

Câu 1. (1,0 điểm). Khảo sát sự biến và vẽ đồ thị của hàm số : $y = \frac{2x-3}{x-1}$

Câu 2. (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x-1)e^x$ trên đoạn $[-1 ; 1]$

Câu 3. (1,0 điểm).

a) Cho số phức Z thỏa mãn : $(1+2i)z + (2-3i)\bar{z} = -2-2i$. Tính môđun của $w = 1+z+z^2$.

b) Giải bất phương trình : $2\log_4(x-3) + \log_2(x-1) \geq 3$.

Câu 4. (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (\sqrt{1+3x^2} + e^x) x dx$.

Câu 5. (1 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) : $2x+y-2z+9=0$ và

đường thẳng $d : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm I thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ I đến

mặt phẳng (P) bằng 2. Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A vuông góc với d và nằm trong mặt phẳng (P).

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình : $\sin x - \sqrt{3} \cos x + 2 = 4 \cos^2 x$.

b) Xét tập hợp E gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số $\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp E. Tính xác suất để phần tử được chọn là một số chia hết cho 5.

Câu 7. (1 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc BAD bằng 60° , gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) là điểm H, sao cho H là trung điểm của BI. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, SC.

Câu 8. (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD có hai đáy là AB và CD

($AB < CD$). Biết $AB = BC$, tọa độ điểm $A(2 ; 3)$, đường phân giác trong góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC có

phương trình $d : x - y - 1 = 0$, hình chiếu vuông góc của đỉnh B trên đường thẳng CD là điểm $H\left(\frac{29}{5} ; \frac{8}{5}\right)$

.Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D biết diện tích hình thang ABCD bằng 12.

Câu 9 (1 điểm). Giải phương trình : $2(1-x)\sqrt{x^2+2x-1} = x^2 - 2x - 1$

Câu 10 (1 điểm). Cho ba số thực $x, y, z \in [1 ; 2]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{4z}{x+y} + \frac{z^2+4xy}{(x+y)^2}$

.....Hết.....

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1			1,0 điểm
		- Tập xác định $D = \mathbf{R} \setminus \{1\}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$; tiệm cận đứng $x = 1$	0,25
		$y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$	0,25
		Bảng biến thiên Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1), (1; +\infty)$ Điểm đặc biệt $(0; 3), \left(\frac{3}{2}; 0\right)$	0,25
		Vẽ đồ thị	0,25
2			1,0 điểm
		Hàm số xác định và liên tục trên $[-1; 1]$; $f'(x) = e^x + (x-1)e^x = xe^x$	0,25
		$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in (-1; 1)$	0,25
		$f(0) = -1$; $f(-1) = -\frac{2}{e}$; $f(1) = 0$	0,25
		Kết luận $\min_{[-1;1]} f(x) = f(0) = -1$; $\max_{[-1;1]} f(x) = f(1) = 0$	0,25
3			1,0 điểm
	a)		0,5 điểm
		Gọi $z = x + iy$, $(x, y \in \mathbf{R})$.Hệ thức trở thành $(1+2i)(x+yi) + (2-3i)(x-yi) = -2-2i$ (1) $(1) \Leftrightarrow (3x-5y) + (-x-y)i = -2-2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5y = -2 \\ -x-y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy $z = 1+i$	0,25
		Do đó $w = 1+z+z^2 = 1+(1+i)+(1+i)^2 = 2+3i \Rightarrow w = \sqrt{13}$	0,25
	b)		0,5 điểm
		$2\log_4(x-3) + \log_2(x-1) \geq 3$ (1) ĐK $\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$ $(1) \Leftrightarrow \log_2(x-3) + \log_2(x-1) \geq 3 \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-1)] \geq 3$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 5 \end{cases}$.So điều kiện ta được $x \geq 5$	

		Tập nghiệm bất phương trình $S = [5 ; +\infty)$	0,25
4			1,0 điểm
		$I = \int_0^1 x \cdot \sqrt{1+3x^2} dx + \int_0^1 x e^x dx = I_1 + I_2$	0,25
		I_1 : Đặt $t = \sqrt{1+3x^2} \Rightarrow t^2 = 1+3x^2 \Rightarrow 2t dt = 6x dx \Rightarrow x dx = \frac{t}{3} dt$ Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = 2$ $I_1 = \int_1^2 t \cdot \frac{t}{3} dt = \left(\frac{t^3}{9} \right) \Big _1^2 = \frac{7}{9}$	0,25
		I_2 : Đặt $\begin{cases} u = x \\ v' = e^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = 1 \\ v = e^x \end{cases}$ $I_2 = (x e^x) \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - (e^x) \Big _0^1 = 1$	0,25
		Vậy $I = \frac{7}{9} + 1 = \frac{16}{9}$	0,25
5			1,0 điểm
		$I \in d \Rightarrow I(1-t ; -3+2t ; 3+t)$ $d(I, (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{ 2(1-t) + (-3+2t) - 2(3+t) + 9 }{\sqrt{9}} = 2$	0,25
		$\Leftrightarrow 2-2t = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1(3 ; -7 ; 1) \\ I_2(-3 ; 5 ; 7) \end{cases}$	0,25
		$d \cap (P) = \{A\}$.Giải đúng $A(0 ; -1 ; 4)$	0,25
		Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (-5 ; 0 ; -5)$ Phương trình Δ : $\begin{cases} x = -5t \\ y = -1 \\ z = 4 - 5t \end{cases}$	0,25
6			1,0 điểm
	a)		0,5 điểm
		$\sin x - \sqrt{3} \cos x + 2 = 4 \cos^2 x \quad (1)$ $(1) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = -\cos 2x \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos(\pi - 2x)$	0,25
		Nghiệm phương trình : $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}$; $x = \frac{7\pi}{6} - k2\pi$	0,25
	b)		0,5 điểm
		Số phần tử của tập E chính là số phần tử của không gian mẫu	

