Bài 1. VÉCTƠ

A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm mở đầu:

✓ *Véctơ là một đoạn thẳng:*

- *Một đầu được xác định là gốc, còn đầu kia là ngọn.*
- *Hướng từ gốc đến ngọn gọi là hướng của véctơ.*
- *Độ dài của véctơ là độ dài đoạn thẳng xác định bởi điểm đầu và điểm cuối của véctơ.*

Ví dụ: Véctơ $\overrightarrow{AB}$:



- *Điểm gốc: A*
- *Điểm ngọn: B*
- *Phương (giá): đường thẳng AB*
- *Hướng: từ A đến B*
- *Độ dài (môđun : độ dài đoạn AB*

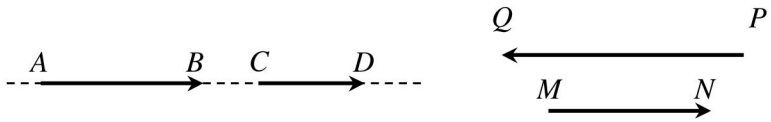
✓ *Véctơ có gốc A, ngọn B được kí hiệu là và độ dài của véctơ $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của véctơ. Ngoài ra, véctơ còn được kí hiệu bởi một chữ cái in thường phía trên có mũi tên như $\vec{a}, \vec{b}, \vec{v}, \vec{u}$ độ dài của $\vec{a}$ kí hiệu: $\left|\vec{a}\right|$.*

✓ *Véctơ "không", kí hiệu $\vec{0}$ là véctơ có:*

- *Điểm gốc và điểm ngọn trùng nhau.*
- *Độ dài bằng 0.*
- *Hướng bất kỳ*

✓ *Hai **véctơ cùng phương** khi chúng **cùng nằm trên một đường thẳng** hoặc nằm trên **hai đường thẳng song song**.*

Hai cặp véctơ ($\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$) và ($\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{PQ}$) được gọi là cùng phương.

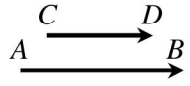


$$\overrightarrow{AB} \text{ cùng phương } \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} AB//CD \\ A,B,C,D \text{ thẳng hàng} \end{array}\right.$$

✓ ***Hướng của hai véctơ**: Hai véctơ cùng phương có thể cùng hướng hoặc ngược hướng. Ta chỉ xét hướng của hai véctơ khi chúng cùng phương.*

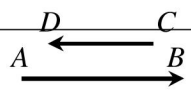
- *Hai véctơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ gọi là cùng hướng:*

$$\overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} AB//CD \\ \text{Hai tia } AB, CD \text{ cùng hướng} \end{cases}$$

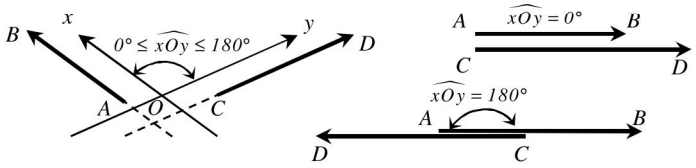


- *Hai véctơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ gọi là ngược hướng:*

$$\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} AB//CD \\ \text{Hai tia } AB, CD \text{ ngược hướng} \end{cases}$$



✓ ***Góc của hai véctơ*** $\overrightarrow{AB}$ *và* $\overrightarrow{CD}$ *là góc tạo bởi hai tia Ox, Oy lần lượt cùng hướng với hai tia AB và CD. Nghĩa là:* $\widehat{xOy} = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right)$.



- *Khi* $\overrightarrow{AB}$ *và* $\overrightarrow{CD}$ *không cùng hướng thì* $0° \le \widehat{xOy} \le 180°$
- *Khi* $\overrightarrow{AB}$ *và* $\overrightarrow{CD}$ *cùng hướng thì* $\widehat{xOy} = 0°$
- *Khi* $\overrightarrow{AB}$ *và* $\overrightarrow{CD}$ *ngược hướng thì* $\widehat{xOy} = 180°$

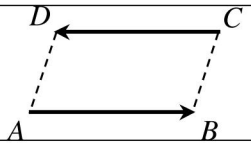
✓ ***Hai véctơ bằng nhau*** *khi và chỉ khi chúng* ***cùng hướng*** *và có* ***độ dài bằng nhau***.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{CD} \text{ cùng hướng} \\ \left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{CD}\right| \text{ hay } AB = CD \end{cases}$$



✓ ***Hai véctơ đối nhau*** *khi và chỉ khi chúng* ***ngược hướng*** *và có* ***độ dài bằng nhau***.

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{CD} \text{ ngược hướng} \\ \left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{CD}\right| \text{ hay } AB = CD \end{cases}$$

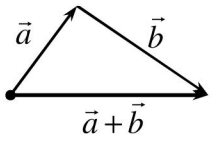


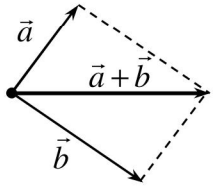
2. *Các phép toán trên vectơ:*

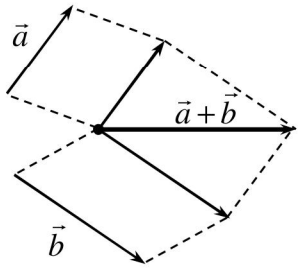
a) Tổng của hai véctơ:

- ***Định nghĩa*** *phép cộng 2 véctơ* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$ *là véctơ* $\vec{a}+\vec{b}$, *được xác định tùy theo vị trí của 2 véctơ này. Có 3 trường hợp:*

① $\vec{a}+\vec{b}$ *nối đuôi* ② $\vec{a}+\vec{b}$ *cùng điểm gốc* ③ $\vec{a}+\vec{b}$ *là 2 véctơ bất kỳ*







$\vec{a}+\vec{b}$ *được cộng theo* ***quy tắc 3 điểm***

$\vec{a}+\vec{b}$ *được cộng theo* ***quy tắc hình bình hành***

$\vec{a}+\vec{b}$ *được cộng theo* ***2 trường hợp trên***

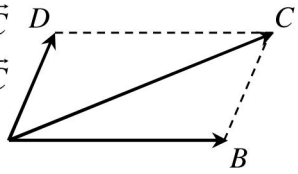
✓ *Qui tắc ba điểm: (Qui tắc tam giác hay qui tắc Chasles)*

- *Với ba điểm bất kỳ A, B, C ta có:* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$.
- *Qui tắc 3 điểm còn được gọi là hệ thức Chasles dùng để cộng các véctơ liên tiếp, có thể mở rộng cho trường hợp nhiều véctơ như sau:*

$$\overrightarrow{A_1A_n} = \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_3A_4} + \ldots + \overrightarrow{A_{n-1}A_n}$$

✓ *Qui tắc hình bình hành:*

Cho hình bình hành ABCD thì" $\begin{bmatrix} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} \end{bmatrix}$ *và* $\begin{bmatrix} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \end{bmatrix}$



- *Qui tắc hình bình hành dùng để* ***cộng các véctơ chung gốc***.

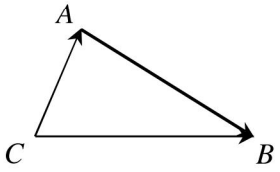
✍ ***Lưu ý: phép cộng véctơ*** *không phải* ***là phép*** *cộng độ dài* ***các véctơ.***

- ***Tính chất:***
  - ✓ *Giao hoán:* $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
  - ✓ *Kết hợp:* $\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\left(\vec{a}+\vec{c}\right)+\vec{b}$
  - ✓ *Cộng với véctơ đối:* $\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$.
  - ✓ *Cộng với véctơ không:* $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$.

b) Hiệu của hai véctơ:

- ✓ *Véctơ đối:*
  - *Véctơ đối véctơ* $\vec{a}$ *kí hiện là* $-\vec{a}$.
  - *Tổng hai véctơ đối là* $\vec{0}$: $\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$
- ✓ ***Định nghĩa:*** *hiệu hai véctơ* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$ *cho 2 kết quả* $\vec{a}-\vec{b}$ *hoặc* $\vec{b}-\vec{a}$ *được xác định:*
  - $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+($ *véctơ đối của* $\vec{b})=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$
  - $\vec{b}-\vec{a}=\vec{b}+($ *véctơ đối của* $\vec{a})=\vec{b}+\left(-\vec{a}\right)$
- ✓ ***Tính chất:***

① $\forall\vec{a}:\vec{a}-\vec{a}=\vec{0}$ ② $\forall\vec{a}:\vec{a}-\vec{0}=\vec{a}$ ③ $-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$



- ✓ *Qui tắc tam giác đối với hiện hai véctơ:*

Với ba điểm bất kỳ A, B, C *ta có:* $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}$.

c) Tích của một số đối với một véctơ:

- ✓ *Định nghĩa: Cho số thực* k $(k\neq 0)$ *và một véctơ* $\vec{a}$ $(\vec{a}\neq\vec{0})$

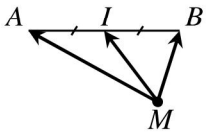
Tích $k.\vec{a}$ *là một véctơ* $\begin{cases}\text{cùng hướng với } \vec{a} \text{ nếu } k>0\\ \text{ngược hướng với } \vec{a} \text{ nếu } k<0\end{cases}$

- ✓ *Tính chất:*
  - $k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k.\vec{a}+k.\vec{b}$
  - $(k+h).\vec{a}=k.\vec{a}+h.\vec{a}$
  - $k.(h.\vec{a})=(k.h).\vec{a}$
  - $(-1).\vec{a}=-\vec{a}$
  - $1.\vec{a}=\vec{a}$
  - $0.\vec{a}=\vec{0}$
- ✓ *Điều kiện để hai véctơ cùng phương:*
  - *Điều kiện cần và đủ để hai véctơ* $\vec{a};\vec{b}$ $(\vec{b}\neq\vec{0})$ *cùng phương là tồn tại một số* **k** *để* $\vec{a}=k.\vec{b}$.
  - ***Hệ quả****: Điều kiện cần và đủ để 3 điểm* A, B, C *thẳng hàng là* $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$

d) Trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm tam giác:

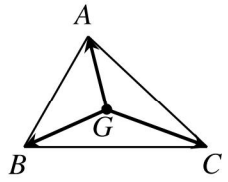
- ✓ ***Trung điểm của đoạn thẳng:***
  - *I là trung điểm của AB:*

$\Leftrightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ *hay* $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ *hay* $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}$



  - I *là trung điểm của* AB, *với* M *bất kì, ta có:* $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$
- ✓ ***Trọng tâm của tam giác:***

G là trọng tâm của $\Delta ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$



  - *Với M bất kì:* $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

B - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Vấn đề 1. KHÁI NIỆM VÉCTƠ

I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- **Véctơ** là 1 đoạn thẳng có hướng (có điểm đầu, điểu cuối)
- 1 đoạn thẳng AB xác định 2 véctơ: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$.
- Véctơ dùng để giải các bài toán hình học và vật lý mà có tính chất "độ dài + hướng" (như các bài toán về chuyển động, lực, …)
- **Độ dài véctơ (modul)** là độ dài đoạn thẳng tạo thành véctơ đó. Độ dài véctơ cũng là khoảng cách giữa hai điểm đầu mút. Kí hiệu: $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BA}\right|$.
- **2 véctơ cùng phương** khi giá chủa chúng song song hoặc cùng nằm trên đường thẳng.
- **2 véctơ bằng nhau** khi chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- **2 véctơ đối nhau** khi chúng ngược hướng và cùng độ dài. Véctơ đối của $\vec{a}$ là $-\vec{a}$.
- **Véctơ không** là véctơ có điểm gốc và điểm ngọn trùng nhau, độ dài là 0, phương hướng tùy ý. Như vậy với mọi điểm A, B, C, … bất kỳ thì $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = ... = \vec{0}$.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1. Cho hai điểm phân biệt A và B. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng và bao nhiêu vectơ khác nhau và khác vectơ $\vec{0}$?

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Cho ΔABC. Gọi P, Q và R là trung điểm các cạnh AB, BC và AC.

a) Nêu các vectơ có điểm đầu và điểm cuối là A, B và C

b) Nêu các vectơ bằng $\overrightarrow{PQ}$ b) Nêu các vectơ đối của $\overrightarrow{PQ}$

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Cho ΔABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC và N là trung điểm của AB.

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ đúng hay sai ? b) Các vectơ nào cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$

c) Các vectơ nào ngược hướng với $\overrightarrow{BC}$? d) Các vectơ bằng nhau?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O. Dựa theo hình vẽ. Tìm:
a) Các vectơ bằng nhau ($\neq \vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối trong 4 điểm A, B, C và D.
b) Các vectơ bằng nhau có điểm đầu và điểm cuối là O.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O. Nêu các vectơ ($\neq \vec{0}$) bằng nhau mà có điểm đầu và điểm cuối trong các điểm A, B, C và D và O.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Gọi O là giao điểm MP và QN. Chứng minh $\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{OP}$ và $\overrightarrow{QO} = \overrightarrow{ON}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Cho 4 điểm A, B, C, D. Chứng minh nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Cho ΔABC cân tại A. Kẻ đường trung tuyến AH. Các mệnh đề sau là đúng hay sai ? (học sinh có thể ghi Đ hay S vào ☐)

a) $AB = AC$ ☐ b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ ☐ c) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right|$ ☐

d) $BH = CH$ ☐ e) $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CH}$ ☐ f) $\left|\overrightarrow{BH}\right| = \left|\overrightarrow{CH}\right|$ ☐

Ví dụ 9. Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh: $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và DC. AN và CM lần lượt cắt BD tại E và F. Chứng minh $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng AB. Các khẳng định sau đây đúng hay sai ?

a) $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng b) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng

c) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$ d) $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$ e) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 2\left|\overrightarrow{BC}\right|$

Bài 2. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O.

a) Tìm các vectơ khác $\vec{0}$ và cùng phương với $\overrightarrow{OA}$.

b) Tìm các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$.

c) Hãy vẽ các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ và có điểm đầu là O, D, C.

Bài 3. Cho tam giác ABC có trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tếp O. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua O. Chứng minh $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$.

Bài 4. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NM}$.

Vấn đề 2. TỔNG – HIỆU VÉCTƠ

Dạng 1. Chứng minh một đẳng thức véctơ

I – PHƯƠNG PHÁP

- Chứng minh đẳng thức là chứng minh 2 vế / 2 biểu thức bằng nhau
- Cách chứng minh:
  - ✓ Cách thường dùng: biến đổi 1 vế cho đến khi ra vế còn lại.
  - ✓ Cách bắc cầu: biến đổi 2 vế cho ra cùng 1 kết quả (suy ra vế này bằng vế kia)
- Mổ số kinh nghiệm về chứng minh đẳng thức véctơ:
  - ✓ 2 vế là phép cộng, trừ có cùng số lượng véctơ thì thường dùng quy tắc 3 điểm.
  - ✓ Vế trái là tổng nhiều véctơ, vế phải là véctơ $\vec{0}$ thì biến đổi vế trái thành tổng các cặp véctơ đối nhau.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 11. Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$

Ví dụ 12. Cho hình bình hành $ABCD$ và 1 điểm M bất kì. CHứng minh : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MB}$

Ví dụ 13. Bài 18 : Cho tứ giác $ABCD$. Chúng minh:

a) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}$ b) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}$

Ví dụ 14. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O. CHứng minh:

a) $\overrightarrow{CO}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}$ b) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DB}$

c) $\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OC}$ d) $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DB}=\vec{0}$

Ví dụ 15. Cho tứ giác $ABCD$. Xác định vectơ

a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC}$ b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 5. Cho lục giác $ABCDEF$. Chứng minh :

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BE}$ b) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$

Bài 6. Cho tứ giác $MNPQ$. Chứng minh :

a) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MQ}$ b) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{QN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ}$ d) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PN}$

Bài 7. Cho ΔABC. Bên ngoài tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ, BCPQ, CARS$ .Chứng minh:

a) $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{IJ} = \vec{0}$ b) $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{SP}$

Bài 8. Cho hình bình hành $ABCD$. Lần lượt vẽ các điểm M, N, P, Q thoả $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$. Chứng minh : $\overrightarrow{AQ} = \vec{0}$

Bài 9. Cho 4 điểm A, B, C, D. Chứng minh nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Bài 10. Cho ΔABC. Lần lượt vẽ các điểm M, N, P thoả : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AC}$. Gọi I là 1 điểm bất kì, chứng minh $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP}$

Bài 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm BC và AD. Chứng minh $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

Bài 12. Cho 2 hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D$ có chung đỉnh A. Chứng minh $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{CC'}$

Bài 13. Cho 2 hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$ có chung đỉnh A. Chứng minh : $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{CC'}$

Bài 14. Cho hình bình hành $ABCD$ với tâm O. Mỗi khẳng định nào sau đây đúng hay sai ?

a) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ e) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BO}$

Bài 15. Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

Bài 16. Cho hình bình hành $ABCD$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

Bài 17. Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tuỳ ý. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

Bài 18. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ khi và chỉ khi trung điểm của hai đoạn thẳng AD và BC trùng nhau.

Bài 19. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

Dạng 2. Tính độ dài của một véctơ tổng, véctơ hiệu

I – PHƯƠNG PHÁP

- Biến đổi véctơ tổng, véctơ hiệu đã cho thành một véctơ duy nhất $\vec{u}$. Tính độ dài của véctơ $\vec{u}$. Từ đó suy ra độ dài của véctơ tổng, véctơ hiệu.

✍ Lưu ý: thường thì $|\vec{a}+\vec{b}| \neq |\vec{a}|+|\vec{b}|$ và $|\vec{a}-\vec{b}| \neq |\vec{a}|-|\vec{b}|$, như vậy biến đổi $|\overrightarrow{AB} \pm \overrightarrow{AC}|$ thành $AB \pm AC$ là **sai**.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 16. Cho ΔABC đều, cạnh bằng 10. Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 17. Cho ΔABC vuông tại A có cạnh $AB=5$ và $AC=12$. Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 20. Cho ΔABC. Chứng minh nếu $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$ thì tam giác này là tam giác vuông.

Bài 21. Cho doạn thẳng AB có $AB=50$. Lấy điểm M trong đoạn này có $AM=30$. Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}$.

Bài 22. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $AB=a, AC=2a$. Tính độ dài của vectơ tổng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$, vectơ hiệu $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

Bài 23. Tứ giác $ABCD$ là hình gì nếu $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ và $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|$?

Bài 24. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$.

Bài 25. Cho $\vec{a},\vec{b}$ là hai vectơ khác $\vec{0}$. Khi nào có đẳng thức

a) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$ b) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$.

