

CHƯƠNG

VIII

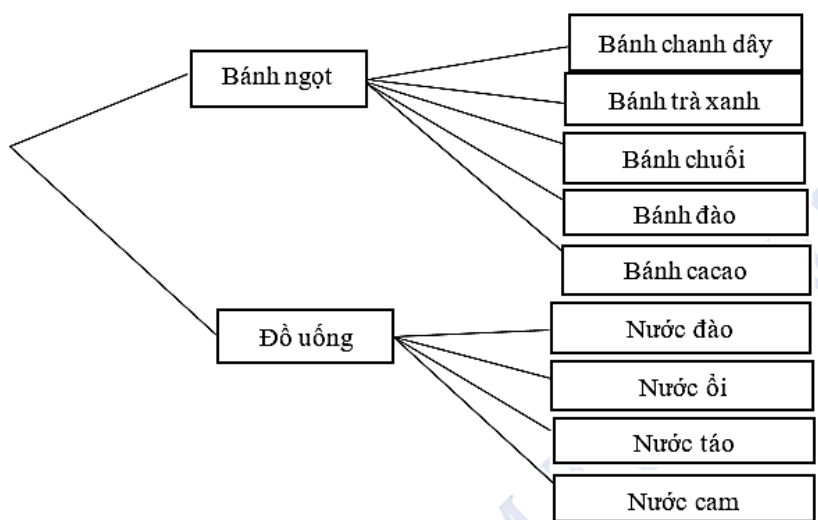
ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI: QUY TẮC ĐẾM

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trên giá sách có 8 quyển sách Văn và 10 quyển sách Toán, các quyển này đôi một phân biệt. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một quyển sách trên giá?
A. 80. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 18.
- Câu 2:** Lớp 10A có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 học sinh tham gia cuộc thi “RING THE GOLDEN BELL”?
A. 20. **B.** 45. **C.** 25. **D.** 500.
- Câu 3:** Một người có 5 cái quần khác nhau, 7 cái áo khác nhau, 9 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:
A. 12. **B.** 315. **C.** 6615. **D.** 21.
- Câu 4:** Tủ lạnh nhà bạn An có 20 hộp sữa và 15 cái bánh quy, trong đó có 12 hộp sữa có hương dâu và 8 hộp sữa sô cô la, 8 cái bánh quy hương sô cô la và 7 cái bánh quy hương dâu. Bạn An đang cần lựa 1 món bánh sô cô la và 1 hộp sữa dâu để ăn bữa chiều. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn?
A. 96. **B.** 84. **C.** 15. **D.** 35.
- Câu 5:** Cửa hàng tiện lợi có bán combo bánh ngọt và đồ uống. Các loại bánh ngọt và đồ uống được mô tả bằng sơ đồ hình cây sau:



Hãy cho biết có bao nhiêu cách để khách hàng có thể lựa chọn được combo gồm một bánh ngọt và một loại đồ uống?

- A.** 20. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 6:** Một thùng trong đó có 19 hộp đựng bút màu đỏ, 15 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là
A. 19. **B.** 285. **C.** 15. **D.** 34.

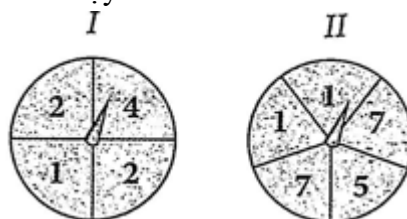
- Câu 7:** Từ thành phố A có 9 con đường đi đến thành phố B, từ thành phố A có 8 con đường đi đến thành phố C, từ thành phố B đến thành phố D có 5 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 10 con đường và không có con đường nào nối thành phố B với thành phố C. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố D?
A. 32. **B.** 125. **C.** 122. **D.** 137.
- Câu 8:** Hùng muốn qua nhà Huy để cùng Huy đến chơi nhà Nam. Từ nhà Hùng đến nhà Huy có 5 con đường đi, từ nhà Huy tới nhà Nam có 8 con đường đi. Hỏi Hùng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Nam?
A. 5. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 40.
- Câu 9:** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 4; 5; 7; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một.
A. 360. **B.** 26. **C.** 189. **D.** 180.
- Câu 10:** Từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?
A. 120. **B.** 200. **C.** 156. **D.** 240.
- Câu 11:** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.
A. 720. **B.** 1470. **C.** 210. **D.** 750.
- Câu 12:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một phân biệt và chia hết cho 5?
A. 136. **B.** 128. **C.** 256. **D.** 1458.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 6 đề tài về lịch sử, 5 đề tài về thiên nhiên, 4 đề tài về con người và 3 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài.
 a) Chọn một đề tài lịch sử có 720 cách.
 b) Chọn một đề tài thiên nhiên có 5 cách.
 c) Chọn một đề tài văn hóa có 3 cách.
 d) Mỗi thí sinh có 360 khả năng lựa chọn đề tài
- Câu 2:** Có 3 học sinh nữ và 4 học sinh nam cùng xếp theo một hàng ngang.
 a) Có 5040 cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh
 b) Có 208 cách xếp hàng để học sinh cùng giới đứng cạnh nhau
 c) Có 144 cách xếp hàng để học sinh nam và nữ xếp xen kẽ.
 d) Có 700 cách xếp hàng để học sinh nữ đứng cạnh nhau.
- Câu 3:** Một cửa hàng có 7 bông hoa Ly, 15 bông hoa Hồng và 6 bông hoa Lan. Bạn Nam muốn mua 1 số bông hoa từ cửa hàng đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
 a) Có 28 cách chọn mua 1 bông hoa từ cửa hàng.
 b) Có 630 cách chọn mua một bó gồm 3 bông khác loại từ cửa hàng.
 c) Có 2766 cách chọn mua 2 bông khác loại từ cửa hàng.
 d) Có 13 cách chọn mua 1 bông Hồng từ cửa hàng.
- Câu 4:** Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10.
 a) Có 60 cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em.
 b) Có 35 cách chọn ba học sinh trong đó có đúng một học sinh lớp 12.
 c) Có 30 cách chọn hai học sinh của đúng hai khối.
 d) Có 12 cách chọn một học sinh giỏi của trường để phát biểu.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Có bao nhiêu số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6
- Câu 2:** Khối lớp 10 gồm ba lớp 10A, 10B và 10C lần lượt có sĩ số là 46 học sinh, 45 học sinh và 43 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn một học sinh lớp 10 tham gia đội văn nghệ của trường?
- Câu 3:** Để đi từ thành phố A đến thành phố C, bắt buộc phải đi qua thành phố B. Biết rằng có 5 cách để đi từ thành phố A đến thành phố B, đồng thời có 3 cách để đi từ thành phố B đến thành phố C. Hỏi có bao nhiêu cách để đi từ thành phố A đến thành phố C?
- Câu 4:** Bạn Nam muốn tạo một số có hai chữ số bằng cách quay hai vòng quay sau đây. Biết rằng số nhận được ở vòng quay I, II lần lượt là chữ số hàng chục, chữ số hàng đơn vị. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu số có hai chữ số như vậy?

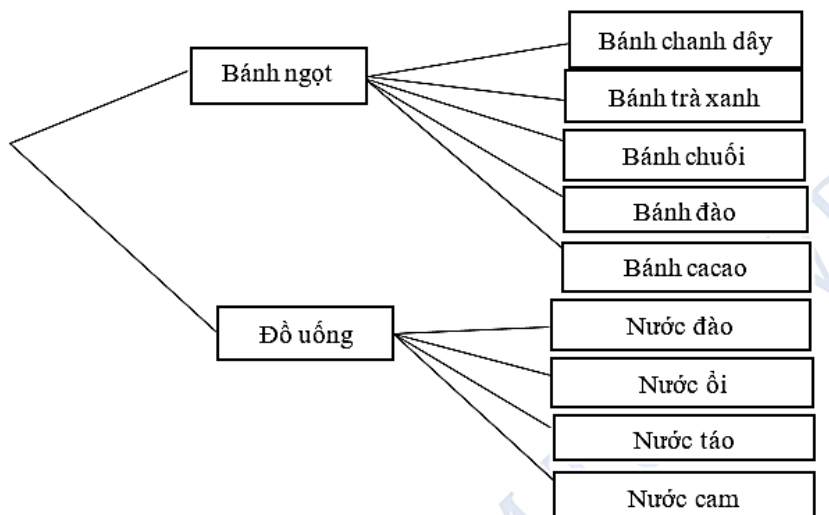


- Câu 5:** Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì kết quả nhận được luôn là sấp hoặc ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 10 lần thì có bao nhiêu khả năng xảy ra?
- Câu 6:** Trong một cuộc thi thuyết trình, mỗi thí sinh phải lựa chọn một đề tài trong các chủ đề được đưa ra. Trong đó: chủ đề Kinh tế có 5 đề tài, chủ đề Văn hoá có 8 đề tài và chủ đề Xã hội có 10 đề tài. Hỏi mỗi thí sinh dự thi có bao nhiêu cách để lựa chọn đề tài thuyết trình?

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 quyển sách Toán và 6 quyển sách Tiếng Anh (các quyển sách là khác nhau) vào một hàng ngang của giá sách nếu:
Sắp xếp sao cho các quyển sách Toán và sách Tiếng Anh ở vị trí xen kẽ nhau?
- Câu 2:** Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh giỏi lớp 11A hoặc lớp 12A. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 20 học sinh giỏi và lớp 12A có 22 học sinh giỏi
- Câu 3:** Một nhóm gồm 5 em học sinh (trong đó có một bạn tên Tùng) đang đứng xếp thành một hàng dọc, hỏi có bao nhiêu cách xếp: Bạn Tùng đứng đầu hàng?
- Câu 4:** Có 9 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?
- Câu 5:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?
- Câu 6:** Có 4 bông hoa hồng khác nhau, có 6 bông hoa lan khác nhau, có 5 bông hoa cúc khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại.

----- HẾT -----



Hãy cho biết có bao nhiêu cách để khách hàng có thể lựa chọn được combo gồm một bánh ngọt và một loại đồ uống?

- A.** 20. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Từ sơ đồ hình cây trên ta có:

Chọn bánh ngọt có 5 cách chọn.

Chọn đồ uống có 4 cách chọn.

Vậy có $5 \cdot 4 = 20$ cách chọn 1 combo đồ uống và bánh ngọt.

Câu 6: Một thùng trong đó có 19 hộp đựng bút màu đỏ, 15 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là

- A.** 19. **B.** 285. **C.** 15. **D.** 34.

Lời giải

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

Có 19 cách chọn hộp màu đỏ.

Có 15 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $19 \times 15 = 285$ cách.

Câu 7: Từ thành phố A có 9 con đường đi đến thành phố B, từ thành phố A có 8 con đường đi đến thành phố C, từ thành phố B đến thành phố D có 5 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 10 con đường và không có con đường nào nối thành phố B với thành phố C. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố D?

- A.** 32. **B.** 125. **C.** 122. **D.** 137.

Lời giải

Đề đi từ A đến D ta có cách đi như sau:

Trường hợp 1: Đi $A \rightarrow B \rightarrow D$ có $9 \cdot 5 = 45$.

Trường hợp 2: Đi $A \rightarrow C \rightarrow D$ có $8 \cdot 10 = 80$.

Vậy có tất cả $45 + 80 = 125$ cách đi từ A đến D

Câu 8: Hùng muốn qua nhà Huy để cùng Huy đến chơi nhà Nam. Từ nhà Hùng đến nhà Huy có 5 con đường đi, từ nhà Huy tới nhà Nam có 8 con đường đi. Hỏi Hùng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Nam?

- A.** 5. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 40.

Lời giải

Từ Hùng $\longrightarrow$ Huy có 5 cách.

Từ Huy $\longrightarrow$ Nam có 8 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 8 = 40$ cách.

Câu 9: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 4; 5; 7; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một.

A. 360.

B. 26.

C. 189.

D. 180.

Lời giải

Gọi số có bốn chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ trong đó $a_1 \neq a_2 \neq a_3 \neq a_4$.

Khi đó ta trải qua các giai đoạn sau

Giai đoạn 1: Chọn a_1 có 6 cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn a_2 có 5 cách chọn.

Giai đoạn 3: Chọn a_3 có 4 cách chọn.

Giai đoạn 4: Chọn a_4 có 3 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân có $6.5.4.3 = 360$ số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một.

Câu 10: Từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 120.

B. 200.

C. 156.

D. 240.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d \in \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$ số cần tìm là $\overline{abc0}$ Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn
- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$

TH2. Nếu $d \in \{2, 4\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Khi đó a có 4 cách chọn b có 4 cách chọn và c có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

Câu 11: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.

A. 720.

B. 1470.

C. 210.

D. 750.

Lời giải

Gọi số có bốn chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ trong đó $a_1 \neq a_2 \neq a_3 \neq a_4, a_1 \neq 0$ và $a_4 \in \{1; 3; 5; 7\}$.

Khi đó ta trải qua các giai đoạn sau

Giai đoạn 1: Chọn a_4 có 4 cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn a_1 có 6 cách chọn.

Giai đoạn 3: Chọn a_2 có 6 cách chọn.

Giai đoạn 4: Chọn a_3 có 5 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân có $4.6.6.5 = 720$ số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.

Câu 12: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một phân biệt và chia hết cho 5?

A. 136.

B. 128.

C. 256.

D. 1458.

Lời giải

Gọi $x = \overline{abc}$ là số tự nhiên có 3 chữ số đôi một phân biệt và chia hết cho 5. Vì $x:5$ nên $c \in \{0;5\}$.

TH1: $c = 0$

+ Chọn c : có 1 cách.

+ Chọn a : có 9 cách ($a \neq 0$).

+ Chọn b : có 8 cách ($b \neq 0, b \neq a$).

$\Rightarrow$ có $1.9.8 = 72$ số.

TH2: $c = 5$

+ Chọn c : có 1 cách.

+ Chọn a : có 8 cách ($a \neq 5, a \neq 0$).

+ Chọn b : có 8 cách ($b \neq 5, b \neq a$).

$\Rightarrow$ có $1.8.8 = 64$ số.

Theo quy tắc cộng, ta có tất cả: $72 + 64 = 136$ số.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 6 đề tài về lịch sử, 5 đề tài về thiên nhiên, 4 đề tài về con người và 3 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài.

a) Chọn một đề tài lịch sử có 720 cách.

b) Chọn một đề tài thiên nhiên có 5 cách.

c) Chọn một đề tài văn hóa có 3 cách.

d) Mỗi thí sinh có 360 khả năng lựa chọn đề tài

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Việc chọn một đề tài có bốn phương án thực hiện:

Chọn một đề tài lịch sử có 6 cách.

Chọn một đề tài thiên nhiên có 5 cách.

Chọn một đề tài con người có 4 cách.

Chọn một đề tài văn hóa có 3 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách chọn một đề tài là: $6 + 5 + 4 + 3 = 18$ cách.

Câu 2: Có 3 học sinh nữ và 4 học sinh nam cùng xếp theo một hàng ngang.

a) Có 5040 cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh

b) Có 208 cách xếp hàng để học sinh cùng giới đứng cạnh nhau

c) Có 144 cách xếp hàng để học sinh nam và nữ xếp xen kẽ.

d) Có 700 cách xếp hàng để học sinh nữ đứng cạnh nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Xếp một học sinh vào vị trí thứ nhất: có 7 cách.

Xếp một học sinh vào vị trí thứ hai: có 6 cách.

Các vị trí tiếp theo lần lượt có số cách tương ứng là 5, 4, 3, 2, 1 (cách).

Vậy số cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh trên là: $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$.

- b) Xếp các em nữ trong một hàng 3 người, ta có: $3 \times 2 \times 1 = 6$ (cách).
 Xếp các em nam trong một hàng 4 người, ta có: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (cách).
 Số cách hoán đổi vị trí của hai nhóm trên là 2.
 Vậy số cách xếp học sinh thỏa mãn là: $6 \times 24 \times 2 = 288$ (cách).
- c) Hàng được xếp phải thỏa mãn: Nam-Nữ-Nam-Nữ-Nam-Nữ-Nam.
 Chọn một nam sinh cho vị trí thứ nhất: có 4 cách.
 Chọn một nữ sinh cho vị trí thứ hai: có 3 cách.
 Số cách chọn học sinh cho các vị trí tiếp theo lần lượt là: 3, 2, 2, 1.
 Vậy số cách xếp thỏa mãn là: $4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 = 144$ (cách).
- d) Gọi X là nhóm gồm 3 học sinh nữ.
 Số cách xếp 3 học sinh trong X là: $3 \times 2 \times 1 = 6$ (cách).
 Lúc này ta có 5 phần tử để đưa vào hàng gồm có X cùng với 4 nam sinh (X được tính là 1 phần tử).
 Chọn 1 phần tử cho vị trí thứ nhất: có 5 (cách).
 Số cách chọn phần tử cho các vị trí tiếp theo lần lượt là 4, 3, 2, 1.
 Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ (cách).

- Câu 3:** Một cửa hàng có 7 bông hoa Ly, 15 bông hoa Hồng và 6 bông hoa Lan. Bạn Nam muốn mua 1 số bông hoa từ cửa hàng đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- a) Có 28 cách chọn mua 1 bông hoa từ cửa hàng.
 b) Có 630 cách chọn mua một bó gồm 3 bông khác loại từ cửa hàng.
 c) Có 2766 cách chọn mua 2 bông khác loại từ cửa hàng.
 d) Có 13 cách chọn mua 1 bông Hồng từ cửa hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

- a) Đúng: Chọn mua 1 bông hoa, ta có 3 trường hợp.
Trường hợp 1: Chọn mua 1 bông Ly: có 7 cách chọn.
Trường hợp 2: Chọn mua 1 bông Hồng: có 15 cách chọn.
Trường hợp 3: Chọn mua 1 bông Lan: có 6 cách chọn.
 Vậy theo quy tắc cộng ta có $7 + 15 + 6 = 28$ cách chọn.
- b) Đúng: Chọn mua 1 bó gồm 3 bông hoa khác loại ta thực hiện liên tiếp 3 công đoạn.
Công đoạn 1: Chọn mua 1 bông Ly: có 7 cách chọn.
Công đoạn 2: Chọn mua 1 bông Hồng: có 15 cách chọn.
Công đoạn 3: Chọn mua 1 bông Lan: có 6 cách chọn.
 Vậy theo quy tắc nhân ta có $7.15.6 = 630$ cách chọn.
- c) Sai: Chọn mua 2 bông hoa khác loại, ta có 3 trường hợp.
Trường hợp 1: Chọn mua 1 bông Ly và 1 bông Hồng: có $7.15 = 105$ cách chọn.
Trường hợp 2: Chọn mua 1 bông Ly và 1 bông Lan: có $7.6 = 42$ cách chọn.
Trường hợp 3: Chọn mua 1 bông Lan và 1 bông Hồng: có $6.15 = 90$ cách chọn.
 Vậy theo quy tắc cộng ta có $105 + 42 + 90 = 237$ cách chọn.
- d) Sai: Số cách chọn 1 bông Hồng từ cửa hàng là 15 cách.

