

CHƯƠNG 2. MẶT NÓN – MẶT TRỤ – MẶT CẦU CƠ BẢN**§ 1. MẶT NÓN CƠ BẢN****Dạng toán 1: Xác định các yếu tố cơ bản của khối nón**

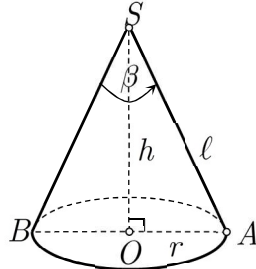
☆☆☆

Các yếu tố cơ bản cần nắm vững của khối nón

① $S_{\text{xq nón}} = \pi r \ell.$

② $S_{\text{tp}} = S_{\text{xq}} + S_{\text{đáy}} = \pi r \ell + \pi r^2.$

③ $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$



- ℓ : đường sinh.
- h : chiều cao.
- r : bán kính đáy.
- β : góc ở đỉnh.

Mối liên hệ: $\ell^2 = h^2 + r^2.$ **Nhớ:** Diện tích đường tròn $S_{\text{đt}} = \pi r^2$ và chu vi đường tròn $C_{\text{đt}} = 2\pi r = d\pi$, $d = 2r$: đường kính.**Câu 1.** (Đề tham khảo lần 1 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 3) Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh ℓ và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi r \ell.$

B. $2\pi r \ell.$

C. $\pi r \ell.$

D. $\frac{1}{3} \pi r \ell.$

Câu 2. (Đề thi TN THPT năm 2019 – Mã đề 101 – Câu 8) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

A. $\frac{1}{3} \pi r^2 h.$

B. $\frac{4}{3} \pi r^2 h.$

C. $\pi r^2 h.$

D. $2\pi r^2 h.$

Câu 3. (Đề tham khảo lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 8) Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $16\pi.$

B. $48\pi.$

C. $36\pi.$

D. $4\pi.$

Câu 4. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 102 – Câu 10) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $32\pi.$

B. $8\pi.$

C. $\frac{32\pi}{3}.$

D. $\frac{8\pi}{3}.$

Câu 5. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 102 – Câu 19) Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}.$

B. $4\pi.$

C. $16\pi\sqrt{3}.$

D. $12\pi.$

Câu 6. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 104 – Câu 18) Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $\ell = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $12\pi.$

B. $4\sqrt{3}\pi.$

C. $\sqrt{39}\pi.$

D. $8\sqrt{3}\pi.$

- Câu 7.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 101 – Câu 25) Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $\ell = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. $\frac{20\pi}{3}$.
C. 10π . D. 20π .
- Câu 8.** (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 – Câu 14) Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng
- A. $2\sqrt{2}a$. B. $3a$.
C. $2a$. D. $3a/2$.
- Câu 9.** (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2019 – Câu 25) Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.
C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.
- Câu 10.** (Đề thực nghiệm – Bộ GD & ĐT năm 2017 – Câu 39) Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π . Thể tích của khối nón (N) bằng
- A. 12π . B. 20π .
C. 36π . D. 60π .
- Câu 11.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 35) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 8π . B. 16π .
C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.
- Câu 12.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 102 – Câu 36) Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 50π . B. 100π .
C. $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$.
- Câu 13.** (Đề minh họa – Bộ GD & ĐT năm 2017 – Câu 39) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Khi quay tam giác ABC quanh trục AB tạo thành hình nón có đường sinh ℓ bằng
- A. $\sqrt{3}a$. B. $\sqrt{2}a$.
C. a . D. $2a$.
- Câu 14.** (Đề tham khảo lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 32) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng
- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$.
C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.
- Câu 15.** (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 103 – Câu 40) Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

C. $\sqrt{3}\pi a^3$.

D. πa^3 .

Câu 16. (Sở GD & ĐT Hà Nội năm 2021) Cho hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân. Biết diện tích thiết diện đó là 8cm^2 . Diện tích toàn phần của hình nón nói trên bằng

A. $4\pi\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})\text{cm}^2$.

B. $16\pi\sqrt{2}\text{cm}^2$.

C. $12\pi\sqrt{2}\text{cm}^2$.

D. $8\pi\sqrt{2}\text{cm}^2$.

Câu 17. (Sở GD & ĐT Phú Thọ năm 2021) Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều bằng

A. 16π .

B. 8π .

C. 20π .

D. 12π .

Câu 18. (Đề tham khảo lần 1 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 40) Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

B. 32π .

C. $32\sqrt{5}\pi$.

D. 96π .

Câu 19. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 101 – Câu 50) Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

B. a .

C. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 20. (Đề thi TN THPT năm 2021 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 42) Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc 60° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$.

B. $4\sqrt{13}\pi a^2$.

C. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

D. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 21. (Đề thi TN THPT năm 2021 lần 1 – Mã đề 103 – Câu 47) Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

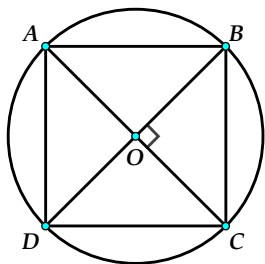
B. $8\sqrt{7}\pi a^2$.

C. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

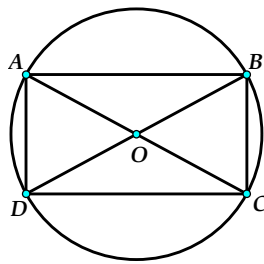
D. $4\sqrt{13}\pi a^2$.

Dạng toán 2: Khối nón ngoại tiếp, nội tiếp khối đa diện

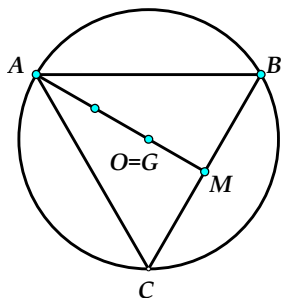
☆☆☆

1) Tâm O và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp đa giác thường gặp

Hình vuông $R = \frac{AC}{2}$.

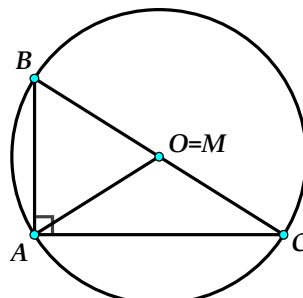


Hình chữ nhật $R = \frac{AC}{2}$.



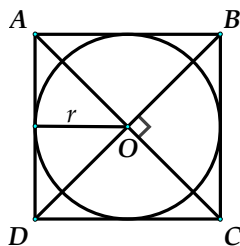
Tam giác đều

$$R = AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{3}.$$

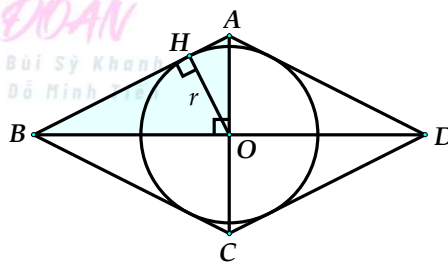


Tam giác vuông

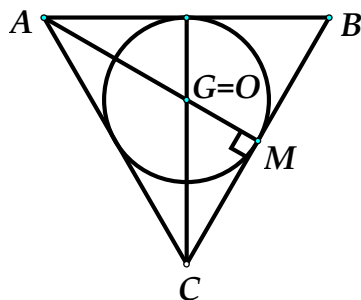
$$R = AO = \frac{BC}{2}.$$

2) Tâm O và bán kính r của đường tròn nội tiếp đa giác thường gặp

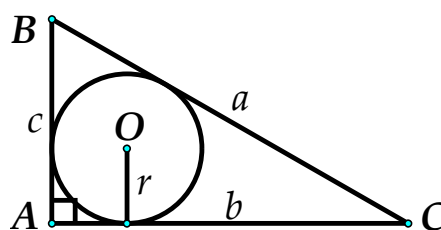
Hình vuông: $r = \frac{DC}{2}$.



Hình thoi $r = OH = \frac{OA \cdot OB}{AB}$.



Tam giác đều $r = MG = \frac{1}{3}AM = \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{6}$.



Tam giác vuông $r = \frac{b + c - a}{2}$.

- Câu 22.** (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 101 – Câu 31) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.
C. πa^3 . D. $\frac{\pi a^3}{6}$.
- Câu 23.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Hình nón có đỉnh là S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh bằng
- A. $\frac{3\pi a^2}{2}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{4}$.
C. $\frac{\pi a^2 (\sqrt{7} + 1)}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$.
- Câu 24.** Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ bằng
- A. $2\sqrt{2}\pi a^2$. B. $\frac{4\pi a^2}{3}$.
C. $\sqrt{3}\pi a^2$. D. $\sqrt{2}\pi a^2$.
- Câu 25.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên SA bằng $a\sqrt{2}$ và SA tạo đáy góc 45° . Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ bằng
- A. $\frac{\pi a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.
C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.
- Câu 26.** Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xp} = 2\pi a^2$. Thể tích của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh của khối nón (N).
- A. $2\sqrt{5}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.
C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.
- Câu 27.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O với $AC = 2a$, $BD = 2a\sqrt{3}$, $SO = a$ và $SO \perp (ABCD)$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{\pi a^3}{4}$.

D. πa^3 .

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh $2a$, góc $\widehat{ADC} = 60^\circ$, SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SO = a$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

C. $\frac{\pi a^3}{4}$.

D. $2\pi a^3$.

Câu 29. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 102 – Câu 43) Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD bằng

A. $6\pi a^2$.

B. $3\sqrt{3}\pi a^2$.

C. $12\pi a^2$.

D. $6\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 30. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB = a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

Câu 31. Cho hình nón đỉnh S . Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và có $AB = BC = 10$, $AC = 12$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° . Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $9\pi a^3$.

B. $27\pi a^3$.

C. $3\pi a^3$.

D. $12\pi a^3$.

Câu 32. Cho hình nón ($\aleph$) có đỉnh là S , đường tròn đáy là (O) có bán kính R , góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Thể tích của hình chóp đều $S.ABCD$ có các đỉnh A, B, C, D thuộc đường tròn (O) bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}R^3}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}R^3}{9}$.

C. $\frac{\sqrt{3}R^3}{3}$.

D. $2R^3$.

Câu 33. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{7}a^2}{6}$.

B. $\pi\sqrt{7}a^2$.

C. $\frac{\pi\sqrt{10}a^2}{8}$.

D. $\pi\sqrt{3}a^2$.

§ 2. MẶT TRỤ CƠ BẢN

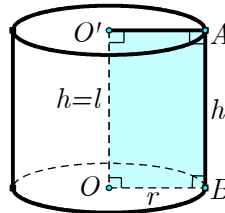


Dạng toán 1: Xác định các yếu tố cơ bản của khối trụ

① $S_{xq} = 2\pi rh.$

② $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2.$

③ $V_{\text{trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi r^2 h.$



Khi quay hình chữ nhật $OO'AB$ quanh trục OO' ta thu được mặt trụ.

- $l = h$: chiều cao = đường sinh.
- r : bán kính đáy.

Nhóm bài toán tìm diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích khối trụ

Câu 34. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2020 lần 2 – Câu 12) Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh ℓ và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi r\ell.$ B. $\pi r\ell.$
C. $\frac{1}{3}\pi r\ell.$ D. $2\pi r\ell.$

Câu 35. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 3) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $48\pi.$ B. $12\pi.$
C. $16\pi.$ D. $24\pi.$

Câu 36. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 102 – Câu 7) Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $24\pi.$ B. $192\pi.$
C. $48\pi.$ D. $64\pi.$

Câu 37. (Đề thi TN THPT năm 2021 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 24) Cho khối hình trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $108\pi.$ B. $36\pi.$
C. $18\pi.$ D. $54\pi.$

Câu 38. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 104 – Câu 13) Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $45\pi.$ B. $5\pi.$
C. $15\pi.$ D. $30\pi.$

Câu 39. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 101 – Câu 11) Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A. $V = 128\pi.$ B. $V = 64\sqrt{2}\pi.$
C. $V = 32\pi.$ D. $V = 32\sqrt{2}\pi.$

Câu 40. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 103 – Câu 25) Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của đường tròn đáy bằng

- A. $5\sqrt{\pi}.$ B. $5.$
C. $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}.$ D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}.$

- Câu 41.** Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$ bằng
- A. $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$. B. $\pi a^2\sqrt{3}$.
C. $\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$. D. $2\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$.
- Câu 42.** Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 3, chiều cao là $6\sqrt{3}$ bằng
- A. $9\pi + 36\pi\sqrt{3}$. B. $18\pi + 36\pi\sqrt{3}$.
C. $18\pi + 18\pi\sqrt{3}$. D. $6\pi + 36\pi\sqrt{3}$.
- Câu 43.** Tính diện tích xung quanh của một hình trụ, biết chiều cao bằng 20m, chu vi đáy bằng 5m ?
- A. 50m^2 . B. $50\pi\text{m}^2$.
C. $100\pi\text{m}^2$. D. 100m^2 .
- Câu 44.** Cho hình trụ có chiều cao là 5 và diện tích xung quanh là 30π . Thể tích khối trụ bằng
- A. 30π . B. 75π .
C. 15π . D. 45π .
- Câu 45.** Cho hình trụ có bán kính đáy là 4 và diện tích xung quanh là 16π . Thể tích của khối trụ bằng
- A. 32π . B. 64π .
C. 16π . D. 36π .
- Câu 46.** Cho khối trụ có bán kính đáy là 3 và thể tích là 18π . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng
- A. 18π . B. 36π .
C. 12π . D. 6π .
- Câu 47.** Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10cm. Biết thể tích khối trụ bằng $90\pi\text{cm}^3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng
- A. $81\pi\text{cm}^2$. B. $60\pi\text{cm}^2$.
C. $78\pi\text{cm}^2$. D. $36\pi\text{cm}^2$.
- Câu 48.** Cho khối trụ (T) có bán kính đáy R và diện tích toàn phần $8\pi R^2$. Thể tích của khối trụ bằng
- A. $3\pi R^3$. B. $6\pi R^3$.
C. $4\pi R^3$. D. $8\pi R^3$.

Nhóm bài toán thiết diện

- Câu 49.** (Đề tham khảo lần 1 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 22) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 18π . B. 36π .
C. 54π . D. 27π .
- Câu 50.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 104 – Câu 26) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của (T) bằng
- A. 50π . B. 25π .
C. $\frac{25\pi}{2}$. D. $\frac{25\pi}{4}$.
- Câu 51.** (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 101 – Câu 34) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{49\pi}{4}$.

B. $\frac{49\pi}{2}$.

C. 49π .

D. 98π .

Câu 52. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $BC = 3a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $12\pi a^3$.

B. $16\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $8\pi a^3$.

Câu 53. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ với $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích của khối trụ bằng

A. $16\pi a^3$.

B. $12\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $8\pi a^3$.

Câu 54. Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh a . Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi a^2$.

B. $\frac{3\pi a^2}{2}$.

C. $4\pi a^2$.

D. $3\pi a^2$.

Câu 55. Cho một khối trụ, thiết diện qua trục là một hình vuông có chu vi $8a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $3\pi a^3$.

B. $2\pi^2 a^3$.

C. πa^3 .

D. $2\pi a^3$.

Câu 56. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $4\pi a^2$.

B. $8\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Câu 57. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục của nó là một hình vuông. Thể tích của khối trụ bằng

A. 3π .

B. 2π .

C. 4π .

D. π .

Câu 58. (Đề tham khảo lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 44) Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$, Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$.

B. $150\pi a^3$.

C. $54\pi a^3$.

D. $108\pi a^3$.

Câu 59. (Đề thi TN THPT năm 2019 – Mã đề 101 – Câu 38) Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$.

