả lời: 21**

Số lượng bào ban đầu chiếm $0,04$ diện tích mặt hồ.

Sau 1 tuần số lượng bào là $0,04 \times 3$ diện tích mặt hồ.

Sau 2 tuần số lượng bào là $0,04 \times 3^2$ diện tích mặt hồ.

Sau n tuần số lượng bào là $0,04 \times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bào phủ kín mặt hồ thì: $0,04 \times 3^n = 1 \Rightarrow 3^n = 25 \Rightarrow n = \log_3 25$ (tuần).

Số ngày tương ứng là $7n = 7 \log_3 25 \approx 20,51$ (ngày).

Vậy sau ít nhất 21 ngày thì bào hoa dâu sẽ phủ kín mặt hồ.

» **Câu 52.** Cường độ một trận động đất M (độ Richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (*kết quả được làm tròn đến hàng phần chục*)?

Lời giải

✓ **Trả lời: 8,6**

Gọi M_1, M_2 lần lượt là cường độ của trận động đất ở San Francisco và ở Nam Mỹ. Trận động đất ở San Francisco có cường độ là 8 độ Richter nên:

$M_1 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 8 = \log A - \log A_0$. Trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ là $4A$, khi đó cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

$$M_2 = \log(4A) - \log A_0 = \log 4 + (\log A - \log A_0) = \log 4 + 8 \approx 8,6 \text{ (độ Richter)}$$

----- Hết -----



Chương 06

Bài 3.

HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

A

Lý thuyết

1. Hàm số mũ



Khái niệm

Tập xác định	$D = \mathbb{R}$.	
Tập giá trị	$T = (0; +\infty)$, nghĩa là khi giải phương trình mà đặt $t = a^{f(x)}$ thì $t > 0$.	
Đơn điệu	$a > 1$	Hàm số $y = a^x$ đồng biến, khi đó: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
	$0 < a < 1$	Hàm số $y = a^x$ nghịch biến, khi đó: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.
Đồ thị		

○ Nhận xét:

- (1) Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a < 1$) qua Oy .
- (2) Đồ thị đi qua điểm $(0; 1)$ và $(1; a)$.
- (3) Đồ thị liên tục trên $\mathbb{R}$.
- (4) Đồ thị nằm ở phía trên trục hoành.



2. Hàm số logarit



Khái niệm

Tập xác định	$D = (0; +\infty)$.	
Tập giá trị	$T = \mathbb{R}$, nghĩa là khi giải PT mà đặt $t = \log_a x$ thì t không có điều kiện.	
Đơn điệu	$a > 1$	Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên D , khi đó: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
	$0 < a < 1$	Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên D , khi đó: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.
Đồ thị	Nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng	

○ Nhận xét:

- (1) Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($a > 1$) đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a < 1$) qua Ox .
- (2) Đồ thị đi qua điểm $(1; 0)$ và $(a; 1)$.
- (3) Đồ thị liên tục trên $(0; +\infty)$.
- (4) Đồ thị nằm ở bên phải trục tung.



Các dạng bài tập

Dạng 1. Tập xác định của hàm số



Phương pháp

Xét $1 \neq a > 0$: ☒ Hàm số $y = a^{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

☒ Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$.

Đặc biệt: với hàm số $y = \log_{g(x)} [f(x)]^n$ ta lưu ý “**mũ n**” của $f(x)$:

☐ Nếu $n:2 \rightarrow$ ĐKXĐ của hàm số $y = \log_{g(x)} [f(x)]^n$: $\begin{cases} g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \\ f(x) \neq 0 \end{cases}$.

☐ Nếu $n \not: 2 \rightarrow$ ĐKXĐ của hàm số $y = \log_{g(x)} [f(x)]^n$: $\begin{cases} g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \\ f(x) > 0 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ Tóm lại nếu $f(x)$ hoặc $g(x)$ có “**mũ n**” ta chú ý xem “**n**” chẵn hay lẻ.



Ví dụ 1.1.

Tìm tập xác định của các hàm số dưới đây:

(1) $y = \log_2(2x-3)$

(2) $y = 7^{\sqrt{x-3}}$

(3) $y = \log_2(x^2-9)$

Lời giải

(1) $y = \log_2(2x-3)$

Điều kiện $\Leftrightarrow 2x-3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$. Vậy tập xác định là $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

(2) $y = 7^{\sqrt{x-3}}$

Điều kiện: $x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$. Vậy tập xác định là $D = [3; +\infty)$.

(3) $y = \log_2(x^2-9)$

Điều kiện $x^2-9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -3 \end{cases}$. Vậy tập xác định là $D = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.



Ví dụ 1.2.

Tìm tập xác định của các hàm số dưới đây:

(1) $y = \log_{2025}(3-x)$

(2) $y = \log_3(2-x)$

(3) $y = \ln(-x^2+3)$

Lời giải



(1) $y = \log_{2025}(3-x)$

Điều kiện $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$. Vậy tập xác định $D = (-\infty; 3)$.

(2) $y = \log_3(2-x)$

Điều kiện: $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$. Vậy tập xác định $D = (-\infty; 2)$

(3) $y = \ln(-x^2 + 3)$

Điều kiện xác định: $-x^2 + 3 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$. Vậy tập xác định $D = (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$



Ví dụ 1.3.

Tìm các giá trị thực của tham số m để các hàm số dưới đây có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(1) $y = e^{\frac{1}{\sqrt{x^2+mx+1}}}$

(2) $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$

Lời giải

(1) $y = e^{\frac{1}{\sqrt{x^2+mx+1}}}$

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

(2) $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (-1)^2 - (-m + 1) < 0 \Leftrightarrow m < 0$.



Ví dụ 1.4.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 2)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2x - m + 2 > 0$.

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 1 + m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Do m nguyên thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ nên có 2022 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.



Dạng 2. Sự biến thiên của hàm số



Phương pháp

	Hàm số Mũ $y = a^x$ ($1 \neq a > 0$)	Hàm số Logarit $y = \log_a x$ ($1 \neq a > 0$)
Đơn điệu	$a > 1 \rightarrow$ HS đồng biến. $0 < a < 1 \rightarrow$ HS nghịch biến.	$a > 1 \rightarrow$ HS đồng biến. $0 < a < 1 \rightarrow$ HS nghịch biến.



Ví dụ 2.1.

Xét sự biến thiên các hàm số sau:

(1) $y = \ln x$.

(2) $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$.

(3) $y = \log_{\pi} x$.

(4) $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$

Lời giải

(1) $y = \ln x$

TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$e > 1 \rightarrow$ hàm số $y = \ln x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

(2) $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$.

TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$0 < 1 - \sqrt{\frac{2018}{2019}} < 1 \rightarrow$ hàm số $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

(3) $y = \log_{\pi} x$

TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$\pi > 1 \rightarrow$ hàm số $y = \log_{\pi} x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

(4) $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$

TXĐ: $D = (0; +\infty)$

$4 - \sqrt{3} > 1 \rightarrow$ hàm số $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$



Ví dụ 2.2.

Xét sự biến thiên các hàm số sau:

(1) $y = 5^x$

(2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

(3) $y = (\pi - \sqrt{2})^x$

(4) $y = (6 - \sqrt{5})^x$

Lời giải

(1) $y = 5^x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$



$5 > 1 \rightarrow$ hàm số $y = 5^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

(2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$0 < \frac{1}{2} < 1 \rightarrow$ hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

(3) $y = (\pi - \sqrt{2})^x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\pi - \sqrt{2} > 1 \rightarrow$ hàm số $y = (\pi - \sqrt{2})^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

(4) $y = (6 - \sqrt{5})^x$

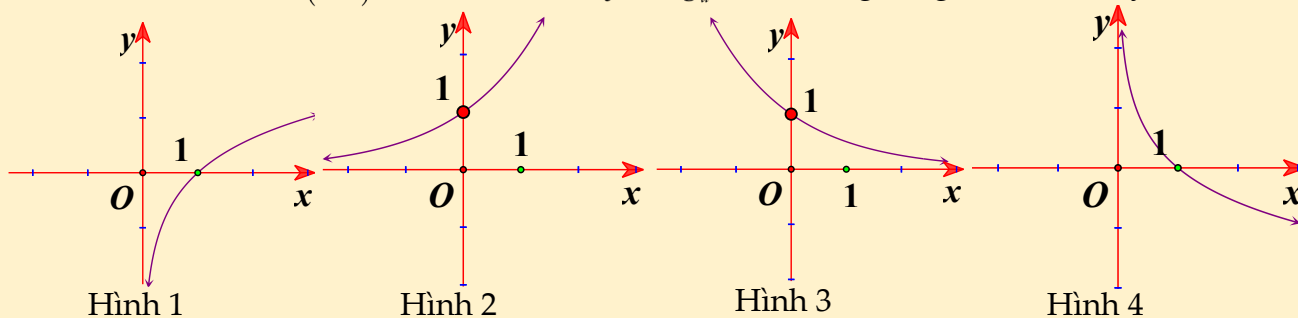
TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$6 - \sqrt{5} > 1 \rightarrow$ hàm số $y = (6 - \sqrt{5})^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$



Ví dụ 2.3.

Cho số thực $a \in (0; 1)$. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ là đường cong nào dưới đây?



Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ là đường cong nằm bên phải trục tung;

Đi qua điểm $(1; 0)$

Và hàm số nghịch biến với $a \in (0; 1)$ suy ra đồ thị hàm số $y = \log_a x$ là hình 4.



Dạng 3. Đồ thị hàm số



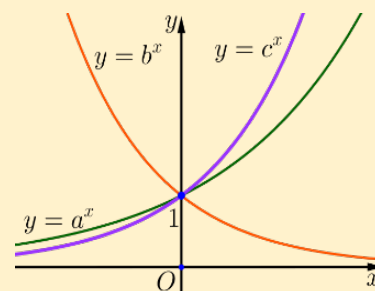
Phương pháp

○ Xét $1 \neq a > 0$		Hàm số Mũ $y = a^x$	Hàm số Logarit $y = \log_a x$
Cơ số	> 1	Càng gần Oy cơ số càng lớn.	Càng gần Ox cơ số càng lớn.
	$0 < a < 1$	Càng gần Oy cơ số càng bé.	Càng gần Ox cơ số càng bé.
Hình minh họa			
Nhận xét		Nằm bên trên Ox. Luôn đi qua điểm $(0; 1)$.	Nằm bên phải Oy. Luôn đi qua điểm $(1; 0)$.
		ĐT $y = a^x$ đối xứng $y = \log_a x$ qua $y = x$ (đường phân xác góc phần tư thứ nhất).	



Ví dụ 3.1.

Cho các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ lần lượt có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hãy so sánh a, b, c .



Lời giải

Ta thấy $y = b^x$ là hàm số mũ nghịch biến nên $0 < b < 1$.

$y = a^x, y = c^x$ là hàm số mũ đồng biến nên $a, c > 1$.

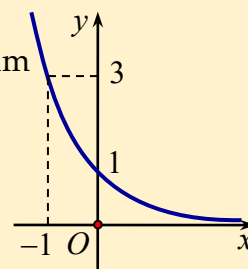
Và đồ thị $y = c^x$ gần trục Oy hơn $y = a^x$ nên $a > c$.

Từ đó $c > a > b$.



Ví dụ 3.2.

Cho các hàm số $y = (\sqrt{3})^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. Đồ thị hàm số dưới đây là của hàm số nào đã cho?



Lời giải



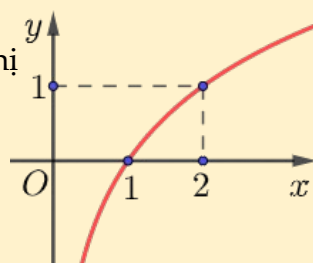
Dựa vào đồ thị, hàm số nghịch biến loại $y = (\sqrt{3})^x$ và $y = (\sqrt{2})^x$.

Và đồ thị đi qua điểm $(-1; 3)$ nên đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.



Ví dụ 3.3.

Cho các hàm số $y = \log_2 x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ và $y = 2^x$. Đồ thị hàm số dưới đây là của hàm số nào đã cho?



Lời giải

Đây là dạng đồ thị của hàm số $y = \log_a x$ nên loại $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ và $y = 2^x$.

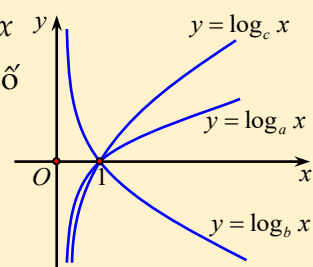
Hàm số đồng biến loại $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Đồ thị đi qua điểm $(2; 1)$ nên đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$.



Ví dụ 3.4.

Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. So sánh các số a, b, c .



Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến trên $(0; +\infty) \Rightarrow 0 < b < 1$.

Và đồ thị ta thấy hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_c x$ đồng biến trên $(0; +\infty) \Rightarrow a, c > 1$

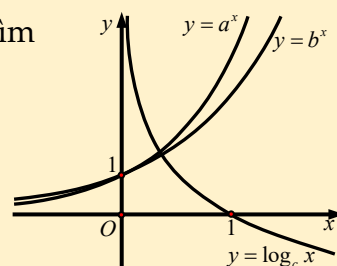
Xét $x > 1$: $\log_c x > \log_a x \Rightarrow \log_c x > \frac{1}{\log_x a} \Rightarrow \log_c x \cdot \log_x a > 1 \Leftrightarrow \log_c a > 1 \Leftrightarrow a > c$.

Suy ra $b < c < a$.



Ví dụ 3.4.

Cho đồ thị hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = \log_c x$ như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của a, b, c .



Lời giải

Nhận xét hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến nên $c < 1$.



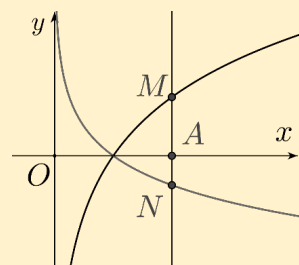
Hàm số $y = a^x$; $y = b^x$ đồng biến nên $a > 1$, $b > 1$.

Xét tại $x = 1$ đồ thị hàm số $y = a^x$ có tung độ lớn hơn tung độ của đồ thị hàm số $y = b^x$ nên $a > b$. Vậy $a > b > 1 > c$.



Ví dụ 3.5.

Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào vuông góc với trục hoành mà cắt các đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$, $y = \log_a x$ và trục hoành lần lượt tại M, N và A thì $AM = 2AN$ (hình vẽ bên). Tính giá trị của a .



Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $0 < a < 1$.

Đường thẳng $x = m$ ($m > 0$) cắt đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$, $y = \log_a x$ và trục hoành lần lượt tại $M(m; \log_2 m)$, $N(m; \log_a m)$ và $A(m; 0)$.

Theo đề $AM = 2AN \Leftrightarrow |\log_2 m| = 2|\log_a m|, \forall m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 m = \log_a m, \forall m > 0 \\ \log_2 m = -\log_a m, \forall m > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 m = \log_a m, \forall m > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} m = \log_a m, \forall m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vì $0 < a < 1$ nên $a = \frac{1}{2}$.



Chương 06

Bài 3.

HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ ?

A. $y = \frac{1}{2^{-x}}$.

B. $y = x^{-3}$.

C. $y = \ln \sqrt{x}$.

D. $y = \frac{1}{3x}$.

» Lời giải

Chọn A

Do $y = \frac{1}{2^{-x}} = 2^x$

» Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(x+3)$.

A. $D = (0; +\infty)$.

B. $D = [-3; +\infty)$.

C. $D = (-3; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

» Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_3(x+3)$ xác định khi và chỉ khi $x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_3(x+3)$ là $D = (-3; +\infty)$.

» Câu 3. Tìm tập giá trị của hàm số $y = 3^x$ trên đoạn $[-1; 3]$.

A. $\left(\frac{1}{3}; 27\right)$.

B. $\left[\frac{1}{3}; 27\right]$.

C. $\left[\frac{1}{3}; 27\right)$.

D. $[3; 27)$.

» Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $\forall x \in [-1; 3]$ ta luôn có $3^{-1} \leq x \leq 3^3$.

Do đó tập giá trị của hàm số $y = 3^x$ trên đoạn $[-1; 3]$ là $\left[\frac{1}{3}; 27\right]$.

Hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $0 < b < 1$.

» Câu 4. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\left(\frac{1}{2}; 8\right)$.

B. $\left[\frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right]$.

C. $\left[\frac{1}{3}; 8\right)$.

D. $\left[\frac{1}{8}; 2\right)$.

» Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ nên $\forall x \in [1; 3]$ ta luôn có $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \leq x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^1$.



Do đó tập giá trị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ trên đoạn $[1; 3]$ là $\left[\frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right]$.

» **Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A.** $[0; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $[2; +\infty)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

» **Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $[0; +\infty)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là $\mathbb{R}$

» **Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

Hàm số mũ $y = 2^x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

» **Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là

- A.** $(5; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 4)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn C

Điều kiện: $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

Tập xác định: $D = (4; +\infty)$.

» **Câu 9.** Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

- A.** 7. **B.** 8. **C.** Vô số. **D.** 9.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

ĐKXĐ: $(6-x)(x+2) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6$.

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Vậy có 7 số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$.

» **Câu 10.** Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A.** 11. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

Điều kiện xác định $30 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{30} < x < \sqrt{30}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-5; -4; -3; \dots; 5\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên x trong tập xác định.



» **Câu 11.** Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\log_3 x^2$

B. $y = \log(x^3)$

C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$

D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Hàm số mũ $y = a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $0 < \frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

» **Câu 12.** Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây sai?

A. Hàm số $y = \left(\frac{2025}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Hàm số $y = \ln(-x)$ TXĐ $D = (-\infty; 0)$

Cơ số $a = e > 1$ do đó hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$

» **Câu 13.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$

B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

C. $y = (\sqrt{3})^x$

D. $y = (0,5)^x$

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$.

Thấy các số $\frac{1}{\pi}$; $\frac{2}{3}$; $0,5$ nhỏ hơn 1, còn $\sqrt{3}$ lớn hơn 1 nên chọn C.

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

B. Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Ta có tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$ là $D = (0; +\infty)$. Do đó đáp án B sai.

» **Câu 15.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$.

B. $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$.

C. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

🔍 **Lời giải**

Chọn A



Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow a > 1$

» **Câu 16.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

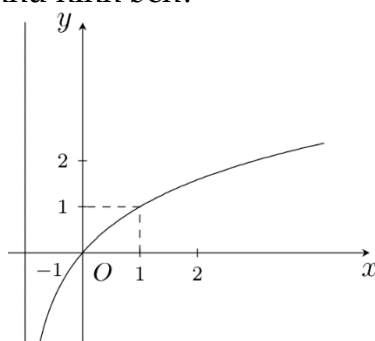
- A.** Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.
B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng với nhau qua trục hoành.
D. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng với nhau qua trục tung.

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng với nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất ($y = x$), suy ra chọn **B**.

» **Câu 17.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A.** $y = \log_3 x$. **B.** $y = \log_2 x + 1$. **C.** $y = \log_2 (x+1)$. **D.** $y = \log_3 (x+1)$

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 0)$ nên loại đáp án **A** và **B**.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$ nên loại **D**.

» **Câu 18.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực R .

- A.** $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ **B.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$ **C.** $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ **D.** $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Vì $\frac{2}{e} < 1$ nên $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên R .

» **Câu 19.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.** $y = \log_{\sqrt{3}} x$ **B.** $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$ **C.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ **D.** $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Xét hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ có tập xác định: $D = (0; +\infty)$.



Nhận thấy cơ số $\frac{\pi}{4} < 1$ nên $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

» **Câu 20.** Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3-x)$

A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $[0; 3)$.

