

SBÀI 4.

PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A. LÝ THUYẾT

I. ĐỊNH NGHĨA PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU.

1. Định nghĩa: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S(I;R)$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R .

Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt cầu khi và chỉ khi $IM = R \Leftrightarrow IM^2 = R^2$.

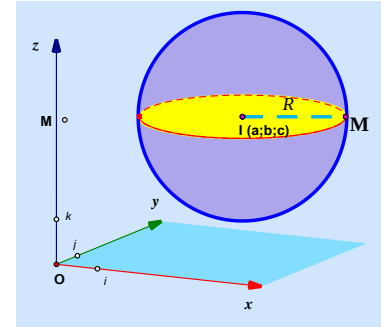
Khi đó phương trình mặt cầu có dạng:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \quad (1).$$

Ngoài ra để lập phương trình mặt cầu ta có thể tìm các hệ số $a, b,$

c, d trong phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (2).$

Với tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.



Nhận xét: Phương trình (2) có các trường hợp sau.

- Khi $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ thì (2) là phương trình mặt cầu.
- Khi $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d = 0$ thì $IM = 0$ và phương trình (2) xác định điểm I duy nhất.
- Khi $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d < 0$ thì phương trình (2) không phải mặt cầu.

Ví dụ 1. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 8z + 1 = 0$. Hỏi phương trình này có phải là mặt cầu? Nếu là phương trình mặt cầu, hãy tìm tâm và bán kính của nó?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

Lời giải

.....

.....

Ví dụ 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;2)$, $B(0;1;0)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) đi qua $C(2;-4;3)$ và các hình chiếu của C lên ba trục tọa độ.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

II. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA MẶT CẦU.

1. Vị trí tương đối giữa một điểm với một mặt cầu

Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và điểm A .

Điểm A thuộc mặt cầu $\Leftrightarrow IA = R$.

Điểm A nằm trong mặt cầu $\Leftrightarrow IA < R$.

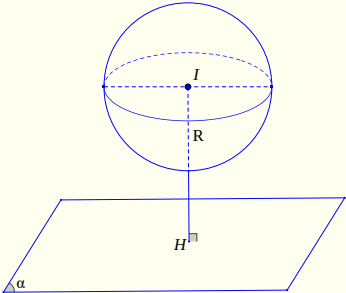
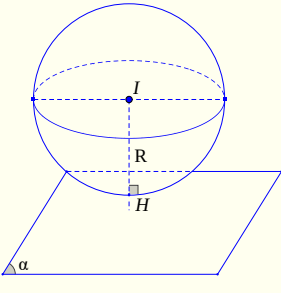
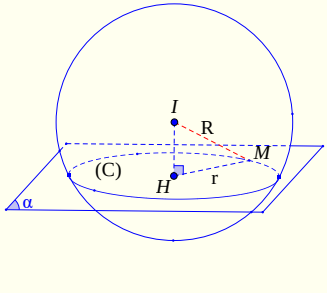
Điểm A nằm ngoài mặt cầu $\Leftrightarrow IA > R$.

2. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng:

Cho mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$.

Tính: $d = d(I; \alpha) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

- $d > R$: mặt cầu (S) và mặt phẳng (α) không có điểm chung.
- $d = R$: mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) tại H .
 - ✧ Điểm H được gọi là tiếp điểm hay H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (α) .
 - ✧ Mặt phẳng (α) được gọi là tiếp diện.
- $d < R$: mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn.

(α) và mặt cầu (S) không giao nhau	(α) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau tại H	(α) và mặt cầu (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn tâm H , bán kính $r = \sqrt{R^2 - h^2}$
 $d > R$	 $d = R$	 $d < R$

Ví dụ 5.(THPT Nguyễn Huệ 2020) Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;4)$ và tiếp xúc với $mp(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

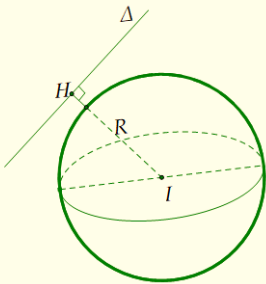
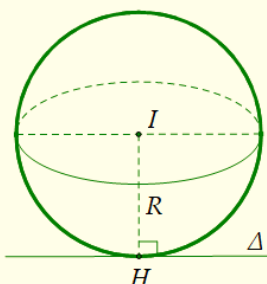
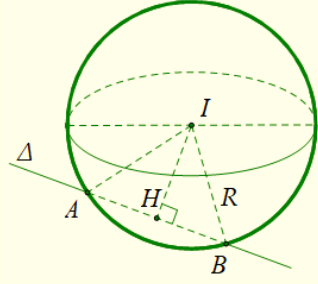
3. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng:

Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ (1) và mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (2).

Khi đó mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R .

➤ $h = d(I, \Delta)$ là khoảng cách từ tâm I lên đường thẳng Δ .

➤ H là hình chiếu của I lên đường thẳng Δ .

Đường thẳng Δ và mặt cầu (S) không có điểm chung	Đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu (S)	Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt
		
$d(I, \Delta) > R$ $\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm	$d(I, \Delta) = R$ $\Leftrightarrow (*)$ có đúng một nghiệm. H gọi là tiếp điểm hay là hình chiếu của điểm I xuống Δ	$d(I, \Delta) < R$ $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt A, B và H là trung điểm của AB Do đó: $R^2 = \frac{AB^2}{4} + h^2$

Nhận xét: Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt cầu ta xét hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \end{cases} \quad (*)$$

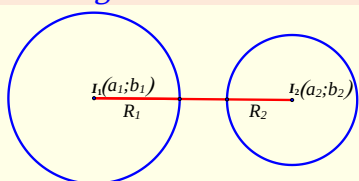
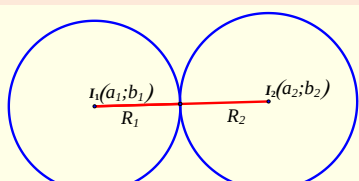
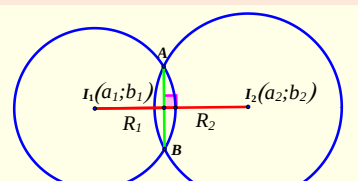
Thay phương trình tham số (1) vào phương trình mặt cầu (2), giải tìm t .

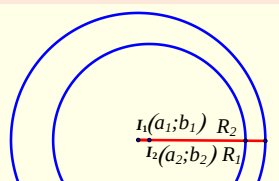
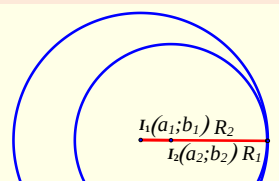
Thay t vào (1) được tọa độ giao điểm.

Ví dụ 6. Lập phương trình mặt cầu $S(I, R)$ có tâm $I(1;3;5)$ và cắt $\Delta': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 12$

Lời giải.