Dạng 3. Xác định một điểm thỏa một đẳng thức véctơ cho trước

I – PHƯƠNG PHÁP

Để xác định một điểm M thỏa một đẳng thức véctơ cho trước, ta làm như sau:

- Biến đổi đẳng thức véctơ đã cho về dạng $\overrightarrow{AM}=\vec{v}$, trong đó A là điểm cố định, $\vec{v}$ là véctơ cố định.
- Lấy A làm điểm gốc, dự véctơ bằng $\vec{v}$ thì điểm ngọn chính là điểm M cần dựng.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 18. Cho tam giác ABC. Hãy xác định điểm M thoả điều kiện $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 26. Cho tam giác ABC. Hãy kiếm các điểm M thoả một trong các điều kiện sau đây:

a) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BA}$ b) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{BA}$ d) $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{CA}\right|=\left|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right|$

Vấn đề 3. PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI 1 VÉCTƠ

Dạng 1. Chứng minh một đẳng thức véctơ

I – PHƯƠNG PHÁP

- Chứng minh đẳng thức là chứng minh 2 vế / 2 biểu thức bằng nhau
- Cách chứng minh:
  - ✓ Cách thường dùng: biến đổi 1 vế cho đến khi ra vế còn lại.
  - ✓ Cách bắc cầu: biến đổi 2 vế cho ra cùng 1 kết quả (suy ra vế này bằng vế kia)
- Mổ số kinh nghiệm về chứng minh đẳng thức véctơ:
  - ✓ 2 vế là phép cộng, trừ có cùng số lượng véctơ thì thường dùng quy tắc 3 điểm.
  - ✓ Vế trái là tổng nhiều véctơ, vế phải là véctơ $\vec{0}$ thì biến đổi vế trái thành tổng các cặp véctơ đối nhau.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 19. Cho ΔABC có 3 trung tuyến là AM, BN, CP. Chứng minh:

a) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ b) $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 20. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi M là 1 điểm bất kỳ. Chứng minh:

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=4\overrightarrow{MO}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 21. Cho tứ giác $ABCD$, Gọi I, J là trung điểm của AC và BD. Chứng minh $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{IJ}$

Ví dụ 22. Cho tứ giác $ABCD$, gọi M, N là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm MN. CMR:

a) $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$ b) $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ c) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 27. Cho tam giác ABC, gọi AM là trung tuyến của tam giác và D là trung điểm của AM. Gọi I là 1 điểm bất kỳ. Chứng minh:

a) $2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$ b) $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=4\overrightarrow{ID}$

Bài 28. Cho 2 tam giác ABC và $A'B'C'$ có các trọng tâm G và G'. Chứng minh $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=3\overrightarrow{GG'}$

Dạng 2. Xác định một điểm thỏa một đẳng thức véctơ cho trước

I – PHƯƠNG PHÁP

Để xác định một điểm M thỏa một đẳng thức véctơ cho trước, ta làm như sau:

- Biến đổi đẳng thức véctơ đã cho về dạng $\overrightarrow{AM}=\vec{v}$, trong đó A là điểm cố định, $\vec{v}$ là véctơ cố định.
- Lấy A làm điểm gốc, dự véctơ bằng $\vec{v}$ thì điểm ngọn chính là điểm M cần dựng.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 23. Cho tam giác ABC. Xác định vị trí điểm M sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 29. Cho tam giác ABC. Tìm điểm M thoả đẳng thức sau

a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BC}$ c) $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CB}$

Bài 30. Cho tam giác ABC. Tìm điểm

a) K sao cho $3\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\vec{0}$ b) M sao cho $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

a) M sao cho $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ b) N sao cho $2\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NC}-\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{CA}$

Dạng 3. Phân tích (biểu diễn) một véctơ theo nhiều véctơ cho trước

I – PHƯƠNG PHÁP

Viết/Biểu diễn/Phân tích 1 véctơ $\vec{a}$ theo 2 véctơ $\vec{x}$ và $\vec{y}$ cho trước nghĩa là tìm các số thực m, n sao cho $\vec{a}=m.\vec{x}+n.\vec{y}$.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 24. Cho tam giác ABC. Lấy điểm $M \in$ cạnh BC sao cho $MB = 3MC$. Hãy phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 25. Cho tam giác ABC. Lấy $M \in$ cạnh BC sao cho $BM = \frac{2}{3}BC$. Hãy phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 26. Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Hãy tính các vectơ sau theo các vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

a) $\overrightarrow{DI}$ với I là trung điểm của BC b) $\overrightarrow{AG}$ với G là trọng tâm của tam giác CDI

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 31. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi M là 1 trung điểm BC. Biểu diễn:
a) $\overrightarrow{AM}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ b) $\overrightarrow{OD}$ theo các vectơ $\overrightarrow{DA}$ và $\overrightarrow{DM}$

Dạng 4. Chứng minh véctơ tổng, véctơ hiệu là véctơ không đổi. Tính độ dài của một véctơ tổng, véctơ hiệu

I – PHƯƠNG PHÁP

Biến đổi véctơ tổng, véctơ hiệu thành một véctơ duy nhất $\vec{u}$ không đổi. tính độ dài của véctơ $\vec{u}$. Từ đó suy ra độ dài của véctơ tổng, véctơ hiệu cần tính.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 27. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a, M là điểm bất kì. Chứng minh vectơ $\vec{u}=2\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$ là vectơ không đổi và tính các độ dài của $\vec{u}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 32. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a, M là điểm bất kì. Chứng minh các vectơ sau là vectơ không đổi rồi tính độ dài của chúng
a) $\vec{u}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}-3\overrightarrow{MD}$ b) $\vec{v}=4\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MD}$

Dạng 5. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, đường thẳng đi qua một điểm

I – PHƯƠNG PHÁP

- Để chứng minh ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng, ta chứng minh $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương hay $\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{AC}$ với $k\neq 0$.
- Để chứng minh đường thẳng d đi qua một điểm I, ta lấy hai điểm A, B trên d và chứng minh ba điểm I, A, B thẳng hàng.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 28. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O, M là một điểm bất kì, S là điểm thoả: $\overrightarrow{MS}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$. Chứng minh đương thẳng MS luôn đi qua một điểm cố định.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 29. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I là trung điểm của CD. Lấy điểm M trên đoạn BI sao cho $BM=2MI$. Chứng minh rằng 3 điểm A,M,C thẳng hàng.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 33. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi I là trung điểm AG và K là điểm trên cạnh AB sao cho $AB=5AK$. Chứng minh 3 điểm C, I, K thẳng hàng.

Bài 34. Cho tam giác ABC có I là điểm đối xứng của B qua C. Gọi J là trung điểm AC và K là điểm trên cạnh AB sao cho $AB=3AK$. Chứng minh 3 điểm I, J, K thẳng hàng.

Bài 35. Cho hình bình hành $ABCD$, Gọi I, J là 2 điểm trên các đoạn BC,BD sao cho $BC=5BI$ và $BD=6BI$. CHứng minh 3 điểm A, I, J thẳng hàng.

Dạng 6. Tìm tập hợp điểm thỏa một hệ thức, một tính chất cho trước

I – PHƯƠNG PHÁP

- **Nếu là hệ thức véctơ** thì biến đổi về dạng $\overrightarrow{AM}=k.\vec{v}$, trong đó k là số thục thay đổi, $\vec{v}$ là véctơ cho trước, A là điểm cố định cho trước. Như vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng qua A và cùng phương với $\vec{v}$.
- **Nếu là hệ thức về độ dài thì**:
  - ✓ Rút gọn hệ thức đã cho về dạng $\left|\overrightarrow{AM}=l\right|$ (với A cố định, l là độ dài cho sẵn). Như vậy tập hợp các điểm M là:
    - ① Đường tròn tâm A bán kính l nếu $l>0$.
    - ② Điểm A nếu $l=0$.
    - ③ $\varnothing$ nếu $l<0$
  - ✓ Rút gọn hệ thức đã cho về dạng $\left|\overrightarrow{MA}\right|=\left|\overrightarrow{MB}\right|$ (A, B là hai điểm phân biệt cố định). Tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn AB.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 30. Cho tam giác ABC. Tìm tập hợp các điểm M thoả mãn điều kiện sau:

a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

b) $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}$

c) $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|$

d) $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right|$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 31. Cho tam giác ABC.

a) Xác định các điểm D, E thoả các đẳng thức sau $4\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}=\vec{0}, \overrightarrow{EA}+2\overrightarrow{EC}=\vec{0}$.

b) Tìm tập hợp các điểm M thoả hệ thức $\left|4\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}\right|$.

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 36. Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm tập hợp các điểm M thoả

a) $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4AB$ b) $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\right|$

C - BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 37. Các khẳng định sau đây có đúng không ?

a) Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng phương

b) Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba khác vectơ $\vec{0}$ thì cùng phương

c) Hai vectơ cùng hướng với một vectơ thứ ba thì cùng hướng

d) Hai vectơ cùng hướng với một vectơ thứ ba khác vectơ $\vec{0}$ thì cùng hướng

e) Hai vectơ ngược hướng với một vectơ thứ ba khác vectơ $\vec{0}$ thì cùng hướng

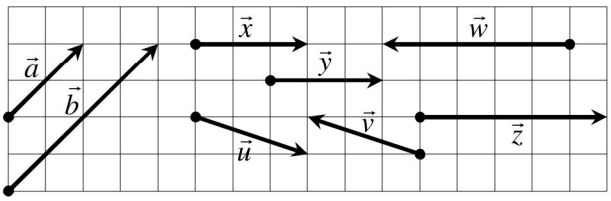
f) Điều kiện cần và đủ để hai vectơ bằng nhau là chúng có độ dài bằng nhau.

Bài 38. Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai ?

a) Nếu hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{c}$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

b) Nếu $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng ngược hướng với $\vec{c}$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

Bài 39. Trong hình sau, hãy chỉ ra các véc tơ cùng phương, cùng hướng, ngược hướng và các vectơ bằng nhau, đối nhau:



Bài 40. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O.

a) Tìm các vectơ khác $\vec{0}$ là cùng phương với $\overrightarrow{OA}$.

b) Tìm các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Bài 41. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Hãy vẽ các vectơ bằng vectơ và có:

a) Các điểm đều là B, F, C.

b) Các điểm cuối là F, D, C.

Bài 42. Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng AB. Các khẳng định sau đây đúng hay sai ?

a) $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng

b) $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng

c) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng

d) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$

e) $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$

f) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 2\left|\overrightarrow{BC}\right|$

Bài 43. Cho hình bình hành $ABCD$ với tâm O. Hãy điền vào chỗ trống (…) để được đẳng thức đúng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} =$ .....

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} =$ .....

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} =$ .....

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} =$ .....

e) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} =$ .....

Bài 44. Cho hình bình hành $ABCD$ với tâm O. Mỗi khẳng định sau đây đúng hay sai ?

a) $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{BD}\right|$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$

d) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

e) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$

f) $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$

g) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

h) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

i) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BO}$

Bài 45. Cho đoạn thẳng AB và điểm M nằm giữa A và B sao cho $AM > MB$. Vẽ các vectơ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$.

Bài 46. Chứng minh rằng đối với tứ giác $ABCD$ bất kì, ta luôn có:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$

Bài 47. Cho tam giác ABC đều có độ dài cạnh là a, G là trọng tâm. Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Bài 48. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = 2\,\text{cm}$. Tính $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$?

Bài 49. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 5\,\text{cm}$, $BC = 10\,\text{cm}$. Tính $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right|$.

Bài 50. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 60^0$, $BC = 2\,\text{cm}$.
Tính $\left|\overrightarrow{AB}\right|$, $\left|\overrightarrow{AC}\right|$, $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$, $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$?

Bài 51. Cho tam giác ABC vuông tại B có $\widehat{A} = 30°, BC = a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hãy tính: $\left|\overrightarrow{AC}\right|$, $\left|\overrightarrow{AI}\right|$, $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$, $\left|\overrightarrow{BC}\right|$?

Bài 52. Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90°$. Biết $AB = AD = a$, $\widehat{C} = 45°$. Tính $\left|\overrightarrow{CD}\right|$, $\left|\overrightarrow{BD}\right|$?

Bài 53. Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn tâm O.
a) Hãy xác định các điểm M, N, P sao cho: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OA}$
b) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC} = \vec{0}$

Bài 54. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F. Chứng minh rằng:
$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CE}$$

Bài 55. Cho hình bình hành $ABCD$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.

Bài 56. Cho AK và BM là hai trung tuyến của tam giác ABC. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ theo hai vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AK}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{BM}$.

Bài 57. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{GA}$ và $\vec{b} = \overrightarrow{GB}$. Hãy biểu diễn mỗi vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{GC}$, $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{CA}$ theo các vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Bài 58. Chứng minh rằng nếu G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ thì $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$. Từ đó suy ra điều kiện cần và đủ để hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có trọng tâm trùng nhau.

Bài 59. Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy một điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{AM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Bài 60. Gọi AM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của đoạn AM. CMR:
a) $2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC} = \vec{0}$
b) $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OD}$ với O là điểm tùy ý.

Bài 61. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD của tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng: $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$

Bài 62. Cho lục giác $ABCDEF$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DE, EF, FA. Chứng minh rằng hai tam giác MPR và NQS có cùng trọng tâm.

Bài 63. Cho tam giác đều ABC có O là trọng tâm và M là một điểm tùy ý trong tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M đến BC, AC, AB. Chứng minh:
$\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{MO}$

Bài 64. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA = OB = a$. Hãy dựng các vectơ sau đây và tính độ dài của chúng:
a) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ b) $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$ c) $3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}$ d) $\dfrac{21}{4}\overrightarrow{OA}+\dfrac{5}{2}\overrightarrow{OB}$ e) $\dfrac{11}{4}\overrightarrow{OA}-\dfrac{3}{7}\overrightarrow{OB}$

Bài 65. Cho tam giác OAB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh OA và OB. Hãy tìm các số m và n thích hợp trong mỗi đẳng thức sau đây:

a) $\overrightarrow{OM} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ b) $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ c) $\overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ d) $\overrightarrow{MB} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$

Bài 66. Cho tam giác ABC và điểm G. Chứng minh rằng:

a) Nếu $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ thì G là trọng tâm tam giác ABC.

b) Nếu có điểm O sao cho $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$ thì G là trọng tâm tam giác ABC.

Bài 67. Cho tam giác ABC.

a) Tìm điểm I sao cho: $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

b) Tìm điểm K sao cho: $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{CB}$

c) Tìm điểm D sao cho: $3\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$

d) Tìm điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

e) Tìm điểm N sao cho: $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} = \vec{0}$

f) Tìm điểm P sao cho: $\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB} - 2\overrightarrow{PC} = \vec{0}$

g) Tìm điểm Q sao cho: $\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} = \overrightarrow{BC}$

h) Tìm điểm L sao cho: $2\overrightarrow{LA} - \overrightarrow{LB} + 3\overrightarrow{LC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

i) Tìm điểm H sao cho: $2\overrightarrow{HA} - 3\overrightarrow{HB} = 3\overrightarrow{BC}$

j) Tìm điểm R sao cho: $2\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

k) Tìm điểm S sao cho: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{BC}$

l) Tìm điểm T sao cho: $\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

m) Tìm điểm U sao cho: $3\overrightarrow{UA} + \overrightarrow{UB} + \overrightarrow{UC} = \vec{0}$

Bài 68. Cho 4 điểm A, B, C, D bất kỳ. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD; O là trung điểm của EF. Chứng minh:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{EF}$ b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ d) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO}$

e) $4\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

Bài 69. Cho ΔABC. Gọi M là điểm trên đoạn BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Bài 70. Cho ΔABC. Gọi M là trung điểm AB, N là một điểm trên cạnh AC sao cho $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$, K là trung điểm của MN.

a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

b) Gọi D là trung điểm BC. Chứng minh: $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Bài 71. Cho ΔABC. Gọi G là trọng tâm và H là điểm đối xứng với B qua G.

a) Chứng minh: $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CH} = -\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$.

b) Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh: $\overrightarrow{MH} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$.

Bài 72. Cho tứ giác $ABCD$ với $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$.

a) Phân tích các véctơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DB}$ theo các véctơ $\vec{b}, \vec{c}$ và $\vec{d}$.

b) Gọi Q là trọng tâm của ΔBCD. Phân tích $\overrightarrow{AQ}$ theo $\vec{b}, \vec{c}$ và $\vec{d}$.

Bài 73. Cho ΔABC. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{v}$.

a) Gọi P là điểm đối xứng của B qua C. Tính $\overrightarrow{AP}$ theo $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

b) Gọi Q,R là 2 điểm định bởi $\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AR}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. Tính $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{RQ}$ theo $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

c) Suy ra ba điểm P,Q,R thẳng hàng.

Bài 74. Cho ΔABC. Gọi K là điểm sao cho $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$.

a) Chứng minh rằng: K là trọng tâm của tam giác ABC.

b) Gọi H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, AO cắt đường tròn (O) tại D. Chứng minh rằng $BHCD$ là hình bình hành.

c) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh: $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OI}$.

d) Chứng minh:

♦ $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=2\overrightarrow{HO}$ ♦ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OH}$ ♦ O, H, K thẳng hàng.

Bài 75. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi I,J là 2 điểm sao cho:

$$\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0} \text{ và } \overrightarrow{JC}-5\overrightarrow{JD}=\vec{0}$$

a) Tính $\vec{a}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}+2\overrightarrow{IB}$ theo $\overrightarrow{AD}$.

b) Gọi M,P,Q là các điểm thỏa hệ thức: $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{MC}-5\overrightarrow{MD}$

Chứng minh rằng: I,M,P và J,M,Q thẳng hàng.

Bài 76. Cho ΔABC. Gọi M,N,P là trung điểm BC,CA,AB.

a) Chứng minh: $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

b) Lấy điểm O bất kỳ. C/minh: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}$.

c) Có nhận xét gì về trọng tâm 2 tam giác ABC và MNP ?

Bài 77. Cho ΔABC. Lấy điểm M tùy ý.

a) Chứng minh: $\vec{v}=\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}$ không phụ thuộc vào vị trí M.

b) Dựng D sao cho $\overrightarrow{CD}=\vec{v}$. Đường thẳng CD cắt AB tại K.

Chứng minh rằng: $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{CD}=3\overrightarrow{CK}$.

Bài 78. Cho ΔABC. Lấy M,N,P thỏa: $\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NC}=\vec{0}$, $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=\vec{0}$

a) Tính $\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PN}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. b) Suy ra ba điểm M,N,P thẳng hàng.

Bài 79. Cho ΔABC, hãy dựng điểm I,J,K,L thỏa:

a) $\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}+2\overrightarrow{KC}=\vec{0}$ d) $3\overrightarrow{LA}-2\overrightarrow{LB}+\overrightarrow{LC}=\vec{0}$

Bài 80. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Hãy xác định điểm I,J,K thỏa:

a) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=4\overrightarrow{ID}$ b) $2\overrightarrow{JA}+2\overrightarrow{JB}=3\overrightarrow{JC}-\overrightarrow{JD}$ c) $4\overrightarrow{KA}+3\overrightarrow{KB}+2\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD}=\vec{0}$

Bài 81. Cho ΔABC. Tìm tập hợp những điểm M thỏa:

a) $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ b) $\left|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}\right|$

c) $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ d) $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\frac{3}{2}\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$

e) $\left|4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$

Bài 82. Cho ΔABC đều tâm O. Lấy một điểm M nằm trong tam giác. Gọi D,E,F lần lượt là hình chiếu của M xuống ba cạnh. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$.

Bài 83. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}=\vec{0}$

Bài 84. Cho lục giác đều $ABCDEF$.

a) Biểu diễn các véctơ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{EF}$ theo các véctơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

b) Tìm tập hợp các điểm M sao cho: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=3\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\right|$.

c) Tìm tập hợp các điểm M sao cho: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}\right|$.

Bài 85. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi M,N là hai điểm trên hai cạnh AB,CD sao cho: $3AM=AB$, $2CN=CD$.

a) Tính $\overrightarrow{AN}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

b) Gọi G là trọng tâm của ΔBMN. Tính $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

c) Gọi I thỏa $\overrightarrow{BI}=\frac{6}{11}\overrightarrow{BC}$. Chứng minh A,I,G thẳng hàng.

d) Tìm tập hợp các điểm M sao cho: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4AB$.

Bài 86. Cho ΔABC. Lấy P,Q,R thỏa: $3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$, $3\overrightarrow{AQ}=2\overrightarrow{QC}$, $k\overrightarrow{RA}=\overrightarrow{RB}$ $(k\neq 1)$. Tìm k sao cho P,Q,R thẳng hàng.

Bài 87. Cho ΔABC cố định.

a) Hãy xác định điểm I sao cho: $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}-2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

b) Gọi M là một điểm di động. Lấy N thỏa: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$. Chứng minh MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 88. Cho ΔABC. Gọi I,J là hai điểm thỏa: $\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{IB}$ và $3\overrightarrow{JA}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$. Chứng minh: IJ qua trọng tâm G của ΔABC.

Bài 89. Cho ΔABC. Gọi I là điểm định bởi: $3\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Xác định giao điểm của:

a) IA với BC. b) IG với AB, với G là trọng tâm ΔABC.

Bài 90. Cho ΔABC và véctơ $\vec{v}=3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$, với M là điểm bất kỳ.

a) Chứng minh: $\vec{v}$ là véctơ không đổi.

b) Vẽ véctơ $\overrightarrow{AD}=\vec{v}$. Chứng minh đường thẳng AD luôn luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi.

c) Vẽ véctơ $\overrightarrow{MN}=\vec{v}$. Gọi P là trung điểm của CN. Chứng minh rằng MP đi qua một điểm cố định khi M thay đổi.