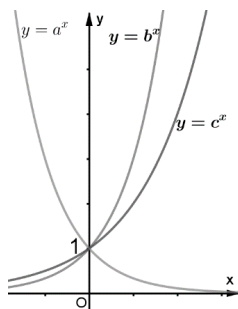
🔗 **Lời giải**

Chọn D

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow D = [0; 3)$$

» **Câu 21.** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b < c < a$

B. $c < a < b$

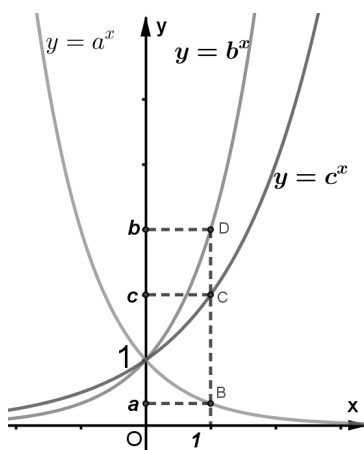
C. $a < b < c$

D. $a < c < b$

🔗 **Lời giải**

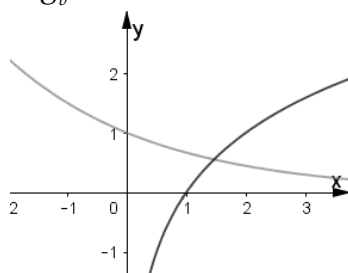
Chọn D

Đường thẳng $x = 1$ đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = a, y = b, y = c$ như hình vẽ:



Từ đồ thị kết luận $a < c < b$

» **Câu 22.** Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ.





Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$. B. $0 < a < 1 < b$. C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1, 0 < b < \frac{1}{2}$.

🔍 **Lời giải**

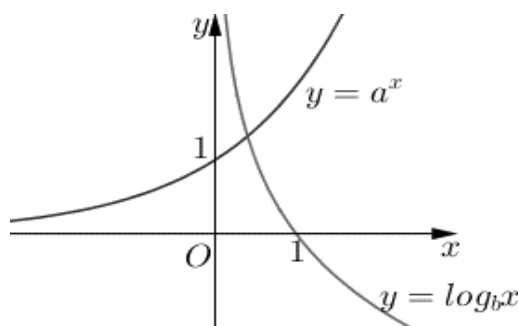
Chọn B

Xét hàm số $y = a^x$ đi qua $(0; 1)$ suy ra đồ thị hàm số (1) là đồ thị của hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi qua $(1; 0)$ suy ra đồ thị của hàm số (2) là đồ thị của hàm đồng biến suy ra $b > 1$.

Vậy $0 < a < 1 < b$.

» **Câu 23.** Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

B. $a > 1, b > 1$.

C. $0 < b < 1 < a$.

D. $0 < a < 1 < b$.

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow 0$ do đó đồ thị hàm số $y = a^x$ có $a > 1$.

Nên ta loại đáp án A và D.

Ở đồ thị hàm số $y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$ ta thấy khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$ do đó ta có $0 < b < 1$.

» **Câu 24.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m \leq 2$

B. $m > 2$

C. $m \geq 0$

D. $m < 0$

🔍 **Lời giải**

Chọn D

Để hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 2x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 1 \cdot (-m + 1) < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

» **Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $0 < m < 3$

B. $m < -1$ hoặc $m > 0$

C. $m > 0$

D. $m = 0$

🔍 **Lời giải**

Chọn C



Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 2x + m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 (ld) \\ \Delta' = 1 - (1 + m) < 0 \Leftrightarrow m > 0 \end{cases}$$

» **Câu 26.** Hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ xác định với mọi giá trị của x khi.

- A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. B. $m > 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $m < 2$.

» **Lời giải**

Chọn C

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

» **Câu 27.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$.

- A. $m \geq -\frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{3}{4}$. C. $m > \frac{3}{4}$. D. $m < -\frac{1}{3}$.

» **Lời giải**

Chọn B

Hàm số xác định với mọi $x \in (1; 2)$ khi $-x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$.

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 - mx - 2m - 1 < 0, \forall x \in (1; 2).$$

$\Rightarrow f(x) = 0$ có 2 nghiệm thỏa mãn $x_1 \leq 1 < 2 \leq x_2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m \leq 0 \\ -4m + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}.$$

» **Câu 28.** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 102.16.000 đồng B. 102.017.000 đồng C. 102.424.000 đồng D. 102.423.000 đồng

» **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Ta có } A_n = A_0 (1 + r)^n = 100.000.000 \left(1 + \frac{0,4}{100} \right)^6 = 102.424.128$$

» **Câu 29.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $0 < m < 3$. B. $m > 0$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$. D. $m = 0$

» **Lời giải**

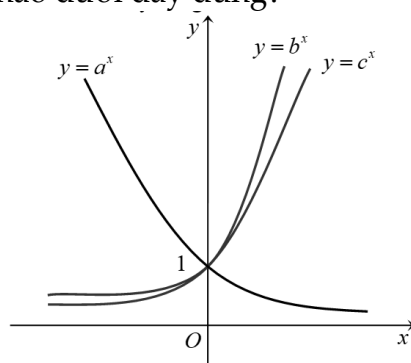
Chọn C

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 2x + m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 1 - m - 1 < 0 \Leftrightarrow m > 0.$$



» **Câu 30.** Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < b < c$.

B. $a < c < b$.

C. $b < c < a$.

D. $c < a < b$.

🔗 **Lời giải**

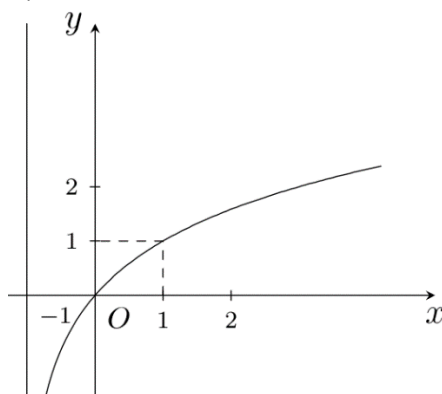
Chọn B

Từ đồ thị suy ra $0 < a < 1$;

$b > 1, c > 1$ và $b^x > c^x$ khi $x > 0$ nên $b > c$.

Vậy $a < c < b$.

» **Câu 31.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y = \log_3 x$.

B. $y = \log_2 x + 1$.

C. $y = \log_2 (x + 1)$.

D. $y = \log_3 (x + 1)$.

🔗 **Lời giải**

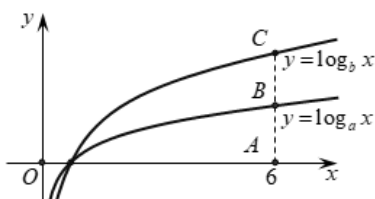
Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 0)$ nên loại phương án $y = \log_3 x$ và $y = \log_2 x + 1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$ nên loại phương án $y = \log_3 (x + 1)$.

Vậy đáp án $y = \log_2 (x + 1)$ thỏa mãn.

» **Câu 32.** Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đường thẳng $x = 6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Nếu $AC = AB \log_2 3$ thì

A. $b^3 = a^2$

B. $b^2 = a^3$

C. $\log_3 b = \log_2 a$

D. $\log_2 b = \log_3 a$

🔗 **Lời giải**



Chọn A

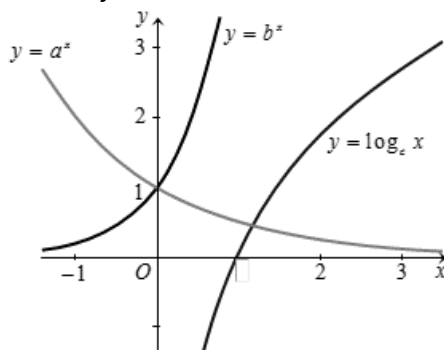
Từ các đồ thị hàm số đã cho trên hình ta có $A(6;0)$, $B(6;\log_a 6)$, $C(6;\log_b 6)$,

$$AC = y_C - y_A = \log_b 6, AB = y_B - y_A = \log_a 6.$$

$$\text{Vậy } AC = AB \log_2 3 \Leftrightarrow \log_b 6 = \log_a 6 \cdot \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_6 b} = \frac{1}{\log_6 a} \cdot \frac{\log_6 3}{\log_6 2} \Leftrightarrow \frac{\log_6 2}{\log_6 b} = \frac{\log_6 3}{\log_6 a} \Leftrightarrow \log_2 b = \log_3 a.$$

» **Câu 33.** Trong hình vẽ bên có đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



A. $a < c < b$

B. $c < a < b$

C. $a < b = c$

D. $b < c < a$

» **Lời giải**

Chọn A

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có: $0 < a < 1$.

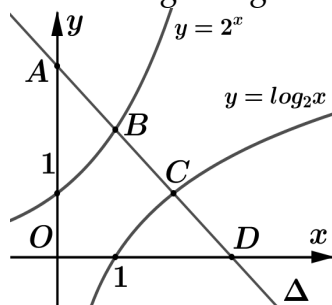
Các hàm số $y = b^x$, $y = \log_c x$ đồng biến trên tập xác định của nó nên ta có: $\begin{cases} b > 1 \\ c > 1 \end{cases}$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_c x$, ta có: $\log_c 2 > 1 \Leftrightarrow c < 2$.

Xét đồ thị hàm số $y = b^x$, ta có: $b^1 > 2 \Leftrightarrow b > 2$.

Do đó: $0 < a < c < b$.

» **Câu 34.** Cho hai hàm số $y = 2^x$, $y = \log_2 x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng Δ cắt trục Oy , đồ thị hàm số $y = 2^x$, đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ và trục Ox lần lượt tại A , B , C , D thỏa mãn $AB = BC = CD$. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng Δ như thế?



A. Vô số đường thẳng Δ .

B. 2.

C. 3.

D. Không có đường thẳng nào.

» **Lời giải**

Chọn A

Giả sử $A(0; 3y_0)$ và $D(3x_0; 0)$ ($x_0, y_0 > 0$).

Vì $AB = BC = CD$ nên ta có $B(x_0; 2y_0)$; $C(2x_0; y_0)$.



Để thấy B và C đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

—→ $y = x$ chính là đường trung trực của đoạn thẳng AD .

Lại do đường thẳng $y = x$ đi qua O nên tam giác OAD là tam giác cân tại O .

—→ $x_0 = y_0$.

Đặt $x_0 = c$. Khi đó $A(0; 3c), D(3c; 0)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và D có phương trình $y = -x + 3c$.

Ta thấy ứng với mỗi giá trị dương của c ta nhận được 4 điểm A, B, C, D thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy có vô số đường thẳng Δ .

» **Câu 35.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(x^2 + 2mx + 3m - 2)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m > 2$.

B. $1 < m < 2$.

C. $m < 1$.

D. $m < -\frac{1}{3}$.

🔗 *Lời giải*

Chọn B

Hàm số xác định với mọi $\mathbb{R}$ khi $x^2 + 2mx + 3m - 2 > 0, x \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 3m + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

» **Câu 36.** Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024; 2025]$ sao cho hàm số

$y = \ln(-3^x + 3m - 2)$ xác định trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. 2026.

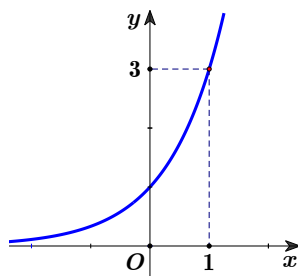
B. 2024.

C. 2020.

D. 2019.

🔗 *Lời giải*

Chọn B



Hàm số $y = \ln(3^x + 3m - 2)$ xác định trên khoảng $(1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -3^x + 3m - 2 > 0, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 3^x < 3m - 2, \forall x \in (1; +\infty)$$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = 3^x$ ta có

$$\Leftrightarrow 3^x < 3m - 2, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 3m - 2 > 3 \Leftrightarrow m > \frac{5}{3}$$

Mặt khác, $m \in [-2024; 2025]$ và $\Rightarrow m \in \{2; \dots; 2024; 2025\}$. Có 2024 giá trị nguyên của m .

» **Câu 37.** Tìm tập giá trị của hàm số $f(x) = 2 + \log_2 x$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $T = [1; 3]$.

B. $T = [0; 2]$.

C. $T = [3; 4]$.

D. $T = [2; 4]$.



✎ *Lời giải*

Chọn C

$2 \leq x \leq 4 \Leftrightarrow \log_2 2 \leq \log_2 x \leq \log_2 4 \Leftrightarrow 2 + \log_2 2 \leq 2 + \log_2 x \leq 2 + \log_2 4 \Leftrightarrow 3 \leq f(x) \leq 4$.
Vậy $T = [3; 4]$.

» **Câu 38.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 + 2x + 11) + m$ có giá trị nhỏ nhất bằng 5.

A. $m = 1$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m > 1$.

D. $m = 4$.

✎ *Lời giải*

Chọn D

$$y = \log(x^2 + 2x + 11) + m = \log[(x+1)^2 + 10] + m \geq 1 + m$$

Hàm số $y = \log(x^2 + 2x + 11) + m$ có giá trị nhỏ nhất bằng 5 thì $1 + m = 5 \Leftrightarrow m = 4$.

» **Câu 39.** Tìm giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_3(x^2 - 2mx + 17)}}$ có tập

xác định $\mathbb{R}$.

A. 3.

B. 8.

C. 9.

D. 7.

✎ *Lời giải*

Chọn A

Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_3(x^2 - 2mx + 17)}}$ có tập xác định $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2mx + 17 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \log_3(x^2 - 2mx + 17) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 17 > 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 16 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4.$$

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của tham số m là 3.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 40.** Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = a^x$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$		
(b)	Đồ thị hàm số $y = a^x$ đi qua điểm $(0; 1)$.		
(c)	Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0 < a < 1$.		
(d)	Hàm số $y = a^x$ có tập giá trị là $(a; +\infty)$ nếu $x > 1$ và $a > 1$.		

✎ *Lời giải*

(a) Hàm số $y = a^x$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$.

Hàm số $y = a^x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

» **Chọn SAI.**

(b) Đồ thị hàm số $y = a^x$ đi qua điểm $(0; 1)$.

Do $x = 0 \Rightarrow y = 1$, đồ thị hàm số $y = a^x$ là hàm số đi qua điểm $(0; 1)$.

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0 < a < 1$.

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0 < a < 1$.

» **Chọn SAI.**

(d) Hàm số $y = a^x$ có tập giá trị là $(a; +\infty)$ nếu $x > 1$ và $a > 1$.

Nếu $x > 1$ và $a > 1$ thì $a^x > a^1 = a$ do đó hàm số $y = a^x$ có tập giá trị là $(a; +\infty)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 41.** Cho hàm số $y = 2^x$

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$		
(c)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 4)$		
(d)	Đồ thị hàm số $y = 2^x$ đối xứng với đồ thị $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ qua trục tung.		

» **Lời giải**

(a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = 2^x$ xác định trên $\mathbb{R}$ do đó hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

Hàm số $y = 2^x$ có cơ số $2 > 1$, do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

» **Chọn SAI.**

(c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 4)$

Thay $A(2; 4)$ vào $y = 2^x$: $2^2 = 4 = y_A$ do đó Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 4)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Đồ thị hàm số $y = 2^x$ đối xứng với đồ thị $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ qua trục tung.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ đối xứng với đồ thị $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ qua trục tung với $a > 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 42.** Cho hàm số $y = \log_4 x$

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$		
(b)	Hàm số có tập giá trị $T = \mathbb{R}$		
(c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$		
(d)	Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3		

» **Lời giải**

(a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$



Hàm số $y = \log_4 x$ xác định trên $(0; +\infty)$ do đó hàm số có tập xác định $D = (0; +\infty)$

» **Chọn SAI.**

(b) Hàm số có tập giá trị $T = \mathbb{R}$

Hàm số $y = \log_4 x$ có tập giá trị $T = \mathbb{R}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

Hàm số $y = \log_4 x$ xác định trên $(0; +\infty)$ và có cơ số $4 > 1$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

» **Chọn SAI.**

(d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3

Phương trình hoành độ giao điểm: $\log_4 x = 1 \Leftrightarrow x = 4^1 = 4$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 43.** Cho các hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ và $y = 2^x$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có hai hàm số mũ.		
(b)	Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ đi qua điểm $M(2; -1)$.		
(c)	Đồ thị hàm số $y = 2^x$ đi qua điểm $N(1; -1)$.		
(d)	Hai đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ cắt nhau tại 1 điểm.		

» **Lời giải**

(a) Có hai hàm số mũ.

Có một hàm số mũ là $y = 2^x$.

» **Chọn SAI.**

(b) Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ đi qua điểm $M(2; -1)$.

Khi $x = 2$ thì $y = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$ nên đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ đi qua điểm $M(2; -1)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Đồ thị hàm số $y = 2^x$ đi qua điểm $N(1; -1)$.

Khi $x = 1$ thì $y = 2^1 = 2$ nên đồ thị hàm số $y = 2^x$ không đi qua điểm $N(1; -1)$.

» **Chọn SAI.**

(d) Hai đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ cắt nhau tại 1 điểm.

Căn cứ đồ thị, ta thấy hai đồ thị hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ cắt nhau tại 1 điểm..

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 44.** Cho các hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; $y = 2^x$; $y = \log_{\sqrt{3}} x$; $y = \log_{0,5} x$ và $y = (0,5)^x$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề	Đúng	Sai
---------	------	-----



(a)	Hàm số $y = 2^x$ có tập giá trị là $(0; +\infty)$.		
(b)	Hàm số $y = \log_{\sqrt{3}} x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.		
(c)	Có hai hàm số có tập giá trị là $\mathbb{R}$.		
(d)	Có hai hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$.		

🔍 **Lời giải**

(a) Hàm số $y = 2^x$ có tập giá trị là $(0; +\infty)$.

» **Chọn Đúng.**

(b) Hàm số $y = \log_{\sqrt{3}} x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Có hai hàm số có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Có ba hàm số có tập giá trị là $\mathbb{R}$ là $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; $y = \log_{\sqrt{3}} x$; $y = \log_{0,5} x$.

» **Chọn SAI.**

(d) Có hai hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$.

Có hai hàm số có tập giá trị là $(0; +\infty)$ là $y = 2^x$; $y = (0,5)^x$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 45.** Cho các hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$; $y = \pi^x$; $y = \ln x$; $y = \log_{0,2} x$ và $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$. Các mệnh đề sau

đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.		
(b)	Hàm số $y = \log_{\pi} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.		
(c)	Có ba hàm số nghịch biến trên tập xác định.		
(d)	Có hai hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.		

🔍 **Lời giải**

(a) Hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ có $\frac{1}{\sqrt{2}} < 1$ nên nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

» **Chọn Đúng.**

(b) Hàm số $y = \log_{\pi} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = \log_{\pi} x$ có $\pi > 1$ nên đồng biến trên tập xác định $(0; +\infty)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Có ba hàm số nghịch biến trên tập xác định.

Có ba hàm số nghịch biến trên tập xác định là $y = \log_{\frac{1}{3}} x$; $y = \log_{0,2} x$ và $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$.



» Chọn ĐÚNG.

(d) Có hai hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Có một hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là $y = \ln x$.

» Chọn SAI.

» Câu 46. Cho hàm số $y = \log_3(5x - 3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.		
(c)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2; 7)$.		
(d)	Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 2		

» Lời giải

(a) Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 5x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{5}$, do đó hàm số có TXĐ: $D = \left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

» Chọn SAI.

(b) Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Với $\forall x_1, x_2 \in \left(\frac{3}{5}; +\infty\right); x_1 < x_2 \Rightarrow 5x_1 - 3 < 5x_2 - 3 \Rightarrow \log_3(5x_1 - 3) < \log_3(5x_2 - 3)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

» Chọn ĐÚNG.

(c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2; 7)$.

Với $x = 2$ thì $y = \log_3 7$.