- Câu 4:** Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10.
- a) Có 60 cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em.
 b) Có 35 cách chọn ba học sinh trong đó có đúng một học sinh lớp 12.
 c) Có 30 cách chọn hai học sinh của đúng hai khối.

d) Có 12 cách chọn một học sinh giỏi của trường để phát biểu.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng: Có 5 cách chọn học sinh khối 12.

Có 4 cách chọn học sinh khối 11.

Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ cách.

b) Sai: Có 5 cách chọn học sinh khối 12.

Có 7 học sinh của hai khối 10 và 11, chọn học sinh thứ hai có 7 cách chọn, chọn học sinh thứ ba có 6 cách chọn. Với cách chọn lớp 10 và 11 như trên thì mỗi trường hợp lặp lại 2 lần.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $\frac{1}{2}(5 \times 7 \times 6) = 105$ cách chọn.

c) Sai: Nếu chọn 1 học sinh khối 12 và 1 học sinh khối 11 có $5 \cdot 4 = 20$ cách chọn.

Nếu chọn 1 học sinh khối 11 và 1 học sinh khối 10 có $4 \cdot 3 = 12$ cách chọn.

Nếu chọn 1 học sinh khối 10 và 1 học sinh khối 12 có $3 \cdot 5 = 15$ cách chọn.

Theo qui tắc cộng, ta có $20 + 12 + 15 = 47$ cách chọn.

d) Đúng: Nếu chọn 1 học sinh khối 12 có 5 cách chọn.

Nếu chọn 1 học sinh khối 11 có 4 cách.

Nếu chọn 1 học sinh khối 10 có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5 + 4 + 3 = 12$ cách chọn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Lời giải

Trả lời: 420

Trường hợp 1: $d = 0$. Chọn d có 1 cách.

Chọn a có 6 cách (khác d).

Chọn b có 5 cách (khác a, d).

Chọn c có 4 cách (khác a, b, d).

Vậy trường hợp 1 có $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ số thoả mãn đề bài.

Trường hợp 2: $d \neq 0$. Chọn d có 3 cách (2, 4, 6).

Chọn a có 5 cách (khác 0 và d).

Chọn b có 5 cách (khác a, d).

Chọn c có 4 cách (khác a, b, d).

Vậy trường hợp 2 có $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 300$ số thoả mãn đề bài.

Như vậy có $120 + 300 = 420$ số thoả mãn đề bài.

Câu 2: Khối lớp 10 gồm ba lớp 10A, 10B và 10C lần lượt có số học sinh là 46 học sinh, 45 học sinh và 43 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn một học sinh lớp 10 tham gia đội văn nghệ của trường?

Lời giải

Trả lời: 134

Số cách chọn một học sinh tham gia đội văn nghệ của trường là: $46 + 45 + 43 = 134$ (cách).

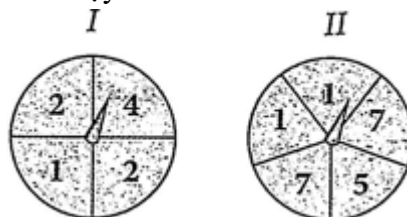
Câu 3: Để đi từ thành phố A đến thành phố C, bắt buộc phải đi qua thành phố B. Biết rằng có 5 cách để đi từ thành phố A đến thành phố B, đồng thời có 3 cách để đi từ thành phố B đến thành phố C. Hỏi có bao nhiêu cách để đi từ thành phố A đến thành phố C?

Lời giải

Trả lời: 5

Có 5 cách để đi từ thành phố A đến thành phố B, và có 3 cách để đi từ thành phố B đến thành phố C. Áp dụng quy tắc nhân, ta có số cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C là: $5 \cdot 3 = 15$ (cách).

- Câu 4:** Bạn Nam muốn tạo một số có hai chữ số bằng cách quay hai vòng quay sau đây. Biết rằng số nhận được ở vòng quay I, II lần lượt là chữ số hàng chục, chữ số hàng đơn vị. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu số có hai chữ số như vậy?



Lời giải

Trả lời: 9

Vòng quay I có 3 lựa chọn (1; 2; 4) để được chữ số hàng chục và vòng quay II có 3 lựa chọn (1; 5; 7) để được chữ số hàng đơn vị. Áp dụng quy tắc nhân, ta có số các số có hai chữ số được tạo thành là: $3 \cdot 3 = 9$ (số).

- Câu 5:** Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì kết quả nhận được luôn là sấp hoặc ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 10 lần thì có bao nhiêu khả năng xảy ra?

Lời giải

Trả lời: 1024

Với mỗi đồng xu được gieo, ta có 2 khả năng có thể xảy ra (sấp hoặc ngửa). Áp dụng quy tắc nhân, ta có số khả năng xảy ra khi gieo một đồng xu hai mặt 10 lần là $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$ (khả năng).

- Câu 6:** Trong một cuộc thi thuyết trình, mỗi thí sinh phải lựa chọn một đề tài trong các chủ đề được đưa ra. Trong đó: chủ đề Kinh tế có 5 đề tài, chủ đề Văn hoá có 8 đề tài và chủ đề Xã hội có 10 đề tài. Hỏi mỗi thí sinh dự thi có bao nhiêu cách để lựa chọn đề tài thuyết trình?

Lời giải

Trả lời: 23

Có $5 + 8 + 10 = 23$ đề tài thuyết trình.

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 quyển sách Toán và 6 quyển sách Tiếng Anh (các quyển sách là khác nhau) vào một hàng ngang của giá sách nếu:

Sắp xếp sao cho các quyển sách Toán và sách Tiếng Anh ở vị trí xen kẽ nhau?

Lời giải

Giả sử trên hàng ngang của giá sách có đánh số từ 1 đến 12.

Nếu 6 quyển sách Toán được xếp vào vị trí lẻ thì 6 quyển sách Tiếng Anh xếp vào các vị trí còn lại nên có $6!$ cách xếp quyển sách Toán và $6!$ cách xếp quyển sách Tiếng Anh. Suy ra có $(6!)^2 = 518400$ cách xếp.

Nếu 6 quyển sách Toán được xếp vào vị trí chẵn thì 6 quyển sách Tiếng Anh xếp vào các vị trí còn lại nên có $6!$ cách xếp quyển sách Toán và $6!$ cách xếp quyển sách Tiếng Anh. Suy ra có $(6!)^2 = 518400$ cách xếp.

Vậy có tất cả $2 \cdot 518400 = 1036800$ cách sắp xếp sao cho các quyển sách Toán và sách Tiếng Anh ở vị trí xen kẽ nhau.

Câu 2: Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh giỏi lớp 11A hoặc lớp 12A. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 20 học sinh giỏi và lớp 12A có 22 học sinh giỏi

Lời giải

Nhà trường có hai phương án để thực hiện là:

Phương án 1: Chọn một học sinh giỏi từ lớp 11A : có 20 cách.

Phương án 2: Chọn một học sinh giỏi từ lớp 12A : có 22 cách.

Theo quy tắc cộng, nhà trường sẽ có $20 + 22 = 42$ cách chọn thỏa mãn.

Câu 3: Một nhóm gồm 5 em học sinh (trong đó có một bạn tên Tùng) đang đứng xếp thành một hàng dọc, hỏi có bao nhiêu cách xếp: Bạn Tùng đứng đầu hàng?

Lời giải

Giai đoạn 1: Xếp bạn Tùng đứng ở đầu hàng: có 1 cách.

Giai đoạn 2: Chọn một học sinh đứng vị trí tiếp theo: có 4 cách.

Giai đoạn 3: Chọn một học sinh đứng vị trí tiếp theo: có 3 cách.

Giai đoạn 4: Chọn một học sinh đứng vị trí tiếp theo: có 2 cách.

Giai đoạn 5: Chọn một học sinh đứng cuối hàng: có 1 cách.

Số cách xếp một hàng thỏa mãn là $1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (cách).

Câu 4: Có 9 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

Lời giải

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng ta tiến hành hai công đoạn liên tiếp:

Công đoạn 1: Chọn một người đàn ông trong chín người đàn ông lên phát biểu có 9 cách chọn

Công đoạn 2: Chọn một người đàn bà trong chín người đàn bà còn lại sao cho người đó không phải là vợ của người đàn ông đã chọn thì có 8 cách.

Theo quy tắc nhân thì có $9 \cdot 8 = 72$ cách.

Câu 5: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số chẵn có bốn chữ số khác nhau có dạng là $\overline{abcd}$ với $d \in \{0, 2, 4\}$

TH1: Chọn $d = 0$ có 1 cách. Khi đó

Chọn a có 5 cách vì $a \neq 0$

Chọn b có 5 cách

Chọn c có 4 cách

Theo quy tắc nhân số các số là $1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ số.

TH2: Chọn $d \in \{2, 4\}$ có 2 cách. Khi đó

Chọn a có 4 cách vì $a \neq 0; a \neq d$

Chọn b có 4 cách vì $b \neq a; b \neq d$

Chọn c có 3 cách vì $c \neq a; c \neq d; c \neq b$

Theo quy tắc nhân số các số là $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 96$ số.

Vậy theo quy tắc cộng số các số cần tìm là $100 + 96 = 196$ số.

Câu 6: Có 4 bông hoa hồng khác nhau, có 6 bông hoa lan khác nhau, có 5 bông hoa cúc khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại.

Lời giải

Có 4 cách chọn một bông hoa hồng, 6 cách chọn một bông hoa lan, 5 cách chọn một bông hoa cúc để cắm vào lọ.

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại là: $4.6.5 = 120$ cách.

----- **HẾT** -----

CHƯƠNG

VIII

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI: QUY TẮC ĐẾM
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
- A. 45. B. 280. C. 325. D. 605.
- Câu 2:** Trên giá sách có 6 quyển sách Toán khác nhau, 7 quyển sách Văn khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 2 quyển sách thuộc 2 môn khác nhau?
- A. 146. B. 336. C. 420. D. 210.
- Câu 3:** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.
- A. 25. B. 75. C. 100. D. 15.
- Câu 4:** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
- A. 910000. B. 91000. C. 910. D. 625.
- Câu 5:** Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?
- A. 12. B. 220. C. 60. D. 3.
- Câu 6:** Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?
- A. 100. B. 91. C. 10. D. 90.
- Câu 7:** An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?
- A. 6. B. 4. C. 10. D. 24.
- Câu 8:** Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



- A. 9. B. 10. C. 18. D. 24.

- Câu 9:** Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?
A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.
- Câu 10:** Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái, phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?
A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 26.
- Câu 11:** Biển số xe máy của tỉnh A có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái, kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;\dots;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;\dots;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?
A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.
- Câu 12:** Trong một lớp học có 20 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn hai học sinh: 1 nam và 1 nữ tham gia đội cờ đỏ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm đó có bao nhiêu cách chọn?
A. 190. **B.** 240. **C.** 480. **D.** 130.
- PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.
- Câu 1:** Cho các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8 .
 a) Có 24 số có ba chữ số khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 1;2;3;4
 b) Có 40 số lẻ có ba chữ số khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 0;1;2;3;4;5
 c) Có 144 số tự nhiên cần lập chia hết cho 5, từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8
 d) Có 1170 số chẵn gồm bốn chữ số được lập từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6
- Câu 2:** Lớp 10 A có 36 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra một ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn-thể và 1 lớp phó kỉ luật.
 a) Có 36 cách chọn lớp trưởng.
 b) Sau khi chọn lớp trưởng, có 36 cách chọn lớp phó học tập.
 c) Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn - thể.
 d) Số cách chọn một ban cán sự lớp là: 138.
- Câu 3:** Trong một khoảng thời gian là α ngày, tại thị trấn Quảng Phú, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 7 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 4 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
 a) Số ngày mưa và lạnh là 11.
 b) Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 4.
 c) Số ngày có ít nhất 2 trong 3 đặc điểm: mưa, gió, lạnh là 11.
 d) Giá trị của α là 13.
- Câu 4:** Trên một giá sách có 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Vật lí và 6 quyển sách Hóa học. Các quyển sách đôi một khác nhau.
 a) Có 15 cách lấy một quyển sách tùy ý từ giá sách.
 b) Có 9 cách lấy một quyển sách Toán hoặc Vật lí từ giá sách.
 c) Có 10 cách lấy hai quyển sách gồm Toán và Hóa học từ giá sách.
 d) Có 120 cách lấy ba quyển sách có đủ ba môn học từ giá sách.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 4?
- Câu 2:** Một hộp có chứa 8 bóng đèn màu đỏ và 5 bóng đèn màu xanh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn được một bóng đèn trong hộp đó?
- Câu 3:** Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?
- Câu 4:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 10?
- Câu 5:** Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau?
- Câu 6:** Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau và không vượt quá 2022?

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Nhân của mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần thứ nhất là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái Tiếng Anh), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?
- Câu 2:** Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 5?
- Câu 3:** Một bó có 8 hoa hồng trắng, 7 hoa hồng đỏ và 10 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.
- Câu 4:** Cần xếp 3 nam, 3 nữ vào 1 hàng có 6 ghế (mỗi bạn một ghế). Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.
- Câu 5:** Đội tuyển học sinh giỏi Toán gồm 10 em: 5 nam và 5 nữ. Muốn chọn ra 1 bạn nam làm tổ trưởng, 1 bạn nữ làm tổ phó và 1 thư ký. Số cách chọn là:
- Câu 6:** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một loại nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

----- HẾT -----

Câu 1: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

- A.** 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.
 Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.
 Theo qui tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn.

- A.** 146. **B.** 336. **C.** 420. **D.** 210.

Số cách lấy 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Văn là : $6.7 = 42$ cách.
Số cách lấy 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Tiếng Anh là : $6.8 = 48$ cách.
Số cách lấy 1 quyển sách Tiếng Anh và 1 quyển sách Văn là : $8.7 = 56$ cách.
Vậy theo quy tắc cộng ta có : $42 + 48 + 56 = 146$ cách.

- A.** 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Để chọn thực đơn, ta có:

- Có 5 cách chọn món ăn.
- Có 5 cách chọn quả tráng miệng.
- Có 3 cách chọn nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 5 \times 3 = 75$ cách.

- A.** 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 280 cách chọn học sinh nam.
- Có 325 cách chọn học sinh nữ.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $280 \times 325 = 91000$ cách.

- A.** 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
- Có 4 cách chọn học sinh khối 11.

- Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ cách.

Câu 6: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

- A.** 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Lời giải

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà không là vợ chồng, ta có

- Có 10 cách chọn người đàn ông.
- Có 9 cách chọn người đàn bà.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $9 \times 10 = 90$ cách.

Câu 7: An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

- A.** 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải

- Từ An $\longrightarrow$ Bình có 4 cách.
- Từ Bình $\longrightarrow$ Cường có 6 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 = 24$ cách.

Câu 8: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



- A.** 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải

- Từ A $\longrightarrow$ B có 4 cách.
- Từ B $\longrightarrow$ C có 2 cách.
- Từ C $\longrightarrow$ D có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 2 \times 2 = 16$ cách.

Câu 9: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

- A.** 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Lời giải

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

- Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.
- Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.
- Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.
- Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.
- Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.
- Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.
- Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3991680$ cách.

Câu 10: Nhấn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái, phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

- A.** 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 26.

Lời giải

Một chiếc nhãn gồm phần đầu và phần thứ hai $\in \{1;2;\dots;25\}$.

- Có 24 cách chọn phần đầu.
- Có 25 cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 25 = 600$ cách.

Câu 11: Biển số xe máy của tỉnh A có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái, kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;\dots;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;\dots;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

- A.** 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Lời giải

Giả sử biển số xe là $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$.

- Có 26 cách chọn a_1
- Có 9 cách chọn a_2
- Có 10 cách chọn a_3
- Có 10 cách chọn a_4
- Có 10 cách chọn a_5
- Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 2340000$ biển số xe.

Câu 12: Trong một lớp học có 20 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn hai học sinh: 1 nam và 1 nữ tham gia đội cờ đỏ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm đó có bao nhiêu cách chọn?

- A.** 190. **B.** 240. **C.** 480. **D.** 130.

Lời giải

Có 20 cách chọn một học sinh nam và 24 cách chọn một học sinh nữ.

Vì vậy có $20 \times 24 = 480$ cách chọn hai học sinh (1 nam, 1 nữ).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8.

- Có 24 số có ba chữ số khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 1;2;3;4
- Có 40 số lẻ có ba chữ số khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 0;1;2;3;4;5
- Có 144 số tự nhiên cần lập chia hết cho 5, từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8
- Có 1170 số chẵn gồm bốn chữ số được lập từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Số cách chọn chữ số hàng trăm là 4 cách.

Số cách chọn chữ số hàng chục là 3 cách.

Số cách chọn chữ số hàng đơn vị là 2 cách.

Áp dụng quy tắc nhân, ta có số các số có ba chữ số khác nhau được tạo thành là: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (số)

b) Chữ số hàng đơn vị có 3 cách chọn.

Chữ số hàng trăm có 4 cách chọn.

Chữ số hàng chục có 4 cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân, ta có số các số lẻ có ba chữ số khác nhau được tạo thành là: $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$ (số)

c) Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên cần lập. Vì $\overline{abc} : 5$ nên có 2 cách chọn c (0 và 5).

Chọn a có 8 cách (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8).

Chọn b có 9 cách (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8).

Vậy có thể lập được $2 \cdot 8 \cdot 9 = 144$ số thoả mãn đề bài.

d) Gọi $\overline{abcd}$ là số thoả mãn điều kiện đề bài.

Chọn d có 4 cách (0, 2, 4, 6).

Chọn a có 6 cách (1, 2, 3, 4, 5, 6).

Chọn b có 7 cách (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Chọn c có 7 cách (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Vậy có thể lập được $4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 7 = 1176$ số thoả mãn đề bài.

Câu 2: Lớp 10 A có 36 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra một ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn-thể và 1 lớp phó kỉ luật.

a) Có 36 cách chọn lớp trưởng.

b) Sau khi chọn lớp trưởng, có 36 cách chọn lớp phó học tập.

c) Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn - thể.

d) Số cách chọn một ban cán sự lớp là: 138.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Cách 1: Việc chọn một ban cán sự lớp là thực hiện liên tiếp bốn hành động:

Có 36 cách chọn lớp trưởng.

Sau khi chọn lớp trưởng, có 35 cách chọn lớp phó học tập.

Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn - thể.

Sau khi chọn lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó văn - thể, có 33 cách chọn lớp phó kỉ luật.

Vậy số cách chọn một ban cán sự lớp là: $36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 = 1413720$.

Câu 3: Trong một khoảng thời gian là a ngày, tại thị trấn Quảng Phú, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 7 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 4 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số ngày mưa và lạnh là 11.

b) Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 4.

c) Số ngày có ít nhất 2 trong 3 đặc điểm: mưa, gió, lạnh là 11.

d) Giá trị của a là 13.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Sai: Số ngày mưa và lạnh là $1 + 3 = 4$.

b) Sai: Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 0.

c) Đúng: $4 + 3 + 3 + 1 = 11$.

d) Đúng: $a = 4 + 3 + 3 + 1 + 2 = 13$.

