

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Mã đề thi 121

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ là

- A. $x + y + z = 0$. B. $x - y + z = 1$. C. $x + y + z = 1$. D. $x + y - z = 1$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$ là

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 3. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 5$ và $\int_0^2 g(x) dx = 3$. Giá trị $I = \int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx$ là

- A. 8. B. 13. C. -7. D. 7.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $F(x) = -\cos x + C$. B. $F(x) = \tan x + C$.
C. $F(x) = -\sin x + C$. D. $F(x) = \sin x + C$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(0;0;0)$. B. $(2;1;-2)$. C. $(0;-1;2)$. D. $(0;1;-2)$.

Câu 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, xét hai đường thẳng:

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}, \quad d_2 : \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{-2}.$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1 và d_2 chéo nhau. B. d_1 song song d_2 . C. d_1 cắt d_2 . D. d_1 trùng d_2 .

Câu 8. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 1$ thoả $F(0) = 3$ là

A. $F(x) = 2x^2 + x + 3.$

B. $F(x) = x^2 + x + 3.$

C. $F(x) = x^2 + x + 2.$

D. $F(x) = x^2 + x + 1.$

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x$, $y = x^2$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là

A. $\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. $\frac{1}{6}.$

D. $\frac{1}{4}.$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q) : 2x + 3y - z - 5 = 0$?

A. $\vec{n} = (-3; 2; -1).$

B. $\vec{n} = (-2; 3; -1).$

C. $\vec{n} = (2; 3; -1).$

D. $\vec{n} = (3; 2; -1).$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ M đến (P) là

A. $\frac{4}{3}.$

B. 2.

C. $\frac{2}{9}.$

D. 1.

Câu 12. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^2 f(x) dx = -3$. Tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. 1.

B. -5.

C. 5.

D. -1.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 04. Trong mỗi ý a), b), c) d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm:

$$A(-18; 0; 0), \quad B(0; 18; 0), \quad C(0; 0; 36), \quad O(0; 0; 0).$$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

a) Vectơ $\vec{n} = (1; -2; -1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) Phương trình của mặt phẳng (P) là $x - 2y - z + 36 = 0$.

c) Đường thẳng d đi qua O và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$.

d) Tọa độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P) là $(-8; -8; 4)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $A'(0; 0; 1)$.

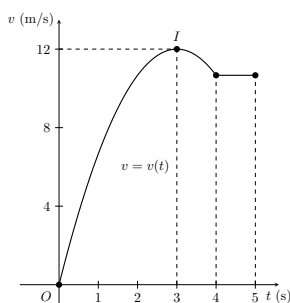
a) Tọa độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1; 0; 1)$, $D'(0; 1; 1)$, $C(1; 1; 0)$, $C'(1; 1; 1)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}.$$

c) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.

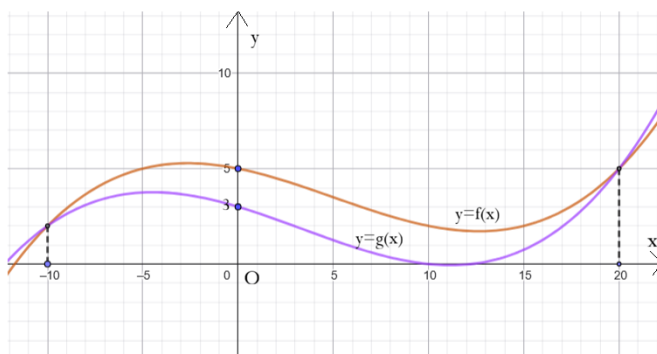
d) Gọi E, F lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục Ox sao cho $EF \perp (A'C'D)$. Khi đó $EF = \sqrt{3}$.

Câu 3. Một vật chuyển động trong 5s với vận tốc $v = v(t)$ (m/s) phụ thuộc vào thời gian t (s) có đồ thị vận tốc như hình vẽ. Trong khoảng thời gian 4s kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol đi qua $O(0;0)$, có đỉnh $I(3;12)$ với trục đối xứng song song với trục tung; khoảng thời gian còn lại, đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



- Trong khoảng thời gian 4s kể từ khi bắt đầu chuyển động, $v(t) = a(t - 3)^2 + 12$.
- $v(4) = 9$.
- Quãng đường vật di chuyển được từ thời điểm $t = 4$ đến thời điểm $t = 5$ là 9m.
- Quãng đường mà vật di chuyển được trong 5s là 34m.

Câu 4. Một công ty thiết kế mẫu kỉ niệm chương để tặng cho khách hàng thân thiết nhân dịp 10 năm ngày thành lập. Kỉ niệm chương gồm một tấm thủy tinh hình tròn có bán kính 15 cm và 4 dải sóng được làm từ inox sơn trắng đặt nổi trên bề mặt tấm thủy tinh (tấm thủy tinh hình tròn vẫn nguyên vẹn) như hình vẽ.



Để chính xác hóa kích thước và hình dạng như hình vẽ, trong mặt phẳng tọa độ Oxy (mỗi đơn vị ứng với 1 cm trên thực tế), mỗi dải sóng được xem là một hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = \frac{1}{500}x^3 - \frac{3}{100}x^2 - \frac{1}{5}x + a$ và $g(x) = \frac{1}{500}x^3 - \frac{1}{50}x^2 - \frac{3}{10}x + b$

Biết chi phí làm thủy tinh là 1000 đồng trên mỗi cm^2 và chi phí làm inox sơn trắng là 3000 đồng trên mỗi cm^2 .

- $a = 5$.
- $b = 3$.
- Diện tích 4 dải sóng màu trắng là 160 cm^2 .
- Chi phí sản xuất một cái kỉ niệm chương như hình trên nhỏ hơn 1 000 000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 06.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của một khối lập phương có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng có phương trình

$$3x - 4y + 12z + 3 = 0 \quad \text{và} \quad 3x - 4y + 12z - 23 = 0.$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(1; 3; 5)$, $B(-2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : x + 2y - 3z + 4 = 0$ được viết dưới dạng $ax + by + cz + 13 = 0$. Tính $a - b - c$.

Câu 3. Các chất điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$ chuyển động thẳng đều trong không gian (đơn vị độ dài: m). M xuất phát từ $M_0(1; 2; 5)$ với tốc độ $v_M = 28$ m/s theo hướng của vectơ $\vec{u} = (2; 3; -6)$; N xuất phát từ $N_0(9; -10; 5)$ với tốc độ $v_N = 22$ m/s theo hướng với vectơ $\vec{v} = (2; 6; -9)$. Gọi P là giao điểm hai quỹ đạo của M và N . Thời gian để N đi từ N_0 đến P (tính theo s) là bao lâu?

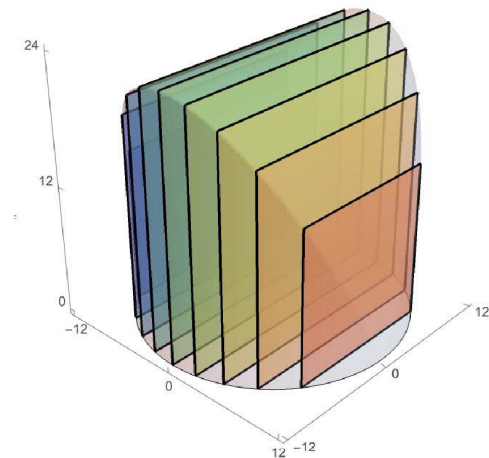
Câu 4. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

$$y = \sqrt{x} - 3, \quad y = 0, \quad x = 9, \quad x = 25$$

bằng $k\pi$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 18)(x + 8)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -15$ và $x = 5$.

Câu 6. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 144$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một hình vuông có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



———— HẾT ————

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Mã đề thi 122

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(0; 0; 0)$. B. $(0; 1; -2)$. C. $(0; -1; 2)$. D. $(2; 1; -2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ là

- A. $x - y + z = 1$. B. $x + y + z = 1$. C. $x + y + z = 0$. D. $x + y - z = 1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 4 = 0$.
Khoảng cách từ M đến (P) là

- A. 2. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 1.

Câu 4. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 1$ thỏa $F(0) = 3$ là

- A. $F(x) = x^2 + x + 2$. B. $F(x) = 2x^2 + x + 3$.
C. $F(x) = x^2 + x + 1$. D. $F(x) = x^2 + x + 3$.

Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 6. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 5$ và $\int_0^2 g(x) dx = 3$. Giá trị $I = \int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx$ là

- A. 7. B. -7. C. 13. D. 8.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q) : 2x + 3y - z - 5 = 0$?

- A. $\vec{n} = (-3; 2; -1)$. B. $\vec{n} = (-2; 3; -1)$. C. $\vec{n} = (3; 2; -1)$. D. $\vec{n} = (2; 3; -1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x$, $y = x^2$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $F(x) = -\sin x + C$. B. $F(x) = -\cos x + C$.
C. $F(x) = \sin x + C$. D. $F(x) = \tan x + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, xét hai đường thẳng:

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}, \quad d_2 : \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{-2}.$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

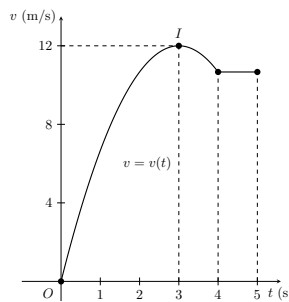
- A. d_1 song song d_2 . B. d_1 và d_2 chéo nhau. C. d_1 cắt d_2 . D. d_1 trùng d_2 .

Câu 12. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^2 f(x) dx = -3$. Tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. -1 . B. 5 . C. 1 . D. -5 .

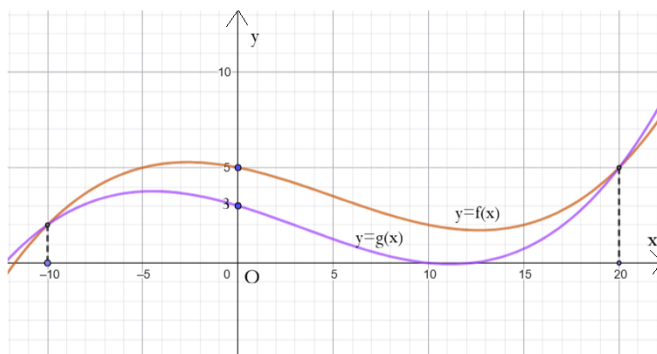
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 04. Trong mỗi ý a), b), c) d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một vật chuyển động trong 5s với vận tốc $v = v(t)$ (m/s) phụ thuộc vào thời gian t (s) có đồ thị vận tốc như hình vẽ. Trong khoảng thời gian 4s kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol đi qua $O(0;0)$, có đỉnh $I(3;12)$ với trục đối xứng song song với trục tung; khoảng thời gian còn lại, đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



- a) $v(4) = 9$.
b) Trong khoảng thời gian 4s kể từ khi bắt đầu chuyển động, $v(t) = a(t-3)^2 + 12$.
c) Quãng đường vật di chuyển được từ thời điểm $t = 4$ đến thời điểm $t = 5$ là 9m.
d) Quãng đường mà vật di chuyển được trong 5s là 34m.