3. Vị trí tương đối của hai mặt cầu:

(S_1) không cắt (S_2) và ở ngoài nhau.	(S_1) tiếp xúc (S_2)	(S_1) cắt (S_2) tại A, B.
		
$I_1 I_2 > R_1 + R_2$	$I_1 I_2 = R_1 + R_2$	$ R - R' < II' < R + R'$

(C_1) không cắt (C_2) và lồng vào nhau.	(C_1) tiếp xúc trong với (C_2)
	
$I_1 I_2 < R_1 - R_2 $	$I_1 I_2 = R_1 - R_2 $

B. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

Dạng 1. Xác định tâm và bán kính mặt cầu cho trước.

1. Phương pháp.

Cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Khi đó để tìm tâm và bán kính mặt cầu ta tiến hành hai cách sau:

- **Cách 1.** Nhóm hạng tử và thêm bớt hạng tử để xuất hiện hằng đẳng thức có dạng

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

Khi đó, mặt cầu (S) có tâm là $I(a, b, c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

- **Cách 2.** Thực hiện phương pháp đồng nhất thức hai vế:

Gọi phương trình mặt cầu là

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0 \quad (\text{ĐK: } A^2 + B^2 + C^2 - D > 0) \text{ thì}$$

$$\text{Đồng nhất hai vế ta được: } \begin{cases} -2a = -2A \\ -2b = -2B \\ -2c = -2C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = A \\ b = B \\ c = C \end{cases}$$

Suy ra tâm $I(A, B, C)$, bán kính $R = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D}$

- **Lưu ý:**

✎ Với phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ thì (S) có tâm $I(-a; -b; -c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

e). $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$.

[illegible]

 Bài tập 2. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2mz + m^2 + 4m = 0$.

Xác định m để nó là phương trình mặt cầu. Khi đó, tìm m để bán kính của nó là nhỏ nhất ?

Lời giải.

 Bài tập 3. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x \cos \alpha - 2y \sin \alpha - 4z - (4 + \sin^2 \alpha) = 0$.

Xác định α để nó là phương trình mặt cầu. Khi đó, tìm α để bán kính của nó là nhỏ nhất, lớn nhất?

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 1.(THPT Chuyên Hạ Long Quảng Ninh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $I(-1; 3; 0); R = 3$. B. $I(1; -3; 0); R = 9$. C. $I(1; -3; 0); R = 3$. D. $I(-1; 3; 0); R = 9$

Lời giải

Câu 2.(THPT Lục Ngạn 2018)

Tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ là

- A. $I(1; 2; 3); R = 3$. B. $I(-1; 2; -3); R = 3$. C. $I(1; -2; 3); R = 3$. D. $I(1; 2; -3); R = 3$.

Lời giải

Câu 3. (Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018)

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A. $I(-1; -2; 3); R = 2$. B. $I(1; 2; -3); R = 2$. C. $I(1; 2; -3); R = 4$. D. $I(-1; -2; 3); R = 4$

Lời giải

Câu 4.(Sở GD&ĐT Đồng Tháp 2018)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$. Tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(2; 1; -1)$. B. $I(2; 0; -1)$. C. $I(-2; 0; 1)$. D. $I(-2; 1; 1)$.

Lời giải

Câu 5.(THPT Đức Thọ 2018) Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 6.(THPT Lương Văn Chánh 2018) Trong không gian Oxy , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $r = 4$?

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

Lời giải

Câu 7.(THPT Trần Nhân Tông 2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(2; 4; 4)$ và $R = 2$.

B. $I(-1; 2; 2)$ và $R = 2$.

C. $I(1; -2; -2)$ và $R = 2$.

D. $I(1; -2; -2)$ và $R = \sqrt{14}$.

Lời giải

Câu 8.(Sở GD&ĐT Bình Phước) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A. Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

B. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

C. Tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

D. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 16$.

Lời giải

Câu 9.(THPT Thanh Miện 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) :

A. $I(-1; -2; 2); R = 3$.

B. $I(1; 2; -2); R = \sqrt{2}$.

C. $I(-1; -2; 2); R = 4$.

D. $I(1; 2; -2); R = 4$.

Lời giải

Câu 10.(THPT Bình Xuyên 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 1 = 0$. Tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{4}$.

B. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$.

C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 11.(Sở GD & ĐT Đồng Tháp 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 8 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$.

D. $x^2 + z^2 - 2x + 6z - 2 = 0$.

Lời giải

Câu 12.(THPT Đức Thọ Hà Tĩnh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$.

B. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$.

C. $I(3; -2; 4)$, $R = 5$.

D. $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$

Lời giải

Câu 13.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. 42π .

B. 36π .

C. 9π .

D. 12π .

Lời giải

Câu 14.(THPT Hồng Quang Hải Dương 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

A. $r = 2\sqrt{2}$.

B. $r = \sqrt{26}$.

C. $r = 4$.

D. $r = \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 15.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$.

A. $I(2; 0; -1)$, $R = 3$.

B. $I(4; 0; -2)$, $R = 3$.

C. $I(-2; 0; 1)$, $R = 1$.

D. $I(2; 0; -1)$, $R = 1$.

Lời giải

Câu 16.(THPT Tứ Kỳ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(2; -1; 1)$ và $R = 3$.

B. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 3$.

C. $I(2; -1; 1)$ và $R = 9$.

D. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 9$.

Lời giải

Câu 17.(THPT Trần Phú 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 7.

Lời giải

Câu 18.(Sở GD&ĐT Bắc Ninh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$.

A. $\sqrt{5}$.

B. 5.

C. 2.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Câu 19.(THPT Tây Thụy Anh 2018) Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z - 21 = 0$.

B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 4y - 8z - 11 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 20.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2020) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. 42π .

B. 36π .

C. 9π .

D. 12π .

Lời giải

Câu 21.(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu 2020) Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m \leq 6$. B. $m < 6$. C. $m > 6$. D. $m \geq 6$.

Lời giải

Câu 22.(THPT Trần Nhân Tông 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m > 6$. B. $m \geq 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Lời giải

Câu 23.(TT Diệu Hiền Cần Thơ 2018)

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy , có tất cả bao nhiêu số tự nhiên của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 3m^2 + 7 = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Câu 24.(THTT Số 4-487-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

- A. $-5 < m < 5$. B. $m < -5$ hoặc $m > 1$. C. $m < -5$. D. $m > 1$.

Lời giải

Câu 25.(THPT Chuyên Hùng Vương 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm giá trị của m .

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = 16$. D. $m = -16$.

Lời giải

Câu 26.(THPT Can Lộc 2018) Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - mz + 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng với mọi số thực m ?

- A. (S) luôn tiếp xúc với trục Oy .
 B. (S) luôn tiếp xúc với trục Ox .
 C. (S) luôn đi qua gốc tọa độ O .
 D. (S) luôn tiếp xúc với trục Oz .