B. $5\sqrt{39}\pi$.

C. $20\sqrt{3}\pi$.

D. $10\sqrt{39}\pi$.

- Câu 60.** (Đề thi TN THPT năm 2019 – Mã đề 102 – Câu 36) Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $24\sqrt{2}\pi$. B. $8\sqrt{2}\pi$.
C. $12\sqrt{2}\pi$. D. $16\sqrt{2}\pi$.
- Câu 61.** (Đề thi TN THPT năm 2019 – Mã đề 103 – Câu 37) Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $6\sqrt{10}\pi$. B. $6\sqrt{34}\pi$.
C. $3\sqrt{10}\pi$. D. $3\sqrt{34}\pi$.
- Câu 62.** (Đề thi THPT QG năm 2019 – Mã đề 104 – Câu 39) Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $6\pi\sqrt{3}$. B. $6\pi\sqrt{39}$.
C. $3\pi\sqrt{39}$. D. $12\pi\sqrt{3}$.
- Câu 63.** Cho hình trụ có đường cao $h = 5\text{cm}$, bán kính đáy $r = 3\text{cm}$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trục 2cm. Diện tích thiết diện của hình trụ với (P) bằng
- A. $5\sqrt{5}\text{cm}^2$. B. $6\sqrt{5}\text{cm}^2$.
C. $3\sqrt{5}\text{cm}^2$. D. $10\sqrt{5}\text{cm}^2$.
- Câu 64.** Một khối trụ có bán kính đáy $r = 5$, khoảng cách giữa hai đáy $h = 4$. Mặt phẳng (P) song song với trục cắt khối trụ theo một thiết diện là hình vuông. Khoảng cách từ trục đến (P) bằng
- A. 3. B. $\sqrt{41}$.
C. $\sqrt{29}$. D. $\sqrt{21}$.
- Câu 65.** Cho hình trụ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ lấy hai điểm A, B , trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ lấy hai điểm C, D sao cho $ABCD$ là hình vuông và $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Thể tích khối trụ đã cho bằng
- A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.
C. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. D. $3\sqrt{2}\pi a^3$.
- Câu 66.** Cho hình trụ (T) có hai đường tròn đáy với tâm lần lượt là O và O' . Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O') và C, D cùng thuộc (O) sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích của khối trụ bằng
- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. B. $2\pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

Câu 67. Cho hình trụ (T) có hai đường tròn đáy với tâm lần lượt là O và O' . Xét hình vuông $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') và $AB = a$, đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 45° . Thể tích của khối trụ bằng

A. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

B. $3\pi a^3 \sqrt{2}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

D. $2\pi a^3 \sqrt{2}$.

Câu 68. Cho hình trụ (T) có bán kính đáy bằng a , đường sinh bằng $2a$. Trên hai đường tròn đáy tâm O và O' lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và $O'B$ bằng 60° . Cắt mặt trụ bởi mặt phẳng song song với trục và đi qua AB được một thiết diện có diện tích bằng

A. $2\sqrt{3}a^2$.

B. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$.

C. $2a^2$.

D. $\frac{7a^2}{3}$.

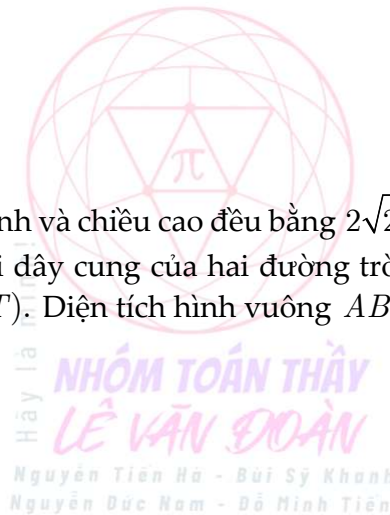
Câu 69. Cho hình trụ (T) có bán kính và chiều cao đều bằng $2\sqrt{2}$. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy, cạnh AD và BC không phải đường sinh của hình trụ (T) . Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng

A. 20.

B. $15\sqrt{2}$.

C. $\frac{11\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{10\sqrt{2}}{3}$.



Nhóm bài toán xoay hình

Câu 70. (Sở GD & ĐT Bắc Giang năm 2020) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. $4\pi a^3$.

B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Câu 71. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Diện tích xung quanh của hình trụ khi quay đường gấp khúc $BCDA$ xung quanh trục AB bằng

A. $2\pi a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. $2a^2$.

D. $4a^2$.

Câu 72. Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Thể tích của hình trụ này bằng

A. $2\pi a^3$.

B. $4\pi a^3$.

C. $8\pi a^3$.

D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 73. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 4$, $AD = 2$. Gọi M , N là trung điểm các cạnh AB và CD . Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh trục MN ta được hình trụ tròn xoay có thể tích bằng

A. 32π .

B. 16π .

C. 8π .

D. 4π .

Câu 74. (Đề minh họa – Bộ GD & ĐT năm 2017) Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

A. 4π .

B. 2π .

C. 6π .

D. 10π .

Câu 75. Trong không gian, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , có độ dài các cạnh là $AD = a$, $AB = 5a$, $CD = 2a$. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình thang trên quanh trục AB bằng

A. $5\pi a^3$.

B. $6\pi a^3$.

C. $3\pi a^3$.

D. $11\pi a^3$.

Câu 76. Trong không gian, cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A và D có $AB = 3$ và $DC = AD = 1$. Thể tích của khối tròn xoay nhận được khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục DC bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. $\frac{7\pi}{3}$.

C. 3π .

D. 2π .

Câu 77. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD . Thể tích khối tròn xoay thu được bằng

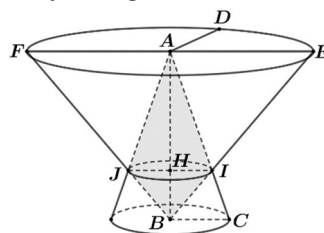
A. $\frac{7\pi a^3}{3}$.

B. πa^3 .

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

Câu 78. Cho hình tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC vuông tại B . Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong hai tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối tròn xoay. Thể tích phần chung của hai khối tròn xoay bằng



A. $\frac{8a^3\pi\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{3a^3\pi\sqrt{3}}{16}$.

C. $\frac{4a^3\pi\sqrt{3}}{16}$.

D. $\frac{5a^3\pi\sqrt{3}}{16}$.

Nhóm bài toán thực tế

Câu 79. (Đề thi THPT QG năm 2019 – Mã đề 102 – Câu 18) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,4m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây ?

- A. 1,7m. B. 1,5m.
C. 1,9m. D. 2,4m.

Câu 80. (Đề thi THPT QG năm 2019 – Mã đề 104 – Câu 22) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,5m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây ?

- A. 1,6m. B. 2,5m.
C. 1,8m. D. 2,1m.

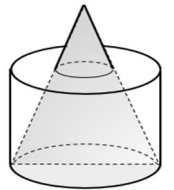
Câu 81. Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{17}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ. Thể tích của phần khối trụ không giao với khối nón (không tính phần nón nhô ra ngoài) bằng

A. $\frac{5\pi R^3}{12}$.

B. $\frac{\pi R^3}{3}$.

C. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

D. $\frac{5}{6}\pi R^3$.



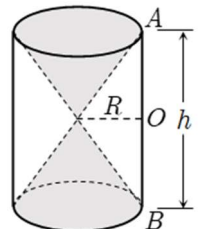
Câu 82. Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo $OA = OB$. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón (V_n) và thể tích hình trụ (V_t) bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{2}{5}$.

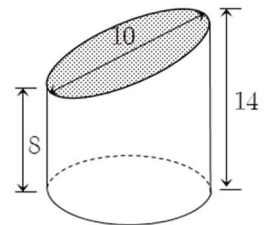
C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.



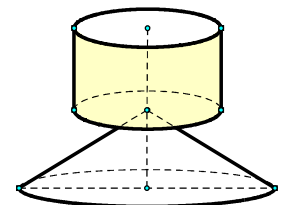
Câu 83. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng ta được một khối (H) như hình vẽ bên dưới. Biết rằng thiết diện là một hình elip có độ dài trục lớn bằng 10, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần mặt đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất tới mặt đáy lần lượt là 8 và 14 (xem hình vẽ). Thể tích của khối (H) bằng

- A. 192π .
B. 275π .
C. 704π .
D. 176π .



Câu 84. Một khối đồ chơi gồm một khối hình trụ (T) gắn chồng lên một khối hình nón (N), lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = 2r_1, h_1 = 2h_2$ (hình vẽ). Biết rằng thể tích của khối nón (N) bằng 20cm^3 . Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng

- A. 140cm^3 .
B. 120cm^3 .
C. 30cm^3 .
D. 50cm^3 .



Dạng toán 2: Hình trụ nội tiếp, ngoại tiếp khối đa diện, khối nón

☆☆☆

- Câu 85.** (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 104 – Câu 32) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8$, $CD = 6$, $AC' = 12$. Diện tích toàn phần của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng
- A. 576π . B. $10(2\sqrt{11} + 5)\pi$.
C. 26π . D. $5(4\sqrt{11} + 4)\pi$.
- Câu 86.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng
- A. $\frac{\pi\sqrt{7}a^2}{6}$. B. $\pi\sqrt{7}a^2$.
C. $\frac{\pi\sqrt{10}a^2}{8}$. D. $\pi\sqrt{3}a^2$.
- Câu 87.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $BD' = x\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng
- A. $\frac{3\pi x^2 \sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\pi x^2 \sqrt{2}}{2}$.
C. πx^2 . D. $\pi x^2 \sqrt{2}$.
- Câu 88.** (Đề thử nghiệm lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2017 – Câu 40) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng
- A. $\pi a^2 h$. B. $\frac{\pi a^2 h}{3}$.
C. $3\pi a^2 h$. D. $\frac{\pi a^2 h}{9}$.
- Câu 89.** Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay ngoại tiếp một hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 1.
- A. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $2\pi\sqrt{3}$.
C. $\pi\sqrt{3}$. D. $\pi\sqrt{2}$.
- Câu 90.** Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$ và có hai đáy là hai tam giác nội tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ (T) . Tính thể tích V của khối trụ (T) .
- A. πa^3 . B. $3\pi a^3$.
C. $6\pi a^3$. D. $3\sqrt{3}\pi a^3$.
- Câu 91.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{2}$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{6}$. Diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng
- A. $4\pi a^2 \sqrt{6}$. B. $4\pi a^2$.
C. $2\pi a^2 \sqrt{6}$. D. $\pi a^2 \sqrt{6}$.

- Câu 92.** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $4a$. Thể tích của hình trụ có hai đáy nội tiếp hình lăng trụ bằng
- A. $\frac{\pi a^3}{18}$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$.
C. πa^3 . D. $2\pi a^3$.
- Câu 93.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là tam giác vuông tại A với $AB = 3a$, $AC = 4a$ và $AA' = 8a$. Thể tích của hình trụ có hai đáy nội tiếp hình lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{8\pi a^3}{3}$. B. $8\pi a^3$.
C. $\frac{\pi a^3}{12}$. D. $\frac{\pi a^3}{6}$.
- Câu 94.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này.
- A. $2\pi a^3$. B. $4\pi a^3$.
C. $V = 8\pi a^3$. D. $6\pi a^3$.
- Câu 95.** (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.
- A. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.
C. $8\sqrt{2}\pi$. D. $8\sqrt{3}\pi$.
- Câu 96.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng chiều cao hình chóp $S.ABC$ đỉnh S .
- A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $S_{xq} = 3\pi\sqrt{2}$.
C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.
- Câu 97.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao hình chóp $S.ABCD$ đỉnh S .
- A. $16\sqrt{2}\pi$. B. $8\sqrt{2}\pi$.
C. $16\sqrt{3}\pi$. D. $8\sqrt{3}\pi$.
- Câu 98.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 4, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao hình chóp $S.ABCD$ đỉnh S .
- A. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $8\sqrt{2}\pi$.
C. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $8\sqrt{3}\pi$.

§ 3. MẶT CẦU CƠ BẢN

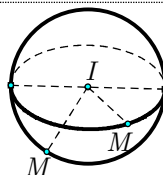
☆☆☆

Định nghĩa. Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm I cố định một khoảng R không đổi gọi là mặt cầu (S) tâm I , bán kính R , kí hiệu là $S(I; R)$ hay $\{M \mid IM = R\}$.

Dạng toán 1: Xác định các yếu tố cơ bản của khối cầu

① Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2$.

② Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.



Câu 99. (Đề tham khảo lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2020 – Câu 9) Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 24π . B. 8π .
C. 16π . D. 4π .

Câu 100. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 104 – Câu 16) Cho mặt cầu bán kính $r = 5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{500\pi}{3}$. B. $\frac{100\pi}{3}$.
C. 25π . D. 100π .

Câu 101. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 103 – Câu 13) Cho mặt cầu có bán kính $r = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 16π . B. 64π .
C. $\frac{64\pi}{3}$. D. $\frac{256\pi}{3}$.

Câu 102. Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi\text{cm}^2$. Bán kính R của khối cầu bằng

- A. 6cm . B. 3cm .
C. $\sqrt{6}\text{cm}$. D. $3\sqrt{2}\text{cm}$.

Câu 103. Khối cầu có bán kính $R = 6$ thì thể tích bằng

- A. 72π . B. 48π .
C. 288π . D. 144π .

Câu 104. (Đề thi TN THPT năm 2020 – Mã đề 101 – Câu 8) Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. $\frac{64\pi}{3}$.
C. 64π . D. 256π .

Câu 105. Nếu diện tích mặt ngoài của mặt cầu bằng 36π thì thể tích của khối cầu bằng

- A. 9π . B. 36π .
C. $\frac{\pi}{9}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 106. Cho khối cầu (S) có thể tích bằng $36\pi\text{cm}^3$. Diện tích mặt cầu bằng

- A. 12cm^2 . B. $18\pi\text{cm}^2$.
C. $36\pi\text{cm}^2$. D. $27\pi\text{cm}^2$.

Câu 107. Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 và mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tỷ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) bằng

A. 2.

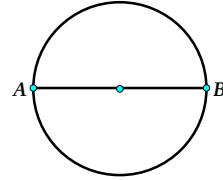
B. 4.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 3.

Câu 108. Cho hình tròn đường kính $AB = 4\text{cm}$ quay xung quanh AB . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{32\pi}{3}\text{cm}^3$.



B. $\frac{16\pi}{3}\text{cm}^3$.

C. $16\pi\text{cm}^3$.

D. $32\pi\text{cm}^3$.

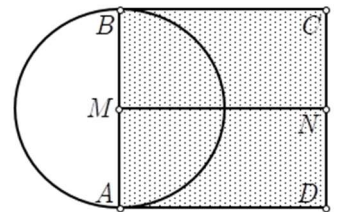
Câu 109. Trên cùng một mặt phẳng, cho mô hình gồm một hình vuông $ABCD$ có cạnh $2a$ và đường tròn có đường kính AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Diện tích toàn phần của khối tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục MN bằng

A. $10\pi a^2$.

B. $7\pi a^2$.

C. $9\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.



Câu 110. Một cái bồn chứa nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Đường sinh của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn chứa nước là $\frac{128\pi}{3}(\text{m}^3)$.

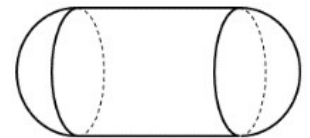
Diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước bằng

A. $50\pi \text{ m}^2$.

B. $64\pi \text{ m}^2$.

C. $40\pi \text{ m}^2$.

D. $48\pi \text{ m}^2$.



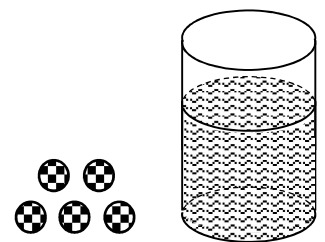
Câu 111. Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là 15cm , đường kính đáy là 6cm , lượng nước ban đầu trong cốc cao 10cm . Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là 2cm . Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu cm ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 4,25cm.