Câu 2. Một công ty thiết kế mẫu kỉ niệm chương để tặng cho khách hàng thân thiết nhân dịp 10 năm ngày thành lập. Kỉ niệm chương gồm một tấm thủy tinh hình tròn có bán kính 15cm và 4 dải sóng được làm từ inox sơn trắng đặt nổi trên bề mặt tấm thủy tinh (tấm thủy tinh hình tròn vẫn nguyên vẹn) như hình vẽ.



Để chính xác hóa kích thước và hình dạng như hình vẽ, trong mặt phẳng tọa độ Oxy (mỗi đơn vị ứng với 1 cm trên thực tế), mỗi dải sóng được xem là một hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = \frac{1}{500}x^3 - \frac{3}{100}x^2 - \frac{1}{5}x + a$ và $g(x) = \frac{1}{500}x^3 - \frac{1}{50}x^2 - \frac{3}{10}x + b$

Biết chi phí làm thủy tinh là 1000 đồng trên mỗi cm^2 và chi phí làm inox sơn trắng là 3000 đồng trên mỗi cm^2 .

- $a = 5$.
- $b = 3$.
- Diện tích 4 dải sóng màu trắng là 160 cm^2 .
- Chi phí sản xuất một cái kỉ niệm chương như hình trên nhỏ hơn 1 000 000 đồng.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm:

$$A(18; 0; 0), \quad B(0; 18; 0), \quad C(0; 0; -36), \quad O(0; 0; 0).$$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

- Vectơ $\vec{n} = (1; -2; -1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- Phương trình của mặt phẳng (P) là $3x + 2y - z - 36 = 0$.
- Đường thẳng d đi qua O và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$.
- Toạ độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P) là $(8; 8; 4)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $A'(0; 0; 1)$.

- Toạ độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1; 0; 1)$, $D'(0; 1; 1)$, $C(1; 1; 0)$, $C'(1; 1; 1)$.

- Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}.$$

- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.
- Gọi E, F lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục Ox sao cho $EF \perp (A'C'D)$. Khi đó $EF = \sqrt{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 06.

Câu 1. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quanh hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

$$y = \sqrt{x} - 6, \quad y = 0, \quad x = 9, \quad x = 49$$

bằng $k\pi$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 8)(x + 6)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -7$ và $x = 1$.

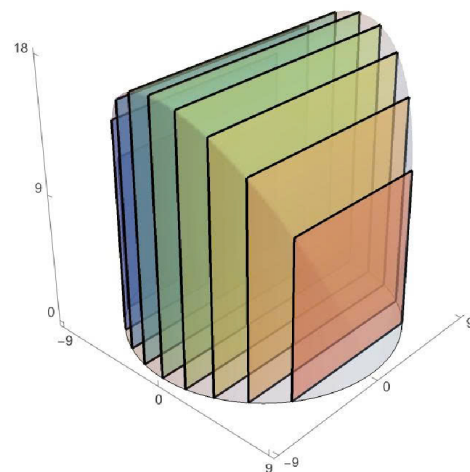
Câu 3. Các chất điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$ chuyển động thẳng đều trong không gian (đơn vị độ dài: m). M xuất phát từ $M_0(1; 2; 5)$ với tốc độ $v_M = 14$ m/s theo hướng của vectơ $\vec{u} = (2; 3; -6)$; N xuất phát từ $N_0(9; -4; -1)$ với tốc độ $v_N = 11$ m/s theo hướng với vectơ $\vec{v} = (2; 6; -9)$. Gọi P là giao điểm hai quỹ đạo của M và N . Thời gian để M đi từ M_0 đến P (tính theo s) là bao lâu?

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của một khối lập phương có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng có phương trình

$$x - 4y + 8z + 3 = 0 \quad \text{và} \quad x - 4y + 8z - 24 = 0.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(1; -3; -5)$, $B(-2; 1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : x + 2y + 3z + 4 = 0$ được viết dưới dạng $ax + by + cz - 5 = 0$ Tính $a - b - c$.

Câu 6. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 81$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một hình vuông có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



———— HẾT ————

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Mã đề thi 123

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q) : 2x + 3y - z - 5 = 0$?

- A. $\vec{n} = (-3; 2; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 3; -1)$. C. $\vec{n} = (3; 2; -1)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; -1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ M đến (P) là

- A. 1. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{9}$. D. 2.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, xét hai đường thẳng:

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}, \quad d_2 : \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{-2}.$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1 song song d_2 . B. d_1 trùng d_2 . C. d_1 cắt d_2 . D. d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(0; 0; 0)$. B. $(2; 1; -2)$. C. $(0; -1; 2)$. D. $(0; 1; -2)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x$, $y = x^2$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ là

- A. $x + y + z = 1$. B. $x + y - z = 1$. C. $x + y + z = 0$. D. $x - y + z = 1$.

Câu 8. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 5$ và $\int_0^2 g(x) dx = 3$. Giá trị $I = \int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx$ là

- A. -7 . B. 8 . C. 7 . D. 13 .

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $F(x) = -\cos x + C$. B. $F(x) = \tan x + C$.
C. $F(x) = -\sin x + C$. D. $F(x) = \sin x + C$.

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 11. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 1$ thỏa $F(0) = 3$ là

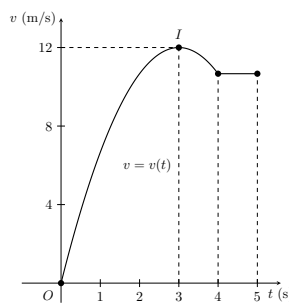
- A. $F(x) = x^2 + x + 1$. B. $F(x) = x^2 + x + 2$.
C. $F(x) = 2x^2 + x + 3$. D. $F(x) = x^2 + x + 3$.

Câu 12. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^2 f(x) dx = -3$. Tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 5 . B. -1 . C. -5 . D. 1 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 04. Trong mỗi ý a), b), c) d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một vật chuyển động trong 5s với vận tốc $v = v(t)$ (m/s) phụ thuộc vào thời gian t (s) có đồ thị vận tốc như hình vẽ. Trong khoảng thời gian 4s kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol đi qua $O(0;0)$, có đỉnh $I(3;12)$ với trục đối xứng song song với trục tung; khoảng thời gian còn lại, đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



- a) $v(4) = 9$.
b) Trong khoảng thời gian 4s kể từ khi bắt đầu chuyển động, $v(t) = a(t - 3)^2 + 12$.
c) Quãng đường vật di chuyển được từ thời điểm $t = 4$ đến thời điểm $t = 5$ là 9m.
d) Quãng đường mà vật di chuyển được trong 5s là 34m.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm:

$$A(-18; 0; 0), \quad B(0; 18; 0), \quad C(0; 0; -36), \quad O(0; 0; 0).$$

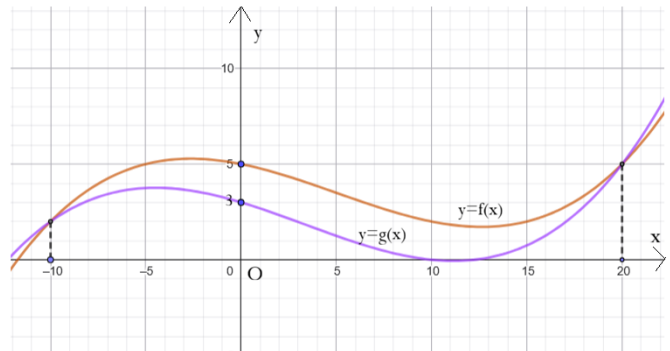
Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

- a) Vectơ $\vec{n} = (-2; 2; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- b) Phương trình của mặt phẳng (P) là $x - 2y - z + 2 = 0$.
- c) Đường thẳng d đi qua O và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{-3}{-1}$.
- d) Toạ độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P) là $(-8; 8; -4)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$.

- a) Tọa độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$.
- b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}.$$
- c) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.
- d) Gọi E, F lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục Ox sao cho $EF \perp (A'C'D)$. Khi đó $EF = \sqrt{3}$.

Câu 4. Một công ty thiết kế mẫu kỉ niệm chương để tặng cho khách hàng thân thiết nhân dịp 10 năm ngày thành lập. Kỉ niệm chương gồm một tấm thủy tinh hình tròn có bán kính 15 cm và 4 dải sóng được làm từ inox sơn trắng đặt nổi trên bề mặt tấm thủy tinh (tấm thủy tinh hình tròn vẫn nguyên vẹn) như hình vẽ.



Để chính xác hóa kích thước và hình dạng như hình vẽ, trong mặt phẳng tọa độ Oxy (mỗi đơn vị ứng với 1 cm trên thực tế), mỗi dải sóng được xem là một hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = \frac{1}{500}x^3 - \frac{3}{100}x^2 - \frac{1}{5}x + a$ và $g(x) = \frac{1}{500}x^3 - \frac{1}{50}x^2 - \frac{3}{10}x + b$

Biết chi phí làm thủy tinh là 1000 đồng trên mỗi cm^2 và chi phí làm inox sơn trắng là 3000 đồng trên mỗi cm^2 .

- a) $a = 5$.
- b) $b = 3$.
- c) Diện tích 4 dải sóng màu trắng là 160 cm^2 .
- d) Chi phí sản xuất một cái kỉ niệm chương như hình trên nhỏ hơn 1 000 000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 06.

Câu 1. Các chất điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$ chuyển động thẳng đều trong không gian (đơn vị độ dài: m). M xuất phát từ $M_0(1; 2; 5)$ với tốc độ $v_M = 14$ m/s theo hướng của vectơ $\vec{u} = (2; 3; -6)$; N xuất phát từ $N_0(9; -4; -1)$ với tốc độ $v_N = 11$ m/s theo hướng với vectơ $\vec{v} = (2; 6; -9)$. Gọi P là giao điểm hai quỹ đạo của M và N . Thời gian để N đi từ N_0 đến P (tính theo s) là bao lâu?