Bài 91. Cho ba lực $\overrightarrow{F_1}=\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều là 100 N và $\widehat{AMB}=60°$. Tìm cường độ và hướng của lực $\overrightarrow{F_3}$.

Bài 92. Cho hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ cùng có điểm đặt tại O. Tìm cường độ lực tổng hợp của chúng trong các trường hợp sau:

d) $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ cùng có cường độ 100 N, góc hợp bởi $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ bằng $120°$.

e) $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ cùng có cường độ 100 N, góc hợp bởi $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ bằng $90°$.

f) $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ cùng có cường độ 100 N, góc hợp bởi $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ bằng $60°$.

g) Cường độ của $\overrightarrow{F_1}$ là 40 N, của $\overrightarrow{F_2}$ là 30 N và góc hợp bởi $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ bằng $0°$.

h) Cường độ của $\overrightarrow{F_1}$ là 100 N, của $\overrightarrow{F_2}$ là 50 N và góc hợp bởi $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ bằng $180°$.

D - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các điều kiện sau, câu nào xác định được một véctơ duy nhất?

A. Hai điểm phân biệt. **B.** Hướng của một véctơ.

C. Độ dài một véctơ. **D.** Hướng và độ dài.

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{a}\neq\vec{0}\Leftrightarrow\left|\vec{a}\right|\neq 0$

B. Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$ cùng hướng khi và chỉ khi C nằm ngoài đoạn AB.

C. $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{c}$ thì $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương.

D. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$.

Câu 3. Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng. Câu nào sau đây đúng?

A. Nếu B là trung điểm của AC thì $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}$

B. Nếu điểm B nằm giữa A và C thì $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$ ngược hướng.

C. Nếu $\left|\overrightarrow{AB}\right|>\left|\overrightarrow{AB}\right|$ thì B nằm trên đoạn AC.

D. $\left|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CA}\right|+\left|\overrightarrow{AB}\right|$.

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}\Rightarrow B\equiv C$.

B. Với mọi điểm A, B, C bất kì ta luôn có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$ khi và chỉ khi B là trung điểm AC.

D. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có trực tâm H và nội tiếp trong đường tròn tâm O. B' là điểm đối xứng của B qua O. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{B'C}$ cùng phương. **B.** $\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{B'A}$ cùng phương.

C. $AHCB'$ là hình bình hành. **D.** $\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HC}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC có trọng tâm G, M là trung điểm của BC và O là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OM}$.

C. $\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Câu 7. Cho ΔABC có trọng tâm G và điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ thì $\overrightarrow{GM}$ bằng:

A. $\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\frac{1}{6}\overrightarrow{CA}$. **C.** $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$. **D.** $\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Câu 8. Cho tam giác ABC câu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}>\overrightarrow{BC}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|$. **C.** $\left|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|$. **D.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$.

Câu 10. Cho tam giác ABC đều cạnh a. Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$ bằng:

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2a$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 11. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$ bằng

A. 0. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 12. Cho bốn vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ bất kì. Câu nào sau đây **sai** ?

A. $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\left(\vec{c}+\vec{d}\right)=\left(\vec{a}+\vec{d}\right)+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$ **B.** $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|\Leftrightarrow\vec{a}=\pm\ \vec{b}$

C. $\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}\Rightarrow\vec{b}=\vec{a}-\vec{c}$ **D.** $\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$

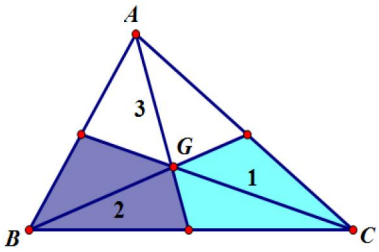
Câu 13. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB=6$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$ bằng:

A. $6\sqrt{2}$. **B.** 6. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Câu 14. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, nếu điểm M thỏa hệ thức $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ thì vị trí của điểm M trong hình vẽ ?

A. Miền 1. **B.** Miền 2.

C. Miền 3. **D.** ở ngoài tam giác ABC.



Câu 15. Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, vectơ $\overrightarrow{AD}$ bằng:

A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$. Nếu $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CI}$ thì câu nào sau đây đúng?

A. $I\equiv D$. **B.** I và D đối xứng nhau qua C.

C. $I\equiv B$. **D.** I là trung điểm của CD.

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$. Vectơ $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}$ bằng vectơ:

A. $\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{DB}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{CA}$.

Câu 18. Cho tứ giác lồi $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

A. $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=2\overrightarrow{IM}$. **B.** $\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=2\overrightarrow{IN}$.

C. $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$.

Câu 19. Cho tứ giác $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}+2\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. Gọi I, J lần lượt là các trọng tâm của cả tam giác ACD, BCD. Tổng $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GJ}$ bằng:

A. $\overrightarrow{GA}$. **B.** $3.\overrightarrow{GB}$. **C.** $2.\overrightarrow{GC}$. **D.** $\vec{0}$.

Câu 20. Cho tứ giác $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}+2\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. Gọi I, J lần lượt là các trọng tâm của cả tam giác ACD, BCD. Vectơ $\overrightarrow{IJ}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. **B.** $\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$. **C.** $\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$. **D.** $-\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$.

Câu 21. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Biểu thức $\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}$ bằng:

A. $\overrightarrow{AB}$ **B.** $\overrightarrow{AC}$ **C.** $\overrightarrow{DB}$ **D.** $\vec{0}$

Câu 22. Cho tam giác ABC. Gọi I, J, K là các điểm sao cho: $\overrightarrow{CI}=2\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AK}=-2\overrightarrow{AB}$.

Ba đường thẳng AI, BJ, CK :

A. song song với nhau. **B.** Đồng quy. **C.** Trùng nhau. **D.** Đáp án khác.

Câu 23. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $CA=b$, $AB=C$. Gọi G, E, F là các điểm sao cho $b.\overrightarrow{GB}+c.\overrightarrow{GC}=\vec{0}$, $\overrightarrow{AE}=\dfrac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}=\dfrac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$. Tứ giác $AEGF$ là hình gì?

A. hình thang cân. **B.** Hình thang vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình thoi.

Câu 24. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $CA=b$, $AB=C$. Gọi G, E, F là các điểm sao cho $b.\overrightarrow{GB}+c.\overrightarrow{GC}=\vec{0}$, $\overrightarrow{AE}=\dfrac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}=\dfrac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$. Tam giác ABC có AG là

A. Phân giác trong của $\widehat{BAC}$. **B.** Phân giác ngoài của $\widehat{BAC}$.
C. Trung tuyến. **D.** Đường cao.

Câu 25. Cho tam giác ABC có trọng tâm G,I là trung điểm của BC, A' là điểm đối xứng của A qua B, M là điểm tùy ý. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

I. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$ II. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA'}+2\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}$

III. Nếu $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA'}+2\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ thì M,I,G thẳng hàng.

A. Chỉ I và II **B.** Chỉ I và III **C.** Chỉ II và III **D.** Cả I, II, III

Câu 26. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O và điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{MD}$ (trong đó k là một số thực khác 3). Khi k thay đổi M luôn nằm trên một đường thẳng:

A. DA **B.** DC **C.** BD **D.** AC

Câu 27. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và O là trung điểm của BC. Vẽ $OM=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DA}$. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. M,G,D **B.** M,G,A **C.** M,G,B **D.** M,G,C

Câu 28. Cho tam giác ABC có trung tuyến AD. Xét các điểm M, N, P cho bởi: $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AD}$. Tìm t để ba điểm M, N, P thẳng hàng:

A. $t=\dfrac{1}{6}$. **B.** $t=\dfrac{1}{3}$. **C.** $t=\dfrac{1}{4}$. **D.** $t=\dfrac{2}{3}$.

Câu 29. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tập hợp các điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|=\overrightarrow{MC}$ là

A. Một đường thẳng. **B.** Một đường tròn tâm B.
C. Một đường tròn tâm C. **D.** Một đường tròn tâm A.

Câu 30. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O và I là trung điểm của CD. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=2.\overrightarrow{MI}$ là

A. Chỉ gồm một điểm trên cạnh CD. **B.** Chỉ gồm một điểm trên cạnh AB.
C. Chỉ gồm điểm O. **D.** Là một đường thẳng đi qua hai điểm A, B.

Câu 31. Cho hình chữ nhật $ABCD$, tâm O và I là trung điểm của BC. Tập hợp các điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|=2\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ là

A. đường tròn tâm O. **B.** Đường tròn tâm I.
C. Đường tròn có tâm khác O và I. **D.** Đường thẳng vuông góc với OI.

Câu 32. Cho tam giác ABC cố định và k là một số thay đổi. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}=k\overrightarrow{MC}$ là

A. $\{A\}$. **B.** $\{B\}$.
C. $\{C\}$. **D.** Đường thẳng d đi qua A và song song với BC.

Câu 33. Cho tam giác ABC cố định và k là một số thay đổi. Tập hợp những điểm M mà $k\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MC}\left(k\neq 1\right)$ là

A. Đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ C.
B. Đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ B.
C. Đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ A.
D. Một đường thẳng khác.

Câu 34. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Tập hợp những điểm M mà $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MA}\right|$ là đường thẳng:

A. Qua A và G.
B. Qua A và song song với BC.
C. Qua G và song song với BC.
D. Đường trung trực của AG.

Câu 35. Cho ΔABC. Tập hợp những điểm M thỏa mãn: $\left|4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ là

A. Đường thẳng đi qua A.
B. Đường thẳng qua B và C.
C. Đường tròn.
D. Một điểm duy nhất.

Câu 36. Cho ΔABC. Tập hợp những điểm M mà $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ là đường tròn có:

A. Tâm I, bán kính CJ (I là trung điểm của BC).
B. Tâm J, bán kính BI (J là trung điểm của AB).
C. Tâm B, bán kính $\dfrac{AB}{2}$.
D. Tâm C, bán kính $\dfrac{AC}{2}$.

Câu 37. Cho tam giác ABC, có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ có 2 điểm mút là các đỉnh của tam giác?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 38. Vectơ $\vec{a}$ được xác định khi biết:

A. Độ dài. **B.** Hướng. **C.** Hướng và độ dài. **D.** Phương và độ dài.

Câu 39. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right|=a$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AB}$.

Câu 40. Cho tam giác ABC có các trung tuyến AD, BE, CF. Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right|=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\vec{0}$.
C. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|$.
D. $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$.

Câu 41. Cho tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|.\left|\overrightarrow{CA}\right|}\neq 0$.

Câu 42. Hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn $C\left(O;R\right)$ và $M\in C\left(O;R\right)$, vectơ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$ có độ dài:

A. $4R$. **B.** $3R$. **C.** $2R$. **D.** R.

Câu 43. Cho tam giác đều ABC cạnh a nội tiếp trong đường tròn (C) tâm O. Tập hợp những điểm M thỏa $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ là đường tròn tâm O, bán kính:

A. $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44. Cho hình chữ nhật $ABCD$, tập hợp những điểm M nào thỏa các điều kiện sau đây là tập hợp $\varnothing$?

A. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}$.
B. $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}\right|$.
C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$.
D. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\vec{0}$.

Câu 45. Cho tam giác vuông ABC có hai cạnh góc vuông $AB=4$, $AC=6$. Tính: $\left|\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AB}\right|$.

A. 10. **B.** 8. **C.** 12. **D.** $2\sqrt{13}$.

Câu 46. Cho sáu điểm A, B, C, D, E, F. Đẳng thức nào dưới đây sai ?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}$.
B. $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{DE}-\overrightarrow{CF}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DB}=\vec{0}$.
D. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}$.

Câu 47. Cho tam giác ABC và M chia đoạn BC theo tỉ số $-\dfrac{4}{3}$. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}$.
B. $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{3}{7}\overrightarrow{AB}-\dfrac{4}{7}\overrightarrow{AC}$.
D. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{3}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{4}{7}\overrightarrow{AC}$.

Câu 48. Cho tam giác ABC và M nằm trên đường thẳng BC thỏa: $\overrightarrow{AM}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}$. Điểm M chia đoạn BC theo tỉ số nào ?

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $-\dfrac{2}{5}$.

Câu 49. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$. Tính $\overrightarrow{GA}$ theo $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\overrightarrow{GA}=\dfrac{2}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}$. **B.** $\overrightarrow{GA}=-\dfrac{2}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}$. **C.** $\overrightarrow{GA}=\dfrac{2}{3}\vec{a}-\dfrac{1}{3}\vec{b}$. **D.** $\overrightarrow{GA}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$.

Câu 50. Cho hình bình hành $ABCD$. Tập hợp điểm M mà $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}$ là

A. $\{A\}$.
B. $\{B\}$.
C. Đường thẳng CD.
D. Đường tròn đường kính CD.

Câu 51. Tập hợp những điểm M mà $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right|$ (với $ABCD$ là hình bình hành cho trước) là

A. $\{A\}$.
B. $\{B\}$.
C. Đường thẳng D.
D. Đường tròn đường kính AB.

Câu 52. Cho hình vuông $ABCD$ tâm A, cạnh a. Tập hợp những điểm M mà $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=2\left|\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\right|$ là

A. Đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.
B. Đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.
C. Đường tròn CD.
D. Đường trung trực của AD.

Câu 53. Tứ giác $ABCD$ thỏa điều kiện: $\overrightarrow{DB}=m\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}\ (m>0)$ là

A. Hình thang. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thoi.

Câu 54. Cho tam giác ABC. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng ?

I. $\overrightarrow{DA}-2\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}\Rightarrow D\in\varnothing$.

II. $2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}\Rightarrow E$ là trung điểm của trung tuyến AI.

III. $-2\overrightarrow{FA}-\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{AF}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

A. Chỉ *I*. **B.** Chỉ *II*. **C.** Chỉ *III*. **D.** Cả *I*, *II*, *III*.

Câu 55. Cho hình bình hành $ABCD$. Nếu viết được $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AC}$ thì k bằng:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 56. Cho $\vec{m},\vec{n}\neq\vec{0}$. Nếu $\left|\vec{m}+\vec{n}\right|=\left|\vec{m}-\vec{n}\right|$ thì:

A. $\vec{m}\perp\vec{n}$. **B.** $\vec{m},\vec{n}$ cùng hướng. **C.** $\vec{m},\vec{n}$ ngược hướng. **D.** $\vec{m}+\vec{n}=\vec{0}$.

Câu 57. Cho $\vec{m},\vec{n}\neq\vec{0}$. Nếu $\left|\vec{m}+\vec{n}\right|=\left|\vec{m}\right|+\left|\vec{n}\right|$ thì:

A. $\vec{m}\perp\vec{n}$. **B.** $\vec{m},\vec{n}$ cùng hướng. **C.** $\vec{m},\vec{n}$ ngược hướng. **D.** $\vec{m}=\vec{n}$.

Câu 58. Cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hai vectơ bất kì; m, n là hai số thực bất kì. Câu nào sau đây **sai** ?

A. $m\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=m\vec{a}+m\vec{b}$. **B.** $\left(m+n\right)\vec{a}=m\vec{a}+n\vec{a}$.

C. $m\vec{a}=n\vec{a}\Rightarrow m=n$. **D.** $m\vec{a}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\\vec{a}=\vec{0}\end{array}\right.$.

Câu 59. Cho 4 điểm A, B, C, D. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Đẳng thức nào sau đây **sai** ?

A. $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$. **B.** $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.

C. $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$. **D.** $2\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

Câu 60. Cho tam giác ABC có trung tuyến AD, gọi M là trung điểm của AD, BM cắt AC tại N. Hỏi điểm N chia đoạn MB theo tỉ số nào?

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

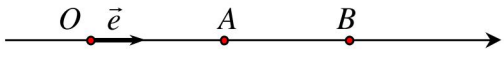
Bài 2. TỌA ĐỘ

A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trục tọa độ

a) Định nghĩa:

- *Trục tọa độ (còn gọi là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O cố định và véctơ đơn vị $\vec{e}$ (véctơ có độ dài bằng 1: $|\vec{e}|=1$).*
- *Điểm O gọi là gốc tọa độ.*
- *Hướng của véctơ đơn vị là hướng của trục.*
- *Trục tọa độ như vậy kí hiệu là $(O,\vec{e})$.*



b) Tọa độ của điểm trên trục:

Cho điểm tùy ý M nằm trên trục $(O,\vec{e})$. Khi đó, có duy nhất số k xác định để $\overrightarrow{OM}=k.\vec{e}$.

Số k được gọi là tọa độ của điểm M đối với trục $(O,\vec{e})$.

c) Độ dài đại số của véctơ trên trục:

Cho A và B là hai điểm nằm trêm trục Ox. Khi đó, có duy nhất số t sao cho $\overrightarrow{AB}=t\vec{e}$.

Ta gọi số t đó là độ dài đjai số của véctơ đối với trục đã cho và kí hiệu là $\overline{AB}$.

Như vậy $\overrightarrow{AB}=\overline{AB}.\vec{e}$

✍ ***Nhận xét:***

✓ *Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{e}$ thì $\overline{AB}=AB$, nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{e}$ thì $\overline{AB}=-AB$.*

✓ *Nếu hai điểm A và B trên trục $(O,\vec{e})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB}=b-a$.*

d) Định lí:

✓ *Với 3 điểm bất kì trên trục, ta có $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC}$ (Hệ thức Charles)*

✓ *Hai véctơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ bằng nhau khi và chỉ khi $\overline{AB}=\overline{CD}$.*

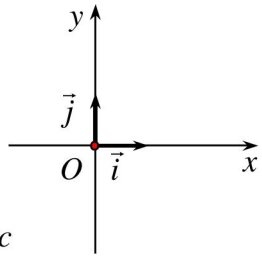
2. Hệ trục tọa độ

a) Định nghĩa:

Hệ tọa độ $(O,\vec{i},\vec{j})$ gồm hai trục $(O,\vec{i})$ và $(O,\vec{j})$ vuông góc với nhau.

- *Điểm O gọi là **gốc tọa độ**.*
- *Trục $(O,\vec{i})$ gọi là **trục hoành**. Kí hiệu là Ox.*
- *Trục $(O,\vec{j})$ gọi là **trục tung**. Kí hiệu là Oy.*
- *Các véctơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ là các **véctơ đơn vị** trên trục Ox và Oy.*

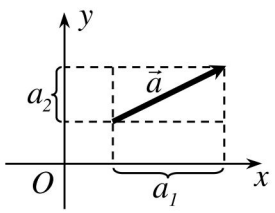
✍ ***Chú ý:** Mặt phẳng mà trên đó đã chọn một hệ trục tọa độ Oxy được gọi là **mặt phẳng tọa độ Oxy** hay gọi tắt là **mặt phẳng Oxy**.*



b) Tọa độ của véctơ đối với hệ trục tọa độ:

✓ *Đối với hệ tọa độ $(O,\vec{i},\vec{j})$, nếu $\vec{a}=a_1.\vec{i}+a_2.\vec{j}$ thì cặp số $(a_1;a_2)$ được gọi là **tọa độ của véctơ $\vec{a}$**. Số a_1 được gọi là **tung độ**, số a_2 được gọi là **tung độ** của véctơ $\vec{a}$.*

✓ *Kí hiệu: $\vec{a}=(a_1;a_2)$ hay $\vec{a}(a_1;a_2)$.*



✓ ***Định lí:***

Cho hai véctơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$, $\vec{b}=(b_1;b_2)$ *và số thực* k. *Khi đó:*

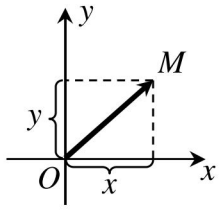
① $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=b_1\\a_2=b_2\end{cases}$ *(hoành bằng hoành, tung bằng tung).*

② $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1;a_2+b_2)$ *và* $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1;a_2-b_2)$

③ $k.\vec{a}=(k.a_1;k.a_2)$

④ $\vec{a}$ *cùng phương* $\vec{b}$ $(\vec{b}\neq\vec{0})\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{R}\begin{cases}a_1=k.b_1\\a_2=k.b_2\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}$, *với* $b_1,b_2\neq0$.

c) Tọa độ của điểm đối với hệ trục tọa độ:



✓ *Trong mặt phẳng* Oxy, *tọa độ của véctơ* $\overrightarrow{OM}$ *được gọi là tọa độ của điểm* M.

