

Họ và tên thí sinh: SBD:

Mã đề thi: 103

Câu 1. Lớp 12A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?

- A. 45. B. C_{45}^2 . C. A_{45}^2 . D. 500.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

- A. 14. B. 10. C. 162. D. 30.

Câu 3. Phương trình $2020^{4x-8} = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{7}{4}$. B. $x = -2$. C. $x = \frac{9}{4}$. D. $x = 2$.

Câu 4. Cho khối hộp chữ nhật có độ dài ba kích thước lần lượt là 4, 6, 8. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 288. B. 64. C. 192. D. 96.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = e^{\log(-x^2+3x)}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (0; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Câu 6. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x^2$ là

- A. $-\cos x - 2x^3 + C$. B. $\cos x - 2x^3 + C$. C. $-\cos x - 18x^3 + C$. D. $\cos x - 18x^3 + C$.

Câu 7. Cho hình hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao $3a$. Thể tích của hình hộp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $3a^3$. C. $9a^3$. D. $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 8. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 9. Cho khối cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. 16π . B. $\frac{32\pi}{3}$. C. 32π . D. 2π .

Câu 10. Với số thực dương a tùy ý, $\log_3 \sqrt{a}$ bằng

- A. $2 + \log_3 a$. B. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. C. $2\log_3 a$. D. $\frac{1}{2}\log_3 a$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+9) > 1$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(11; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;4)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(-1;1)$. D. $(0;2)$.

Câu 13. Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$		

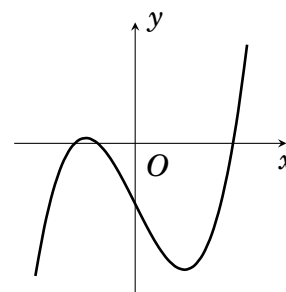
Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.
 B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 0$.
 C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.
 D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0;-3)$.

Câu 15.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

- A. $y = x^2 - 2x - 1$. B. $y = x^3 - 2x - 1$.
 C. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 2x - 1$.



Câu 16. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

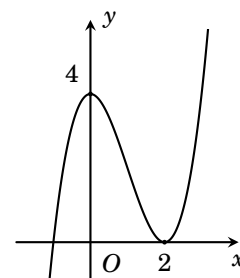
Câu 17. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 5$ và $\int_1^2 [2f(x) + g(x)]dx = 13$ thì $\int_1^2 g(x)dx$ bằng

- A. -3 . B. -1 . C. 1. D. 3.

Câu 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 7 = 0$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.



Câu 19. Gọi $\bar{z}$ là số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 4 .
 B. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 .
 C. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -4 .
 D. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4 .

Câu 20. Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$. Xác định số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .

- A. $\bar{z} = -5 + 3i$. B. $\bar{z} = 5 + 3i$. C. $\bar{z} = 3 + 5i$. D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Tính mô-đun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 13. D. $\sqrt{13}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; 2; 3)$. B. $(1; 0; 3)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là

- A. $(2; 4; 0)$. B. $(1; 2; 0)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(2; 4; 6)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3z - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n} = (2; 3; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 0)$. C. $\vec{n} = (-2; 0; -3)$. D. $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$?

- A. $M(1; 3; 0)$. B. $N(1; 3; 3)$. C. $P(2; -1; 0)$. D. $Q(2; -1; 3)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

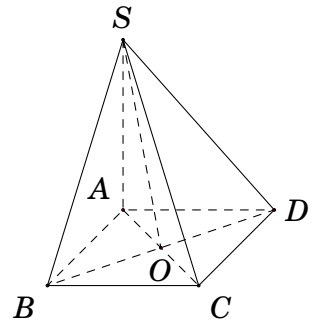
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình hình thoi tâm O , $\triangle ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

- A. 1. B. -23. C. -24. D. -8.

Câu 29. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27}(a^2\sqrt{b})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $9^{\log_9^2 x} + x^{\log_9 x} \leq 18$ là

- A. $[1; 9]$. B. $\left[\frac{1}{9}; 9\right]$. C. $(0; 1] \cup [9; +\infty)$. D. $\left(0; \frac{1}{9}\right] \cup [9; +\infty)$.

Câu 32. Cho mặt cầu (S) . Biết rằng khi cắt mặt cầu (S) bởi một mặt phẳng cách tâm một khoảng có độ dài là 3 thì được giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi là 12π . Diện tích của mặt cầu (S) bằng

- A. 180π . B. $180\sqrt{3}\pi$. C. 90π . D. 45π .

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^4 x\sqrt{x^2 + 9} dx$. Khi đặt $t = \sqrt{x^2 + 9}$ thì tích phân đã cho trở thành

- A. $I = \int_3^5 t dt$. B. $I = \int_0^4 t dt$. C. $I = \int_0^4 t^2 dt$. D. $I = \int_3^5 t^2 dt$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. 1.

Câu 35. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Mô-đun của số phức $w = 2z + (1 + i)\bar{z}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. $\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $9z^2 + 6z + 4 = 0$. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. 6.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

- A. $x - 2y + z + 3 = 0$. B. $x + 2y + 3z = 0$. C. $x - 2y + z = 0$. D. $x - 2y + z - 8 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc Δ và tiếp xúc với (P) tại điểm $H(1; -1; 0)$. Phương trình của (S) là

- A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 36$.
 B. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.
 C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.
 D. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tìm xác suất để số được chọn có các chữ số sắp xếp theo thứ tự tăng dần và không chứa hai chữ số nguyên nào liên tiếp nhau.

- A. $\frac{1}{36}$.
 B. $\frac{2}{3}$.
 C. $\frac{5}{63}$.
 D. $\frac{5}{1512}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 3a$, $AD = DC = a$. Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Gọi M điểm trên AB sao cho $AM = 2a$, tính khoảng cách giữa MD và SC .

- A. $\frac{a\sqrt{17}}{5}$.
 B. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.
 C. $\frac{a\sqrt{6}}{19}$.
 D. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \frac{(m+1)\sqrt{-2x+3}-1}{-\sqrt{-2x+3}+\frac{2}{m}}$ ($m \neq 0$ và là tham số thực). Tập hợp m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ có dạng $S = (-\infty; a) \cup (b; c] \cup [d; +\infty)$, với a, b, c, d là các số thực. Tính $P = a - b + c - d$.

- A. -3 .
 B. -1 .
 C. 0 .
 D. 2 .