Lời giải

Câu 27. Trong hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2mz + m^2 + 2m + 2 = 0$. Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) với giá trị của m là:

- A. $m = -3; m = 1$.
 B. $m = 1; m = \frac{1}{2}$.
 C. $m = 1; m = -2$.
 D. $m = -1; m = 3$.

Lời giải

Câu 28.(THPT Nguyễn Huệ 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+\sqrt{5})^2 + z^2 = m^2 + 3m + 5$. Các giá trị m để mặt cầu (S) cắt trục Oz tại hai điểm phân biệt là

- A. $m \in \mathbb{R}$.
 B. $m = -4$.
 C. $m < -4$ hoặc $m > 1$.
 D. $-4 < m < 1$.

Lời giải

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu

A. $m \leq 6$. B. $m > 6$. C. $m < 6$. D. $m \geq 6$.

Lời giải

Câu 30. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$.
 Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5 < m < 1$. B. $m \leq -5$ hoặc $m \geq 1$.
 C. $m < -5$ hoặc $m > 1$. D. $m > 1$.

Lời giải

Câu 31. Cho phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+1)x + 4(m-1)y - 2(m-1)z + 5m^2 - 10m + 14 = 0$.
 Tìm m để phương trình đó là phương trình một mặt cầu.

A. $-4 < m < 2$. B. $m \leq -4 \vee m \geq 2$. C. $m < -4 \vee m > 2$. D. $-4 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Dạng 2. Viết phương trình mặt cầu thỏa mãn điều kiện cho trước.

1. Phương pháp chung.

Cho phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ($ĐK: a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$) thì

➤ Tâm $I(a, b, c)$: Tính a, b, c bằng cách lấy hệ số của chia cho -2 .

➤ Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Chú ý:

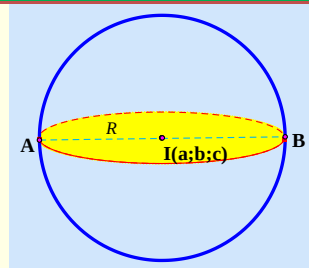
➤ Với phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ ($ĐK: a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$) thì (S) có tâm $I(-a; -b; -c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

2. Bài toán tổng quát và minh họa.

Bài toán 1. Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua điểm A .

➤ Bán kính $R = IA$

➤ Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



Bài tập 4. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) có tâm nằm trên Ox và đi qua $A(1; 2; 1)$, $B(3; 1; -2)$

Lời giải.

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 32.(THPT Can Lộc 2018)

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua $A(5; -1; 4)$ có phương trình:

A. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = \sqrt{24}$.

B. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = \sqrt{24}$.

C. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 24$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 24$.

Lời giải

Câu 33.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 0; -1)$ và $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

Lời giải

Câu 34.(Sở GD&ĐT Đồng Tháp 2018) Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lời giải

Câu 35.(THPT Can Lộc 2018) Mặt cầu S có tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua $A(5; -1; 4)$ có phương trình:

A. $x-1^2 + y+3^2 + z-2^2 = \sqrt{24}$.

B. $x+1^2 + y-3^2 + z+2^2 = \sqrt{24}$.

C. $x+1^2 + y-3^2 + z+2^2 = 24$.

D. $x-1^2 + y+3^2 + z-2^2 = 24$.

Lời giải

Câu 36.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(2; 2; 0)$, $B(1; 0; 2)$, $C(0; 4; 4)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

Lời giải

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(1;-2;5)$. Phương trình của mặt cầu đi qua 2 điểm A, B và có tâm thuộc trục Oy là

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 22 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 26 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 22 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 26 = 0$.

Lời giải

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm: $A(1;3;0)$, $B(-1;1;2)$, $C(1;-1;2)$. Mặt cầu (S) có tâm I là trung điểm đoạn thẳng AB và (S) đi qua điểm C . Phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

B. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 11$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 11$

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{11}$.

Lời giải.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;3)$ và $B(0;4;-1)$. Mặt cầu có tâm thuộc trục Oy đồng thời đi qua hai điểm A và B có bán kính bằng

A. 1.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(-1; -1; 0)$ và $C(3; 1; -1)$.

Tọa độ điểm M thuộc trục Oy và M cách đều B, C là

- A. $M\left(0; -\frac{9}{4}; 0\right)$. B. $M\left(0; -\frac{9}{2}; 0\right)$. C. $M\left(0; \frac{9}{4}; 0\right)$. D. $M\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$.

Lời giải

Câu 41. Mặt cầu đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 1; 0)$ và tâm thuộc trục Ox có đường kính là

- A. $\sqrt{173}$. B. $\frac{173}{4}$. C. $\frac{173}{2}$. D. $\frac{\sqrt{173}}{2}$.

Lời giải

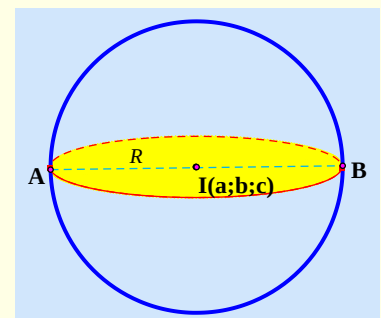
Bài toán 2. Phương trình mặt cầu đường kính AB

➤ Tâm I là trung điểm AB :

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

➤ Bán kính $R = IA = \frac{AB}{2}$

➤ Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 42.(THPT Hồng Bàng 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Câu 43.(Cụm 5 Đồng Bằng Sông Cửu long 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0)$, $B(0;1;2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 44.(Sở GD&ĐT Đồng Tháp 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2;0)$, $B(1;0;-4)$. Mặt cầu nhận AB làm đường kính có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 15 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 15 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z + 3 = 0$.

Lời giải

Câu 45.(Sở GD & ĐT Quảng Trị 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là:

A. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 24$.

B. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}$.

C. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{24}$.

Lời giải

Câu 46.(Sở GD&ĐT Cần Thơ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(-1;2;-1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 20$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{20}$.

Lời giải

Câu 47.(THPT Hậu Lộc 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; 2; -5)$, $B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

A. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.

Lời giải.

Câu 48.(THPT Hoàng Hoa Thám 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-2)$ và $B(4;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB .

A. $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 24$.

B. $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6$.

C. $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 24$.

D. $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 6$.

Lời giải

Câu 49.(THPT Hải Hậu 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(0;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB

A. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = \frac{5}{4}$.

B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = \frac{5}{4}$

C. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{5}{4}$

D. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{5}{4}$

Lời giải

Câu 50.(THPT Chuyên ĐH Vinh 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A, B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$.

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

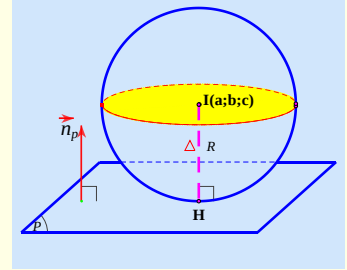
.....

Bài toán 3. Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ tiếp xúc mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

✦ Tâm $I(a;b;c)$.