B. 4,81cm.

C. 4,26cm.

D. 3,52cm.



Câu 112. Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi a^3}{3}$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu theo thiết diện là hình tròn có chu vi bằng $2,4\pi a$. Tính khoảng cách d từ tâm mặt cầu đến (P) ?

A. $d = 1,4a$.

B. $d = 1,5a$.

C. $d = 1,6a$.

D. $d = 1,7a$.

Dạng toán 2: Mặt cầu ngoại tiếp – nội tiếp hình nón, hình trụ

☆☆☆

Câu 113. Cho hình cầu bán kính bằng 5cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính 4cm. Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của hình cầu đã cho.

- A. $\approx 19,18\text{cm}^3$.
 B. $\approx 19,20\text{cm}^3$.
 C. $\approx 19,21\text{cm}^3$.
 D. $\approx 19,19\text{cm}^3$.

Câu 114. Cho hình cầu bán kính bằng 10cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn có chu vi 16π . Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của hình cầu đã cho.

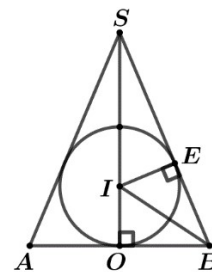
- A. $128\pi \text{ cm}^3$.
 B. $126\pi\text{cm}^3$.
 C. $136\pi\text{cm}^3$.
 D. $132\pi\text{cm}^3$.

Câu 115. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 104) Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H . Gọi T là giao điểm của tia HO với (S) . Tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C) .

- A. $V = \frac{32\pi}{3}$.
 B. $V = 16\pi$.
 C. $V = 32\pi$.
 D. $V = \frac{16\pi}{3}$.

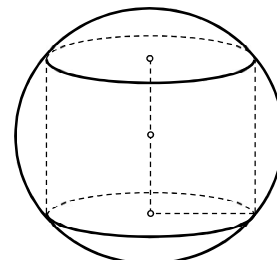
Câu 116. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 8. Biết rằng có một mặt cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón, đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của hình nón. Tính bán kính mặt cầu đó.

- A. $\frac{10}{3}$.
 B. 2.
 C. $\frac{17}{4}$.
 D. 3.



Câu 117. Cho hình trụ có chiều cao bằng 4 nội tiếp trong hình cầu bán kính bằng 3. Tính thể tích V của khối trụ này.

- A. $V = 40\pi$.
 B. $V = 20\pi$.
 C. $V = 36\pi$.
 D. $V = \frac{20\pi}{3}$.



Dạng toán 3: Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện

☆☆☆

☛ **Cần nhớ:**

Câu 118. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 103 – Câu 12) Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 119. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi}{48}$.

B. $\frac{43\pi}{36}$.

C. $\frac{43\pi}{4}$.

D. $\frac{43\pi}{12}$.

Câu 120. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{32\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $2\pi\sqrt{2}a^3$.

Câu 121. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 104 – Câu 30) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{5a}{2}$.

B. $\frac{17a}{2}$.

C. $\frac{13a}{2}$.

D. $6a$.

- Câu 122.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng
- A. $4\pi a^2$. B. $6\pi a^2$.
C. $8\pi a^2$. D. $12\pi a^2$.
- Câu 123.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy bằng 45° . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{10\pi a^3}{3}$. B. $\sqrt{6}\pi a^3$.
C. $\frac{5\pi a^3}{6}$. D. $\frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$.
- Câu 124.** (Đề minh họa – Bộ GD & ĐT năm 2017) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng
- A. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. B. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.
C. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. D. $\frac{5\pi}{3}$.
- Câu 125.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $AB = a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng
- A. $2a^3\sqrt{2}\pi$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}\pi$.
C. $5a^3\sqrt{2}\pi$. D. $\frac{a^3}{3}\pi$.
- Câu 126.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy là 60° , $SA = a\sqrt{3}$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng
- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{5}$.
C. $3a$. D. $5a$.
- Câu 127.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 3$, $AD = 2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng
- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 7π .
C. $\frac{31\pi}{2}$. D. 5π .

- Câu 128.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{a\sqrt{30}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.
C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$.
- Câu 129.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 130.** Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đều cạnh a bằng
- A. $3\pi a^2$. B. $\frac{3\pi a^2}{2}$.
C. $6\pi a^2$. D. $\frac{3\pi a^2}{4}$.
- Câu 131.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao $h = \sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng
- A. $\frac{100\pi}{3}$. B. 100π .
C. $\frac{25\pi}{3}$. D. $\frac{100\pi}{27}$.
- Câu 132.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó bằng
- A. 9π . B. 6π .
C. 5π . D. 27π .
- Câu 133.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.
- Câu 134.** (Đề thi minh họa lần 3 – Bộ GD & ĐT năm 2017) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{7a\sqrt{2}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$.
C. $\frac{25a}{8}$. D. $2a$.

Câu 135. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy của hình chóp bằng 60° . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{5a\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 136. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $8\pi\sqrt{2}a^3$.

B. $\frac{8\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 137. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6\pi a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. $\frac{16\pi a^2}{3}$.

D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 138. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 101 – Câu 26) Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

B. $R = a$.

C. $R = 2\sqrt{3}a$.

D. $R = \sqrt{3}a$.

Câu 139. Cho khối cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là a , $2a$, $2a$. Thể tích của khối cầu bằng

A. $\frac{9\pi a^3}{2}$.

B. $18\pi a^3$.

C. $\frac{9\pi a^2}{2}$.

D. $36\pi a^3$.

Câu 140. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

B. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

C. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$.

D. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

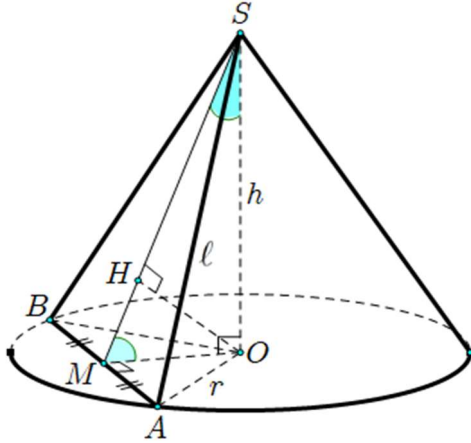
NÓN — TRỤ — CẦU VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO

☆☆☆

Dạng toán 1: Thiết diện qua đỉnh khối nón, thiết diện song song với trục khối trụ

Nhóm 1: Thiết diện qua đỉnh của khối nón

☑ Kiến thức cơ bản cần nắm vững:



- Thiết diện qua đỉnh S không qua trục nón luôn là $\triangle SAB$ cân tại S .
- Gọi M là trung điểm của dây cung AB thì M thì theo tính chất cung và dây cung, luôn có $OM \perp AB$.
- Góc giữa mặt phẳng thiết diện và mặt phẳng chứa đường tròn đáy là góc $\widehat{SMO}$. Góc giữa trục và mặt phẳng thiết diện là $\widehat{MSO}$.
- Khoảng cách từ tâm O của đường tròn đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $d(O, (SAB)) = OH$.

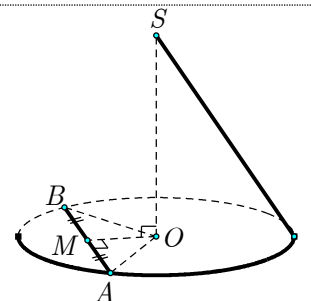
$$\text{Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} \Leftrightarrow OH = \frac{OM \cdot SO}{\sqrt{OM^2 + SO^2}}.$$

- Thông thường sẽ tính toán pitago, sin, cos, tan xoay quanh các $\triangle SAB$, $\triangle SMO$, $\triangle SAO$, $\triangle OAM$.

Bài mẫu số 1

(Đề thi TN THPT năm 2021 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 47) Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

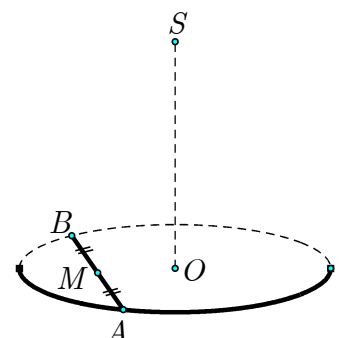
- A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. B. $4\sqrt{13}\pi a^2$. C. $8\sqrt{13}\pi a^2$. D. $4\sqrt{7}\pi a^2$.



Bài mẫu số 2

(Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2022 – Câu 47) Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $8\sqrt{3}\pi a^3/3$. B. $4\sqrt{6}\pi a^3$. C. $16\sqrt{3}\pi a^3/3$. D. $8\sqrt{2}\pi a^3$.



BÀI TẬP THỰC HÀNH



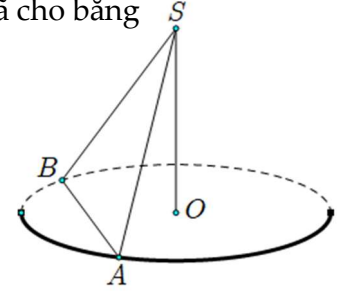
Câu 1. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2020 lần 1 – Câu 40) Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

B. 32π .

C. $32\sqrt{5}\pi$.

D. 96π .



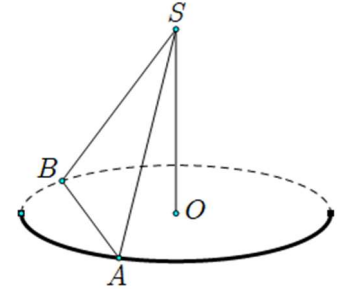
Câu 2. (Đề thi TN THPT năm 2021 – Mã đề 102 – Câu 47) Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$.

B. $\sqrt{13}\pi a^2$.

C. $2\sqrt{7}\pi a^2$.

D. $2\sqrt{13}\pi a^2$.



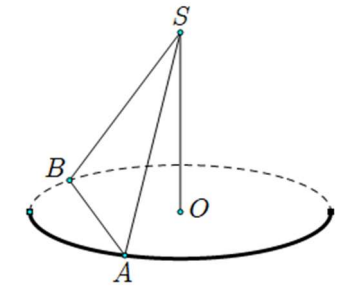
Câu 3. (Đề thi TN THPT năm 2021 – Mã đề 103 – Câu 47) Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

B. $8\sqrt{7}\pi a^2$.

C. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

D. $4\sqrt{13}\pi a^2$.



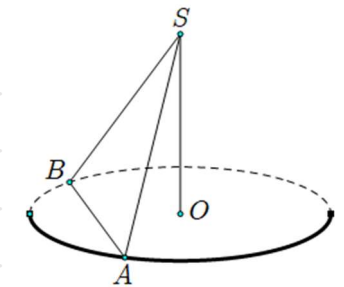
Câu 4. (Đề thi TN THPT năm 2021 – Mã đề 104 – Câu 42) Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$.

B. $\sqrt{13}\pi a^2$.

C. $2\sqrt{13}\pi a^2$.

D. $2\sqrt{7}\pi a^2$.



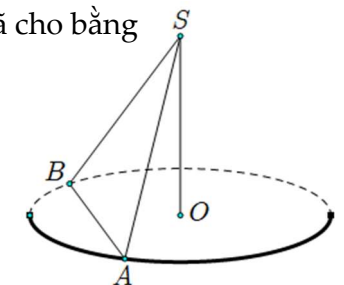
Câu 5. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình nón có chiều cao $6a$. Một mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách đến tâm của mặt phẳng đáy bằng $3a$, thiết diện thu được là một tam giác vuông cân. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $360\pi a^3$.

B. $96\pi a^3$.

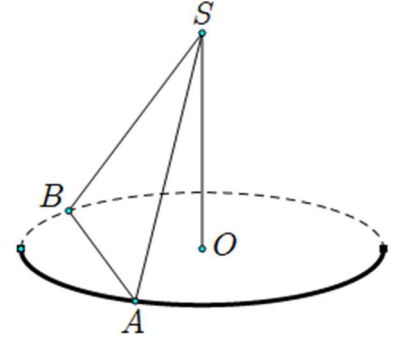
C. $108\pi a^3$.

D. $120\pi a^3$.



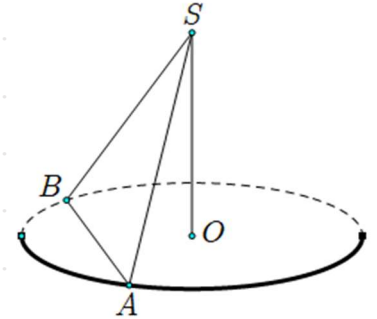
Câu 6. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 101 – Câu 50) Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.
 B. a .
 C. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.
 D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.



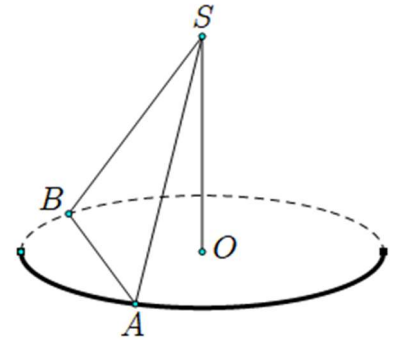
Câu 7. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O , chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A, B sao cho góc $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Biết khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $6\pi a^2$.
 B. $4\sqrt{14}\pi a^2$.
 C. $12\pi a^2$.
 D. $6\sqrt{14}\pi a^2$.



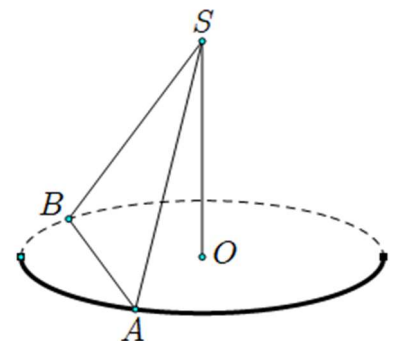
Câu 8. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình nón đỉnh S có đường cao $h = a\sqrt{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua đỉnh S , cắt đường tròn đáy tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc 30° . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $\frac{10\sqrt{7}\pi}{3}a^2$.
 B. $\frac{20\sqrt{7}\pi}{3}a^2$.
 C. $10\sqrt{7}\pi a^2$.
 D. $5\sqrt{7}\pi a^2$.



Câu 9. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho khối nón đỉnh S . Đáy có tâm O , bán kính $r = 5a$. Đáy có dây cung $AB = 8a$. Biết góc giữa trục SO với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng

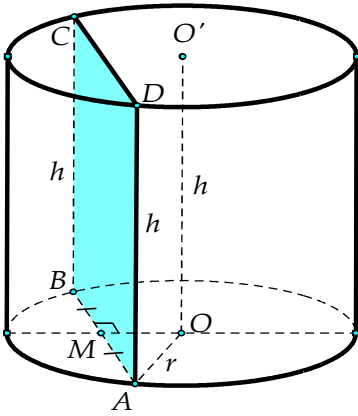
- A. $\frac{25}{3}\pi a^3$.
 B. $25\sqrt{3}\pi a^3$.
 C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.
 D. $\frac{25\sqrt{3}\pi}{3}a^3$.



Nhóm 2: Thiết diện song song với trục khối trụ



☑ **Mặt phẳng (P) song song với trục, cắt hình trụ là một hình chữ nhật:**



- $ABCD$ là hình chữ nhật (hoặc hình vuông).
- $d(O; (P)) = d(O; (ABCD)) = OM$ với M trung điểm AB .
- Chiều cao trụ: $h = OO' = AD = BC$.
- Trong tam giác OMA vuông tại M có:

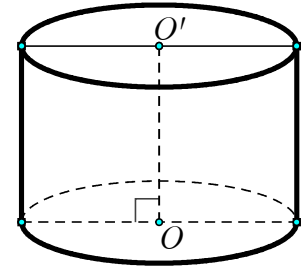
$$OA^2 = OM^2 + MA^2 = d^2(O, (P)) + \left(\frac{AB}{2}\right)^2.$$

- Diện tích của thiết diện: $S_{ABCD} = AB \cdot CD = AB \cdot h$.