Như vậy, theo định nghĩa, ta có:

Cặp số $(x;y)$ *là tọa độ của điểm* M *khi và chỉ khi* $\overrightarrow{OM}=(x;y)$.

✓ *Kí hiệu:* $M(x;y)$. *Số* x *được gọi là* ***tung độ****, số* y *được gọi là* ***tung độ*** *của* M.

✓ ***Định lí****: Với hai điểm* $A(x_A;y_A)$ *và* $B(x_B;y_B)$ *ta có* $\boxed{\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)}$.

d) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng:

Cho hai điểm $A(x_A;y_A)$ *và* $B(x_B;y_B)$.

Khi đó trung điểm I *của đoạn* AB *có tọa độ là:* $\boxed{\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}\\y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}\end{cases}}$

e) Tọa độ trọng tâm của tam giác:

Cho tam giác ABC, *biết* $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ *và* $C(x_C;y_C)$.

Khi đó tọng tâm G *của tam giác* ABC: $\boxed{\begin{cases}x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}\\y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\end{cases}}$

B - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Trục tọa độ

I – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

- Trên trục $(O,\vec{i})$ điểm $M(x)$ khi $\overrightarrow{OM}=x.\vec{i}$
- Trên trục $(O,\vec{i})$ vectơ $\vec{u}(x)$ khi $\vec{u}=x.\vec{i}$
- Độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ trên trục là tọa độ của vectơ đó $\overrightarrow{AB}=x_B-x_A$
- Hai điểm trên một trục trùng nhau khi chúng có cùng tọa độ
- Tọa độ trung điểm I của đoạn AB: $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}$
- Chú ý để tính gọn, ta có thể chọn gốc tọa độ mới cho bài toán

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 32. Trên trục $x'Ox$ cho hai điểm A, B có tọa độ lần lượt là a và b . Tìm tọa độ điểm I biết $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IA}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 33. Trên trục $x'Ox$ cho hai điểm A , B có tọa độ lần lượt là a và b .

a) Tìm tọa độ x của điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$, $k \neq 1$.

b) Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .

c) Tìm tọa độ x của điểm M sao cho $2\overrightarrow{MA} = -5\overrightarrow{MB}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 34. Cho các điểm A , B , C trên trục $\left(O, \vec{i}\right)$ có tọa độ lần lượt là $5; -3; -4$. Tính độ dài đại số của $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 35. Trên trục $x'Ox$ cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là a, b, c . Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 36. Trên trục tọa độ $x'Ox$ cho ba điểm A , B , C có tọa độ lần lượt là $-5; 2; 4$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn một trong các điều kiện sau

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

b) $2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 93. Trên trục tọa độ $x'Ox$ cho ba điểm A, B, C có tọa độ lần lượt là $8,-2,5$
a) Tính tọa độ của điểm C đối xứng với điểm M qua điểm B.
b) Tính tỉ số $\dfrac{\left|\overrightarrow{MA}\right|}{\left|\overrightarrow{MB}\right|}$.

Bài 94. Trên trục tọa độ $x'Ox$ cho bốn điểm A, B, C, D tùy ý.
Chứng minh $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}=0$.

Bài 95. Trên trục tọa độ $x'Ox$ cho bốn điểm A, B, C, D. Gọi I, J, K, L lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AC, BD, AB, CD. Chứng minh rằng
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{IJ}$.
b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{KL}$.
c) Hai đoạn IJ và KL có chung trung điểm.

Bài 96. Bốn điểm phân biệt A, B, C, D trên trục $x'Ox$ được gọi là một hàng điểm điều hòa khi: $\dfrac{\overrightarrow{CA}}{\overrightarrow{CB}}=-\dfrac{\overrightarrow{DA}}{DB}$, kí hiệu $(ABCD)=-1$. Chứng minh $(ABCD)=-1\Leftrightarrow\dfrac{2}{AB}=\dfrac{1}{AC}+\dfrac{1}{AD}$.

Bài 97. Cho a, b, c, d theo thứ tự là tọa độ của các điểm A, B, C, D trên trục Ox.
a) Chứng minh rằng khi $a+b\neq c+d$ thì luôn tìm được điểm M sao cho: $\overline{MA}.\overline{MB}=\overline{MC}.\overline{MD}$.
b) Khi AB và CD có cùng trung điểm thì điểm M ở câu a) có xác định không ?
Áp dụng: Xác định tọa độ điểm M nếu biết: $a=-2,b=15,c=3,d=-1$.

Dạng 2. Làm quen với hệ tọa độ

I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Tọa độ véctơ $\vec{a}=x.\vec{i}+y.\vec{j}\Leftrightarrow\vec{a}=(x;y)$.
- Các giá trị dương hay âm của tọa độ điểm sẽ xác định vị trí điểm đó tỏng các "góc phần tư" của mặt phẳng tọa độ. Các điểm có hoành độ là 0 sẽ nằm trên trục tung, các điểm có tung độ là 0 sẽ nằm trên trục hoành.
- Các giá trị dương hay âm của tọa độ véctơ chỉ xác định PHƯƠNG, HƯỚNG, ĐỘI DÀI của véctơ đó. Các véctơ có hoành độ bằng 0 sẽ cùng phương với trục tung, các điểm có tung độ là 0 sẽ cùng phương với trục hoành.
- Các véctơ bằng nhau có tọa độ bằng nhau đôi một và không phụ thuộc vào vị trí của chúng.

II - BÀI TẬP MẪU

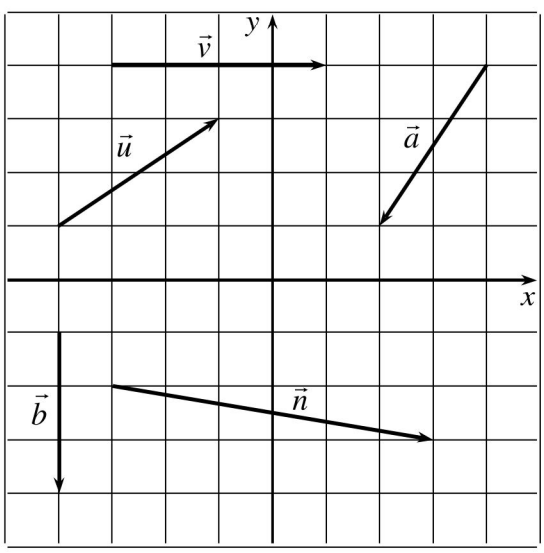
Ví dụ 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

a) Xác định (vẽ) các điểm sau : $A(1;3),B(2;-4),C(-1;2),D(-2;-1),E(0;5)$ và $F(-5;0)$

b) Từ điểm $M(+2;+2)$, xác định (vẽ) các vectơ sau: $\overrightarrow{MA}=(+1;+3)$, $\overrightarrow{MB}=(+2;-4)$, $\overrightarrow{MC}=(-1;+2)$, $\overrightarrow{MD}=(-2;-1)$, $\overrightarrow{ME}=(0;+5)$ và $\overrightarrow{MF}=(-5;0)$.

c) Vẽ 2 vectơ bằng nhau (tuỳ ý). Xác định toạ độ của chúng. Nhận xét?

Ví dụ 38. Tìm tọa độ của các véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{n}$ trong hình vẽ bên.



Ví dụ 39. Đối với hệ tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j})$, hãy chỉ ra tọa độ của các véctơ:

$$\vec{0};\ \vec{i};\ \vec{j};\ \vec{i}+\vec{j};\ \vec{j}-2\vec{i};\ \frac{1}{2}\vec{i}-7\vec{j};\ \sqrt{3}\vec{i}-0,1\vec{j};\ 2\vec{i};\ -3\vec{j};\ 3\vec{i}-4\vec{j};\ 0,2\vec{i}+\sqrt{5}\vec{j}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 40. Viết dưới dạng $\vec{u}=x.\vec{i}+y.\vec{j}$ khi biết tọa độ vectơ $\vec{u}$:

a) $\vec{u}=(2;-3)$. b) $\vec{u}=(-1;4)$. c) $\vec{u}=(2;0)$ d) $\vec{u}=(0;-1)$

e) $\vec{u}=(5;0)$. f) $\vec{u}=(0;11)$. g) $\vec{u}=(0;0)$ h) $\vec{u}=(2;2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 98. Viết tọa độ các véctơ sau

a) $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$. b) $\vec{b}=\frac{1}{3}\vec{i}+5\vec{j}$. c) $\vec{c}=3\vec{i}$ d) $\vec{d}=-2\vec{j}$

e) $\vec{n}=2\vec{i}+3\vec{j}$. f) $\vec{f}=\frac{1}{3}\vec{i}-5\vec{j}$. g) $\vec{g}=3\vec{i}$ h) $\vec{h}=\vec{j}+\frac{1}{3}\vec{i}$

Bài 99. Viết véctơ $\vec{u}$ dưới dạng $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ khi biết tọa độ của $\vec{u}$ là:

a) $(2;-3)$. b) $(-1;8)$. c) $(2;0)$ d) $(0;-1)$ e) $(0;0)$ f) $(\pi;-\sin 10°)$

Dạng 3. Các phép toán trên tọa độ véctơ

I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Sử dụng các công thức tọa độ của tổng, hiệu, tích vectơ với một số điều kiện cùng phương.
- ***Bài toán:*** Hãy biểu diễn (phân tích) vectơ $\vec{c}=(c_1;c_2)$ theo các vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$:

  Bước 1: Giả sử $\vec{c}=m.\vec{a}+n.\vec{b}$ (1)

  Bước 2: Ta có: $m.\vec{a}+n.\vec{b}=(ma_1+nb_1;ma_2+nb_2)$

  Do đó $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}c_1=ma_1+nb_1\\c_2=ma_2+nb_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=...\\n=...\end{cases}$. Vậy $\vec{c}=m.\vec{a}+n.\vec{b}$.

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 41. Cho $\vec{u}=(3;-2)$, $\vec{v}=(7;4)$. Tính tọa độ của các vectơ $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{u}-\vec{v}$, $8\vec{u}$, $3\vec{u}-4\vec{v}$, $-(3\vec{u}-4\vec{v})$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 42. Cho $\vec{a}=(2;1),\vec{b}=(3;4),\vec{c}=(7;2)$

a) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$.

b) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{v}$ sao cho $\vec{v}+\vec{a}=\vec{b}-\vec{c}$.

c) Tìm các số k,m để $\vec{c}=k\vec{a}+m\vec{b}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 43. Cho ba vectơ $\vec{a}=(3;-1),\vec{b}=(1;-2),\vec{c}=(-1;7)$. Hãy biểu diễn vectơ $\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ qua các vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 44. Xét xem các cặp vectơ sau có cùng phương hay không? Trong trường hợp cùng phương thì xét xem cùng hay ngược hướng?

a) $\vec{a}=(2;3),\vec{b}=(-10;-15)$.

b) $\vec{u}=(0;5),\vec{v}=(0;8)$.

c) $\vec{m}=(-2;1),\vec{n}=(-6;3)$.

d) $\vec{c}=(3;4),\vec{d}=(6;9)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 45. Tìm tham số để các cặp vectơ cùng phương:

a) $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{i}-5\vec{j},\ \vec{v}=k\vec{i}-4\vec{j}$.

b) $\vec{m}=(x;-3),\vec{n}=(-2;2x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 100. Các cặp vectơ sau đây có cùng phương hay không ?

a) $\vec{a}(-3;2),\vec{b}(6;-4)$.

b) $\vec{c}=(-4;8),\vec{d}(-0,5;1)$.

c) $\vec{u}=(2006;0),\vec{v}(-1;0)$.

d) $\vec{m}=\left(3;\sqrt{5}\right),\vec{n}=\left(\sqrt{5};3\right)$.

Bài 101. Cho $\vec{a}=(1;2),\vec{b}=(-3;1)$ và $\vec{c}=(6;5)$. Tính m để vectơ $m\vec{a}+\vec{b}$ cùng phương với $\vec{c}$.

Bài 102. Cho $\vec{a}=(1;-2),\vec{b}=(3;4),\vec{c}=(5;-1)$. Tìm toạ độ vectơ $\vec{u}=2\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$

Bài 103. Bài 4 Cho $\vec{a}=(2;1),\vec{b}=(3;-4),\vec{c}=(-7;2)$

a) Tìm toạ độ của vectơ $\vec{u}=3\vec{a}+2\vec{b}-4\vec{c}$

b) Tìm toạ độ của vectơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{x}+\vec{a}=\vec{b}-\vec{c}$

c) Tìm các số k, l để $\vec{c}=k\vec{a}+l\vec{b}$

Bài 104. Cho hai vectơ $\vec{a}=(-3;2),\vec{b}=(4;5)$

a) Hãy biểu thị các vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ theo hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$,

b) Tìm toạ độ của các vectơ $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b},\vec{d}=2\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b},\vec{u}=\vec{a}+4\vec{b}$,

Bài 105. Cho $\vec{a}=(1;-2)$, $\vec{b}=(0;3)$. Tìm tọa độ của các vectơ sau:

a) $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}$.

b) $\vec{y}=\vec{a}-\vec{b}$.

c) $\vec{z}=2\vec{a}-3\vec{b}$

d) $\vec{u}=3\vec{a}-2\vec{b}$

Bài 106. Cho $\vec{a}=(2;0)$, $\vec{b}=\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ và $\vec{c}=(4;-6)$.

a) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d}=2\vec{a}-3\vec{b}+5\vec{c}$.

b) Tìm 2 số m, n sao cho: $m\vec{a}+\vec{b}-n\vec{c}=\vec{0}$.

Bài 107. Cho $\vec{a}=(1;2)$, $\vec{b}=(-1;4)$ và $\vec{c}=(0;4)$. Tìm tọa độ và đội dài các vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, biết:

a) $\vec{u}=2\vec{a}-4\vec{b}+\vec{c}+5\vec{j}$.

b) $\vec{v}=\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c}+2\vec{j}$.

Bài 108. Biểu diễn vectơ $\vec{c}$ theo các vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, biết:

a) $\vec{a}=(2;-1),\ \vec{b}=(-3;4),\ \vec{c}=(-4;7)$.

b) $\vec{a}=(1;1),\ \vec{b}=(2;-3),\ \vec{c}=(-1;3)$.

c) $\vec{a}=(-4;3),\ \vec{b}=(-2;-1),\ \vec{c}=(0;5)$.

d) $\vec{a}=(4;2),\ \vec{b}=(5;3),\ \vec{c}=(2;0)$.

e) $\vec{a}=(2;-2),\vec{b}=(1;4),\vec{c}=(5;0)$.

f) $\vec{a}=(1;-1),\vec{b}=(2;1),\vec{c}=(4;-1)$.

Bài 109. Cho $\vec{u}=(2;-5)$, $\vec{v}=(3;4)$ và $\vec{w}=(-5;7)$.

a) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}=\vec{u}+3\vec{v}-5\vec{w}$

b) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{u}+2\vec{v}-3\vec{w}+\vec{x}=\vec{0}$

c) Phân tích vectơ $\vec{b}=(7;2)$ theo hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$

d) Tìm m biết rằng $\vec{c}=(6;m)$ cùng phương với vectơ $\vec{w}$.

Bài 110. Cho $\vec{a}=(2;1)$, $\vec{b}=(3;4)$ và $\vec{c}=(-7;2)$.

a) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=3\vec{a}+2\vec{b}-4\vec{c}$.

b) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{x}+\vec{a}=\vec{b}-\vec{c}$.

c) Tìm các số k, m để $\vec{c}=k\vec{a}+m\vec{b}$.

Dạng 4. Tọa độ điểm

I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Tọa độ điểm $M(x;y):\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$
- Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)$
- Sử dụng tọa độ hai vectơ bằng nhau, các phép tính tổng, hiệu, tích vectơ với một số, tọa độ trung điểm và trọng tâm tam giác.
- Phương pháp chung: ta thường tìm những ghệ thức về véctơ liên hệ giữa M (hay véctơ $\vec{a}$) với các điểm (hay véctơ) đã biết cho phép lập hệ phương trình ma fhai ẩn là tọa độ của M (hay véctơ $\vec{a}$), từ đó tìm được tọa độ của M (hay véctơ $\vec{a}$).

II - BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 46. Trong mp Oxy, cho 3 điểm $A(2;0),B(-2;4),C(3;2)$.

a) Chứng minh A,B,C là 3 đỉnh của 1 tam giác

b) Toạ độ trọng tâm ΔABC,

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 47. Trong mp Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có : $A(-1;-2),B(3;2)$ và $C(4;-1)$. Tìm toạ độ điểm D

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 48. Trong mp Oxy, cho 3 điểm $A(-3;4), B(1;1)$ và $C(9;-5)$

a) Chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng

b) Tìm toạ độ điểm $D \in$ trục $y'Oy$ để A, B và D thẳng hàng

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 49. Trong mp Oxy, cho 3 điểm $M(2;3), N(0;-4)$ và $P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của ΔABC. Tìm toạ độ 3 đỉnh của tam giác này.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 50. Trong mp Oxy, cho tứ giác $MNPQ$ có $M(0;-4), N(6;-2), P(4;0)$ và $Q(1;-1)$. Chứng minh tứ giác này là 1 hình thang.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 51. Trong mp Oxy, cho các điểm $A(1;-2), B(0;4)$ và $C(3;2)$. Tìm toạ độ điểm M thoả hệ thức $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 52. Cho ba điểm $A(-1;1), B(1;3), C(-2;0)$

a) Tìm toạ độ của $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$. CHứng minh A, B, C thẳng hàng

b) Chứng minh A, B, O không thẳng hàng. Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABO

c) Tìm toạ độ điểm D trên trục hoành để A, B, D thẳng hàng.

Ví dụ 53. Cho ba điểm $A(1;4), B(-2;2), C(4;0)$

a) Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của tam giác

b) Tính toạ độ của vectơ $\overrightarrow{AM}$ với M là trung điểm của BC

c) Tính toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC

Ví dụ 54. Cho tam giác ABC với $AB=5$ và $AC=1$. Tính toạ độ điểm D là của chân đường phân giác trong góc A theo toạ độ của B,C

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 55. Cho hai điểm phân biệt $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$. Ta nói điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số k nếu $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$ $(k\neq 1)$. Chứng minh rằng $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A-kx_B}{1-k} \\ y_M=\dfrac{y_A-ky_B}{1-k} \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 111. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho điểm $M(x;y)$

a) Tìm toạ độ của điểm A đối xứng với M qua trục Ox

b) Tìm toạ độ của điểm B đối xứng với M qua trục Oy

c) Tìm toạ độ của điểm C đối xứng với M qua gốc O

Bài 112. Trong mặt phẳng Oxy, cho 3 điểm $A(-4;1),B(3;4)$ và $C(4;-2)$

a) Chứng minh A,B,C là 3 đỉnh 1 tam giác

b) Tìm toạ độ trọng tâm ΔABC

c) Tìm toạ độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành

Bài 113. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1;-3),B(-3;2)$ và $D(4;-1)$. Tìm toạ độ điểm C.

C - BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 114. Trong mp Oxy, cho 2 điểm $A(-1;1), B(0;3)$.

a) Tìm toạ độ điểm $I \in$ trục x để A, B, I thẳng hàng.

b) Tìm giá trị của m để điểm $M(m+4;2m+1)$ thẳng hàng với 2 điểm A, B.

Bài 115. Trong mặt phẳng Oxy, cho 3 điểm $M(-4;1), N(2;4)$ và $P(2;-2)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của ΔABC.

a) Tìm toạ độ 3 đỉnh. b) Chứng minh ΔABC và ΔMNP có cùng trọng tâm.

Bài 116. Trong mặt phẳng Oxy,cho 4 điểm $A(-2;6), B(4;-4), C(2;-2)$ và $D(-1;-3)$. Chứng minh $ABCD$ là hình thang.

Bài 117. Trong mp Oxy, cho các điểm $A(-1;2), B(0;4)$ và $C(3;2)$. Tìm toạ độ điểm N thoả hệ thức $\overrightarrow{AN}+2\overrightarrow{BN}+4\overrightarrow{CN}=\vec{0}$.