✦ Bán kính $R = d(I; \alpha) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

✦ Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



Bài tập 5. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;4)$ và tiếp xúc với $mp(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và tiếp xúc với $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 7. Lập phương trình mặt cầu (S) có bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ tại điểm $A(1;1;-3)$;

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 51.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{6}$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{\sqrt{6}}$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

Lời giải

Câu 52.(THPT Chuyên Tiền Giang 2018) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Lời giải

Câu 53.(Sở GD&ĐT Nam Định 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 54.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là:

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Câu 55.(Sở GD&ĐT Bình Phước) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4.$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1.$

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4.$

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2.$

Lời giải

Câu 56.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-8=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25.$

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 25.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5.$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36.$

Lời giải

Câu 57.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là:

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{6}.$

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{\sqrt{6}}.$

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}.$

Lời giải

Câu 58.(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu 2018) Trong không gian Oxyz , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

Lời giải

Câu 59.(Sở GD&ĐT Nam Định 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$

A. $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.

B. $x^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$.

D. $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$.

Lời giải

Câu 60.(THPT Chuyên Tiền Giang 2018) Trong hệ tọa độ Oxyz , cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

B. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

D. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=36$.

Lời giải

Câu 61. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-8z+1=0$. Xác định bán kính R của mặt cầu (S) và viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tại $M(1;1;1)$?

A. Bán kính của mặt cầu $R=5$, phương trình mặt phẳng $(P): 4y-3z+1=0$.

B. Bán kính của mặt cầu $R=5$, phương trình mặt phẳng $(P): 4x-3z+1=0$.

C. Bán kính của mặt cầu $R=5$, phương trình mặt phẳng $(P): 4y-3z-1=0$.

D. Bán kính của mặt cầu $R=3$, phương trình mặt phẳng $(P): 4y+3y-7=0$

Lời giải

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;4;-3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4.$

B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 29.$

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 9.$

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16.$

Lời giải

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;3)$. Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1.$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4.$

Lời giải

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho $I(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu (S) tâm I , tiếp xúc với (Oxy) là.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5.$

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14.$

Lời giải

Câu 65. Cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(0;0;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3.$

B. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9.$

C. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 3.$

D. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;-3)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10.$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 100.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10.$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 100.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $A(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 69. Trong bốn phương trình mặt cầu sau, tìm phương trình của mặt cầu tiếp xúc với trục Oz .

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5.$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 12.$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 10.$

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 13.$

Lời giải

.....

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-4;3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25$.

B. $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 4$.

C. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 25$.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có bán kính bằng 2, tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) và có tâm nằm trên tia Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

B. $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.

C. $(S): (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$.

D. $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

Lời giải

Suy ra mặt cầu $A(1;1;0)$ có tâm $A(1;-1;0)$ và bán kính $R=2$ nên $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$

Câu 72. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm m để (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$.

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = -3$

D. $m = 3$.

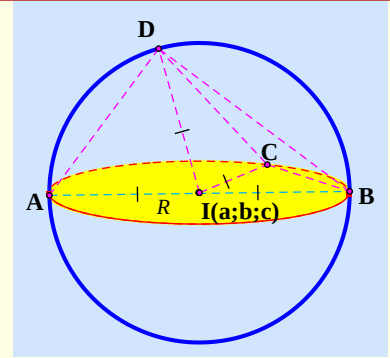
Lời giải

Bài toán 4. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ (đi qua 4 điểm A, B, C, D)

➤ Giả sử mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (2)$$

- Thế tọa độ của điểm A, B, C, D vào phương trình (2) ta được 4 phương trình.
- Giải hệ phương trình tìm a, b, c, d rồi viết phương trình mặt cầu.
- Bán kính $R = IA$
- Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



Bài tập 8. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) đi qua $C(2; -4; 3)$ và các hình chiếu của C lên ba trục tọa độ.

Lời giải.

Bài tập 9. Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-2; 2; 2)$ và $D(1; -1; 2)$;

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 73.(THPT Chuyên Lương Thế Vinh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;1;0)$; $B(1;-1;3)$; $C(3;-2;2)$ và $D(-1;2;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với tất cả bốn mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

- A. 7. B. 8. C. vô số. D. 6.

Lời giải

Câu 74.(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(2;3;6)$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{1372\pi}{3}$. B. $\frac{343\pi}{6}$. C. 49π . D. $\frac{341\pi}{6}$.

Lời giải

Câu 76.(THPT Chuyên ĐHSP 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C khác O thỏa mãn $\triangle ABC$ có trọng tâm là điểm $G(2;4;8)$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là

- A. $(1;2;3)$. B. $\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3};\frac{16}{3}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. D. $(3;6;12)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 77.(THPT Trần Phú 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $A(2; 4; 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S) .

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 78. Cho 4 điểm $A(1;-1;0)$, $B(1;3;2)$, $C(4;3;2)$, $D(4;-1;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D .

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 2y - 2z + 1 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 5x - y + 4z + 4 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 11x + 10y - 26z - 3 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 8y + 10z - 5 = 0$.

Lời giải

.....

.....

Câu 79. Cho bốn điểm $A(-1;1;0)$, $B(3;1;2)$, $C(3;4;2)$, $D(-1;4;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 5y - 2z + 1 = 0.$

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x - 5y + 4z + 4 = 0.$

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 10x + 11y - 26z - 3 = 0.$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 5y + 10z - 5 = 0.$

Lời giải

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu qua bốn điểm $A(4;4;4)$, $B(2;5;3)$, $C(0;0;2)$, $D(1;-1;0)$, có tâm là $I(a;b;c)$. Giá trị $a + 3b - 2c$ bằng

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

Lời giải

Câu 81. Phương trình mặt cầu (S) đi qua các điểm $O, A(4; 0; 0) B(0; -2; 0) C(0; 0; 2)$ là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 6.$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 24.$

C. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 24.$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6.$

Lời giải

Câu 82. Cho $M(2; 0; 0), N(0; 2; 0), E(0; 0; 2), F(2; 2; 2)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MNEF$.

A. $R = \frac{3}{2}.$

B. $R = 2\sqrt{2}.$

C. $R = 2\sqrt{3}.$

D. $R = \sqrt{3}.$

Lời giải

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; -2; 0), B(-5; -3; 1), C(-2; -3; 4)$. Trong các mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C mặt cầu có diện tích nhỏ nhất có bán kính R bằng

A. $R = \sqrt{6}.$

B. $R = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$

C. $R = 3.$

D. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$

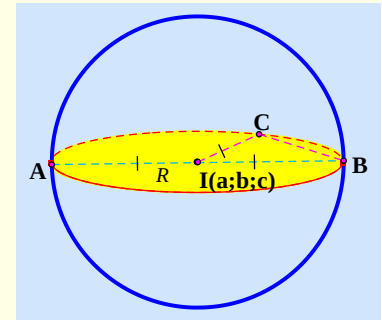
Lời giải

Bài toán 5. Mặt cầu đi qua A, B, C và tâm $I \in (\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$:

- Giả sử mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (2)$$

- Thế tọa độ của điểm A, B, C vào phương trình (2) ta được 3 phương trình.
- $I(a; b; c) \in (\alpha) \Rightarrow Aa + Bb + Cc + D = 0$
- Giải hệ 4 phương trình tìm a, b, c, d
- Bán kính** $R = IA$
- Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



Bài tập 10. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) có tâm nằm trên $mp(Oxy)$ và đi qua $M(1; 0; 2), N(-2; 1; 1)$, và $P(-1; -1; 1)$.