Vậy đồ thị hàm số qua điểm $(2; \log_3 7)$ và không đi qua điểm M .

» Chọn SAI.

(d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 2

Do hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$

Suy ra $\max_{\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]} f(x) = f\left(\frac{12}{5}\right) = \log_3\left(5 \cdot \frac{12}{5} - 3\right) = 2$ và $\min_{\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]} f(x) = f\left(\frac{4}{5}\right) = \log_3\left(5 \cdot \frac{4}{5} - 3\right) = 0$.

Vậy $\max_{\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]} f(x) + \min_{\left[\frac{4}{5}; \frac{12}{5}\right]} f(x) = 2$.



» Chọn ĐÚNG.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 47.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy $-2 < m < 2$ thỏa mãn đề bài.

» **Câu 48.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên khoảng $(2;3)$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Hàm số xác định trên khoảng $(2;3)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases}, \forall x \in (2;3)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}, \forall x \in (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Khi đó có 2 giá trị nguyên.

» **Câu 49.** Trong vật lý, sự phân rã các chất phóng xạ được cho bởi công thức:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kỳ bán rã. Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ α có chu kỳ bán rã 138 ngày. Giả sử lúc đầu có 100 Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến phần chục).

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 60,5**

Khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày là: $m(100) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{100}{138}} \approx 60,5(g)$

» **Câu 50.** Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức:

$$M(t) = 75 - 20 \ln(t+1), \quad 0 \leq t \leq 12 \text{ (đơn vị: \%)}$$

Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài động vật đã xem?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**



Theo giả thiết, học sinh nhớ được một nửa danh sách các loài vật, tức là

$$M(t) = 50(\%)$$

Ta có: $50 = 75 - 20 \ln(t+1) \Leftrightarrow \ln(t+1) = \frac{5}{4} \Leftrightarrow t+1 = e^{\frac{5}{4}} \Leftrightarrow t \approx 2,49$ (tháng).

Vậy qua tháng thứ 3 khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh là 50 (%).

» **Câu 51.** Biết hàm số $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{3}} + \log_2(x-1)$ xác định trên tập $D = (a; b)$ với $a; b$ là các số tự nhiên.

Tính giá trị $S = 2(a+b)$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 8**

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} 9 - x^2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3.$

Vậy $D = (1; 3) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow S = 2(a+b) = 8.$

» **Câu 52.** Hàm số $y = 2025^{\sqrt{4-x^2}} + \log_2(2x^2 - 5x + 2)$ xác định trên tập D có dạng $\left[-a; \frac{1}{b}\right)$ với $a; b$ là

các số tự nhiên. Tính giá trị $T = (a+b)^2$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 16**

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} 4 - x^2 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ \begin{cases} x > 2 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < \frac{1}{2}.$

Vậy $D = \left[-2; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow T = (a+b)^2 = 16.$

» **Câu 53.** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log_{0,5}(mx^2 - mx + 1)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow mx^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} (*)$.

Trường hợp 1: $m = 0$.

(*) trở thành $1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (đúng) nên $m = 0$ thoả mãn.

Trường hợp 2: $m \neq 0$.

(*) tương đương với $\begin{cases} m > 0 \\ \Delta = m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 < m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 4.$

Vậy $0 \leq m < 4$ thoả mãn đề bài.

Khi đó $m \in \{0; 1; 2; 3\} \Rightarrow$ Tổng các giá trị nguyên bằng 6

» **Câu 54.** Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A.e^{n.r}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ



tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2015**

$$\text{Ta có: } S = A \cdot e^{nr} \Leftrightarrow e^{nr} = \frac{S}{A} \Leftrightarrow nr = \ln \frac{S}{A} \Leftrightarrow n = \frac{1}{r} \ln \frac{S}{A}$$

với $S = 93713700$ người; $A = 80902400$ người; $r = \frac{1,47}{100} = 0,0147 / \text{năm}$.

$$\text{Suy ra } n = \frac{1}{0,0147} \ln \frac{93713000}{80902400} \approx 10.$$

Vậy tối thiểu đến năm 2015 thì dân số của Việt Nam có khoảng 93713000 người.

» **Câu 55.** Trong một phòng thí nghiệm, người ta nuôi một loại vi khuẩn. Lúc đầu có 300 vi khuẩn. Sau một giờ, số vi khuẩn là 705 con. Giả sử số vi khuẩn tăng lên theo công thức tăng trưởng mũ, số vi khuẩn sau x giờ là $f(x) = C \cdot e^{kx}$. Số lượng vi khuẩn có được sau 5 giờ có dạng $\approx 2ab01,1$ con? Với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $T = a - b$. Biết số lượng vi khuẩn có được sau 5 giờ được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

Lúc đầu có 300 vi khuẩn. Sau một giờ, số vi khuẩn là 705 con.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(0) = 300 = C \cdot e^{k \cdot 0} = C \\ f(1) = 705 = C \cdot e^{k \cdot 1} = C \cdot e^k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 300 \\ e^k = \frac{705}{300} = 2,35 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } f(x) = 300 \cdot (2,35)^x.$$

Số vi khuẩn có được sau 5 giờ là $f(5) = 300 \cdot (2,35)^5 \approx 21501,1$ con.

Khi đó $a = 1; b = 5 \Rightarrow T = 4$

» **Câu 56.** Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, và nếu các vật xung quanh có nhiệt độ T_s , thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t) = T_s + D_0 \cdot e^{-kt}$ (*), trong đó, k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M .

Một con gà tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^\circ F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$. Nếu nhiệt độ của gà tây là $150^\circ F$ sau nửa giờ, thì nhiệt độ của nó sau 60 phút có dạng $120,ab^\circ F$, với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $M = b - a$. Biết kết quả nhiệt độ của gà tây sau 60 phút được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

Ta có $T_s = 65$ và độ chênh lệch nhiệt độ là $D_0 = 195 - 65 = 130$

Sau nửa giờ ($t = 0,5$) thì nhiệt độ của gà là $T = 150$.

$$\text{Áp dụng công thức (*): } 150 = 65 + 130 \cdot e^{-k(0,5)} \Leftrightarrow e^{-k} = \left(\frac{17}{26}\right)^2.$$

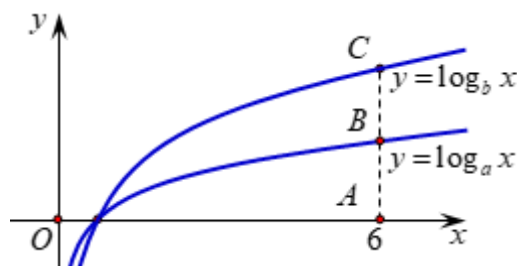


$$\text{Vậy } T(t) = 65 + 130 \cdot \left(\frac{17}{26}\right)^{2t}.$$

Suy ra nhiệt độ của gà sau 60 phút ($t = 1$ giờ) là $65 + 130 \cdot \left(\frac{17}{26}\right)^{2 \cdot 1} \approx 120,58^\circ F$.

Khi đó $a = 5; b = 8 \Rightarrow T = 3$

» **Câu 57.** Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Đường thẳng $x = 6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biểu thức liên hệ giữa a và b có dạng $b = m^{\log_n a}$, với $m; n$ là các số tự nhiên và biết $AC = AB \log_2 3$. Tính giá trị $T = 2^m + 2^n$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 12**

Từ các đồ thị hàm số đã cho trên hình ta có $A(6; 0)$, $B(6; \log_a 6)$, $C(6; \log_b 6)$,
 $AC = y_C - y_A = \log_b 6$, $AB = y_B - y_A = \log_a 6$.

Vậy $AC = AB \log_2 3 \Leftrightarrow \log_b 6 = \log_a 6 \cdot \log_2 3$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_6 b} = \frac{1}{\log_6 a} \cdot \frac{\log_6 3}{\log_6 2} \Leftrightarrow \frac{\log_6 2}{\log_6 b} = \frac{\log_6 3}{\log_6 a} \Leftrightarrow \log_2 b = \log_3 a \Leftrightarrow b = 2^{\log_3 a}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow T = 2^2 + 2^3 = 12$$

» **Câu 58.** Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì bắt đầu hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Hỏi sau 6 năm kể từ lúc thực hiện kế hoạch, cô Nga còn lại bao nhiêu tiền trong tài khoản ngân hàng? (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng)

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2,3**

Sau một năm gửi ngân hàng, số tiền thu được là $x = 100 \cdot 1,06$ (triệu đồng).

Rút 20 triệu để đóng bảo hiểm nên số tiền còn lại để gửi ngân hàng: $x_1 = 100 \cdot 1,06 - 20$.

Sau năm thứ hai, tiền thu được **trừ đi** 20 triệu đóng bảo hiểm thì còn lại tiền gửi ngân hàng là $x_2 = x_1 \cdot 1,06 - 20 = (100 \cdot 1,06 - 20) \cdot 1,06 - 20 = 100 \cdot 1,06^2 - 20 \cdot 1,06 - 20$.

Tiếp tục như vậy, sau n năm, ta có số tiền còn lại trong ngân hàn là

$$x_n = 100 \cdot 1,06^n - 20 \cdot (1,06^{n-1} + 1,06^{n-2} + \dots + 1,06 + 1) = 100 \cdot 1,06^n - 20 \cdot \frac{1 - 1,06^n}{1 - 1,06}.$$



Với $n = 6$, có $x_6 = 100.1,06^6 - 20 \cdot \frac{1-1,06^6}{1-1,06} \approx 2,3$.

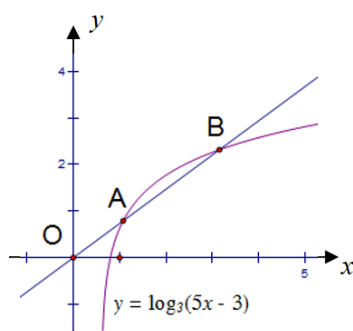
Tức là sau 6 năm thực hiện kế hoạch thì số tiền còn lại là 2,3 triệu đồng.

» **Câu 59.** Cho hàm số $y = \log_3(5x - 3)$. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị của hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB . Khi đó, AB có độ dài bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$ với b là số nguyên tố. Tính $a - b^2$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 36**

Ta có:



Gọi $A(x_1, \log_3(5x_1 - 3))$. Vì A là trung điểm OB nên $B(2x_1; 2\log_3(5x_1 - 3))$.

Vì B thuộc đồ thị của hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ nên

$$2\log_3(5x_1 - 3) = \log_3(10x_1 - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 - 3 > 0 \\ 10x_1 - 3 > 0 \\ (5x_1 - 3)^2 = 10x_1 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 - 3 > 0 \\ x_1 = \frac{6}{5} \\ x_1 = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x_1 = \frac{6}{5}.$$

$$\text{Vì thế } A\left(\frac{6}{5}; 1\right), B\left(\frac{12}{5}; 2\right) \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{61}}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 61 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a - b^2 = 61 - 5^2 = 36.$$

» **Câu 60.** Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồng biến trên

khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là nửa khoảng $[a; b)$, với $(b - a)$ lớn nhất. Tìm $T = b - a$ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Lời giải

✓ **Trả lời: 1,5**

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}. \text{ Ta có } y' = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}} \cdot \frac{m^2 - 1}{(x+m)^2} \cdot \ln\left(\frac{1}{5}\right).$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ -m \notin \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -m \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1. \text{ Vậy } m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right).$$

$$T = b - a = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1,5.$$

» **Câu 61.** Gọi a, b là các số thực lớn hơn 1 sao cho biểu thức $T = (\log_{a^2} b)^3 + 6\log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $P = \log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{ab}$ bằng bao nhiêu?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$\text{Ta có } T = (\log_{a^2} b)^3 + 6\log_b a = \frac{1}{8}(\log_a b)^3 + \frac{6}{\log_a b}.$$

Đặt $x = \log_a b$ (do $a, b > 1 \Rightarrow x > 0$)

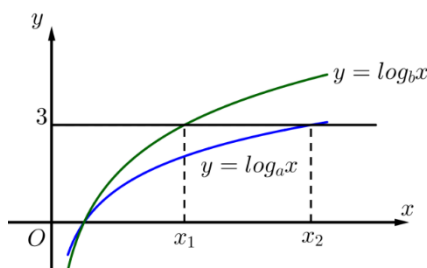
$$\text{Khi đó } T = \frac{1}{8}x^3 + \frac{6}{x}, \quad (x > 0). \text{ Ta có } T = \frac{1}{8}x^3 + \frac{6}{x} = \frac{x^3}{8} + \frac{2}{x} + \frac{2}{x} + \frac{2}{x} \geq 4\sqrt[4]{\frac{x^3}{8} \cdot \frac{2}{x} \cdot \frac{2}{x} \cdot \frac{2}{x}} = 4.$$

Vậy $T = (\log_{a^2} b)^3 + 6\log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 khi $x = 2$, khi đó

$$\log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2$$

$$P = \log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{ab} = \frac{2}{3}\log_a (a \cdot a^2) = \frac{2}{3}\log_a a^3 = 2.$$

» **Câu 62.** Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ x_1, x_2 . Biết $x_2 = 2x_1$, tính $\frac{a^3}{b^3}$?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Từ đồ thị có x_1 là nghiệm của phương trình $\log_b x = 3$ nên $\log_b x_1 = 3 \Leftrightarrow x_1 = b^3$.

Từ đồ thị có x_2 là nghiệm của phương trình $\log_a x = 3$ nên $\log_a x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = a^3$.

$$\text{Do } x_2 = 2x_1 \Rightarrow a^3 = 2b^3 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 2. \text{ Vậy } \frac{a^3}{b^3} = 2.$$

» **Câu 63.** Một nguồn âm đẳng hướng phát ra từ điểm O . Mức cường độ âm tại điểm M cách điểm O một khoảng R ($R > 0$) được tính bởi công thức $L_M = \log \frac{k}{R^2} (\text{Ben})$, với $k > 0$ là hằng số.

Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A = 4,3 (\text{Ben})$ và $L_B = 5 (\text{Ben})$. Mức cường độ âm tại trung điểm của AB tính theo Ben bằng bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Lời giải

✓ *Trả lời: 5,42*

Gọi I là trung điểm của đoạn AB .

$$\text{Ta có } L_A = \log \frac{k}{OA^2} \Rightarrow \frac{k}{OA^2} = 10^{L_A} \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{k}}{(\sqrt{10})^{L_A}};$$

$$L_B = \log \frac{k}{OB^2} \Rightarrow \frac{k}{OB^2} = 10^{L_B} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{k}}{(\sqrt{10})^{L_B}};$$

$$L_I = \log \frac{k}{OI^2} \Rightarrow \frac{k}{OI^2} = 10^{L_I} \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{k}}{(\sqrt{10})^{L_I}}.$$

Vì $L_B > L_A$ nên $OA > OB$ nên

$$\begin{aligned} OI &= \frac{1}{2}(OA - OB) \Rightarrow \frac{\sqrt{k}}{(\sqrt{10})^{L_I}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{k}}{(\sqrt{10})^{L_A}} - \frac{\sqrt{k}}{(\sqrt{10})^{L_B}} \right) \Rightarrow \frac{1}{(\sqrt{10})^{L_I}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(\sqrt{10})^{L_A}} - \frac{1}{(\sqrt{10})^{L_B}} \right) \\ \Rightarrow L_I &= -2 \log \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{(\sqrt{10})^{L_A}} - \frac{1}{(\sqrt{10})^{L_B}} \right) \right] \approx 5,42 \text{ (Ben)}. \end{aligned}$$

----- Hết -----



Chương 06

Bài 4.

PHƯƠNG TRÌNH & BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT

A

Lý thuyết

1. Phương trình & bất phương trình mũ.



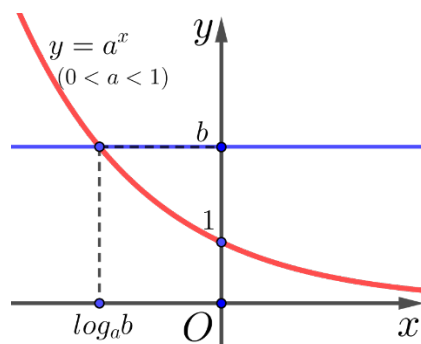
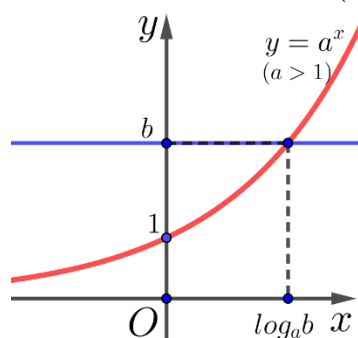
Phương trình mũ cơ bản:

Phương trình mũ cơ bản có dạng: $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Với a và b là các số cho trước.

⌘ *Nghiệm của phương trình mũ cơ bản*

Cho đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) và $y = b$ như hình.



Từ hình vẽ ta thấy với:

- » $b > 0$ đường thẳng $y = b$ cắt đường cong $y = a^x$ tại điểm $(\log_a b; b)$.
- » $b \leq 0$ đường thẳng $y = b$ không cắt đường cong $y = a^x$.

Khi đó phương trình mũ cơ bản có dạng: $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$):

- » Nếu $b > 0$ thì phương trình có một nghiệm duy nhất.
- » Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.



Chú ý

- (1) Nếu $b = a^m$ thì ta có $a^x = a^m \Leftrightarrow x = m$.
- (2) Tổng quát hơn $a^{u(x)} = a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$



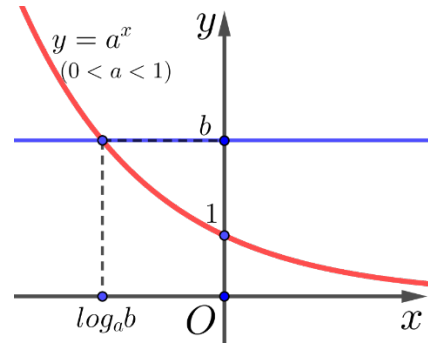
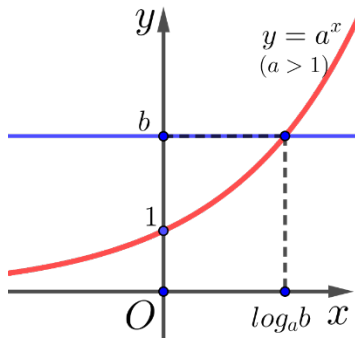
Bất phương trình mũ cơ bản:

Bất phương trình mũ cơ bản: $a^x > b$ hoặc $a^x < 0; a^x \geq b; a^x \leq b$, với $a > 0, a \neq 1$.

Với a và b là các số cho trước.

⌘ *Nghiệm của phương trình mũ cơ bản*

Cho đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) và $y = b$ như hình.



Từ hình vẽ ta thấy với:

Xét bất phương trình $a^x > b$ (*).

Nghiệm của (*) là hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đường thẳng $y = b$. Từ hình vẽ ta nhận được:

- » Nếu $b \leq 0$ thì $\forall x \in \mathbb{R}$ đều là nghiệm của (*).
- » Nếu $b > 0$ thì
 - Với $a > 1$: nghiệm của (*) là $x > \log_a b$.
 - Với $0 < a < 1$: nghiệm của (*) là $x < \log_a b$.



Chú ý

(1) Nếu $a > 1$: $a^{u(x)} > a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) > v(x)$.

(2) Nếu $0 < a < 1$: $a^{u(x)} > a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) < v(x)$.