Câu 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quanh hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

$$y = \sqrt{x} - 3, \quad y = 0, \quad x = 4, \quad x = 36$$

bằng $k\pi$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

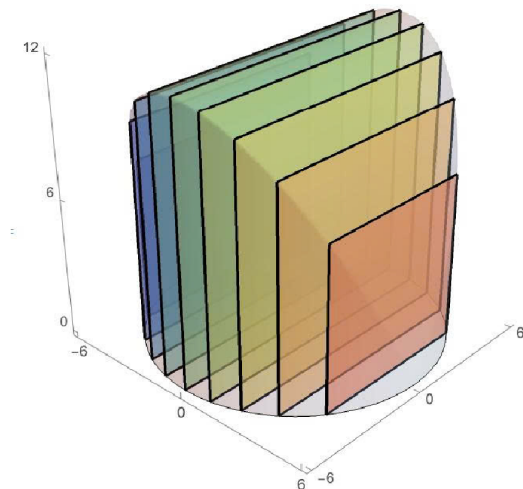
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của một khối lập phương có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng có phương trình

$$2x + 10y + 11z + 3 = 0 \quad \text{và} \quad 2x + 10y + 11z - 57 = 0.$$

Câu 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 12)(x + 6)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -9$ và $x = 3$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(3; 5; 1)$, $B(4; -1; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : 3x + 2y - z + 4 = 0$ được viết dưới dạng $ax + by + cz - 4 = 0$. Tính $a - b - c$.

Câu 6. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 36$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một hình vuông có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



———— HẾT ————

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Mã đề thi 124

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

A. $F(x) = -\cos x + C$.

B. $F(x) = -\sin x + C$.

C. $F(x) = \tan x + C$.

D. $F(x) = \sin x + C$.

Câu 2. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^2 f(x) dx = -3$. Tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. -5 .

B. 5 .

C. 1 .

D. -1 .

Câu 3. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 1$ thỏa $F(0) = 3$ là

A. $F(x) = x^2 + x + 3$.

B. $F(x) = 2x^2 + x + 3$.

C. $F(x) = x^2 + x + 2$.

D. $F(x) = x^2 + x + 1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ là

A. $x + y + z = 1$.

B. $x - y + z = 1$.

C. $x + y + z = 0$.

D. $x + y - z = 1$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách từ M đến (P) là

A. 2 .

B. 1 .

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x$, $y = x^2$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, xét hai đường thẳng:

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}, \quad d_2 : \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{-2}.$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1 song song d_2 .

B. d_1 trùng d_2 .

C. d_1 và d_2 chéo nhau.

D. d_1 cắt d_2 .

Câu 8. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 5$ và $\int_0^2 g(x) dx = 3$. Giá trị $I = \int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx$ là

A. -7 .

B. 7 .

C. 13 .

D. 8 .

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
 B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
 C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
 D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.
 B. $S = \int_a^b f(x) dx$.
 C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.
 D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ đi qua điểm nào sau đây?

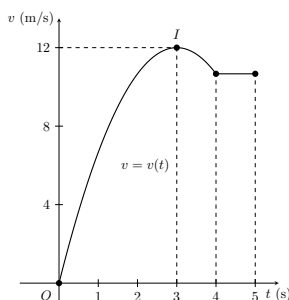
- A. $(0; 0; 0)$.
 B. $(2; 1; -2)$.
 C. $(0; -1; 2)$.
 D. $(0; 1; -2)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Q) : 2x + 3y - z - 5 = 0$?

- A. $\vec{n} = (-3; 2; -1)$.
 B. $\vec{n} = (2; 3; -1)$.
 C. $\vec{n} = (-2; 3; -1)$.
 D. $\vec{n} = (3; 2; -1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 04. Trong mỗi ý a), b), c) d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một vật chuyển động trong 5s với vận tốc $v = v(t)(m/s)$ phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ có đồ thị vận tốc như hình vẽ. Trong khoảng thời gian 4 kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol đi qua $O(0; 0)$, có đỉnh $I(3; 12)$ với trục đối xứng song song với trục tung; khoảng thời gian còn lại, đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



- a) $v(4) = 9$.
 b) Trong khoảng thời gian 4s kể từ khi bắt đầu chuyển động, $v(t) = a(t-3)^2 + 12$.
 c) Quãng đường vật di chuyển được từ thời điểm $t = 4$ đến thời điểm $t = 5$ là 9m.
 d) Quãng đường mà vật di chuyển được trong 5s là 34m.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm:

$$A(36; 0; 0), \quad B(0; 18; 0), \quad C(0; 0; -36), \quad O(0; 0; 0).$$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

- a) Vectơ $\vec{n} = (1; -2; -1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- b) Phương trình của mặt phẳng (P) là $x + 2y - z + 36 = 0$.
- c) Đường thẳng d đi qua O và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$.
- d) Tọa độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P) là $(8; 8; 4)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$.

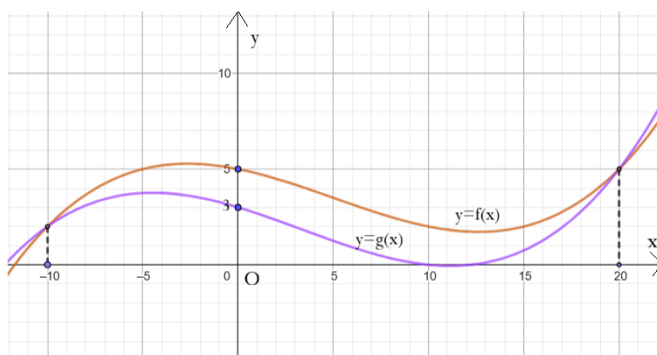
- a) Tọa độ các đỉnh còn lại của hình lập phương là $B'(1;0;1)$, $D'(0;1;1)$, $C(1;1;0)$, $C'(1;1;1)$.

- b) Phương trình tham số của đường thẳng $C'D$ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = -t \end{cases}.$$

- c) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'C'D)$ là $\vec{n} = (-1; 1; 1)$.

- d) Gọi E, F lần lượt thuộc đường thẳng $C'D$ và trục Ox sao cho $EF \perp (A'C'D)$. Khi đó $EF = \sqrt{3}$.

Câu 4. Một công ty thiết kế mẫu kỉ niệm chương để tặng cho khách hàng thân thiết nhân dịp 10 năm ngày thành lập. Kỉ niệm chương gồm một tấm thủy tinh hình tròn có bán kính 15 cm và 4 dải sóng được làm từ inox sơn trắng đặt nổi trên bề mặt tấm thủy tinh (tấm thủy tinh hình tròn vẫn nguyên vẹn) như hình vẽ.



Để chính xác hóa kích thước và hình dạng như hình vẽ, trong mặt phẳng tọa độ Oxy (mỗi đơn vị ứng với 1 cm trên thực tế), mỗi dải sóng được xem là một hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = \frac{1}{500}x^3 - \frac{3}{100}x^2 - \frac{1}{5}x + a$ và $g(x) = \frac{1}{500}x^3 - \frac{1}{50}x^2 - \frac{3}{10}x + b$

Biết chi phí làm thủy tinh là 1000 đồng trên mỗi cm^2 và chi phí làm inox sơn trắng là 3000 đồng trên mỗi cm^2 .

- a) $a = 5$.
- b) $b = 4$.
- c) Diện tích 4 dải sóng màu trắng là 160 cm^2 .
- d) Chi phí sản xuất một cái kỉ niệm chương như hình trên nhỏ hơn 1 000 000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 01 đến câu 06.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của một khối lập phương có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng có phương trình

$$2x + 6y + 9z + 4 = 0 \quad \text{và} \quad 2x + 6y + 9z - 51 = 0.$$

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 14)(x + 10)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -13$ và $x = 2$.

Câu 3. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

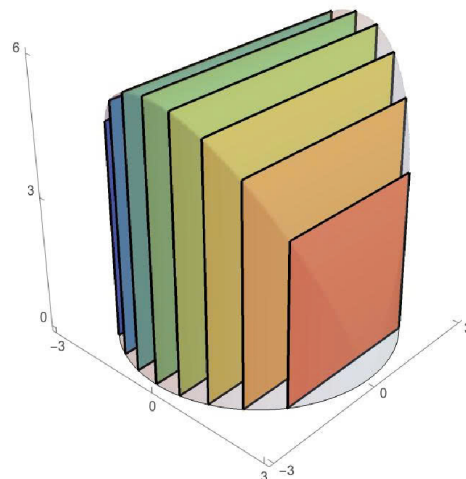
$$y = \sqrt{x} - 6, \quad y = 0, \quad x = 16, \quad x = 64$$

bằng $k\pi$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

Câu 4. Các chất điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$ chuyển động thẳng đều trong không gian (đơn vị độ dài: m). M xuất phát từ $M_0(1; 2; 5)$ với tốc độ $v_M = 28$ m/s theo hướng của vectơ $\vec{u} = (2; 3; -6)$; N xuất phát từ $N_0(9; -10; 5)$ với tốc độ $v_N = 22$ m/s theo hướng với vectơ $\vec{v} = (2; 6; -9)$. Gọi P là giao điểm hai quỹ đạo của M và N . Thời gian để M đi từ M_0 đến P (tính theo s) là bao lâu?

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(3; -5; -1)$, $B(4; 2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) : 3x - y - 2z + 4 = 0$ được viết dưới dạng $ax + by + cz - 3 = 0$. Tính $a - b - c$.