Bài mẫu số 3

(Đề thi THPT QG năm 2019 – Mã đề 101 – Câu 38) Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

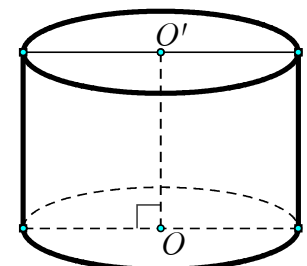
- A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.



Bài mẫu số 4

(Đề thi TN THPT năm 2021 lần 2 – Mã đề 103 – Câu 45) Cắt hình trụ (C) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của (C) bằng

- A. $8\sqrt{2}\pi a^2$. B. $\frac{32\sqrt{2}}{3}\pi a^2$. C. $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi a^2$. D. $16\sqrt{2}\pi a^2$.



BÀI TẬP THỰC HÀNH

☆☆☆

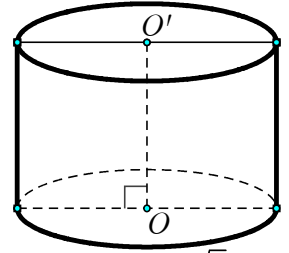
Câu 10. (Đề thi THPT QG năm 2019 – Mã đề 102 – Câu 36) Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$.

B. $8\sqrt{2}\pi$.

C. $12\sqrt{2}\pi$.

D. $16\sqrt{2}\pi$.



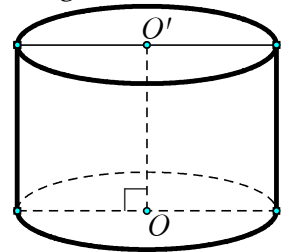
Câu 11. (Đề thi THPT QG năm 2019 – Mã đề 103 – Câu 37) Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{10}\pi$.

B. $6\sqrt{34}\pi$.

C. $3\sqrt{10}\pi$.

D. $3\sqrt{34}\pi$.



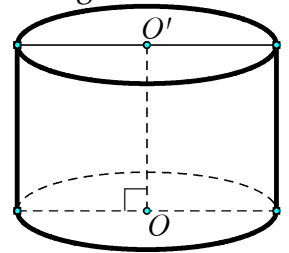
Câu 12. (Đề thi THPT QG năm 2019 – Mã đề 104 – Câu 39) Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\pi\sqrt{3}$.

B. $6\pi\sqrt{39}$.

C. $3\pi\sqrt{39}$.

D. $12\pi\sqrt{3}$.



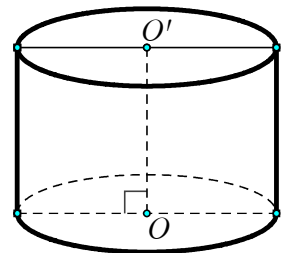
Câu 13. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2020 lần 2 – Câu 44) Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$.

B. $150\pi a^3$.

C. $54\pi a^3$.

D. $108\pi a^3$.



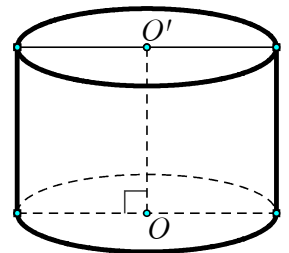
Câu 14. (Đề thi TN THPT năm 2021 lần 2 – Mã đề 101 – Câu 42) Cắt hình trụ ($\mathcal{C}$) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của ($\mathcal{C}$) bằng

A. $16\sqrt{13}\pi a^2/3$.

B. $4\sqrt{13}\pi a^2$.

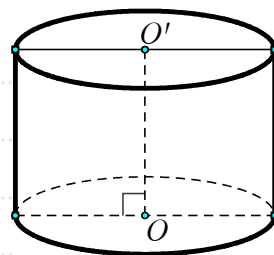
C. $8\sqrt{13}\pi a^2/3$.

D. $8\sqrt{13}\pi a^2$.



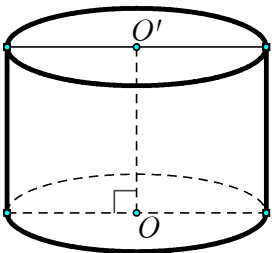
Câu 15. (Đề thi TN THPT năm 2021 lần 2 – Mã đề 104 – Câu 46) Cắt hình trụ ($\mathcal{C}$) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $36a^2$. Diện tích xung quanh của ($\mathcal{C}$) bằng

- A. $12\sqrt{2}\pi a^2$.
B. $36\sqrt{2}\pi a^2$.
C. $24\sqrt{2}\pi a^2$.
D. $18\sqrt{2}\pi a^2$.



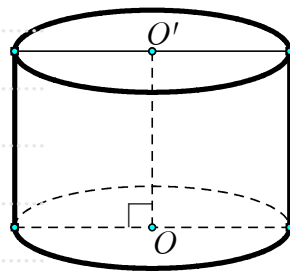
Câu 16. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành ?

- A. 56.
B. 28.
C. $7\sqrt{34}$.
D. $14\sqrt{34}$.



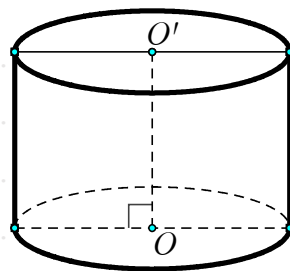
Câu 17. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình trụ ($\mathcal{C}$) có hai đường tròn đáy với tâm lần lượt là O và O' . Xét hình vuông $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') và $AB = a$, đồng thời ($ABCD$) tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 45° . Thể tích của khối trụ ($\mathcal{C}$) bằng

- A. $\frac{3\pi\sqrt{2}}{16}a^3$.
B. $3\pi\sqrt{2}a^3$.
C. $2\pi\sqrt{2}a^3$.
D. $\pi\sqrt{2}a^3/16$.



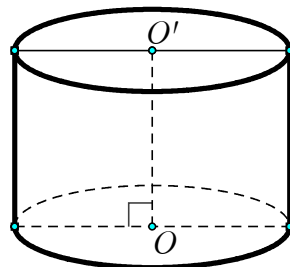
Câu 18. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình trụ ($\mathcal{C}$) có bán kính đáy bằng a , đường sinh bằng $2a$. Trên hai đường tròn đáy tâm O và O' lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và $O'B$ bằng 60° . Cắt mặt trụ bởi mặt phẳng song song với trục và đi qua AB được một thiết diện có diện tích bằng

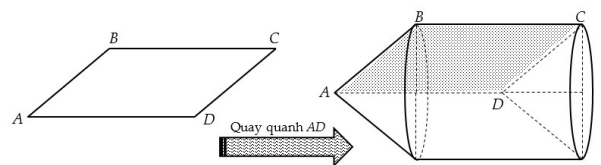
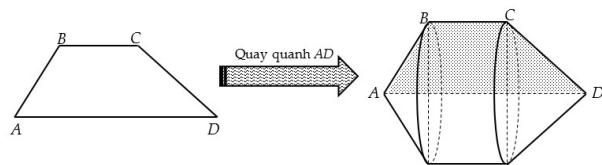
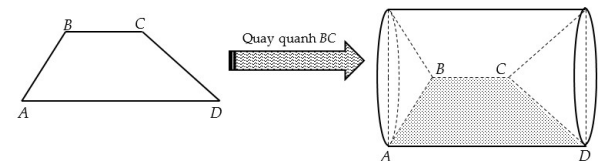
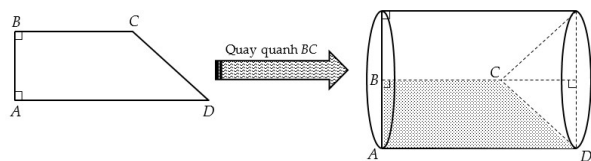
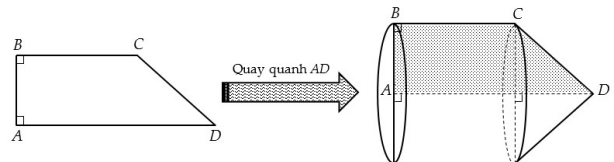
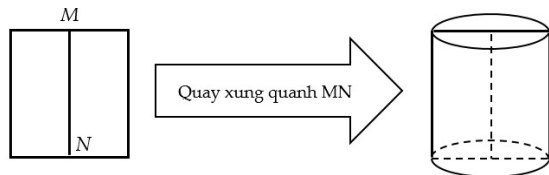
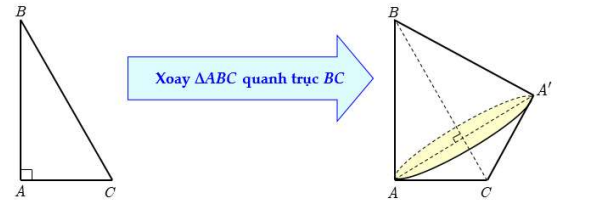
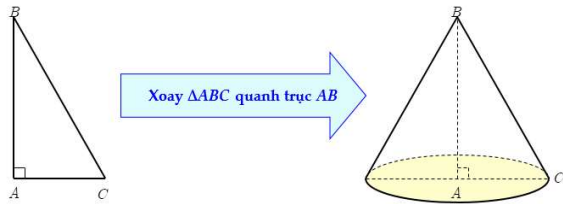
- A. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$.
B. a^2 .
C. $2a^2$.
D. $2\sqrt{3}a^2$.



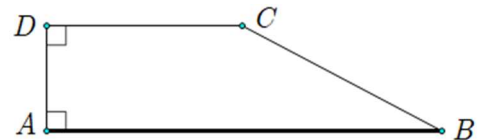
Câu 19. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình trụ ($\mathcal{C}$) có bán kính và chiều cao đều bằng $2\sqrt{2}$. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy, cạnh AD và BC không phải đường sinh của hình trụ ($\mathcal{C}$) Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng

- A. 20.
B. $12\sqrt{2}$.
C. $\frac{40\sqrt{2}}{3}$.
D. $10\sqrt{2}$.

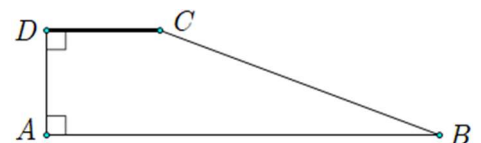


Dạng toán 2: Bài toán xoay hình phẳng tạo khối tròn xoay***Một số trường hợp xoay hình thường gặp trong khối tròn xoay*****Lưu ý.** Xoay hình phẳng quanh trục nào thì đó là trục đối xứng và ta lấy đối xứng các điểm còn lại qua trục.**Bài mẫu số 5**

Trong không gian, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , có độ dài các cạnh là $AD = a$, $AB = 5a$, $CD = 2a$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình thang trên quanh trục AB ?

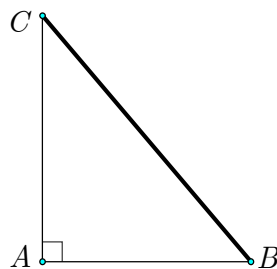
**Bài mẫu số 6**

Trong không gian, cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A và D có $AB = 3$ và $DC = AD = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay nhận được khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục DC .



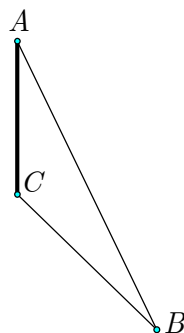
Bài mẫu số 7

Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Quay tam giác đó quanh đường thẳng BC ta được khối tròn xoay. Tính thể tích của khối tròn xoay này ?



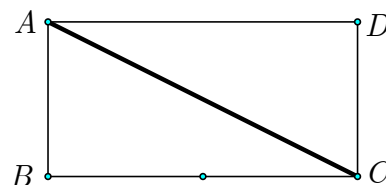
Bài mẫu số 8

Cho tam giác ABC có $AB = \sqrt{13}\text{cm}$, $BC = \sqrt{5}\text{cm}$ và $AC = 2\text{cm}$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục AC .



Bài mẫu số 9

Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $BC = 4$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi xoay hình chữ nhật trên quanh đường chéo AC .



BÀI TẬP THỰC HÀNH

☆☆☆

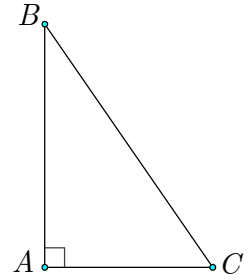
Câu 20. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$, $AC = 2$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình tam giác khi quay quanh cạnh BC bằng

A. $\frac{32\pi\sqrt{5}}{15}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2\pi\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{5}}{15}$.



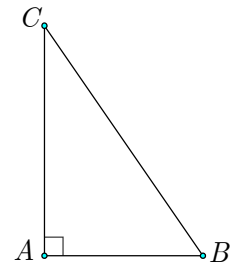
Câu 21. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Khi tam giác ABC quay quanh đường thẳng BC ta được một khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay đó bằng

A. πa^3 .

B. $\frac{96\pi a^3}{5}$.

C. $3\pi a^3$.

D. $\frac{48\pi a^3}{5}$.



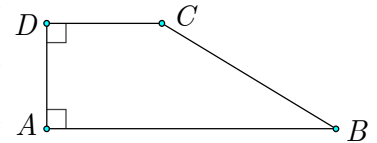
Câu 22. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Trong không gian, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , có $AD = 1$, $AB = 5$, $CD = 2$. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình thang trên quanh trục AB bằng

A. $\frac{10\pi}{3}$.

B. $\frac{9\pi}{2}$.

C. $\frac{11\pi}{2}$.

D. 5π .



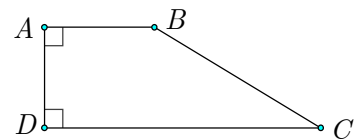
Câu 23. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình thang vuông $ABCD$ có độ dài hai đáy $AB = 2a$, $DC = 4a$, đường cao $AD = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng AB thu được khối tròn xoay ($\mathcal{K}$). Thể tích của khối ($\mathcal{K}$) bằng

A. $8\pi a^3$.

B. $\frac{20\pi a^3}{3}$.

C. $16\pi a^3$.

D. $\frac{40\pi a^3}{3}$.



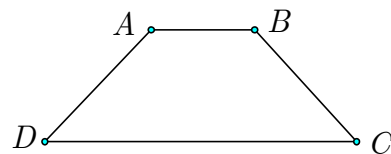
Câu 24. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $AD = \sqrt{2}$. Quay hình thang quanh đường thẳng AB . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. 3π .

B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. $\frac{7\pi}{3}$.

D. $\frac{5\pi}{3}$.



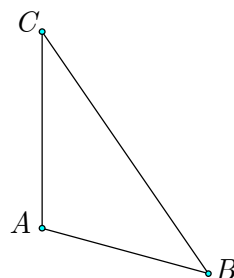
Câu 25. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$ và $AB = \sqrt{2}/2$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$.