2. Phương trình & bất phương trình logarit.



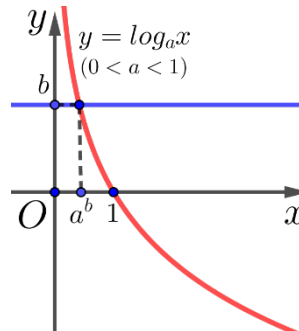
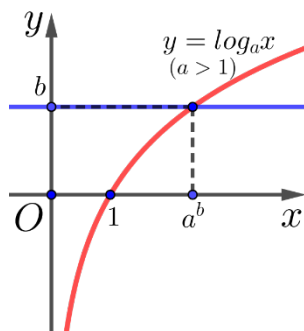
Phương trình logarit cơ bản:

Phương trình logarit cơ bản có dạng: $\log_a x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Với a và b là các số cho trước.

⌘ *Nghiệm của phương trình logarit cơ bản*

Cho đồ thị của hai hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) và $y = b$ như hình.



Từ hình vẽ ta thấy với:

» $b > 0$ đường thẳng $y = b$ cắt đường cong $y = \log_a x$ tại điểm $(a^b; b)$.

» $b \leq 0$ đường thẳng $y = b$ cắt đường cong $y = \log_a x$ tại điểm $(a^b; b)$.

Khi đó phương trình logarit cơ bản có dạng: $\log_a x = b$ ($a > 0, a \neq 1$) luôn có nghiệm duy nhất.



Chú ý

(1) Tổng quát $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow u(x) = v(x)$

(2) Lưu ý để giải phương trình logarit trước hết đặt điều kiện $\begin{cases} u(x) > 0 \\ v(x) > 0 \end{cases}$.

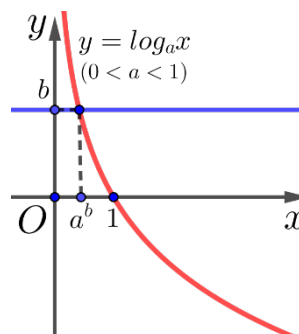
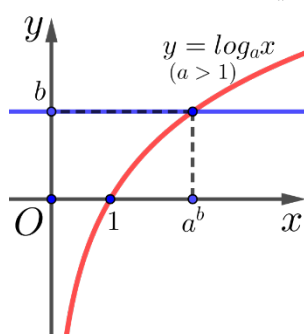


Bất phương trình logarit cơ bản:

Bất phương trình logarit cơ bản: $\log_a x > b$ hoặc $\log_a x < 0$; $\log_a x \geq b$; $\log_a x \leq b$, với $a > 0, a \neq 1$.

Với a và b là các số cho trước.

Cho đồ thị của hai hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) và $y = b$ như hình.



Từ hình vẽ ta thấy với:

Xét bất phương trình $\log_a x > b$ (*).



Điều kiện $x > 0$.

Nghiệm của (*) là hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nằm phía trên đường thẳng $y = b$. Từ hình vẽ ta nhận được:

- Với $a > 1$ nghiệm của (*) là $x > a^b$.
- Với $0 < a < 1$ nghiệm của (*) là $0 < x < a^b$.



Chú ý

- (1) Nếu $a > 1$: $\log_a u(x) > \log_a v(x) \Leftrightarrow u(x) > v(x)$.
- (2) Nếu $0 < a < 1$: $\log_a u(x) > \log_a v(x) \Leftrightarrow u(x) < v(x)$.



Các dạng bài tập

Dạng 1. Phương trình mũ cơ bản



Phương pháp

☑ Giải phương trình mũ cơ bản: $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Khi đó $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$

Lưu ý:

- ➔ Phương trình có một nghiệm duy nhất khi $b > 0$.
- ➔ Phương trình vô nghiệm khi $b \leq 0$.



Ví dụ 1.1.

Giải các phương trình sau:

(1) $3^x = 4$

(2) $8^x = 4$

(3) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{4}$

(4) $(\sqrt{2})^x = 2$

(5) $4^{x+1} = 25$

(6) $4^{x^2-2x} = 1$

✎ Lời giải

(1) $3^x = 4$

$$3^x = 4 \Leftrightarrow x = \log_3 4.$$

(2) $8^x = 4$

$$8^x = 4 \Leftrightarrow x = \log_8 4 \Leftrightarrow x = \log_{2^3} 2^2 = \frac{2}{3}$$

(3) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{4}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}$$

(4) $(\sqrt{2})^x = 2$

$$(\sqrt{2})^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\sqrt{2}} 2 \Leftrightarrow x = 2$$

(5) $4^{x+1} = 25$

$$4^{x+1} = 25 \Leftrightarrow 2^{2x+2} = 25 \Leftrightarrow 2x+2 = \log_2 25 \Leftrightarrow 2x+2 = 2\log_2 5 \Leftrightarrow x = \frac{2\log_2 5 - 2}{2} = \log_2 5 - 1.$$

(6) $4^{x^2-2x} = 1$

$$4^{x^2-2x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = \log_4 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

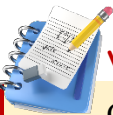


➤ Dạng 2. Phương trình mũ đưa về cùng cơ số



Phương pháp

☑ Với $a > 0, a \neq 1$: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.



Ví dụ 2.1.

Giải các phương trình sau:

(1) $2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$

(2) $2^{(x-1)^2} = 4^x$

(3) $25^x = 5^{x^2}$

(4) $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x$

(5) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = (2\sqrt{2})^{x+2}$

(6) $4^{x^2-2x} = 1$

➤ Lời giải

(1) $2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0$

$$2^{2x-1} - \frac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^{-3} \Leftrightarrow x = -1$$

(2) $2^{(x-1)^2} = 4^x$

$$2^{(x-1)^2} = 4^x \Leftrightarrow 2^{(x-1)^2} = 2^{2x} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3} \\ x = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

(3) $25^x = 5^{x^2}$

$$25^x = 5^{x^2} \Leftrightarrow (5^2)^x = 5^{x^2} \Leftrightarrow 2x = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

(4) $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x$

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^x \Leftrightarrow 5^{-2(x+1)} = 5^{3x} \Leftrightarrow -2(x+1) = 3x \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5}$$

(5) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = (2\sqrt{2})^{x+2}$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = (2\sqrt{2})^{x+2} \Leftrightarrow (2^{-2})^{2x-1} = \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{x+2} \Leftrightarrow 2^{-4x+2} = 2^{\frac{3(x+2)}{2}} \Leftrightarrow -4x+2 = \frac{3(x+2)}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{2}{11}$$



➤ Dạng 3. Phương trình mũ dùng logarit hóa



Phương pháp

- Phương trình $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1, b > 0 \\ f(x) = \log_a b \end{cases}$.
- Phương trình $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} = \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \cdot \log_a b$
hoặc $\log_b a^{f(x)} = \log_b b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \cdot \log_b a = g(x)$.



Ví dụ 3.1.

Giải các phương trình sau:

(1) $2^{x+1} = 8^x$

(2) $3^{4^x} = 4^{3^x}$

(3) $5^{2x+1} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x+2}$

(4) $2^{x-1} = 5^{x^2+2x-3}$

(5) $(2+\sqrt{3})^{-2x} = (2-\sqrt{3})^{x^2}$

(6) $2^x \cdot 5^x = 0,2 \cdot (10^{x-1})^5$

➤ Lời giải

(1) $2^{x+1} = 8^x$

$$2^{x+1} = 8^x \Leftrightarrow x+1 = x \log_2 8 \Leftrightarrow x+1 = 3x \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

(2) $3^{4^x} = 4^{3^x}$

$$4^x = 3^x \cdot \log 4 \Leftrightarrow x = \log_4 (3^x \cdot \log_3 4) \Leftrightarrow x = x \cdot \log_4 3 + \log_4 (\log_3 4) \Leftrightarrow x = \frac{\log_4 (\log_3 4)}{1 - \log_4 3}.$$

(3) $5^{2x+1} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x+2}$

$$5^{2x+1} = \left(\frac{1}{125}\right)^{x+2} \Leftrightarrow 2x+1 = (x+2) \log_5 \frac{1}{125} \Leftrightarrow 2x+1 = -3(x+2) \Leftrightarrow 5x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{5}.$$

(4) $2^{x-1} = 5^{x^2+2x-3}$

$$\log_5 (2^{x-1}) = \log_5 (5^{x^2+2x-3})$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \log_5 2 = x^2 + 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + (2 - \log_5 2)x + (-3 + \log_5 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 + \log_5 2 \end{cases}$$

(5) $(2+\sqrt{3})^{-2x} = (2-\sqrt{3})^{x^2}$

$$\log_{2+\sqrt{3}} \left[(2+\sqrt{3})^{-2x} \right] = \log_{2+\sqrt{3}} \left[(2-\sqrt{3})^{x^2} \right] \Leftrightarrow -2x = -x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

(6) $2^x \cdot 5^x = 0,2 \cdot (10^{x-1})^5$

$$\Leftrightarrow (2.5)^x = 0,2 \cdot 10^{5x-5} \Leftrightarrow x = \log 0,2 + 5x - 5 \Leftrightarrow 4x = 6 - \log 2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \cdot \log 2.$$



Dạng 4. Phương trình mũ đặt ẩn phụ cơ bản



Phương pháp

○ Biến đổi quy về dạng: $f[a^{g(x)}] = 0 (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{g(x)} > 0 \\ f(t) = 0 \end{cases}$.

○ Thông thường sẽ gặp các cơ số: $\begin{cases} 9^x \longrightarrow t = 3^x \\ 4^x \longrightarrow t = 2^x ; t > 0. \\ 25^x \longrightarrow t = 5^x \end{cases}$



Ví dụ 4.1.

Biến đổi các phương trình sau với phép đặt cho trước.

(1) $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 2 = 0$, khi đặt $t = 2^x$

(2) $2^{2x+1} - 2^{x-1} - 1 = 0$, khi đặt $h = 2^x$

(3) $9^{x+1} - 3^{x+1} - 30 = 0$, khi đặt $u = 3^x$

(4) $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 = 0$, khi đặt $m = 5^x$

Lời giải

(1) $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 2 = 0$, khi đặt $t = 2^x$

Ta có $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 2 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 2 = 0$

Đặt $t = 2^x$, ta được phương trình $t^2 - 6t + 2 = 0$

(2) $2^{2x+1} - 2^{x-1} - 1 = 0$, khi đặt $h = 2^x$

Ta có $2^{2x+1} - 2^{x-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - \frac{2^x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 2^{2x} - 2^x - 2 = 0$

Đặt $h = 2^x$ ta được phương trình $4h^2 - h - 2 = 0$.

(3) $9^{x+1} - 3^{x+1} - 30 = 0$, khi đặt $u = 3^x$

Ta có: $9^{x+1} - 3^{x+1} - 30 = 0 \Leftrightarrow 9 \cdot 9^x - 3 \cdot 3^x - 30 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 9^x - 3^x - 10 = 0$

Đặt $u = 3^x$ ta được phương trình $3u^2 - u - 10 = 0$.

(4) $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 = 0$, khi đặt $m = 5^x$

Ta có: $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 3 \cdot 5^2 \cdot 5^x + 32 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 75 \cdot 5^x + 32 = 0$

Đặt $m = 5^x$ ta được phương trình $m^2 - 75m + 32 = 0$.



Ví dụ 4.2.

Giải các phương trình sau:

(1) $4^x - 2^{x+2} - 3 = 0$

(2) $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$

(3) $4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

(4) $2^{1+2x} + 15 \cdot 2^x - 8 = 0$

Lời giải

(1) $4^x - 2^{x+2} - 3 = 0$

Ta có $4^x - 2^{x+2} - 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2^x \cdot 2^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x - 3 = 0 (*)$.

Đặt $t = 2^x (t > 0)$.



$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow t^2 - 4t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 - \sqrt{7} < 0 \text{ (L)} \\ t = 2 + \sqrt{7} > 0 \text{ (N)} \end{cases} \Leftrightarrow 2^x = 2 + \sqrt{7} \Leftrightarrow x = \log_2(2 + \sqrt{7}).$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \log_2(2 + \sqrt{7})$.

(2) $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$

$$\text{Ta có } 9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \Leftrightarrow (3^2)^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } t = 3^x > 0.$$

$$\text{Khi đó: } (*) \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ (N)} \\ t = 3 \text{ (N)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3^x = 2 \\ t = 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1; x = \log_3 2$.

(3) $4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

$$\text{Ta có } 4 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0 \Leftrightarrow 4(2^2)^x - 18 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow 4(2^x)^2 - 18 \cdot 2^x + 8 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0.$$

$$\text{Khi đó: } (*) \Leftrightarrow 4t^2 - 18t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \text{ (N)} \\ t = 1/2 \text{ (N)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 1/2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1; x = 2$.

(4) $2^{1+2x} + 15 \cdot 2^x - 8 = 0$

$$\text{Ta có } 2^{1+2x} + 15 \cdot 2^x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2(2^2)^x + 15 \cdot 2^x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2(2^x)^2 + 15 \cdot 2^x - 8 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0.$$

$$\text{Khi đó: } (*) \Leftrightarrow 2t^2 + 15t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \text{ (N)} \\ t = -8 \text{ (L)} \end{cases} \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1$.



➤ Dạng 5. Phương trình logarit cơ bản



Phương pháp

☑ Giải phương trình logarit cơ bản: $\log_a x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Khi đó $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

Lưu ý: ➡ Xác định điều kiện trước khi giải phương trình.

➡ Phương trình có nghiệm duy nhất.



Ví dụ 5.1.

Giải các phương trình sau:

(1) $\log_2 x = 5$

(2) $\log_4 (x-2) = 2$

(3) $\log_2 (1-x) = 2$

(4) $\log_2 |x-1| = 3$

(5) $\log_{\sqrt[4]{2}} (x^2-2)^2 = 8$

(6) $\log_2 \sqrt{x^2+5} = 3$

➤ Lời giải

(1) $\log_2 x = 5$

$$\log_2 x = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 32$$

(2) $\log_4 (x-2) = 2$

$$\log_4 (x-2) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x-2 = 4^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x = 18 \end{cases} \Leftrightarrow x = 18.$$

(3) $\log_2 (1-x) = 2$

$$\log_2 (1-x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x > 0 \\ 1-x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

(4) $\log_2 |x-1| = 3$

$$\log_2 |x-1| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ |x-1| = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \begin{cases} x-1 = 8 \\ x-1 = -8 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \begin{cases} x = 9 \\ x = -7 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$$

(5) $\log_{\sqrt[4]{2}} (x^2-2)^2 = 8$

$$\log_{\sqrt[4]{2}} (x^2-2)^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2 \neq 0 \\ (x^2-2)^2 = (\sqrt[4]{2})^8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm\sqrt{2} \\ (x^2-2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm\sqrt{2} \\ \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm\sqrt{2} \\ \begin{cases} x = -2 \vee x = 2 \\ x^2 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

(6) $\log_2 \sqrt{x^2+5} = 3$

Điều kiện: $x^2+5 > 0 \forall x$

$$\log_2 \sqrt{x^2+5} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+5} = 8 \Leftrightarrow x^2+5 = 64 \Leftrightarrow x^2 = 59 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{59} \\ x = -\sqrt{59} \end{cases}.$$



➤ Dạng 6. Phương trình logarit đưa về cùng cơ số



Phương pháp

☑ Cho $1 \neq a > 0$. Với điều kiện các biểu thức $f(x)$ và $g(x)$ xác định, ta thường đưa các phương trình logarit về các dạng cơ bản sau:

✎ **Loại 1:** $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = a^b \end{cases}$

✎ **Loại 2:** $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$



Ví dụ 6.1.

Giải các phương trình sau:

(1) $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$

(2) $2\log_2(x^2 - x - 1) = \log_{\sqrt{2}}(x-1)$

(3) $\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$

(4) $\log_3(x+4) + 2\log_9(14-x) = 4$

✎ Lời giải

(1) $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$

Điều kiện $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x+3 > 0 \\ x+7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1$

$\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$

$\Leftrightarrow \ln[(x+1)(x+3)] = \ln(x+7) \Leftrightarrow (x+1)(x+3) = x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-4 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $x=1$.

(2) $2\log_2(x^2 - x - 1) = \log_{\sqrt{2}}(x-1)$

Điều kiện $\begin{cases} x^2 - x - 1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x < \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$2\log_2(x^2 - x - 1) = \log_{\sqrt{2}}(x-1)$

$\Leftrightarrow 2\log_2(x^2 - x - 1) = 2\log_2(x-1)$

$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 1) = \log_2(x-1) \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = x-1 \Leftrightarrow x=2$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $x=2$.

(3) $\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$



$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+12 > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -12 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(x+12) \cdot \frac{1}{\log_2 x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+12) = 2 \log_2 x$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+12) = \log_2 x^2 \Leftrightarrow -x^2 + x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \text{ (L)} \\ x = 4 \text{ (N)} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $x = 4$.

$$(4) \log_3(x+4) + 2 \log_9(14-x) = 4$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+4 > 0 \\ 14-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x < 14 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < x < 14$$

$$\log_3(x+4) + 2 \log_9(14-x) = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+4) + 2 \log_{3^2}(14-x) = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+4) + \log_3(14-x) = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_3[(x+4) \cdot (14-x)] = 4$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(14-x) = 3^4 \Leftrightarrow -x^2 + 10x + 56 = 3^4 \Leftrightarrow x = 5$$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $x = 5$.



➤ Dạng 7. Phương trình logarit dùng mũ hóa



Phương pháp

☑ Cho $1 \neq a > 0$. Với điều kiện các biểu thức $f(x)$ và $g(x)$ xác định, ta thường đưa các phương trình logarit về: $\log_a f(x) = g(x) \ (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = a^{g(x)} \end{cases}$



Ví dụ 7.1.

Giải các phương trình sau:

(1) $\log_{x^2} (3 - 2x) = 1$

(2) $\log_{5-x} (x^2 - 2x + 64) = 2$

(3) $\log_2 (5^{x+1} - 25^x) = 2$

(4) $\log (25^x - 2^{2x+1}) = x$

(5) $\log_2 (9 - 2^x) = 3 - x$

(6) $\log_2 (4^x + 4) = x - \log_{0,5} (2^{x+1} - 3)$

✎ Lời giải

(1) $\log_{x^2} (3 - 2x) = 1$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 > 0 \\ x^2 \neq 1 \\ 3 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\log_{x^2} (3 - 2x) = 1 \Leftrightarrow 3 - 2x = x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-3\}$.

(2) $\log_{5-x} (x^2 - 2x + 64) = 2$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 5 - x > 0 \\ 5 - x \neq 1 \\ x^2 - 2x + 64 > 0 \ \forall x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x \neq 4 \end{cases}.$$

$$\log_{5-x} (x^2 - 2x + 64) = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 64 = (5 - x)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 64 = 25 - 10x + x^2 \Leftrightarrow 8x = -39 \Leftrightarrow x = -\frac{39}{8}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{-\frac{39}{8}\right\}$.

(3) $\log_2 (5^{x+1} - 25^x) = 2$

Điều kiện $5^{x+1} - 25^x > 0$.

$$\log_2 (5^{x+1} - 25^x) = 2 \Leftrightarrow 5^{x+1} - 25^x = 4 \Leftrightarrow 5^{2x} - 5 \cdot 5^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_5 4 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{0; \log_5 4\}$.



(4) $\log(25^x - 2^{2x+1}) = x$

Điều kiện $25^x - 2^{2x+1} > 0$.

$$\log(25^x - 2^{2x+1}) = x$$

$$\Leftrightarrow 25^x - 2 \cdot 4^x = 10^x \Leftrightarrow 1 - 2\left(\frac{4}{25}\right)^x - \left(\frac{10}{25}\right)^x = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{2}{5}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{5}\right)^x - 1 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } \left(\frac{2}{5}\right)^x = t \quad (t > 0). \text{ Khi đó } (*) \text{ trở thành } 2t^2 + t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (L)} \\ t = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{5}{2}} 2 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\log_{\frac{5}{2}} 2\right\}$.