Lời giải.

Bài tập 11. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc $mp(P): x + y + z - 2 = 0$ và đi qua ba điểm $A(2; 0; 1), B(1; 0; 0), C(1; 1; 1)$;

Lời giải.

Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 84.(Tạp Chí Toán Học Tuổi Trẻ 2020) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $l = 2\sqrt{13}$.

B. $l = 2\sqrt{41}$.

C. $l = 2\sqrt{26}$.

D. $l = 2\sqrt{11}$.

Lời giải

Câu 85.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$; $B(4;2;3)$; $C(4;5;3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là

A. 9π .

B. 36π .

C. 18π .

D. 72π .

Lời giải

Câu 86.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2018) Trong hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mp (Oxy) đi qua ba điểm $A(-1; 3; 3)$, $B(2; -1; 0)$ và $C(-1; 1; 1)$. Mặt cầu (S) có bán kính R bằng bao nhiêu?

A. $R = 4$.

B. $R = \sqrt{26}$.

C. $R = 5$.

D. $R = \sqrt{21}$.

Lời giải

Bài toán 6. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc đường thẳng d

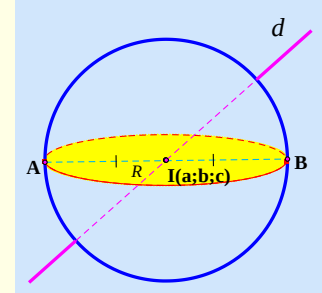
➤ Tâm $I \in \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, \quad t \in \mathbb{R} \Rightarrow I(x_0 + a_1 t, y_0 + a_2 t, z_0 + a_3 t) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$

➤ Ta có $A, B \in (S) \Leftrightarrow IA = IB = R \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$.

➤ Giải phương trình tìm ra $t \Rightarrow$ tọa độ I , tính được R .

➤ Bán kính $R = IA$

➤ Phương trình $S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$



Bài tập 12. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2020) Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng $d: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P): $x+2y-2z-2=0$ và (Q): $x+2y-2z+4=0$;

Lời giải.

Bài tập 13. Lập phương trình mặt cầu $S(I, R)$

a). Mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha_1): 3x+2y+z-6=0$ và mặt phẳng $(\alpha_2): 2x+3y+z=0$

b). Mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}$, đi qua $M(1;1;4)$ và tiếp xúc với $d': \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-4}$.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 14. Lập phương trình mặt cầu (S) biết

a). Có tâm $I(6;3;-4)$ và tiếp xúc với Oy

b). Có tâm nằm trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x - 2z - 8 = 0$ và $(Q): 2x - z + 5 = 0$.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 15. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ đồng thời tiếp xúc với 2 mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 13 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 87.(THPT Bình Xuyên 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d :

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 5$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 88.(THPT Lục Ngạn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm thuộc trục Oz là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$. B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 11$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 11$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài toán 7. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B phân biệt.

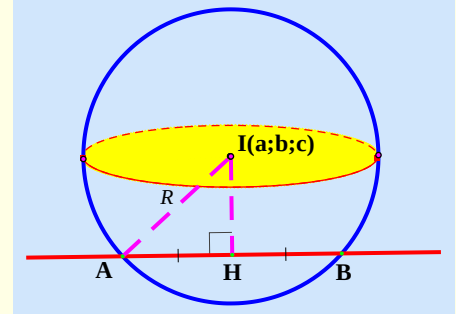
- ✦ Tính độ dài IH chính là khoảng cách từ tâm I đến đường

thẳng d $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$

- ✦ Tính chất đường kính dây cung $\Leftrightarrow HA = HB = \frac{AB}{2}$.

- ✦ Áp dụng định lý Py ta go tính $R = \sqrt{IH^2 + HA^2}$

- ✦ Phương trình $S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$



Bài tập 16. Lập phương trình mặt cầu $S(I, R)$ có tâm $I(1; 3; 5)$ và cắt $\Delta': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 12$

Lời giải.

Bài tập 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) với $(\alpha): 2x - 2y - z + 1 = 0$, $(\beta): x + 2y - 2z - 4 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$.

Lời giải.

Bài tập 18. Tìm tham số thực m để đường thẳng $(d): x = 2(y - 1) = z + 1$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ tại 2 điểm phân biệt M, N sao cho độ dài dây cung $MN = 8$

Lời giải.

Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 89.(THPT Chuyên ĐHSPT 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Gọi (S) là mặt cầu chứa A có tâm I thuộc tia Ox và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x + 5)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

B. $(x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

C. $(x - 3)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

D. $(x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Lời giải

Câu 90. (THPT Trần Phú 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = 3$.

B. $R = 9$.

C. $R = 1$.

D. $R = 5$.

Lời giải

[illegible]

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{3}$.

[illegible]

D. $S = 4$.

Tel: 0935.660.880

Câu 93.(THPT Hậu Lộc 2018)

Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x - 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = 8$ khi:

- A. $m = 12$. B. $m = -12$. C. $m = -10$. D. $m = 5$.

Lời giải

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-4}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12 là

- A. $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$. B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$.
C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 5$. D. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25$.

Lời giải

Câu 95. (Sở GD&ĐT Phú Thọ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $14 + 2\sqrt{31}$ có phương trình

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 49.$ B. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 196.$
 C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 31.$ D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 124.$

Lời giải

Câu 95. (Sở GD&ĐT Gia Lai 2018)
 Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ chứa đường thẳng AB và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $M = 2a + b - c$.

A. $M = 2.$ B. $M = 3.$ C. $M = 1.$ D. $M = 4.$

Lời giải

Câu 96. (THPT Chuyên Lam Sơn 2018)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ tâm I và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 24 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) . Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M .

A. $M(-1; 0; 4)$.

B. $M(0; 1; 2)$.

C. $M(3; 4; 2)$.

D. $M(4; 1; 2)$.

Lời giải

Câu 97. (Đề Minh Họa 2019)

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Biết Δ có một vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2018; y_0; z_0)$. Tính $T = z_0 - y_0$.