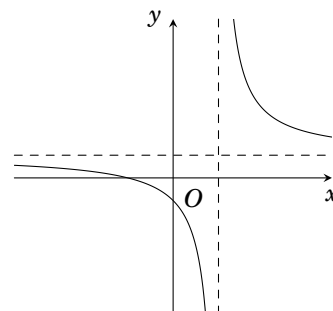
Câu 42. Cường độ ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$. Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

- A. e^{-21} lần.
 B. e^{42} lần.
 C. e^{21} lần.
 D. e^{-42} lần.

Câu 43.

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $ad > 0; bc < 0$.
 B. $ad < 0; bc > 0$.
 C. $ad < 0; bc < 0$.
 D. $ad > 0; bc > 0$.



Câu 44. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\sqrt{5}\pi$.

B. $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$.

D. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ và $f'(x) = x \sin x$.

Giả sử rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(x) dx = \frac{a}{b} - \frac{\pi^2}{c}$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a + b + c$ bằng

A. 23.

B. 5.

C. 20.

D. 27.

Câu 46.

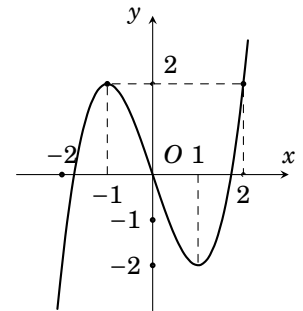
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2f(\cos x)}\right) = m$ có nghiệm $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ là

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. -2.



Câu 47. Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b}\right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$. Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 3.

Câu 48.

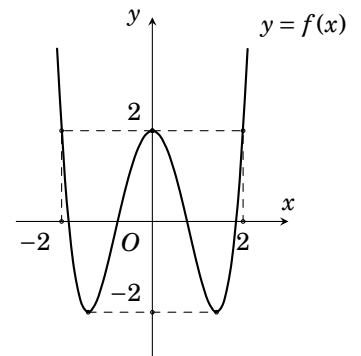
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 20]$ sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = ||2f(x) + m + 4| - f(x) - 3|$ trên đoạn $[-2; 2]$ không bé hơn 1?

A. 18.

B. 19.

C. 20.

D. 21.



Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB = a$; $AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{CAB} = 135^\circ$, tam giác SAB vuông tại B và tam giác SAC vuông tại A . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 50. Có tất cả bao nhiêu cặp số $(a; b)$ với a, b là các số nguyên dương thỏa mãn

$$\log_3(a + b) + (a + b)^3 = 3(a^2 + b^2) + 3ab(a + b - 1) + 1.$$

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. vô số.

— HẾT —

Họ và tên thí sinh: SBD:

Mã đề thi: 103

ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. D	4. C	5. B	6. A	7. B	8. B	9. B	10. D
11. D	12. C	13. B	14. D	15. B	16. C	17. D	18. C	19. C	20. C
21. D	22. A	23. B	24. C	25. A	26. B	27. C	28. C	29. D	30. B
31. B	32. A	33. D	34. B	35. C	36. B	37. C	38. C	39. D	40. B
41. A	42. B	43. B	44. D	45. D	46. D	47. A	48. B	49. A	50. A

Câu 1. Lớp 12A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?

(A) 45.

(B) C_{45}^2 .

(C) A_{45}^2 .

(D) 500.

Lời giải.

Để chọn được một đôi song ca gồm một nam và một nữ ta thực hiện liên tiếp 2 công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam từ 20 học sinh nam $\Rightarrow$ có 20 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ từ 25 học sinh nữ $\Rightarrow$ có 25 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có $20 \cdot 25 = 500$ cách chọn.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

(A) 14.

(B) 10.

(C) 162.

(D) 30.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai bằng d là $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Vậy $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4 \cdot 3 = 14$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 3. Phương trình $2020^{4x-8} = 1$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{7}{4}$.

(B) $x = -2$.

(C) $x = \frac{9}{4}$.

(D) $x = 2$.

Lời giải.

Ta có $2020^{4x-8} = 1 \Leftrightarrow 2020^{4x-8} = 2020^0 \Leftrightarrow 4x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 2$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 4. Cho khối hộp chữ nhật có độ dài ba kích thước lần lượt là 4, 6, 8. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

(A) 288.

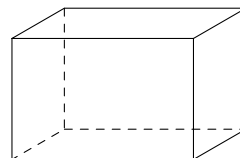
(B) 64.

(C) 192.

(D) 96.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật: $V = 4 \cdot 6 \cdot 8 = 192$.



Chọn đáp án (C)

□

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = e^{\log(-x^2+3x)}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(B) $\mathcal{D} = (0; 3)$.

(C) $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $-x^2 + 3x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; 3)$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 6. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x^2$ là

(A) $-\cos x - 2x^3 + C$.

(B) $\cos x - 2x^3 + C$.

(C) $-\cos x - 18x^3 + C$.

(D) $\cos x - 18x^3 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int (\sin x - 6x^2) dx = \int \sin x dx - 2 \int 3x^2 dx = -\cos x - 2x^3 + C$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 7. Cho hình hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao $3a$. Thể tích của hình hộp đã cho bằng

(A) a^3 .

(B) $3a^3$.

(C) $9a^3$.

(D) $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải.

Thể tích của hình hộp đã cho là $V = B \cdot h = a^2 \cdot 3a = 3a^3$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 8. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

(A) $4\pi rl$.

(B) $2\pi rl$.

(C) πrl .

(D) $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là $S_{xq} = 2\pi rl$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 9. Cho khối cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

(A) 16π .

(B) $\frac{32\pi}{3}$.

(C) 32π .

(D) 2π .

Lời giải.

Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 10. Với số thực dương a tùy ý, $\log_3 \sqrt{a}$ bằng

(A) $2 + \log_3 a$.

(B) $\frac{1}{2} + \log_3 a$.

(C) $2\log_3 a$.

(D) $\frac{1}{2}\log_3 a$.

Lời giải.

Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\log_3 \sqrt{a} = \log_3 a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_3 a$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+9) > 1$ là

(A) $(2; +\infty)$.

(B) $(11; \infty)$.

(C) $(-\infty; 2)$.

(D) $(1; +\infty)$.

Lời giải.

$\log(x+9) > 1 \Leftrightarrow x+9 > 10 \Leftrightarrow x > 1$, hay tập nghiệm của bất phương trình là $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0; 4)$.

(B) $(-\infty; -1)$.

(C) $(-1; 1)$.

(D) $(0; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 13. Cho khối nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\frac{4\pi a^3}{3}$.