Bài 118. Trong mặt phẳng Oxy,cho tam giác ABC có $A(-1;2), B(3;4)$ và $C(7;-1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác và I là trung điểm AG. Gọi K là điểm trên cạnh AB sao cho $\overrightarrow{AB}=5\overrightarrow{AK}$. Chứng minh 3 điểm C, I, K hẳng hàng.

Bài 119. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có trung điểm cạnh BC là $M(-1;1)$, trung điểm cạnh AC là $N(1;9)$, trung điểm cạnh AB là $P(9;1)$. Tìm toạ độ A, B, C

Bài 120. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a}=(x^2+1;3x-2), \vec{b}=(2;1)$ và $A(0;1)$

a) Tìm x để $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$

b) Tìm toạ độ của điểm M để $A\overrightarrow{M}$ cùng phương với $\vec{b}$ và có độ dài bằng $\sqrt{5}$

Bài 121. Các điểm $A'(-4;1), B'(2;4)$ và $C'(2;-2)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA và AB của tam giác ABC. Tính toạ độ các đỉnh của tam giác ABC. Chứng minh rằng trọng tâm của tam giác ABC và $A'B'C'$ trùng nhau.

Bài 122. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-4;1), B(2;4)$ và $C(2;-2)$

a) Chứng minh rằng 3 điểm A, B, C tạo thành tam giác

b) Tìm toạ độ trọng tâm G tam giác ABC

c) Tìm toạ độ điểm D sao cho C là trong tâm của tam giác ABD.

d) Tìm toạ độ điểm E trên trục Ox sao cho A, B, E thẳng hàng.

e) Tìm toạ độ điểm F sao cho $ABCF$ là hình bình hành.

Bài 123. Trên mặt phẳng Oxy cho 2 điểm $A(-2;-2)$ và $B(5;-4)$

a) Tìm tọa độ trọng tâm của tam giác OAB.

b) Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(2;0)$.

Bài 124. Cho tam giác ABC với $A=(2;3), B=(-1;4), C=(1;1)$. Tìm các tọa độ của đỉnh D của hình bình hành

a) $ABCD$. b) $ACBD$.

Bài 125. Cho $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$.

a) Tìm điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD.

b) Tìm điểm E sao cho $ABCE$ là hình bình hành.

D - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 61. Cho ba điểm A, B, C trên trục $x'Ox$ có vectơ đơn vị $\vec{i}$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. x_A là tọa độ của $A \Leftrightarrow \overline{OA} = x_A.\vec{i}$.

B. x_B, x_C là tọa độ của B và C thì: $\overline{BC} = x_B - x_C$.

C. $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$.

D. M là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \overline{OM} = \dfrac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2}$.

Câu 62. Trên trục $x'Ox$, cho bốn điểm A, B, C, D có tọa độ lần lượt là 3, 5, -7, 9. Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\overline{AB} = 2$. **B.** $\overline{AC} = -10$. **C.** $\overline{CD} = -16$. **D.** $\overline{AB} + \overline{AC} = -8$.

Câu 63. Cho bốn điểm A, B, C, D trên trục $(O;\vec{i})$. Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$. **B.** $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} = \overline{AD}$.

C. $\overline{CD} = \overline{BD} - \overline{BC}$. **D.** $\overline{AB} - \overline{BA} = 0$.

Câu 64. Trên trục $x'Ox$ cho hai điểm A, B có tọa độ lần lượt là 5 và 10. Điểm M nằm trên $x'Ox$ thỏa $5\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$ có tọa độ là :

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** -2.

Câu 65. Trên trục $x'Ox$, cho ba điểm A, B, C. Nếu biết $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 7$ thì $\overline{CB}$ bằng :

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 66. Trên trục $(O;\vec{i})$, cho bốn điểm A, B, C, D có tọa độ lần lượt là a, b, c, d và điểm M có tọa độ x. Hỏi mệnh đề nào sau đây sai ?

A. Nếu $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ thì $x = \dfrac{a+b}{2}$.

B. Nếu $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì $x = \dfrac{a+b+c}{3}$.

C. Nếu $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$ thì $x = \dfrac{a+b+c+d}{4}$.

D. $\overline{MA} + \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{MD} = 0$.

Câu 67. Cho ba điểm A, B, C có tọa độ theo thứ tự là 2, 4, -5. Tìm tọa độ điểm M trên trục này sao cho $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{9}$. **D.** Một số khác.

Câu 68. Trên trục $x'Ox$ cho bốn điểm A, B, C, D tùy ý.

Để chứng minh $\overline{AB}.\overline{CD} + \overline{AC}.\overline{DB} + \overline{AD}.\overline{BC} = 0$, một học sinh giải như sau, hỏi sai từ bước nào ?

A. Gọi a, b, c, d lần lượt là tọa độ của A, B, C, D trên trục $x'Ox$. Ta có :

$\overline{AB}.\overline{CD} = (b-a)(d-c) = bd - ad - bc + ac$. (1)

B. Tương tự : $\overline{AC}.\overline{DB} = cb - ab - cd + ad$. (2)

C. Tương tự : $\overline{AD}.\overline{BC} = dc - ac - ba + ab$. (3)

D. Cộng (1), (2), (3) theo từng vế và rút gọn ta suy ra: $\overline{AB}.\overline{CD} + \overline{AC}.\overline{DB} + \overline{AD}.\overline{BC} = 0$.

Câu 69. Cho bốn điểm A, B, C, D trên một trục $(O;\vec{i})$, có tọa độ lần lượt là a, b, c, d. Tìm hệ thức giữa a, b, c, d để $\dfrac{\overline{CA}}{\overline{CB}}=-\dfrac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$.

A. $(a+b)(c+d)=ab+cd$. **B.** $(a+b)(c+d)=2(ab+cd)$.

C. $(a+b)(c+d)=ab-cd$. **D.** $(a+b)(c+d)=2(ab-cd)$.

Câu 70. Cho hai điểm A, B trên trục $x'Ox$ có tọa độ 2 và 5. Tìm điểm C đối xứng với B qua điểm A.

A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 71. Cho ba điểm $A(-2)$, $B(3)$, $C(6)$ trên trục $x'Ox$. Tìm tọa độ x của điểm D sao cho $\dfrac{\overline{DA}}{\overline{DB}}=-\dfrac{\overline{CA}}{\overline{CB}}$.

A. $x=\dfrac{15}{11}$. **B.** $x=\dfrac{18}{11}$. **C.** $x=\dfrac{20}{11}$. **D.** $x=18$.

Câu 72. Cho ba điểm $A(2)$, $B(5)$, $C(8)$. Tìm tọa độ x của điểm G thỏa: $\dfrac{2}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{\overline{AC}}+\dfrac{1}{\overline{AD}}$.

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=6$. **D.** $x=5$.

Câu 73. Trong hệ trục $(O;\vec{i},\vec{j})$ cho 2 vectơ $\vec{a}=(3;2)$, $\vec{b}=-\vec{i}+5\vec{j}$. Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}$. **B.** $\vec{b}=(-1;5)$.

C. $\vec{a}+\vec{b}=(2;7)$. **D.** $\vec{a}-\vec{b}=(2;-3)$.

Câu 74. Cho $\vec{a}=(-3;4)$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $-\vec{a}=(3;-4)$. **B.** $|\vec{a}|=5$. **C.** $0.\vec{a}=0$. **D.** $2|\vec{a}|=10$.

Câu 75. Cho $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$ và $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}$. Tìm tọa độ của $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(1;-1)$. **B.** $\vec{c}=(3;-5)$. **C.** $\vec{c}=(-3;5)$. **D.** $\vec{c}=(2;7)$.

Câu 76. Cho $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$, $\vec{v}=-5\vec{i}-\vec{j}$. Gọi $(X;Y)$ là tọa độ của $\vec{w}=2\vec{u}-3\vec{v}$ thì tích XY bằng :

A. -57. **B.** 57. **C.** -63. **D.** Một đáp án khác.

Câu 77. Cho ba điểm $A(1;-3)$, $B(4;5)$, $C(2;-3)$. Xét các mệnh đề sau :

I. $\overrightarrow{AB}=(3;8)$.

II. A' là trung điểm của BC thì $A'(6;2)$.

III. Tam giác ABC có trọng tâm $G\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

Hỏi mệnh đề nào đúng ?

A. Chỉ I và II. **B.** Chỉ II và III. **C.** Chỉ I và III. **D.** Cả I, II, III.

Câu 78. Trọng tâm G của tam giác ABC với $A(-4;7)$, $B(2;5)$, $C(-1;-3)$ có tọa độ là :

A. $(-1;4)$. **B.** $(2;6)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** Một đáp số khác.

Câu 79. Cho $A(1;5)$, $B(-2;4)$, $G(3;3)$. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì tọa độ của C là:

A. $(3;1)$. **B.** $(5;7)$. **C.** $(10;0)$. **D.** $(-10;0)$.

Câu 80. Cho ΔABC có $A(0;-2)$, $B(4;0)$, $C(1;1)$ và G là trọng tâm. Nếu M là điểm trên đường thẳng d có phương trình $y=2$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ bé nhất thì tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MG}$ là:

A. $\left(\frac{5}{3};\frac{7}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{3};-\frac{7}{3}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{7}{3}\right)$. **D.** $\left(0;-\frac{7}{3}\right)$.

Câu 81. Bộ ba điểm nào sau đây là ba điểm thẳng hàng?

A. $A(1;1), B\left(0\frac{2}{3}\right), C(-4;-1)$. **B.** $I(-3;-1), J(1;0), K\left(4;\frac{3}{4}\right)$.

C. $D(-2;3), E(2;2), F(6;0)$. **D.** $M(1;4), N(-1;1), P(-3;-3)$.

Câu 82. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm $I(3;4)$ trung điểm của các cạnh AB, AD theo thứ tự là $M(1;1)$, $N(-2;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ là

A. $(28;16)$. **B.** $(14;8)$. **C.** $(7;4)$. **D.** $(28;20)$.

Câu 83. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn nối hai điểm $A(3\,;\,7)$ và $B(-6\,;\,1)$.

A. $\left(\frac{9}{2}\,;\,3\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{2}\,;\,4\right)$. **C.** $(-3\,;\,6)$. **D.** $\left(\frac{3}{2}\,;\,4\right)$.

Câu 84. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}$, $\vec{b}=5\vec{j}-4\vec{i}$ và $\vec{c}=(7;4)$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{c}=\frac{20}{13}\vec{a}-\frac{3}{13}\vec{b}$. **B.** $\vec{c}=\frac{25}{13}\vec{a}+\frac{2}{13}\vec{b}$. **C.** $\vec{c}=\frac{51}{23}\vec{a}-\frac{2}{13}\vec{b}$. **D.** $\vec{c}=\frac{47}{23}\vec{a}-\frac{3}{23}\vec{b}$.

Câu 85. Cho tam giác ABC có $A(1\,;\,3)$, $B(4\,;-1)$, trọng tâm $G(-2\,;-3)$. Tọa độ điểm C là

A. $C(7;-11)$. **B.** $C(-7;-11)$. **C.** $C(7;11)$. **D.** $C(-7;11)$.

Câu 86. Cho $A(0\,;-2)$, $B(-3\,;1)$. Tìm tọa độ giao điểm M của AB với trục $x'Ox$.

A. $M(-2\,;0)$. **B.** $M(2\,;0)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2}\,;0\right)$. **D.** $M\left(\frac{1}{2}\,;0\right)$.

Câu 87. Cho $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$, $\vec{b}=m\vec{j}+\vec{i}$. Nếu $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương thì :

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-\frac{2}{3}$. **D.** $m=-\frac{3}{2}$.

Câu 88. Cho $\vec{u}=(2x-1;3)$, $\vec{v}=(1\,;\,x+2)$. Có hai giá trị x_1, x_2 của x để $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$. Tính $x_1.x_2$.

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{5}{3}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 89. Cho ba điểm $A(0\,;1)$, $B(0\,;-2)$, $C(3\,;0)$. Vẽ hình bình hành $ABDC$. Tìm tọa độ điểm D.

A. $D(-3\,;3)$. **B.** $D(3\,;-3)$. **C.** $D(3\,;3)$. **D.** $D(-3\,;-3)$.

Câu 90. Hai vectơ nào sau đây không cùng phương :

A. $\vec{a}=(3\,;5)$ và $\vec{b}=\left(-\frac{6}{7}\,;-\frac{10}{7}\right)$. **B.** $\vec{c}$ và $-4\vec{c}$.

C. $\vec{i}=(1\,;0)$ và $\vec{m}=\left(-\frac{5}{2}\,;0\right)$. **D.** $\vec{m}=\left(-\sqrt{3}\,;0\right)$ và $\vec{n}=\left(0\,;-\sqrt{3}\right)$.

Câu 91. Các điểm và các vectơ sau đây cho trong hệ trục $(O;\vec{i},\vec{j})$ (giả thiết m, n, p, q là những số thực khác 0). Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\vec{a}=(m;0)\Leftrightarrow \vec{a}//\vec{i}$.
B. $\vec{b}=(0;n)\Leftrightarrow \vec{b}//\vec{j}$.
C. Điểm $A(n;p)\in x'Ox\Leftrightarrow n=0$.
D. $A(0;p)$, $B(q;p)$ thì $AB//x'Ox$.

Câu 92. Cho ba điểm $A(2;-4)$, $B(6;0)$, $C(m;4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng ?

A. $m=10$. **B.** $m=-6$. **C.** $m=2$. **D.** Một số khác.

Câu 93. Cho hai điểm $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$. Tọa độ của điểm M mà $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$ $(k\neq 1)$ là :

A. $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+k.x_B}{1+k} \\ y_M=\dfrac{y_A+k.y_B}{1+k} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A-x_B}{1-k} \\ y_M=\dfrac{y_A-y_B}{1-k} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A-k.x_B}{1-k} \\ y_M=\dfrac{y_A-k.y_B}{1-k} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+k.x_B}{1-k} \\ y_M=\dfrac{y_A+k.y_B}{1-k} \end{cases}$.

Câu 94. Cho hai điểm $M(1;6)$ và $N(6;3)$. Tìm điểm P mà $\overrightarrow{PM}=2\overrightarrow{PN}$.

A. $P(11;0)$. **B.** $P(6;5)$. **C.** $P(2;4)$. **D.** $P(0;11)$.

Câu 95. Cho tam giác ABC với $B(3;2)$, $C(0;-4)$, $AB=4\sqrt{5}$, $AC=5\sqrt{5}$. Chân đường phân giác trong góc A có tọa độ :

A. $(5;-2)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 96. Cho tam giác ABC với $B(2;-3)$, $C(3;0)$, $AB=\sqrt{2}$, $AC=2\sqrt{2}$. Tìm giao điểm của đường phân giác ngoài của góc A và đường thẳng BC :

A. $(-1;6)$. **B.** $(1;6)$. **C.** $(-1;-6)$. **D.** $(1;-6)$.

Câu 97. Cho hai điểm $A(-3;1)$ và $B(-5;5)$. Tìm điểm M trên trục $y'Oy$ sao cho $MB-MA$ lớn nhất.

A. $M(0;-5)$. **B.** $M(0;5)$. **C.** $M(0;3)$. **D.** $M(0;-6)$.

Câu 98. Trong mặt phẳng (Oxy) cho $A(1;3)$, $B(4;9)$. Tìm điểm C đối xứng của m qua B.

A. $C(7;15)$. **B.** $C(6;14)$. **C.** $C(5;12)$. **D.** $C(15;7)$.

Câu 99. Cho các vectơ $\vec{a}=(1;2m^2)$, $\vec{b}=(m;m^2+m)$ (m là tham số). Điều kiện cần và đủ của m để $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$ là:

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m\in\left\{0;1;-\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $m=1$ hay $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 100. Ba điểm nào sau đây không thẳng hàng ?

A. $M(-2;4),N(-2;7),P(-2;2)$. **B.** $M(-2;4),N(5;4),P(7;4)$.
C. $M(3;5),N(-2;5),P(-2;7)$. **D.** $M(5;-5),N(7;-7),P(-2;2)$.

Câu 101. Cho hai điểm $A(-2;-3),B(4;7)$. Tìm điểm $M\in y'Oy$ thẳng hàng với A và B.

A. $M\left(0;\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** $M\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$.
C. $M(0;1)$. **D.** $M(0;3)$.

Câu 102. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4;2)$, $B(1;-5)$. Tìm trọng tâm G của tam giác OAB.

A. $G\left(\frac{5}{3};-1\right)$. **B.** $G\left(\frac{5}{3};2\right)$. **C.** $G(1;3)$. **D.** $G\left(\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 103. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4;2)$, $B(1;-5)$. Tìm điểm C để $OABC$ là hình bình hành.

A. $I(-5;3)$. **B.** $C(5;-3)$. **C.** $C(3;7)$. **D.** $C(-3;-7)$.

Câu 104. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(-2m;-m)$, $B(2m;m)$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng AB đi qua O?

A. $m=3$. **B.** $m=5$. **C.** $\forall m\in\mathbb{R}$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 105. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(3;1)$, $B(-1;5)$. Tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng AB với trục hoành.

A. $M(0;-2)$. **B.** $M(-2;0)$. **C.** $M(4;0)$. **D.** $M(0;4)$.

Câu 106. Trong hệ tọa độ Oxy, cho 4 điểm $A(3;0)$, $B(4;-3)$, $C(8;-1)$, $D(-2;1)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

A. B, C, D. **B.** A, B, C. **C.** A, B, D. **D.** A, C, D.

Câu 107. Hai vectơ nào có toạ độ sau đây là cùng phương?

A. $(1;\ 0)$ và $(0;\ 1)$. **B.** $(2;\ 1)$ và $(2;-1)$.

C. $(-1;0)$ và $(1;0)$. **D.** $(3;-2)$ và $(6;\ 4)$.

Câu 108. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết $\vec{u}+\vec{b}=\vec{0}$, $\vec{b}=(2;-3)$

A. $(2;-3)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 109. Cho hai vectơ $\vec{a}=(1;-4)$; $\vec{b}=(-6;15)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết $\vec{u}+\vec{a}=\vec{b}$

A. $(7;19)$. **B.** $(-7;19)$. **C.** $(7;-19)$. **D.** $(-7;-19)$.

Câu 110. Cho 3 điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$, $C(3;0)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(-5;0)$.

Câu 111. Cho 3 vectơ $\vec{a}=(5;3)$; $\vec{b}=(4;2)$; $\vec{c}=(2;0)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c}$ theo 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{c}=2\vec{a}-3\vec{b}$. **B.** $\vec{c}=-2\vec{a}+3\vec{b}$. **C.** $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$. **D.** $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$.

Câu 112. Cho 2 điểm $M(-2;2)$, $N(1;1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M,N,P thẳng hàng.

A. $P(0;4)$. **B.** $P(0;-4)$. **C.** $P(-4;0)$. **D.** $P(4;0)$.

Câu 113. Trong mặt phẳng Oxy, cho ba vectơ $\vec{a}=(1;2)$, $\vec{b}=(-3;1)$, $\vec{c}=(-4;2)$. Biết $\vec{u}=3\vec{a}+2\vec{b}+4\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{i}$. **B.** $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{i}$.

C. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{j}$. **D.** $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{i}$.

Câu 114. Cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(-2;0)$, $B(2;5)$, $C(6;2)$. Tọa độ điểm D là

A. $D(2;-3)$. **B.** $D(2;3)$. **C.** $D(-2;-3)$. **D.** $D(-2;3)$.

Câu 115. Cho ΔABC với $A(2;2)$, $B(3;3)$, $C(4;1)$. Tìm toạ độ đỉnh D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-5;2)$. **B.** $D(5;2)$. **C.** $D(5;-2)$. **D.** $D(3;0)$.

Câu 116. Cho bốn điểm $A(1;-1)$, $B(2;4)$, $C(-2;-7)$, $D(3;3)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

A. A,B,C. **B.** A,B,D. **C.** B,C,D. **D.** A,C,D.

Câu 117. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(5;3)$. Trọng tâm của ΔABC có tọa độ là:

A. $\left(2;\frac{10}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{8}{3};-\frac{10}{3}\right)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $\left(\frac{4}{3};\frac{10}{3}\right)$.

Câu 118. Trong mặt phẳng Oxy, cho ΔABC với $A(2;2)$, $B(3;3)$, $C(4;1)$. Tìm toạ độ đỉnh D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-5;2)$. **B.** $D(5;2)$. **C.** $D(5;-2)$. **D.** $D(3;0)$.