A. $T = 0$.

B. $T = -2018$.

C. $T = 2018$.

D. $T = 1009$.

Lời giải

Câu 98.(Phát triển đề minh hoạ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

A. $S = \sqrt{7}$.

B. $S = 4$.

C. $S = 2\sqrt{7}$.

D. $S = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 99. (THPT Chuyên Lào Cai 2020)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm

m để $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt

A. $m \leq \frac{31}{2}$.

B. $m < \frac{31}{2}$.

C. $m > \frac{31}{2}$.

D. $m \geq \frac{31}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 100.(TH&TT) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và $x + y - 2z + 8 = 0$, điểm $A(2; -1; 3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-5}{2}$.

B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-5}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{2}$.

D. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$.

Lời giải

Câu 101. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc (P) cắt (S) tại 2 điểm A, B sao cho AB có độ dài nhỏ nhất. Biết Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$. Tính giá trị $T = a - b$

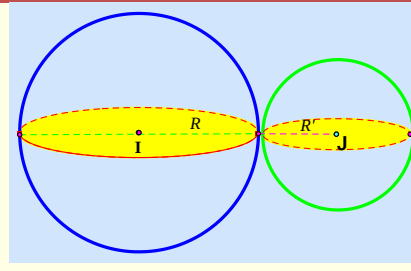
A. $T = -2$. B. $T = 1$. C. $T = -1$. D. $T = 0$.

Lời giải

Bài toán 8. Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt cầu (T) cho trước:

1. Phương pháp

- ✦ Xác định tâm J và bán kính R' của mặt cầu (T)
- ✦ Sử dụng điều kiện tiếp xúc của hai mặt cầu để tính bán kính R của mặt cầu (S) .
- ✦ (Xét hai trường hợp tiếp xúc trong và tiếp xúc ngoài)
- ✦ Bán kính $R = IA$
- ✦ Phương trình $S(I;R) : (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$



2. Bài tập minh họa

Bài tập 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_1) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 12y + 12z + 72 = 0$ và mặt cầu $(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường nối tâm của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) , tiếp xúc với hai mặt cầu đó và có bán kính lớn nhất.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. Câu hỏi trắc nghiệm.	
Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu	
Câu 102.(THPT Thanh Chương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;-1;4)$ và mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=1$. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc ngoài với mặt cầu (S_1) là A. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=4.$ C. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=4.$ B. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=16.$ D. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=2.$	

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 103.(Sở GD&ĐT Thanh Hóa 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3) có bán kính $r=1$ và lần lượt có tâm là các điểm $A(0;3;-1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(4;-1;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất là A. $R=2\sqrt{2}-1.$ B. $R=\sqrt{10}.$ C. $R=2\sqrt{2}.$ D. $R=\sqrt{10}-1.$			
---	--	--	--

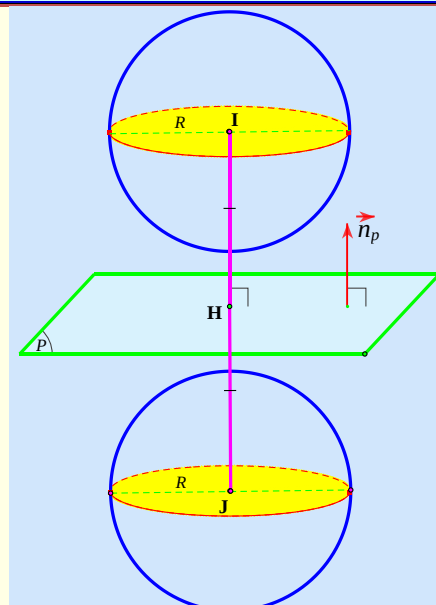
Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài toán 9. Mặt cầu (S') đối xứng Mặt cầu (S) qua mặt phẳng (P)
--

1. Phương pháp

- Tìm điểm I' đối xứng với tâm I qua mp (P)
(xem cách làm ở phần mặt phẳng)
- Viết phương trình mặt cầu (S') tâm I' có bán kính $R' = R$.
- Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 104. Cho (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua gốc tọa độ là

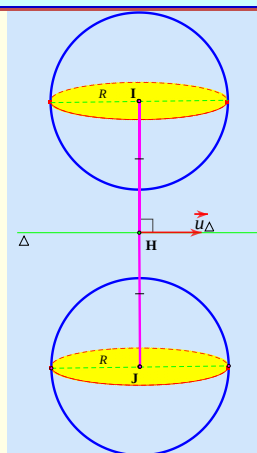
- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
 B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$.
 D. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Bài toán 10. Mặt cầu (S') đối xứng mặt cầu (S) qua đường thẳng d

1. Phương pháp

- Tìm điểm I' đối xứng với tâm I qua đường thẳng d
(xem cách làm ở phần đường thẳng)
- Viết phương trình mặt cầu (S') tâm I' có bán kính $R' = R$.
- Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 105. Mặt cầu đối xứng với mặt cầu $(S): (x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$ qua trục Ox có phương trình là

- A. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$.
 B. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
 C. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$.
 D. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

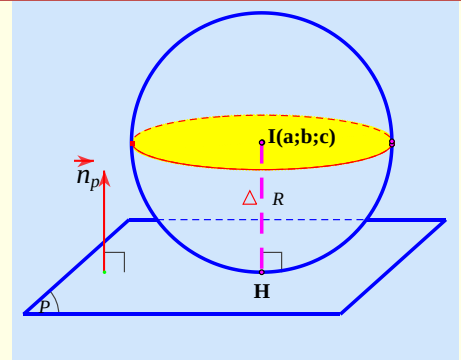
Lời giải

Bài toán 11. Tìm tiếp điểm H là hình chiếu của tâm I trên mặt phẳng (α) :

1. Phương pháp

- Viết phương trình đường thẳng d qua I và vuông góc mp (α) : ta có $\vec{u}_d = \vec{n}_\alpha$.
- Tọa độ H là giao điểm của d và (α) .
- Bán kính $R = IA$
- Phương trình

$$S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$



2. Bài tập minh họa

Bài tập 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) . Với m vừa tìm được hãy xác định tọa độ tiếp điểm.

Lời giải.

Bài tập 21. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(0; 3; 2)$, $B(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) qua A và tiếp xúc với mp (P) tại điểm B .

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 4. Vận dụng và Vận dụng cao

Câu 106.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(P'): -x - y + 2z + 2 = 0$. Xác định tập hợp tâm các mặt cầu tiếp xúc với (P) và tiếp xúc với (P') .

- A.** Tập hợp là hai mặt phẳng có phương trình $x + y - 2z \pm 8 = 0$.
B. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $(P): x + y - 2z + 8 = 0$.
C. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x + y - 2z - 8 = 0$.
D. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x + y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Câu 107. (Toán Học Tuổi Trẻ)

A. $\{-6; -12; -14; 75\}$. **B.** $\{6; 10; 20; 7\}$. **C.** $\{-10; 4; 2; 47\}$. **D.** $\{3; 5; 6; 29\}$.

[illegible]

A. $x + y + 1 = 0$. **B.** $x + 1 = 0$. **C.** $x + y - 2 = 0$. **D.** $x - 1 = 0$.

A. $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$. **B.** $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$.
C. $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$. **D.** $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$.