Câu 6. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 9$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một hình vuông có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



———— HẾT ————

ĐÁP ÁN

Mã đề thi 121

1.	C	2.	B	3.	D	4.	D	5.	D	6.	B
7.	B	8.	B	9.	C	10.	C	11.	B	12.	B

1. $S(b)S(c)D(d)S$ 2. $(a)D(b)S(c)D(d)D$ 3. $(a)D(b)S(c)S(d)S$ 4. $(a)D(b)D(c)S(d)S$

1. 8 2. 13 3. 4 4. 24 5. 2216 6. 9216

Mã đề thi 122

1.	B	2.	B	3.	A	4.	D	5.	C	6.	A
7.	D	8.	A	9.	A	10.	C	11.	A	12.	D

1. S (b) D (c) S (d) S 2. (a) D (b) D (c) S (d) S 3. (a) S (b) S (c) S (d) S 4. (a) D (b) S (c) D (d) D

1. 72 2. 236 3. 5 4. 27 5. 7 6. 3888

Mã đề thi 123

1.	B	2.	D	3.	A	4.	D	5.	A	6.	C
7.	A	8.	C	9.	D	10.	B	11.	D	12.	C

1. S (b) D (c) S (d) S 2. (a) S (b) S (c) S (d) D 3. (a) D (b) S (c) D (d) D 4. (a) D (b) D (c) S (d) S

1. 6 2. 96 3. 64 4. 576 5. 0 6. 1152

Mã đề thi 124

1.	D	2.	A	3.	A	4.	A	5.	A	6.	B
7.	A	8.	B	9.	A	10.	A	11.	D	12.	B

1. $S(b)D(c)S(d)S$ 2. $(a)S(b)S(c)S(d)S$ 3. $(a)D(b)S(c)D(d)D$ 4. $(a)D(b)S(c)S(d)S$

1. 125 2. 1269 3. 64 4. 3 5. -5 6. 144

1 Mã đề 121

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của một khối phương có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng có phương trình

$$3x - 4y + 12z + 3 = 0 \quad \text{và} \quad 3x - 4y + 12z - 23 = 0.$$

Lời giải.

- Gọi

$$(P): 3x - 4y + 12z + 3 = 0, \quad (Q): 3x - 4y + 12z - 23 = 0.$$

Ta có

$$\frac{3}{3} = \frac{-4}{-4} = \frac{12}{12} \neq \frac{3}{-23},$$

do đó (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song.

- Thay $y = 0$ và $z = 0$ vào phương trình mặt phẳng (P) , ta được

$$3x + 3 = 0.$$

Phương trình này có nghiệm $x = -1$.

Đặt $A(-1, 0, 0) \in (P)$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là khoảng cách từ A đến (Q) . Khoảng cách này bằng

$$d[A, (Q)] = \frac{|3 \cdot (-1) + (-4) \cdot 0 + 12 \cdot 0 - 23|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 12^2}} = 2.$$

- Thể tích khối lập phương cần tìm là $2^3 = 8$.

□

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(1, 3, 5)$, $B(-2, -1, 4)$ và vuông góc với mặt phẳng

$$(P): x + 2y - 3z + 4 = 0.$$

được viết dưới dạng $ax + by + cz + 13 = 0$. Tính $a - b - c$.

Lời giải.

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3, -4, -1)$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1, 2, -3)$.
- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}]$, tức là

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] &= \left(\begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) \\ &= ((-4) \cdot (-3) - (-1) \cdot 2, (-1) \cdot 1 - (-3) \cdot (-3), (-3) \cdot 2 - (-4) \cdot 1) \\ &= (14, -10, -2) \end{aligned}$$

- Phương trình của mặt phẳng (Q) là

$$14(x-1) - 10(y-3) - 2(z-5) = 0.$$

- Khai triển và rút gọn phương trình trên, ta thu được

$$7x - 5y - z + 13 = 0.$$

- Ta có $a - b - c = 7 + 5 + 1 = 13$.

□

Câu 3. Các chất điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$ chuyển động thẳng đều trong không gian (đơn vị độ dài: m). M xuất phát từ $M_0(1, 2, 5)$ với tốc độ $v_M = 14\text{m/s}$ theo hướng của vectơ $\vec{u} = (2, 3, -6)$; N xuất phát từ $N_0(9, -10, 5)$ với tốc độ $v_N = 11\text{m/s}$ theo hướng với vectơ $\vec{v} = (2, 6, -9)$. Gọi P là giao điểm hai quỹ đạo của M và N . Thời gian để N đi từ N_0 đến P (tính theo s) là bao lâu?

Lời giải.

- Phương trình tham số của chất điểm M là

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 2 + 3t, \\ z = 5 - 6t. \end{cases}$$

- Phương trình tham số của chất điểm N là

$$(d_2): \begin{cases} x = 9 + 2k, \\ y = -10 + 6k, \\ z = 5 - 9k. \end{cases}$$

- Toạ độ giao điểm P là $(25, 38, -67)$.
- Khoảng cách từ M đến P là

$$\sqrt{(25-1)^2 + (38-2)^2 + ((-67)-5)^2} = 84.$$

- Thời gian M đến P là $t_M = \frac{84}{28} = 3$.
- Khoảng cách từ N đến P là

$$\sqrt{(25-9)^2 + (38-(-10))^2 + ((-67)-5)^2} = 88.$$

- Thời gian N đến P là $t_N = \frac{88}{22} = 4$.

□

Câu 4. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

$$y = f(x) = \sqrt{x} - 3, \quad y = 0, \quad x = 9, \quad x = 25.$$

bằng $k\pi$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

Lời giải. Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_9^{25} (\sqrt{x} - 3)^2 dx = 24\pi.$$

Giá trị của k bằng 24. □

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 18)(x + 8)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -15$ and $x = 5$.

Lời giải. Đặt

$$P(x) = (x - 18)(x + 8) = x^2 - 10x - 144.$$

Ta cần tính giá trị của

$$I = \int_{-15}^5 |P(x)| dx = \int_{-15}^5 |x^2 - 10x - 144| dx.$$

Ta cần chia khoảng tích phân thành các khoảng con liên tiếp được giới hạn bởi các nghiệm có bội lẻ nằm trong khoảng $(-15, 5)$.

Ở đây là nghiệm duy nhất có bội lẻ nằm trong khoảng $(-15, 5)$: -8 (đây là nghiệm hữu tỉ, và có bội 1).

Do đó ta tính I theo công thức sau:

$$I = \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{10}{2}x^2 - 144x \right)_{-15}^{-8} \right| + \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{10}{2}x^2 - 144x \right)_{-8}^5 \right|$$

Khi đó ta có các giá trị số:

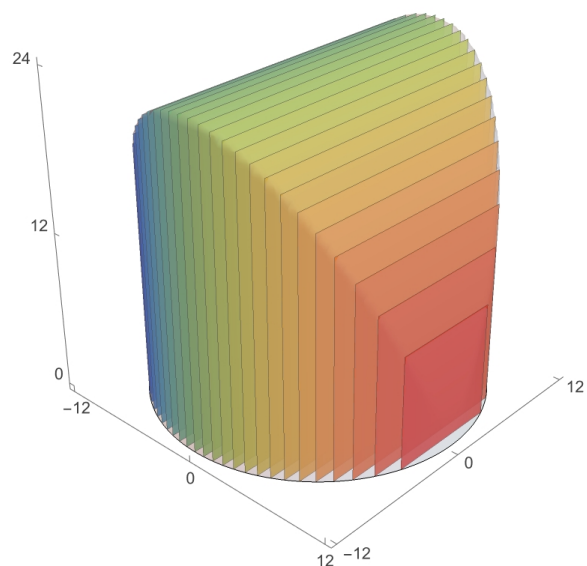
$$I = \left| \frac{1984}{3} + 90 \right| + \left| \frac{-2410}{3} - \frac{1984}{3} \right|$$

Do đó cuối cùng ta được:

$$I = \frac{2254}{3} + \frac{4394}{3} = 2216$$

□

Câu 6. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 144$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một hình vuông có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



- Với mỗi giá trị $x \in [-a, a]$, thiết diện là một hình vuông. Độ dài cạnh s của hình vuông này tương ứng với độ dài dây cung của đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$ tại vị trí x . Từ phương trình đường tròn, ta có $y = \pm\sqrt{a^2 - x^2}$. Do đó, độ dài cạnh hình vuông là

$$s = 2\sqrt{a^2 - x^2}.$$

- Vì thiết diện là hình vuông, diện tích được tính bằng bình phương cạnh

$$A(x) = s^2 = \left(2\sqrt{a^2 - x^2}\right)^2 = 4(a^2 - x^2).$$

- Thể tích của vật thể được tính theo công thức tích phân:

$$V = \int_{-a}^a A(x) dx = \int_{-a}^a 4(a^2 - x^2) dx.$$

Do hàm số dưới dấu tích phân là hàm chẵn, ta có:

$$V = 2 \int_0^a 4(a^2 - x^2) dx = 8 \int_0^a (a^2 - x^2) dx.$$

Ta có

$$\begin{aligned} V &= 8 \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a \\ &= 8 \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= 8 \left(\frac{2a^3}{3} \right) \\ &= \frac{16a^3}{3} \end{aligned}$$

Thể tích của vật thể là $V = \frac{16a^3}{3} = 9216$.

2 Mã đề 122

Câu 1. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

$$y = f(x) = \sqrt{x} - 6, \quad y = 0, \quad x = 9, \quad x = 49.$$

bằng $k\pi$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

Lời giải. Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_9^{49} (\sqrt{x} - 6)^2 dx = 72\pi.$$

Giá trị của k bằng 72. □

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 8)(x + 6)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -7$ and $x = 1$.

Lời giải. Đặt

$$P(x) = (x - 8)(x + 6) = x^2 - 2x - 48.$$

Ta cần tính giá trị của

$$I = \int_{-7}^1 |P(x)| dx = \int_{-7}^1 |x^2 - 2x - 48| dx.$$

Ta cần chia khoảng tích phân thành các khoảng con liên tiếp được giới hạn bởi các nghiệm có bội lẻ nằm trong khoảng $(-7, 1)$.

Ở đây là nghiệm duy nhất có bội lẻ nằm trong khoảng $(-7, 1)$: -6 (đây là nghiệm hữu tỉ, và có bội 1).

Do đó ta tính I theo công thức sau:

$$I = \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 48x \right)_{-7}^{-6} \right| + \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 48x \right)_{-6}^1 \right|$$

Khi đó ta có các giá trị số:

$$I = \left| 180 - \frac{518}{3} \right| + \left| \frac{-146}{3} - 180 \right|$$

Do đó cuối cùng ta được:

$$I = \frac{22}{3} + \frac{686}{3} = 236$$

□

Câu 3. Các chất điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$ chuyển động thẳng đều trong không gian (đơn vị độ dài: m). M xuất phát từ $M_0(1, 2, 5)$ với tốc độ $v_M = 14\text{m/s}$ theo hướng của vectơ $\vec{u} = (2, 3, -6)$; N xuất phát từ $N_0(9, -4, -1)$ với tốc độ $v_N = 11\text{m/s}$ theo hướng với vectơ $\vec{v} = (2, 6, -9)$. Gọi P là giao điểm hai quỹ đạo của M và N . Thời gian để M đi từ M_0 đến P (tính theo s) là bao lâu?

Lời giải.