Câu 4: Trên một giá sách có 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Vật lí và 6 quyển sách Hóa học. Các quyển sách đôi một khác nhau.

a) Có 15 cách lấy một quyển sách tùy ý từ giá sách.

b) Có 9 cách lấy một quyển sách Toán hoặc Vật lí từ giá sách.

c) Có 10 cách lấy hai quyển sách gồm Toán và Hóa học từ giá sách.

d) Có 120 cách lấy ba quyển sách có đủ ba môn học từ giá sách.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng: Trên giá sách có $4 + 5 + 6 = 15$ quyển sách.

Lấy 1 quyển tùy ý từ 15 quyển nên có 15 cách lấy.

b) Đúng: Lấy một quyển sách Toán hoặc Vật lý từ giá sách.

Lấy một quyển Toán: có 4 cách lấy.

Lấy một quyển Vật lý: có 5 cách lấy.

Việc lấy sách được hoàn thành bởi một trong hai hành động trên nên theo quy tắc cộng có $4 + 5 = 9$ cách lấy.

c) Sai: Lấy hai quyển sách gồm Toán và Hóa học từ giá sách.

Lấy một quyển Toán: có 4 cách lấy.

Lấy một quyển Hóa học: có 6 cách lấy.

Việc lấy sách được hoàn thành bởi liên tiếp hai hành động trên nên theo quy tắc nhân có $4.6 = 24$ cách lấy.

d) Đúng: Lấy ba quyển sách có đủ ba môn học từ giá sách.

Lấy một quyển Toán: có 4 cách lấy.

Lấy một quyển Vật lý: có 5 cách lấy.

Lấy một quyển Hóa học: có 6 cách lấy.

Việc lấy sách được hoàn thành bởi liên tiếp ba hành động trên nên theo quy tắc nhân có $4.5.6 = 120$ cách lấy.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 4?

Lời giải

Trả lời: 72

Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcd}$.

- Nhận xét: Một số tự nhiên (gồm nhiều chữ số) chia hết cho 4 khi hai chữ số cuối của nó hình thành một số tự nhiên chia hết cho 4.

Theo đề, ta có $\overline{cd} \in \{04, 12, 20, 24, 32, 40, 52\}$.

Trường hợp 1: $\overline{cd} \in \{04, 20, 40\}$, có 3 cách chọn $\overline{cd}$.

Chọn a : có 4 cách; chọn b : 3 cách.

Vậy số các số thỏa mãn là $3.4.3 = 36$ (số).

Trường hợp 2: $\overline{cd} \in \{12, 24, 32, 52\}$, có 4 cách chọn.

Chọn a : có 3 cách; chọn b : có 3 cách. Số các số thỏa mãn là $4.3.3 = 36$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là $36 + 36 = 72$ (số).

Câu 2: Một hộp có chứa 8 bóng đèn màu đỏ và 5 bóng đèn màu xanh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn được một bóng đèn trong hộp đó?

Lời giải

Trả lời: 13

Để chọn được 1 bóng đèn trong hộp, ta có hai phương án sau:

Phương án 1: Chọn được 1 bóng đèn màu đỏ: có 8 cách.

Phương án 2: Chọn được 1 bóng đèn màu xanh: có 5 cách.

Do đó theo quy tắc cộng có: $8 + 5 = 13$ cách.

Câu 3: Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

Lời giải

Trả lời: 12

Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có:

- Chọn một kiểu mặt đồng hồ: có 3 cách.

- Chọn một kiểu dây đồng hồ: có 4 cách.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $3.4 = 12$ cách.

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 10?

Lời giải

Trả lời: 3024

Số tự nhiên thỏa mãn có dạng $\overline{abcd0}$.

Chọn $a(a \neq 0)$: có 9 cách. Chọn $b(b \neq 0, b \neq a)$: có 8 cách.

Số cách chọn c, d lần lượt là 7, 6.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là: $9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$.

Câu 5: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau?

Lời giải

Trả lời: 156

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số là $\overline{abcd}$.

Trường hợp 1: $d = 0$.

Chọn d : có 1 cách. Chọn $a(a \neq 0)$: có 5 cách.

Số cách chọn b, c lần lượt là 4, 3.

Số các số tự nhiên trong trường hợp này là $1 \times 5 \times 4 \times 3 = 60$.

Trường hợp 2: $d \in \{2; 4\}$.

Chọn d : có 2 cách. Chọn $a(a \neq 0, a \neq d)$: có 4 cách.

Số cách chọn b, c lần lượt là 4, 3.

Số các số tự nhiên trong trường hợp này là $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là $60 + 96 = 156$.

Câu 6: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau và không vượt quá 2022?

Lời giải

Trả lời: 336

Gọi $\overline{abcd}$ là số thỏa mãn điều kiện đề bài.

Vì $\overline{abcd}$ không vượt quá 2022 nên $a = 1$ có 1 cách chọn.

Chọn b, c, d có $A_3^8 = 336$ cách.

Vậy có $1.336 = 336$ số thỏa mãn đề bài.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Nhân của mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần thứ nhất là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái Tiếng Anh), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

Lời giải

Số cách chọn phần thứ nhất có 26 cách.

Số cách chọn phần thứ hai có 25 cách (25 số nguyên dương nhỏ hơn 26).

Vậy có nhiều nhất $26 \cdot 25 = 650$ chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau.

Câu 2: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 5

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcd}$.

Trường hợp 1: $d = 0$, có 1 cách chọn d .

Chọn a khác 0: có 5 cách. Mỗi chữ số b, c lần lượt có 4,3 cách chọn.

Vậy số các số tự nhiên trong trường hợp này là $1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (số).

Trường hợp 2: $d = 5$, có 1 cách chọn d .

Chọn a khác d và khác 0: có 4 cách. Mỗi chữ số b, c lần lượt có 4,3 cách chọn. Vậy số các số tự nhiên trong trường hợp này là $1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ (số). Số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài:

$$60 + 48 = 108 \text{ (số)}.$$

Câu 3: Một bó có 8 hoa hồng trắng, 7 hoa hồng đỏ và 10 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

Lời giải

Để chọn ba bông hoa có đủ ba màu (nghĩa là 1 hoa hồng trắng - 1 hoa hồng đỏ - 1 hoa hồng vàng), ta có:

Có 8 cách chọn hoa hồng trắng.

Có 7 cách chọn hoa hồng đỏ.

Có 10 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8 \times 7 \times 10 = 560$ cách.

Câu 4: Cần xếp 3 nam, 3 nữ vào 1 hàng có 6 ghế (mỗi bạn một ghế). Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tùy ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 72$ cách.

Câu 5: Đội tuyển học sinh giỏi Toán gồm 10 em: 5 nam và 5 nữ. Muốn chọn ra 1 bạn nam làm tổ trưởng, 1 bạn nữ làm tổ phó và 1 thư ký. Số cách chọn là:

Lời giải

Chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng có 5 cách chọn.

Mỗi cách chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng có 5 cách chọn 1 bạn nữ làm tổ phó.

Mỗi cách chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng và 1 bạn nữ làm tổ phó thì có 8 cách chọn 1 bạn làm thư ký.

Theo quy tắc nhân: $5 \cdot 5 \cdot 8 = 200$ cách chọn.

Câu 6: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một loại nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

Lời giải

Chọn 1 món ăn trong 5 món: Có 5 cách chọn.

Chọn 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng: Có 5 cách chọn.

Chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống: Có 3 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, có $5.5.3 = 75$ cách chọn thực đơn gồm 1 món ăn, 1 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống.

----- HẾT -----



ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI: HOÁN VỊ – CHÍNH HỢP – TỔ HỢP

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.
A. 816. **B.** 18. **C.** 8!. **D.** 604.
- Câu 2:** Nếu một đa giác lồi có 44 đường chéo thì đa giác đó có bao nhiêu cạnh?
A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.
- Câu 3:** Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?
A. 345600. **B.** 518400. **C.** 725760. **D.** 103680.
- Câu 4:** Một nhóm học sinh có 7 em nam và 3 em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 em này trên một hàng ngang, sao cho hai vị trí đầu và cuối hàng là các em nam và không có 2 em nữ nào ngồi cạnh nhau?
A. 604800. **B.** 344000. **C.** 100800. **D.** 120120.
- Câu 5:** Trong một giải đua xe đạp gồm 20 vận động viên, người ta chỉ quan tâm đến 3 vận động viên: vận động viên nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?
A. 3420. **B.** 2280. **C.** 1140. **D.** 6840.
- Câu 6:** Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 8 người khách vào 8 ghế kê thành một dãy?
A. 40320 **B.** 56 **C.** 28 **D.** 64
- Câu 7:** Sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn A và bạn E luôn ngồi ở hai đầu ghế là
A. 120. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 24.
- Câu 8:** Cho tập $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên là số gồm bốn chữ số khác nhau?
A. 720. **B.** 360. **C.** 120. **D.** 24.
- Câu 9:** Câu lạc bộ Ghita có 16 thành viên. Số cách chọn một ban chấp hành bất kì gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư kí và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là:
A. 4. **B.** $\frac{16!}{4}$. **C.** $\frac{16!}{12! \cdot 4!}$. **D.** $\frac{16!}{12!}$.
- Câu 10:** Xếp ngẫu nhiên 5 lá phiếu có ghi số thứ tự từ 1 đến 5 cạnh nhau. Có bao nhiêu cách xếp để các phiếu ghi số chẵn luôn ở cạnh nhau?
A. 48. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.
- Câu 11:** Cho 15 điểm trên cùng một mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có cả ba đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho?

- A.** 3375. **B.** 2730. **C.** 455. **D.** 45.

Câu 12: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 170 đường chéo.

- A.** $n = 15$ **B.** $n = 27$ **C.** $n = 8$ **D.** $n = 20$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc.

- a) Có 40320 cách xếp tùy ý.
b) Có 720 cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau.
c) Có 4320 cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau.
d) Có 2880 cách xếp học sinh nam luôn đứng cạnh nhau.

Câu 2: Một trường THPT X có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG.

- a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách
b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.
c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.
d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn

Câu 3: Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

- a) Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách
b) Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách
c) Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách
d) Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).

Câu 4: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng.

- a) Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách.
b) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12B có: 21 cách.
c) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12B và 12C có: 2 cách.
d) Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 .

Câu 2: Cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

Câu 3: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

Câu 4: Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia.

Câu 5: Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 2 mà mỗi số có ba chữ số khác nhau?

Câu 6: Từ n điểm phân biệt, ta lập được 153 đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong n điểm đã cho. Tìm n .

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Lớp 10B có 15 bạn (trong đó có lớp trưởng) tham gia hoạt động trò chơi do Đoàn trường tổ chức. Trong trò chơi chạy tiếp sức, cô giáo phải xếp đội hình gồm 6 bạn và thứ tự chạy của họ. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách xếp đội hình để lớp trưởng là người chạy cuối.

Câu 2: Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

Câu 3: Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 15 chữ số, trong đó các chữ số 1 và 2 mỗi chữ số xuất hiện năm lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và các chữ số lớn hơn 2 không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau.

Câu 4: Cho đa giác đều có 100 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác tù được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều đã cho?

Câu 5: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 17 điểm vừa nói trên.

Câu 6: Một công ty có 9 nam và 13 nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Công ty muốn chọn 1 đội chơi tham dự teambuilding gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người trong số 22 người đó nhưng không có cặp vợ chồng nào?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

- A.** 816. **B.** 18. **C.** 8!. **D.** 604.

Lời giải

TH1: Chỉ có một cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau, khi đó buộc các bà vợ phải ngồi cùng một bên, các ông chồng ngồi cùng một bên so với cặp vợ chồng đó $\Rightarrow$ có $(2.3!.3!).A_4^1 = 288$ (cách xếp).

TH2: Có đúng hai cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^2.2.6 = 288$ (cách xếp).

TH3: Có đúng ba cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^3.2.2 = 192$ (cách xếp).

TH4: Tất cả bốn cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^4 = 48$ (cách xếp).

Vậy có tất cả $288 + 288 + 192 + 48 = 816$ (cách xếp) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 2: Nếu một đa giác lồi có 44 đường chéo thì đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

- A.** 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Gọi n là số đỉnh của đa giác ($n \geq 3$).

Tổng số đường chéo và số cạnh của đa giác trên là $\frac{A_n^2}{2}$, trong đó n là số cạnh của đa giác.

$$\text{Ta có } \frac{A_n^2}{2} = n + 44 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = n + 44 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n(n-1) - n - 44 = 0$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -8 \end{cases} \text{ (I)}. \text{ Vậy đa giác đó có 11 cạnh.}$$

Câu 3: Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

- A.** 345600. **B.** 518400. **C.** 725760. **D.** 103680.

Lời giải

Ta có:

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $3!$.

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng: $4!$.

Số cách xếp 5 viên bi xanh khác nhau thành một dãy bằng: $5!$.

Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng: $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3!.4!.5!.3! = 103680$ cách.

Câu 4: Một nhóm học sinh có 7 em nam và 3 em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 em này trên một hàng ngang, sao cho hai vị trí đầu và cuối hàng là các em nam và không có 2 em nữ nào ngồi cạnh nhau?

- A.** 604800. **B.** 344000. **C.** 100800. **D.** 120120.

Lời giải

Bước 1: Xếp 7 bạn nam thành một hàng ngang, có $7!$ cách xếp.

Bước 2: Xem các bạn nam là những vách ngăn, giữa 7 bạn nam có sáu vị trí để xếp 3 bạn nữ.

Chọn 3 vị trí trong sáu vị trí để xếp 3 bạn nữ, có A_6^3 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $7!.A^3_6 = 604800$ cách.

Câu 5: Trong một giải đua xe đạp gồm 20 vận động viên, người ta chỉ quan tâm đến 3 vận động viên: vận động viên nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

- A.** 3420. **B.** 2280. **C.** 1140. **D.** 6840.

Lời giải

Mỗi kết quả có thể xảy ra là một chỉnh hợp chập 3 của 20 phần tử.

$\Rightarrow$ Có $A^3_{20} = 6840$ kết quả.

Câu 6: Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 8 người khách vào 8 ghế kê thành một dãy?

- A.** 40320 **B.** 56 **C.** 28 **D.** 64

Lời giải

Sắp xếp 8 người khách vào 8 ghế ngồi có $8! = 40320$ cách.

Câu 7: Sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn A và bạn E luôn ngồi ở hai đầu ghế là

- A.** 120. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Xếp A và E ngồi hai đầu ghế có $2!$ cách xếp. Mỗi cách xếp 3 bạn B, C, D vào 3 ghế còn lại là một hoán vị của 3 phần tử nên có $3!$ cách. Vậy có $2!.3! = 12$ cách.

Câu 8: Cho tập $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên là số gồm bốn chữ số khác nhau?

- A.** 720. **B.** 360. **C.** 120. **D.** 24.

Lời giải

Tập A gồm có 6 phần tử là những số tự nhiên khác 0.

Do đó từ tập A có thể lập được $A^4_6 = 360$ số tự nhiên là số gồm bốn chữ số khác nhau.

Câu 9: Câu lạc bộ Ghita có 16 thành viên. Số cách chọn một ban chấp hành bất kì gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư kí và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là:

- A.** 4. **B.** $\frac{16!}{4}$. **C.** $\frac{16!}{12!.4!}$. **D.** $\frac{16!}{12!}$.

Lời giải

Chọn 4 trong 16 thành viên để bầu ban chấp hành có số cách chọn là: $A^4_{16} = \frac{16!}{12!}$

Câu 10: Xếp ngẫu nhiên 5 lá phiếu có ghi số thứ tự từ 1 đến 5 cạnh nhau. Có bao nhiêu cách xếp để các phiếu ghi số chẵn luôn ở cạnh nhau?

- A.** 48. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên các phiếu ghi số 1, 2, 3, 5 cạnh nhau ta có $4! = 24$.

Vì các phiếu ghi số chẵn ở cạnh nhau nên ta xếp phiếu ghi số 4 vào cạnh phiếu ghi số 2 có 2 cách. Vậy có $2.24 = 48$.

Câu 11: Cho 15 điểm trên cùng một mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có cả ba đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho?

- A.** 3375. **B.** 2730. **C.** 455. **D.** 45.

Lời giải

Số tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C^3_{15} = 455$.

Câu 12: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 170 đường chéo.

A. $n = 15$

B. $n = 27$

C. $n = 8$

D. $n = 20$

Lời giải

Đa giác lồi n đỉnh thì có n cạnh. Nếu vẽ tất cả các đoạn thẳng nối từng cặp trong n đỉnh này thì có một bộ gồm các cạnh và các đường chéo.

Vậy để tính số đường chéo thì lấy tổng số đoạn thẳng dựng được trừ đi số cạnh, với

Tất cả đoạn thẳng dựng được là bằng cách lấy ra 2 điểm bất kỳ trong n điểm, tức là số đoạn thẳng chính là số tổ hợp chập 2 của n phần tử.

Như vậy, tổng số đoạn thẳng là C_n^2 .

Số cạnh của đa giác lồi là n .

Suy ra số đường chéo của đa giác đều n đỉnh là $C_n^2 - n = \frac{n(n-3)}{2}$.

$$\text{Theo bài ra, ta có } \begin{cases} n \geq 3 \\ \frac{n(n-3)}{2} = 170 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 3 \\ n^2 - 3n - 340 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 20$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc.

a) Có 40320 cách xếp tùy ý.

b) Có 720 cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau.

c) Có 4320 cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau.

d) Có 2880 cách xếp học sinh nam luôn đứng cạnh nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Đúng: Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc: $P_8 = 8! = 40320$ (cách).

b) Sai: Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhóm 5 học sinh nam. Số cách xếp trong $X : 3!$; số cách xếp trong $Y : 5!$. Số cách hoán đổi $X, Y : 2!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1440$ (cách).

c) Đúng: Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong $X : 3!$. Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam: $6!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4320$ (cách).

d) Đúng: Gọi X là nhóm 5 học sinh nam. Khi ấy số cách xếp trong $X : 5!$. Số cách xếp nhóm X với 3 học sinh nữ: $4!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $5!4! = 2880$ (cách).

Câu 2: Một trường THPT X có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG.

a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách

b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.

c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.

d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách,

Trường hợp này có $C_3^1(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2)$ cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 3: Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

a) Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách

b) Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách

c) Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách

d) Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Số cách chọn 4 bông từ 9 bông: $C_9^4 = 126$ (cách).

b) Số cách chọn 2 bông hồng từ 5 bông hồng: C_5^2 (cách).

Số cách chọn 2 bông trắng từ 4 bông trắng: C_4^2 (cách).

Số cách chọn một bó bông thỏa mãn đề bài: $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

c) 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).

d) Cách giải 1: Làm trực tiếp.

Trường hợp 1: 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).

Trường hợp 2: 2 bông hồng, 2 bông trắng: có $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

Trường hợp 3: 1 bông hồng, 3 bông trắng: có $C_5^1 \cdot C_4^3 = 20$ (cách).