(5) $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$

Điều kiện $9 - 2^x > 0 \Leftrightarrow 2^x < 9 \Leftrightarrow x < \log_2 9$.

$$\log_2(9 - 2^x) = 3 - x \Leftrightarrow 9 - 2^x = 2^{3-x} \Leftrightarrow 9 - 2^x = 2^3 \cdot \frac{1}{2^x} \Leftrightarrow 9 \cdot 2^x - (2^x)^2 - 8 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } 2^x = t \quad (t > 0). \text{ Khi đó } (*) \text{ trở thành } -t^2 + 9t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8 \text{ (N)} \\ t = 1 \text{ (N)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \\ 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{0; 3\}$.

(6) $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{0,5}(2^{x+1} - 3)$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 4^x + 4 > 0 \quad \forall x \\ 2^{x+1} - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2^{x+1} - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \log_2 3 - 1.$$

$$\log_2(4^x + 4) = x - \log_{0,5}(2^{x+1} - 3)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(4^x + 4) = x + \log_2(2^{x+1} - 3)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{(2^x)^2 + 4}{2 \cdot 2^x - 3} = x \Leftrightarrow \frac{(2^x)^2 + 4}{2 \cdot 2^x - 3} = 2^x \Rightarrow -(2^x)^2 + 3 \cdot 2^x + 4 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } 2^x = t \quad (t > 0). \text{ Khi đó } (*) \text{ trở thành } -t^2 + 3t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (L)} \\ t = 4 \text{ (N)} \end{cases} \Leftrightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2.$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{2\}$.



➤ Dạng 8. Phương trình logarit đặt ẩn phụ



Phương pháp

○ Biến đổi quy về dạng: $f(\log_a g(x)) = 0 \ (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t = \log_a g(x) \\ f(t) = 0 \end{cases}$.

Lưu ý: với $t = \log_a g(x)$ không có điều kiện của t .



Ví dụ 8.1.

Giải các phương trình sau:

(1) $\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 = 0$

(2) $\log_{0,5}^2 x + 2\log_{\sqrt{2}} x = 5$

(3) $\sqrt[3]{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$

(4) $\log(25^x - 2^{2x+1}) = x$

(5) $\log_{\sqrt{2}}^2 x + \log_2(x\sqrt{8}) - 3 = 0$

(6) $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$

✎ Lời giải

(1) $\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 = 0$

Điều kiện: $x > 0$.

$\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 = 0$

$\xrightarrow{\log_3 x = t} t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3 \\ t = 3 \Rightarrow \log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 27 \end{cases} \Rightarrow S = \{3; 27\}.$

(2) $\log_{0,5}^2 x + 2\log_{\sqrt{2}} x = 5$

Điều kiện $x > 0$

$\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 2\log_{\sqrt{2}} x = 5 \Leftrightarrow \log_2^2 x + 4\log_2 x - 5 = 0$

$\xrightarrow{t = \log_2 x} t^2 + 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -5 \Leftrightarrow \log_2 x = -5 \Leftrightarrow x = \frac{1}{32} \\ t = 1 \Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4 \end{cases} \Rightarrow S = \{\frac{1}{32}; 4\}$

(3) $\sqrt[3]{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$

Điều kiện $\begin{cases} \log_3 x \geq 0 \\ x > 0 \\ 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$

$3\sqrt[3]{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3 x - 3\sqrt[3]{\log_3 x} + 2 = 0$

$\xrightarrow{t = \sqrt[3]{\log_3 x} (t \geq 0)} t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Leftrightarrow \log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 = 9 \\ t = 1 \Leftrightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3^1 = 3 \end{cases} \Rightarrow S = \{3; 9\}.$

(4) $\log_2 x - \log_x 64 = 1$

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

$\log_2 x - \log_x 64 = 1 \Leftrightarrow \log_2 x - 6\log_x 2 = 1$



$$\xrightarrow{t=\log_2 x (t \neq 0)} t - \frac{6}{t} = 1 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow \log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 8 \\ t = -2 \Rightarrow \log_2 x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ 8; \frac{1}{4} \right\}.$$

(5) $\log_{\sqrt{2}}^2 x + \log_2 (x\sqrt{8}) - 3 = 0$

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_{\sqrt{2}}^2 x + \log_2 (x\sqrt{8}) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\log_2 x)^2 + \log_2 x + \log_2 \sqrt{8} - 3 = 0.$$

$$\Leftrightarrow 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 8(\log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 3 = 0$$

$$\xrightarrow{t=\log_2 x} 8t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2^{\frac{1}{2}} \\ t = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow \log_2 x = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow x = 2^{-\frac{3}{4}} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ 2^{\frac{1}{2}}; 2^{-\frac{3}{4}} \right\}$$

(6) $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$$

$$\xrightarrow[\Rightarrow \log_3^2 x = t-1]{\sqrt{\log_3^2 x + 1} = t (t \geq 1)} t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 (N) \\ t = -3 (L) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\log_3^2 x + 1} = 2 \Leftrightarrow \log_3^2 x + 1 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = \sqrt{3} \\ \log_3 x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^{\sqrt{3}} \\ x = 3^{-\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ 3^{\sqrt{3}}; 3^{-\sqrt{3}} \right\}$$

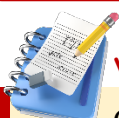


➤ Dạng 9. Bất phương trình mũ cơ bản



Phương pháp

Dạng 01. $a^x > b \ (a > 0; a \neq 1)$	$b \leq 0$	Tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$.	
	$b > 0$	$a > 1$	$a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$.
		$0 < a < 1$	$a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$.
Dạng 02. $a^x < b \ (a > 0; a \neq 1)$	$b \leq 0$	Tập nghiệm của bất phương trình là $\emptyset$.	
	$b > 0$	$a > 1$	$a^x < b \Leftrightarrow x < \log_a b$.
		$0 < a < 1$	$a^x < b \Leftrightarrow x > \log_a b$.



Ví dụ 9.1.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $3^x \geq 9$

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4$

(3) $2^{x+2} = \sqrt{2^3}$

(4) $2^x > 3^{x+1}$

(5) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$

(6) $3^{x^2-2x} < 27$

✎ Lời giải

(1) $3^x \geq 9$

Ta có $3^x \geq 9 \Leftrightarrow x \geq \log_3 9 \Leftrightarrow x \geq 2$.

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4$

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

(3) $2^{x+2} < \sqrt{2^3}$

Ta có: $2^{x+2} < \sqrt{2^3} \Leftrightarrow 2^{x+2} < 2^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x+2 < \frac{3}{2} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$

(4) $2^x > 3^{x+1}$

Ta có: $2^x > 3^{x+1} \Leftrightarrow 2^x > 3 \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x > 3 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{2}{3}} 3$.

(5) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \Leftrightarrow x < -5$

(6) $3^{x^2-2x} < 27$

Ta có $3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.



» Dạng 10. Bất phương trình logarit cơ bản



Phương pháp

☑ Giải bất phương trình logarit cơ bản: $\log_a x > b \Leftrightarrow \begin{cases} x > a^b & \text{khi } a > 1 \\ x < a^b & \text{khi } 0 < a < 1 \end{cases}$.

Lưu ý: ➔ Xác định điều kiện trước khi giải bất phương trình.

➔ Khi lấy cơ số cần quan tâm cơ số " > 1 " hay " < 1 " để xác định dấu của BPT.



Ví dụ 10.1.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $\log_{e^2} x > 5$

(2) $\log_4 (x - 20) < 2$

(3) $\log_2 |x - 1| = 3$

(4) $\log_3 (x^2 - 1)^2 > 2$

» Lời giải

(1) $\log_{e^2} x > 5$

$$\text{Ta có: } \log_{e^2} x > 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > (e^2)^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > e^{10} \end{cases} \Leftrightarrow x > e^{10}$$

(2) $\log_4 (x - 20) < 2$

$$\text{Ta có } \log_4 (x - 20) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 20 \\ x - 20 < 4^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 20 \\ x < 36 \end{cases} \Leftrightarrow 20 < x < 36.$$

(3) $\log_2 |x - 1| > 2$

$$\text{Ta có } \log_2 |x - 1| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ |x - 1| > 2^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (x - 1)^2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 2x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 2x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \begin{cases} x > 1 + \sqrt{3} \\ x < 1 - \sqrt{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 + \sqrt{3} \\ x < 1 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

(4) $\log_3 (x^2 - 1)^2 > 2$

$$\text{Ta có } \log_3 (x^2 - 1)^2 > 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 \neq 0 \\ (x^2 - 1)^2 > 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x^4 - 2x^2 - 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ \begin{cases} x^2 > 4 \\ x^2 < -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}.$$



➤ Dạng 11. Bất phương trình mũ giải bằng các phương pháp



Phương pháp

▣ **Phương pháp đưa về cùng cơ số:**

» Với $a > 1$: $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

» Với $0 < a < 1$: $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.

▣ **Phương pháp dùng logarit hóa:**

» Bất phương trình $a^{f(x)} > b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)} > \log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x) \cdot \log_a b$

hoặc $\log_b a^{f(x)} > \log_b b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \cdot \log_b a > g(x)$.

Lưu ý: Khi lấy cơ số cần quan tâm cơ số " > 1 " hay " < 1 " để xác định dấu của BPT.

▣ **Phương pháp đặt ẩn phụ cơ bản:**

» Biến đổi quy về dạng: $f[a^{g(x)}] < b \xrightarrow{a>1} \begin{cases} t = a^{g(x)} > 0 \\ f(t) < b \end{cases}$.

» Thông thường sẽ gặp các cơ số: $\begin{cases} 9^x \longrightarrow t = 3^x \\ 4^x \longrightarrow t = 2^x \\ 25^x \longrightarrow t = 5^x \end{cases}; t > 0$.



Ví dụ 11.1.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $2^{2x-1} - 2^{-2} > 0$

(2) $2^{2(x+5)^2} \geq 4^{1-2x}$

✎ Lời giải

(1) $2^{2x-1} - 2^{-2} > 0$

Ta có $2^{2x-1} - 2^{-2} > 0 \Leftrightarrow 2^{2x-1} > 2^{-2} \Leftrightarrow 2x-1 > -2 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$

(2) $2^{2(x+5)^2} \geq 4^{1-2x}$

Ta có $2^{2(x+5)^2} \geq 4^{1-2x} \Leftrightarrow 4^{(x+5)^2} \geq 4^{1-2x} \Leftrightarrow (x+5)^2 \geq 1-2x \Leftrightarrow x^2 + 4x + 24 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.



Ví dụ 11.2.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $2^{x+1} > 8^{x-1}$

(2) $3^{4^x} \leq 4^{3^x}$

✎ Lời giải

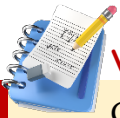
(1) $2^{x+1} > 8^{x-1}$

Ta có $2^{x+1} > 8^{x-1} \Leftrightarrow x+1 > (x-1)\log_2 8 \Leftrightarrow x+1 > 3(x-1) \Leftrightarrow -2x > -4 \Leftrightarrow x < -2$.

(2) $3^{4^x} \leq 4^{3^x}$



Ta có $3^{4^x} \leq 4^{3^x} \Leftrightarrow 4^x \log_3 3 \leq 3^x \log_3 4 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x \leq \log_3 4 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{4}{3}}(\log_3 4)$.



Ví dụ 11.3.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 > 0$

(2) $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 < 0$

Lời giải

(1) $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 > 0$

Ta có $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 > 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 > 0$

$$\xrightarrow{t=3^x, t>0} 3t^2 - 4t + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 1 \\ t < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x > 1 \\ 3^x < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

(2) $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 < 0$

Ta có $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 < 0 \Leftrightarrow (3^2)^x - 5 \cdot 3^x + 6 < 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 5 \cdot 3^x + 6 < 0 \quad (*)$

$$\xrightarrow{t=3^x, t>0} t^2 - 5t + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < t < 3 \Leftrightarrow \log_3 2 < x < 1$$



Dạng 12. Bất phương trình mũ giải bằng các phương pháp



Phương pháp

▫ Phương pháp đưa về cùng cơ số:

$$\gg \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \text{ khi } a > 1$$

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases} \text{ khi } 0 < a < 1$$

▫ Phương pháp dùng mũ hóa:

$$\gg \log_a f(x) > g(x) \xrightarrow{a>1} \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) > a^{g(x)} \end{cases}$$

▫ Phương pháp đặt ẩn phụ cơ bản:

$$\gg \text{Biến đổi quy về dạng: } f(\log_a g(x)) > b \xrightarrow{a>1} \begin{cases} t = \log_a g(x) \\ f(t) > b \end{cases}.$$

» **Lưu ý:** với $t = \log_a g(x)$ không có điều kiện của t



Ví dụ 12.1.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $\log_9(x+7) > \log_3(x+1)$

(2) $2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x-1)$

✎ Lời giải

(1) $\log_9(x+7) > \log_3(x+1)$

Điều kiện: $\begin{cases} x+7 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1.$

Ta có $\log_9(x+7) > \log_3(x+1)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3(x+7) > \log_3(x+1) \Leftrightarrow \log_3(x+7) > \log_3(x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$$

Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là: $-1 < x < 2$.

(2) $2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x-1)$

Điều kiện $\begin{cases} x^2 - x - 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x < \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$$2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2(x^2 - x - 1) < 2\log_2(x-1)$$



$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 1) < \log_2(x - 1) \Leftrightarrow x^2 - x - 1 < x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 2\right)$.



Ví dụ 12.2.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $\log_2(2 \cdot 2^x + 1) > 2x$

(2) $\log(3 - 2x) > 2^{\log_2 \log x}$

Lời giải

(1) $\log_2(2 \cdot 2^x + 1) > 2x$

Điều kiện $2 \cdot 2^x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\log_2(2 \cdot 2^x + 1) > 2x$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2^x + 1 > 2^{2x}$$

$$\Leftrightarrow -2^{2x} + 2 \cdot 2^x + 1 > 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} < 2^x < 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 < 2^x < 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < x < \log_2(1 + \sqrt{2})$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm $S = (1; \log_2(1 + \sqrt{2}))$.

(2) $\log(3 - 2x) > 2^{\log_2 \log x}$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3 - 2x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < \frac{3}{2}.$$

$$\log(3 - 2x) > 2^{\log_2 \log x} \Leftrightarrow \log(3 - 2x) > \log x \Leftrightarrow 3 - 2x > x \Leftrightarrow 3x < 3 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm $S = (-\infty; 1)$.



Ví dụ 12.3.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $\log_3^2 x - 4 \log_3 x + 3 > 0$

(2) $\log_{0,5}^2 x + 2 \log_{\sqrt{2}} x < 5$

Lời giải

(1) $\log_3^2 x - 4 \log_3 x + 3 > 0$

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_3^2 x - 4 \log_3 x + 3 > 0 \xrightarrow{\log_3 x = t} t^2 - 4t + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < 1 \\ t > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x < 1 \\ \log_3 x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 27 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm $S = (0; 3) \cup (27; +\infty)$.

(2) $\log_{0,5}^2 x + 2 \log_{\sqrt{2}} x < 5$

Điều kiện $x > 0$

$$\log_{\frac{1}{2}}^2 x + 2 \log_{\sqrt{2}} x < 5 \Leftrightarrow \log_2^2 x + 4 \log_2 x - 5 < 0$$

$$\xrightarrow{t = \log_2 x} t^2 + 4t - 5 < 0 \Leftrightarrow -5 < t < 1 \Leftrightarrow -5 < \log_2 x < 1 \Leftrightarrow 2^{-5} < x < 2$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm $S = (2^{-5}; 2)$.



Chương 06

Bài 4.

PHƯƠNG TRÌNH & BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. 9. B. 6. C. 8. D. $\frac{3}{2}$.

✎ Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình tương đương với $x = 2^3 \Leftrightarrow x = 8$.

» Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- A. $\{-3\}$. B. $\{3\}$. C. $\{-3; 3\}$. D. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

✎ Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$.

Phương trình tương đương với $x^2 - 1 = 2^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases}$.

So với điều kiện ta được tập nghiệm của phương trình là $S = \{-3; 3\}$.

» Câu 3. Phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$ tương đương với hệ nào sau đây ?

- A. $\begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ 2x+1 = x-1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ \frac{2x+1}{x-1} = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x > 1 \\ \frac{2x+1}{x-1} = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x > 1 \\ 2x+1 = 3(x-1) \end{cases}$.

✎ Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Phương trình tương đương $\log_3(2x+1) = \log_3(x-1) + \log_3 3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3(x-1)$.

» Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = \log_3(x-1)$ là

- A. $S = \emptyset$ B. $S = \{-2\}$ C. $S = \{3\}$ D. $S = \{2\}$

✎ Lời giải

Chọn D



Điều kiện: $x > 1$

Phương trình tương đương $\Leftrightarrow 2x - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x = 2$

So với điều kiện ta được tập nghiệm $S = \{2\}$.

» **Câu 5.** Phương trình $\log_5(x+1) + \log_{\frac{1}{5}}(7-x) = 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{0\}$.

C. $S = \{3\}$.

D. $S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$.

» *Lời giải*

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ 7-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 7$.

Phương trình tương đương $\log_5(x+1) = \log_5(7-x)$

$\Leftrightarrow x+1 = 7-x \Leftrightarrow x = 3$.

So với điều kiện ta được tập nghiệm $S = \{3\}$.

» **Câu 6.** Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = 2\log_4(2x+1)$ là

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{-2\}$.

D. $S = \{0\}$.

» *Lời giải*

Chọn A

PT $\Leftrightarrow \log_2(x-1) = \log_2(2x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

» **Câu 7.** Số nghiệm của phương trình $\log_3(3^x + 2) = x + 1$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

» *Lời giải*

Chọn A

PT $\Leftrightarrow 3^x + 2 = 3^{x+1} \Leftrightarrow 3^x + 2 = 3 \cdot 3^x \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy phương trình có duy nhất một nghiệm $x = 0$.

» **Câu 8.** Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 3$ có dạng $a + \log_b 3$, ($a \in \mathbb{R}, 0 < b \neq 1$). Tính $S = a + b$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

» *Lời giải*

Chọn A

» **Câu 9.** Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x = 10$.

B. $x = 4$.

C. $x = 9$.

D. $x = 3$.

» *Lời giải*

Chọn B

Ta có $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

» **Câu 10.** Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \{3\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{0\}$.

D. $S = \{-2\}$.

» *Lời giải*

Chọn D

Ta có $5^{x+2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 5^{x+2} = 1 \Leftrightarrow x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$



Vậy $S = \{-2\}$.

» **Câu 11.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 8$ bằng

- A. 0. B. -2. C. 2. D. 1.

🔍 *Lời giải*

Chọn C

$$\text{Ta có: } 2^{x^2-2x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x^2-2x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Như vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

Tổng hai nghiệm là: $(1 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3}) = 2$.

» **Câu 12.** Phương trình $3^{x-2} = \frac{1}{9}$ có nghiệm

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{19}{9}$.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

$$3^{x-2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x-2} = 3^{-2} \Leftrightarrow x - 2 = -2 \Leftrightarrow x = 0.$$

» **Câu 13.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

- A. 0. B. 5. C. 2. D. 3.

🔍 *Lời giải*

Chọn B

$$\text{Ta có } 5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2} \Leftrightarrow 5^{3x-2} = 5^{x^2} \Leftrightarrow 3x - 2 = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tổng bình phương hai nghiệm bằng 5.

» **Câu 14.** Tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là

- A. -2. B. -4. C. 2. D. 4.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

ĐKXĐ: $x \neq -1$.

$$\text{Vì } (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 1 \text{ nên } (\sqrt{5} - 2) = (\sqrt{5} + 2)^{-1}.$$

Khi đó phương trình đã cho tương đương

$$(\sqrt{5} + 2)^{x-1} = (\sqrt{5} + 2)^{\frac{-x+1}{x+1}} \Leftrightarrow x - 1 = \frac{-x+1}{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Suy ra tích hai nghiệm là -2.