B. $\frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$.

C. $\frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$.

D. $\frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$.



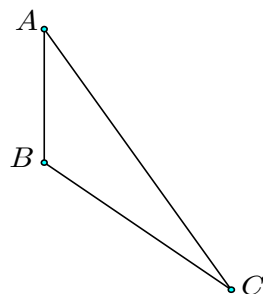
Câu 26. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 7$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra do hình tam giác ABC quay quanh đường thẳng AB bằng

A. 50π .

B. $\frac{75\pi}{4}$.

C. $\frac{275\pi}{8}$.

D. $\frac{125\pi}{8}$.



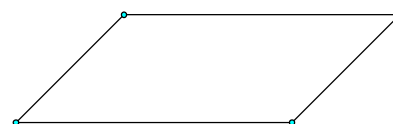
Câu 27. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD = 2a$, $AB = 3a$, $\widehat{BAD} = 45^\circ$. Thể tích của khối tròn xoay nhận được khi quay hình bình hành $ABCD$ quanh trục AB bằng

A. $\frac{5\pi}{2}a^3$.

B. $5\pi a^3$.

C. $6\pi a^3$.

D. $\frac{9\pi}{2}a^3$.



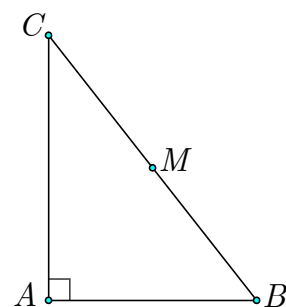
Câu 28. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$ và $BC = 3a$, gọi M là trung điểm của BC . Khi quay tam giác MAC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc MAC tạo thành một hình tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay tương ứng bằng

A. $\frac{10\pi}{3}a^3$.

B. $\frac{5\pi}{3}a^3$.

C. $\frac{5\pi}{6}a^3$.

D. $\frac{5\pi}{2}a^3$.

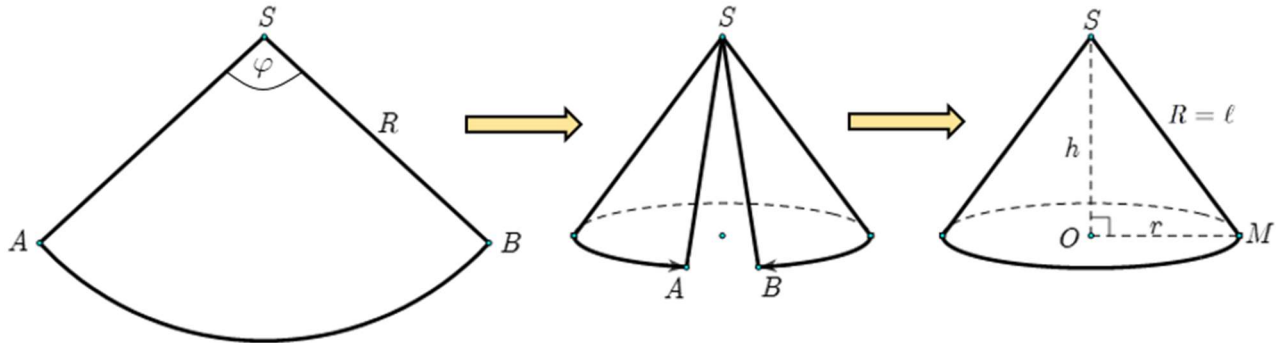


Dạng toán 3: Bài toán thực tế liên quan đến khối nón, trụ và cầu

☆☆☆

1) **Sự tạo thành hình nón từ hình quạt**

Ghép hai mép SA và SB của hình quạt lại với nhau ta thu được một hình nón, sơ đồ như hình vẽ:

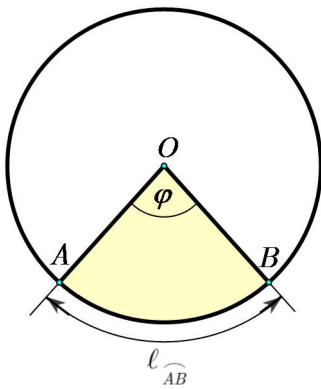


Khi đó độ dài cung AB chính là chu vi của đường tròn đáy hình nón tạo thành, tức có:

$$\ell_{\widehat{AB}} = C_{\text{dt}} \Leftrightarrow R \times \varphi = 2\pi r \longrightarrow \text{bán kính hình nón } r = \frac{R \times \varphi}{2\pi} \text{ với } \varphi \text{ là góc ở tâm hình quạt.}$$

Bán kính hình quạt chính là đường sinh của hình nón tạo thành $\longrightarrow \ell = R$.

2) **Độ dài cung AB và diện tích hình quạt**



- Độ dài cung AB (liên hệ tam suất góc cả đường tròn 2π và chu vi đường tròn):

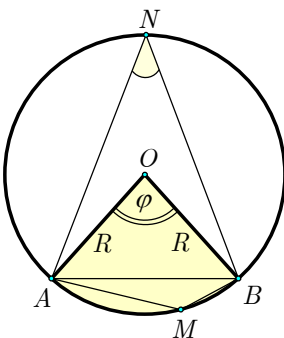
$$\text{Ta có } \begin{cases} 2\pi \longrightarrow 2\pi R \\ \varphi \longrightarrow \ell_{\widehat{AB}} \end{cases} \Rightarrow 2\pi \times \ell_{\widehat{AB}} = 2\pi R \times \varphi \Leftrightarrow \boxed{\ell_{\widehat{AB}} = R \times \varphi}.$$

- Diện tích hình quạt (liên hệ tam suất giữa góc cả đường tròn 2π và diện tích):

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2\pi \longrightarrow \pi R^2 \\ \varphi \longrightarrow S_{\text{quat}} \end{cases} \Rightarrow S_{\text{quat}} \times 2\pi = \pi R^2 \times \varphi \Leftrightarrow \boxed{S_{\text{quat}} = \frac{\varphi \times R^2}{2}}.$$

(φ là góc ở tâm của đường tròn, luôn có đơn vị là rad)

3) **Tứ giác nội tiếp lớp 9 và định lí hàm cos lớp 10**



- Tứ giác $AMBN$ nội tiếp: $\widehat{AMB} + \widehat{ANB} = \pi \Rightarrow \widehat{ANB} = \pi - \widehat{AMB}$.

- Góc ở tâm bằng 2 lần góc nội tiếp cùng chắn một cung:

$$\varphi = \widehat{AOB} = 2 \times \widehat{ANB}.$$

- Định lí hàm cos để tìm ra bán kính R của đường tròn:

$$AB^2 = R^2 + R^2 - 2R.R.\cos \varphi.$$

4) **Bất đẳng thức Cauchy (AM – GM)**

$$\bullet \forall x, y \geq 0 : \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy} \longrightarrow xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } x = y.$$

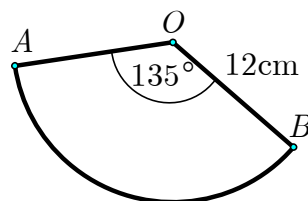
$$\bullet \forall x, y, z \geq 0 : \frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz} \longrightarrow xyz \leq \frac{(x+y+z)^3}{27}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } x = y = z.$$

$$\text{Thường gặp: } x^2 \sqrt{a-x^2} = \sqrt{x^4(a-x^2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 \cdot x^2 \cdot (2a-2x^2)} \stackrel{\text{Cauchy}}{\leq} \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{(x^2 + x^2 + 2a - 2x^2)^3}{27}}.$$

Bài mẫu số 10

Cho hình quạt tròn có bán kính 12cm và góc ở tâm bằng 135° (tham khảo hình vẽ). Người ta dán hai mép của hình quạt này thành một hình nón. Thể tích của khối nón tạo thành bằng

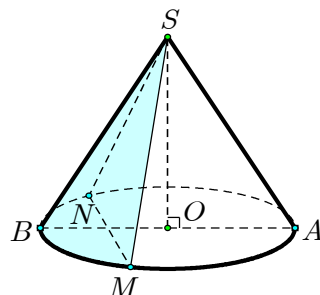
- A. $41\pi\sqrt{55}/2\text{cm}^3$. B. $41\pi\sqrt{55}/4\text{cm}^3$. C. $81\pi\sqrt{55}/8\text{cm}^3$. D. $41\pi\sqrt{55}/8\text{cm}^3$.



Bài mẫu số 11

Cho hình nón có đỉnh S và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Lấy hai điểm M, N nằm trên đường tròn đáy sao cho tam giác SMN là tam giác đều và có diện tích bằng $3\sqrt{3}a^2/4$ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (SMN) chia mặt xung quanh nón thành hai phần. Tính diện tích phần bề mặt xung quanh của hình nón có đáy là cung nhỏ MN (phần tô đậm).

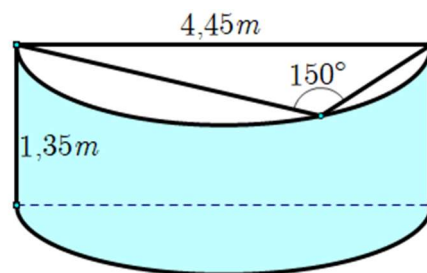
- A. $\pi\sqrt{3}a^2/2$. B. $2\pi\sqrt{3}a^2/3$. C. $\pi\sqrt{3}a^2/3$. D. $\pi\sqrt{3}a^2/4$.



Bài mẫu số 12

(Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2021) Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của 1m^2 kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu ?

- A. 23.591.000 đồng. B. 36.173.000 đồng. C. 9.437.000 đồng. D. 4.718.000 đồng.

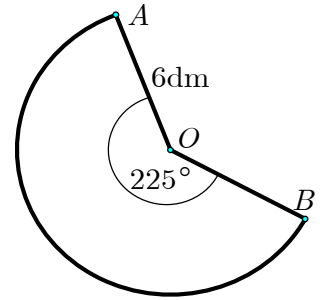


BÀI TẬP THỰC HÀNH

☆☆☆

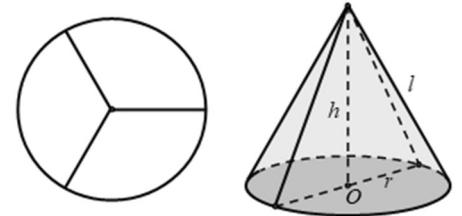
Câu 29. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Từ một tấm tôn hình quạt có bán kính $R = 6\text{dm}$ như hình vẽ, người ta làm thành chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB). Thể tích khối nón tạo thành bằng

- A. $\frac{225\pi\sqrt{39}}{64}\text{dm}^3$.
 B. $55\pi\sqrt{39}\text{dm}^3$.
 C. $45\pi\sqrt{39}\text{dm}^3$.
 D. $\frac{115\pi\sqrt{39}}{32}\text{dm}^3$.



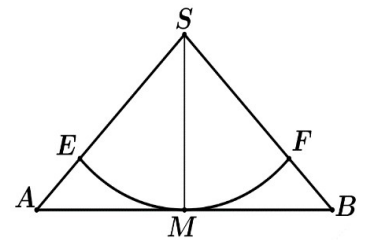
Câu 30. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Thể tích của mỗi cái phễu đó bằng

- A. $16000\sqrt{2}$ lít.
 B. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.
 C. $1600\sqrt{2}\pi$ lít.
 D. $\frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.



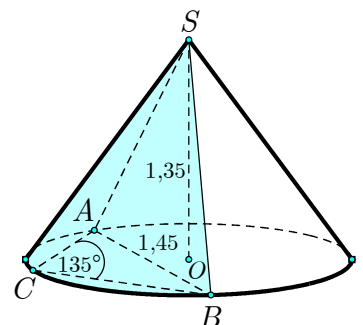
Câu 31. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Một miếng tôn hình tam giác vuông cân SAB có độ dài cạnh SA và SB bằng nhau và bằng 3dm. Gọi M là trung điểm của AB . Người ta dùng compa lấy S làm tâm vạch một cung tròn có bán kính là SM cắt SA, SB lần lượt tại E, F rồi cắt miếng tôn theo cung tròn EF đó. Lấy phần hình quạt vừa cắt được, gò sao cho cạnh SE và SF trùng nhau thành một cái phễu hình nón có đỉnh S và không có mặt đáy. Thể tích của khối nón trên bằng

- A. $\frac{27\pi\sqrt{30}}{256}\text{dm}^3$.
 B. $\pi\sqrt{105}\text{dm}^3$.
 C. $0,1\pi\sqrt{34}\text{dm}^3$.
 D. $\frac{9\pi\sqrt{30}}{256}\text{dm}^3$.



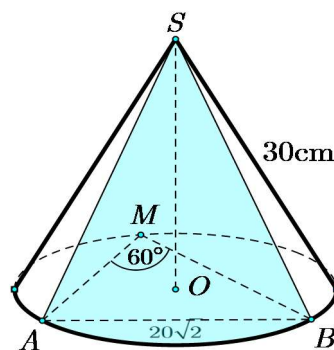
Câu 32. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Nhân dịp quảng bá chiếc nón lá Việt Nam, một cửa hàng có đặt trước sảnh một cái nón lớn với chiều cao 1,35m. Cửa hàng có sơn cách điệu hoa văn trang trí một phần của hình nón ứng với cung $\widehat{AB}$ như hình vẽ. Biết $AB = 1,45\text{m}$, $\widehat{ACB} = 150^\circ$ và giá tiền để trang trí 1m^2 là 2.000.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà cửa hàng cần dùng để trang trí mặt trước của nón là bao nhiêu ?

- A. 4.510.000 đồng.
 B. 3.021.000 đồng.
 C. 3.010.000 đồng.
 D. 3.008.000 đồng.



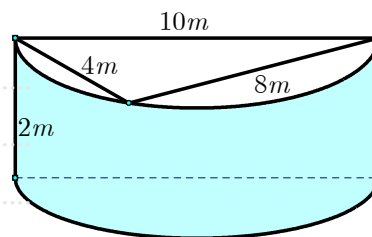
Câu 33. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Bà Hương nhận làm 100 chiếc nón lá giống nhau có độ dài đường sinh là 30cm. Ở phần mặt trước của mỗi chiếc nón (từ A đến B như hình vẽ) bà Hương thuê người sơn và vẽ hình trang trí. Biết $AB = 20\sqrt{2}$ cm và giá tiền công để sơn trang trí 1m^2 là 50000 đồng. Số tiền (làm tròn) mà bà Hương phải trả là

- A. 128.000 đồng.
B. 257.000 đồng.
C. 384.000 đồng.
D. 209.000 đồng.



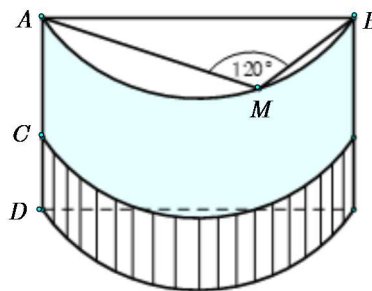
Câu 34. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Ông An muốn sơn mặt ngoài của một bức tường là một phần của mặt xung hình trụ như hình vẽ sau. Biết giá tiền sơn 1m^2 tường là 50.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) ông An phải trả cho thợ sơn là bao nhiêu ?

- A. 1.321.000 đồng.
B. 1.318.000 đồng.
C. 1.320.000 đồng.
D. 1.319.000 đồng.



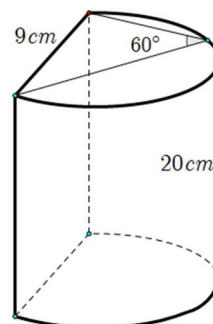
Câu 35. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Ông An làm lan can ban công của ngôi nhà bằng miếng kính cường lực. Miếng kính này là một phần của mặt xung quanh của hình trụ như hình vẽ với $AB = 4\text{m}$, $AD = 3\text{m}$, $CD = 1\text{m}$. Biết tiền của 1m^2 phần tô màu là 1.500.000 đồng và giá tiền 1m^2 phần gạch sọc là 1.000.000 đồng. Số tiền mà ông An phải trả để làm miếng kính trên ban

- A. 21.820.000 đồng.
C. 19.347.000 đồng.
B. 20.250.000 đồng.
D. 31.730.000 đồng.