Theo quy tắc cộng ta có tất cả $40 + 60 + 20 = 120$ (cách chọn).

Cách giải 2: Phương pháp loại trừ.

Số cách chọn 4 bông từ 9 bông (tùy ý): $C_9^4 = 126$ (cách).

Số cách chọn 4 bông chỉ một màu (hồng hoặc trắng): $C_5^4 + C_4^4 = 6$ (cách).

Vậy số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: $126 - 6 = 120$ (cách).

Câu 4: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng.

a) Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách.

b) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12B có: 21 cách.

c) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12B và 12C có: 2 cách.

d) Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: $C_9^5 = 126$ cách.

* Chọn 5 học sinh có cả học sinh 2 lớp, xảy ra các tình huống sau:

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12B có: $C_7^5 = 21$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12A và 12C có: $C_6^5 = 6$ cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp 12B và 12C có: $C_5^5 = 1$ cách.

* Chọn 5 học sinh chỉ có một lớp duy nhất: không có.

Vậy số cách chọn 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh là:

$$126 - (21 + 6 + 1) = 98 \text{ cách.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 .

Lời giải

Trả lời: 5950

Trường hợp 1: 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc d_2 .

$$\text{Số tam giác lập được là: } C_{17}^1 \cdot C_{20}^2 = 3230.$$

Trường hợp 2: 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc d_2 .

$$\text{Số tam giác lập được là: } C_{17}^2 \cdot C_{20}^1 = 2720.$$

Vậy có $3230 + 2720 = 5950$ tam giác thỏa mãn đề bài.

Câu 2: Cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

Lời giải

Trả lời: 116

Số cách lấy 3 điểm từ 10 điểm phân biệt là $C_{10}^3 = 120$.

Số cách lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 là $C_4^3 = 4$.

Khi lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thì sẽ không tạo thành tam giác.

Như vậy, số tam giác tạo thành $120 - 4 = 116$ tam giác.

Câu 3: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

Lời giải

Trả lời: 98

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh C_9^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh chỉ có 2 lớp: $C_7^5 + C_6^5 + C_5^5$

$$\text{Vậy số cách chọn 5 học sinh có cả 3 lớp là } C_9^5 - (C_7^5 + C_6^5 + C_5^5) = 98.$$

Câu 4: Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia.

Lời giải

Trả lời: 4004

Bài toán: dùng biến cố đối tìm số cách chọn ra 5 bạn trong đó có Hạnh và Huy.

Bước 1: Chọn nhóm 3 học sinh trong 14 học sinh (không tính Huy và Hạnh): $C_{14}^3 = 364$ cách.

Bước 2: Chọn 2 học sinh Huy và Hạnh có 1 cách.

Vậy ta có 364 cách chọn ra 5 học sinh trong tổ mà có hai học sinh Huy và Hạnh.

Chọn ra 5 học sinh bất kì trong 16 học sinh $C_{16}^5 = 4368$ cách.

Vậy cô chủ nhiệm có số cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia là: $4368 - 364 = 4004$ (cách)

Câu 5: Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 2 mà mỗi số có ba chữ số khác nhau?

Lời giải

Trả lời: 320

Gọi số có ba chữ số cần tìm là $\overline{abc} (a \neq 0)$.

Vì số cần tìm chia hết cho 2 nên số cách chọn chữ số c là 5 cách.

Số cách chọn chữ số a là C_8^1 (cách).

Số cách chọn chữ số b là C_8^1 (cách).

Vậy số các số chia hết cho 2 mà mỗi số có ba chữ số khác nhau là: $5 \cdot C_8^1 \cdot C_8^1 = 5 \cdot 8 \cdot 8 = 320$ (số)

Câu 6: Từ n điểm phân biệt, ta lập được 153 đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong n điểm đã cho. Tìm n .

Lời giải

Trả lời: 18

Số đoạn thẳng lập được từ n điểm đã cho là C_n^2 .

$$\text{Theo đề bài, ta có: } C_n^2 = 153 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 153 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} = 153 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 153$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n - 306 = 0. \text{ Suy ra } n = 18.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Lớp 10B có 15 bạn (trong đó có lớp trưởng) tham gia hoạt động trò chơi do Đoàn trường tổ chức. Trong trò chơi chạy tiếp sức, cô giáo phải xếp đội hình gồm 6 bạn và thứ tự chạy của họ. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách xếp đội hình để lớp trưởng là người chạy cuối.

Lời giải

Lớp trưởng là người chạy cuối: có 1 cách xếp.

Mỗi cách xếp đội hình 5 bạn còn lại trong 14 bạn là một chỉnh hợp chập 5 của 14 phần tử nên số cách xếp đội hình theo yêu cầu là: $A_{14}^5 \cdot 1 = 240240$.

Câu 2: Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

Lời giải

Vì mỗi bạn nam ngồi đối diện một bạn nữ nên có 4 bạn nam và 4 bạn nữ được chọn ngồi vào hai dãy ghế.

Chọn 1 bạn nam thứ nhất xếp vào chỗ bất kì trong 8 chỗ có $7 \cdot 8 = 56$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ hai xếp vào chỗ bất kì trong 7 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất có $6 \cdot 6 = 36$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ ba xếp vào chỗ bất kì trong 6 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai có $5 \cdot 4 = 20$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ tư xếp vào chỗ bất kì trong 5 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba có $4 \cdot 2 = 8$ cách.

Chọn 4 bạn nữ và xếp vào 4 ghế còn lại có A_8^4 cách.

Vậy có $56 \cdot 36 \cdot 20 \cdot 8 \cdot A_8^4 = 541900800$ cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ.

Câu 3: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 15 chữ số, trong đó các chữ số 1 và 2 mỗi chữ số xuất hiện năm lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và các chữ số lớn hơn 2 không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau.

Lời giải

Trước hết ta sắp xếp năm chữ số 1 và năm chữ số 2 vào 10 vị trí hàng ngang:

- Chọn năm trong mười vị trí để sắp xếp chữ số 1: có C_{10}^5 cách chọn.

- Các vị trí còn lại ta sắp xếp chữ số 2: có 1 cách chọn.

Từ đây các chữ số 1 và 2 ở trên có chín vị trí xen giữa và hai vị trí hai đầu mút. Các số còn lại gồm 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 đều lớn hơn 2. Ta cần chọn ra năm trong bảy chữ số trên để sắp xếp vào mười một vị trí cho phép:

- Số cách chọn ra năm trong bảy chữ số: C_7^5 .

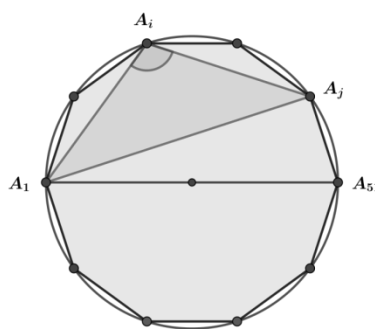
- Số cách chọn ra năm trong mười một vị trí để sắp xếp năm chữ số vừa chọn là A_{11}^5 .

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $C_{10}^5 \cdot 1 \cdot C_7^5 \cdot A_{11}^5 = 293388480$.

Câu 4: Cho đa giác đều có 100 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác tù được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều đã cho?

Lời giải

Đánh số các đỉnh là $A_1, A_2, \dots, A_{100}$.



Xét đường kính A_1A_{51} của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều đã cho. Đường kính này chia 98 đỉnh còn lại của đa giác đều làm hai phần, mỗi phần 49 đỉnh: từ A_2 đến A_{50} và từ A_{52} đến A_{100} . Khi đó mỗi tam giác có dạng $A_1A_iA_j$ là tam giác tù (tại A_i hoặc A_j) khi và chỉ khi A_i, A_j cùng nằm trên nửa đường tròn tức là cùng thuộc một phần mô tả ở trên.

Chọn đỉnh A_1 có 100 cách.

Chọn nửa đường tròn có 2 cách.

Chọn 2 đỉnh A_i, A_j có $\frac{A_{49}^2}{2!}$ cách.

Giả sử tam giác $A_1A_iA_j$ là tam giác tù tại A_i thế thì tam giác $A_jA_iA_1$ cũng được đếm thêm 1 lần vào số các tam giác tù kể trên. Tuy nhiên hai tam giác này chỉ là một, vậy ta đã đếm lặp hai lần.

Tóm lại số tam giác tù có thể lập được là $\frac{100.2.\frac{A_{49}^2}{2!}}{2} = 117600$

Câu 5: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 17 điểm vừa nói trên.

Lời giải

TH1: Tam giác có một đỉnh thuộc d_1 và hai đỉnh thuộc d_2 .

Số cách chọn một điểm trong 10 thuộc d_1 : C_{10}^1 .

Số cách chọn bộ hai điểm trong 7 điểm thuộc d_2 : C_7^2 .

TH này có $C_{10}^1.C_7^2$ tam giác.

TH2: Tam giác có một đỉnh thuộc d_2 và hai đỉnh thuộc d_1 .

Số cách chọn bộ hai điểm trong 10 thuộc d_1 : C_{10}^2 .

Số cách chọn một điểm trong 7 điểm thuộc d_2 : C_7^1 .

TH này có $C_{10}^2.C_7^1$ tam giác.

Vậy có tất cả: $C_{10}^1.C_7^2 + C_{10}^2.C_7^1 = 525$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 6: Một công ty có 9 nam và 13 nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Công ty muốn chọn 1 đội chơi tham dự teambuilding gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người trong số 22 người đó nhưng không có cặp vợ chồng nào?

Lời giải

Ta có các trường hợp sau

TH1: Chọn 5 người từ 18 người không có cặp vợ chồng nào, trường hợp này có C_{18}^5 cách.

TH2: chọn 1 người từ 2 cặp vợ chồng và 4 người từ 18 người: có $C_4^1.C_{18}^4$ cách.

TH3: chọn 2 người từ 2 cặp vợ chồng sao cho không phải là một cặp và 3 người từ 18 người: có $(C_4^2 - 2)C_{18}^3$ cách.

Vậy có 24072 cách.

----- HẾT -----



ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI: HOÁN VỊ – CHÍNH HỢP – TỔ HỢP ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó luôn có 3 chữ số 1;2;3 và chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?
- A. 2942. B. 5880. C. 3204. D. 7440.
- Câu 2:** Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?
- A. 72. B. 36. C. 18. D. 180.
- Câu 3:** Có bao nhiêu cách chọn một nguyên âm và một phụ âm từ các ký tự của chữ VIETNAM?
- A. 4. B. 12. C. 7. D. 3.
- Câu 4:** Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?
- A. 80640. B. 108864. C. 145152. D. 217728.
- Câu 5:** Số cách sắp xếp 6 bạn học sinh nam và 4 bạn học sinh nữ thành một hàng dọc là.
- A. $6!+4!$. B. $10!$. C. $C_{10}^6 \cdot C_{10}^4$. D. $6! \cdot 4!$.
- Câu 6:** Từ các chữ số 1, 3, 5, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau?
- A. 16. B. 256. C. 24. D. 10.
- Câu 7:** Một thầy giáo cùng hai cô giáo và 6 học sinh xếp hàng để chụp ảnh, hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho 3 thầy cô giáo luôn đứng cạnh nhau và thầy giáo đứng giữa hai cô giáo?
- A. 10080. B. 4320. C. 30240. D. 1440.
- Câu 8:** Cho hai đường thẳng song song a, b . Trên đường thẳng a có 10 phân biệt và trên đường thẳng b có 15 điểm phân biệt. Có thể lập được bao nhiêu tam giác từ các điểm trên?
- A. 1050. B. 1725. C. 2300. D. 675
- Câu 9:** Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nam?
- A. 24. B. 12. C. 6. D. 30.
- Câu 10:** Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.
- A. A_{10}^2 . B. C_{10}^2 . C. A_{10}^8 . D. 10^2 .

- Câu 11:** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ các phần tử của tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?
A. 523. **B.** 679. **C.** 432. **D.** 660.
- Câu 12:** Trong không gian cho năm điểm A, B, C, D, E mà không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành?
A. 20. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

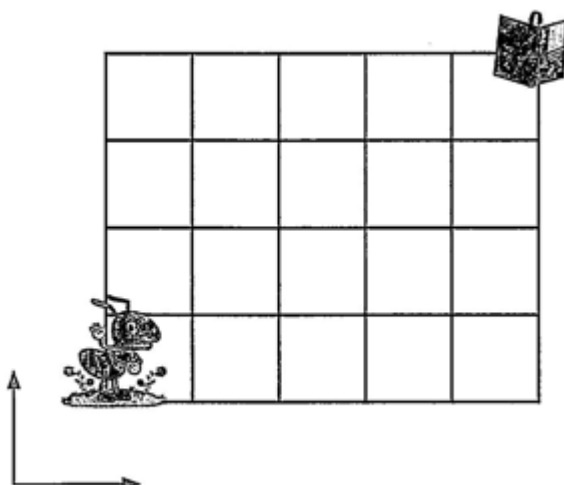
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Sắp xếp 5 bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lan vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi.
 a) Có 120 cách sắp xếp tùy ý.
 b) Có 16 cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa.
 c) Có 12 cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế
 d) Có 48 cách sắp xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.
- Câu 2:** Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc.
 a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).
 b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).
 c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).
 d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).
- Câu 3:** Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh.
 a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252
 b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A: có $C_5^2 C_{15}^{13}$ cách.
 c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.
 d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950
- Câu 4:** An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang.
 a) Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý
 b) Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau
 c) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau
 d) Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Có 4 quyển sách toán khác nhau, 3 quyển sách lý khác nhau, 2 quyển sách hoá khác nhau. Có bao nhiêu cách xếp số sách đó trên một giá nằm ngang sao cho các sách cùng loại nằm cạnh nhau.
- Câu 2:** Cho một đa giác đều 12 đỉnh $A_1 A_2 \dots A_{12}$ nội tiếp đường tròn (O) . Từ 12 đỉnh của đa giác đều trên tạo thành bao nhiêu hình chữ nhật nội tiếp đường tròn (O) .
- Câu 3:** Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?
- Câu 4:** Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.
- Câu 5:** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Câu 6: Một chú kiến đứng tại góc dưới cùng của lưới 4×5 ô vuông như hình sau đây. Mỗi bước di chuyển chú kiến là một ô, và chú kiến chỉ có thể đi sang phải hoặc đi lên trên theo đường kẻ. Hỏi chú kiến có bao nhiêu cách đến vị trí cuốn sách?



PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?
- Câu 2:** Cho đa giác đều có 15 đỉnh, gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Trong số các tam giác đó có bao nhiêu tam giác là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều?
- Câu 3:** Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.
- Câu 4:** Lớp 10A có 38 học sinh. Trong buổi sinh hoạt lớp, giáo viên yêu cầu các học sinh bầu ra 3 bạn để làm cán bộ lớp gồm lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó kỉ luật. Hỏi có bao nhiêu cách bầu cán bộ lớp?
- Câu 5:** Bạn Phú chọn mật khẩu cho tài khoản Microsoft Teams của mình gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó 2 kí tự đầu tiên là hai chữ cái in thường, 2 kí tự tiếp theo là hai chữ cái in hoa (các chữ cái chọn từ bảng chữ cái Tiếng Anh gồm 26 chữ cái), 3 kí tự tiếp theo là các chữ số và kí tự cuối cùng là một trong các kí tự đặc biệt: @,.,. Hỏi bạn Phú có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?
- Câu 6:** Tính số đường chéo của một đa giác lồi có 14 đỉnh.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó luôn có 3 chữ số 1;2;3 và chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

- A. 2942. B. 5880. C. 3204. D. 7440.

Lời giải

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

Có 5 cách chọn vị trí để xếp bộ ba chữ số $\{1,2,3\}$.

Có A_7^4 cách sắp xếp 4 chữ số được chọn từ tập hợp $\{0,4,5,6,7,8,9\}$.

Theo quy tắc nhân trường hợp này có $5.2!A_7^4$ cách sắp xếp.

Trong các trường hợp ở trên có những trường hợp chữ số 0 đứng đầu:

Có $4.2!.A_6^3$ số dạng này.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn bài ra là $5.2!A_7^4 - 4.2!.A_6^3 = 7440$.

Câu 2: Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

- A. 72. B. 36. C. 18. D. 180.

Lời giải

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên chẵn là A_3^2 .

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên lẻ là A_3^2 .

Còn lại 2 vé cho hai bạn còn lại có $2!$ cách.

Vậy số cách chọn là: $A_3^2.A_3^2.2! = 72$ cách.

Câu 3: Có bao nhiêu cách chọn một nguyên âm và một phụ âm từ các ký tự của chữ VIETNAM?

- A. 4. B. 12. C. 7. D. 3.

Lời giải

Tập các chữ cái nguyên âm: $N = \{I; E; A\}$

Tập các chữ cái phụ âm: $P = \{V; T; N; M\}$

Suy ra số cách chọn một nguyên âm và một phụ âm là: $C_3^1.C_4^1 = 12$

Câu 4: Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

- A. 80640. B. 108864. C. 145152. D. 217728.

Lời giải

Xét các trường hợp sau :

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2!.8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2!.A_4^1.7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2!.A_4^2.6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2!.A_4^3.5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^4 \cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!(8! + A_4^1 7! + A_4^2 6! + A_4^3 5! + A_4^4 4!) = 145152$ cách.

Câu 5: Số cách sắp xếp 6 bạn học sinh nam và 4 bạn học sinh nữ thành một hàng dọc là.

- A.** $6! + 4!$. **B.** $10!$. **C.** $C_{10}^6 \cdot C_{10}^4$. **D.** $6! \cdot 4!$.

Lời giải

+) *Phương pháp giải:* Số cách sắp xếp n học sinh thành một hàng dọc là $n!$

- Có tất cả $6 + 4 = 10$ học sinh.
- Số cách sắp xếp 10 học sinh trên thành một hàng dọc là $10!$ cách.

Câu 6: Từ các chữ số 1, 3, 5, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau?

- A.** 16. **B.** 256. **C.** 24. **D.** 10.

Lời giải

Mỗi số thỏa mãn yêu cầu bài toán là một hoán vị của bốn chữ số đã cho. Vậy ta có thể lập được $4! = 24$ số.

Câu 7: Một thầy giáo cùng hai cô giáo và 6 học sinh xếp hàng để chụp ảnh, hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho 3 thầy cô giáo luôn đứng cạnh nhau và thầy giáo đứng giữa hai cô giáo?

- A.** 10080. **B.** 4320. **C.** 30240. **D.** 1440.

Lời giải

Trước hết ta xếp chỗ cho 6 học sinh, có $6! = 720$ cách.

Sau khi xếp chỗ cho 6 học sinh, giữa các học sinh có 7 khoảng trống, ta chọn một khoảng trống để xếp chỗ cho ba thầy cô, có 7 cách chọn.

Sau đó, xếp chỗ cho hai cô giáo đứng hai bên thầy giáo, có $2! = 2$ cách.