» **Câu 15.** Phương trình $2^x \cdot 5^{x^2-2x} = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

🔍 *Lời giải*

Chọn B



Ta có $2^x \cdot 5^{x^2-2x} = 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_5 2 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (\log_5 2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 - \log_5 2 \end{cases}$

Nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.

» **Câu 16.** Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4} = 3^{x-2}$ là

- A.** $\log_2 3$. **B.** $2\log_2 3 - 4$. **C.** $\log_3 2$. **D.** 3.

🔍 *Lời giải*

Chọn B

Ta có $2^{x^2-4} = 3^{x-2} \Leftrightarrow x^2 - 4 = (x-2)\log_2 3 \Leftrightarrow x^2 - x\log_2 3 + 2\log_2 3 - 4 = 0$

Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt và tích các nghiệm bằng $2\log_2 3 - 4$.

» **Câu 17.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

- A.** $(-\infty; \log_2 5)$. **B.** $(\log_2 5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_5 2)$. **D.** $(\log_5 2; +\infty)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

Ta có: $2^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_2 5$. Vậy tập nghiệm $S = (-\infty; \log_2 5)$.

» **Câu 18.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

- A.** 7. **B.** 6. **C.** vô số. **D.** 8.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21} \Leftrightarrow 3^{-(2x^2-3x-7)} > 3^{2x-21}$

$\Leftrightarrow -(2x^2 - 3x - 7) > 2x - 21 \Leftrightarrow -2x^2 + 3x + 7 > 2x - 21 \Leftrightarrow -2x^2 + x + 28 > 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < x < 4$.

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có 7 nghiệm nguyên.

» **Câu 19.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{100x} \geq 4^{200}$ là

- A.** $[4; +\infty)$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 4]$.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

$2^{100x} \geq 4^{200} \Leftrightarrow 2^{100x} \geq 2^{400} \Leftrightarrow 100x \geq 400 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Vậy $S = [4; +\infty)$.

» **Câu 20.** Giải bất phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^{x-1} < 7 - 4\sqrt{3}$.

- A.** $x > 0$. **B.** $x < 0$. **C.** $x > 1$. **D.** $x < 1$.

🔍 *Lời giải*

Chọn B

Ta có $(7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3}) = 1 \Leftrightarrow 7 - 4\sqrt{3} = (7 + 4\sqrt{3})^{-1}$

nên: $(7 + 4\sqrt{3})^{x-1} < 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow (7 + 4\sqrt{3})^{x-1} < (7 + 4\sqrt{3})^{-1} \Leftrightarrow x-1 < -1 \Leftrightarrow x < 0$.



» **Câu 21.** Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 2.

» *Lời giải*

Chọn C

Bất phương trình tương đương với $2^{x^2-3x+4} \leq 2^{10-2x} \Leftrightarrow x^2-3x+4 \leq 10-2x \Leftrightarrow x^2-x-6 \leq 0$
 $\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$. Do $x > 0$ nên $0 < x \leq 3$.

Mà $x \in \mathbb{Z}^+$ nên $x \in \{1; 2; 3\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán.

» **Câu 22.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 3^{x+2}$.

A. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$.

B. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right]$.

C. $\left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có $2^{x+1} > 3^{x+2} \Leftrightarrow x+1 > (x+2)\log_2 3 \Leftrightarrow (\log_2 3 - 1)x < 1 - 2\log_2 3 \Leftrightarrow x < \frac{1-2\log_2 3}{\log_2 3 - 1}$

$\Leftrightarrow x < \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2} \Leftrightarrow x < \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}$.

» **Câu 23.** Biết phương trình $\log_2(3 \cdot 2^{x+1} - 9) = 2x$ có một nghiệm x_0 . Giá trị của $2^{x_0} - 1$ bằng

A. 3.

B. $2^{\log_3 2} - 1$.

C. 2.

D. $-\frac{3}{2}$.

» *Lời giải*

Chọn C

Điều kiện: $3 \cdot 2^{x+1} - 9 > 0$.

PT $\Leftrightarrow 3 \cdot 2^{x+1} - 9 = 2^{2x} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 9 = 0 \Leftrightarrow (2^x - 3)^2 = 0$

$\Leftrightarrow 2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3 = x_0$ (thỏa điều kiện).

Vậy $2^{x_0} - 1 = 2^{\log_2 3} - 1 = 2$.

» **Câu 24.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(3x) < \log_{0,5} 5$ là

A. $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left(0; \frac{5}{3}\right)$.

D. $\left(0; \frac{3}{5}\right)$.

» *Lời giải*

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

BPT $\Leftrightarrow \log_{0,5}(3x) < \log_{0,5} 5 \Leftrightarrow 3x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$.

Kết hợp với điều kiện, ta nhận $x > \frac{5}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

» **Câu 25.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x < 0$ là

A. $(-\infty; 5)$.

B. $(0; 5)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(0; 1)$.



Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 0$.

$BPT \Leftrightarrow x < 5^0 \Leftrightarrow x < 1$.

Kết hợp với điều kiện, ta được $0 < x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1)$.

» **Câu 26.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) > 2\log_{\sqrt{2}} 3$ là

- A.** $S = (7; +\infty)$. **B.** $S = (4; +\infty)$. **C.** $S = (-\infty; 4)$. **D.** $S = [4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 1$

$\log_2(x-1) > 2\log_{\sqrt{2}} 3 \Leftrightarrow \log_2(x-1) > \log_2 3 \Leftrightarrow x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (4; +\infty)$

» **Câu 27.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_4(x+1) \geq 2$ là

- A.** $(-1; 15)$. **B.** $(15; +\infty)$. **C.** $S = [15; +\infty)$. **D.** $(-1; 5]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > -1$

$\log_4(x+1) \geq 2 \Leftrightarrow 4^{\log_4(x+1)} \geq 4^2 \Leftrightarrow x+1 \geq 16 \Leftrightarrow x \geq 15$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [15; +\infty)$

» **Câu 28.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - \log_3 2 \geq 0$ là

- A.** $S = (3; 5]$. **B.** $[5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 5]$. **D.** $[3; 5]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 3$

$\log_{\frac{1}{3}}(x-3) + \log_3 2 \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(x-3) \leq \log_3 2 \Leftrightarrow x-3 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3; 5]$.

» **Câu 29.** Cho bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5(x-2) < \log_{0,2} 3$. Khi đó tập nghiệm của phương trình là

- A.** $(2; 3)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(3; 4]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 2$.

$\log_{0,2} x - \log_5(x-2) < \log_{0,2} 3 \Leftrightarrow \log_{0,2} x + \log_{0,2}(x-2) < \log_{0,2} 3$

$\Leftrightarrow \log_{0,2}[x(x-2)] < \log_{0,2} 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Đối chiếu điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; 3)$.



» **Câu 30.** Giải bất phương trình $\log_3 x - \log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 1$ được nghiệm là

- A. $x > 2$. B. $x > 3$. C. $2 < x < 3$. D. $x < -1$.

» *Lời giải*

Chọn B

Điều kiện $x > 2$.

$$\log_3 x - \log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 1 \Leftrightarrow \log_3 x + \log_3(x-2) > 1 \Leftrightarrow \log_3[x(x-2)] > 1$$

$$\Leftrightarrow x(x-2) > 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 3.$$

Kết hợp điều kiện, ta được nghiệm của bất phương trình là $x > 3$.

» **Câu 31.** Bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$. C. $S = \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

» *Lời giải*

Chọn C

$$\text{Ta có } 3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 2x+1 > 3-x \Leftrightarrow 3x > 2 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}.$$

$$\Rightarrow S = \left(\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

» **Câu 32.** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A. $S = [-4; 2]$. B. $S = (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$. D. $S = [-2; 4]$.

» *Lời giải*

Chọn D

$$5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-2; 4]$.

» **Câu 33.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

- A. 7. B. 6. C. vô số. D. 8.

» *Lời giải*

Chọn A

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21} \Leftrightarrow 3^{-(2x^2-3x-7)} > 3^{2x-21}$$

$$\Leftrightarrow -(2x^2-3x-7) > 2x-21 \Leftrightarrow -2x^2+3x+7 > 2x-21$$

$$\Leftrightarrow -2x^2+x+28 > 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < x < 4.$$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có 7 nghiệm nguyên.

» **Câu 34.** Bất phương trình $3^{x^2} \cdot 2^x > 1$ có tập nghiệm là

- A. $S = (-\log_2 3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -\log_2 3) \cup (0; +\infty)$.



C. $S = (0; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 0) \cup (\log_2 3; +\infty)$.

» **Lời giải**

Chọn B

Ta có : $2^{x^2} \cdot 3^x > 5 \Leftrightarrow \log_2 (2^{x^2} \cdot 3^x) > \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2 (2^{x^2}) + \log_2 (3^x) > 0$.

$\Leftrightarrow x^2 + x \log_2 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\log_2 3 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow S = (-\infty; -\log_2 3) \cup (0; +\infty)$.

» **Câu 35.** Phương trình $3^{x^2} \cdot 4^{x+1} < \frac{1}{3^x}$ có dạng $S = (a; b)$. Khi đó $T = a \cdot b + a + b$ bằng

A. $T = 2$.

B. $T = -\log_3 4$.

C. $T = 1$.

D. $T = -1$.

» **Lời giải**

Chọn D

Ta có : $3^{x^2} \cdot 4^{x+1} < \frac{1}{3^x} \Leftrightarrow 3^{x^2} \cdot 4^{x+1} < 3^{-x} \Leftrightarrow \log_3 (3^{x^2} \cdot 4^{x+1}) < \log_3 3^{-x}$.

$\Leftrightarrow x^2 + (x+1) \log_3 4 < -x \Leftrightarrow x^2 + (1 + \log_3 4)x + \log_3 4 < 0 \Leftrightarrow -\log_3 4 < x < -1$.

$\Rightarrow S = (-\log_3 4; -1) \Rightarrow \begin{cases} a = -\log_3 4 \\ b = -1 \end{cases}$.

Do đó $T = a \cdot b + a + b = \log_3 4 - \log_3 4 - 1 = -1$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 36.** Cho phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$ và phương trình $3^{3x^2-x} = 3^{x+5}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$x = 1$ là nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$.		
(b)	Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$ bằng 16.		
(c)	Phương trình $3^{3x^2-x} = 3^{x+5}$ có tích các nghiệm bằng $-\frac{5}{3}$.		
(d)	Hai phương trình đã cho có cùng tập nghiệm.		

» **Lời giải**

(a) $x = 1$ là nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$.

$2^{x^2+2x} = 2^3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Do đó $x = 1$ là nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$ bằng 16.

$2^{x^2+2x} = 2^3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Do đó tổng bình phương các nghiệm là $1^2 + (-3)^2 = 10$.

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình $3^{3x^2-x} = 3^{x+5}$ có tích các nghiệm bằng $-\frac{5}{3}$.



$$3^{3x^2-x} = 3^{x+5} \Leftrightarrow 3x^2 - x = x + 5 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}.$$

Do đó tích các nghiệm là $-\frac{5}{3}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Hai phương trình đã cho có cùng tập nghiệm.

Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 2^3$ là $\{1; -3\}$.

Tập nghiệm của phương trình $3^{3x^2-x} = 3^{x+5}$ là $\left\{-1; \frac{5}{3}\right\}$.

Do đó hai phương trình đã cho không cùng tập nghiệm.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 37.** Cho phương trình $3^{6x+27} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x^2+3x-3}$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tích hai nghiệm của phương trình $x_1 x_2 = 6$.		
(b)	Giá trị $x_1^2 + x_2^2 = 10$.		
(c)	Phương trình $2^{x^2+x+8} - 4^{1-2x} = 0$ có cùng tập nghiệm với phương trình đã cho.		
(d)	Phương trình $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-x^2-1} + 2(x_1 + x_2) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.		

» **Lời giải**

(a) Tích hai nghiệm của phương trình $x_1 x_2 = 6$.

$$\text{Ta có: } 3^{6x+27} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x^2+3x-3} \Leftrightarrow 3^{6x+27} = (3^{-3})^{x^2+3x-3} \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0.$$

$$\text{Áp dụng định lý Viet ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = -5 \\ P = x_1 x_2 = 6 \end{cases}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giá trị $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

$$\text{Ta có } x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = (-5)^2 - 2 \cdot 6 = 13.$$

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình $2^{x^2+x+8} - 4^{1-2x} = 0$ có cùng tập nghiệm với phương trình đã cho.

$$\text{Ta có: } 2^{x^2+x+8} - 4^{1-2x} = 0 \Leftrightarrow x^2 + x + 8 = 2 - 4x \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Phương trình $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-x^2-1} + 2(x_1 + x_2) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.



Ta có: $5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-x^2+1} + 2(x_1+x_2) = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-x^2-1} + 2 \cdot (-5) = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 38.** Cho phương trình $5^x \cdot 3^{x^2} = 1$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	x_1 là nghiệm của phương trình $3^x = 5$.		
(b)	x_2 là nghiệm của phương trình $5^{x^2-2x+3} = 125$.		
(c)	Tích hai nghiệm của phương trình đã cho là số dương.		
(d)	$3^{x_1+x_2} < 1$.		

» **Lời giải**

Ta có: $5^x \cdot 3^{x^2} = 1$

$\Leftrightarrow \log_5(5^x \cdot 3^{x^2}) = \log_5 1$

$\Leftrightarrow \log_5 5^x + \log_5 3^{x^2} = 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_5 3 = 0 \Leftrightarrow x(1 + x \log_5 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x = -\frac{1}{\log_5 3} = -\log_3 5 \end{cases}$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = -\log_3 5$ và $x_2 = 0$.

(a) x_1 là nghiệm của phương trình $3^x = 5$.

Thay $x = x_1 = -\log_3 5$ vào phương trình $3^x = 5$ ta được: $3^{-\log_3 5} = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{5} = 5$ (vô lí).

» **Chọn SAI.**

(b) x_2 là nghiệm của phương trình $5^{x^2-2x+3} = 125$.

Thay $x = x_1 = 0$ vào phương trình $5^{x^2-2x+3} = 125$ ta được: $5^{0^2-2 \cdot 0+3} = 125 \Leftrightarrow 125 = 125$ (đúng).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tích hai nghiệm của phương trình đã cho là số dương.

Tích hai nghiệm của phương trình đã cho là: $x_1 x_2 = 0 \cdot (-\log_3 5) = 0$ không phải là số dương.

» **Chọn SAI.**

(d) $3^{x_1+x_2} < 1$.

$3^{x_1+x_2} = 3^{-\log_3 5+0} = \frac{1}{5} < 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 39.** Cho phương trình $\log_2(x^2 - 5x - 6) = 3$ (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện của phương trình (1) là $-1 < x < 6$.		
(b)	Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.		
(c)	Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 < x_2$ thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 3$.		
(d)	Tổng bình phương các nghiệm của phương trình (1) lớn hơn 53.		

» **Lời giải**



(a) Điều kiện của phương trình (1) là $-1 < x < 6$.

Điều kiện: $x^2 - 5x - 6 > 0$ hay $x < -1$ hoặc $x > 6$.

» **Chọn SAI.**

(b) Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.

Phương trình (1) $\Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 8$ hay $x^2 - 5x - 14 = 0$.

Từ đó tìm được $x_1 = -2$ và $x_2 = 7$. Cả hai nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = -2$ và $x_2 = 7$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 < x_2$ thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 3$.

$2x_1 + x_2 = 2 \cdot (-2) + 7 = 3$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình (1) lớn hơn 53.

$x_1^2 + x_2^2 = 4 + 49 = 53$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 40.** Cho phương trình $2\log_9 x + \log_3 (x-8) = 3$ (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện của phương trình (1) là $x > 8$.		
(b)	Phương trình (1) $\Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$.		
(c)	Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.		
(d)	Phương trình (1) có một nghiệm là số chính phương.		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện của phương trình (1) là $x > 8$.

Điều kiện: $x > 0$ và $x - 8 > 0$, hay $x > 8$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình (1) $\Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$.

Phương trình (1) suy ra: $\log_3 x + \log_3 (x-8) = 3$ hay $\log_3 x(x-8) = 3$

hay $x^2 - 8x - 9 = 0$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Từ đó tìm được $x_1 = -1$ và $x_2 = 9$, nhưng chỉ có nghiệm $x = 9$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 9$.

» **Chọn SAI.**

(d) Phương trình (1) có một nghiệm là số chính phương.

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 9$ là số chính phương.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 41.** Cho phương trình $\log_3 (7 - 3^x) = 2 - x$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện xác định của phương trình là $x > \log_3 7$.		
(b)	Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$		



(c)	Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3(7 - \sqrt{13})$ và $x_2 = \log_3(7 + \sqrt{13})$		
(d)	Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1 + x_2 = 2$		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện xác định của phương trình là $x > \log_3 7$.

Điều kiện xác định của phương trình là $7 - 3^x > 0 \Leftrightarrow 3^x < 7 \Leftrightarrow x < \log_3 7$.

» **Chọn SAI.**

(b) Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$

Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x \Leftrightarrow 7 - 3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3(7 - \sqrt{13})$ và $x_2 = \log_3(7 + \sqrt{13})$

Đặt $t = 3^x$, với $0 < t < 7$ suy ra $x = \log_3 t$.

Ta có phương trình $t^2 - 7t - 9 = 0$ có hai nghiệm $t_1 = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$ và $t_2 = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$.

Vậy có hai nghiệm x_1, x_2 là $x_1 = \log_3\left(\frac{7 - \sqrt{13}}{2}\right)$ và $x_2 = \log_3\left(\frac{7 + \sqrt{13}}{2}\right)$

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1 + x_2 = 2$

Ta có $x_1 + x_2 = \log_3 t_1 + \log_3 t_2 = \log_3 t_1 \cdot t_2$

Theo định lý Vi-ét ta có $t_1 \cdot t_2 = 9$ nên $x_1 + x_2 = \log_3 9 = 2$.

Vậy $x_1 + x_2 = 2$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 42.** Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \frac{1}{3^3}$ (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3$.		
(b)	Bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $2x - 1 \leq 3$.		
(c)	Nghiệm của bất phương trình (1) là $x \geq 2$.		
(d)	Tập nghiệm của bất phương trình (1) là $S = (2; +\infty)$.		

» **Lời giải**

(a) Bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3$.



Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \frac{1}{3^3} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình $2x-1 \leq 3$.

Do $0 < \frac{1}{3} < 1$ nên $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \frac{1}{3^3} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Leftrightarrow 2x-1 \geq 3$.

» **Chọn SAI.**

(c) Nghiệm của bất phương trình (1) là $x \geq 2$.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \frac{1}{3^3} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Leftrightarrow 2x-1 \geq 3 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tập nghiệm của bất phương trình (1) là $S = (2; +\infty)$.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \frac{1}{3^3} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Leftrightarrow 2x-1 \geq 3 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $S = [2; +\infty)$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 43.** Cho bất phương trình $2^x > 64$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình đã cho là bất phương trình logarit.		
(b)	$64 = 2^5$.		
(c)	Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $2^x > 2^6$.		
(d)	Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $x < 6$.		

» **Lời giải**

(a) Bất phương trình đã cho là bất phương trình logarit.

Bất phương trình đã cho là bất phương trình mũ.

» **Chọn SAI.**

(b) $64 = 2^5$.

Ta có $64 = 2^6$.

» **Chọn SAI.**

(c) Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $2^x > 2^6$.

Do $64 = 2^6$ nên $2^x > 64 \Leftrightarrow 2^x > 2^6$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $x < 6$.