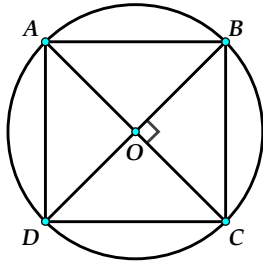
Câu 36. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Một bác thợ hàn làm ra những chi tiết trang trí giống nhau có dạng là một phần của mặt xung quanh hình trụ như hình vẽ. Để làm ra sản phẩm đó bác thợ hàn cắt ra từ một tấm kim loại phẳng hình chữ nhật kích thước $120\text{cm} \times 240\text{cm}$ thành những miếng kim loại hình chữ nhật bằng nhau, một cạnh 20cm, cạnh còn lại có độ dài L . Sau đó bác thợ hàn uốn cong những miếng kim loại nhỏ đó thì được sản phẩm cần làm. Hỏi từ tấm kim loại ban đầu bác thợ hàn có thể làm được tối đa bao nhiêu sản phẩm như vậy ?

- A. 60.
B. 72.
C. 66.
D. 80.

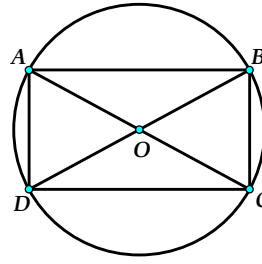


Dạng toán 4: Khối nón ngoại tiếp, nội tiếp khối trụ, khối cầu và khối đa diện

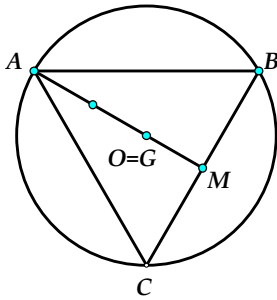
☆☆☆

1) Tâm O và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp đa giác thường gặp

Hình vuông $R = \frac{AC}{2}$.

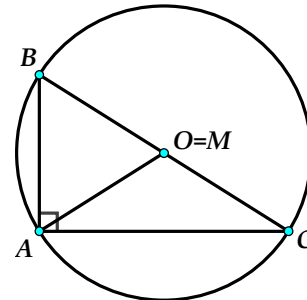


Hình chữ nhật $R = \frac{AC}{2}$.



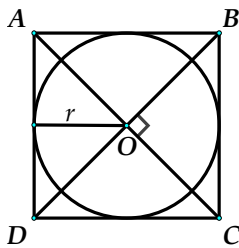
Tam giác đều

$$R = AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{3}.$$

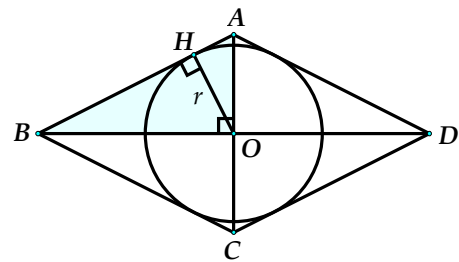


Tam giác vuông

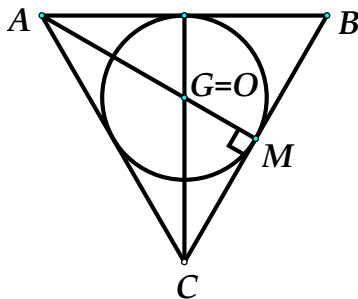
$$R = AO = \frac{BC}{2}.$$

2) Tâm O và bán kính r của đường tròn nội tiếp đa giác thường gặp

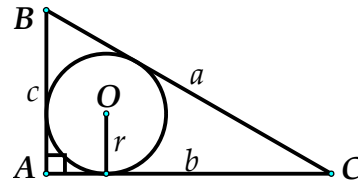
Hình vuông: $r = \frac{DC}{2}$.



Hình thoi $r = OH = \frac{OA \cdot OB}{AB}$.



Tam giác đều $r = MG = \frac{1}{3} AM = \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{6}$.

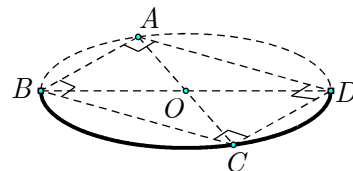


Tam giác vuông $r = \frac{b + c - a}{2}$.

Tổng quát cho mọi tam giác: $r = (p - a) \tan \frac{A}{2} = \dots$

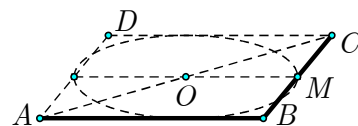
Bài mẫu số 13

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 6$, $AD = 8$ và góc giữa $A'C$ và $(ABCD)$ bằng 45° . Một hình nón có đỉnh là tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$. Tính thể tích khối nón tương ứng.



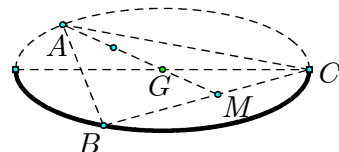
Bài mẫu số 14

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và góc giữa $A'C$ và đáy bằng 30° . Tính thể tích khối nón có đỉnh là tâm O' của $A'B'C'D'$ và đáy là đường tròn nội tiếp $ABCD$.



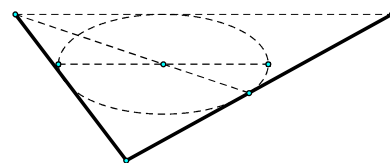
Bài mẫu số 15

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC .



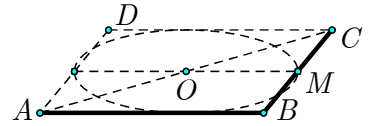
Bài mẫu số 16

Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tam giác ABC .

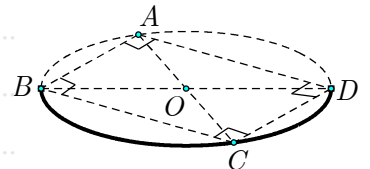


Bài mẫu số 17

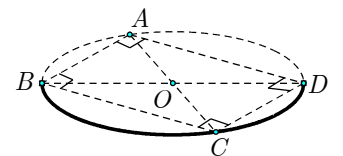
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh là S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

**Bài mẫu số 18**

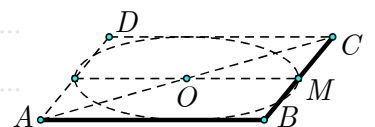
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Tính thể tích của khối nón có đỉnh là S , đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.

**Bài mẫu số 19**

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$, góc giữa mặt phẳng $(D'BC)$ và đáy $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

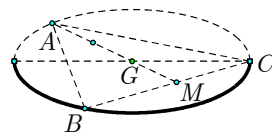
**Bài mẫu số 20**

Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S_1 + S_2$.

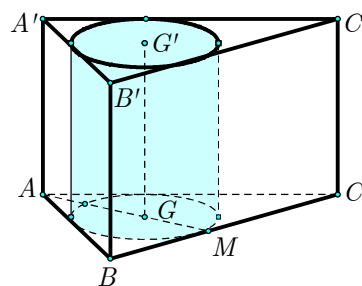


Bài mẫu số 21

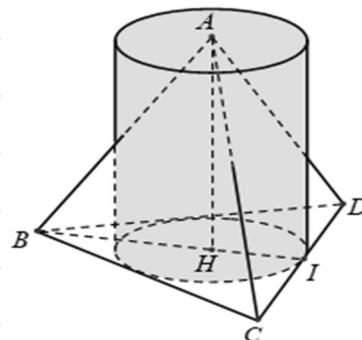
Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc giữa $(A'BC)$ và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 30° . Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

**Bài mẫu số 22**

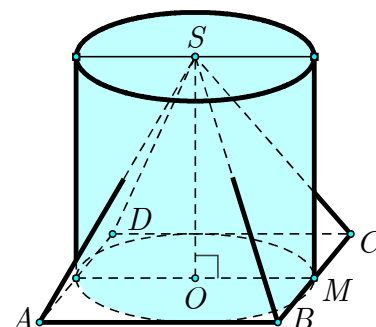
Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $3\sqrt{2}a/2$. Tính thể tích của hình trụ có hai đáy nội tiếp hình lăng trụ đã cho.

**Bài mẫu số 23**

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

**Bài mẫu số 24**

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 6. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao hình chóp $S.ABCD$ đỉnh S .

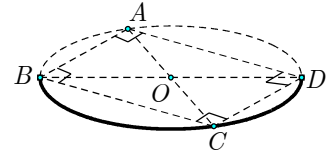


BÀI TẬP THỰC HÀNH



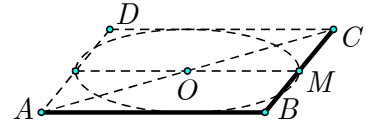
Câu 37. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 6$, $AD = 8$, $AA' = 12$. Một hình nón có đỉnh là tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$. Thể tích hình khối nón tương ứng bằng

- A. 125π .
 B. 75π .
 C. 100π .
 D. 200π .



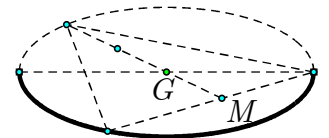
Câu 38. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương cạnh 1m chứa đầy nước. Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

- A. π .
 B. $\frac{\pi}{12 - \pi}$.
 C. $\frac{\pi}{12}$.
 D. $\frac{11}{12}$.



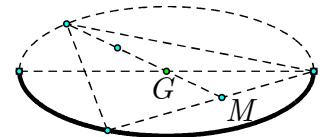
Câu 39. (THPT QG 2017 – Mã đề 102) Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD bằng

- A. $6\pi a^2$.
 B. $3\sqrt{3}\pi a^2$.
 C. $12\pi a^2$.
 D. $6\sqrt{3}\pi a^2$.



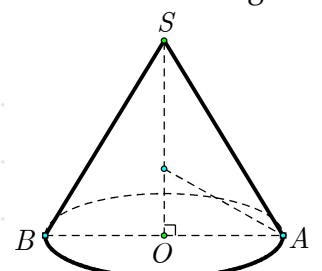
Câu 40. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $\pi\sqrt{3}a^2$.
 B. $\pi\sqrt{7}a^2$.
 C. $\frac{\pi\sqrt{10}a^2}{8}$.
 D. $\frac{\pi\sqrt{7}a^2}{6}$.



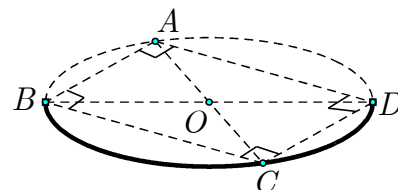
Câu 41. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 103) Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp là 1. Thể tích của khối nón giới hạn bởi (N) bằng

- A. $9\sqrt{3}\pi$.
 B. 9π .
 C. $3\sqrt{3}\pi$.
 D. 3π .



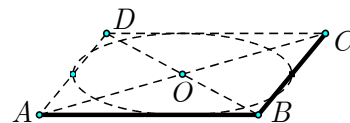
Câu 42. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$, đồng thời cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{6}\pi a^3$.
- B. $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi a^3$.
- C. $\frac{1}{3}\pi a^3$.
- D. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi a^3$.



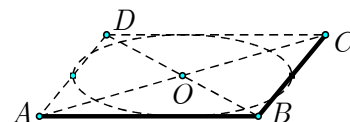
Câu 43. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O với $AC = 2a$, $BD = 2a\sqrt{3}$, $SO = a$ và $SO \perp (ABCD)$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.
- B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$.
- C. $\frac{\pi a^3}{4}$.
- D. πa^3 .



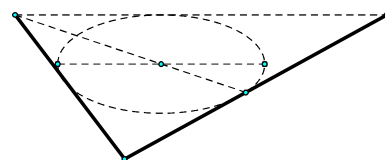
Câu 44. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh $2a$, góc $\widehat{ADC} = 60^\circ$, SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SO = a$. Thể tích của khối nón (N) có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}\pi a^3}{12}$.
- B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.
- C. $\frac{\pi a^3}{4}$.
- D. $2\pi a^3$.



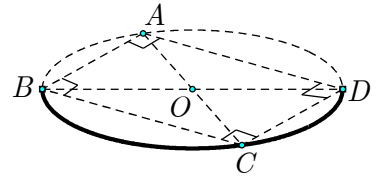
Câu 45. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình nón đỉnh S . Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và có $AB = BC = 10$, $AC = 12$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° . Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. $9\pi a^3$.
- B. $27\pi a^3$.
- C. $3\pi a^3$.
- D. $12\pi a^3$.



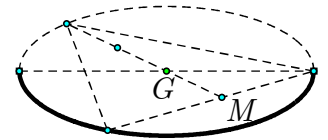
Câu 46. (Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 104) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8$, $CD = 6$, $AC' = 12$. Diện tích toàn phần của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng

- A. 576π .
 B. $10(2\sqrt{11} + 5)\pi$.
 C. 26π .
 D. $5(4\sqrt{11} + 4)\pi$.



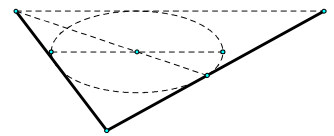
Câu 47. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$ và có hai đáy là hai tam giác nội tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ ($\mathcal{C}$). Thể tích của khối trụ ($\mathcal{C}$) bằng

- A. πa^3 .
 B. $3\pi a^3$.
 C. $6\pi a^3$.
 D. $3\sqrt{3}\pi a^3$.



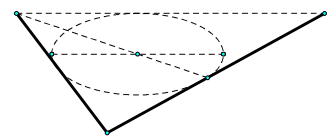
Câu 48. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $4a$. Thể tích của hình trụ có hai đáy nội tiếp hình lăng trụ bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{18}$.
 B. $\frac{\pi a^3}{6}$.
 C. πa^3 .
 D. $\frac{\pi a^3}{12}$.



Câu 49. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = 3a$, $AC = 4a$ và $AA' = 8a$. Thể tích của hình trụ có hai đáy nội tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{8\pi a^3}{3}$.
 B. $8\pi a^3$.
 C. $\frac{\pi a^3}{12}$.
 D. $\frac{\pi a^3}{6}$.



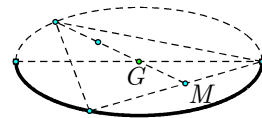
Câu 50. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 4, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng chiều cao hình chóp bằng

A. 8π .

B. $8\sqrt{2}\pi$.

C. 16π .

D. $8\sqrt{3}\pi$.



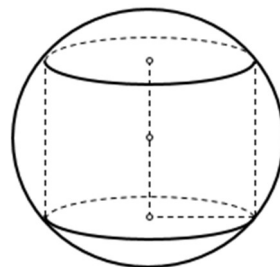
Câu 51. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình trụ, trục $OO' = 2a$ và chu vi đáy bằng $4\pi a$. Thể tích hình cầu đi qua hai đáy của hình trụ bằng

A. $\frac{4\sqrt{5}\pi a^3}{3}$.

B. $3\sqrt{5}\pi a^3$.

C. $7\sqrt{5}\pi a^3$.

D. $\frac{20\sqrt{5}\pi a^3}{3}$.



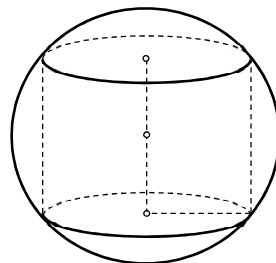
Câu 52. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình trụ có chiều cao bằng 4 nội tiếp trong hình cầu bán kính bằng 3. Thể tích của khối trụ này bằng

A. 40π .

B. 20π .

C. 36π .

D. $\frac{20\pi}{3}$.



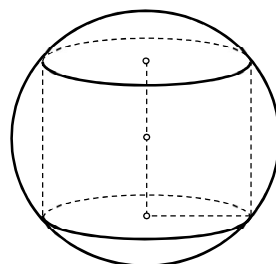
Câu 53. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $4\pi R^2$.

B. $2\pi R^2$.

C. $2\sqrt{2}\pi R^2$.

D. $\sqrt{2}\pi R^2$.



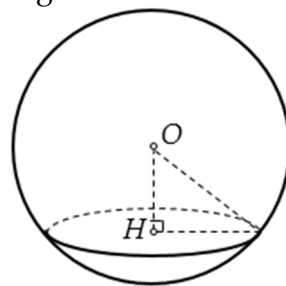
Câu 54. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho mặt cầu (S) tâm O , $R = 3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H . Gọi A là giao điểm của tia HO với (S) . Thể tích của khối nón có đỉnh A và đáy là hình tròn (C) bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$.