Theo quy tắc nhân, có tất cả $720 \cdot 7 \cdot 2 = 10080$ cách xếp chỗ thỏa mãn bài toán.

Câu 8: Cho hai đường thẳng song song a, b . Trên đường thẳng a có 10 phân biệt và trên đường thẳng b có 15 điểm phân biệt. Có thể lập được bao nhiêu tam giác từ các điểm trên?

- A.** 1050. **B.** 1725. **C.** 2300. **D.** 675

Lời giải

Trường hợp 1: Tam giác có 1 đỉnh thuộc a và 2 đỉnh thuộc b có $C_{10}^1 C_{15}^2$ tam giác.

Trường hợp 2: Tam giác có 2 đỉnh thuộc a và 1 đỉnh thuộc b có $C_{10}^2 C_{15}^1$ tam giác.

Vậy có tất cả $C_{10}^1 C_{15}^2 + C_{10}^2 C_{15}^1 = 1725$.

Câu 9: Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nam?

- A.** 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 30.

Lời giải

Chọn ra 2 học sinh nam từ 4 học sinh nam, có $C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$

Ứng với mỗi cách chọn ra 2 học sinh nam có 2 cách chọn ra 1 học sinh nữ từ 2 học sinh nữ

Vậy có $6 \cdot 2 = 12$ cách chọn ra 3 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nam.

Câu 10: Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

- A.** A_{10}^2 . **B.** C_{10}^2 . **C.** A_{10}^8 . **D.** 10^2 .

Lời giải

Mỗi cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Số cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó là A_{10}^2

Câu 11: Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ các phần tử của tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

- A.** 523. **B.** 679. **C.** 432. **D.** 660.

Lời giải

Giả sử $n = \overline{abcde}; (a, b, c, d, e \in A)$. Do n chia hết cho 5 nên $e \in \{0; 5\}$

TH1: $e = 0$ khi đó $\overline{abcd}$ có $A_6^4 = 360$ cách.

TH2: $e = 5$ khi đó $\overline{abcd}$ có $A_6^4 - A_5^3 = 360 - 60 = 300$ cách.

Vậy có 660 số.

Câu 12: Trong không gian cho năm điểm A, B, C, D, E mà không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành?

- A.** 20. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Cứ 2 điểm tạo thành 1 đoạn thẳng, chọn 2 điểm từ 5 điểm có $C_5^2 = 10$ đoạn thẳng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Sắp xếp 5 bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lan vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi.

- a) Có 120 cách sắp xếp tùy ý.
b) Có 16 cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa.
c) Có 12 cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế
d) Có 48 cách sắp xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Đúng: Số cách sắp xếp 5 bạn vào ghế dài 5 chỗ ngồi là: $P_5 = 5! = 120$.

b) Sai: Xếp bạn Chi ngồi giữa có 1 cách.

Số cách xếp 4 bạn sinh An, Bình, Dũng, Lệ vào 4 chỗ còn lại là một hoán vị của 4 phần tử nên có 4! cách.

Vậy có 24 cách xếp.

c) Đúng: Xếp An và Dũng ngồi hai đầu ghế có 2! cách xếp.

Số cách xếp 3 bạn Bình, Chi, Lệ vào 3 ghế còn lại là một hoán vị của 3 phần tử nên có 3! cách.

Vậy có $2! \cdot 3! = 12$ cách.

d) Đúng: Coi An và Bình là một phần tử, 3 học sinh còn lại mỗi bạn là một phần tử.

Xếp 4 phần tử này vào ghế dài thì có 4! cách

Tương ứng với mỗi cách xếp ở trên thì sẽ có 2! cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

Theo quy tắc nhân ta có: $4! \cdot 2! = 48$ cách sắp xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

Câu 2: Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc.

- a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).
b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).
c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).
d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc: $P_8 = 8! = 40320$ (cách).

b) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhóm 5 học sinh nam.

Số cách xếp trong $X : 3!$; số cách xếp trong $Y : 5!$.

Số cách hoán đổi $X, Y : 2!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1440$ (cách).

c) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong $X : 3!$.

Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam (ta xem có 6 đơn vị): $6!$

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4320$ (cách).

d) Sắp xếp trước cho 5 nam sinh, số cách hình vẽ): C_6^3 (cách).



Sắp xếp 3 nữ sinh vào 3 vị trí vừa được chọn: $3!$ (cách).

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $5!C_6^33! = 14400$.

Lưu ý: Việc chọn 3 vị trí từ 6 vị trí để sắp xếp 3 nữ sinh vào có thể được thực hiện gọn bởi công thức A_6^3 . Khi đó số cách xếp thỏa mãn là $5!A_6^3$.

Câu 3: Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A , 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C , cần chọn ra 15 học sinh.

a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252

b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C , 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2C_{15}^{13}$ cách.

c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C , 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2C_{10}^{10}C_{15}^3$ cách.

d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Số cách chọn 5 học sinh mỗi khối (A, B, C) lần lượt là: $C_{15}^5, C_{10}^5, C_5^5$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_{15}^5 \times C_{10}^5 \times C_5^5 = 756756$ (cách).

d) Ta sử dụng quy tắc loại trừ như **Lời giải** sau:

Xét bài toán 1: Chọn 2 học sinh khối C , 13 học sinh khối B hoặc khối A : có $C_5^2C_{25}^{13}$ cách.

Xét bài toán 2: Chọn 2 học sinh khối C , 13 học sinh khối B và khối A không thỏa mãn yêu cầu.

- Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh khối C , 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có

$C_5^2C_{10}^{10}C_{15}^3$ cách.

- Trường hợp 2: Chọn 2 học sinh khối C , 9 học sinh khối B và 4 học sinh khối A có $C_5^2C_{10}^9C_{15}^4$ cách.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_5^2C_{25}^{13} - C_{10}^{10}C_{15}^3 - C_{10}^9C_{15}^4 = 51861950$ (cách).

Câu 4: An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang.

a) Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý

b) Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau

c) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau

d) Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Xếp tùy ý 9 bạn lên hàng ghế nằm ngang, ta có $9! = 362880$ (cách xếp).

b) Xếp chỗ cho An và Bình ngồi cạnh nhau (thành nhóm X), số cách xếp trong X là $2!$.

Số cách xếp nhóm X với 7 người còn lại (ta xem là hoán vị của 8 phần tử), số cách xếp là $8!$.

Số cách xếp hàng thỏa mãn là $2!8! = 80640$ (cách).

c) Số cách xếp 9 bạn vào 9 chỗ là $9!$ cách. Vậy số cách xếp để An và Bình không ngồi cạnh nhau là: $9! - 2!8! = 282240$ (cách).

d) Số cách xếp để An, Bình ngồi 2 đầu dãy ghế là: $2! \cdot 7! = 10080$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có 4 quyển sách toán khác nhau, 3 quyển sách lý khác nhau, 2 quyển sách hoá khác nhau. Có bao nhiêu cách xếp số sách đó trên một giá nằm ngang sao cho các sách cùng loại nằm cạnh nhau.

Lời giải

Trả lời: 1728

Đề xếp những quyển sách trên theo yêu cầu bài toán ta tiến hành các giai đoạn sau:

Giai đoạn 1: Xếp 4 quyển sách toán ta có $4!$ cách.

Giai đoạn 2: Xếp 3 quyển sách lý ta có $3!$ cách.

Giai đoạn 3: Xếp 2 quyển sách hoá ta có $2!$ cách.

Giai đoạn 4: Xem các sách cùng loại toán, lý, hoá lần lượt là các tập hợp: T, L, H. Xếp ba tập hợp này ta có $3!$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân ta có: $4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3! = 1728$ cách.

Câu 2: Cho một đa giác đều 12 đỉnh $A_1A_2...A_{12}$ nội tiếp đường tròn (O) . Từ 12 đỉnh của đa giác đều trên tạo thành bao nhiêu hình chữ nhật nội tiếp đường tròn (O) .

Lời giải

Trả lời: 15

Gọi đường chéo của đa giác đều $A_1A_2...A_{12}$ đi qua tâm đường tròn (O) là đường chéo lớn thì đa giác đã cho có $\frac{12}{2} = 6$ đường chéo lớn.

Mỗi hình chữ nhật là hình có các đỉnh là 4 đỉnh trong 12 đỉnh $A_1A_2...A_{12}$ và có các đường chéo là hai đường chéo lớn. Do đó số hình chữ nhật được tạo thành là số cách chọn 2 đường chéo lớn trong 6 đường chéo lớn.

Suy ra số hình chữ nhật tạo thành là $C_6^2 = 15$.

Câu 3: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

Lời giải

Trả lời: 630

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

Số cách tô cạnh AB : 6 cách.

Số cách tô cạnh BC : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Số cách tô cạnh CD : 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và BC).

Số cách tô cạnh AD : 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và CD).

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

Số cách tô cạnh AB : 6 cách.

Số cách tô cạnh BC : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Số cách tô cạnh CD : 1 cách (tô cùng màu với cạnh AB).

Số cách tô cạnh AD : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 = 150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480 + 150 = 630$ cách.

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

Lời giải

Trả lời: 7440

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321,

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn bốn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số,

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123,

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn ba số b, c, d ,

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 4 \cdot A_6^3 = 2880$ số.

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2880) = 7440$.

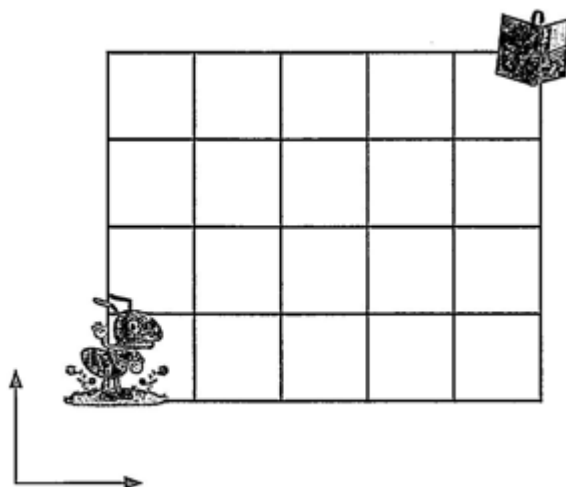
Câu 5: Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5;6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Lời giải

Trả lời: 180

Số cách chọn ra chữ số hàng trăm là 6 cách. Với chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị, mỗi cách chọn ra 2 số chính là một chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử. Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau lập được là: $6 \cdot A_6^2 = 180$ (cách).

Câu 6: Một chú kiến đứng tại góc dưới cùng của lưới 4×5 ô vuông như hình sau đây. Mỗi bước di chuyển chú kiến là một ô, và chú kiến chỉ có thể đi sang phải hoặc đi lên trên theo đường kẻ. Hỏi chú kiến có bao nhiêu cách đến vị trí cuốn sách?



Lời giải

Trả lời: 126

Để đi đến vị trí cuốn sách, chú kiến cần bước 9 bước gồm 4 bước đi lên và 5 bước đi sang phải. Số cách chọn 4 bước đi lên và 5 bước đi sang phải chính là số cách chọn 4 bước đi lên trong dãy 9 bước cần di chuyển. Do đó, số cách chú kiến có thể chọn để đi đến vị trí cuốn sách là:
 $C_9^4 = 126$ (cách).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Lời giải

Ta có $C_3^1 \cdot C_{12}^4$ cách phân công các thanh niên về tỉnh thứ nhất.

Với mỗi cách này thì có $C_2^1 \cdot C_8^4$ cách phân công số thanh niên còn lại về tỉnh thứ hai. Với mỗi cách phân công trên thì có $C_1^1 \cdot C_4^4$ cách phân công số thanh niên còn lại về tỉnh thứ 3.

Do đó ta có: $C_3^1 C_{12}^4 C_2^1 C_8^4 C_1^1 C_4^4 = 207900$ cách phân công thỏa mãn đề bài.

Câu 2: Cho đa giác đều có 15 đỉnh, gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Trong số các tam giác đó có bao nhiêu tam giác là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều?

Lời giải

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

Xét một đỉnh A bất kì của đa giác đều: có 7 cặp đỉnh của đa giác đối xứng với nhau qua OA , hay có 7 tam giác cân tại đỉnh A .

Như vậy, với mỗi đỉnh của đa giác có 7 tam giác nhận nó làm đỉnh tam giác cân.

Số tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác là $\frac{15}{3} = 5$ tam giác.

Tuy nhiên, trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại ba đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $7 \cdot 15 - 3 \cdot 5 = 90$.

Câu 3: Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.

Lời giải

- Chọn 2 trong 15 nam làm tổ trưởng và tổ phó có A_{15}^2 cách.

- Chọn 3 tổ viên, trong đó có nữ.

+ Chọn 1 nữ và 2 nam có $5 \cdot C_{13}^2$ cách,

+ Chọn 2 nữ và 1 nam có $13 \cdot C_5^2$ cách,

+ Chọn 3 nữ có C_5^3 cách.

Vậy có $A_{15}^2 (5 \cdot C_{13}^2 + 13 \cdot C_5^2 + C_5^3) = 111300$ cách.

Câu 4: Lớp 10A có 38 học sinh. Trong buổi sinh hoạt lớp, giáo viên yêu cầu các học sinh bầu ra 3 bạn để làm cán bộ lớp gồm lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó kỉ luật. Hỏi có bao nhiêu cách bầu cán bộ lớp?

Lời giải

Mỗi cách chọn ba bạn để bầu làm cán bộ lớp (có sự phân chia lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó kỉ luật) là một chỉnh hợp chập 3 của 38 phần tử. Vậy số cách để bầu cán bộ lớp là:

$$A_{38}^3 = 50616 \text{ (cách).}$$

Câu 5: Bạn Phú chọn mật khẩu cho tài khoản Microsoft Teams của mình gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó 2 kí tự đầu tiên là hai chữ cái in thường, 2 kí tự tiếp theo là hai chữ cái in hoa (các chữ cái chọn từ bảng chữ cái Tiếng Anh gồm 26 chữ cái), 3 kí tự tiếp theo là các chữ số và kí tự cuối cùng là một trong các kí tự đặc biệt:@,.,. Hỏi bạn Phú có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?

Lời giải

Có 26 chữ cái và 10 chữ số. Chọn 2 kí tự đầu tiên là chữ cái in thường nên ta có A_{26}^2 cách chọn.

Chọn 2 kí tự tiếp theo là chữ cái in hoa nên ta có A_{26}^2 cách chọn.

Chọn 3 kí tự tiếp theo là chữ số trong 10 chữ số nên có A_{10}^3 cách chọn.

Chọn 1 kí tự cuối cùng có 3 cách.

Vậy ta có $3(A_{26}^2)^2 A_{10}^3 = 912600000$ cách để bạn Phú tạo ra một mật khẩu.

Câu 6: Tính số đường chéo của một đa giác lồi có 14 đỉnh.

Lời giải

Tổng số đoạn thẳng lập được từ $n(n > 3)$ đỉnh là C_n^2 . Trong số các đoạn thẳng đó thì có n cạnh của đa giác, còn lại là đường chéo.

Vậy số đường chéo của đa giác n đỉnh là: $C_n^2 - n = \frac{n!}{2!(n-2)!} - n = \frac{n(n-3)}{2}$. Với $n = 14$ ta có

số đường chéo của đa giác lồi 14 đỉnh là: $\frac{14(14-3)}{2} = 77$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

VIII

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI: NHỊ THỨC NEWTON
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(6x+1)^4$?
A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.
- Câu 2:** Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.
A. $x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$. **B.** $x^5 - 5x^4 - 10x^3 + 10x^2 - 5x + 1$.
C. $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$. **D.** $5x^5 + 10x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 5x + 1$.
- Câu 3:** Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x-y)^5$.
A. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$ **B.** $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$
C. $x^5 - 5x^4y - 10x^3y^2 - 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$ **D.** $x^5 + 5x^4y - 10x^3y^2 + 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.
- Câu 4:** Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào?
A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.
- Câu 5:** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(3-0,01)^5$ để tính gần đúng số $(2,99)^5$ ta được kết quả gần nhất với giá trị nào sau đây?
A. 238,95. **B.** 247,05. **C.** 243,81. **D.** 238,98.
- Câu 6:** Trong khai triển của nhị thức $(3x^2 - y)^4$ chứa số hạng $54x^4y^k$ thì giá trị của k là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 7:** Cho khai triển nhị thức $(22x - 23y)^5$. Số hạng chứa x^3y^2 có hệ số là
A. $C_5^2 \cdot 23^3 \cdot 22^2$. **B.** $C_5^2 \cdot 22^3 \cdot 23^2$. **C.** $C_5^4 \cdot 22^4 \cdot 23^1$. **D.** $-C_5^2 \cdot 22^3 \cdot 23^2$.
- Câu 8:** Tìm hệ số của x^4 trong khai triển Newton biểu thức $(2x-3)^5$
A. -270. **B.** -80. **C.** 240. **D.** -240.
- Câu 9:** Khai triển $P(x) = (2x+1)^4 - (2x-1)^4 = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$. Giá trị của a_3 bằng
A. 0. **B.** 16. **C.** 32. **D.** 64.

Câu 10: Khai triển nhị thức $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^5$ ta được

- A.** $C_5^0 \cdot x^{10} - C_5^1 \cdot x^8 \cdot \frac{1}{2} + C_5^2 \cdot x^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - C_5^3 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 - C_5^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$.
- B.** $C_5^0 \cdot x^{10} + C_5^1 \cdot x^8 \cdot 2 + C_5^2 \cdot x^6 \cdot 2^2 + C_5^3 \cdot x^4 \cdot 2^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot 2^4 + C_5^5 \cdot 2^5$.
- C.** $C_5^0 \cdot x^{10} + C_5^1 \cdot x^8 \cdot \frac{1}{2} + C_5^2 \cdot x^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + C_5^3 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + C_5^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$.
- D.** $C_5^0 \cdot x^{10} - C_5^1 \cdot x^8 \cdot 2 + C_5^2 \cdot x^6 \cdot 2^2 - C_5^3 \cdot x^4 \cdot 2^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot 2^4 - C_5^5 \cdot 2^5$.

Câu 11: Dùng hai số hạng đầu của khai triển $(1-2x)^4$ để tính gần đúng số $0,98^4$?

- A.** 0,91. **B.** 0,92. **C.** 0,9. **D.** 1,08.

Câu 12: Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thẻ thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1+r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thẻ thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?

- A.** 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.
- C.** 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khai triển nhị thức $(x + \sqrt{2})^4$.

- a) Hệ số của x^2 là 12
- b) Hệ số của x^3 là $6\sqrt{2}$
- c) Hệ số của x là $8\sqrt{2}$
- d) Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4

Câu 2: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ (với n là số nguyên dương) thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$.

- a) $a_0 = 1$.
- b) $n = 5$.
- c) Hệ số của x^5 trong khai triển là 32.
- d) Hệ số lớn nhất trong khai triển là 40.

Câu 3: Khai triển $(x+2y)^3 + (2x-y)^3$.