Do $2 > 1$ nên $2^x > 64 \Leftrightarrow 2^x > 2^6 \Leftrightarrow x > 6$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 44.** Xét phương trình $\log_2(1-x^2) = 2\log_4(2x)$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện của phương trình là $x > 0$		



(b)	Phương trình tương đương: $1 - x^2 = 2x$		
(c)	Phương trình có điều kiện là $-1 < x < 1$		
(d)	Phương trình có một nghiệm duy nhất là $x = -1 + \sqrt{2}$		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện của phương trình là $x > 0$

Điều kiện của phương trình là $x > 0$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 1 - x^2 > 0 \\ 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

» **Chọn SAI.**

(b) Phương trình tương đương: $1 - x^2 = 2x$

$$\text{Phương trình suy ra: } \log_2(1 - x^2) = \log_2(2x) \Rightarrow 1 - x^2 = 2x$$

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình có điều kiện là $-1 < x < 1$

Phương trình có điều kiện là $-1 < x < 1$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 1 - x^2 > 0 \\ 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

» **Chọn SAI.**

(d) Phương trình có một nghiệm duy nhất là $x = -1 + \sqrt{2}$

Phương trình có một nghiệm duy nhất là $x = -1 + \sqrt{2}$

$$\text{Phương trình } \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x = -1 + \sqrt{2} \Rightarrow x = -1 + \sqrt{2} \text{ (nhận)} \\ x = -1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 45.** Cho phương trình $\log(x-1)^2 = \log(x+1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x > 1$		
(b)	Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ (*)		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3		
(d)	Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó 3 số $x_1; x_2; 6$ tạo thành một cấp số cộng		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện $x > 1$

Điều kiện $x > 1$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} (x-1)^2 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

» **Chọn SAI.**



(b) Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ (*)

Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ (*)

$$\log(x-1)^2 = \log(x+1) \Rightarrow (x-1)^2 = x+1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases} \text{ nhận với điều kiện } \begin{cases} x \neq 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này vào (*), ta thấy cả hai giá trị đều không thoả.

Vậy phương trình không có chung tập nghiệm với phương trình (*)

» **Chọn SAI.**

(c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3

Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log(x-1)^2 = \log(x+1) \\ x \neq 1, x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = x+1 \\ x \neq 1, x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ x \neq 1, x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó 3 số $x_1; x_2; 6$ tạo thành một cấp số cộng

Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

Khi đó 3 số $x_1; x_2; 6$ tạo thành một cấp số cộng

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 46.** Xét các mệnh đề sau

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình $\log_2(2.2^x - 1) = x$ có nghiệm duy nhất $x = x_0$. Giá trị của $P = x_0 + 1$ bằng 1.		
(b)	Phương trình $\log_4(3.2^x) = x - 1$ có nghiệm x_0 thuộc khoảng $(2; 4)$.		
(c)	Phương trình $\log_4(2^{\sqrt{x-1}} - 1) = x - 1$ có điều kiện $x > 1$.		
(d)	Phương trình $2^{\log_4(x+3)} = x$ có hai nghiệm phân biệt.		

» **Lời giải**

(a) Phương trình $\log_2(2.2^x - 1) = x$ có nghiệm duy nhất $x = x_0$. Giá trị của $P = x_0 + 1$ bằng 1.

Phương trình $\log_2(2.2^x - 1) = x$ có nghiệm duy nhất $x = x_0$.

Giá trị của $P = x_0 + 1$ bằng 1

$$\log_2(2.2^x - 1) = x \Leftrightarrow 2.2^x - 1 = 2^x \Leftrightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = \log_2 1 = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \Rightarrow P = 1$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình $\log_4(3.2^x) = x - 1$ có nghiệm x_0 thuộc khoảng $(2; 4)$.

Phương trình $\log_4(3.2^x) = x - 1$ có nghiệm x_0 thuộc khoảng $(2; 4)$

$$\log_4(3.2^x) = x - 1 \Leftrightarrow 3.2^x = 4^{x-1} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot (2^x)^2 - 3.2^x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot 2^x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 12 \Leftrightarrow x = \log_2 12 \approx 3,58..., \text{ vậy phương trình có nghiệm } x_0 \in (2; 4)$$



» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình $\log_4(2^{\sqrt{x-1}} - 1) = x - 1$ có điều kiện $x > 1$.

Phương trình $\log_4(2^{\sqrt{x-1}} - 1) = x - 1$ có điều kiện $x > 1$

Điều kiện $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

» **Chọn SAI.**

(d) Phương trình $2^{\log_4(x+3)} = x$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $2^{\log_4(x+3)} = x$ có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Ta có: } 2^{\log_4(x+3)} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ \log_4(x+3) = \log_2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ \log_2(x+3) = \log_2 x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x^2 = x + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \vee x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 47.** Cho bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình có tập xác định $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$		
(b)	Bất phương trình tương đương với $x^2 - x + 1 > 2x - 1$		
(c)	1 và 2 là hai nghiệm của bất phương trình		
(d)	Bất phương trình vô nghiệm		

» **Lời giải**

(a) Bất phương trình có tập xác định $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

» **Chọn SAI.**

(b) Bất phương trình tương đương với $x^2 - x + 1 > 2x - 1$

$$\text{Ta có } \left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 2x - 1$$

» **Chọn SAI.**

(c) 1 và 2 là hai nghiệm của bất phương trình

Bất phương trình tương đương $x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

» **Chọn SAI.**

(d) Bất phương trình vô nghiệm

Tập nghiệm của bất phương trình là: $T = (1; 2)$

» **Chọn SAI.**



» **Câu 48.** Cho hình bất phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x > 3^{\frac{2x}{x+1}}$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^{\frac{x}{2}}$		
(b)	Bất phương trình có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$		
(c)	0 là một nghiệm của bất phương trình trên.		
(d)	Bất phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $x^3 + 3x^2 + 2x < 0$		

» **Lời giải**

(a) $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^{\frac{x}{2}}$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^{-2x}$$

» **Chọn SAI.**

(b) Bất phương trình có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Điều kiện: $x \neq -1$. Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) 0 là một nghiệm của bất phương trình trên.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{9}\right)^x > 3^{\frac{2x}{x+1}} &\Leftrightarrow 3^{-2x} > 3^{\frac{2x}{x+1}} \Leftrightarrow -2x > \frac{2x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} + 2x < 0 \Leftrightarrow 2x\left(\frac{1}{x+1} + 1\right) < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x(x+2)}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -1 < x < 0 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện).} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup (-1; 0)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Bất phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $x^3 + 3x^2 + 2x < 0$

$$\text{Có } x^3 + 3x^2 + 2x < 0 \Leftrightarrow x(x+1)(x+2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup (-1; 0)$.

Suy ra hai bất phương trình có cùng tập nghiệm.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 49.** Cho phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 27 \cdot 2^x$, có tập nghiệm là $S = (a; b]$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình tương đương với phương trình $2x = \log_3(3^3 \cdot 2^x)$.		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $(2 - \log_3 2)x = -3$.		
(c)	Phần nguyên của nghiệm là -1.		



- (d) Phương trình có nghiệm dạng $x = \frac{a}{-b - \log_a b}$ thì $a + b = 5$; với $a > 0, a \in \mathbb{Z}, b > 0, b \in \mathbb{Z}$.

» **Lời giải**

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 27 \cdot 2^x \Leftrightarrow 3^{-2x} = 3^3 \cdot 2^x \Leftrightarrow -2x = \log_3(3^3 \cdot 2^x)$$

$$\Leftrightarrow -2x = 3 + x \log_3 2 \Leftrightarrow (-2 - \log_3 2)x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{-2 - \log_3 2}.$$

- (a) Phương trình tương đương với phương trình $2x = \log_3(3^3 \cdot 2^x)$.

Phương trình tương đương với phương trình $-2x = \log_3(3^3 \cdot 2^x)$.

» **Chọn SAI.**

- (b) Phương trình tương đương với phương trình $(2 - \log_3 2)x = -3$.

Phương trình tương đương với phương trình $(2 + \log_3 2)x = -3$.

» **Chọn SAI.**

- (c) Phần nguyên của nghiệm là -1 .

Nghiệm của phương trình là $x = \frac{3}{-2 - \log_3 2} \approx -1,14$. Phần nguyên của nghiệm là -1 .

» **Chọn ĐÚNG.**

- (d) Phương trình có nghiệm dạng $x = \frac{a}{-b - \log_a b}$ thì $a + b = 5$; với $a > 0, a \in \mathbb{Z}, b > 0, b \in \mathbb{Z}$.

Phương trình có nghiệm dạng $x = \frac{a}{-b - \log_a b} = \frac{3}{-2 - \log_3 2}$ thì $a + b = 5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

- » **Câu 50.** Cho bất phương trình $16^{-x^2+1} < \frac{1}{16}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $4^{-2x^2} < 4^{-2}$.		
(b)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $-2x^2 < 4$.		
(c)	$16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ có nghiệm nguyên dương nhỏ nhất là $x = 2$.		
(d)	$16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ có tập nghiệm là $S = (a; b) \cup (c; d)$ thì $b + c = 0$.		

» **Lời giải**

$$16^{-x^2+1} < \frac{1}{16} \Leftrightarrow 4^{-2x^2+2} < 4^{-2} \Leftrightarrow 4^{-2x^2} < 4^{-4} \Leftrightarrow -2x^2 < -4 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{2} \\ x < -\sqrt{2} \end{cases} \text{ (do } 4 > 1).$$

- (a) Bất phương trình tương đương với bất phương trình $4^{-2x^2} < 4^{-2}$.

Bất phương trình tương đương với bất phương trình $4^{-2x^2} < 4^{-2}$.

» **Chọn SAI.**



(b) Bất phương trình tương đương với bất phương trình $-2x^2 < 4$.

Bất phương trình tương đương với bất phương trình $-2x^2 < 4$.

» Chọn SAI.

(c) $16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ có nghiệm nguyên dương nhỏ nhất là $x = 2$.

$16^{-x^2+1} < \frac{1}{16}$ có nghiệm nguyên dương nhỏ nhất là $x = 2$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) $16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ có tập nghiệm là $S = (a; b) \cup (c; d)$ thì $b + c = 0$.

$16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ có tập nghiệm là $(a; b) \cup (c; d) = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

$\Rightarrow b + c = -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 51. Cho biểu thức $f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^{x+1} + 3$:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bất phương trình $f(x) < 0$ có tập nghiệm là $(0; \log_2 3)$.		
(b)	Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; 0) \cup (\log_2 3; +\infty)$.		
(c)	Bất phương trình $f(x) < 0$ có đúng một nghiệm nguyên dương.		
(d)	Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là -1 .		

» Lời giải

(a) Bất phương trình $f(x) < 0$ có tập nghiệm là $(0; \log_2 3)$.

Ta có $f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^{x+1} + 3 = 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 3 = (2^x - 1)(2^x - 3)$.

Vậy $f(x) < 0 \Leftrightarrow 1 < 2^x < 3 \Leftrightarrow 0 < x < \log_2 3$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) Bất phương trình $f(x) \geq 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; 0) \cup (\log_2 3; +\infty)$.

Ta có $f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^{x+1} + 3 = 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 3 = (2^x - 1)(2^x - 3)$.

Vậy $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \geq 3 \\ 2^x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \log_2 3 \\ x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; 0] \cup [\log_2 3; +\infty)$.

» Chọn SAI.

(c) Bất phương trình $f(x) < 0$ có đúng một nghiệm nguyên dương.

Ta có $f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^{x+1} + 3 = 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 3 = (2^x - 1)(2^x - 3)$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow 1 < 2^x < 3 \Leftrightarrow 0 < x < \log_2 3 < 2$

Vậy bất phương trình $f(x) < 0$ có đúng một nghiệm nguyên dương $x = 1$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là -1 .



Ta có $f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^{x+1} + 3 = 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 3 = (2^x - 2)^2 - 1 \geq -1$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow 2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 52.** Cho bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}} (9-x)$ Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện xác định của bất phương trình $0 < x < 9$.		
(b)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $2x < 9 - x$.		
(c)	Tập nghiệm bất phương trình là $(3; 9)$.		
(d)	Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện xác định của bất phương trình $0 < x < 9$.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 2x > 0 \\ 9-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 9 \text{ (*)}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bất phương trình tương đương với bất phương trình $2x < 9 - x$.

Ta có: $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}} (9-x) \Leftrightarrow 2x > 9 - x$.

» **Chọn SAI.**

(c) Tập nghiệm bất phương trình là $(3; 9)$.

Khi đó: $2x > 9 - x \Leftrightarrow x > 3$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm bất phương trình là $(3; 9)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

Tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình là $\{4; 5; 6; 7; 8\}$.

Vậy có 5 nghiệm nguyên

» **Chọn SAI.**

» **Câu 53.** Áp suất khí quyển p (tính bằng kilopascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức sau: $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7} \Leftrightarrow P = 100 \cdot e^{-\frac{h}{7}}$ (theo britannica.com). Tính áp suất khí quyển ở độ cao 4km; 10km. (Làm tròn số đến hàng phần chục)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Áp suất khí quyển ở độ cao 4km là 55,5(kPa)		
(b)	Áp suất khí quyển ở độ cao 10km là 24,0(kPa)		
(c)	Áp suất khí quyển ở độ cao 14km là 12,5(kPa)		
(d)	Áp suất khí quyển ở độ cao 50km là 0,8(kPa)		

» **Lời giải**

(a) Áp suất khí quyển ở độ cao 4km là 55,5(kPa)

Áp suất khí quyển ở độ cao 4km :



$$\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{4}{7} \Leftrightarrow \frac{p}{100} = e^{-\frac{4}{7}} \Leftrightarrow p = 100 \cdot e^{-\frac{4}{7}} = 56,5 \text{ (kPa)}$$

» **Chọn SAI.**

(b) Áp suất khí quyển ở độ cao 10km là 24,0(kPa)

Ở độ cao trên 10km thì áp suất:

$$\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{10}{7} \Leftrightarrow \frac{p}{100} = e^{-\frac{10}{7}} \Leftrightarrow p = 100 \cdot e^{-\frac{10}{7}} \approx 24,0 \text{ (kPa)}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Áp suất khí quyển ở độ cao 14km là 12,5(kPa)

Ở độ cao trên 14km thì áp suất:

$$\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{10}{7} \Leftrightarrow \frac{p}{100} = e^{-\frac{10}{7}} \Leftrightarrow p = 100 \cdot e^{-\frac{14}{7}} \approx 13,5 \text{ (kPa)}.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Áp suất khí quyển ở độ cao 50km là 0,8(kPa)

Ở độ cao trên 50km thì áp suất:

$$\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{10}{7} \Leftrightarrow \frac{p}{100} = e^{-\frac{10}{7}} \Leftrightarrow p = 100 \cdot e^{-\frac{10}{7}} \approx 0,08 \text{ (kPa)}.$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 54.** Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x + 6) \leq -2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập nghiệm của bất phương trình trên là một nửa khoảng.		
(b)	Bất phương trình trên xác định trên $\mathbb{R}$.		
(c)	Có đúng 3 số nguyên không thuộc tập nghiệm của bất phương trình trên.		
(d)	Bất phương trình trên tương đương với $\log_3(x^2 - 2x + 6) \geq 2$.		

» **Lời giải**

(a) Tập nghiệm của bất phương trình trên là một nửa khoảng.

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x + 6) \leq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 6 > 0 \text{ (Đ)} \\ x^2 - 2x + 6 \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty). \end{cases}$$

» **Chọn SAI.**

(b) Bất phương trình trên xác định trên $\mathbb{R}$.

Điều kiện: $x^2 - 2x + 6 > 0$ (luôn đúng).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Có đúng 3 số nguyên **không** thuộc tập nghiệm của bất phương trình trên.

Tập nghiệm $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. Có đúng 3 số nguyên là 0, 1, 2 không thuộc S.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Bất phương trình trên tương đương với $\log_3(x^2 - 2x + 6) \geq 2$.



$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x + 6) \leq -2 \Leftrightarrow \log_{3^{-1}}(x^2 - 2x + 6) \leq -2 \Leftrightarrow -\log_3(x^2 - 2x + 6) \leq -2$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 2x + 6) \geq 2.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 55.** Cho bất phương trình $\log(x - 40) + \log(60 - x) < 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Gọi $D = (a; b)$ là tập xác định của bất phương trình trên thì $b - a = 20$.		
(b)	Có 19 số nguyên dương thỏa mãn bất phương trình trên.		
(c)	Bất phương trình trên tương đương với $\log[(x - 40)(60 - x)] < 2$.		
(d)	Tập nghiệm của bất phương trình trên chứa 8 số tự nhiên chẵn.		

» **Lời giải**

(a) Gọi $D = (a; b)$ là tập xác định của bất phương trình trên thì $b - a = 20$.

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x - 40 > 0 \\ 60 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (40; 60).$$

Do đó $D = (40; 60)$. Suy ra $a = 40$, $b = 60$.

Khi đó $b - a = 20$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Có 19 số nguyên dương thỏa mãn bất phương trình trên.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - 40 > 0 \\ 60 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (40; 60).$$

$$\log(x - 40) + \log(60 - x) < 2 \Leftrightarrow \log[(x - 40)(60 - x)] < 2 \Leftrightarrow -x^2 + 100x - 2500 < 0 \Leftrightarrow x \neq 50.$$

Do x nguyên dương nên $x \in \{41; 42; \dots; 49; 51; \dots; 59\}$.

Vậy có 18 giá trị nguyên dương của x thỏa mãn.

» **Chọn SAI.**

(c) Bất phương trình trên tương đương với $\log[(x - 40)(60 - x)] < 2$.

$\log(x - 40) + \log(60 - x) < 2 \Leftrightarrow \log[(x - 40)(60 - x)] < 2$ là đúng vì phép biến đổi tương đương này không làm thay đổi điều kiện xác định của bất phương trình.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tập nghiệm của bất phương trình trên chứa 8 số tự nhiên chẵn.

Tập nghiệm $S = (40; 60) \setminus \{50\}$ chứa 8 số tự nhiên chẵn

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 56.** Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng mỗi tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu mỗi tháng). Tháng 12 năm 2023 về trước, mẹ đã rút hết tiền hàng tháng. Từ tháng 1 năm 2024, mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% /tháng vào ngày mùng 1 đầu tháng trên tổng số tiền gốc và lãi có của tháng liền trước đó. Các phát biểu sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai



(a)	Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng 8080000 đồng.		
(b)	Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.		
(c)	Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).		
(d)	Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.		

Lời giải

(a) Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng 8080000 đồng.

Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bao gồm:

+ Tiền tháng 1 và Lãi

+ Cộng với tiền tháng 2 chưa có lãi, nên số tiền nhận được bằng:

$$4000000 \cdot (1 + 1\%) + 4000000 = 8040000 \text{ đồng.}$$

» **Chọn SAI.**

(b) Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.

Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bao gồm tiền tháng 1, tháng 2 và lãi, cộng với tiền tháng 3 chưa có lãi, nên số tiền nhận được bằng:

$$(4000000 \cdot 1,01 + 4000000) \cdot 1,01 + 4000000 = 12120400 \text{ đồng.}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).

Xét bài toán tổng quát:

Gọi số tiền mẹ nhận được gửi vào ngân hàng mỗi đầu hàng tháng là A đồng.

Lãi suất hàng tháng mẹ gửi tại ngân hàng là $r\%$.

Đầu tháng thứ 2, số tiền của mẹ là: $A + A(1+r)$ đồng.

Đầu tháng thứ 3, số tiền của mẹ là: $A + [A + A(1+r)](1+r) = A + A(1+r) + A(1+r)^2$ đồng.

...

Đầu tháng thứ n , số tiền của mẹ là: $A + A(1+r) + A(1+r)^2 + \dots + A(1+r)^{n-1}$ đồng.

$$\text{Ta có } A + A(1+r) + A(1+r)^2 + \dots + A(1+r)^{n-1} = A \cdot 1 \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = A \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025 thì $n=12$, với $A=4000000$; $r=1\%=0,01$, số tiền nhận được bằng:

$$4000000 \cdot \frac{1,01^{12} - 1}{0,01} \approx 50730012 \text{ đồng, làm tròn là 50 triệu 730 nghìn đồng.}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.

Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì



$$4\,000\,000 \cdot \frac{1,01^n - 1}{0,01} \geq 100\,000\,000 \Rightarrow 1,01^n \geq \frac{5}{4} \Rightarrow n \geq \log_{1,01} \frac{5}{4} \approx 22,4.$$

Vậy phải 23 tháng, tức là đến tháng 11 năm 2025 thì nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 57.** Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% mỗi năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ mỗi năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là:

$$A = P \left(1 - \frac{r}{100} \right)^n. \text{ Các mệnh đề sau đúng hay sai?}$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.		
(b)	Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.		
(c)	Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).		
(d)	Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.		

» **Lời giải**

(a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.
Giả thiết cho $P = 100$ triệu đồng, $r\% = 7\%$, $n = 2$ năm.

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{7}{100} \right)^2 = 86490000 \text{ đồng.}$$

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 86490000 đồng.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.
Giả thiết cho $P = 100$ triệu đồng, $r\% = 7\%$, $n = 2$ năm.

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{7}{100} \right)^2 = 86490000 \text{ đồng.}$$

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 86490000 đồng.

» **Chọn SAI.**

(c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,17% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Giả thiết cho $P = 100$ triệu đồng, $A = 80$ triệu đồng, $n = 3$ năm.

$$\text{Ta có: } 80 = 100 \left(1 - \frac{r}{100} \right)^3 \Leftrightarrow 1 - \frac{r}{100} = \sqrt[3]{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow r \approx 7,17.$$

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm là $r\% \approx 7,17\%$.

» **Chọn SAI.**



(d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

Giả thiết cho $P = X$ triệu đồng, $A = \frac{X}{2}$ triệu đồng, $r\% = 6\%$.

$$\text{Ta có: } \frac{X}{2} = X \left(1 - \frac{6}{100}\right)^n \Leftrightarrow (0,94)^n = \frac{1}{2} \Leftrightarrow n \approx 11,2 \text{ (năm)}.$$

Vậy sau khoảng 12 năm sức mua của số tiền còn lại là một nửa.

» Chọn SAI.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 58. Bất phương trình $3^{x^2+3} < 81^x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

» Lời giải

✓ Trả lời: 1

$$\text{Ta có: } 3^{x^2+3} < 81^x \Leftrightarrow 3^{x^2+3} < 3^{4x} \Leftrightarrow x^2+3 < 4x \Leftrightarrow x^2-4x+3 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$$

Vậy nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là $x = 2$.

» Câu 59. Bất phương trình $3^{2x-5} > \frac{1}{9}$ có tập nghiệm là $S = \left(\frac{a}{b}; +\infty\right)$ với $a; b$ là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, thì giá trị của $a+b$ là

» Lời giải

✓ Trả lời: 5

$$3^{2x-5} > \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{2x-5} > 3^{-2} \Leftrightarrow 2x-5 > -2 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy nghiệm của bất phương trình là } x > \frac{3}{2} \Rightarrow a=3; b=2 \Rightarrow a+b=5.$$

» Câu 60. Tổng hai nghiệm của phương trình $100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18}$ là bao nhiêu?

» Lời giải

✓ Trả lời: 0

$$100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18}$$

$$\Leftrightarrow 10^{4x^2-6} = 10^{-2x^2+18} \Leftrightarrow 4x^2-6 = -2x^2+18 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2, x = -2 \Rightarrow 0$$

» Câu 61. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x+6) = \log_2(x+1) + 1$

» Lời giải

✓ Trả lời: 4

$$\log_2(x+6) = \log_2(x+1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+6) = \log_2(x+1) + \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+6) = \log_2[2(x+1)] \Leftrightarrow x+6 = 2(x+1) \Leftrightarrow x = 4$$

» Câu 62. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2-3x+2) \leq 1$ là

» Lời giải

✓ Trả lời: 2

$$\log_2(x^2-3x+2) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2 > 0 \\ \log_2(x^2-3x+2) \leq \log_2 2 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ 2 < x \leq 3 \end{cases}.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0; 1) \cup (2; 3]$

Số nghiệm nguyên của phương trình là 2.

» **Câu 63.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) - \log_{\frac{1}{3}} x > 1$ là $S = (a; +\infty)$. Giá trị của a là

Lời giải

✓ **Trả lời: 3**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

$$\log_3(x-2) - \log_{\frac{1}{3}} x > 1 \Leftrightarrow \log_3(x-2) + \log_3 x > \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x(x-2) > \log_3 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm $S = (3; +\infty)$.

» **Câu 64.** Số nghiệm nguyên thuộc $[-2024; 2024]$ của bất phương trình $\log_2(2^x + 1) > 2 + x$ là

Lời giải

✓ **Trả lời: 2023**

Điều kiện: $2^x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\log_2(2^x + 1) > 2 + x \Leftrightarrow \log_2(2^x + 1) > \log_2 2^{2+x}$$

$$\Leftrightarrow 2^x + 1 > 2^{2+x} \Leftrightarrow 1 > 3 \cdot 2^x \Leftrightarrow 2^x < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x < \log_2\left(\frac{1}{3}\right)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\infty; \log_2\left(\frac{1}{3}\right)\right)$.

Số nghiệm nguyên thuộc $[-2024; 2024]$ của bất phương trình là $\{-2024; -2023; \dots; -2\}$, có 2023 số.

» **Câu 65.** Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ biết $\log \sin x + \log \cos x = -1$ và $\log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1)$. Giá trị của n là.

Lời giải

✓ **Trả lời: 12**

$$\text{Ta có } \log \sin x + \log \cos x = -1 \Leftrightarrow \log(\sin x \cos x) = -1 \Leftrightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{10}.$$

$$\text{Ta có } \log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1)$$

$$\Leftrightarrow 2 \log(\sin x + \cos x) = \log n - \log 10 \Leftrightarrow \log(\sin x + \cos x)^2 = \log \frac{n}{10}$$

$$\Leftrightarrow \log\left(1 + 2 \sin x \cos x\right) = \log \frac{n}{10} \Leftrightarrow n = 10 \left(1 + 2 \cdot \frac{1}{10}\right) \Leftrightarrow n = 12$$



» **Câu 66.** Cho bất phương trình $\log_m(x^2 + x + 3) \leq \log_m(2x^2 - x)$ (1). Với m là tham số thực dương khác 1, x là số thực dương và $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình (1). Gọi $S = (a; b]$, $(a, b \in \mathbb{Q})$ là tập nghiệm của bất phương trình thì $2a + 3b$ bằng

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 10**

Với $x = 1$, bất phương trình (1) có dạng: $\log_m 5 \leq \log_m 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2 + x + 3 \geq 2x^2 - x \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 3]$.

Kết hợp với điều kiện $x \in \left(\frac{1}{2}; 3\right]$. Do đó: $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 10$.

» **Câu 67.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{2}\log_9(x-1)^4 \geq 2\log_9(4x)$ là $S = (a; b] \cup [c; +\infty)$. Tính $T = a + c$?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

Điều kiện: $\begin{cases} x+3 > 0 \\ x-1 \neq 0 \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \neq 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \neq 1 \quad (1)$.

Ta có: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{2}\log_9(x-1)^4 \geq 2\log_9(4x) \Leftrightarrow \log_3(x+3) + \log_3|x-1| \geq \log_3(4x)$
 $\Leftrightarrow \log_3[(x+3)|x-1|] \geq \log_3(4x) \Leftrightarrow (x+3)|x-1| \geq 4x \quad (*)$.

Trường hợp 1: Nếu $x > 1$ thì

$(*) \Leftrightarrow (x+3)(x-1) \geq 4x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$.

So với điều kiện $x > 1$ ta suy ra tập nghiệm $S_1 = [3; +\infty)$.

Trường hợp 2: Nếu $0 < x < 1$ thì

$(*) \Leftrightarrow (x+3)(1-x) \geq 4x \Leftrightarrow x^2 + 6x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 - 2\sqrt{3} \leq x \leq -3 + 2\sqrt{3}$.

So với điều kiện $0 < x < 1$, suy ra tập nghiệm $S_2 = (0; -3 + 2\sqrt{3}]$.

Tập nghiệm của phương trình là $S = S_1 \cup S_2 = (0; -3 + 2\sqrt{3}] \cup [3; +\infty)$

Vậy $T = a + c = 0 + 3 = 3$

» **Câu 68.** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6}$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**



Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \frac{x+y}{6} = t$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ \frac{x+y}{6} = 4^t \end{cases} \Rightarrow 9^t + 6^t = 6 \cdot 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t = 6 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = 2.$$

Vậy $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = 2.$

- » **Câu 69.** Một nhóm các chuyên gia y tế đang nghiên cứu và thử nghiệm độ chính xác của một xét nghiệm COVID-19. Giả sử cứ sau n lần thử nghiệm và điều chỉnh thì tỉ lệ chính xác của bộ xét nghiệm đó tuân theo công thức $S(n) = \frac{1}{1 + 2020 \cdot 10^{-0,01n}}$. Hỏi phải tiến hành ít nhất bao nhiêu lần thử nghiệm và điều chỉnh bộ xét nghiệm để đảm bảo độ chính xác của bộ xét nghiệm đó trên 90%?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 426**

Độ chính xác của bộ xét nghiệm đó trên 90% nên

$$\begin{aligned} S(n) &= \frac{1}{1 + 2020 \cdot 10^{-0,01n}} > \frac{90}{100} \Leftrightarrow 1 + 2020 \cdot 10^{-0,01n} < \frac{100}{90} \\ 1 + 2020 \cdot 10^{-0,01n} &< \frac{100}{90} \Leftrightarrow 2020 \cdot 10^{-0,01n} < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 10^{-0,01n} < \frac{1}{18180} \\ \Leftrightarrow -0,01n &< -4,2596 \Leftrightarrow n > 425,96 \end{aligned}$$

Suy ra n nhỏ nhất là 426.

- » **Câu 70.** Một ngân hàng X, quy định về số tiền nhận được của khách hàng sau n năm gửi tiền vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n) = A(1 + 8\%)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền ít nhất mà khách hàng phải gửi là bao nhiêu để sau 3 năm khách hàng đó nhận được lớn hơn 850 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng triệu).

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 675**

Sau 3 năm số tiền khách hàng rút về lớn hơn 850 triệu đồng là

$$850 < A(1 + 8\%)^3 \Leftrightarrow A > \frac{850}{(1 + 8\%)^3} \approx 674,8$$

Vậy số tiền ít nhất mà khách hàng phải gửi để sau 3 năm khách hàng đó nhận được lớn hơn 850 triệu đồng là 675 triệu đồng.

- » **Câu 71.** Anh Dũng đem gửi tiết kiệm số tiền là 400 triệu đồng ở hai loại kì hạn khác nhau. Anh gửi 250 triệu đồng theo kì hạn 3 tháng với lãi suất $x\%$ một quý, số tiền còn lại anh gửi theo kì hạn 1 tháng với lãi suất 0,25% một tháng. Biết rằng nếu không rút lãi thì số lãi được nhập vào số gốc để tính lãi cho kì hạn tiếp theo. Sau 1 năm số tiền cả gốc lẫn lãi của anh là 416780000 đồng. Tính x (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,2**

Số tiền cả gốc lẫn lãi sau n kì hạn (không rút lãi mỗi kì) với lãi suất $r\%$ cho một kì hạn với tiền gốc A là



$$P(n) = A \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$$

Số tiền anh Dũng có được sau 1 năm là $P = 250 \left(1 + \frac{x}{100} \right)^4 + 150 \left(1 + \frac{0,25}{100} \right)^{12}$

$$P = 416,78 \Leftrightarrow 250 \left(1 + \frac{x}{100} \right)^4 + 150 \left(1 + \frac{0,25}{100} \right)^{12} = 416,78 \Leftrightarrow x \approx 1,2.$$

» **Câu 72.** Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f(t) = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 14,31**

$$5000 = 1000e^{10r} \Leftrightarrow e^{10r} = 5 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 5}{10}.$$

Gọi t (giờ) là thời gian cần tìm để số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần

$$\text{Do đó: } 10000 = 1000e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 10 \Leftrightarrow rt = \ln 10 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 10}{r} = \frac{\ln 10}{\frac{\ln 5}{10}} = 10 \log_5 10 \approx 14,31$$

Vậy sau khoảng 14,31 giờ thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng gấp 10 lần.

» **Câu 73.** Biết rằng mức cường độ âm (đo bằng dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, trong đó

I là cường độ âm tính theo W/m^2 và $I_0 = 10^{-12} (W/m^2)$. Âm thanh trên một tuyến đường giao thông có mức cường độ âm thay đổi từ $70dB$ đến $85dB$, khi đó cường độ âm thay đổi trong đoạn $[10^m; 10^n]$ (trong đó m, n là các số thập phân). Tính giá trị $m - n$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1,5**

$$\text{Theo giả thiết ta có } 70 \leq 10 \log \frac{I}{I_0} \leq 85$$

$$\Leftrightarrow 7 \leq \log \frac{I}{I_0} \leq \frac{17}{2} \Leftrightarrow 10^7 \leq \frac{I}{I_0} \leq 10^{\frac{17}{2}} \Leftrightarrow 10^7 I_0 \leq I \leq 10^{\frac{17}{2}} I_0 \Leftrightarrow 10^{-5} \leq I \leq 10^{-3,5}$$

Vậy giá trị $m - n = -5 + 3,5 = -1,5$.

» **Câu 74.** Bác Hà gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi kép 6%/năm. Biết rằng lãi kép là hình thức gửi tiền, nếu đến kỳ hạn người gửi không rút tiền lãi thì số tiền lãi sẽ được cộng dồn vào tiền vốn cho kỳ tiếp theo. Hãy tính số tiền cả gốc lẫn lãi bác Hà nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 89,54**

Số tiền cả gốc lẫn lãi bác Hà nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm là:

$$50 \cdot (1 + 6\%)^{10} \approx 89,54 \text{ triệu đồng.}$$



» **Câu 75.** Anh Việt có 200 triệu đồng gửi ngân hàng kỳ hạn là 1 năm với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kỳ này được nhập vào vốn để tính lãi cho kỳ sau. Hỏi anh Việt phải gửi ít nhất bao nhiêu năm thì số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được là trên 500 triệu đồng (biết rằng anh Việt không rút trước tiền trong suốt thời gian gửi).

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 15**

Để sau khi gửi ngân hàng n năm số tiền cả gốc lẫn lãi anh Việt nhận được là trên 500 triệu đồng ta có:

$$200 \cdot (1 + 6,5\%)^n > 500 \Leftrightarrow n > \log_{(1+6,5\%)} \left(\frac{500}{200} \right) \Leftrightarrow n > 14,55.$$

Vậy sau ít nhất 15 năm thì số tiền cả gốc lẫn lãi anh Việt nhận được là trên 500 triệu đồng.

» **Câu 76.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$, t là thời gian tăng trưởng). Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 150 con và sau 5 giờ có 400 con. Để số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng gấp đôi thì thời gian tăng trưởng t bằng bao nhiêu? (Thời gian tính theo giờ, lấy gần đúng đến hàng phần trăm).

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3,54**

Theo đề bài ta có $400 = 150e^{5r} \Leftrightarrow r \approx 0,196$.

Để số lượng vi khuẩn ban đầu tăng gấp đôi thì $300 = 150e^{0,196t} \Leftrightarrow t \approx 3,54$ (giờ).

» **Câu 77.** Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$ trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 25%?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7,3**

Ta có:
$$\begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}; k = \frac{3\%}{a^2}$$

$$\text{Tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến } 25\% \Rightarrow \frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 25\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{25}{3}$$

$$\Rightarrow t = 2 + \log_a \frac{25}{3} = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{25}{3} \approx 7,3.$$

» **Câu 78.** Theo một bài báo được công bố trên tạp chí Nature, trung bình làm cha ở tuổi 30 sẽ có 55 đột biến cho con cái của mình. Đột biến này tăng theo độ tuổi. Cứ tăng 1 tuổi, số lượng đột biến sẽ tăng thêm 12% so với số lượng đột biến trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì số lượng đột biến đạt đến 15800.



✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 50**

Gọi A_0 là số lượng đột biến mà trung bình làm cha ở tuổi 30 gây ra cho con cái của mình
 $\Rightarrow A_0 = 55$ đột biến.

Gọi r là tốc độ tăng đột biến $\Rightarrow r = 12\%$

Sau n năm số lượng đột biến là: $A = A_0(1+r)^n$

Ta có: $15800 = 55(1+12\%)^n \Rightarrow n = \log_{1,12} \frac{15800}{55} \approx 49,95$.

Vậy sau ít nhất 50 năm thì số lượng đột biến đạt đến 15800.

» **Câu 79.** Để ước tính dân số người ta sử dụng công thức $A_N = Ae^{rN}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, A_N là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam ở các năm 2014 và 2024 lần lượt là 85,9 và 96,2 triệu người. Hỏi ở năm nào dân số nước ta sẽ vượt qua ngưỡng 120 triệu người?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2039**

Giả sử năm 2014 cách năm lấy làm mốc tính k năm.

Nên dân số năm 2014 là: $A_k = Ae^{rk} = 85,9$ (triệu người).

$\Rightarrow$ tại năm $(2014+m), (m \in \mathbb{Z})$; dân số năm đó là:

$A_{k+m} = Ae^{r(k+m)} = Ae^{rk} \cdot e^{rm} = 85,9 \cdot e^{rm}$ (triệu người)

Như vậy dân số năm 2024 là $85,9 \cdot e^{10r} = 96,2$ (triệu người).

$\Rightarrow e^{10r} = \frac{96,2}{85,9} \Rightarrow e^r = \sqrt[10]{\frac{962}{859}}$.

Theo bài toán, $85,9 \cdot e^{rm} > 120 \Rightarrow m > \log_{e^r} \frac{96,2}{85,9}$ (do $e^r > 1$) $\Rightarrow m > 29,52 \Rightarrow m \geq 30$.

Như vậy tại năm 2044, dân số sẽ vượt ngưỡng 120 triệu người.

» **Câu 80.** Sau khi uống rượu và điều khiển xe ô tô trên đường, ông A bị xử phạt số tiền là 40 triệu đồng và phải hoàn thành nộp phạt trong thời hạn 10 ngày kể từ ngày vi phạm. Theo Thông tư số 18/2023/TT-BTC ngày 21/3/2023 của Bộ Tài chính, cứ mỗi ngày chậm nộp phạt, cá nhân phải nộp thêm 0,05% trên tổng số tiền phạt chưa nộp của ngày hôm trước. Để số tiền phải nộp thêm do chậm nộp phạt không nhiều hơn 200000 đồng thì ngày muộn nhất ông A đến nộp phạt là ngày thứ bao nhiêu kể từ ngày vi phạm?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 19**

Số tiền cả gốc và lãi của ngày thứ $10+n$ mà ông A phải nộp (nếu chưa nộp tiền phạt) là:

$$T = 40 \cdot (1 + 0,05\%)^n.$$

Để số tiền phải nộp thêm do chậm nộp phạt không nhiều hơn 200000 đồng thì

$$T \leq 40,2 \Leftrightarrow 40 \cdot (1 + 0,05\%)^n \leq 40,2 \Leftrightarrow n \leq \log_{(1+0,05\%)} \left(\frac{40,2}{40} \right) \approx 9,97.$$

Vậy để số tiền phải nộp thêm không nhiều hơn 200000 đồng thì sau tối đa là 19 ngày kể từ khi vi phạm thì ông A phải hoàn thành nộp phạt.