[illegible]

Câu 110. (THPT Chuyên Vinh 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$, $(Q): 2x - y + z - 5 = 0$ lần lượt tại các điểm A, B . Độ dài đoạn AB là

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 111. (THPT Hồng Lĩnh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A. 1 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 0 mặt phẳng. D. Vô số mặt phẳng.

Lời giải

Câu 112. (THPT Chuyên Nguyễn Du 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): 2x + 4y - z - 7 = 0$, $(Q): 4x + 5y + z - 14 = 0$, $(R): x + 2y - 2z - 2 = 0$ và $(S): x + 2y - 2z + 4 = 0$.

Biết mặt cầu $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = D$ có tâm nằm trên (P) và (Q) , cùng tiếp xúc với (R) và (S) . Giá trị $a+b+c$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải

Câu 113.(THPT Ngô Sỹ Liên 2019)

Cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 6$ và $(S_2): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$. Biết rằng mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 6 = 0 (a > 0)$ vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 2y + z - 1 = 0$ đồng thời tiếp xúc với cả hai mặt cầu đã cho. Tích abc bằng

- A. -2 . B. 2 . C. 0 . D. 1 .

Lời giải

Câu 114. (THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α) , (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$ và (P) tiếp xúc với (S) . Lập phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $2x - y + 2z - 2 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 3 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$.
C. $2x - y + 2z + 3 = 0$ và $2x - y + 2z - 21 = 0$. D. $2x - y + 2z + 5 = 0$ và $2x - y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 115. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

A. 14. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 116. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. C. $\sqrt{6}$. D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 117.(THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A và B . Gọi $H(a;b;c)$ là trung điểm AB . Giá trị $a+b+c$

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Câu 118. (THPT Chuyên Lam Sơn 2020)
 Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với (S) ; song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

A. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$. B. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.
 C. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$. D. $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

Lời giải

Câu 119.(Đề Chính Thức 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$ và điểm $A(-1; -1; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

- A. $3x + 4y - 2 = 0$. B. $3x + 4y + 2 = 0$. C. $6x + 8y + 11 = 0$. D. $6x + 8y - 11 = 0$.

Lời giải

Câu 120. (Đề thi THQG 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M thuộc mặt phẳng có phương trình là?

- A. $x + y + z - 7 = 0$. B. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$. C. $x + y + z + 7 = 0$. D. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$.

Lời giải

1. Phương pháp

-

Lời giải.

[illegible]

Lời giải.

Lời giải.

- c). Mặt cầu cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-2}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB vuông (I là tâm mặt cầu).

Lời giải.

[illegible]
$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$$

- a). Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C) .
- b). Viết phương trình mặt cầu (S') chứa đường tròn (C) và có tâm nằm trên mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

[illegible]

 **Bài tập 27.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$.

- Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.
- Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

Lời giải.

[illegible]

- Bài tập 28.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1; 2; -2)$ và $mp(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$
- Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I sao cho giao của (S) với $mp(P)$ là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π .
 - Chứng minh rằng mặt cầu (S) ở câu a tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 2x - 2 = y + 3 = z$,
 - Lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng Δ và tiếp xúc với (S) .

Lời giải.

- Bài tập 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2)$, $B(1; 3; 2)$, $C(4; 3; 2)$, $D(4; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Gọi A' là hình chiếu của A lên Oxy . Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm A', B, C, D . Xác định tọa độ tâm và bán kính đường tròn là giao của (P) và (S) .

Lời giải.

 **Bài tập 30.** Cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$

- a). Tìm tâm và bán kính R mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính R .

- b).** Gọi r là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{4} < r \leq \frac{\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}+1)}$.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 121. Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(-1; 2; 1)$ và cắt mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ theo một đường tròn có bán kính $r = 4$. Viết phương trình của (S) .

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 13.$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16.$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

Lời giải

Câu 122. Đường tròn giao tuyến của mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ khi cắt bởi mặt phẳng (Oxy) có chu vi bằng

A. $8\pi.$

B. $4\pi.$

C. $2\pi.$

D. $10\pi.$

Lời giải

Câu 123. (THPT Gia Bình I Bắc Ninh 2018)

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo một thiết diện là đường tròn (C) . Diện tích của đường tròn (C) là

A. 8π

B. 12π

C. 16π

D. 4π

Lời giải

Câu 124. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16.$

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$

Lời giải

Câu 125.(THPT Đức Thọ 2018)

Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$.
 B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
 D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Lời giải

Câu 126.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;4)$ biết mặt cầu (S) cắt mặt phẳng tọa độ (Oxz) theo một hình tròn giao tuyến có diện tích bằng 16π .

- A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 25$.
 B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 5$.
 C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 16$.
 D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 9$.

Lời giải

Câu 127.(THPT Can Lộc 2018) Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - mz + 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng với mọi số thực m ?

- A. (S) luôn tiếp xúc với trục Oy .
 B. (S) luôn tiếp xúc với trục Ox .
 C. (S) luôn đi qua gốc tọa độ O .
 D. (S) luôn tiếp xúc với trục Oz .

Lời giải

Câu 128.(Sở GD&ĐT Hà Nội 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
 D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Câu 129.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S) , biết rằng (S) có tâm I và nó cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π .

- A. $r = 5$. B. $r = \sqrt{34}$. C. $r = \sqrt{5}$. D. $r = 34$.

Lời giải

Câu 130.(THPT Trần Nhân Tông 2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π . Viết phương trình mặt cầu (S) .

- A. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$. B. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.
C. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$

Lời giải.

Câu 131.(THPT Phan Đình Phùng 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích bằng $\frac{256\pi}{3}$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 16$. B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Lời giải

Câu 132.(Sở GD&ĐT Hà Nội 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Câu 133.(Phát triển đề minh họa 2019) Trên hệ toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y + z = 2$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Gọi điểm $M(a;b;c)$ thuộc giao tuyến giữa (P) và (S) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\min c \in (-1;1)$.

B. $\min b \in [1;2]$.

C. $\max a = \min b$.

D. $\max c \in [\sqrt{2};2]$.

Lời giải

Câu 134. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$ bán kính $R=3$ và hai điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$. $(X): x + by + cz + d = 0$ là mặt phẳng qua MN và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r lớn nhất. Tính $T = b + c + d$.

A. -1 .

B. 4 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải

Câu 135. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính bằng 2 là
A. $(Q): 2y - z = 0$. **B.** $(Q): 2x - z = 0$. **C.** $(Q): y - 2z = 0$. **D.** $(Q): 2y + z = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 136.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .
A. $m = -4$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = -1$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 137.(Sở GD & ĐT Hà Nam 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 10 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π . Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?
A. $M(6; 0; 1)$. **B.** $N(-3; 1; 4)$. **C.** $J(-2; -1; 5)$. **D.** $K(4; -1; -2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 138.(Sở GD&ĐT Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
 D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Câu 139.(THPT Thuận Thành 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$.
 B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$.
 C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$.
 D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$.