- a) Hệ số của của x^3 là 9
- b) Hệ số của của y^3 là 7
- c) Hệ số của x^2y là 6
- d) Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3

Câu 4: Khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$.

- a) Hệ số của x^2 là $\frac{1}{4}$.
- b) Số hạng không chứa x là 6.
- c) Hệ số của x^4 là 1.
- d) Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$.

Câu 2: Lớp 10A đề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ I có bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

Câu 3: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Hỏi tập A có bao nhiêu tập hợp con?

Câu 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^5$ (với $x \neq 0$).

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Biểu diễn $(3 + \sqrt{2})^5 - (3 - \sqrt{2})^5$ dưới dạng $a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số nguyên.

Câu 2: Cho n là các số tự nhiên. Tính: $T = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$.

Câu 3: Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^4$, $x \neq 0$.

Câu 4: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n .

Câu 5: Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n$.

Câu 6: Ông A có 500 triệu đồng và ông B có 600 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 6% / năm và 4% / năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi P_n sau n tháng được tính bởi công thức $P_n = P_0(1+r)^n$ trong đó P_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Newton, ước lượng đến năm bao nhiêu thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

----- HẾT -----

D. $-C_5^2.22^3.23^2.$

Lời giải

Ta có :

$$(22x - 23y)^5 = C_5^0 (22x)^5 - C_5^1 (22x)^4 (23y)^1 + C_5^2 (22x)^3 (23y)^2 - C_5^3 (22x)^2 (23y)^3 + C_5^4 (22x)^1 (23y)^4 - C_5^5 (23y)^5$$

Hệ số của số hạng chứa $x^3 y^2$ là $C_5^2 \cdot 22^3 \cdot 23^2$.

Câu 8: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển Newton biểu thức $(2x - 3)^5$

- A.** -270. **B.** -80. **C.** 240. **D.** -240.

Lời giải

Ta có:

$$(2x - 3)^5 = C_5^0 (2x)^5 + C_5^1 (2x)^4 (-3) + C_5^2 (2x)^3 (-3)^2 + C_5^3 (2x)^2 (-3)^3 + C_5^4 (2x)(-3)^4 + C_5^5 (-3)^5$$

Do đó số hạng chứa x^4 là $C_5^1 (2x)^4 (-3) = -240x^4$

Vậy hệ số của x^4 trong khai triển Newton biểu thức $(2x - 3)^5$ là -240.

Câu 9: Khai triển $P(x) = (2x + 1)^4 - (2x - 1)^4 = a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$. Giá trị của a_3 bằng

- A.** 0. **B.** 16. **C.** 32. **D.** 64.

Lời giải

Ta có $P(x) = (2x + 1)^4 - (2x - 1)^4$

$$= [C_4^0 (2x)^4 + C_4^1 (2x)^3 + C_4^2 (2x)^2 + C_4^3 (2x) + C_4^4] - [C_4^0 (2x)^4 - C_4^1 (2x)^3 + C_4^2 (2x)^2 - C_4^3 (2x) + C_4^4]$$

$$= 16x + 64x^3.$$

Vậy hệ số $a_3 = 64$.

Câu 10: Khai triển nhị thức $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^5$ ta được

- A.** $C_5^0 \cdot x^{10} - C_5^1 \cdot x^8 \cdot \frac{1}{2} + C_5^2 \cdot x^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - C_5^3 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 - C_5^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$.
- B.** $C_5^0 \cdot x^{10} + C_5^1 \cdot x^8 \cdot 2 + C_5^2 \cdot x^6 \cdot 2^2 + C_5^3 \cdot x^4 \cdot 2^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot 2^4 + C_5^5 \cdot 2^5$.
- C.** $C_5^0 \cdot x^{10} + C_5^1 \cdot x^8 \cdot \frac{1}{2} + C_5^2 \cdot x^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + C_5^3 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + C_5^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$.
- D.** $C_5^0 \cdot x^{10} - C_5^1 \cdot x^8 \cdot 2 + C_5^2 \cdot x^6 \cdot 2^2 - C_5^3 \cdot x^4 \cdot 2^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot 2^4 - C_5^5 \cdot 2^5$.

Lời giải

$$\text{Xét khai triển nhị thức } P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k (x^2)^{5-k} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k x^{10-k} \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

$$= C_5^0 \cdot x^{10} + C_5^1 \cdot x^8 \cdot \frac{1}{2} + C_5^2 \cdot x^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + C_5^3 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^4 \cdot x^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + C_5^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5.$$

Câu 11: Dùng hai số hạng đầu của khai triển $(1 - 2x)^4$ để tính gần đúng số 0,984?

- A.** 0,91. **B.** 0,92. **C.** 0,9. **D.** 1,08.

Lời giải

Ta có

$$(1-2x)^4 = 1 - C_4^1 \cdot 2x + C_4^2 (2x)^2 - C_4^3 (2x)^3 + (2x)^4 = 1 - 8x + 24x^2 - 32x^3 + 16x^4$$

$$\text{nên } 0,98^4 = (1 - 2 \cdot 0,01)^4 \approx 1 - 8 \cdot 0,01 \approx 1 - 0,08 \approx 0,92.$$

- Câu 12:** Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1+r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?
- A.** 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.
C. 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.

Lời giải

Áp dụng công thức $C = A(1+r)^5$ với $A = 20$ triệu $r = 8,65\%$, $n = 5$ quý.

$$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5$$

$$(1+0,0865)^5 \approx C_5^0 + C_5^1 \cdot 0,0865 + C_5^2 (0,0865)^2 = 1 + 5 \cdot 0,0865 + 10 \cdot (0,0865)^2 = 1,5073225 =$$

Vậy số tiền thu được sau 5 quý là: $C = 20 \cdot 1,5073225 = 30.14645$ triệu đồng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khai triển nhị thức $(x + \sqrt{2})^4$.

- a) Hệ số của x^2 là 12
 b) Hệ số của x^3 là $6\sqrt{2}$
 c) Hệ số của x là $8\sqrt{2}$
 d) Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (x + \sqrt{2})^4 &= C_4^0 x^4 + C_4^1 x^3 (\sqrt{2}) + C_4^2 x^2 (\sqrt{2})^2 + C_4^3 x (\sqrt{2})^3 + C_4^4 (\sqrt{2})^4 \\ &= x^4 + 4\sqrt{2}x^3 + 12x^2 + 8\sqrt{2}x + 4. \end{aligned}$$

Câu 2: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ (với n là số nguyên dương) thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$.

- a) $a_0 = 1$.
 b) $n = 5$.
 c) Hệ số của x^5 trong khai triển là 32.
 d) Hệ số lớn nhất trong khai triển là 40.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Đúng: Ta có: $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n 2^k C_n^k x^k; (k \in \mathbb{N})$ suy ra $a_k = 2^k C_n^k$ nên: $a_0 = 2^0 C_n^0 = 1$.

b) Đúng: Thay $a_0 = 1$, $a_1 = 2C_n^1$, $a_2 = 4C_n^2$ vào giả thiết ta có: $1 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow 2C_n^1 = C_n^2$

$$\Leftrightarrow 2 \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} \Leftrightarrow 2n = \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 5 \end{cases}.$$

Do n là số nguyên dương nên $n = 5$.

c) Đúng: $(1+2x)^5 = C_5^0 + C_5^1 2x + C_5^2 (2x)^2 + C_5^3 (2x)^3 + C_5^4 (2x)^4 + C_5^5 (2x)^5$
 $= 1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5.$

d) Sai: Hệ số lớn nhất trong khai triển là 80.

Câu 3: Khai triển $(x+2y)^3 + (2x-y)^3$.

a) Hệ số của của x^3 là 9

b) Hệ số của của y^3 là 7

c) Hệ số của x^2y là 6

d) Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: $(x+2y)^3 + (2x-y)^3 = C_3^0 x^3 + C_3^1 x^2 (2y) + C_3^2 x (2y)^2 + C_3^3 (2y)^3$
 $+ C_3^0 (2x)^3 + C_3^1 (2x)^2 (-y) + C_3^2 (2x)(-y)^2 + C_3^3 (-y)^3$
 $= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 + 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 = 9x^3 - 6x^2y + 18xy^2 + 7y^3.$

b) Có hai số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y là $9x^3 - 6x^2y$. Tổng hệ số của chúng: $9 + (-6) = 3$.

Câu 4: Khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$.

a) Hệ số của x^2 là $\frac{1}{4}$.

b) Số hạng không chứa x là 6.

c) Hệ số của x^4 là 1.

d) Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Ta có: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 = C_4^0 x^4 + C_4^1 x^3 \left(\frac{1}{x}\right) + C_4^2 x^2 \left(\frac{1}{x}\right)^2 + C_4^3 x \left(\frac{1}{x}\right)^3 + C_4^4 \left(\frac{1}{x}\right)^4 = x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}.$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$.

Lời giải

Trả lời: 64

Ta có: $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$
 $= x(16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1) + (x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32)$
 $= 16x^5 + 32x^4 + 24x^3 + 8x^2 + x + x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32$
 $= 17x^5 + 42x^4 + 64x^3 + 88x^2 + 81x + 32.$

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$ là $64x^3$.

Câu 2: Lớp 10A đề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ I có bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

Lời giải

Trả lời: 31

Vì tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch nên số cách chọn thành viên của tổ I là: $C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = (1+1)^5 - C_5^0 = 2^5 - 1 = 31$.

Câu 3: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Hỏi tập A có bao nhiêu tập hợp con?

Lời giải

Trả lời: 64

Số tập con không có phần tử nào của A là C_6^0 .

Số tập có 1 phần tử, 2 phần tử, 3 phần tử, 4 phần tử, 5 phần tử, 6 phần tử của A lần lượt là $C_6^1, C_6^2, C_6^3, C_6^4, C_6^5, C_6^6$.

Vậy tổng số tập con của A là $C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 + C_6^6 = T$.

Theo khai triển nhị thức Newton, ta có:

$$(1+x)^6 = C_6^0 + C_6^1x + C_6^2x^2 + C_6^3x^3 + C_6^4x^4 + C_6^5x^5 + C_6^6x^6.$$

Thay $x=1$, ta được: $(1+1)^6 = C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 + C_6^6$ hay $T = 2^6$.

Vậy số tập con của tập A là 2^6 .

Câu 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Lời giải

Trả lời: -1

$$\text{Đặt } (1-2x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_5x^5.$$

Cho $x=1$ ta có tổng các hệ số $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_5 = (1-2)^5 = -1$.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^5$ (với $x \neq 0$).

Lời giải

Trả lời: 10

Xét khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^5$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là $T_{k+1} = C_5^k \left(\frac{1}{x}\right)^k \cdot (x^3)^{5-k} = C_5^k \cdot x^{15-4k}$.

Số hạng chứa x^3 tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $15-4k=3 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_5^3 = 10$.

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

Lời giải

Trả lời: 24

Xét khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$$T_{k+1} = C_4^k \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{4-k} \cdot \left(\frac{4}{x}\right)^k = C_4^k \cdot (2)^{3k-4} (x)^{4-2k}.$$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-2k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^2 \cdot (2)^{3 \cdot 2 - 4} = 24$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Biểu diễn $(3 + \sqrt{2})^5 - (3 - \sqrt{2})^5$ dưới dạng $a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số nguyên.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} (3 + \sqrt{2})^5 - (3 - \sqrt{2})^5 &= C_5^0 3^5 + C_5^1 3^4 \sqrt{2} + C_5^2 3^3 (\sqrt{2})^2 + C_5^3 3^2 (\sqrt{2})^3 + C_5^4 3 (\sqrt{2})^4 + C_5^5 (\sqrt{2})^5 \\ &\quad - C_5^0 3^5 + C_5^1 3^4 \sqrt{2} - C_5^2 3^3 (\sqrt{2})^2 + C_5^3 3^2 (\sqrt{2})^3 - C_5^4 3 (\sqrt{2})^4 + C_5^5 (\sqrt{2})^5 \\ &= 2C_5^1 3^4 \sqrt{2} + 2C_5^3 3^2 (\sqrt{2})^3 + 2C_5^5 (\sqrt{2})^5 = 810\sqrt{2} + 360\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 1178\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Câu 2: Cho n là các số tự nhiên. Tính: $T = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$.

Lời giải

Vì $C_n^0 = 1 = \frac{1}{n+1}C_{n+1}^1$ và áp dụng công thức $\frac{1}{k+2}C_{n+1}^{k+1} = \frac{1}{n+2}C_{n+2}^{k+2}$ ta có:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{n+1}C_{n+1}^1 + \frac{1}{n+1}C_{n+1}^2 + \frac{1}{n+1}C_{n+1}^3 + \dots + \frac{1}{n+1}C_{n+1}^{n+1} \\ &= \frac{1}{n+1}(C_{n+1}^1 + C_{n+1}^2 + C_{n+1}^3 + \dots + C_{n+1}^{n+1}) = \frac{1}{n+1}(2^{n+1} - 1). \end{aligned}$$

Câu 3: Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^4$, $x \neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$$T_{k+1} = (-1)^k C_4^k 2^{4-k} x^{4-3k}.$$

Số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4 - 3k = -2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển là $(-1)^2 C_4^2 2^{4-2} x^{4-3 \cdot 2} = \frac{24}{x^2}$.

Câu 4: Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n .

Lời giải

Ta có: $(1 + 2x)^n = \sum_{k=0}^n 2^k C_n^k x^k$; ($k \in \mathbb{N}$) suy ra: $a_k = 2^k C_n^k$.

Thay $a_0 = 2^0 C_n^0 = 1$, $a_1 = 2C_n^1$, $a_2 = 4C_n^2$ vào giả thiết ta có: $1 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow 2C_n^1 = C_n^2$

$$\Leftrightarrow 2 \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} \Leftrightarrow 2n = \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 5 \end{cases}.$$

Do n là số nguyên dương nên $n = 5$.

Câu 5: Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n$.

Lời giải

$$S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n \Rightarrow 2S = [C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n] + [C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n].$$

Ta có $C_n^k = C_n^{n-k}$ (tính chất tổ hợp).

$$\Rightarrow 2S = [C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n] + [C_{2n+1}^{2n+1} + C_{2n+1}^{2n} + \dots + C_{2n+1}^{n+1}],$$

$$\Rightarrow 2S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n + C_{2n+1}^{n+1} + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1},$$

$$\text{Xét khai triển } (x+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 + C_{2n+1}^1 x^1 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1},$$

$$\text{Khi } x=1 \Rightarrow 2S = 2^{2n+1} \Rightarrow S = 2^{2n} = 4^n.$$

Câu 6: Ông A có 500 triệu đồng và ông B có 600 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 6% / năm và 4% / năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi P_n sau n tháng được tính bởi công thức $P_n = P_0(1+r)^n$ trong đó P_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Newton, ước lượng đến năm bao nhiêu thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

Lời giải

Gọi P là số tiền ban đầu gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, P_n lần lượt là số tiền nhận được sau n năm. Khi đó: $P_n = P(1+r)^n$. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $P_n = P(1+r)^n$ để tính số tiền sau n năm của hai ông thì

$$\text{Số tiền ông A thu được là: } 500 \left(1 + \frac{6}{100} \right)^n \approx 500 \left(C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{6}{100} \right)$$

$$\text{Số tiền ông B thu được là: } 600 \left(1 + \frac{4}{100} \right)^n \approx 600 \left(C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{4}{100} \right)$$

$$\text{Theo giả thiết: } 500 \left(C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{6}{100} \right) = 600 \left(C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{4}{100} \right) \Leftrightarrow 6n = 100 \Leftrightarrow n \approx 16,7.$$

$\Rightarrow$ Phải đến quá nửa năm thứ 17 thì mỗi người nhận được số tiền bằng nhau.

----- HẾT -----

CHƯƠNG



ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI: NHỊ THỨC NEWTON
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khai triển của nhị thức $(x-2)^5$.

- A. $x^5 - 100x^4 + 400x^3 - 800x^2 + 800x - 32$. B. $5x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$.
C. $x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$. D. $x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32$.

Câu 2: Khai triển nhị thức $(2x+y)^5$. Ta được kết quả là

- A. $32x^5 + 16x^4y + 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy^4 + y^5$.
B. $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
C. $2x^5 + 10x^4y + 20x^3y^2 + 20x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
D. $32x^5 + 10000x^4y + 80000x^3y^2 + 400x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.

Câu 3: Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức $(1-7x)^4$ là

- A. 1296. B. -1296. C. 2916. D. -2916.

Câu 4: Khai triển biểu thức $(x^2+2y)^5$ là

- A. $x^{10} + 10x^8y + 40x^6y^2 + 80x^4y^3 + 80x^2y^4 + 32y^5$.
B. $x^{10} - 10x^8y + 40x^6y^2 - 80x^4y^3 + 80x^2y^4 - 32y^5$.
C. $32x^{10} + 80x^8y + 80x^6y^2 + 40x^4y^3 + 10x^2y^4 + y^5$.
D. $32x^{10} - 80x^8y + 80x^6y^2 - 40x^4y^3 + 10x^2y^4 - y^5$.

Câu 5: Xác định số hạng chứa x^3 trong khai triển biểu thức $(x-1)^5$.

- A. $-C_5^3x^3$. B. $C_5^3x^3$. C. C_5^3 . D. $-C_5^3$.

Câu 6: Xác định hệ số của x^2 trong khai triển biểu thức $(2x+1)^4$:

- A. $6x^2$. B. $16x^2$. C. 12. D. 24.

Câu 7: Tổng $S = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + \dots + 2^5C_5^5$ bằng

- A. 324. B. 435. C. 243. D. 342.

Câu 8: Dùng hai số hạng đầu của khai triển $(1+x)^5$ để tính gần đúng số $1,001^5$?

- A. 1,005. B. 1,05. C. 1,01. D. 1,001.

Câu 9: Khai triển $P(x) = (2x+3)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$. Tính giá trị biểu thức $a_2 + a_3$

- A. 310. B. 311. C. 312. D. 313.

Câu 10: Cho đa thức $P(x) = 22x(2x^2 - 3)^5$. Số hạng chứa x^7 khi khai triển đa thức $P(x)$ là

- A. $15840x^7$. B. $720x^7$. C. $22x^7$. D. $742x^7$.

Câu 11: Có bao nhiêu số hạng có hệ số dương trong khai triển nhị thức $P(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^5$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1 + 0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

- A. 229391769 nghìn người. B. 329391769 nghìn người.
C. 229391759 nghìn người. D. 228391769 nghìn người.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khai triển $(x+1)^5$.

- a) Hệ số của x^4 là 5
b) Số hạng không chứa x là 1
c) $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 3^5$
d) $32C_5^0 + 16C_5^1 + 8C_5^2 + 4C_5^3 + 2C_5^4 + C_5^5 = 3^5$

Câu 2: Khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$.

- a) Hệ số của x^2 là $\frac{1}{4}$.
b) Số hạng không chứa x là 6.
c) Hệ số của x^4 là 1.
d) Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.

Câu 3: Cho $\left(1 - \frac{1}{2}x\right)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$.