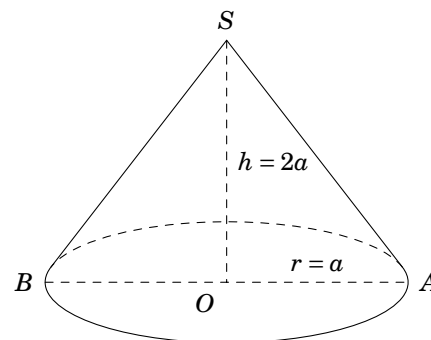
(B) $\frac{2\pi a^3}{3}$.

(C) $\frac{\pi a^3}{3}$.

(D) $2\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \cdot \pi a^2 \cdot 2a = \frac{2\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án (B) ☐

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			-3		$+\infty$
			-4		-4	

Khẳng định nào sau đây đúng

- (A) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.
 (B) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 0$.
 (C) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.
 (D) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0; -3)$.

Lời giải.

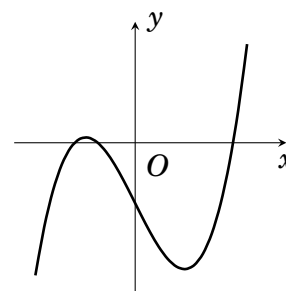
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0; -3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 15.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

- (A) $y = x^2 - 2x - 1$.
 (B) $y = x^3 - 2x - 1$.
 (C) $y = x^4 + 2x^2 - 1$.
 (D) $y = -x^3 + 2x - 1$.



Lời giải.

- Từ đồ thị hàm số trên, ta thấy đồ thị là dạng của hàm bậc ba nên loại phương án $y = x^2 - 2x - 1$ và $y = x^4 + 2x^2 - 1$.
- Từ đồ thị hàm số trên, ta thấy giới hạn của hàm số khi $x \rightarrow +\infty$ là $+\infty$ nên hệ số của x^3 dương, loại phương án $y = -x^3 + 2x - 1$.

Vậy phương án $y = x^3 - 2x - 1$ là phương án đúng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$ là

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Ta có:

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = 1$.
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = +\infty$.

• $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2} = +\infty.$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 17. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx = 13$ thì $\int_1^2 g(x) dx$ bằng

A -3.

B -1.

C 1.

D 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx &= 13 \Leftrightarrow 2 \cdot \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx = 13 \\ &\Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = 13 - 2 \cdot \int_1^2 f(x) dx \\ &\Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = 13 - 2 \cdot 5 \\ &\Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = 3. \end{aligned}$$

Vậy $\int_1^2 g(x) dx = 3.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 18.

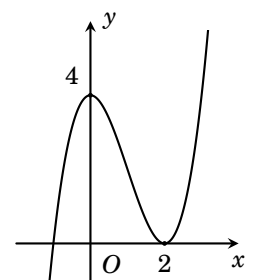
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 7 = 0$ là

A 2.

B 4.

C 3.

D 1.

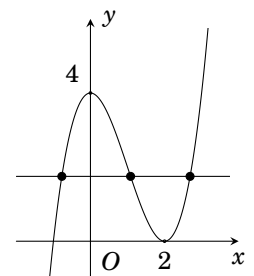


Lời giải.

Phương trình tương đương với $f(x) = \frac{7}{4}.$

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đường thẳng $y = \frac{7}{4}$ và đồ thị (C).

Số giao điểm bằng 3 $\Rightarrow$ phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 19. Gọi $\bar{z}$ là số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- Ⓐ Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 4 .
 Ⓑ Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 .
Ⓒ Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -4 .
 Ⓓ Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4 .

Lời giải.

Số phức $z = -3 + 4i$ có số phức liên hợp là $\bar{z} = -3 - 4i$.

Vậy số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -4 .

Chọn đáp án **Ⓒ** □

Câu 20. Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$. Xác định số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .

- Ⓐ $\bar{z} = -5 + 3i$. Ⓑ $\bar{z} = 5 + 3i$. **Ⓒ $\bar{z} = 3 + 5i$.** Ⓓ $\bar{z} = 3 - 5i$.

Lời giải.

Vì số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$ nên $z = 3 - 5i$.

Do đó số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 3 + 5i$.

Chọn đáp án **Ⓒ** □

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Tính mô-đun của số phức $z_1 + z_2$.

- Ⓐ 5 . Ⓑ $\sqrt{5}$. Ⓒ 13 . **Ⓓ $\sqrt{13}$.**

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = 3 + 2i$, do đó $|z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án **Ⓓ** □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- Ⓐ $(0; 2; 3)$.** Ⓑ $(1; 0; 3)$. Ⓒ $(1; 0; 0)$. Ⓓ $(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Theo lý thuyết ta có : hình chiếu vuông góc của điểm $M(x; y; z)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0; y; z)$ suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; 2; 3)$.

Chọn đáp án **Ⓐ** □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là

- Ⓐ $(2; 4; 0)$. **Ⓑ $(1; 2; 0)$.** Ⓒ $(1; 2; 3)$. Ⓓ $(2; 4; 6)$.

Lời giải.

Ta có $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 11$ nên tọa độ tâm mặt cầu là $(1; 2; 0)$.

Chọn đáp án **Ⓑ** □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3z - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α) ?

- Ⓐ $\vec{n} = (2; 3; -1)$. Ⓑ $\vec{n} = (2; 3; 0)$. **Ⓒ $\vec{n} = (-2; 0; -3)$.** Ⓓ $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $ax + by + cz + d = 0$ có các véc-tơ pháp tuyến dạng $\vec{n} = (ka; kb; kc), k \in \mathbb{R}, k \neq 0$.

Suy ra (a) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; 0; -3)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$?

A $M(1; 3; 0)$.

B $N(1; 3; 3)$.

C $P(2; -1; 0)$.

D $Q(2; -1; 3)$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng d ta thấy đường thẳng đi qua điểm $M(1; 3; 0)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A 0.

B 2.

C 1.

D 3.

Lời giải.

Căn cứ vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại các điểm $x = -1$ và $x = 1$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 27.

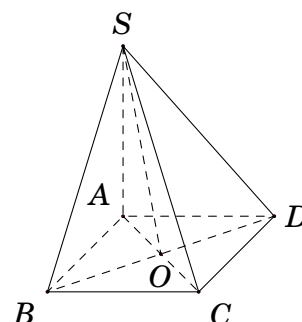
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình hình thoi tâm O , $\triangle ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A 45° .

B 30° .

C 60° .

D 90° .



Lời giải.