B. 16π .

C. 32π .

D. $\frac{16\pi}{3}$.



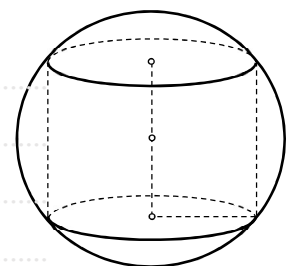
Câu 55. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Hình trụ $(\mathcal{C})$ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình trụ $(\mathcal{C})$ bằng

A. $72\sqrt{2}\pi a^3$.

B. $18\pi a^3$.

C. $9\sqrt{2}\pi a^3$.

D. $6\pi a^3$.



Dạng toán 5: Khối cầu ngoại tiếp khối đa diện**Nhóm 1. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với đáy**

☆☆☆

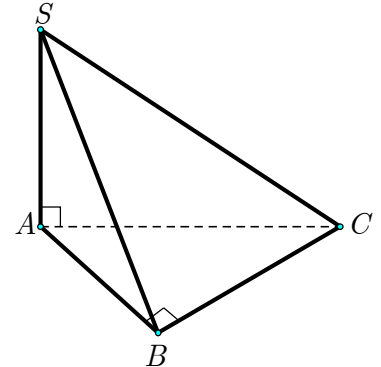
Câu 56. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60° . Diện tích mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $8\pi a^2$.

B. $\frac{32\pi}{3} a^2$.

C. $\frac{8\pi}{3} a^2$.

D. $4\pi a^2$.



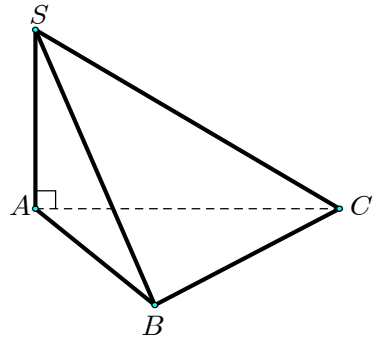
Câu 57. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, ABC là tam giác cân tại A và $AB = a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $SA = 2a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. a .

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a$.

D. $a\sqrt{2}$.



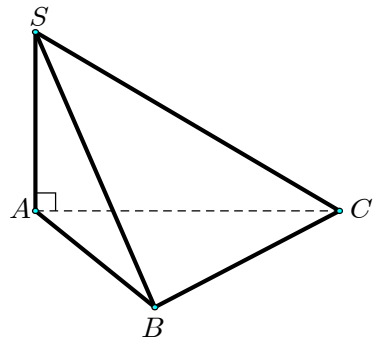
Câu 58. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 101 – Câu 42) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{172\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{76\pi a^2}{3}$.

C. $84\pi a^2$.

D. $\frac{172\pi a^2}{9}$.



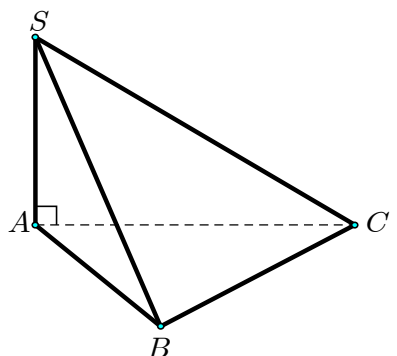
Câu 59. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 1 – Mã đề 104 – Câu 41) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{19\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{19\pi a^2}{9}$.

D. $13\pi a^2$.



Nhóm 2. Hình chóp đều

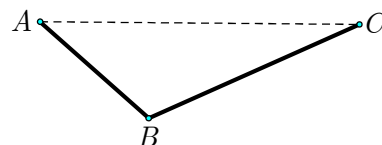
Câu 60. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.



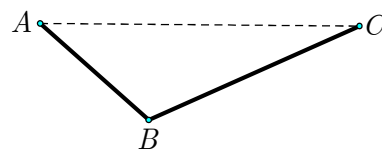
Câu 61. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{4a}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a}{3}$.



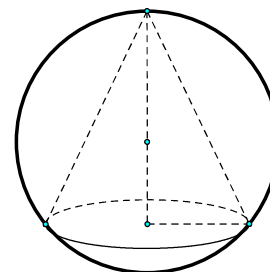
Câu 62. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 101 – Câu 39) Cho hình nón (N) có đỉnh S , bán kính đáy bằng $\sqrt{2}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi $(\mathcal{C})$ là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của $(\mathcal{C})$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a$.

B. $\sqrt{14}a$.

C. $\frac{4\sqrt{14}}{7}a$.

D. $\frac{8\sqrt{14}}{7}a$.



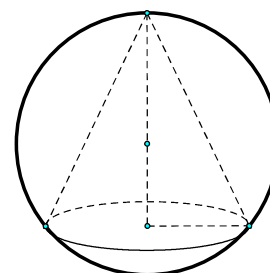
Câu 63. (Đề thi TN THPT năm 2020 lần 2 – Mã đề 104 – Câu 39) Cho hình nón (N) có đỉnh S , bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{2}a$. Gọi $(\mathcal{C})$ là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của $(\mathcal{C})$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{7}a}{7}$.

B. $\frac{4a}{3}$.

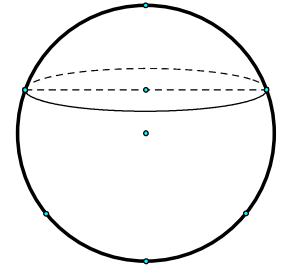
C. $\frac{8\sqrt{7}a}{7}$.

D. $\sqrt{7}a$.



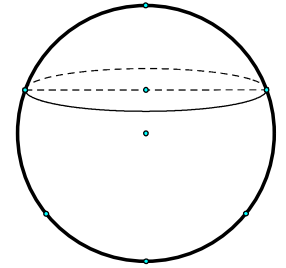
Câu 64. (Đề thi TN THPT năm 2022 – Mã đề 101 – Câu 43) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

- A. 64π .
B. 256π .
C. 192π .
D. 96π .



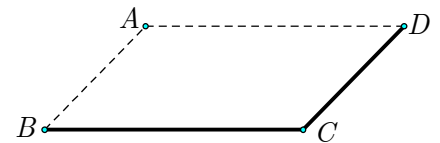
Câu 65. (Đề thi TN THPT năm 2022 – Mã đề 103 – Câu 42) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và có chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

- A. 144π .
B. 108π .
C. 48π .
D. 96π .



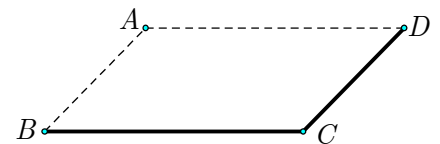
Câu 66. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\pi a^2}{3}$.
B. $4\pi a^2$.
C. $6\pi a^2$.
D. $\frac{16\pi a^2}{3}$.



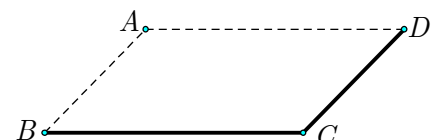
Câu 67. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
B. $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$.
C. $a\sqrt{3}$.
D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.



Câu 68. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 1 và góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\pi}{3}$.
B. $\frac{3\pi}{4}$.
C. $\frac{2\pi}{3}$.
D. $\frac{9\pi}{4}$.

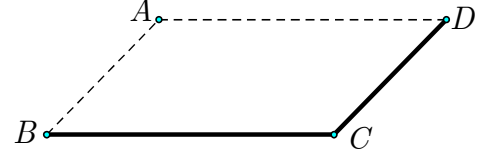


Thóm 3. Hình chóp có mặt bên vuông góc với mặt phẳng đáy



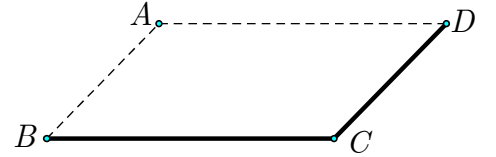
Câu 69. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SH \perp AB$ và đường cao $SH = a\sqrt{5}$. Góc giữa AB và (SAD) là 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{160\pi a^2}{7}$.
- B. $20a^2\pi$.
- C. $30a^2\pi$.
- D. $\frac{160\pi a^2}{3}$.



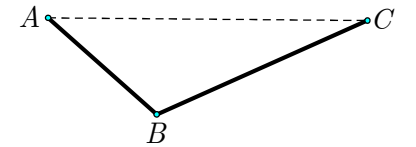
Câu 70. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng (SAD) là 60° , $SB = a\sqrt{3}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{25\pi\sqrt{2}}{3}a^3$.
- B. $\frac{a^3\pi\sqrt{2}}{3}$.
- C. $\frac{a^3\pi}{13}$.
- D. $\frac{25a^3\pi}{3}$.



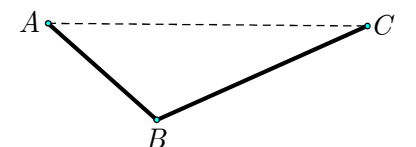
Câu 71. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy là 60° , $SA = a\sqrt{3}$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $a\sqrt{3}$.
- B. $a\sqrt{5}$.
- C. $3a$.
- D. $5a$.



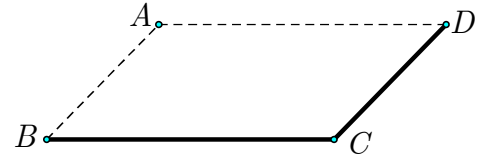
Câu 72. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $SA = 2a$ và khoảng cách từ S đến mặt phẳng đáy bằng $2\sqrt{5}a/3$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $64\pi a^2$.
- B. $4\pi a^2$.
- C. $164\pi a^2$.
- D. $150\pi a^2$.



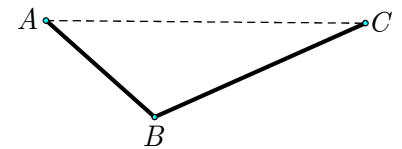
Câu 73. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên (SAB) là tam giác cân nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}a$.
 B. $\frac{\sqrt{21}}{3}a$.
 C. $\sqrt{15}a$.
 D. $\frac{\sqrt{17}}{3}a$.



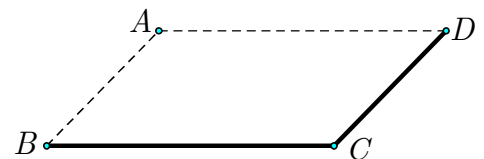
Câu 74. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C với $BC = a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy biết $SA = a$, $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $2a$.
 B. $\frac{a}{4}$.
 C. $\frac{a}{2}$.
 D. a .



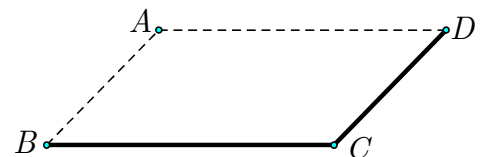
Câu 75. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 120^\circ$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{37}}{6}a$.
 B. $\sqrt{21}a$.
 C. $\frac{\sqrt{39}}{6}a$.
 D. $\frac{\sqrt{35}}{6}a$.



Câu 76. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 2, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ bằng

- A. $\frac{10\sqrt{15}}{27}\pi$.
 B. $\frac{20\sqrt{15}}{27}\pi$.
 C. $\frac{20\sqrt{3}}{9}\pi$.
 D. $\frac{40\sqrt{5}}{5}\pi$.

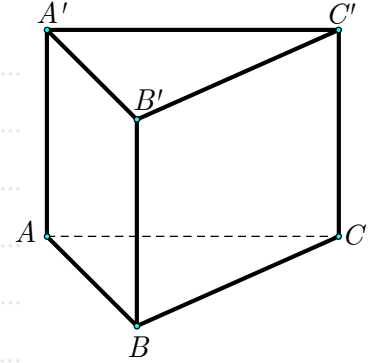


Nhóm 4. Hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình lăng trụ



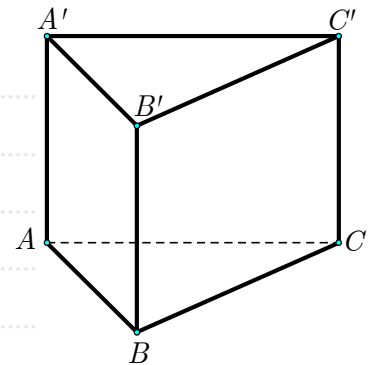
Câu 77. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân và $AB = AC = a$. Góc giữa $A'B$ và mặt đáy (ABC) bằng 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $BCC'A'$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
B. a .
C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
D. $\frac{a}{2}$.



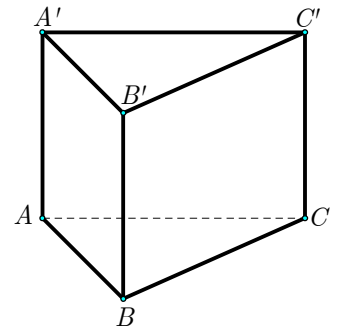
Câu 78. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = a\sqrt{3}$, góc ACB bằng 30° . Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'.ABC$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{8}$.
B. $\frac{a\sqrt{21}}{4}$.
C. $2a$.
D. $\frac{a\sqrt{21}}{2}$.



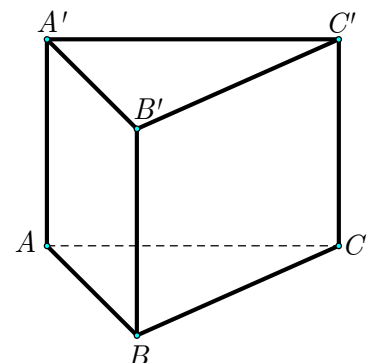
Câu 79. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB = 2a\sqrt{3}$. Đường chéo BC' tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc bằng 60° . Bán kính của mặt cầu tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a}{2}$.
B. a .
C. $\frac{3a}{2}$.
D. $2a$.



Câu 80. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = \sqrt{3}$ và $BC = 2$. Đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 45° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\pi}{2}$.
B. $\frac{3\pi}{2}$.
C. $\frac{9\pi}{8}$.
D. $\frac{3\pi}{8}$.



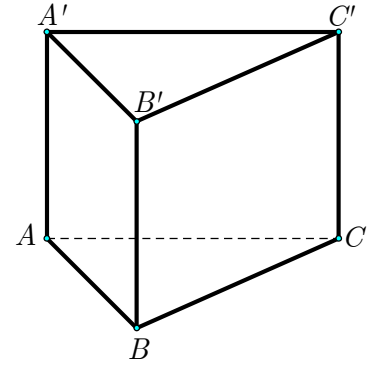
Câu 81. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a . Góc giữa đường chéo của một mặt bên và mặt phẳng đáy của lăng trụ bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{13}{3}\pi a^2$.

B. $\frac{5}{3}\pi a^2$.

C. $2\pi a^2$.

D. $\frac{5}{9}\pi a^2$.



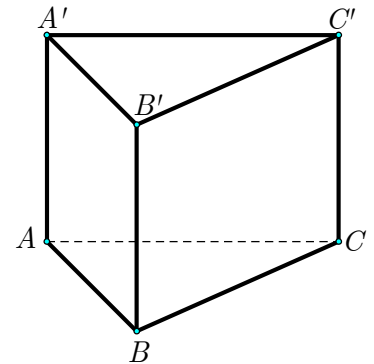
Câu 82. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A . Biết $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $4\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

C. $5\pi a^2$.

D. $3\pi a^2$.



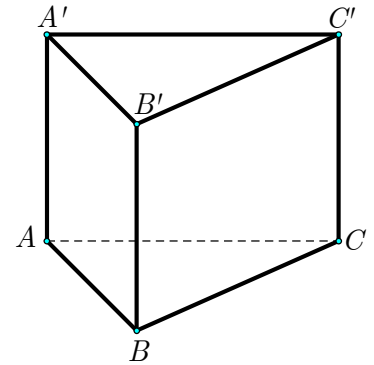
Câu 83. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân ở A , $AB = AC = a$, $AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện $AB'A'C'$ bằng

A. πa^3 .

B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $4\pi a^3$.