- a) $a_3 = \frac{5}{2}$
b) $a_5 = -\frac{1}{32}$
c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$
d) Tổng $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{16}$

Câu 4: Khai triển $Q = (xy - 1)^5$.

- a) Số hạng có chứa x^2y^2 là $-10x^2y^2$
b) Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5 .
c) Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.
d) Hệ số của xy trong khai triển là -10 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tập hợp $X = \{a_1; a_2; a_3; a_4; a_5\}$. Hỏi tập X có tất cả bao nhiêu tập con?

Câu 2: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển:

$$\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n.$$

Câu 3: Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển thành đa thức của $(1 + x + x^2 + x^3)^5$.

Câu 4: Tính tổng sau $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + \dots + C_{10}^{10}$.

Câu 5: Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người?

Câu 6: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $P(x) = \left(1 + x + \frac{1}{x^2}\right)^n$. Biết rằng

$$C_n^2 + C_n^3 = 4n$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Thu gọn biểu thức $A = (2 + \sqrt{3})^5 - (2 - \sqrt{3})^5$ ta được $A = a + b\sqrt{3}$ với a, b là các số nguyên. Tính tổng $a + b$.

Câu 2: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x - 1)^4$.

Câu 3: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x} + 2x\right)^4$ với $x \neq 0$.

Câu 4: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n$.

Câu 5: Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển thành đa thức của $(1 + x + x^2 + x^3)^5$

Câu 6: Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khai triển của nhị thức $(x-2)^5$.

- A.** $x^5 - 100x^4 + 400x^3 - 800x^2 + 800x - 32$. **B.** $5x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$.
C. $x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32$. **D.** $x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32$.

Lời giải

$$\begin{aligned}(x-2)^5 &= C_5^0 x^5 + C_5^1 x^4 (-2) + C_5^2 x^3 (-2)^2 + C_5^3 x^2 (-2)^3 + C_5^4 x (-2)^4 + C_5^5 (-2)^5 \\ &= x^5 - 10x^4 + 40x^3 - 80x^2 + 80x - 32.\end{aligned}$$

Câu 2: Khai triển nhị thức $(2x+y)^5$. Ta được kết quả là

- A.** $32x^5 + 16x^4y + 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy^4 + y^5$.
B. $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
C. $2x^5 + 10x^4y + 20x^3y^2 + 20x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
D. $32x^5 + 10000x^4y + 80000x^3y^2 + 400x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.

Lời giải

$$\begin{aligned}(2x+y)^5 &= C_5^0 (2x)^5 + C_5^1 (2x)^4 y + C_5^2 (2x)^3 y^2 + C_5^3 (2x)^2 y^3 + C_5^4 (2x) y^4 + C_5^5 y^5 \\ &= 32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5.\end{aligned}$$

Câu 3: Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức $(1-7x)^4$ là

- A.** 1296. **B.** -1296. **C.** 2916. **D.** -2916.

Lời giải

Cách 1:

Ta có

$$\begin{aligned}(1-7x)^4 &= (7x-1)^4 = C_4^0 (7x)^4 - C_4^1 (7x)^3 + C_4^2 (7x)^2 - C_4^3 (7x) + C_4^4 \\ &= 1 \cdot 7^4 \cdot x^4 - 4 \cdot 7^3 \cdot x^3 + 6 \cdot 7^2 \cdot x^2 - 4 \cdot 7 \cdot x + 1 \\ &= 2401x^4 - 1372x^3 + 294x^2 - 28x + 1.\end{aligned}$$

Tổng các hệ số trong khai triển là: $S = 2401 \cdot 1^4 - 1372 \cdot 1^3 + 294 \cdot 1^2 - 28 \cdot 1 + 1 = 1296$.

Cách 2:

$$\text{Thế } x=1 \Rightarrow S = (1-7 \cdot 1)^4 = 6^4 = 1296.$$

Câu 4: Khai triển biểu thức $(x^2+2y)^5$ là

- A.** $x^{10} + 10x^8y + 40x^6y^2 + 80x^4y^3 + 80x^2y^4 + 32y^5$.
B. $x^{10} - 10x^8y + 40x^6y^2 - 80x^4y^3 + 80x^2y^4 - 32y^5$.
C. $32x^{10} + 80x^8y + 80x^6y^2 + 40x^4y^3 + 10x^2y^4 + y^5$.
D. $32x^{10} - 80x^8y + 80x^6y^2 - 40x^4y^3 + 10x^2y^4 - y^5$.

Lời giải

Theo công thức nhị thức Newton, ta có

$$\begin{aligned}(x^2+2y)^5 &= C_5^0 (x^2)^5 + C_5^1 (x^2)^4 (2y) + C_5^2 (x^2)^3 (2y)^2 + C_5^3 (x^2)^2 (2y)^3 + C_5^4 (x^2) (2y)^4 + C_5^5 (2y)^5\end{aligned}$$

$$= x^{10} + 10x^8y + 40x^6y^2 + 80x^4y^3 + 80x^2y^4 + 32y^5.$$

Câu 5: Xác định số hạng chứa x^3 trong khai triển biểu thức $(x-1)^5$.

- A.** $-C_5^3x^3$. **B.** $C_5^3x^3$. **C.** C_5^3 . **D.** $-C_5^3$.

Lời giải

Ta có số hạng chứa x^3 trong khai triển biểu thức $(x-1)^5$ là $C_5^3x^3(-1)^2 = C_5^3x^3$.

Câu 6: Xác định hệ số của x^2 trong khai triển biểu thức $(2x+1)^4$:

- A.** $6x^2$. **B.** $16x^2$. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Ta có: số hạng chứa x^2 là $C_4^2(2x)^2.1^2 = 4C_4^2x^2$.

Hệ số là: $4C_4^2 = 24$.

Câu 7: Tổng $S = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + \dots + 2^5C_5^5$ bằng

- A.** 324. **B.** 435. **C.** 243. **D.** 342.

Lời giải

Xét khai triển $(1+x)^5 = C_5^0 + xC_5^1 + x^2C_5^2 + \dots + x^5C_5^5$.

Thay $x = 2$ ta được: $S = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + \dots + 2^5C_5^5 = (1+2)^5 = 3^5 = 243$.

Câu 8: Dùng hai số hạng đầu của khai triển $(1+x)^5$ để tính gần đúng số $1,001^5$?

- A.** 1,005. **B.** 1,05. **C.** 1,01. **D.** 1,001.

Lời giải

Ta có

$$(1+x)^5 = 1 + C_5^1x + C_5^2x^2 + C_5^3x^3 + C_5^4x^4 + x^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$$

nên $1,001^5 = (1+0,001)^5 \approx 1 + 5.0,001 \approx 1 + 0,005 \approx 1,005$.

Câu 9: Khai triển $P(x) = (2x+3)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$. Tính giá trị biểu thức $a_2 + a_3$

- A.** 310. **B.** 311. **C.** 312. **D.** 313.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P(x) &= (2x+3)^4 = C_4^0(2x)^4 + C_4^1(2x)^3.3 + C_4^2(2x)^2.3^2 + C_4^3(2x).3^3 + C_4^4.3^4 \\ &= 16x^4 + 96x^3 + 216x^2 + 216x + 81. \end{aligned}$$

Vậy $a_2 + a_3 = 96 + 216 = 312$.

Câu 10: Cho đa thức $P(x) = 22x(2x^2-3)^5$. Số hạng chứa x^7 khi khai triển đa thức $P(x)$ là

- A.** $15840x^7$. **B.** $720x^7$. **C.** $22x^7$. **D.** $742x^7$.

Lời giải

Ta có:

$$(2x^2-3)^5 = C_5^0(2x^2)^5 - C_5^1(2x^2)^4(3)^1 + C_5^2(2x^2)^3(3)^2 - C_5^3(2x^2)^2(3)^3 + C_5^4(2x^2)^1(3)^4 - C_5^5(3)^5$$

Số hạng chứa x^6 trong khai triển trên là $a = C_5^2(2x^2)^3.3^2 = 720.x^6$.

Vậy số hạng chứa x^7 khi khai triển đa thức $P(x)$ là $22x.a = 15840x^7$.

Câu 11: Có bao nhiêu số hạng có hệ số dương trong khai triển nhị thức $P(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^5$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Xét khai triển nhị thức } P(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 (-1)^k C_5^k x^{5-k} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 (-1)^k C_5^k \left(\frac{1}{2}\right)^k x^{5-k}.$$

Số hạng có hệ số dương trong khai triển nhị thức ứng với k thỏa mãn

$$(-1)^k C_5^k \left(\frac{1}{2}\right)^k > 0 \Rightarrow k \in \{0; 2; 4\}.$$

Vậy có 3 số hạng có hệ số dương trong khai triển nhị thức $P(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^5$.

Câu 12: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

A. 229391769 nghìn người.

B. 329391769 nghìn người.

C. 229391759 nghìn người.

D. 228391769 nghìn người.

Lời giải

Lấy năm 2015 làm mốc và tính dân số năm 2015 thì $n = 2020 - 2015 = 5$

Áp dụng công thức $S = A(1+r)^n$ với $A = 212.942.000$, $r = 1,5\%$.

$$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5$$

$$(1+0,015)^5 \approx C_5^0 + C_5^1 \cdot 0,015 + C_5^2 (0,015)^2 = 1 + 5 \cdot 0,015 + 10 \cdot (0,015)^2 = 1,07725$$

Ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2020 là: $212.942.000 \times 1,07725 = 229391769,5$

Vậy dân số quốc gia đó là 229391769 nghìn người.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 5: Khai triển $(x+1)^5$.

a) Hệ số của x^4 là 5

b) Số hạng không chứa x là 1

c) $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 3^5$

d) $32C_5^0 + 16C_5^1 + 8C_5^2 + 4C_5^3 + 2C_5^4 + C_5^5 = 3^5$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $(x+1)^5 = C_5^0 x^5 + C_5^1 x^4 + C_5^2 x^3 + C_5^3 x^2 + C_5^4 x + C_5^5 (*)$

$$= 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5.$$

a) Đúng:

b) Đúng:

c) Sai: Từ khai triển (*), thay $x = 1$, ta được:

$$(1+1)^5 = C_5^0 \cdot 1^5 + C_5^1 \cdot 1^4 + C_5^2 \cdot 1^3 + C_5^3 \cdot 1^2 + C_5^4 \cdot 1 + C_5^5 = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5.$$

Vậy $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 2^5$.

d) Đúng: Từ khai triển (*), thay $x = 2$, ta được:

$$(2+1)^5 = C_5^0 \cdot 2^5 + C_5^1 \cdot 2^4 + C_5^2 \cdot 2^3 + C_5^3 \cdot 2^2 + C_5^4 \cdot 2 + C_5^5$$

$$= 32C_5^0 + 16C_5^1 + 8C_5^2 + 4C_5^3 + 2C_5^4 + C_5^5 = S$$

Vậy $S = 3^5$.

Câu 6: Khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$.

a) Hệ số của x^2 là $\frac{1}{4}$.

b) Số hạng không chứa x là 6.

c) Hệ số của x^4 là 1.

d) Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Ta có: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 = C_4^0 x^4 + C_4^1 x^3 \left(\frac{1}{x}\right) + C_4^2 x^2 \left(\frac{1}{x}\right)^2 + C_4^3 x \left(\frac{1}{x}\right)^3 + C_4^4 \left(\frac{1}{x}\right)^4 = x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}$.

a) Sai: Hệ số của x^2 trong khai triển là 4.

b) Đúng: Số hạng không chứa x là 6.

c) Đúng: Hệ số của x^4 trong khai triển là 1.

d) Sai: Sau khi khai triển, biểu thức có 6 số hạng.

Câu 7: Cho $\left(1 - \frac{1}{2}x\right)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$.

a) $a_3 = \frac{5}{2}$

b) $a_5 = -\frac{1}{32}$

c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$

d) Tổng $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{16}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\left(1 - \frac{1}{2}x\right)^5 = C_5^0 + C_5^1 \left(-\frac{1}{2}x\right) + C_5^2 \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 + C_5^3 \left(-\frac{1}{2}x\right)^3 + C_5^4 \left(-\frac{1}{2}x\right)^4 + C_5^5 \left(-\frac{1}{2}x\right)^5$$

$$= 1 - \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{4}x^3 + \frac{5}{16}x^4 - \frac{1}{32}x^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 \quad (*)$$

Suy ra: $a_0 = 1, a_1 = -\frac{5}{2}, a_2 = \frac{5}{2}, a_3 = -\frac{5}{4}, a_4 = \frac{5}{16}, a_5 = -\frac{1}{32}$.

a) Sai:

b) Đúng:

c) Đúng: Ta thấy hệ số lớn nhất tìm được là $a_2 = \frac{5}{2}$.

d) Sai: Thay $x = 1$ vào (*), ta được: $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

Vậy $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{32}$.

Câu 8: Khai triển $Q = (xy - 1)^5$.

a) Số hạng có chứa x^2y^2 là $-10x^2y^2$

b) Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5 .

c) Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10 .

d) Hệ số của xy trong khai triển là -10 .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $Q = (xy - 1)^5 = C_5^0(xy)^5 + C_5^1(xy)^4(-1) + C_5^2(xy)^3(-1)^2 + C_5^3(xy)^2(-1)^3 + C_5^4(xy)(-1)^4 + C_5^5(-1)^5$
 $= x^5y^5 - 5x^4y^4 + 10x^3y^3 - 10x^2y^2 + 5xy - 1$.

Số hạng có chứa x^2y^2 trong khai triển là $-10x^2y^2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tập hợp $X = \{a_1; a_2; a_3; a_4; a_5\}$. Hỏi tập X có tất cả bao nhiêu tập con?

Lời giải

Trả lời: 32

Số tập con không có phần tử nào của X là $1 = C_5^0$ (đó là tập rỗng).

Số tập con của X có 1 phần tử, 2 phần tử, 3 phần tử, 4 phần tử, 5 phần tử lần lượt là $C_5^1, C_5^2, C_5^3, C_5^4, C_5^5$.

Vậy tổng số tập hợp con của X là $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$.

Khai triển biểu thức $(1+x)^5$ theo nhị thức Newton, ta được:

$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1x + C_5^2x^2 + C_5^3x^3 + C_5^4x^4 + C_5^5x^5$ (*).

Thay $x = 1$ vào (*): $(1+1)^5 = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$.

Vậy số tập con của X là 2^5 .

Câu 2: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển:

$\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n$.

Lời giải

Trả lời: 10

Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$. Ta có:

$C_n^1 + C_n^2 = 15 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 15 \Leftrightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -6 \end{cases} \Rightarrow n = 5$. Khi đó

$\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot 2^k x^{5-k} \cdot \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot 2^k x^{5-5k}$, Số hạng không chứa x tương ứng

$5 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 1$.

Suy ra số hạng không chứa x là: $C_5^1 \cdot 2^1 = 10$.

Câu 3: Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển thành đa thức của $(1+x+x^2+x^3)^5$.

Lời giải

Trả lời: 101

Ta có: $(1+x+x^2+x^3)^5 = [(1+x)+x^2(1+x)]^5 = [(1+x) \cdot (1+x^2)]^5 = (1+x)^5 \cdot (1+x^2)^5$.

Xét khai triển $(1+x)^5 \cdot (1+x^2)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k x^k \cdot \sum_{l=0}^5 C_5^l x^{2l} = \sum_{k=0}^5 \left(C_5^k \cdot \sum_{l=0}^5 C_5^l \cdot x^{k+2l} \right)$,

Số hạng chứa x^{10} tương ứng với k, l thỏa mãn $k+2l=10 \Leftrightarrow k=10-2l$.

Kết hợp với điều kiện, ta có hệ:

$$\begin{cases} k=10-2l \\ 0 \leq k \leq 5, k \in N \Leftrightarrow (k, l) \in \{(0;5), (2;4), (4;3)\} \\ 0 \leq l \leq 5, l \in N \end{cases}$$

Vậy hệ số của x^{10} bằng tổng các $C_5^k \cdot C_5^l$ thỏa mãn

$$C_5^0 \cdot C_5^5 + C_5^2 \cdot C_5^4 + C_5^4 \cdot C_5^3 = 101.$$

Câu 4: Tính tổng sau $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + \dots + C_{10}^{10}$.

Lời giải

Trả lời: 1024

Xét khai triển $(a+b)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k a^{10-k} b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1 + \dots + C_{10}^{10}$.

Vậy $S = 2^{10} = 1024$.

Câu 5: Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người?

Lời giải

Trả lời: 4

Gọi A là số dân ban đầu, r là tỷ lệ tăng dân số hàng năm, A_n là số dân của tỉnh đó sau n năm.

Khi đó: $A_n = A(1+r)^n$.

Theo giả thiết: $1,2 = \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n$

$$\Leftrightarrow 1,2 = \left[C_n^0 + C_n^1 \cdot \left(\frac{5}{100}\right) + C_n^2 \cdot \left(\frac{5}{100}\right)^2 + \dots + C_n^{n-1} \cdot \left(\frac{5}{100}\right)^{n-1} \right]$$

$$\Leftrightarrow 1,2 \approx C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{5}{100} \Leftrightarrow 1,2 \approx 1 + 0,05n \Leftrightarrow n \approx 4.$$

Vậy: Sau khoảng 4 năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người.

Câu 6: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $P(x) = \left(1+x+\frac{1}{x^2}\right)^n$. Biết rằng

$$C_n^2 + C_n^3 = 4n$$

Lời giải

Trả lời: 31

Điều kiện $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$

$$\text{Ta có } C_n^2 + C_n^3 = 4n \Leftrightarrow C_{n+1}^3 = 4n \Leftrightarrow \frac{(n+1)n(n-1)}{6} = 4n \Leftrightarrow n^2 - 1 = 24 \Leftrightarrow n = 5$$

Khi đó

$$P(x) = \left(1 + x + \frac{1}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k \left(\frac{1}{x^2}\right)^{5-k} (1+x)^k = \sum_{k=0}^5 \sum_{i=0}^k C_5^k C_k^i \left(\frac{1}{x^2}\right)^{5-k} x^i = \sum_{k=0}^5 \sum_{i=0}^k C_5^k C_k^i x^{2k+i-10}$$

Số hạng không chứa x ứng với $2k+i-10=0 \Rightarrow (k;i) \in \{(5;0);(4;2)\}$

Vậy số hạng không chứa x là: $C_5^5.C_5^0 + C_5^4.C_4^2 = 31$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Thu gọn biểu thức $A = (2 + \sqrt{3})^5 - (2 - \sqrt{3})^5$ ta được $A = a + b\sqrt{3}$ với a, b là các số nguyên. Tính tổng $a + b$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (2 + \sqrt{3})^5 = C_5^0 2^5 + C_5^1 2^4 \sqrt{3} + C_5^2 2^3 (\sqrt{3})^2 + C_5^3 2^2 (\sqrt{3})^3 + C_5^4 2 (\sqrt{3})^4 + C_5^5 (\sqrt{3})^5$$

$$(2 - \sqrt{3})^5 = C_5^0 2^5 - C_5^1 2^4 \sqrt{3} + C_5^2 2^3 (\sqrt{3})^2 - C_5^3 2^2 (\sqrt{3})^3 + C_5^4 2 (\sqrt{3})^4 - C_5^5 (\sqrt{3})^5$$

$$\text{Do đó } A = 2 \left[C_5^1 2^4 \sqrt{3} + C_5^3 2^2 (\sqrt{3})^3 + C_5^5 (\sqrt{3})^5 \right] = 418\sqrt{3}. \text{ Vậy } a + b = 418.$$

Câu 2: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Lời giải

$$\text{Xét khai triển } (2x-1)^4 \text{ có số hạng tổng quát là: } T_{k+1} = C_4^k (2x)^{4-k} (-1)^k = (-1)^k C_4^k 2^{4-k} x^{4-k}$$

Số hạng chứa x^3 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-k=3 \Rightarrow k=1$.

$$\text{Vậy số hạng chứa } x^3 \text{ trong khai triển là: } C_4^1 (-1)^1 2^3 x^3 = -32x^3.$$

Câu 3: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x} + 2x\right)^4$ với $x \neq 0$.