		$ \Omega = A_8^5 - A_7^4 = 5880$	0,25
		Gọi A là biến cố chọn được một số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5. Số phần tử thuận lợi cho biến cố A là : $\Omega_A = A_7^4 + 6A_6^3 = 1560$ Xác suất của biến cố A là : $P(A) = \frac{1560}{5880} = \frac{13}{49}$	0,25
7			1,0 điểm
		Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC = hc_{(ABCD)}SC$ Vậy $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCH} = 45^\circ$ Tam giác SHC vuông cân tại H , nên SH = HC Tam giác ABD cân tại B có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên là tam giác đều $IH = \frac{IB}{2} = \frac{a}{4}, IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $SH = HC = \sqrt{IC^2 + IH^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$	0,25
		$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \left(\frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}$	0,25
		Trong mp(ABCD) .Kẻ $HF \perp CD$. Chứng minh $(SCD) \perp (SHF)$ Trong mp(SHF) .Kẻ $HK \perp SF \Rightarrow d(H; (SCD)) = HK$ $BD = a \Rightarrow DH = \frac{3}{4}a; HF = HD \sin \widehat{HDF} = \frac{3a\sqrt{3}}{8}$	0,25
		$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HF^2} + \frac{1}{HS^2} \Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{39}}{4\sqrt{79}}a$ $AB // CD \Rightarrow AB // mp(SCD)$ $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(B, (SCD))$ Mà $\frac{d(B, (SCD))}{d(H; (SCD))} = \frac{BD}{HD} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{4}{3} d(H, (SCD)) = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}a$ Kết luận $d(AB, SC) = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}a$	0,25
8			1,0 điểm
		Tam giác ABC cân tại B , nên AC vuông góc với đường thẳng d , suy ra phương trình AC : $x + y - 5 = 0$	

		Gọi I là giao điểm của AC và đường thẳng d Tọa độ I là nghiệm hệ : $\begin{cases} x+y-5=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow I(3; 2)$ I trung điểm AC , nên $C(4, 1)$	0,25
		Đường thẳng BH qua H nhận $\overrightarrow{HC} = \left(\frac{-9}{5}; \frac{-3}{5} \right)$, nên đường thẳng BH có phương trình : $3x + y - 19 = 0$. Khi đó tọa độ B là nghiệm hệ $\begin{cases} 3x+y-19=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow B(5; 4)$	0,25
		Ta có $AB = \sqrt{10}$, $BH = \frac{4\sqrt{10}}{5}$ $S_{ABCD} = \frac{1}{2}BH(AB + CD) \Rightarrow CD = 2\sqrt{10} = 2AB$	0,25
		Suy ra $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow D(-2; -1)$. Vậy: $B(5; 4), C(4; 1), D(-2; -1)$	0,25
9			1,0 điểm
		$2(1-x)\sqrt{x^2+2x-1} = x^2 - 2x - 1$ ĐK: $\begin{cases} x \leq -1 - \sqrt{2} \\ x \geq -1 + \sqrt{2} \end{cases}$. Đặt $t = \sqrt{x^2+2x-1} \ (t \geq 0)$. Phương trình trở thành $t^2 - 2(1-x)t - 4x = 0$	0,25
		$\Delta' = (x+1)^2$, nghiệm phương trình : $\begin{cases} t = 1 - x + x + 1 = 2 \\ t = 1 - x - x - 1 = -2x \end{cases}$	0,25
		$t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x-1} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{6} \ (n) \\ x = -1 - \sqrt{6} \ (n) \end{cases}$	0,25
		$t = -2x \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x-1} = -2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 3x^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases}$. Phương trình vô nghiệm Tập nghiệm $S = \{-1 + \sqrt{6}; -1 - \sqrt{6}\}$	0,25
10			1,0 điểm
		$P = \frac{4z}{x+y} + \frac{z^2+4xy}{(x+y)^2}$ Ta có : $x+y \geq 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow 4xy \leq (x+y)^2$ $P = \frac{4z}{x+y} + \frac{z^2+4xy}{(x+y)^2} \leq \frac{4z}{x+y} + \frac{z^2+(x+y)^2}{(x+y)^2} = \left(\frac{z}{x+y} \right)^2 + 4 \left(\frac{z}{x+y} \right) + 1$	0,25

		Đặt $t = \frac{z}{x+y} \Rightarrow P = t^2 + 4t + 1$ Với $x, y, z \in [1; 2] \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x+y \leq 4 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} \leq \frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{2} \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases} \Rightarrow t \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$	0,25
		Xét hàm số : $f(t) = t^2 + 4t + 1$, $t \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$ $f'(t) = 2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \notin \left[\frac{1}{4}; 1\right]$; $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{33}{16}$; $f(1) = 6$ $\max_{t \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]} f(t) = f(1) = 6$	0,25
		Vậy $\max P = 6 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = z \\ x = y \\ x, y, z \in [1; 2] \end{cases} \Rightarrow (x; y; z) = (1; 1; 2)$	0,25