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.



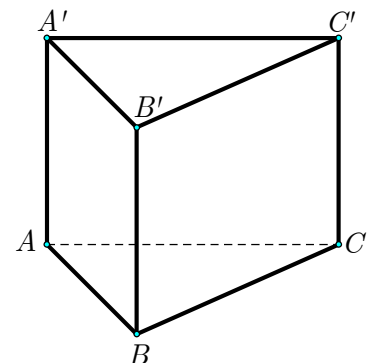
Câu 84. [MĐ3 – NTC – LVĐ] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ bằng 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Diện tích xung quanh của mặt cầu (S) bằng

A. $8\pi a^2$.

B. $\frac{16\pi a^2}{3}$.

C. $2\pi a^2$.

D. $\frac{8\pi a^2}{3}$.



Dạng toán 6: Bài toán cực trị trong nón trụ cầu

☆☆☆

☑ Một số vấn đề cần lưu ý:

- Đặt x là khoảng cách từ tâm mặt cầu I đến mặt phẳng đáy của khối đa diện nội tiếp mặt cầu. Tính toán các yếu tố đường cao, bán kính đưa về ẩn x , sử dụng bất đẳng thức Cauchy (AM – GM) hoặc khảo sát hàm số để tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất theo yêu cầu của bài toán.
- **Nhận xét sự tương đồng trong bài toán tìm giá trị lớn nhất:**
 - Các khối nón, khối chóp tứ giác đều, khối chóp tam giác đều nội tiếp mặt cầu có điểm chung là thể tích của chúng lớn nhất khi mặt đáy cách tâm cầu I một khoảng $x = R/3$ và chiều cao $h = 4R/3$.
 - Các khối trụ, khối lăng trụ tam giác đều và khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có điểm chung là thể tích của chúng lớn nhất khi mặt đáy cách tâm cầu I một khoảng $x = R\sqrt{3}/3$ và $h = 2R\sqrt{3}/3$.

BÀI TẬP THỰC HÀNH

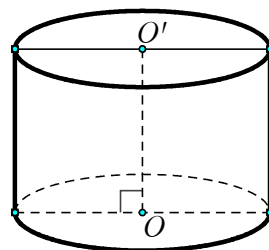
Câu 85. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình trụ có thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chu vi là 12cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là

A. $64\pi \text{ cm}^3$.

B. $16\pi \text{ cm}^3$.

C. $32\pi \text{ cm}^3$.

D. $8\pi \text{ cm}^3$.



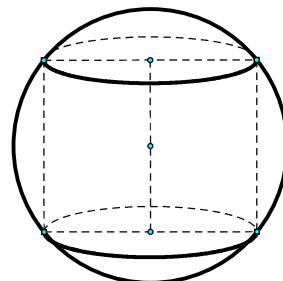
Câu 86. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng a . Gọi V là thể tích của khối trụ có hai đường tròn đáy đều nằm trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của V bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.

B. $\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi a^3$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi a^3$.



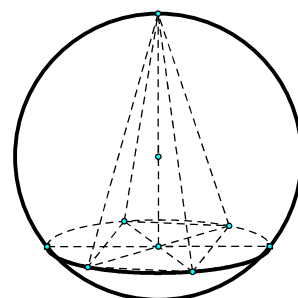
Câu 87. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Khối chóp có thể tích lớn nhất bằng

A. $576\sqrt{2}$.

B. 144.

C. $144\sqrt{2}$.

D. 576.



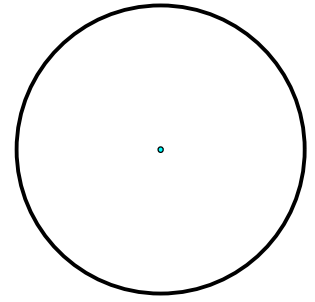
Câu 88. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 3 và qua các điểm A, B, C, D sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau. Thể tích tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}}{9}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}}{54}$.

D. $2\sqrt{3}$.



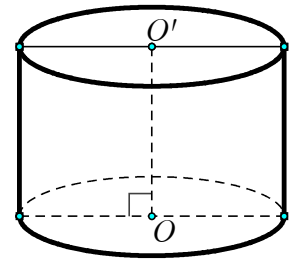
Câu 89. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Nam muốn xây một bình chứa hình trụ ($\mathcal{C}$) có thể tích 72m^3 . Đáy làm bằng bê tông giá 100 nghìn đồng/ m^2 , thành làm bằng tôn giá 90.000 đồng/ m^2 , nắp bằng nhôm giá 140.000 đồng/ m^2 . Vậy đáy của hình trụ ($\mathcal{C}$) có bán kính bằng bao nhiêu để chi phí xây dựng là thấp nhất ?

A. $\frac{3}{2\sqrt[3]{\pi}}\text{m}$.

B. $\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}\text{m}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{\pi}}\text{m}$.

D. $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}\text{m}$.



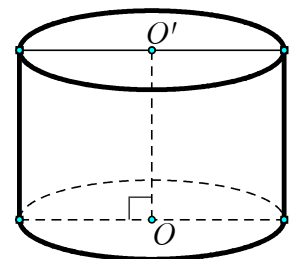
Câu 90. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp đáy với thể tích là $k > 0$ (m^3). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất ?

A. $r = \sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$.

B. $r = \sqrt[3]{\frac{2\pi}{k}}$.

C. $r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$.

D. $r = \sqrt[3]{\frac{k}{2}}$.



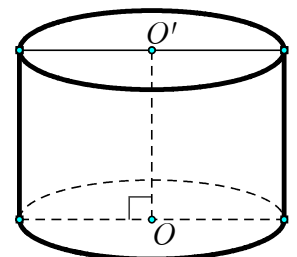
Câu 91. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Một công ty sản xuất hộp đựng sữa loại 900 gam dạng hình trụ có thể tích V không đổi. Giá thành của vật liệu làm đáy hộp và vỏ xung quanh của hộp là bằng nhau và bằng một nửa giá thành của vật liệu làm nắp hộp. Hỏi tỉ lệ chiều cao h và bán kính R của hộp đựng sữa bằng bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất ?

A. $\frac{h}{R} = 2$.

B. $\frac{h}{R} = \sqrt{2}$.

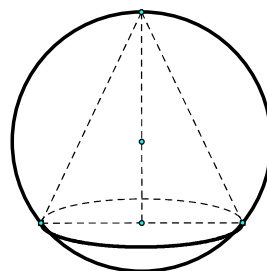
C. $\frac{h}{R} = \sqrt{3}$.

D. $\frac{h}{R} = 3$.



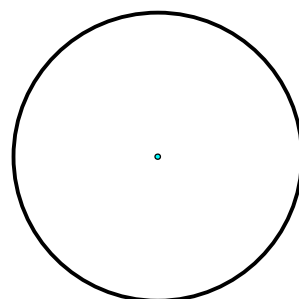
Câu 92. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính $R = 5a$. Gọi A là điểm bất kì thuộc mặt cầu, mặt phẳng đi động (P) vuông góc với bán kính IA tại H và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Khi đó thể tích lớn nhất của khối nón có đỉnh I , đáy là đường tròn (C) bằng

- A. $\frac{125\pi\sqrt{3}}{9}a^3$.
 B. $25\pi\sqrt{3}a^3$.
 C. $\frac{250\pi\sqrt{3}}{9}a^3$.
 D. $\frac{250\pi\sqrt{3}a^3}{27}$.



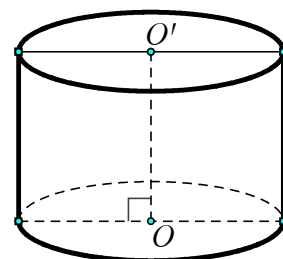
Câu 93. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho khối cầu (S) tâm O bán kính R và hai mặt phẳng song song với nhau cắt khối cầu tạo thành hai hình tròn (C_1), (C_2) cùng bán kính. Diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn, đáy trùng với hình tròn còn lại. Khi đó thể tích khối trụ có hai đáy là hai hình tròn (C_1), (C_2) bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi R^3$.
 B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi R^3$.
 C. $\frac{\sqrt{3}}{9}\pi R^3$.
 D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi R^3$.



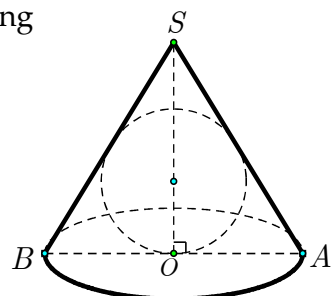
Câu 94. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Một công ty chuyên sản xuất chậu trồng cây có dạng hình trụ không có nắp, chậu có thể tích $0,5\text{m}^3$. Biết giá vật liệu để làm 1m^2 mặt xung quanh chậu là 200.000 đồng, để làm 1m^2 đáy chậu là 300.000 đồng (giả sử bề dày của vật liệu là không đáng kể). Số tiền vật liệu ít nhất mà công ty phải bỏ ra để làm một chậu gần nhất với số nào dưới đây ?

- A. 1.006.000 đồng.
 B. 725.000 đồng.
 C. 798.000 đồng.
 D. 634.000 đồng.



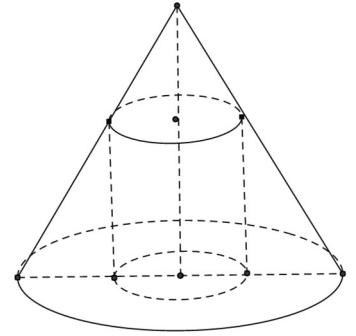
Câu 95. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình nón (N) có bán kính đáy r và chiều cao h . Một mặt cầu (S) tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và tiếp xúc với đáy nón, có tâm cầu nằm trong hình nón và bán kính $R = 3$. Thể tích của khối nón (N) lớn nhất bằng

- A. 72π .
 B. $36\pi\sqrt{3}$.
 C. 54π .
 D. 96π .



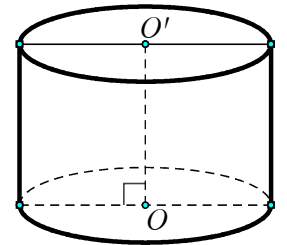
Câu 96. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình nón có chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Xét hình trụ nội tiếp hình nón sao cho thể tích khối trụ lớn nhất. Khi đó bán kính đáy của khối trụ bằng

- A. $\frac{R}{3}$.
B. $\frac{2R}{3}$.
C. $\frac{3R}{4}$.
D. $\frac{R}{2}$.



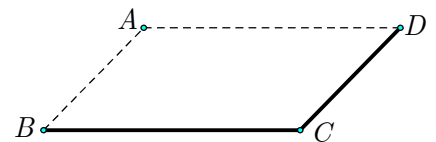
Câu 97. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Một thợ cơ khí muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là một tấm tôn hình tam giác đều MNP có cạnh bằng $1,2\text{m}$. Người đó cắt mảnh tôn hình chữ nhật $ABCD$ từ tấm tôn nguyên liệu (với C, D thuộc cạnh NP và A, B tương ứng thuộc các cạnh MN, MP) để tạo thành hình trụ có chiều cao BC . Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà người đó có thể làm được gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 17650 cm^3 .
B. 21200 cm^3 .
C. 14000 cm^3 .
D. 20210 cm^3 .



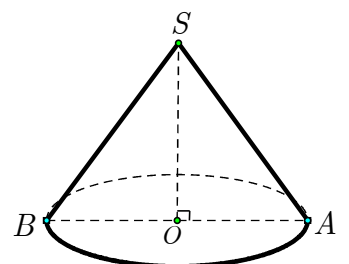
Câu 98. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Một mặt phẳng thay đổi, vuông góc với cắt SO, SA, SB, SC, SD lần lượt tại I, M, N, P, Q . Một hình trụ có một đáy nội tiếp tứ giác $MNPQ$ và một đáy nằm trên hình vuông $ABCD$. Khi thể tích khối trụ lớn nhất thì độ dài SI bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.
B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
D. $\frac{a}{3}$.



Câu 99. [MĐ4 – NTC – LVĐ] Một hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Thiết diện qua đỉnh của hình nón là một tam giác. Diện tích lớn nhất của thiết diện bằng

- A. $2a^2$.
B. $\sqrt{2}a^2$.
C. $4a^2$.
D. $\frac{9a^2}{8}$.



MỤC LỤC

Trang

Chương 2. Mặt nón, Mặt trụ, Mặt cầu cơ bản	1
§ 1. Mặt nón cơ bản	1
Dạng toán 1. Xác định các yếu tố cơ bản của khối nón	1
Dạng toán 2. Khối nón nội tiếp, ngoại tiếp khối đa diện	4
§ 2. Mặt trụ cơ bản	7
Dạng toán 1. Xác định các yếu tố cơ bản của khối trụ	7
Nhóm bài toán diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích	7
Nhóm bài toán thiết diện	8
Nhóm bài toán xoay hình	11
Nhóm bài toán thực tế	13
Dạng toán 2. Hình trụ ngoại tiếp, nội tiếp khối đa diện, khối nón	14
§ 3. Mặt cầu cơ bản	16
Dạng toán 1. Xác định các yếu tố cơ bản của khối cầu	16
Dạng toán 2. Mặt cầu nội tiếp, ngoại tiếp hình trụ	18
Dạng toán 3. Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện	19
Ôn dụng, Ôn dụng cao nón trụ và cầu	23
Dạng toán 1. Bài toán thiết diện	23
Nhóm 1. Thiết diện qua đỉnh của khối nón	23
Nhóm 1. Thiết diện song song với trục của khối trụ	26
Dạng toán 2. Bài toán xoay hình tạo khối tròn xoay	29
Dạng toán 3. Bài toán thực tế liên quan đến nón trụ cầu	33
Dạng toán 4. Khối nón nội tiếp, ngoại tiếp khối trụ, khối cầu, khối đa diện	37
Dạng toán 5. Khối cầu ngoại tiếp khối đa diện	45
Nhóm 1. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với đáy	45
Nhóm 2. Hình chóp đều	46
Nhóm 3. Hình chóp có mặt bên vuông góc với mặt đáy	48
Nhóm 4. Hình lập phương, hình hộp chữ nhật và lăng trụ	50
Dạng toán 6. Bài toán cực trị trong nón trụ cầu	52

BẢNG ĐÁP ÁN NÓN TRỤ CẦU VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO

1.A	2.A	3.D	4.B	5.D	6.D	7.D	8.C	9.B	10.D
11.A	12.D	13	14.D	15.B	16.A	17.A	18.C	19.A	20.A
21.A	22.D	23.D	24.C	25.B	26.B	27.C	28.D	29.A	30.B
31.D	32.D	33.B	34.D	35.C	36.C	37.C	38.B	39.B	40.B
41.D	42.C	43.A	44.A	45.A	46.B	47.A	48.C	49.B	50.C
51.D	52.B	53.B	54.A	55.C	56.A	57.D	58.A	59.B	60.B
61.A	62.C	63.A	64.B	65.A	66.B	67.D	68.D	69.D	70.B
71.A	72.C	73.B	74.D	75.C	76.B	77.A	78.B	79.D	80.A
81.A	82.C	83.B	84.A	85.D	86.B	87.D	88.B	89.B	90.C
91.D	92.D	93.A	94.D	95.A	96.B	97.A	98.C	99.A	

Chúc các trò ôn tập tốt và đạt điểm cao trong kỳ thi sắp đến !

(Nhóm toán thầy Lê Văn Đoàn)