Câu 119. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ΔABC có $A(5;1)$, $B(2;-2)$, $C(-1;2)$. Điểm D thuộc trục Oy sao cho $ABCD$ là hình thang mà $AB//CD$. Tung độ của điểm D là:

A. $y_D=\frac{5}{2}$. **B.** $y_D=\frac{9}{2}$. **C.** $y_D=4$. **D.** $y_D=3$.

Câu 120. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ΔABC có $A(5;1)$, $B(2;-2)$, $C(-1;2)$. M là điểm trên trục Ox sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ cùng phương với $\overrightarrow{MC}$. M có hoành độ là:

A. $x_M=\frac{14}{5}$. **B.** $x_M=\frac{9}{5}$. **C.** $x_M=\frac{13}{5}$. **D.** $x_M=\frac{12}{5}$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP CHƯƠNG 1

A – TỰ LUẬN

Bài 126. Cho lục giác $ABCDEF$. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CD,DE,EF. Chứng minh rằng tam giác MPR và NQS có cùng trọng tâm.

Bài 127. Cho tam giác ABC. Gọi D là điểm định bởi $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. I là trung điểm của BD, M là điểm thoả $\overrightarrow{BM}=x\overrightarrow{BC}$ $(x\in\mathbb{R})$.

a) Tính $\overrightarrow{AI}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

b) Tính $\overrightarrow{AM}$ theo x, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

c) Tìm x sao cho A,I,M thẳng hang.

Bài 128. Cho tam giác ABC cố định

a) Xác định điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}-2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

b) Lấy điểm M di động. Ta dựng N sao cho $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$. Chứng minh rằng MN luôn đi qua 1 điểm cố định.

Bài 129. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC, M là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (P)

a) Chứng minh rằng biểu thức $\vec{u}=3\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M

b) Tìm quỹ tích điểm M trong mặt phẳng (P) sao cho $\left|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$

Bài 130. Cho tam giác ABC

a) Xác định điểm I và K thoả

i) $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ (1) ii) $\overrightarrow{KA}-\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$ (2)

b) Tìm tập hợp những điểm M, biết rằng vectơ $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ luôn cùng phương với $\overrightarrow{BC}$

c) Cho điểm M bất kì trong mặt phẳng MN luôn đi qua một điểm cố định

Bài 131. Cho tam giác ABC. Lấy các điểm M,N,P sao cho $\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=\vec{0}$

a) Tính $\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PN}$ theo $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ b) Chứng minh rằng M,N,P thẳng hàng

Bài 132. Cho tam giác ABC, gọi I,J là 2 điểm định bởi $\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{IB},3\overrightarrow{JA}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$

a) Tính $\overrightarrow{IJ}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

b) Chứng minh IJ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC

Bài 133. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Trên cạnh AB lấy M sao cho $3AM=AB$, trên cạnh CD lấy N sao cho $2CN=CD$

a) Tính $\overrightarrow{AN}$ sao cho $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

b) Gọi G là trọng tâm tam giác BMN. Tính $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

c) Lấy điểm I thoả $11\overrightarrow{BI}=6\overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng A,I,G thẳng hàng.

d) Tìm tập hợp các điểm M thoả $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=4\overrightarrow{AB}$

Bài 134. Cho tam giác ABC

a) Tìm quỹ tích các điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$

b) Tìm quỹ tích các điểm M sao cho $2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$

c) Tìm quỹ tích các điểm M sao cho $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$

Bài 135. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho ba điểm $A(-3;4);B(1;1);C(9;-5)$

a) Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng

b) Tìm toạ độ điểm D sao cho A là trung điểm BD

c) Tìm toạ độ điểm E trên trục Ox sao cho A,B,E thẳng hàng

d) Tìm toạ độ điểm F trên trục Oy sao cho $AOBF$ là hình thang đáy là OA

Bài 136. Cho ba điểm $A(2;5),B(1;2)$ và $C(4;-7)$

a) Chứng minh A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác

b) Tìm toạ độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{BC}+5\vec{i}$

c) Tìm điểm N trên trục Ox sao cho A,B,N thẳng hàng

Bài 137. Cho ba điểm $A(-2;1),B(3;-2)$ và $C(0;-3)$

a) Tìm toạ độ của $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$. Chứng minh A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác

b) Tìm toạ độ trong tâm G của tam giác ABC

c) Tìm toạ độ điểm D sao cho $\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}$

d) Tìm toạ độ điểm E sao cho $ABCE$ là hình bình hành. Tìm tâm hình bình hành đó.

Bài 138. Cho tam giác ABC . Các điểm $M(1;1),N(2;3),P(0;-4)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC,CA,AB . Tính tọa độ các đỉnh của tam giác.

Bài 139. Cho ba điểm $A(1;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;-5)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox mà $T=\left|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ bé nhất.

Bài 140. Cho ba điểm $A(2;5),B(1;1),C(3;3)$.

a) Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$.

b) Tìm tọa độ điểm E sao cho $ABCE$ là hình bình hành. Tìm tọa độ tam hình bình hành ấy.

Bài 141. Cho ba điểm $A(-1;1),B(1;3),C(-2;0)$

a) Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng

b) Tìm các tỉ số mà điểm A chia đoạn BC, điểm B chia đoạn AC, và điểm C chia đoạn AB

Bài 142. Trên mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $A(0;2)$, $B(1;1)$ và $C(-1;-2)$. Các điểm C', A', B' lần lượt chia các đoạn thẳng AB, BC, CA theo các tỉ số $-1,\frac{1}{2},-2$

a) Tìm tọa độ của A', B', C'. b) Chứng minh A', B', C' thẳng hàng.

Bài 143. a) Cho $A(1;1),B(3;2)n$ và $C(m+4;2m+1)$. Tìm m để ba điểm A,B,C thẳng hàng.

b) Cho $A(3;4),B(2;5)$. Tìm x để điểm $C(-7;x)$ thuộc đường thẳng AB.

Bài 144. Cho $A(-3;4),B(1;1),C(5;5)$

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hang.

b) Tìm điểm D sao cho A là trung điểm BD.

c) Tìm điểm E trên trục Ox sao cho A,B,E thẳng hàng.

Bài 145. Cho $A(-1;3),B(4;2),C(3;5)$

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hang.

b) Tìm điểm D sao cho $\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{BC}$.

c) Tìm điểm E sao cho O là trọng tâm tam giác ABE.

Bài 146. Cho tam giác ABC có $A(-1;-1), B(5;-3)$, đỉnh C nằm trên trục Oy và trọng tâm G nằm trên trục Ox. Tìm tọa độ đỉnh C.

Bài 147. Cho bốn điểm $A(-2;-3), B(3;7), C(0;3), D(-4;-5)$. Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

Bài 148. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC=8, BD=6$. Chọn hệ tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j})$ sao cho $\vec{i}$ và $\vec{j}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OC}$

a) Tính tọa độ các đỉnh của hình thoi.

b) Tìm tọa độ trung điểm I của BC và trọng tâm G của tam giác ABC.

c) Tìm tọa độ điểm đối xứng I' của I qua tâm O. Chứng minh A, I', D thẳng hang.

d) Tìm tọa độ của vecto $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}$.

Bài 149. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Chọn hệ tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j})$ trong đó O là tâm của lục giác đều, hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OD}$ và $\overrightarrow{EC}$. Tính tọa độ các đỉnh của lục giác biết độ dài cạnh lục giác bằng 6.

Bài 150. Cho bốn điểm A, B, C, D. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{IJ}$

b) Gọi G là trung điểm của IJ. Chứng minh rằng $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

c) Gọi P, Q là trung điểm các đoạn thẳng AC và BD, M và N là trung điểm các đoạn thẳng AD và BC. Chứng minh rằng ba đoạn thẳng IJ, PQ và MN có chung trung điểm.

Bài 151. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(6;3)$, $C(1;-2)$, $B(-3;6)$.

a) Chứng minh A, B, C là ba đỉnh một tam giác;

b) Xác định điểm D trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, D thẳng hàng;

c) Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE=2EC$;

d) Xác định giao điểm hai đường thẳng DE và AC

Bài 152. Cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC}=3S_{ABM}$.

Bài 153. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa tâm O của hình bình hành $ABCD$.

B – TRẮC NGHIỆM

Câu 121. Cho tam giác ABC. Có thể xác định được bao nhiêu véctơ (khác véctơ không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 122. Cho 3 điểm phân biệt A, B, C. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

B. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.

C. A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 123. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Có duy nhất một véctơ cùng phương với mọi véctơ.

B. Có ít nhất hai véctơ cùng phương với mọi véctơ.

C. Có vô số véctơ cùng phương với mọi véctơ.

D. Không có véctơ nào cùng phương với mọi véctơ.

Câu 124. Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau hãy tìm khẳng định **sai**?

A. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$. **B.** $\left|\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|$. **C.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. **D.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$.

Câu 125. Cho lục giác $ABCDEF$, tâm O. Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{FO}$. **D.** Cả A, B, C đều đúng.

Câu 126. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng. Cho hình vuông $ABCD$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|$. **D.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 127. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai vécto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a}=\vec{b}$, nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

B. Hai vécto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a}=\vec{b}$, nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.

C. Hai vécto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

D. Hai vécto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi chúng cùng độ dài.

Câu 128. Cho ba điểm A,B,C không thẳng hàng, M là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall M,\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MB}$. **B.** $\exists M,\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}$.

C. $\forall M,\overrightarrow{MA}\neq\overrightarrow{MB}\neq\overrightarrow{MC}$. **D.** $\exists M,\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MB}$.

Câu 129. Cho véctơ $\vec{a}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Có vô số véctơ $\vec{u}$ mà $\vec{a}=\vec{u}$. **B.** Có duy nhất một $\vec{u}$ mà $\vec{u}=\vec{a}$.

C. Có duy nhất một $\vec{u}$ mà $\vec{u}=-\vec{a}$. **D.** Không có véctơ $\vec{u}$ nào mà $\vec{u}=\vec{a}$.

Câu 130. Cho tam giác ABC với trực tâm H, D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CH}$. **B.** $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{HC}$.

C. $\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{HC}$. **D.** $\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$.

Câu 131. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của AB, BC và DA. Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định sai

A. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$. **B.** $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NP}$. **C.** $\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\left|\overrightarrow{MN}\right|$. **D.** $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$.

Câu 132. Cho tam giác đều ABC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}\neq\overrightarrow{BC}$. **C.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|$. **D.** $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\overrightarrow{BC}$.

Câu 133. Cho tam giác ABC đều cạnh a. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC}=a$. **B.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=a$. **D.** $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\overrightarrow{BC}$.

Câu 134. Cho hai véctơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Không có véctơ nào cùng phương với cả hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

B. Có vô số véctơ cùng phương với cả hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

C. Có một véctơ cùng phương với cả hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, đó là véctơ $\vec{0}$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 135. Chọn câu **sai**

A. Mỗi véctơ đều có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của véctơ đó.

B. Độ dài của véctơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $\left|\vec{a}\right|$.

C. $\left|\vec{0}\right|=0$, $\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\overrightarrow{PQ}$.

D. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=AB=BA$.

Câu 136. Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng AB. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CB}$ ngược hướng.

D. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|$.

Câu 137. Véctơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau:

A. được gọi là véctơ suy biến.

B. được gọi là véctơ có phương tuỳ ý.

C. được gọi là véctơ không, kí hiệu là $\vec{0}$.

D. là véctơ có độ cài không xác định.

Câu 138. Câu nào sai trong các câu sau đây?

A. Véctơ đối của $\vec{a}\neq\vec{0}$ là véctơ ngược hướng với véctơ $\vec{a}$ và có cùng độ dài với véctơ $\vec{a}$.

B. Véctơ đối của véctơ $\vec{0}$ là véctơ $\vec{0}$.

C. Nếu $\overrightarrow{MN}$ là một véctơ đã cho, thì với điểm O bất kì ta luôn có thể viết: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}$.

D. Hiệu của hai véctơ là tổng của véctơ thứ nhất với véctơ đối của véctơ thứ hai.

Câu 139. Chọn khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau:

A. Véctơ là một đoạn thẳng có định hướng.

B. Véctơ không là véctơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.

C. Hai véctơ gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 140. Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó:

A. Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

B. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là với mọi M, $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

C. Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là với mọi M, $\overrightarrow{MA}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

D. Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 141. Cho tam giác ABC, D,E,F là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Hệ thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}$.

Câu 142. Cho hình bình hành $ABCD$. Câu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

Câu 143. Câu nào sau đây **sai**?

A. Với ba điểm bất kì I,J,K ta có: $\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{IK}$.

B. Nếu $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

C. Nếu $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OB}$ thì O là trung điểm của AB.

D. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Câu 144. Cho tam giác ABC. M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB.

(I) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ (1).

(II) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ (2).

Câu nào sau đây đúng?

A. Từ $(1)\Rightarrow(2)$. **B.** Từ $(2)\Rightarrow(1)$.

C. Từ $(1)\Leftrightarrow(2)$. **D.** Cả ba Câu trên đều đúng.

Câu 145. Cho tam giác ABC. M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB. Xét các mệnh đề:.

(I) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$.(II) $\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{AI}$ (III) $\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CJ}=\vec{0}$.

Mệnh đề sai là:

A. Chỉ (I). **B.** (II) và (III). **C.** Chỉ (II). **D.** (I) và (III).

Câu 146. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{CD}$.

Câu 147. Cho hình bình hành $ABCD$, M là điểm tuỳ ý. Tìm khẳng định đúng cho các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$. **B.** $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MA}$.

C. $\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DA}$. **D.** $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$.

Câu 148. Cho hai lực $F_1=F_2=100N$ có điểm đặt tại O và tạo với nhau góc 60^0. Cường độ lực tổng hợp của hai lực ấy bằng bao nhiêu?

A. $100\sqrt{3}N$. **B.** $50\sqrt{3}N$. **C.** $100N$. **D.** $200N$.

Câu 149. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F. Để chứng minh: $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}$. Một học sinh tiến hành như sau:.

(I) Ta có: $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}$.

(II) Ta lại có: $\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{DD}=\vec{0}$.

(III) Suy ra: $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}$

A. Lập luận trên sai từ giai đoạn (I). **B.** Lập luận trên sai từ giai đoạn (II).

C. Lập luận trên sai từ giai đoạn (III). **D.** Lập luận trên đúng hoàn toàn.

Câu 150. Cho tam giác ABC, I là trung điểm BC. Xét các mệnh đề:.

(I) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}$.(II) $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.(III) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{AI}$.

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I). **B.** (I) và (III).

C. Chỉ (III). **D.** (II) và (III).

Câu 151. Chỉ ra véctơ tổng $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{RN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{QR}$ trong các véctơ sau:

A. $\overrightarrow{MR}$. **B.** $\overrightarrow{MP}$. **C.** $\overrightarrow{MQ}$. **D.** $\overrightarrow{MN}$.

Câu 152. Với bốn điểm A,B,C,D trong đó không có 3 điểm thẳng hàng:

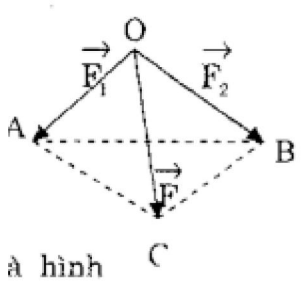
A. $ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

B. $ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

C. $ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

D. Cả ba Câu trên đều đúng.

Câu 153. Hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ có điểm đặt là O, có cường độ bằng nhau và bằng $100N$. Góc hợp bởi $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ là $120°$. Tính cường độ lực tổng hợp $\overrightarrow{F}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$.



à hình

Bước 1: +/ $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{F_2}$.

+/ $OA=F_1=F_2=OB=100N$.

Bước 2: Vẽ $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.

* Ta có $OACB$ là hình thoi vì $OACB$ là hình bình hành và có $OA=OB\Rightarrow\widehat{AOC}=\widehat{BOC}=60°$ (vì $\widehat{AOB}=120°$).

* Tam giác OAC có $OA=AC$ (vì $OACB$ là hình thoi) và $\widehat{AOC}=60°$ nên OAC là tam giác đều $\Rightarrow OC=OA=F_1=100N$.

Bước 3: $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$ nên $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{F}\Rightarrow F=OC=100N$.

Vậy cường độ tổng hợp $\overrightarrow{F}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$ là $F=100N$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

A. Đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

Câu 154. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a. Độ dài $\left|\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}\right|$ bằng:

A. $2a$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 155. Cho tam giác vuông cân ABC đỉnh C, $AB=\sqrt{2}$. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

A. $\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 156. Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD. Cho $AB=2a$, $CD=a$, O là trung điểm của AD. Khi đó:

A. $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=\dfrac{3a}{2}$. **B.** $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=a$. **C.** $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=2a$. **D.** $\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right|=3a$.

Câu 157. Cho hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ $\left(\vec{a}\neq\vec{0},\vec{b}\neq\vec{0}\right)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$.

B. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\Leftrightarrow\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

C. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\Leftrightarrow\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

D. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\Leftrightarrow\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng.

Câu 158. Cho tam giác ABC. Tìm khẳng định đúng:

A. $AB+BC=AC$.

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|$.

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 159. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Khi đó:

A. $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=a$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=a\sqrt{3}$. **C.** $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=2a$.

Câu 160. Cho hình bình hành $ABCD$, O là giao điểm hai đường chéo. Khi đó tổng: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$ bằng:

A. 0. **B.** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}$.

Câu 161. Cho ba điểm bất kì A, B, C. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$. **B.** $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$.

Câu 162. Ba điểm A, B, C bất kì. Câu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$. **B.** $AB = CB - CA$. **C.** $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$.

Câu 163. I, J, K là ba điểm bất kì. Phát biểu nào sau đây sai?

A. $IJ + JK = IK$.

B. Nếu I là trung điểm của JK thì $\overrightarrow{IJ}$ là véctơ đối của $\overrightarrow{IK}$.

C. $\left|\overrightarrow{KJ}\right| - \left|\overrightarrow{KI}\right| = \left|\overrightarrow{IJ}\right|$ khi K ở trên tia đối của IJ.

D. $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IJ}$.

Câu 164. Cho hình bình hành $ABCD$ có $DA = 2cm, AB = 4cm$ và đường chéo $BD = 5cm$. Tính $\left|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DA}\right|$?

A. $3cm$. **B.** $4cm$. **C.** $5cm$. **D.** $6cm$.

Câu 165. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DA} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Câu 166. Cho hai tam giác ABC, vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành $ABEF$, $ACPQ$, $BCMN$. Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$; (II) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$;(III) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$;

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (III). **C.** Chỉ (II). **D.** (I) và (II).

Câu 167. Cho hình bình hành $ABCD$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

Câu 168. Cho tứ giác ABC. Tìm điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MO} = \vec{0}$, M là:

A. Đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACMB$. **B.** Đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABMC$.

C. Đỉnh thứ tư của hình bình hành $CAMB$. **D.** Đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

Câu 169. Cho tam giác ABC và điểm M thoả điều kiện: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó:

A. M là trung điểm của BC. **B.** M là trung điểm của AB.

C. M là trung điểm của AC. **D.** $ABMC$ là hình bình hành.

Câu 170. Cho véctơ $\overrightarrow{AB}$ và một điểm C. Có bao nhiêu điểm D thoả mãn $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 171. Cho tam giác ABC và điểm M thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó:

A. M là trọng tâm tam giác ABC. **B.** M là trung điểm của AB.

C. $ABMC$ là hình bình hành. **D.** $ABCM$ là hình bình hành.

Câu 172. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\vec{a}$ là véctơ đối của $\vec{b}$ thì $\vec{a} = \vec{b}$.

B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng là điều kiện cần để $\vec{b}$ là véctơ đối $\vec{a}$.

C. $\vec{b}$ là véctơ đối của $\vec{a} \Leftrightarrow -\vec{b} = \vec{a}$.

D. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véctơ đối $\Leftrightarrow \vec{a} + \vec{b} = 0$.

Câu 173. Cho sáu điểm $ABCDEF$ phân biệt. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{FA}=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CF}-\overrightarrow{BF}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}$.
D. $\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CF}$.