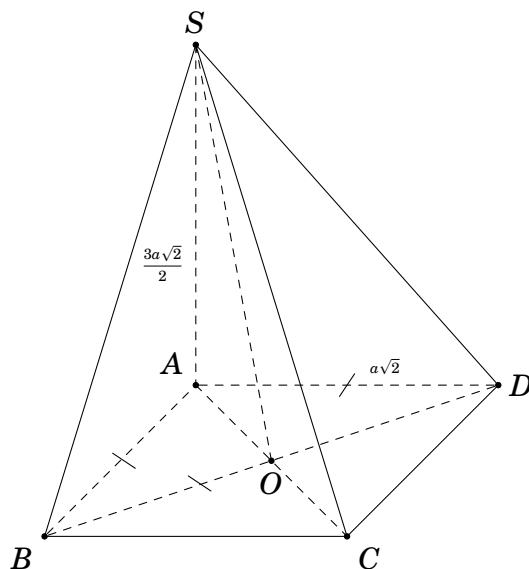
Do $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SO lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AO . Khi đó góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SOA}$.

$$\Delta ABD \text{ đều cạnh } a\sqrt{2} \text{ nên } AO = AB \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\Delta SOA \text{ vuông tại } A \text{ có } SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}, AO = \frac{a\sqrt{6}}{2} \text{ nên}$$

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{OA} = \frac{3a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{6}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .



Chọn đáp án **C**

□

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

(A) 1.

(B) -23.

(C) -24.

(D) -8.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ xác định trên $[-3; 2]$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 20x. \text{ Khi đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-3; 2] \\ x = \sqrt{5} \notin [-3; 2] \\ x = -\sqrt{5} \in [-3; 2]. \end{cases}$$

$$f(-3) = -8; f(-\sqrt{5}) = -24; f(0) = 1; f(2) = -23.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 2]$ bằng -24 tại $x = -\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 29. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27} (a^2 \sqrt{b})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = b^2$.

(B) $a^3 = b$.

(C) $a = b$.

(D) $a^2 = b$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3 a = \log_{27} (a^2 \sqrt{b}) &\Leftrightarrow \log_3 a = \frac{1}{3} \log_3 (a^2 \sqrt{b}) \\ &\Leftrightarrow 3 \log_3 a = \log_3 (a^2 \sqrt{b}) \\ &\Leftrightarrow \log_3 a^3 = \log_3 (a^2 \sqrt{b}) \\ &\Leftrightarrow a^3 = a^2 \sqrt{b} \\ &\Leftrightarrow a = \sqrt{b} \\ &\Leftrightarrow a^2 = b. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là

(A) 3.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 1.

Lời giải.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số có bốn giao điểm với trục hoành.

Chọn đáp án (B) □

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $9^{\log_9^2 x} + x^{\log_9 x} \leq 18$ là

(A) $[1; 9]$.

(B) $\left[\frac{1}{9}; 9\right]$.

(C) $(0; 1] \cup [9; +\infty)$.

(D) $\left(0; \frac{1}{9}\right] \cup [9; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Đặt $9^{\log_9^2 x} + x^{\log_9 x} \leq 18$ (1)

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow 9^{\log_9 x \cdot \log_9 x} + x^{\log_9 x} \leq 18 \\ &\Leftrightarrow \left(9^{\log_9 x}\right)^{\log_9 x} + x^{\log_9 x} \leq 18 \\ &\Leftrightarrow 2x^{\log_9 x} \leq 18 \\ &\Leftrightarrow x^{\log_9 x} \leq 9 \\ &\Leftrightarrow \log_9 x \cdot \log_9 x \leq \log_9 9 \\ &\Leftrightarrow (\log_9 x)^2 \leq 1 \\ &\Leftrightarrow -1 \leq \log_9 x \leq 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{9} \leq x \leq 9 \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left[\frac{1}{9}; 9\right]$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Cho mặt cầu (S). Biết rằng khi cắt mặt cầu (S) bởi một mặt phẳng cách tâm một khoảng có độ dài là 3 thì được giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi là 12π . Diện tích của mặt cầu (S) bằng

(A) 180π .

(B) $180\sqrt{3}\pi$.

(C) 90π .

(D) 45π .

Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu (S), J là tâm đường tròn (T), A là điểm thuộc đường tròn (T).

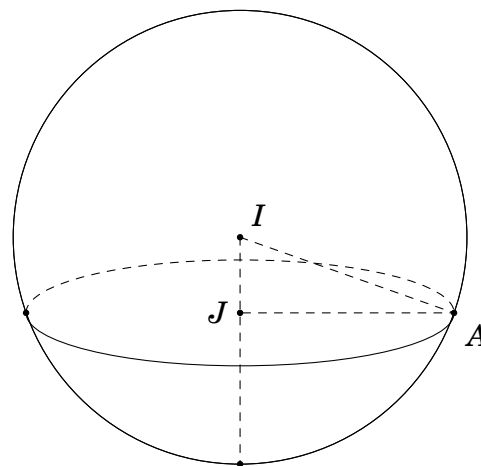
Có bán kính đường tròn (T) là $r = JA$, $IJ = 3$.

Có chu vi đường tròn (T) là $P = 2\pi r = 12\pi \Rightarrow r = 6$.

Gọi R là bán kính mặt cầu thì $R = \sqrt{r^2 + IJ^2} = 3\sqrt{5}$.

Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 180\pi$.

Vậy $S = 180\pi$.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^4 x\sqrt{x^2+9} dx$. Khi đặt $t = \sqrt{x^2+9}$ thì tích phân đã cho trở thành

(A) $I = \int_3^5 t dt$.

(B) $I = \int_0^4 t dt$.

(C) $I = \int_0^4 t^2 dt$.

(D) $I = \int_3^5 t^2 dt$.

Lời giải.

Ta có $t = \sqrt{x^2+9} \Rightarrow t^2 = x^2+9 \Rightarrow t dt = x dx$.

Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=3$, $x=4 \Rightarrow t=5$.

Khi đó $I = \int_0^4 x\sqrt{x^2+9} dx = \int_3^5 t^2 dt$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ bằng

(A) $\frac{4}{3}$.

(B) $\frac{7}{3}$.

(C) $\frac{8}{3}$.

(D) 1.

Lời giải.

Ta có $S = \int_1^2 |x^2| dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 35. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Mô-đun của số phức $w = 2z + (1+i)\bar{z}$ bằng

(A) 4.

(B) 2.

(C) $\sqrt{10}$.