- Phương trình tham số của chất điểm M là

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 2 + 3t, \\ z = 5 - 6t. \end{cases}$$

- Phương trình tham số của chất điểm N là

$$(d_2): \begin{cases} x = 9 + 2k, \\ y = -4 + 6k, \\ z = -1 - 9k. \end{cases}$$

- Tọa độ giao điểm P là $(21, 32, -55)$.

- Khoảng cách từ M đến P là

$$\sqrt{(21-1)^2 + (32-2)^2 + ((-55)-5)^2} = 70.$$

- Thời gian M đến P là $t_M = \frac{70}{14} = 5$.

- Khoảng cách từ N đến P là

$$\sqrt{(21-9)^2 + (32-(-4))^2 + ((-55)-(-1))^2} = 66.$$

- Thời gian N đến P là $t_N = \frac{66}{11} = 6$.

□

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của một khối phương có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng có phương trình

$$x - 4y + 8z + 3 = 0 \quad \text{và} \quad x - 4y + 8z - 24 = 0.$$

Lời giải.

- Gọi

$$(P): x - 4y + 8z + 3 = 0, \quad (Q): x - 4y + 8z - 24 = 0.$$

Ta có

$$\frac{1}{1} = \frac{-4}{-4} = \frac{8}{8} \neq \frac{3}{-24},$$

do đó (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song.

- Thay $y = 0$ và $z = 0$ vào phương trình mặt phẳng (P) , ta được

$$1x + 3 = 0.$$

Phương trình này có nghiệm $x = -3$.

Đặt $A(-3, 0, 0) \in (P)$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là khoảng cách từ A đến (Q) . Khoảng cách này bằng

$$d[A, (Q)] = \frac{|1 \cdot (-3) + (-4) \cdot 0 + 8 \cdot 0 - 24|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2 + 8^2}} = 3.$$

- Thể tích khối lập phương cần tìm là $3^3 = 27$.

□

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(1, -3, -5)$, $B(-2, 1, 4)$ và vuông góc với mặt phẳng

$$(P): x + 2y + 3z + 4 = 0.$$

được viết dưới dạng $ax + by + cz - 5 = 0$. Tính $a - b - c$.

Lời giải.

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3, 4, 9)$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1, 2, 3)$.
- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}]$, tức là

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] &= \left(\begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 9 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) \\ &= (4 \cdot 3 - 9 \cdot 2, 9 \cdot 1 - (-3) \cdot 3, (-3) \cdot 2 - 4 \cdot 1) \\ &= (-6, 18, -10) \end{aligned}$$

- Phương trình của mặt phẳng (Q) là

$$-6(x - 1) + 18(y - (-3)) - 10(z - (-5)) = 0.$$

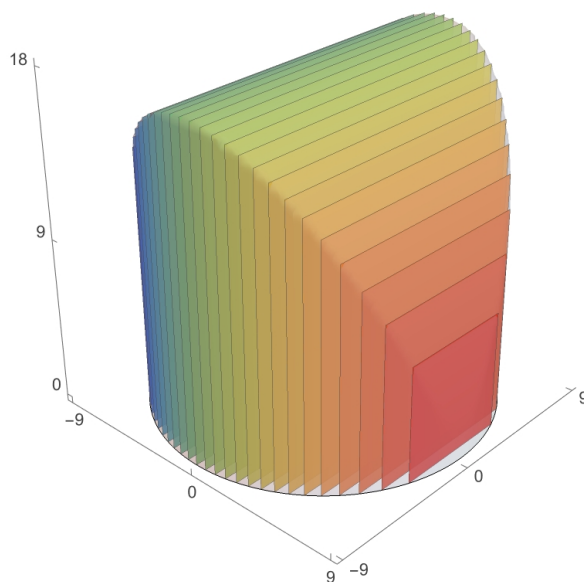
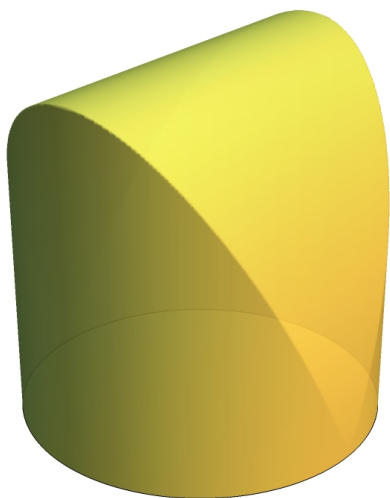
- Khai triển và rút gọn phương trình trên, ta thu được

$$3x - 9y + 5z - 5 = 0.$$

- Ta có $a - b - c = 3 + 9 - 5 = 7$.

□

Câu 6. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 81$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một hình vuông có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



- Với mỗi giá trị $x \in [-a, a]$, thiết diện là một hình vuông. Độ dài cạnh s của hình vuông này tương ứng với độ dài dây cung của đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$ tại vị trí x . Từ phương trình đường tròn, ta có $y = \pm\sqrt{a^2 - x^2}$. Do đó, độ dài cạnh hình vuông là

$$s = 2\sqrt{a^2 - x^2}.$$

- Vì thiết diện là hình vuông, diện tích được tính bằng bình phương cạnh

$$A(x) = s^2 = \left(2\sqrt{a^2 - x^2}\right)^2 = 4(a^2 - x^2).$$

- Thể tích của vật thể được tính theo công thức tích phân:

$$V = \int_{-a}^a A(x) dx = \int_{-a}^a 4(a^2 - x^2) dx.$$

Do hàm số dưới dấu tích phân là hàm chẵn, ta có:

$$V = 2 \int_0^a 4(a^2 - x^2) dx = 8 \int_0^a (a^2 - x^2) dx.$$

Ta có

$$\begin{aligned} V &= 8 \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a \\ &= 8 \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= 8 \left(\frac{2a^3}{3} \right) \\ &= \frac{16a^3}{3} \end{aligned}$$

Thể tích của vật thể là $V = \frac{16a^3}{3} = 3888$.

3 Mã đề 123

Câu 1. Các chất điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$ chuyển động thẳng đều trong không gian (đơn vị độ dài: m). M xuất phát từ $M_0(1, 2, 5)$ với tốc độ $v_M = 14\text{m/s}$ theo hướng của vectơ $\vec{u} = (2, 3, -6)$; N xuất phát từ $N_0(9, -4, -1)$ với tốc độ $v_N = 11\text{m/s}$ theo hướng với vectơ $\vec{v} = (2, 6, -9)$. Gọi P là giao điểm hai quỹ đạo của M và N . Thời gian để N đi từ N_0 đến P (tính theo s) là bao lâu?

Lời giải.

- Phương trình tham số của chất điểm M là

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 2 + 3t, \\ z = 5 - 6t. \end{cases}$$

- Phương trình tham số của chất điểm N là

$$(d_2): \begin{cases} x = 9 + 2k, \\ y = -4 + 6k, \\ z = -1 - 9k. \end{cases}$$

- Toạ độ giao điểm P là $(21, 32, -55)$.

- Khoảng cách từ M đến P là

$$\sqrt{(21-1)^2 + (32-2)^2 + ((-55)-5)^2} = 70.$$

- Thời gian M đến P là $t_M = \frac{70}{14} = 5$.

- Khoảng cách từ N đến P là

$$\sqrt{(21-9)^2 + (32-(-4))^2 + ((-55)-(-1))^2} = 66.$$

- Thời gian N đến P là $t_N = \frac{66}{11} = 6$.

□

Câu 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quanh hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

$$y = f(x) = \sqrt{x} - 3, \quad y = 0, \quad x = 4, \quad x = 36.$$

bằng $k\pi$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

Lời giải. Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_4^{36} (\sqrt{x} - 3)^2 dx = 96\pi.$$

Giá trị của k bằng 96.

□

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của một khối phương có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng có phương trình

$$2x + 10y + 11z + 3 = 0 \quad \text{và} \quad 2x + 10y + 11z - 57 = 0.$$

Lời giải.

- Gọi

$$(P): 2x + 10y + 11z + 3 = 0, \quad (Q): 2x + 10y + 11z - 57 = 0.$$

Ta có

$$\frac{2}{2} = \frac{10}{10} = \frac{11}{11} \neq \frac{3}{-57},$$

do đó (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song.

- Thay $y = 0$ và $z = 0$ vào phương trình mặt phẳng (P) , ta được

$$2x + 3 = 0.$$

Phương trình này có nghiệm $x = \frac{-3}{2}$.

Đặt $A\left(\frac{-3}{2}, 0, 0\right) \in (P)$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là khoảng cách từ A đến (Q) . Khoảng cách này bằng

$$d[A, (Q)] = \frac{\left|2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 10 \cdot 0 + 11 \cdot 0 - 57\right|}{\sqrt{2^2 + 10^2 + 11^2}} = 4.$$

- Thể tích khối lập phương cần tìm là $4^3 = 64$.

□

Câu 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 12)(x + 6)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -9$ and $x = 3$.

Lời giải. Đặt

$$P(x) = (x - 12)(x + 6) = x^2 - 6x - 72.$$

Ta cần tính giá trị của

$$I = \int_{-9}^3 |P(x)| dx = \int_{-9}^3 |x^2 - 6x - 72| dx.$$

Ta cần chia khoảng tích phân thành các khoảng con liên tiếp được giới hạn bởi các nghiệm có bội lẻ nằm trong khoảng $(-9, 3)$.

Ở đây là nghiệm duy nhất có bội lẻ nằm trong khoảng $(-9, 3)$: -6 (đây là nghiệm hữu tỉ, và có bội 1).

Do đó ta tính I theo công thức sau:

$$I = \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{6}{2}x^2 - 72x \right)_{-9}^{-6} \right| + \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{6}{2}x^2 - 72x \right)_{-6}^3 \right|$$

Khi đó ta có các giá trị số:

$$I = |252 - 162| + |-234 - 252|$$

Do đó cuối cùng ta được:

$$I = 90 + 486 = 576$$

□

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(3, 5, 1)$, $B(4, -1, -2)$ và vuông góc với mặt phẳng

$$(P): 3x + 2y - z + 4 = 0.$$

được viết dưới dạng $ax + by + cz - 4 = 0$. Tính $a - b - c$.

Lời giải.