Câu 174. Tìm khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau:

A. Véctơ đối của véctơ $\vec{a}$ là véctơ ngược hướng với véctơ $\vec{a}$ và có cùng độ dài với véctơ $\vec{a}$.
B. Véctơ đối của véctơ $\vec{0}$ là véctơ $\vec{0}$.
C. $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$.
D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 175. Cho tam giác ABC, I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Tìm Câu sai?

A. $\overrightarrow{JK},\overrightarrow{BI},\overrightarrow{IA}$ là ba véctơ bằng nhau.
B. Véctơ đối của $\overrightarrow{IK}$ là $\overrightarrow{CJ}$ và $\overrightarrow{JB}$.
C. Trong ba véctơ $\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{AK},\overrightarrow{KC}$ có ít nhất hai véctơ đối nhau.
D. $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{KJ}=\vec{0}$.

Câu 176. Nếu $\overrightarrow{MN}$ là một véctơ đã cho thì với điểm O bất kì ta luôn có:

A. $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}$. **C.** $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}$. **D.** $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{MO}$.

Câu 177. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA}\right|$ bằng:

A. 0. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Câu 178. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy $AB=a$, $CD=2a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Khi đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MN}\right|$ bằng:

A. $\dfrac{3a}{2}$. **B.** $3a$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 179. Cho hai véctơ khác không $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và các mệnh đề:

(I) Nếu $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$ thì $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$;

(II) Nếu $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$ thì $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|-\left|\vec{b}\right|$;

(III) Nếu $\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{b}$ thì $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$.

Mệnh đề đúng là:

A. (I) và (III). **B.** Chỉ (I). **C.** (I), (II), (III). **D.** Chỉ (III).

Câu 180. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Khi đó:

A. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right|=a\sqrt{3}$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right|=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right|=a$. **D.** $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right|=0$.

Câu 181. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AB và N là một điểm trên cạnh AC sao cho: $NC=2NA$. Gọi K là trung điểm của MN. Khi đó, khẳng định nào trong các khẳng định sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AK}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
B. $\overrightarrow{AK}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AK}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.
D. $\overrightarrow{AK}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 182. Cho tam giác ABC, N là điểm định bởi $\overrightarrow{CN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, G là trọng tâm của tam giác ABC. Hệ thức tính $\overrightarrow{AC}$ theo $\overrightarrow{AG}$ và $\overrightarrow{AN}$ là:

A. $\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$. **B.** $\overrightarrow{AC}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AG}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$.

C. $\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$. **D.** $\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AG}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$.

Câu 183. Cho tam giác ABC và một điểm M tuỳ ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{BC}$. **B.** $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}$.

C. $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$. **D.** $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}$.

Câu 184. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Hãy phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo hai véctơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

A. $\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}$. **B.** $\overrightarrow{MA}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}}{2}$. **D.** Tất cả các Câu trên đều sai.

Câu 185. Cho tam giác ABC, E là điểm trên BC sao cho $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{AE}$ qua $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. Một học sinh giải như sau:.

I. Gọi D là trung điểm EC thì $BE=ED=DC$; II. Ta có: $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}\right)$;

III. $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}\right)$; IV. $\Leftrightarrow\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Cách giải trên sai ở bước nào?

A. I. **B.** II. **C.** III. **D.** IV.

Câu 186. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Đặt $\overrightarrow{GA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{GB}=\vec{b}$. Hãy tìm các số m, n thích hợp để có đẳng thức: $\overrightarrow{BC}=m.\vec{a}+n.\vec{b}$. Đáp số là:

A. $m=1,n=2$. **B.** $m=-1,n=-2$. **C.** $m=2,n=1$. **D.** $m=-2,n=-1$.

Câu 187. Cho tứ giác $ABCD$, I, J lần lượt là trung điểm của AB và DC, C là trung điểm của IJ. Xét các mệnh đề sau:

(I) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AG}$. (II) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=2\overrightarrow{IG}$. (III) $\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{JI}$.

Mệnh đề sai là:

A. (I) và (II). **B.** (II) và (III). **C.** Chỉ (I). **D.** Tất cả sai.

Câu 188. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Hãy tìm các số m, n thích hợp để có đẳng thức: $\overrightarrow{MN}=m.\overrightarrow{AB}+n.\overrightarrow{DC}$. Đáp số là:

A. $m=\frac{1}{2};n=\frac{1}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2};n=\frac{1}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{2};n=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=-\frac{1}{2};n=-\frac{1}{2}$.

Câu 189. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các đường thẳng AD và BC sao cho $\overrightarrow{PA}=-2\overrightarrow{PD}$, $\overrightarrow{QP}=-2\overrightarrow{QC}$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}\right)$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MQ}$.

C. $\overrightarrow{MN}=\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MQ}\right)$. **D.** Cả ba kết luận trên đều sai.

Câu 190. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thoả $4\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$. Khi đó điểm M là:

A. Trung điểm của AC. **B.** Trùng với điểm C.

C. Trung điểm của AB. **D.** Trung điểm của AD.

Câu 191. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I là điểm định bởi $\overrightarrow{BI}=k.\overrightarrow{BC}\ (k\neq 0)$. Hệ thức giữa $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ và k là:

A. $\overrightarrow{AI}=(k-1)\overrightarrow{AB}-k.\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AI}=(1-k)\overrightarrow{AB}+k.\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AI}=(1+k)\overrightarrow{AB}-k.\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AI}=(k+1)\overrightarrow{AB}+k.\overrightarrow{AC}$.

Câu 192. Cho hình thang $ABCD$, M là trung điểm AB, DM cắt AC tại I ~.*.~ nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 193. Cho hình chữ nhật $ABCD$, I và K lần lượt là trung điểm của BC, CD. Hệ thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=2\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{IK}$. **D.** $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 194. Cho hình vuông $ABCD$, tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. **C.** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DO}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AO}$.

Câu 195. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA=OB=a$. Độ dài của: $\vec{u}=\frac{21}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{5}{2}\overrightarrow{OB}$ là:

A. $\frac{\sqrt{321}}{4}a$. **B.** $\frac{\sqrt{520}}{4}a$. **C.** $\frac{\sqrt{140}}{4}a$. **D.** Một kết quả khác.

Câu 196. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA=OB=a$. Độ dài của $\vec{v}=\frac{11}{4}\overrightarrow{OA}-\frac{3}{7}\overrightarrow{OB}$ là:

A. $2a$. **B.** $\frac{\sqrt{6073}}{28}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** Một kết quả khác.

Câu 197. Cho ΔABC đều cạnh a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=a$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=a\sqrt{3}$.

C. $\left|\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right|=0$. **D.** $\left|\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right|=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 198. Cho tam giác ABC. Có bao nhiêu điểm M thoả mãn: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 199. Cho tam giác ABC và điểm M thoả mãn đẳng thức: $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|$. Tập hợp M là:

A. Một đoạn thẳng. **B.** Một đường tròn. **C.** Nửa đường tròn. **D.** Một đường thẳng.

Câu 200. Cho tam giác ABC, biết $AB=8$, $AC=9$, $BC=11$. M là trung điểm của BC, N là điểm nằm trên đoạn AC sao cho $AN=x\ (0<x<9)$. Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{9}\right)\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

C. $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}+\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Câu 201. Cho hai véctơ $\vec{a}=(2;-4)$, $\vec{b}=(-5;3)$. Tìm toạ độ của véctơ $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$ là:

A. $\vec{u}=(7;-7)$. **B.** $\vec{u}=(9;-11)$. **C.** $\vec{u}=(9;5)$. **D.** $\vec{u}=(-1;5)$.

Câu 202. Cho $\vec{u}=(3;-2)$ và hai điểm $A(0;-3)$, $B(1;5)$. Biết $2\vec{x}+2\vec{u}-\overrightarrow{AB}=\vec{0}$, véctơ $\vec{x}$ là:

A. $\vec{x}=\left(-\frac{5}{2};6\right)$. **B.** $\vec{x}=\left(\frac{5}{2};-6\right)$. **C.** $\vec{x}=(-5;12)$. **D.** $\vec{x}=(5;-12)$.

Câu 203. Cho $A(2;5)$, $B(1;1)$, $C(3;3)$, một điểm E trong mặt phẳng toạ độ thoả $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$. Toạ độ của E là:

A. $E(3;-3)$. **B.** $E(-3;3)$. **C.** $E(-3;-3)$. **D.** $E(-2;-3)$.

Câu 204. Cho $A(2;-1)$, $B(0;3)$, $C(4;2)$. Một điểm D có toạ độ thoả mãn $2\overrightarrow{AD}-3\overrightarrow{BD}-4\overrightarrow{CD}=\vec{0}$. Toạ độ của D là:

A. $D(1;12)$. **B.** $D(12;1)$. **C.** $D(12;-1)$. **D.** $D(-12;-1)$.

Câu 205. Cho ba véctơ $\vec{a}=(2;1)$, $\vec{b}=(3;4)$, $\vec{c}=(7;2)$. Giá trị của các số k, h để $\vec{c}=k.\vec{a}+h.\vec{b}$ là:

A. $k=2,5;h=-1,3$. **B.** $k=4,6;h=-5,1$. **C.** $k=4,4;h=-0,6$. **D.** $k=3,4;h=-0,2$.

Câu 206. Cho tam giác ABC có ba trung điểm cạnh BC là $M(1;1)$ và trọng tâm tam giác là $G(2;3)$. Toạ độ đỉnh A của tam giác là:

A. $(3;5)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(4;7)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 207. Cho tam giác ABC với $A(4;0)$, $B(2;-3)$, $C(9;6)$. Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $(3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(15;9)$. **D.** $(9;15)$.

Câu 208. Cho tam giác ABC có $A(6;1)$, $B(-3;5)$. Trọng tâm G của tam giác có toạ độ $G(-1;1)$. Toạ độ đỉnh C là:

A. $C(6;-3)$. **B.** $C(-6;3)$. **C.** $C(-6;-3)$. **D.** $C(-3;6)$.

Câu 209. Cho $A\left(-1;-\sqrt{2}\right)$, $B(3;0)$, $C\left(5-\sqrt{3};1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Kết luận nào trong các Câu sau đây đúng?

A. A, B, C thẳng hàng. **B.** A, B, C không thẳng hàng.

C. $\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{AC}$. **D.** Tất cả các Câu trên đều sai.

Câu 210. Cho $A(2;-3)$, $B(3;4)$. Toạ độ của điểm M trên trục hoành để A, B, M thẳng hàng là:

A. $M(1;0)$. **B.** $M(4;0)$. **C.** $M\left(-\frac{5}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $M\left(\frac{17}{7};0\right)$.

Câu 211. Xác định x sao cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{j}$ và $\vec{v}=\vec{i}+x\vec{j}$

A. $x=-1$. **B.** $x=-\frac{1}{2}$. **C.** $x=\frac{1}{4}$. **D.** $x=2$.

Câu 212. Cho bốn điểm $A(-3;-2)$, $B(3;1)$, $C(-3;1)$ và $D(-1;2)$. Kết luận nào đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AD}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$. **D.** Tất cả ba Câu trên đều sai.

Câu 213. Điền vào toạ độ D biết rằng D thuộc đường thẳng AB với $A(-1;2)$ và $B(2;-3)$ và $D(...;0)$ hoành độ D là:

A. -1. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** 0.

Câu 214. Cho $A(2;1)$, $B(1;-3)$. Toạ độ giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành $OABC$ là:

A. $I\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $I(2;6)$. **D.** $I\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 215. Cho $A(1;2)$, $B\left(3;\frac{1}{3}\right)$ và $C\left(6;\frac{23}{6}\right)$. Tìm Câu đúng trong các Câu sau?

A. A, B, C thẳng hàng. **B.** A, B, C không thẳng hàng.

C. $\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{AC}$. **D.** Hai Câu B và C đều đúng.

Câu 216. Trong hệ trục toạ độ Oxy cho $A(1;2)$, $B(0;4)$, $C(3;2)$. Tìm toạ độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành và toạ độ tâm I của hình bình hành

A. $D(2;0), I(4;-4)$. **B.** $D(4;-4), I(2;0)$.

C. $D(4;-4), I(0;2)$. **D.** $D(-4;4), I(2;0)$.

Câu 217. Cho $M(-3;1)$, $N(1;4)$, $P(5;3)$. Tìm toạ độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành là:

A. $Q(-1;0)$. **B.** $Q(1;0)$. **C.** $Q(0;-1)$. **D.** $Q(0;1)$.

Câu 218. Cho ba điểm $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$. Toạ độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là:

A. $(-2;-1)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 219. Cho $A(1;2)$, $B(-1;-1)$ và $C(4;-3)$. Toạ độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành là:

A. $(0;0)$. **B.** $(6;6)$. **C.** $(0;6)$. **D.** $(6;0)$.

Câu 220. Trong hệ trục toạ độ Oxy cho bốn điểm $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$, $D(-2;-1)$. Xét ba mệnh đề sau:

(I) $ABCD$ là hình thoi. (II) $ABCD$ là hình bình hành. (III) AC cắt BD tại $I(0;-1)$.

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng.

C. Chỉ (II) và (III) đúng. **D.** Cả (I), (II), (III) đều đúng.

Câu 221. Cho ΔABC có trực tâm H, nội tiếp đường tròn tâm (O), M là trung điểm BC; A', B' lần lượt là điểm đối xứng của A, B qua O. Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{BA'}$. (II) $\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{CB'}$. (III) $\overrightarrow{MH}=-\overrightarrow{MA'}$.

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I). **B.** (I) và (III). **C.** (II) và (III). **D.** Tất cả đều đúng.

Câu 222. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hai véctơ cùng phương với một véctơ thứ ba khác véctơ $\vec{0}$ thì cùng phương với nhau.

B. Hai véctơ cùng hướng với một véctơ thứ ba khác véctơ $\vec{0}$ thì cùng hướng.

C. Ba véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đều khác $\vec{0}$ và đôi một cùng phương thì có ít nhất hai véctơ cùng hướng.

D. Điều kiện cần và đủ để $\vec{a}=\vec{b}$ và $|\vec{a}|=|\vec{b}|$.

Câu 223. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, AD. Lấy 8 điểm trên làm gốc hoặc ngọn của các véctơ. Tìm mệnh đề sai:

A. Có 2 véctơ bằng $\overrightarrow{PQ}$. **B.** Có 4 véctơ bằng $\overrightarrow{AR}$.

C. Có 3 véctơ bằng $\overrightarrow{BO}$. **D.** Có 5 véctơ bằng $\overrightarrow{OP}$.

Câu 224. (I): véctơ $\vec{0}$ là véctơ có độ dài bằng 0.

(II): véctơ $\vec{0}$ là véctơ có nhiều phương.

A. Chỉ có (I) đúng. **B.** Chỉ có (II) đúng.

C. (I) và (II) đều đúng. **D.** (I) và (II) đều sai.

Câu 225. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Hỏi có bao nhiêu véctơ tạo bởi hai trong bốn điểm nói trên.

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 226. Cho đường tròn tâm O. Từ điểm A nằm ngoài (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới O. Xét mệnh đề:.

(I) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$. (II) $\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OC}$. (III) $\left|\overrightarrow{BO}\right|=\left|\overrightarrow{CO}\right|$.

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I). **B.** (I) và (II). **C.** (I), (II), (III). **D.** Chỉ (III).

Câu 227. Để chứng minh $ABCD$ là hình bình hành ta cần chứng minh:

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$. **D.** Tất cả các câu trên đều sai.

Câu 228. Tứ giác $ABCD$ là hình gì nếu $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

A. Hình thang. **B.** Hình thang cân. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Câu 229. Cho hình thang $ABCD$ có cạnh đáy $AB=2a$, $CD=a$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$. **B.** $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|$. **C.** $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

Câu 230. Một vật nặng (Đ) được kéo bởi hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ như hình vẽ. Xác định hướng di chuyển của (Đ) và tính độ dài lực tổng hợp của $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ biết $F_1=F_2=50N$ và góc giữa $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ bằng $60°$.

Bước 1:* Đặt $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{F_2}$.

* Vẽ hình bình hành $OACB$.

- Ta có $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}$.

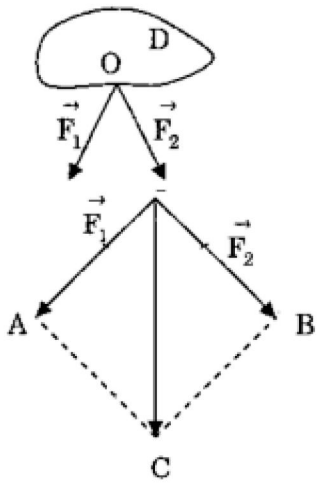
- Vậy vật nặng (Đ) di chuyển từ O đến C.

Bước 2:Vì $OACB$ là hình bình hành có $OA=OB$.

$\Rightarrow OACB$ là hình thoi $\Rightarrow \widehat{AOC}=\widehat{BOC}=30°$.

$\Rightarrow OAC$ là nửa tam giác đều cạnh $OA=50(N)$

$\Rightarrow OC=\dfrac{50\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}(N)$.



Bước 3:Cường độ lực tổng hợp của $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ là $OC=25\sqrt{3}(N)$. Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

A. Đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai ở bước 3.

Câu 231. Cho hình bình hành $ABCD$. Khi đó tổng $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}$ bằng:

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. **C.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

Câu 232. Trong các khẳng định sau. Tìm khẳng định sai

A. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$. **B.** $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$.

C. $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}=|\vec{a}|+|\vec{b}|$.

Câu 233. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Khi đó $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|$ bằng:

A. 0. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 234. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng $3cm$. H là trung điểm của BC. Tìm mệnh đề sai:

A. $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=3\sqrt{3}$. **B.** $|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BH}|=\dfrac{\sqrt{63}}{2}$. **C.** $|\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}|=3$. **D.** $|\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}|=\sqrt{3}$.

Câu 235. Cho hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc $60°$. Biết $|\vec{a}|=6$; $|\vec{b}|=3$. Tính $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$?

A. $3(\sqrt{7}+\sqrt{5})$. **B.** $3(\sqrt{7}+\sqrt{3})$. **C.** $6(\sqrt{5}+3)$. **D.** $\dfrac{1}{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{51})$.

Câu 236. Cho hai véctơ khác $\vec{0}$, $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc α. Xét các mệnh đề:.

(I) Nếu $\alpha=90°$ thì $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$.

(II) Nếu $\alpha<90°$ thì $|\vec{a}+\vec{b}|>|\vec{a}-\vec{b}|$.

(III) Nếu $\alpha>90°$ thì $|\vec{a}+\vec{b}|<|\vec{a}-\vec{b}|$.

Mệnh đề đúng là:

A. (II) và (III). **B.** (I), (II) và (III). **C.** Chỉ (I). **D.** Chỉ (II).

Câu 237. Cho tam giác vuông ABC $(\widehat{A}=90°)$ biết $AB=12cm$, $AC=5cm$. Câu nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$, D là đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

B. $|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2=13cm$.

C. $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AB}|-|\overrightarrow{AC}|$.

D. $|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}|=7cm$.

Câu 238. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi I là điểm đối xứng của B qua G. Các số m, n thích hợp để có đẳng thức: $\overrightarrow{AI}=m.\overrightarrow{AC}+n.\overrightarrow{AB}$ là:

A. $m=\dfrac{2}{3};n=\dfrac{1}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{2}{3};n=\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{2}{3};n=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=-\dfrac{2}{3};n=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 239. Cho tam giác ABC. Gọi H là điểm đối xứng của trọng tâm G qua B. Số m thoả mãn đẳng thức: $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HC}=m.\overrightarrow{HB}$. Đáp số là:

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=5$.

Câu 240. Cho tam giác ABC với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm của tam giác. Hệ thức đúng trong các hệ thức sau là:

A. $\overrightarrow{OH}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{OG}$. **B.** $\overrightarrow{OH}=3\overrightarrow{OG}$. **C.** $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{GH}$. **D.** $2\overrightarrow{OG}=-\overrightarrow{OH}$.

Câu 241. Cho tam giác ABC, D là trung điểm cạnh AC. Gọi I là điểm thoả mãn điều kiện: $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Câu nào sau đây đúng?