(D) $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $w = 2(2-3i) + (1+i)(2+3i) = 4-6i+2+3i+2i+3i^2 = 3-i$.

Vậy $|w| = \sqrt{3^2+(-1)^2} = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $9z^2 + 6z + 4 = 0$. Giá trị của biểu thức

$\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$ bằng

(A) $\frac{4}{3}$.

(B) 3.

(C) $\frac{3}{2}$.

(D) 6.

Lời giải.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_1 = -\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}i$; $z_2 = -\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i$. Cho nên $|z_1| = |z_2| = \frac{2}{3}$.

Vậy $\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|} = 3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

- A** $x - 2y + z + 3 = 0$. **B** $x + 2y + 3z = 0$. **C** $x - 2y + z = 0$. **D** $x - 2y + z - 8 = 0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng (P) .

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 1)$ của mặt phẳng (P) làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình của mặt phẳng (Q) là $1 \cdot (x - 1) - 2 \cdot (y - 2) + 1 \cdot (z - 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + z = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) : $x - 2y + z = 0$.

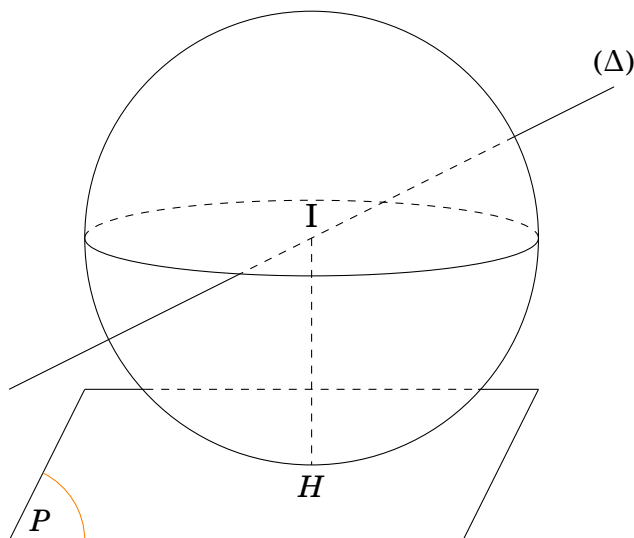
Chọn đáp án **C**

□

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc Δ và tiếp xúc với (P) tại điểm $H(1; -1; 0)$. Phương trình của (S) là

- A** $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 36$. **B** $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 36$.
C $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$. **D** $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$.

Lời giải.



Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ được viết lại là $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết $I \in \Delta \Rightarrow I(1 - 2t; 2t; 2 + t) \in \Delta$.

Ta có $\vec{HI} = (-2t; 2t + 1; t + 2)$.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) tại điểm H nên $\vec{HI}$ và $\vec{n}$ cùng phương.

Ta có $\overrightarrow{HI}$ và $\vec{n}$ cùng phương khi và chỉ khi

$$\frac{-2t}{2} = \frac{2t+1}{-1} = \frac{t+2}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2t+1 \\ 2t+1 = -t-2 \end{cases} \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow I(3; -2; 1).$$

Bán kính mặt cầu (S) là : $R = IH = \sqrt{(1-3)^2 + (-1+2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là : $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tìm xác suất để số được chọn có các chữ số sắp xếp theo thứ tự tăng dần và không chứa hai chữ số nguyên nào liên tiếp nhau.

A $\frac{1}{36}$.

B $\frac{2}{3}$.

C $\frac{5}{63}$.

D $\frac{5}{1512}$.

Lời giải.

Xét phép thử "Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S".

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^3 = 4536$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn có các chữ số sắp xếp theo thứ tự tăng dần và không chứa hai chữ số nguyên nào liên tiếp nhau".

Gọi số được chọn là $\overline{abcd}$.

- Vì chữ số sắp xếp theo thứ tự tăng dần nên: $1 \leq a < b < c < d \leq 9$.
- Trong số được chọn không chứa hai chữ số nguyên nào liên tiếp nhau nên: $1 \leq a < b-1 < c-2 < d-3 \leq 6$.

Đặt $a_1 = a$; $b_1 = b-1$; $c_1 = c-2$; $d_1 = d-3$. Khi đó $1 \leq a_1 < b_1 < c_1 < d_1 \leq 6$.

Số cách chọn bộ bốn số $(a_1; b_1; c_1; d_1)$ là C_6^4 (cách) $\Rightarrow$ có C_6^4 cách chọn a ; b ; c ; d .

Mỗi cách chọn $(a; b; c; d)$ chỉ có một cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán nên tạo ra một số.

Suy ra: $n(A) = C_6^4 = 15$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{1512}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 40. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $AB = 3a$, $AD = DC = a$. Gọi I là trung điểm của AD, biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Gọi M điểm trên AB sao cho $AM = 2a$, tính khoảng cách giữa MD và SC.

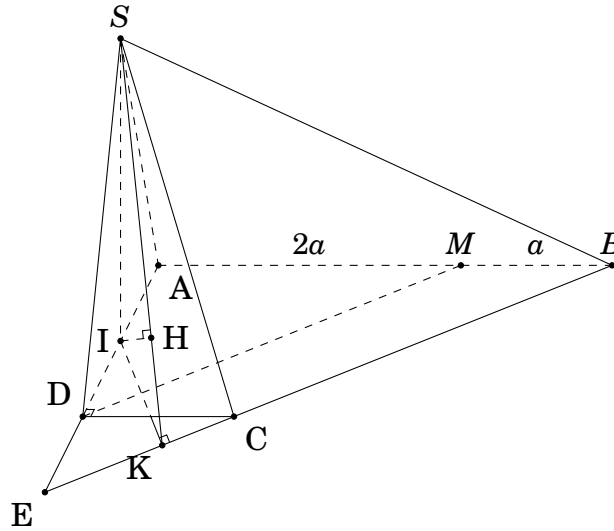
A $\frac{a\sqrt{17}}{5}$.

B $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

C $\frac{a\sqrt{6}}{19}$.

D $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải.