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (1, -6, -3)$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3, 2, -1)$.
- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}]$, tức là

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] &= \left(\begin{vmatrix} -6 & -3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \right) \\ &= ((-6) \cdot (-1) - (-3) \cdot 2, (-3) \cdot 3 - 1 \cdot (-1), 1 \cdot 2 - (-6) \cdot 3) \\ &= (12, -8, 20) \end{aligned}$$

- Phương trình của mặt phẳng (Q) là

$$12(x - 3) - 8(y - 5) + 20(z - 1) = 0.$$

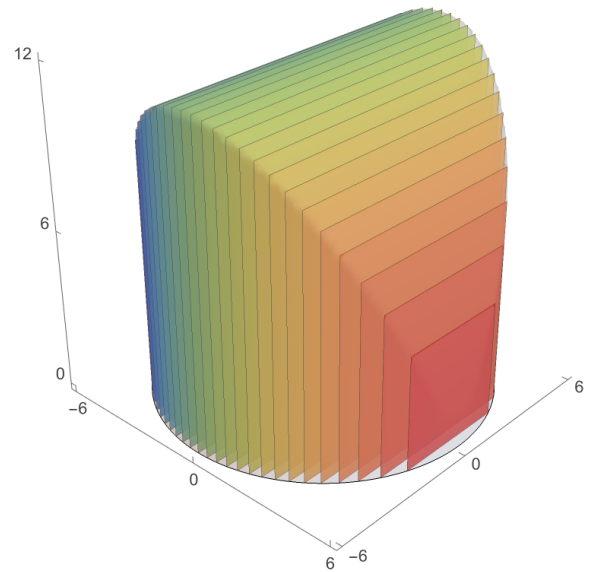
- Khai triển và rút gọn phương trình trên, ta thu được

$$3x - 2y + 5z - 4 = 0.$$

- Ta có $a - b - c = 3 + 2 - 5 = 0$.

□

Câu 6. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 36$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một hình vuông có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



- Với mỗi giá trị $x \in [-a, a]$, thiết diện là một hình vuông. Độ dài cạnh s của hình vuông này tương ứng với độ dài dây cung của đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$ tại vị trí x . Từ phương trình đường tròn, ta có $y = \pm\sqrt{a^2 - x^2}$. Do đó, độ dài cạnh hình vuông là

$$s = 2\sqrt{a^2 - x^2}.$$

- Vì thiết diện là hình vuông, diện tích được tính bằng bình phương cạnh

$$A(x) = s^2 = \left(2\sqrt{a^2 - x^2}\right)^2 = 4(a^2 - x^2).$$

- Thể tích của vật thể được tính theo công thức tích phân:

$$V = \int_{-a}^a A(x) dx = \int_{-a}^a 4(a^2 - x^2) dx.$$

Do hàm số dưới dấu tích phân là hàm chẵn, ta có:

$$V = 2 \int_0^a 4(a^2 - x^2) dx = 8 \int_0^a (a^2 - x^2) dx.$$

Ta có

$$\begin{aligned} V &= 8 \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a \\ &= 8 \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= 8 \left(\frac{2a^3}{3} \right) \\ &= \frac{16a^3}{3} \end{aligned}$$

Thể tích của vật thể là $V = \frac{16a^3}{3} = 1152$.

4 Mã đề 124

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của một khối phương có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng có phương trình

$$2x + 6y + 9z + 4 = 0 \quad \text{và} \quad 2x + 6y + 9z - 51 = 0.$$

Lời giải.

- Gọi

$$(P): 2x + 6y + 9z + 4 = 0, \quad (Q): 2x + 6y + 9z - 51 = 0.$$

Ta có

$$\frac{2}{2} = \frac{6}{6} = \frac{9}{9} \neq \frac{4}{-51},$$

do đó (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song.

- Thay $y = 0$ và $z = 0$ vào phương trình mặt phẳng (P) , ta được

$$2x + 4 = 0.$$

Phương trình này có nghiệm $x = -2$.

Đặt $A(-2, 0, 0) \in (P)$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là khoảng cách từ A đến (Q) . Khoảng cách này bằng

$$d[A, (Q)] = \frac{|2 \cdot (-2) + 6 \cdot 0 + 9 \cdot 0 - 51|}{\sqrt{2^2 + 6^2 + 9^2}} = 5.$$

- Thể tích khối lập phương cần tìm là $5^3 = 125$.

□

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 14)(x + 10)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -13$ and $x = 2$.

Lời giải. Đặt

$$P(x) = (x - 14)(x + 10) = x^2 - 4x - 140.$$

Ta cần tính giá trị của

$$I = \int_{-13}^2 |P(x)| dx = \int_{-13}^2 |x^2 - 4x - 140| dx.$$

Ta cần chia khoảng tích phân thành các khoảng con liên tiếp được giới hạn bởi các nghiệm có bội lẻ nằm trong khoảng $(-13, 2)$.

Ở đây là nghiệm duy nhất có bội lẻ nằm trong khoảng $(-13, 2)$: -10 (đây là nghiệm hữu tỉ, và có bội 1).

Do đó ta tính I theo công thức sau:

$$I = \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{2}x^2 - 140x \right)_{-13}^{-10} \right| + \left| \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{2}x^2 - 140x \right)_{-10}^2 \right|$$

Khi đó ta có các giá trị số:

$$I = \left| \frac{2600}{3} - \frac{2249}{3} \right| + \left| \frac{-856}{3} - \frac{2600}{3} \right|$$

Do đó cuối cùng ta được:

$$I = 117 + 1152 = 1269$$

□

Câu 3. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

$$y = f(x) = \sqrt{x} - 6, \quad y = 0, \quad x = 16, \quad x = 64.$$

bằng $k\pi$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

Lời giải. Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_{16}^{64} (\sqrt{x} - 6)^2 dx = 64\pi.$$

Giá trị của k bằng 64.

□

Câu 4. Các chất điểm $M(x; y; z)$ và $N(x'; y'; z')$ chuyển động thẳng đều trong không gian (đơn vị độ dài: m). M xuất phát từ $M_0(1, 2, 5)$ với tốc độ $v_M = 14\text{m/s}$ theo hướng của vectơ $\vec{u} = (2, 3, -6)$; N xuất phát từ $N_0(9, -10, 5)$ với tốc độ $v_N = 11\text{m/s}$ theo hướng với vectơ $\vec{v} = (2, 6, -9)$. Gọi P là giao điểm hai quỹ đạo của M và N . Thời gian để M đi từ M_0 đến P (tính theo s) là bao lâu?

Lời giải.

- Phương trình tham số của chất điểm M là

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = 2 + 3t, \\ z = 5 - 6t. \end{cases}$$

- Phương trình tham số của chất điểm N là

$$(d_2): \begin{cases} x = 9 + 2k, \\ y = -10 + 6k, \\ z = 5 - 9k. \end{cases}$$

- Toạ độ giao điểm P là $(25, 38, -67)$.
- Khoảng cách từ M đến P là

$$\sqrt{(25-1)^2 + (38-2)^2 + ((-67)-5)^2} = 84.$$

- Thời gian M đến P là $t_M = \frac{84}{28} = 3$.

- Khoảng cách từ N đến P là

$$\sqrt{(25-9)^2 + (38-(-10))^2 + ((-67)-5)^2} = 88.$$

- Thời gian N đến P là $t_N = \frac{88}{22} = 4$.

□

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua hai điểm $A(3, -5, -1)$, $B(4, 2, -3)$ và vuông góc với mặt phẳng

$$(P): 3x - y - 2z + 4 = 0.$$

được viết dưới dạng $ax + by + cz - 3 = 0$. Tính $a - b - c$.

Lời giải.

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (1, 7, -2)$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3, -1, -2)$.
- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}]$, tức là

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] &= \left(\begin{vmatrix} 7 & -2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \right) \\ &= (7 \cdot (-2) - (-2) \cdot (-1), (-2) \cdot 3 - 1 \cdot (-2), 1 \cdot (-1) - 7 \cdot 3) \\ &= (-16, -4, -22) \end{aligned}$$

- Phương trình của mặt phẳng (Q) là

$$-16(x - 3) - 4(y - (-5)) - 22(z - (-1)) = 0.$$

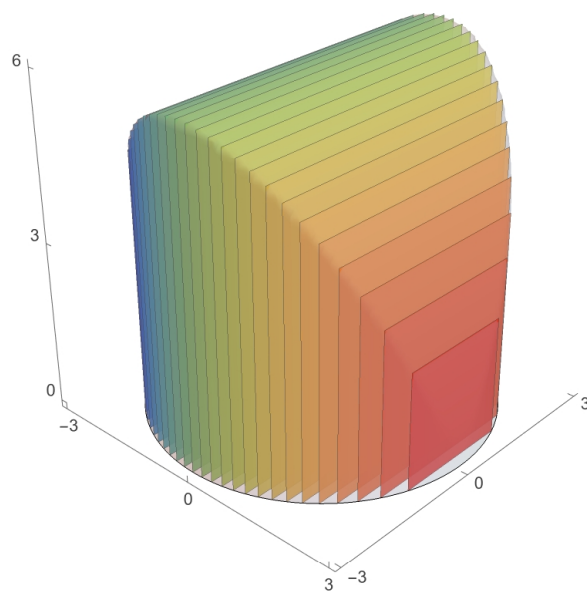
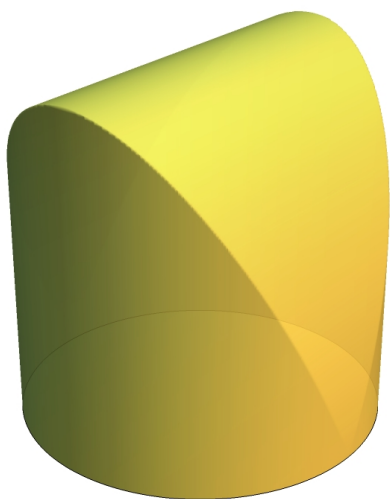
- Khai triển và rút gọn phương trình trên, ta thu được

$$8x + 2y + 11z - 3 = 0.$$

- Ta có $a - b - c = 8 - 2 - 11 = -5$.

□

Câu 6. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 9$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một hình vuông có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



- Với mỗi giá trị $x \in [-a, a]$, thiết diện là một hình vuông. Độ dài cạnh s của hình vuông này tương ứng với độ dài dây cung của đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$ tại vị trí x . Từ phương trình đường tròn, ta có $y = \pm\sqrt{a^2 - x^2}$. Do đó, độ dài cạnh hình vuông là

$$s = 2\sqrt{a^2 - x^2}.$$

- Vì thiết diện là hình vuông, diện tích được tính bằng bình phương cạnh

$$A(x) = s^2 = \left(2\sqrt{a^2 - x^2}\right)^2 = 4(a^2 - x^2).$$

- Thể tích của vật thể được tính theo công thức tích phân:

$$V = \int_{-a}^a A(x) dx = \int_{-a}^a 4(a^2 - x^2) dx.$$

Do hàm số dưới dấu tích phân là hàm chẵn, ta có:

$$V = 2 \int_0^a 4(a^2 - x^2) dx = 8 \int_0^a (a^2 - x^2) dx.$$

Ta có

$$\begin{aligned} V &= 8 \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a \\ &= 8 \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= 8 \left(\frac{2a^3}{3} \right) \\ &= \frac{16a^3}{3} \end{aligned}$$

Thể tích của vật thể là $V = \frac{16a^3}{3} = 144$.