A. I là trực tâm tam giác BCD. **B.** I là trọng tâm tam giác ABC.

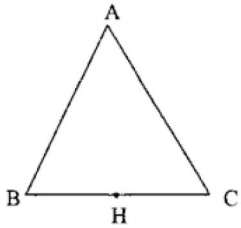
C. I là trọng tâm tam giác CDB. **D.** Cả ba kết luận trên đều sai.

Câu 242. Cho tam giác đều ABC, tâm O. M là một điểm bất kì trong tam giá. **C.** Hình chiếu của M xuống ba cạnh của tam giác là D, E, F. Hệ thức giữa các vécto $\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{ME}$, $\overrightarrow{MF}$, $\overrightarrow{MO}$ là:

A. $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$. **B.** $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$.

C. $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$. **D.** $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$.

Câu 243. Cho tam giác đều ABC, có cạnh bằng a, H là trung điểm BC. Chỉ ra câu **sai**:



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AH}$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=2\overrightarrow{AH}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$.

Câu 244. Cho tam giác OAB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm hai cạnh OA và OB. Các số m và n thích hợp để có đẳng thức: $\overrightarrow{MN}+m.\overrightarrow{OA}+n.\overrightarrow{OB}$ là:

A. $m=\frac{1}{2};\ n=0$. **B.** $m=0;\ n=\frac{1}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{2};\ n=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=-\frac{1}{2};\ n=\frac{1}{2}$.

Câu 245. Cho tam giác ABC và điểm M thoả mãn đẳng thức: $2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$. Tập hợp M là:

A. Một đường tròn. **B.** Một đường thẳng. **C.** Một đoạn thẳng. **D.** Nửa đường thẳng.

Câu 246. Cho $A(1;1)$, $B(1;2)$. Toạ độ điểm C để $OABC$ là hình bình hành là:

A. $(1;1)$. **B.** $(-1;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 247. Cho $A(4;3)$, $B(-1;7)$, $C(2;-5)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có toạ độ là:

A. $(-3;3)$. **B.** $(-4;-1)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right)$.

Câu 248. Trong hệ toạ độ Oxy cho $A(1;-2)$, $B(0;4)$, $C(3;2)$. Toạ độ của điểm M thoả: $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ là:

A. $M(2;11)$. **B.** $M(-5;2)$. **C.** $M(2;-5)$. **D.** $M(11;-5)$.

Câu 249. Cho $\vec{u}=(3;-2)$, $\vec{v}=(4;0)$, $\vec{w}=(3;2)$ ~.*.~ nào sau đây đúng?

A. $2\vec{u}-3\vec{v}=-2\vec{w}$. **B.** $2\vec{u}-3\vec{v}=2\vec{w}$.

C. $2\vec{u}-3\vec{v}=-3\vec{w}$. **D.** $2\vec{u}-3\vec{v}=3\vec{w}$.

Câu 250. Toạ độ của vécto $\vec{u}$, biết $2\vec{u}-3\vec{a}=\vec{b}+\vec{u}$ với $\vec{a}=(5;6)$, $\vec{b}=(-3;-1)$ là:

A. $\vec{u}=(-15;18)$. **B.** $\vec{u}=(6;5)$. **C.** $\vec{u}=(12;17)$. **D.** $\vec{u}=(-8;-7)$.

Câu 251. Cho tam giác ABC. Số các vécto khác $\vec{0}$ có điểm cuối là đỉnh của tam giác bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 252. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Số các véctơ khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh và tâm của hình bình hành là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 253. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Số các véctơ bằng véctơ $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh và tâm của hình bình hành là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 254. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Độ dài véctơ $\overrightarrow{BD}$ là:

A. $2a$. **B.** a^2. **C.** $2a^2$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 255. Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$.

C. $\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$.

Câu 256. Cho hai điểm M, N điểm P được gọi là đối xứng với điểm M qua điểm N khi:

A. $PN=NM$. **B.** $\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{NM}$. **C.** $\overrightarrow{NP}=-\overrightarrow{NM}$. **D.** $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{NM}$.

Câu 257. Cho tam giác có G là trọng tâm, M là trung điểm của AC. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=-\overrightarrow{GB}$. **B.** $\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{MG}$. **C.** $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$.

Câu 258. Cho hình thoi $ABCD$ có tâm O. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}$. **B.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC}$.

C. $\left|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\right|$. **D.** $\left|\overrightarrow{BD}\right|=\left|\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}\right|$.

Câu 259. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hình bình hành $OMNP$, điểm M nằm trên Oy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{NP}$ có hoành độ khác 0. **B.** N và P có hoành độ khác nhau.

C. M có tung độ bằng 0. **D.** $y_P+y_M-y_N=0$.

Câu 260. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\vec{u}=(2;-1)$ và $\vec{v}=(-1;2)$ ngược hướng.

B. $\vec{u}=(1;-2)$ và $\vec{v}=(-1;2)$ không cùng phương.

C. $\vec{u}=(3;-6)$ và $\vec{v}=(-1;2)$ ngược hướng.

D. $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}$ và $\vec{v}=2\vec{j}-3\vec{i}$ cùng phương.

Câu 261. Cho tam giác ABC có $A(-1;3)$, $B(2;0)$, $C(4;6)$. Trọng tâm của tam giác ABC có toạ độ là:

A. $\left(\frac{5}{3};3\right)$. **B.** $\left(\frac{7}{3};3\right)$. **C.** $(5;9)$. **D.** $\left(\frac{7}{3};9\right)$.

Câu 262. Cho bốn điểm $M(-1;-2)$, $N(3;2)$, $P(4;-1)$, $Q(0;-5)$. Chọn mệnh đề sai?

A. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

B. Điểm $G\left(\frac{7}{3};-\frac{4}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác NPQ.

C. $\overrightarrow{QM}=\overrightarrow{PN}$.

D. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{QN}$ cùng phương.

Câu 263. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho bốn điểm $A(2;-5)$, $B(-1;4)$, $C(3;-2)$, $D(-1;-3)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật.
B. Điểm $M(1;-8)$ là trung điểm của AD.
C. $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}$.
D. $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

Câu 264. Cho tam giác ABC. Đặt $\vec{x}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{y}=\overrightarrow{AC}$. Các cặp véctơ nào sau đây cùng phương?

A. $\vec{x}-\vec{y}$ và $2\vec{x}$.
B. $\vec{x}-\vec{y}$ và $\vec{x}+2\vec{y}$.
C. $3\vec{x}-\vec{y}$ và $\vec{x}-3\vec{y}$.
D. $\frac{1}{2}\vec{x}+\frac{1}{2}\vec{y}$ và $2\vec{x}+2\vec{y}$.

Câu 265. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có gốc O là tâm của hình chữ nhật và các cạnh của nó song song với các trục toạ độ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}$ cùng hướng với $\overrightarrow{BA}$.
B. $x_D=-x_C$ và $y_D=-y_C$.
C. $x_A=-x_B$ và $y_A=-y_B$.
D. $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}\right|=DC$.

Câu 266. Cho điểm $N(2;1)$. Kẻ NN_1 vuông góc với Ox, NN_2 vuông góc với Oy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{ON_1}+\overrightarrow{ON_2}$ có toạ độ $(2;-1)$.
B. $\overrightarrow{ON_1}-\overrightarrow{ON_2}$ có toạ độ $(-2;-1)$.
C. $\overrightarrow{ON_1}=2$.
D. $\overrightarrow{ON_2}=-1$.

Câu 267. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $A(0;-5)$, $B(4;-1)$. Toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là:

A. $(2;-3)$.
B. $(4;-6)$.
C. $(2;3)$.
D. $(4;-3)$.

Câu 268. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $M(2;-3)$, $N(1;-2)$. Toạ độ của véctơ $\overrightarrow{MN}$ là:

A. $(-1;1)$.
B. $(3;-5)$.
C. $(-1;-5)$.
D. $\left(\frac{3}{2}\right)$.

Câu 269. Cho tam giác MNP có $N(2;-1)$, $P(0;3)$, A và B là trung điểm của MN và MP. Toạ độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(-2;4)$.
B. $(-1;2)$.
C. $(2;2)$.
D. $(1;1)$.

Câu 270. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho bốn điểm $A(1;2)$, $B(-2;2)$, $C(3;-3)$, $D(-1;-3)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.
B. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
C. $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.
D. $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

Câu 271. Cho ba điểm $M(1;2)$, $N(-4;6)$, $P(11;-6)$. Khẳng định nào sau đây là không đúng?

A. Hai véctơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ cùng phương.
B. Ba điểm M, N, P thẳng hàng.
C. Hai véctơ $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{MP}$ cùng phương.
D. Hai véctơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ đối nhau.

Câu 272. Cho $\vec{u}=(-2;1)$, $\vec{v}=(7;-3)$. Toạ độ của véctơ $\vec{u}+\vec{v}$ là:

A. $(5;-2)$.
B. $(9;4)$.
C. $(5;4)$.
D. $(9;-2)$.

Câu 273. Cho $\vec{u}=(-2;3)$, $\vec{v}=(0;-4)$. Toạ độ của véctơ $\vec{u}-\vec{v}$ là:

A. $(-2;-1)$.
B. $(-2;7)$.
C. $(2;-1)$.
D. $(2;1)$.

Câu 274. Cho $\vec{u}=(m;-2)$, $\vec{v}=(1;3)$. Hai vécto $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương nếu số m là:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 275. Cho $\vec{a}=(-1;0)$, $\vec{b}=(3m;2)$, $\vec{c}=(4;m)$. Vécto $\vec{b}=2\vec{a}-\vec{c}$ nếu số m là:

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 276. Cho ba điểm $M(-2;1)$, $N(4;3)$, $P(0;-5)$

A. Điểm P nằm giữa hai điểm M và N.

B. Hai vécto $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ cùng hướng.

C. Điểm $G\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác MNP.

D. Hai vécto $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{NP}$ ngược hướng.

Câu 277. Cho ba điểm $M(4;4)$, $N(6;4)$, $P(4;2)$ lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC và AC của tam giác ABC. Toạ độ đỉnh B của tam giác là:

A. $(2;2)$. **B.** $(6;6)$. **C.** $(6;2)$. **D.** $(3;3)$.

Câu 278. Cho ΔABC có $B(-5;6)$, $C(3;2)$, trọng tâm $G\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. Toạ độ đỉnh A của tam giác là:

A. $(0;-4)$. **B.** $(1;-3)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 279. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. Vécto $\vec{u}=(2;-3)$ là vécto đối của vécto $\vec{v}=(-3;2)$.

B. Hai vécto $\vec{u}=(1;-3)$ và $\vec{v}=2\vec{j}-6\vec{i}$ cùng hướng.

C. Hai vécto $\vec{u}=(1;3)$ và $\vec{v}=(4;6)$ cùng phương.

D. Hai vécto $\vec{u}=(-6;2)$ và $\vec{v}=(3;-1)$ ngược hướng.

Câu 280. Trong hệ toạ độ $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, toạ độ của vécto $2\vec{j}-\frac{3}{4}\vec{i}$ là:

A. $\left(2;\frac{3}{4}\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{4};2\right)$. **C.** $\left(2;-\frac{3}{4}\right)$. **D.** $(8;-3)$.

Câu 281. Cho tứ giác $ABCD$. Số các vécto khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của tứ giác bằng:

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 282. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O. Số các vécto khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của lục giác bằng:

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 283. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O. Số các vécto bằng vécto $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của lục giác bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 284. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=3$, $BC=4$. Độ dài của vécto $\overrightarrow{AC}$ là:

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 285. Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$.

Câu 286. Cho hai điểm phân biệt A và B. Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

A. $IA = IB$. **B.** $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$. **C.** $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$. **D.** $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.

Câu 287. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$. **B.** $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$. **C.** $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$. **D.** $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$.

Câu 288. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 289. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hình bình hành $OABC$, C nằm trên Ox. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ có tung độ khác 0. **B.** A và B có tung độ khác nhau.

C. C có hoành độ bằng 0. **D.** $x_A + x_C - x_B = 0$.

Câu 290. Cho $\vec{u} = (3;-2)$, $\vec{v} = (1;6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4;4)$ ngược hướng. **B.** $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6;-24)$ cùng hướng. **D.** $2\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

Câu 291. Cho tam giác có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Trọng tâm của tam giác ABC là:

A. $G_1(-3;4)$. **B.** $G_2(4;0)$. **C.** $G_3\left(\sqrt{2};3\right)$. **D.** $G_4(3;3)$.

Câu 292. Cho bốn điểm $A(1;1)$, $B(2;-1)$, $C(4;3)$, $D(3;5)$. Chọn mệnh đề đúng

A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

B. Điểm $G\left(2;\frac{5}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác BCD.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng phương.

Câu 293. Trong mặt phẳng Oxy cho bốn điểm $A(-5;-2)$, $B(-5;3)$, $C(3;3)$, $D(3;-2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng. **B.** Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật.

C. Điểm $I(-1;1)$ là trung điểm AC. **D.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 294. Cho tam giác ABC. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$. Các cặp véctơ nào sau đây cùng phương?

A. $2\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} + 2\vec{b}$. **B.** $\vec{a} - 2\vec{b}$ và $2\vec{a} - \vec{b}$.

C. $5\vec{a} + \vec{b}$ và $-10\vec{a} - 2\vec{b}$. **D.** $\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - \vec{b}$.

Câu 295. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hình vuông $ABCD$ có gốc O là tâm của hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục toạ độ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right| = AB$. **B.** $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.

C. $x_A = -x_C$ và $y_A = y_C$. **D.** $x_B = -x_C$ và $y_C = -y_B$.

Câu 296. Cho $M(3;-4)$. Kẻ MM_1 vuông góc với Ox, MM_2 vuông góc với Oy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overline{OM_1} = -3$. **B.** $\overline{OM_2} = 4$.

C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2}$ có toạ độ $(-3;-4)$. **D.** $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$ có toạ độ là $(3;-4)$.

Câu 297. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $(6;4)$. **B.** $(2;10)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(8;-21)$.

Câu 298. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $A(5;2)$, $B(10;8)$. Toạ độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(15;10)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(50;16)$.

Câu 299. Cho tam giác ABC có $B(9;7)$, $C(11;-1)$, M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Toạ độ của véctơ $\overrightarrow{MN}$ là:

A. $(2;-8)$. **B.** $(1;-4)$. **C.** $(10;6)$. **D.** $(5;3)$.

Câu 300. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho bốn điểm $A(3;-2)$, $B(7;1)$, $C(0;1)$, $D(-8;-5)$. Khẳng định nào sua đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ đối nhau.

B. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng phương nhưng ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng phương và ngược hướng.

D. A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 301. Cho ba điểm $A(-1;5)$, $B(5;5)$, $C(-1;11)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. A, B, C thẳng hàng. **B.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

C. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương. **D.** $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.

Câu 302. Cho $\vec{a}=(3;-4)$, $\vec{b}=(-1;2)$. Toạ độ của véctơ $\vec{a}+\vec{b}$ là:

A. $(-4;6)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(4;6)$. **D.** $(-3;-8)$.

Câu 303. Cho $\vec{a}=(-1;2)$, $\vec{b}=(5;-7)$. Toạ độ của véctơ $\vec{a}-\vec{b}$ là:

A. $(6;-9)$. **B.** $(4;-5)$. **C.** $(-6;9)$. **D.** $(-5;-14)$.

Câu 304. Cho $\vec{a}=(-5;0)$, $\vec{b}=(4;x)$. Toạ độ của véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương nếu số x là:

A. -5. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 305. Cho $\vec{a}=(x;2)$, $\vec{b}=(-5;1)$, $\vec{c}=(x;7)$. Toạ độ của véctơ $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$ nếu:

A. $x=-15$. **B.** $x=3$. **C.** $x=15$. **D.** $x=5$.

Câu 306. Cho $A(1;1)$, $B(-2;-2)$, $C(7;7)$. Khẳng định nào đúng?

A. $G(2;2)$ là trọng tâm của tam giác ABC. **B.** Điểm B ở giữa hai điểm A và C.

C. Điểm A ở giữa hai điểm B và C. **D.** Hai véctơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 307. Các điểm $M(2;3)$, $N(0;-4)$, $P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC. Toạ độ đỉnh A của tam giác là:

A. $(1;5)$. **B.** $(-3;-1)$. **C.** $(-2;-7)$. **D.** $(1;-10)$.

Câu 308. Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc toạ độ, hai đỉnh A và B có toạ độ là $A(-2;2)$, $B(3;5)$. Toạ độ của đỉnh C là:

A. $(-1;-7)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(-3;-5)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 309. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. Hai véctơ $\vec{a}=(-5;0)$ và $\vec{b}=(-4;0)$ cùng hướng.

B. Véctơ $\vec{c}=(7;3)$ là véctơ đối của $\vec{d}=(-7;3)$.

C. Hai véctơ $\vec{u}=(4;2)$ và $\vec{v}=(8;3)$ cùng phương.

D. Hai véctơ $\vec{a}=(6;3)$ và $\vec{b}=(2;1)$ ngược hướng.

Câu 310. Trong hệ thức $(O;\vec{i};\vec{j})$, toạ độ của véctơ $\vec{i}+\vec{j}$ là:

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(1;1)$.

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	C	B	D	D	C	A	B	A	A	C	B	B	A	A	D	C	D	D	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	B	D	A	D	C	A	B	C	B	C	D	A	D	C	A	D	C	A	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	A	B	C	A	D	D	B	C	B	D	B	A	D	C	A	B	C	B	A
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
B	C	D	B	A	D	A	C	B	A	B	B	D	C	B	A	C	D	C	D
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
B	A	B	C	B	A	D	C	B	D	C	A	C	A	C	D	A	A	C	C
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
B	A	D	C	C	D	C	C	B	A	B	D	B	A	D	D	D	D	D	C
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
D	D	A	A	D	C	A	C	A	C	C	B	C	D	A	A	D	A	D	B
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
C	B	C	D	A	A	D	A	D	B	D	D	A	B	A	D	C	B	B	A
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
A	B	A	C	D	D	A	D	D	A	D	D	D	D	C	B	C	A	A	A
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
C	C	C	A	D	B	B	A	C	A	B	B	D	B	D	B	D	D	B	D
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
B	A	C	D	C	C	B	C	A	D	B	A	D	D	B	B	?	A	D	C
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
D	D	D	C	C	D	A	C	B	C	C	D	B	D	B	B	C	C	D	C
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
C	D	B	D	B	B	C	C	D	C	C	D	C	D	B	C	D	B	A	C
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
A	D	C	D	D	B	A	A	B	D	A	A	B	C	A	C	B	A	D	B
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
D	B	A	A	C	C	C	A	D	C	D	A	B	C	A	D	C	C	B	B
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310										
C	B	C	C	C	C	B	A	A	D										

Tài liệu tham khảo:

[1] Trần Văn Hạo – *Hình học 10 CB*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam

[2] Trần Văn Hạo – *Bài tập Hình học 10 CB*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam

[3] Trần Văn Hạo - *Hình học 10 NC*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam

[4] Trần Văn Hạo - *Bài tập Hình học 10 NC*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam

[5] Nguyễn Phú Khánh - *Phân dạng và phương pháp giải các chuyên đề Hình học 10.*

[6] Lê Mậu Dũng - *Rèn luyện kĩ năng trắc nghiệm Hình học 10.*

[7] Nguyễn Hữu Ngọc – *Các dạng toán và PP giải Hình học 10.*

[8] Tài liệu học tập Toán 10 – THPT chuyên Lê Hồng Phong TPHCM

[9] Tài liệu học tập Toán 10 – THPT Marie Curie TPHCM

[10] Một số tài liệu trên internet.

MỤC LỤC

VÉCTƠ – TỌA ĐỘ

Bài 1. VÉCTƠ 1
A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT 1
B - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN 4
C - BÀI TẬP TỔNG HỢP 20
D - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 25
Bài 2. TỌA ĐỘ 31
A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT 31
B - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN 32
C - BÀI TẬP TỔNG HỢP 43
D - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 44
BÀI TẬP TỔNG HỢP CHƯƠNG 1 50
A – TỰ LUẬN 50
B – TRẮC NGHIỆM 52
ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM 71