- Theo giả thiết ta có
$$\begin{cases} (SBI) \perp (ABCD) \\ (SCI) \perp (ABCD) \\ SI = (SBI) \cap (SCI) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD).$$
- Vẽ $IK \perp BC \Rightarrow BC \perp (SIK) \Rightarrow \widehat{SKI}$ là góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt đáy nên $\widehat{SKI} = 60^\circ$.
- Vì $S_{\triangle IDC} = \frac{1}{2}DI \cdot DC = \frac{a^2}{4}$, $S_{\triangle IAB} = \frac{3a^2}{4}$. Suy ra $S_{\triangle BIC} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ICD} + S_{\triangle IAB}) = a^2$.
- Mặt khác $BC = \sqrt{(AB - CD)^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$ và $S_{\triangle IBC} = \frac{1}{2}IK \cdot BC$. Suy ra $IK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
- Trong tam giác vuông SIK ta có $SI = IK \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$.
- Vì $AM = 2a$ nên $BM = a \Rightarrow MD \parallel BC$, do đó $d(MD, SC) = d(MD, (SBC)) = d(D, (SBC))$.
- Gọi E là giao điểm của AD với BC , ta có $\frac{ED}{EA} = \frac{DC}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow ED = \frac{1}{2}AD = ID$.
Do đó $d(D, (SBC)) = \frac{1}{2}d(I, (SBC))$.
- Gọi H là hình chiếu của I lên SK ta có $d(I, (SBC)) = IH$.
Trong tam giác vuông SIK , ta có:
$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{5}{12a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vậy $d(MD, SC) = \frac{a\sqrt{15}}{10}.$

Nhận xét: Để tính IK và IH , ta có thể làm như sau

1. Tính IK : Ta có $IK = d(I, BC) = d(A; DM) = \frac{AI \cdot AM}{DM} = \frac{a \cdot 2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$
2. Tính IH : Ta có $IH = IK \cdot \sin \widehat{SKI} = \frac{2a}{\sqrt{5}} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}a}{15}.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \frac{(m+1)\sqrt{-2x+3}-1}{-\sqrt{-2x+3}+\frac{2}{m}}$ ($m \neq 0$ và là tham số thực). Tập hợp m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ có dạng $S = (-\infty; a) \cup (b; c] \cup [d; +\infty)$, với a, b, c, d là các số thực. Tính $P = a - b + c - d$.

A -3.

B -1.

C 0.

D 2.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ -\sqrt{-2x+3} + \frac{2}{m} \neq 0. \end{cases}$

Đặt $u = \sqrt{-2x+3} \Rightarrow u' = \frac{-1}{\sqrt{-2x+3}} < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$, suy ra hàm số $u = \sqrt{-2x+3}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Với $x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \Rightarrow u \in (1; 2)$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $g(u) = \frac{(m+1)u-1}{-u+\frac{2}{m}}$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Ta có $g'(u) = \frac{\frac{2}{m}(m+1)-1}{\left(-u+\frac{2}{m}\right)^2}, u \neq \frac{2}{m}$.

Hàm số $g(u)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} g'(u) > 0, \forall u \in (1; 2) \\ \frac{2}{m} \notin (1; 2) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{m}(m+1)-1 > 0 \\ \frac{2}{m} \leq 1 \\ \frac{2}{m} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+2}{m} > 0 \\ \frac{m-2}{m} \geq 0 \\ \frac{m-1}{m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m \geq 2 \\ m < 0 \\ 0 < m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m \geq 2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ 0 < m \leq 1 \\ m \geq 2. \end{cases}$$

Vậy $S = (-\infty; -2) \cup (0; 1] \cup [2; +\infty) \Rightarrow a = -2; b = 0; c = 1; d = 2$.

Do đó $P = -2 - 0 + 1 - 2 = -3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 42. Cường độ ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$. Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

A e^{-21} lần.

B e^{42} lần.

C e^{21} lần.

D e^{-42} lần.

Lời giải.

Cường độ ánh sáng lúc bắt đầu đi vào nước biển là I_0 .

Ở độ sâu $x = 30$ mét với hằng số hấp thụ là $\mu = 1,4$, cường độ ánh sáng đi vào nước biển là

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x} = I_0 \cdot e^{-30 \cdot 1,4} = I_0 \cdot e^{-42} = \frac{I_0}{e^{42}}.$$

Vậy ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi e^{42} lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 43.

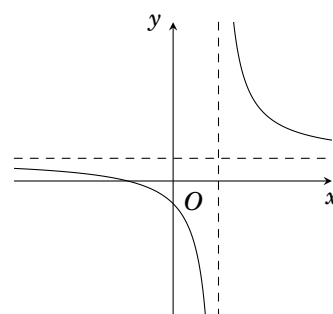
Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Kết luận nào sau đây đúng?

(A) $ad > 0; bc < 0$.

(B) $ad < 0; bc > 0$.

(C) $ad < 0; bc < 0$.

(D) $ad > 0; bc > 0$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $\frac{a}{c} > 0$. (1)

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ nằm bên phải trục tung nên $-\frac{d}{c} > 0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a}{c} \cdot \frac{d}{c} < 0 \Rightarrow ad < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0$. (3)

Từ (2) và (3) suy ra $-\frac{d}{c} \cdot \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bc > 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 44. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

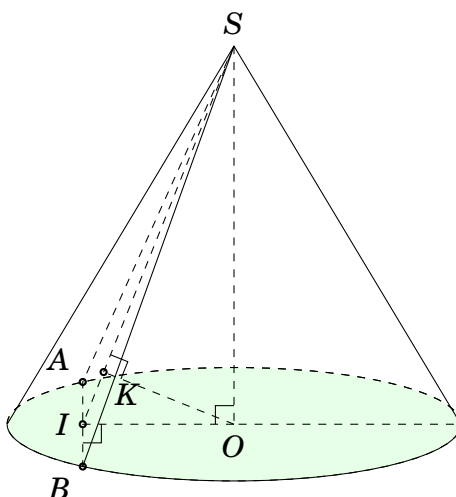
(A) $\sqrt{5}\pi$.

(B) $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$.

(C) $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$.

(D) $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải.



Mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông SAB .

Gọi $SA = l$ là đường sinh, $OA = R$ là bán kính và $SO = h$ là đường cao của hình nón đã cho.

Gọi I là trung điểm của AB và K là hình chiếu của O lên SI .

Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện là $(SO; (SAB)) = \widehat{OSK} = 30^\circ$.

$\triangle SAB$ vuông cân tại S nên $S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} \cdot SA^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} l^2 = 4 \Rightarrow l = 2\sqrt{2}$.

$\Rightarrow AB = l \cdot \sqrt{2} = 4 \Rightarrow$ Đường trung tuyến $SI = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$.

$\triangle SOI$ vuông tại O : $\cos \widehat{OSI} = \frac{SO}{SI} \Rightarrow SO = SI \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow h = \sqrt{3}$.