5 Đúng sai

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm:

$$A(18, 0, 0), \quad B(0, 18, 0), \quad C(0, 0, -36), \quad O(0, 0, 0).$$

Lời giải.

- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (2, 2, -1)$.
- Phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C là

$$2x + 2y - z - 36 = 0.$$

- Phương trình tham số của đường thẳng qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

$$\begin{cases} x = 2t, \\ y = 2t, \\ z = -t. \end{cases}$$

- Toạ độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (ABC) là

$$H(8, 8, -4).$$

□

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm:

$$A(-18, 0, 0), \quad B(0, 18, 0), \quad C(0, 0, 36), \quad O(0, 0, 0).$$

Lời giải.

- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (-2, 2, 1)$.
- Phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C là

$$2x - 2y - z + 36 = 0.$$

- Phương trình tham số của đường thẳng qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

$$\begin{cases} x = -2t, \\ y = 2t, \\ z = t. \end{cases}$$

- Toạ độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (ABC) là

$$H(-8, 8, 4).$$

□

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm:

$$A(-18, 0, 0), \quad B(0, 18, 0), \quad C(0, 0, -36), \quad O(0, 0, 0).$$

Lời giải.

- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (2, -2, 1)$.
- Phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C là

$$2x - 2y + z + 36 = 0.$$

- Phương trình tham số của đường thẳng qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

$$\begin{cases} x = 2t, \\ y = -2t, \\ z = t. \end{cases}$$

- Toạ độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (ABC) là

$$H(-8, 8, -4).$$

□

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm:

$$A(36, 0, 0), \quad B(0, 18, 0), \quad C(0, 0, -36), \quad O(0, 0, 0).$$

Lời giải.

- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (1, 2, -1)$.
- Phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C là

$$x + 2y - z - 36 = 0.$$

- Phương trình tham số của đường thẳng qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

$$\begin{cases} x = t, \\ y = 2t, \\ z = -t. \end{cases}$$

- Toạ độ hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (ABC) là

$$H(6, 12, -6).$$

□

6 Thiết diện là tam giác đều

Đáy của một vật thể là hình tròn có phương trình $x^2 + y^2 = a^2$. Mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một **tam giác đều** có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể. Hãy tính thể tích của vật thể đó.

- Với mỗi $x \in [-a, a]$, thiết diện là một tam giác đều có cạnh s nằm trên dây cung của đường tròn đáy. Từ phương trình $x^2 + y^2 = a^2$, ta có $y = \pm\sqrt{a^2 - x^2}$. Độ dài cạnh tam giác đều là

$$s = 2\sqrt{a^2 - x^2}.$$

- Diện tích của một tam giác đều cạnh s được tính theo công thức:

$$A(x) = \frac{s^2\sqrt{3}}{4}.$$

Thay $s = 2\sqrt{a^2 - x^2}$ vào, ta được

$$A(x) = \frac{(2\sqrt{a^2 - x^2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{4(a^2 - x^2)\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(a^2 - x^2).$$

- Thể tích V được tính bằng tích phân của diện tích thiết diện dọc theo trục Ox :

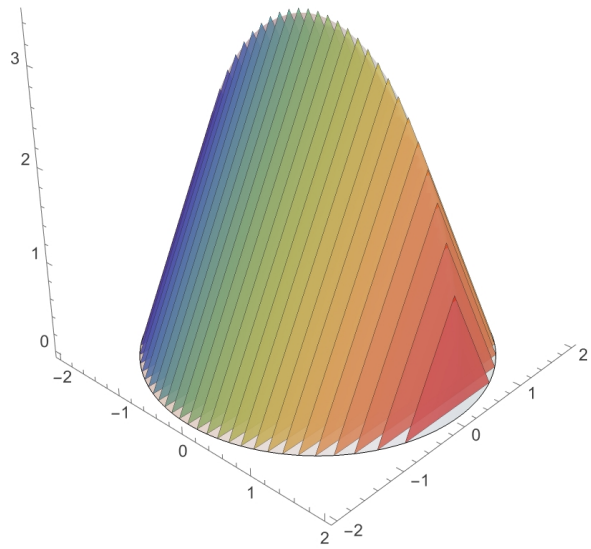
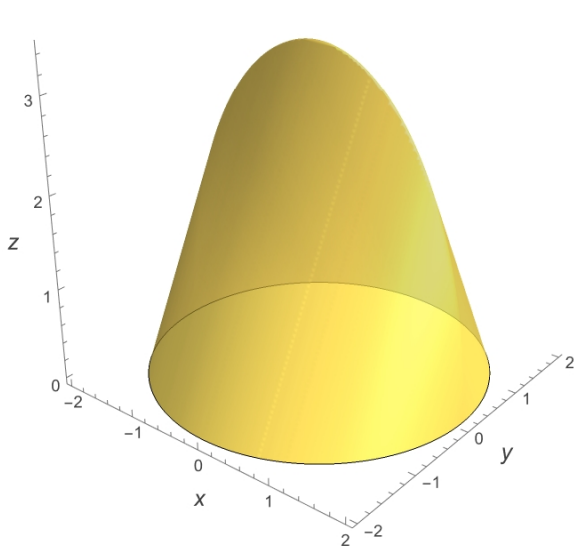
$$V = \int_{-a}^a A(x) dx = \int_{-a}^a \sqrt{3}(a^2 - x^2) dx.$$

Do hàm số là hàm chẵn, ta tính trên đoạn $[0, a]$ và nhân đôi:

$$\begin{aligned} V &= 2\sqrt{3} \int_0^a (a^2 - x^2) dx \\ &= 2\sqrt{3} \left(a^2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a \\ &= 2\sqrt{3} \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= 2\sqrt{3} \cdot \frac{2a^3}{3} \\ &= \frac{4\sqrt{3}a^3}{3} \end{aligned}$$

- Thể tích vật thể là $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Ví dụ 1. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một tam giác đều có một cạnh nằm trên mặt đáy của vật thể.



7 Thiết diện là một nửa đường tròn

Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là nửa đường tròn.

- Với mỗi $x \in [-a, a]$, thiết diện là một nửa đường tròn có đường kính $d = 2y = 2\sqrt{a^2 - x^2}$.
- Bán kính của thiết diện nửa đường tròn là

$$R(x) = \frac{d}{2} = \sqrt{a^2 - x^2}.$$

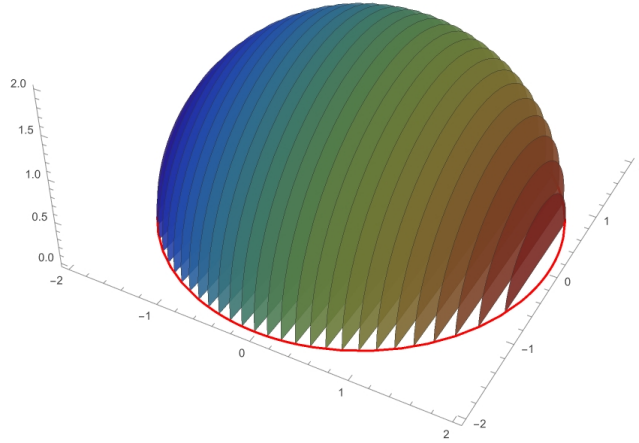
- Diện tích thiết diện là

$$S(x) = \frac{1}{2}\pi[R(x)]^2 = \frac{\pi}{2}(a^2 - x^2).$$

- Khi đó, thể tích vật thể được tính theo công thức

$$\begin{aligned} V &= \int_{-a}^a S(x) dx \\ &= \int_{-a}^a \frac{\pi}{2}(a^2 - x^2) dx \\ &= \pi \int_0^a (a^2 - x^2) dx \\ &= \pi \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a \\ &= \pi \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= \frac{2\pi a^3}{3} \end{aligned}$$

Ví dụ 2. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là nửa đường tròn.



8 Thiết diện là tam giác vuông cân

Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = a^2$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một tam giác vuông cân.

- Độ dài đoạn thẳng trên đáy vuông góc với trục Ox là đường kính của thiết diện

$$h = 2y = 2\sqrt{a^2 - x^2}.$$

- Vì thiết diện là tam giác vuông cân có cạnh huyền h , nên chiều cao của tam giác tương ứng với cạnh huyền là

$$m = \frac{h}{2} = \sqrt{a^2 - x^2}.$$

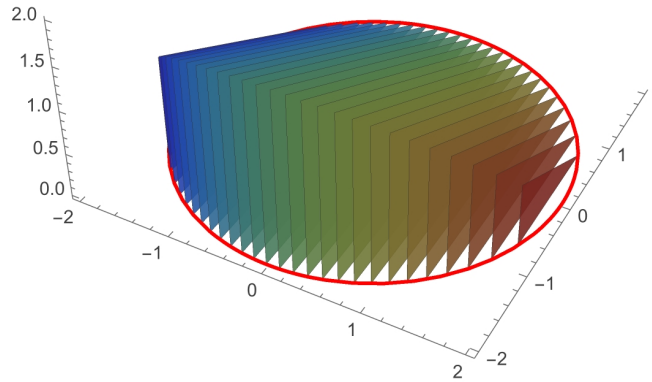
- Diện tích thiết diện là

$$S(x) = \frac{1}{2} \cdot h \cdot m = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{a^2 - x^2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} = a^2 - x^2.$$

- Khi đó, thể tích vật thể được tính theo công thức:

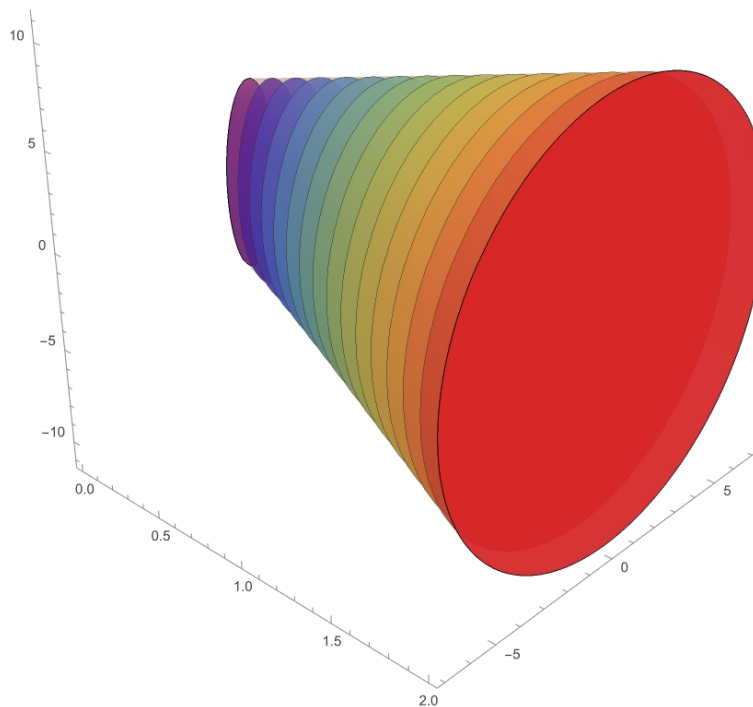
$$\begin{aligned} V &= \int_{-a}^a S(x) dx \\ &= \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx \\ &= 2 \int_0^a (a^2 - x^2) dx \\ &= 2 \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a \\ &= 2 \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= \frac{4a^3}{3} \end{aligned}$$

Ví dụ 3. Tính thể tích của một vật thể có đáy được giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ và mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt vật thể tạo thành một thiết diện là một tam giác vuông cân.



9 Thiết diện khác

Ví dụ 4. Tính thể tích vật thể có thiết diện vuông góc với trục Ox tại điểm $x \in [0, 2]$ là một hình elip có hai nửa trục là $b = 3x + 1$ và $c = 3x + 5$.



- Diện tích thiết diện hình elip tại vị trí x là

$$S(x) = \pi \cdot b \cdot c = \pi \cdot (3x + 1)(3x + 5) = \pi(9x^2 + 18x + 5).$$

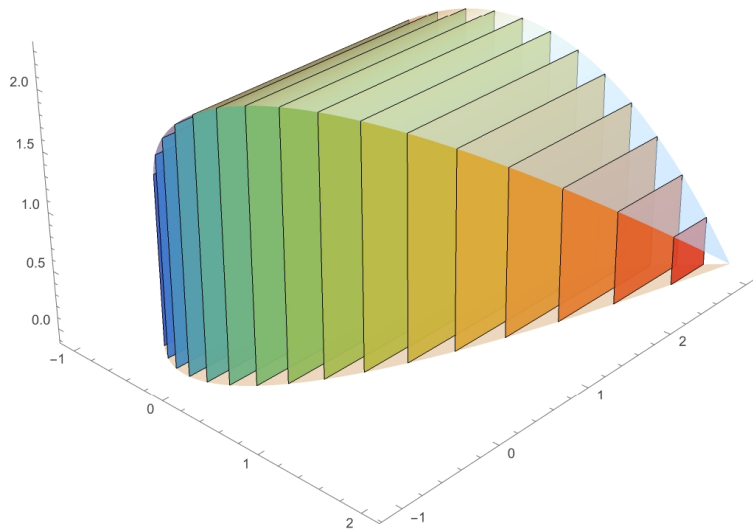
Thể tích của vật thể được tính bằng tích phân:

$$\begin{aligned}
 V &= \int_0^2 S(x) dx \\
 &= \int_0^2 \pi(9x^2 + 18x + 5) dx \\
 &= \pi \int_0^2 (9x^2 + 18x + 5) dx \\
 &= \pi \left(3x^3 + 9x^2 + 5x \right) \Big|_0^2 \\
 &= \pi(24 + 36 + 10) \\
 &= 70\pi.
 \end{aligned}$$

Ví dụ 5. Tính thể tích của vật thể có miền đáy được giới hạn bởi các đồ thị

$$y = x + 1 \quad \text{và} \quad y = x^2 - 1,$$

trong đó các thiết diện vuông góc với trục Ox là những hình vuông.



Miền đáy D được giới hạn bởi hai đồ thị

$$y = x + 1 \quad \text{và} \quad y = x^2 - 1.$$

- Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường

$$x + 1 = x^2 - 1$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = -1, 2.$$

Vậy miền đáy ứng với

$$-1 \leq x \leq 2.$$

- Tại mỗi x , thiết diện vuông góc với Ox là hình vuông. Độ dài cạnh hình vuông là

$$a(x) = |(x+1) - (x^2-1)|$$

hay

$$a(x) = |-x^2 + x + 2|.$$

- Diện tích thiết diện

$$S(x) = a(x)^2 = (-x^2 + x + 2)^2.$$

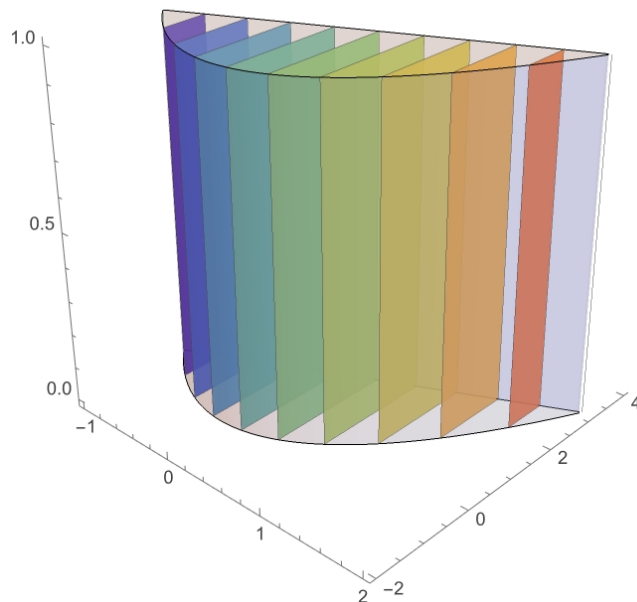
- Thể tích khối cần tìm là

$$\begin{aligned} V &= \int_{-1}^2 (-x^2 + x + 2)^2 dx \\ &= \int_{-1}^2 (x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4) dx \\ &= \left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 - x^3 + 2x^2 + 4x \right) \Big|_{-1}^2 \\ &= \frac{32}{5} - \left(\frac{-17}{10} \right) \\ &= \frac{81}{10} \end{aligned}$$

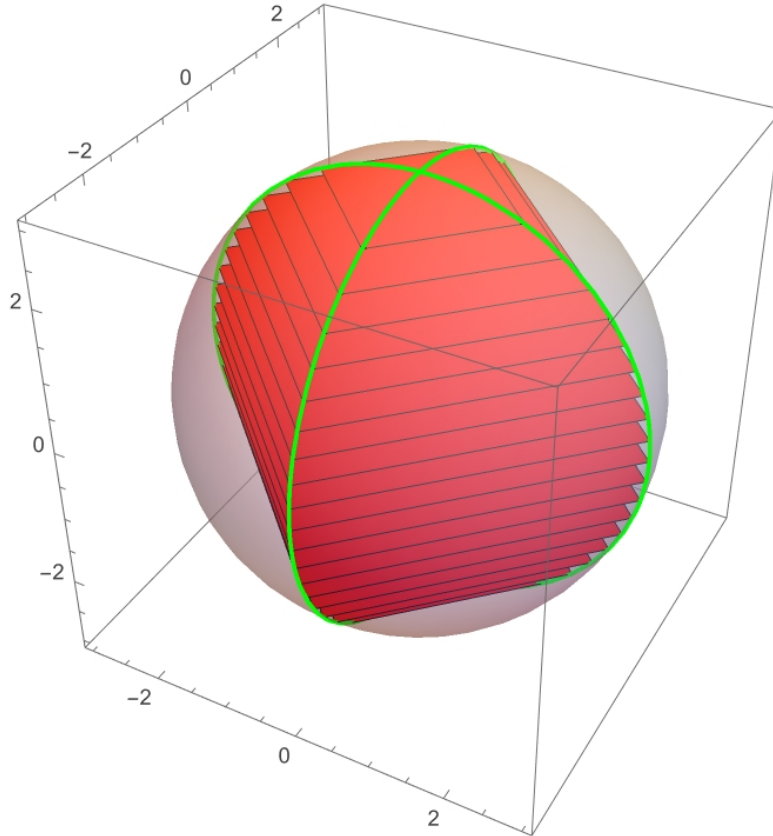
Ví dụ 6. Tính thể tích vật thể có miền đáy được giới hạn bởi các đồ thị

$$y = x + 1 \quad \text{và} \quad y = x^2 - 1,$$

trong đó các thiết diện vuông góc với trục Ox là những hình chữ nhật có chiều cao bằng 1.



Ví dụ 7. Two great circles lying in planes that are perpendicular to each other are drawn on a wooden sphere of radius a . Part of the sphere is then shaved off in such a way that each cross section of the remaining solid that is perpendicular to the common diameter of the two great circles is a square whose vertices lie on these circles. Find the volume of this solid.



Place the sphere with center at the origin. Its equation is

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2.$$

Let the two great circles lie in the perpendicular planes

$$x = 0 \quad \text{and} \quad y = 0.$$

Their common diameter is the z -axis. Therefore we consider cross sections perpendicular to this axis, i.e. planes of the form $z = \text{constant}$.

For a fixed value of z , the intersection with the sphere satisfies

$$x^2 + y^2 = a^2 - z^2.$$

The vertices of the square lie on the two great circles. Hence the four vertices are

$$(\pm\sqrt{a^2 - z^2}, 0, z), \quad (0, \pm\sqrt{a^2 - z^2}, z).$$

The side length of the square is the distance between two adjacent vertices:

$$s = \sqrt{(\sqrt{a^2 - z^2})^2 + (\sqrt{a^2 - z^2})^2}$$

$$s = \sqrt{2(a^2 - z^2)}.$$

Thus the area of the square cross section is

$$A(z) = s^2 = 2(a^2 - z^2).$$

The solid extends from $z = -a$ to $z = a$, so the volume is

$$V = \int_{-a}^a A(z) dz.$$

$$V = \int_{-a}^a 2(a^2 - z^2) dz.$$

Compute the integral:

$$V = 2 \left(\frac{2a^3}{3} - \left(-\frac{2a^3}{3} \right) \right).$$

Therefore

$$V = \frac{8}{3}a^3$$