Lời giải

Câu 140.(THPT Trần Đại Nghĩa 2020) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

- A. $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$.
 B. $(Q): 2x + 2y - z + 7 = 0$.
 C. $(Q): 2x + 2y - z - 19 = 0$.
 D. $(Q): 2x + 2y - z - 17 = 0$.

Lời giải

Câu 141.(THPT Toàn Thắng 2020)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $m = -3$.

B. $m = -4$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Câu 142.(Tạp Chí Toán Học 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$ hoặc $m = -21$.

C. $m = 1$ hoặc $m = 21$.

D. $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Lời giải

Câu 143.(Tạp Chí Toán Học 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + my + z - 3m - 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$ hoặc $m = -2$.

C. $m = 1$ hoặc $m = 2$.

D. $m = -1$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 144.(THPT Chuyên Huỳnh Mẫn Đạt 2019)

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P : x + 2y - 2z + 1 = 0$; hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(-1; 2; 0)$ và mặt cầu $S : x^2 + y^2 + z^2 = 25$. Viết phương trình mặt phẳng α vuông góc với mặt phẳng P , song song với đường thẳng AB , đồng thời cắt mặt cầu S theo đường tròn có bán kính bằng $r = 2\sqrt{2}$.

- A. $2x + 2y + 3z + 11 = 0; 2x + 2y + 3z - 23 = 0$.
- B. $2x - 2y + 3z + 11 = 0; 2x - 2y + 3z - 23 = 0$.
- C. $2x - 2y + 3z - 11 = 0; 2x - 2y + 3z + 23 = 0$.
- D. $2x + 2y + 3z - 11 = 0; 2x + 2y + 3z + 23 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 145.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34.$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34.$

Lời giải.

Câu 146.(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 4z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 10z + 4 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. $r = \sqrt{2}.$

B. $r = \sqrt{3}.$

C. $\sqrt{7}.$

D. $r = \sqrt{5}.$

Lời giải

Câu 147.(THPT Lê Xoay 2020)

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 5$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là

A. $\frac{11\pi}{4}.$

B. $\frac{9\pi}{4}.$

C. $\frac{15\pi}{4}.$

D. $\frac{7\pi}{4}.$

Lời giải

Câu 148.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = -4$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 7$.

Lời giải

Câu 149.(THPT Lê Hồng Phong 2020)

Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn. Tính diện tích của hình tròn đó.

A. 5π .

B. 25π .

C. $2\sqrt{5}\pi$.

D. 10π .

Lời giải

Câu 150.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = -4$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 7$.

Lời giải

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$ **và** $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

[illegible]

D. $r = 2\sqrt{3}$.

D. 1.

Lời giải

[illegible]

Câu 154.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A , B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$. Tính $T = a + b + c$.

- A.** 3. **B.** -3 . **C.** 0. **D.** -2 .

Lời giải

[illegible]

Câu 155. (Tạp Chí Toán Học 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$.

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

.....

.....

Câu 156.(THPT Kinh Môn 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

A. $r = \sqrt{3}$.

B. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

C. $r = \sqrt{2}$.

D. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 157.(Tạp Chí Toán Học 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 15$. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 6π đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(0; -1; -5)$

B. $B(1; -2; 0)$

C. $C(2; -2; 1)$

D. $D(-2; 2; -1)$

Lời giải

Tel: 0935.660.880

[illegible]

Lời giải

[illegible]

A. $R = 2$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = \sqrt{2}$.

Câu 159. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 9$. Từ điểm $A(4;0;1)$ nằm ngoài mặt cầu, kẻ một tiếp tuyến bất kỳ đến (S) với tiếp điểm M . Tập hợp M là đường tròn có bán kính bằng:

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 160. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;1), B(2;-1;0), C(0;-3;-1)$. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $AM^2 - BM^2 = CM^2$.

A. Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 8y + 4z + 13 = 0$.

B. Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 8z + 13 = 0$.

C. Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 8y - 4z - 13 = 0$.

D. Mặt phẳng $2x - 8y - 4z - 13 = 0$.

Lời giải

Câu 161. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai điểm M, B thỏa mãn $4\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. Giả sử điểm M thay đổi trên mặt cầu $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Khi đó điểm B thay đổi trên một mặt cầu có phương trình là:

A. $(S_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$.

B. $(S_2): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 8$.

C. $(S_3): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-6)^2 = 4$.

D. $(S_4): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-6)^2 = 8$.

Lời giải

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + \sqrt{2})^2 = 3$. Có bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12.

B. 8.

C. 16.

D. 4.

Lời giải

Câu 163. Bán kính mặt cầu tâm $I(1; 3; 5)$ tiếp xúc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$ là:

A. $\sqrt{14}$.

B. 7.

C. 14.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 164.(Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu S : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = m^2 + 4$. Tập các giá trị của m để mặt cầu S tiếp xúc với mặt phẳng Oyz là:

A. $\sqrt{5}$. B. $\pm\sqrt{5}$. C. 0 . D. $\emptyset$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 165.(Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-3)$, $B(0;-2;3)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$. Xét điểm M thay đổi thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $MA^2 + 2MB^2$ bằng

A. 102. B. 78. C. 84. D. 52.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 166.(THPT Gia Bình 2018) Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và các điểm $A(3;0;0)$, $B(4;2;1)$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S) . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 2MB$?

A. $2\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{2}$.

[illegible]

A. $x - y - z = 0$. **B.** $x - y + z = 0$. **C.** $x - y - 2z = 0$. **D.** $x - y + 2z = 0$.

[illegible]

A. $OA = \sqrt{11}$. B. $OA = 5$. C. $OA = 3$. D. $OA = \sqrt{6}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 169. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(\alpha_1): 2x - y + 2z - 1 = 0$, $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và một điểm $A(-1; 1; 1)$ nằm trong khoảng giữa của hai mặt phẳng đó. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với $(\alpha_1), (\alpha_2)$. Biết rằng khi (S) thay đổi thì tâm I của nó nằm trên một đường tròn cố định (ω) . Tính diện tích hình tròn giới hạn bởi (ω) .

A. $\frac{2}{3}\pi$.

B. $\frac{4}{9}\pi$.

C. $\frac{8}{9}\pi$.

D. $\frac{16}{9}\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 170.(THPT Bình Minh 2018) Cho mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(3; 2; 2)$ bán kính $R_1 = 2$, mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(1; 0; 1)$ bán kính $R_2 = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) đồng thời tiếp xúc với (S_1) và (S_2) và cắt đoạn I_1I_2 có dạng $2x + by + cz + d = 0$. Tính $T = b + c + d$.

A. -5 .

B. -1 .

C. -3 .

D. 2 .

Lời giải

.....

[illegible]

A. $8\sqrt{3}$. B. 8. C. 9. D. $\sqrt{15}$.

[illegible]