Ta có: $R = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}$.

Vậy thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ và $f'(x) = x \sin x$.

Giả sử rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(x) dx = \frac{a}{b} - \frac{\pi^2}{c}$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a + b + c$ bằng

A 23.

B 5.

C 20.

D 27.

Lời giải.

Do $f'(x) = x \sin x$ nên $f(x) = \int f'(x) dx = \int x \sin x dx = - \int x d \cos x = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$.

Theo giả thiết $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Leftrightarrow 1 + C = 2 \Rightarrow C = 1$.

Suy ra $f(x) = \sin x - x \cos x + 1$.

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(x) dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x (\sin x - x \cos x + 1) dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x \cos x - x \cos^2 x + \cos x) dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x (1 + \cos 2x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \\ &= -\frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx - \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x d \sin 2x \\ &= \frac{1}{2} + 1 - \frac{x^2}{4} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{4} x \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx \\ &= \frac{3}{2} - \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{8} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{7}{4} - \frac{\pi^2}{16}. \end{aligned}$$

Vậy $a = 7, b = 4, c = 16$, suy ra $a + b + c = 27$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 46.

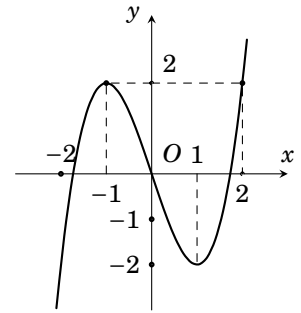
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{2f(\cos x)}) = m$ có nghiệm $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ là

(A) -1.

(B) 0.

(C) 1.

(D) -2.



Lời giải.

- Đặt $t = \cos x$, do $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên suy ra $t \in (-1; 0]$.
Trên khoảng $(-1; 0)$ hàm số nghịch biến nên suy ra
Với $t \in (-1; 0]$ thì $f(0) \leq f(t) < f(-1)$ hay $0 \leq f(t) < 2$.
- Đặt $u = \sqrt{2f(\cos x)}$ thì $u = \sqrt{2f(t)}, u \in [0; 2)$. Khi đó bài toán trở thành:
Tìm m để phương trình $f(u) = m$ có nghiệm $u \in [0; 2)$.
Quan sát đồ thị ta thấy rằng với $u \in [0; 2)$ thì $f(u) \in [-2; 2) \Rightarrow -2 \leq m < 2$.
Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1\}$. Vậy có 4 giá trị của m .
Tổng các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là -2.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 47. Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b}\right) + 9\log_a c = 4\log_a b$. Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng

(A) 1.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) 2.

(D) 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b}\right) + 9\log_a c &= 4\log_a b \\ \Leftrightarrow 4\log_a^2 b + \log_b c \cdot (2\log_b c - \log_b b) + 9\log_a c &= 4\log_a b \\ \Leftrightarrow 4\log_a^2 b + 2\log_b^2 c - \log_b c + 9\log_a c &= 4\log_a b. \quad (*) \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} \log_a b = x \\ \log_b c = y \end{cases} \quad (x, y > 0 \text{ vì } a, b, c > 1).$$

Ta có $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c = xy$.

Thay vào (*) ta được

$$\begin{aligned} 4x^2 + 2y^2 - y + 9xy &= 4x \\ \Leftrightarrow 4x^2 + xy + 8xy + 2y^2 - (4x + y) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x + y)(x + 2y - 1) &= 0 \end{aligned}$$

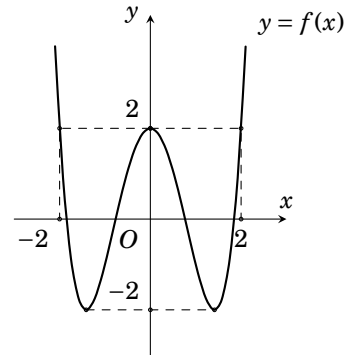
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 0 \text{ (loại)} \\ x + 2y = 1. \end{cases}$$

Vậy $\log_a b + \log_b c^2 = \log_a b + 2\log_b c = x + 2y = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 48.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 20]$ sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = |2f(x) + m + 4| - f(x) - 3|$ trên đoạn $[-2; 2]$ không bé hơn 1?



(A) 18.

(B) 19.

(C) 20.

(D) 21.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta có: $-2 \leq f(x) \leq 2, \forall x \in [-2; 2] (*)$.

$\Rightarrow 2f(x) + 4 \geq 0, \forall x \in [-2; 2]$.

Vì $m \in [0; 20]$ nên $2f(x) + m + 4 \geq 0$ suy ra $|2f(x) + m + 4| = 2f(x) + m + 4, \forall x \in [-2; 2]$.

Ta có

$$g(x) = |2f(x) + m + 4| - f(x) - 3| = |2f(x) + m + 4 - f(x) - 3| = |f(x) + m + 1|, \forall x \in [-2; 2].$$

- Với $m = 0 \Rightarrow g(x) = |f(x) + 1|, \forall x \in [-2; 2]$.

$$(*) \Leftrightarrow -1 \leq f(x) + 1 \leq 3, \forall x \in [-2; 2].$$

$$\Rightarrow 0 \leq |f(x) + 1| \leq 3, \forall x \in [-2; 2] \Leftrightarrow 0 \leq g(x) \leq 3, \forall x \in [-2; 2].$$

$$\Rightarrow \min_{[-2; 2]} g(x) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ không thỏa yêu cầu bài toán.}$$

- Với $m \in [1; 20] \Rightarrow f(x) + m + 1 \geq 0 \Rightarrow g(x) = f(x) + m + 1$.

$$\text{Từ } (*) \text{ ta có: } f(x) + m + 1 \geq m - 1 \Rightarrow \min_{[-2; 2]} g(x) = m - 1.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán: } \min_{[-2; 2]} g(x) \geq 1 \Leftrightarrow m - 1 \geq 1 \Leftrightarrow m \geq 2 \Rightarrow m \in [2; 20].$$

Vậy có 19 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB = a; AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{CAB} = 135^\circ$, tam giác SAB vuông tại B và tam giác SAC vuông tại A . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

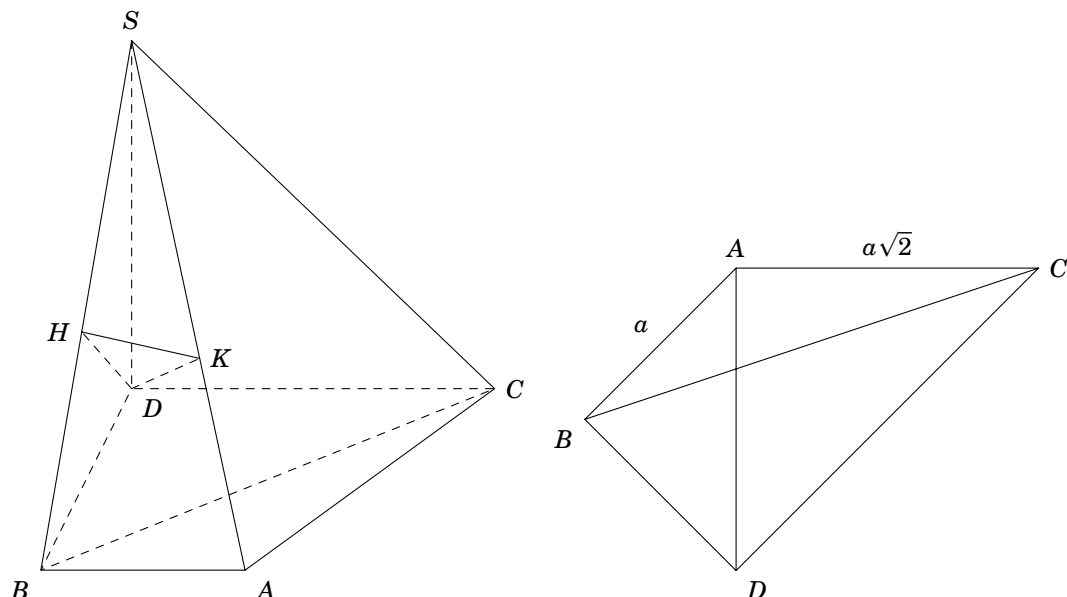
(A) $\frac{a^3}{6}$.

(B) $\frac{a^3}{3}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.



Gọi D là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) .

$$\begin{cases} AB \perp SB \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow AB \perp BD.$$

$$\begin{cases} AC \perp SA \\ AC \perp SD \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAD) \Rightarrow AC \perp AD.$$

Tam giác ABC có $\widehat{CAB} = 135^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 45^\circ$.

Tam giác ABD vuông tại B có $\widehat{BAD} = 45^\circ$ suy ra tam giác ABD vuông cân và $AD = a\sqrt{2}$.

Từ đó có tam giác ACD vuông cân tại $A \Rightarrow$ tứ giác $ABDC$ là hình thang vuông tại B và D .

Trong mặt phẳng (SBD) , hạ $DH \perp SB (H \in SB)$. Dễ chứng minh $DH \perp (SAB)$.

Trong mặt phẳng (SAD) , hạ $DK \perp SA (K \in SA)$. Dễ chứng minh $DK \perp (SAC)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) ta có: $\alpha = (\widehat{DH, DK}) = \widehat{HDK} = 30^\circ$ do tam giác DHK vuông tại H .

Đặt $SD = x, (x > 0)$.

Tam giác DHK vuông tại H có

$$\begin{aligned} \cos \widehat{HDK} &= \frac{HD}{DK} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \frac{\sqrt{2a^2 + x^2}}{\sqrt{2} \cdot ax} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{6}\sqrt{a^2 + x^2} = 2\sqrt{2a^2 + x^2} \\ &\Leftrightarrow 6a^2 + 6x^2 = 8a^2 + 4x^2 \\ &\Leftrightarrow x = a. \end{aligned}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SD \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^3}{6}.$$

Vậy thể tích khối $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 50. Có tất cả bao nhiêu cặp số $(a; b)$ với a, b là các số nguyên dương thỏa mãn

$$\log_3(a+b) + (a+b)^3 = 3(a^2 + b^2) + 3ab(a+b-1) + 1.$$

A 2.

B 3.

C 1.

D vô số.

Lời giải.

Cách 1:

Với a, b là các số nguyên dương, ta có

$$\begin{aligned} \log_3(a+b) + (a+b)^3 &= 3(a^2 + b^2) + 3ab(a+b-1) + 1 \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2 - ab} + a^3 + b^3 + 3ab(a+b) &= 3(a^2 + b^2 - ab) + 3ab(a+b) + 1 \\ \Leftrightarrow \log_3(a^3 + b^3) + a^3 + b^3 &= \log_3[3(a^2 + b^2 - ab)] + 3(a^2 + b^2 - ab). \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ trên $(0; +\infty)$.

$f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó, phương trình (1) trở thành

$$\begin{aligned} f(a^3 + b^3) &= f[3(a^2 + b^2 - ab)] \\ \Leftrightarrow a^3 + b^3 &= 3(a^2 + b^2 - ab) \\ \Leftrightarrow (a^2 + b^2 - ab)(a + b - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - ab = 0(*) \\ a + b - 3 = 0 \end{cases}. \end{aligned}$$

Do $a, b \in \mathbb{N}^*$ nên phương trình $(*)$ vô nghiệm. Suy ra $a + b = 3$.

$$\text{Mà } a, b \text{ là các số nguyên dương nên } \begin{cases} 0 < a < 3 \\ 0 < b < 3 \\ a + b = 3 \\ a, b \in \mathbb{N}^* \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai cặp số $(a; b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2: Với a, b là các số nguyên dương, ta có

$$\begin{aligned} \log_3(a+b) + (a+b)^3 &= 3(a^2 + b^2) + 3ab(a+b-1) + 1 \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{a+b}{3} + a^3 + b^3 + 3ab(a+b) &= 3(a^2 + b^2 - ab) + 3ab(a+b) \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{a+b}{3} &= (a^2 + b^2 - ab)(3 - a - b) \quad (1) \end{aligned}$$

Trường hợp 1: $a + b = 2$. Khi đó: $(1) \Leftrightarrow \log_3 \frac{2}{3} = 4 - 3ab$ loại do $a, b \in \mathbb{N}^*$.

Trường hợp 2: $a + b > 3 \Rightarrow \log_3 \frac{a+b}{3} > 0$ và $(a^2 + b^2 - ab)(3 - a - b) < 0, \forall a, b \in \mathbb{N}^*$ nên (1) không xảy

ra.

Trường hợp 3: $a + b = 3$, khi đó (1) thỏa mãn.

Mà a, b là các số nguyên dương nên
$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 1 \end{array} \right. \text{ hoặc } \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 2 \end{array} \right.$$

Vậy có hai cặp số $(a; b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**



— HẾT —