Lời giải

Xét khai triển $\left(\frac{3}{x} + 2x\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$$T_{k+1} = C_4^k (2x)^k \left(\frac{3}{x}\right)^{4-k} = C_4^k 2^k 3^{4-k} x^{2k-4}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $2k-4=0 \Leftrightarrow k=2$.

$$\text{Vậy số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển là } C_4^2 2^2 3^2 = 216.$$

Câu 4: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n$.

Lời giải

Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^* \quad (1)$

$$\text{Khi đó: } C_n^1 + C_n^2 = 15 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 15 \Leftrightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=-6 \end{cases} \Rightarrow n=5.$$

$$\text{Suy ra } \left(x + \frac{2}{x^4}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot 2^k x^{5-k} \cdot \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot 2^k x^{5-5k}$$

Số hạng không chứa x tương ứng $5-5k=0 \Leftrightarrow k=1$

Suy ra số hạng không chứa x là: $C_5^1 \cdot 2^1 = 10$

Câu 5: Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển thành đa thức của $(1+x+x^2+x^3)^5$

Lời giải

$$\text{Ta có } (1+x+x^2+x^3)^5 = [(1+x)+x^2(1+x)]^5 = [(1+x) \cdot (1+x^2)]^5 = (1+x)^5 \cdot (1+x^2)^5.$$

$$\text{Xét khai triển } (1+x)^5 \cdot (1+x^2)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k x^k \cdot \sum_{l=0}^5 C_5^l x^{2l} = \sum_{k=0}^5 \left(C_5^k \cdot \sum_{l=0}^5 C_5^l x^{k+2l} \right)$$

Số hạng chứa x^{10} tương ứng với k, l thỏa mãn $k+2l=10 \Leftrightarrow k=10-2l$.

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta có hệ: } \begin{cases} k=10-2l \\ 0 \leq k \leq 5, k \in \mathbb{N} \Leftrightarrow (k, l) \in \{(0;5), (2;4), (4;3)\} \\ 0 \leq l \leq 5, l \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Vậy hệ số của x^{10} bằng tổng các $C_5^k \cdot C_5^l$ thỏa mãn $C_5^0 \cdot C_5^5 + C_5^2 \cdot C_5^4 + C_5^4 \cdot C_5^3 = 101$.

Câu 6: Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên

$$\text{dương thỏa mãn: } C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$$

Lời giải

$$\text{Ta có } (x+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^{2n+1} + C_{2n+1}^1 x^{2n} + \dots + C_{2n+1}^{2n} x + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (1).$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào (1) ta được } 2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (2).$$

$$\text{Thay } x=-1 \text{ vào (1) ta được } 0 = -C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 - \dots - C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (3).$$

$$\text{Lấy (2)-(3) về theo về ta được } 2^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n}).$$

$$\text{Theo đề } 2^{2n+1} = 2 \cdot 1024 \Leftrightarrow n=5.$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ là:

$$T_{k+1} = C_5^k \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{5-k} \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2\right)^k = C_5^k \cdot (-1)^k \cdot 3^{5-2k} \cdot 2^{2k-5} x^{2k}.$$

Ta có bảng sau

k	0	1	2	3	4	5
$C_5^k \cdot (-1)^k \cdot 3^{5-2k} \cdot 2^{2k-5}$	$\frac{243}{32}$	$-\frac{135}{8}$	15	$-\frac{20}{3}$	$\frac{40}{27}$	$-\frac{32}{243}$

Vậy số hạng có hệ số nguyên là $15x^4$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

VIII

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Lớp 10A có 20 bạn nữ và 25 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn để làm lớp trưởng?
A. 500. **B.** 45. **C.** C_{25}^{20} . **D.** A_{25}^{20} .
- Câu 2:** Từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 và bé hơn 100?
A. 42. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7
- Câu 3:** Bạn Lan có 15 quyển vở; 7 cái bút; 3 hộp bút và 2 bức tượng. Lan muốn đem 1 trong các đồ vật đó đi tặng bạn Bình trong ngày sinh nhật. Hỏi Lan có bao nhiêu cách chọn?
A. 150. **B.** 27. **C.** 18. **D.** 30
- Câu 4:** Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?
A. $2.5!.7!$. **B.** $5!.8!$. **C.** $12!$. **D.** $5!.7!$.
- Câu 5:** Tìm số máy điện thoại có 10 chữ số với chữ số đầu tiên là 0977
A. 151200. **B.** 10000. **C.** 100000. **D.** 1000000.
- Câu 6:** Trong một hộp đựng 7 viên bi xanh và 6 viên bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi sao cho có đủ cả 2 màu?
A. 286 **B.** 231. **C.** 312. **D.** 213.
- Câu 7:** Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 7, có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau?
A. $3.A_5^3$. **B.** $2.A_5^3$. **C.** $3.A_6^3$. **D.** $2.A_6^3$.
- Câu 8:** Xác định số hạng chứa x^4 trong khai triển biểu thức $(x-3)^5$:
A. -15. **B.** $15x^4$. **C.** $-15x^4$. **D.** 15
- Câu 9:** Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 12 viên bi đỏ, bạn An muốn chọn ra một viên bi hỏi có bao nhiêu cách lấy?
A. 10. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 22.
- Câu 10:** Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì người đó có bao nhiêu cách chọn khác nhau?
A. 72. **B.** 13. **C.** 24. **D.** 12.
- Câu 11:** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?
A. 2832. **B.** 8222. **C.** 8232. **D.** 9604.
- Câu 12:** Trong khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là
A. 1023. **B.** 512. **C.** 1024. **D.** 2048.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự Đại hội Đoàn trường.

- a) Chọn một học sinh nữ trong 20 học sinh có 20 cách.
- b) Chọn một học sinh nam trong 15 học sinh có 17 cách.
- c) Số cách chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ là: $20.15 = 310$.
- d) Vậy giáo viên đó có 300 cách chọn.

Câu 2: Cho $\left(1 - \frac{1}{2}x\right)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$.

- a) $a_3 = \frac{5}{2}$
- b) $a_5 = -\frac{1}{32}$
- c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$
- d) Tổng $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{16}$

Câu 3: Cho số tự nhiên $\overline{abcde}$ với a, b, c, d, e là các số lấy từ tập $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

- a) Có 100000 số
- b) Có 27216 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau
- c) Có 13440 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó là số lẻ
- d) Có 13776 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó chẵn

Câu 4: Một túi có 20 viên bi khác nhau trong đó có 7 bi đỏ, 8 bi xanh và 5 bi vàng.

- a) Số cách chọn ba bi khác màu là 280 (cách).
- b) Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi xanh là 56 (cách).
- c) Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi vàng 40 (cách).
- d) Số cách chọn hai bi khác màu là: 96 (cách).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một đa giác đều có 44 đường chéo, hỏi số cạnh của đa giác đó bằng bao nhiêu?

Câu 2: Từ tập $X = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

Câu 3: Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau đôi một?

Câu 5: Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

Câu 6: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau:

$$g(x) = (1+x)^7 + (1-x)^8 + (1+x)^9.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Từ các chữ số 1, 2, 3 lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số sao cho có mặt đủ cả 3 chữ số trên?

Câu 2: Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Tính số cách sắp xếp để cho học sinh nam và học sinh nữ xen kẽ nhau.

- Câu 3:** Lớp 10 của một trường THPT có 40 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 2 bạn vào Đội Cờ đỏ và 3 bạn vào Ban chấp hành Chi Đoàn sao cho không có bạn nào kiêm cả hai nhiệm vụ. Hỏi thầy giáo chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn?
- Câu 4:** Ban văn nghệ lớp 10A có 7 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Cần chọn ra 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ để ghép thành 5 cặp nam nữ diễn tiết mục thời trang. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thỏa mãn yêu cầu trên?
- Câu 5:** Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Vậy số tự nhiên n bằng bao nhiêu?
- Câu 6:** Tính tổng $S = C_4^0 - 3C_4^1 + 9C_4^2 - 27C_4^3 + 81C_4^4$.

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Lớp 10A có 20 bạn nữ và 25 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn để làm lớp trưởng?
A. 500. **B.** 45. **C.** C_{25}^{20} . **D.** A_{25}^{20} .

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn 1 bạn nam trong số 25 bạn nam để làm lớp trưởng có 25 cách.

Trường hợp 2: Chọn 1 bạn nữ trong số 20 bạn nữ để làm lớp trưởng có 20 cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $25 + 20 = 45$ cách.

- Câu 2:** Từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 và bé hơn 100?
A. 42. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7

Lời giải

Số có một chữ số chia hết cho 5, có: 1.

Số có 2 chữ số chia hết cho 5 có dạng là $\overline{a5}$, có: 6.

Theo quy tắc cộng, có 7 số thỏa yêu cầu bài toán.

- Câu 3:** Bạn Lan có 15 quyển vở; 7 cái bút; 3 hộp bút và 2 bức tượng. Lan muốn đem 1 trong các đồ vật đó đi tặng bạn Bình trong ngày sinh nhật. Hỏi Lan có bao nhiêu cách chọn?
A. 150. **B.** 27. **C.** 18. **D.** 30

Lời giải

Bạn Lan chọn một vật để tặng Bình có thể xảy ra các khả năng sau:

+ Trường hợp 1. Chọn 1 quyển vở: có 15 cách chọn.

+ Trường hợp 2. Chọn 1 cái bút: có 7 cách chọn.

+ Trường hợp 3. Chọn 1 hộp bút: có 3 cách chọn.

+ Trường hợp 4. Chọn 1 bức tượng: Có 2 cách chọn.

Theo quy tắc cộng; bạn Lan có số cách chọn là: $15 + 7 + 3 + 2 = 27$ cách

- Câu 4:** Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?
A. $2.5!.7!$. **B.** $5!.8!$. **C.** $12!$. **D.** $5!.7!$.

Lời giải

Ta xếp 5 cuốn sách Văn kề nhau có $5!$ cách sắp xếp. Lúc này xem 5 cuốn sách Văn là 1 vị trí và xếp cùng với 7 cuốn sách Toán sắp xếp vào 8 vị trí trên kệ sách sẽ có $8!$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $5!.8!$ cách sắp xếp.

- Câu 5:** Tìm số máy điện thoại có 10 chữ số với chữ số đầu tiên là 0977
A. 151200. **B.** 10000. **C.** 100000. **D.** 1000000.

Lời giải

Bài toán này không yêu cầu các số đôi một khác nhau: có 4 số đứng đầu là 0977 còn lại là 6 số. Vậy có $10^6 = 1000000$.

- Câu 6:** Trong một hộp đựng 7 viên bi xanh và 6 viên bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi sao cho có đủ cả 2 màu?
A. 286 **B.** 231. **C.** 312. **D.** 213.

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn 2 viên bi xanh và 1 viên bi vàng, ta có: $C_7^2 \cdot C_6^1 = 126$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 1 viên bi xanh và 2 viên bi vàng, ta có: $C_7^1 \cdot C_6^2 = 105$ cách.

Theo quy tắc cộng, ta có: $126 + 105 = 231$ cách chọn.

Câu 7: Từ các chữ số 1;2;3;4;5;7, có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau?

A. $3.A_5^3$.

B. $2.A_5^3$.

C. $3.A_6^3$.

D. $2.A_6^3$.

Lời giải

Gọi $\overline{abcd}$ là tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau chọn từ các chữ số 1;2;3;4;5;7.

Chọn d có 2 cách chọn vì $d \in \{2;4\}$.

Chọn 3 chữ số từ 5 chữ số còn lại để xếp vào vị trí a,b,c có A_5^3 cách chọn.

Vậy có thể lập được tất cả là tất cả $2.A_5^3$ số.

Câu 8: Xác định số hạng chứa x^4 trong khai triển biểu thức $(x-3)^5$:

A. -15 .

B. $15x^4$.

C. $-15x^4$.

D. 15

Lời giải

Ta có: số hạng chứa x^4 là $C_5^1 x^4 (-3)^1 = -3.C_5^1 x^4 = -15x^4$.

Câu 9: Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 12 viên bi đỏ, bạn An muốn chọn ra một viên bi hỏi có bao nhiêu cách lấy?

A. 10.

B. 12.

C. 2.

D. 22.

Lời giải

Số cách để lấy 1 viên bi xanh là 10 cách.

Số cách để lấy 1 viên bi đỏ là 12 cách.

Vậy có $10+12=22$ cách chọn.

Câu 10: Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì người đó có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

A. 72.

B. 13.

C. 24.

D. 12.

Lời giải

• Phương án 1: Nếu chọn một cái quần có 4 cách.

• Phương án 2: Nếu chọn một cái áo có 6 cách.

• Phương án 3: Nếu chọn một cái cà vạt có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4+6+3=13$ cách chọn

Câu 11: Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 2832.

B. 8222.

C. 8232.

D. 9604.

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in A$; $a_1 \neq 0$; $a_5 \in \{0;2;4;6\}$.

Công việc thành lập số x được chia thành các bước:

- Chọn chữ số a_1 có 6 lựa chọn vì khác 0.

- Chọn các chữ số a_2, a_3, a_4 , mỗi chữ số có 7 lựa chọn.

- Chọn chữ số a_5 có 4 lựa chọn vì số tạo thành chia hết cho 2.

Số số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $6.7^3.4 = 8232$.

Câu 12: Trong khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là

A. 1023.

B. 512.

C. 1024.

D. 2048.

Lời giải

Xét khai triển $(x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k$.

Gọi S là tổng các hệ số trong khai triển thì ta có $S = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1024$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự Đại hội Đoàn trường.

- a) Chọn một học sinh nữ trong 20 học sinh có 20 cách.
- b) Chọn một học sinh nam trong 15 học sinh có 17 cách.
- c) Số cách chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ là: $20 \cdot 15 = 310$.
- d) Vậy giáo viên đó có 300 cách chọn.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

- a) Chọn một học sinh nữ trong 20 học sinh có 20 cách.
- b) Chọn một học sinh nam trong 15 học sinh có 15 cách.
- c) Số cách chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ là: $20 \cdot 15 = 300$.
- d) Vậy giáo viên đó có 300 cách chọn.

Câu 2: Cho $\left(1 - \frac{1}{2}x\right)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$.

- a) $a_3 = \frac{5}{2}$
- b) $a_5 = -\frac{1}{32}$
- c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$
- d) Tổng $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{16}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{2}x\right)^5 &= C_5^0 + C_5^1 \left(-\frac{1}{2}x\right) + C_5^2 \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 + C_5^3 \left(-\frac{1}{2}x\right)^3 + C_5^4 \left(-\frac{1}{2}x\right)^4 + C_5^5 \left(-\frac{1}{2}x\right)^5 \\ &= 1 - \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{4}x^3 + \frac{5}{16}x^4 - \frac{1}{32}x^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 \quad (*) \end{aligned}$$

Suy ra: $a_0 = 1, a_1 = -\frac{5}{2}, a_2 = \frac{5}{2}, a_3 = -\frac{5}{4}, a_4 = \frac{5}{16}, a_5 = -\frac{1}{32}$.

Ta thấy hệ số lớn nhất tìm được là $a_2 = \frac{5}{2}$.

Thay $x=1$ vào (*), ta được: $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

Vậy $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{32}$.

Câu 3: Cho số tự nhiên $\overline{abcde}$ với a, b, c, d, e là các số lấy từ tập $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

- a) Có 100000 số
 b) Có 27216 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau
 c) Có 13440 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó là số lẻ
 d) Có 13776 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó chẵn

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$ với a, b, c, d, e là các số lấy từ tập $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Vì các số được chọn là tùy ý nên số cách chọn mỗi chữ số a, b, c, d, e đều là 10 (cách).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $9 \cdot 10^4 = 90000$ (số).

b) Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$.

Chọn $a: a \neq 0 \Rightarrow$ Có 9 cách chọn a .

Chọn $b: b \neq a \Rightarrow$ Có 9 cách chọn b .

Theo quy luật trên thì số cách chọn c, d, e lần lượt là 8, 7, 6. Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27216$ (số).

c) Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$.

Chọn $e \in \{1; 3; 5; 7; 9\} \Rightarrow$ Có 5 cách chọn e .

Chọn a với $a \neq 0, a \neq e \Rightarrow$ Có 8 cách chọn a .

Mỗi chữ số b, c, d lần lượt có 8, 7, 6 cách chọn.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $5 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 13440$ (số)

d) Cách giải 1:

Trường hợp 1: $e = 0$.

Chọn a khác 0 (tức là a cũng khác e): có 9 cách chọn.

Mỗi chữ số b, c, d lần lượt có 8, 7, 6 cách chọn. Khi đó, ta có được: $1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ (số).

Trường hợp 2: $e \in \{2; 4; 6; 8\}$. Chọn e : có 4 cách chọn.

Chọn a với $a \neq 0, a \neq e$, ta có 8 cách chọn.

Mỗi chữ số b, c, d lần lượt có 8, 7, 6 cách chọn. Khi đó ta có được: $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 10752$ (số).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $3024 + 10752 = 13776$ (số).

Cách giải 2:

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt là 27216 (số).

Số các số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số phân biệt là 13440 (số).

Theo quy tắc loại trừ, ta có số các số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số phân biệt:

$27216 - 13440 = 13776$ (số).

Câu 4: Một túi có 20 viên bi khác nhau trong đó có 7 bi đỏ, 8 bi xanh và 5 bi vàng.

- a) Số cách chọn ba bi khác màu là 280 (cách).
 b) Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi xanh là 56 (cách).
 c) Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi vàng 40 (cách).
 d) Số cách chọn hai bi khác màu là 96 (cách).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Việc chọn ba viên bi khác màu phải tiến hành ba giai đoạn liên tiếp:

Giai đoạn 1: Chọn một viên bi đỏ: có 7 cách.

Giai đoạn 2: Chọn một viên bi xanh: có 8 cách.

Giai đoạn 3: Chọn một viên bi vàng: có 5 cách.

Số cách chọn ba bi khác màu là $7 \times 8 \times 5 = 280$ (cách).

b) Trường hợp 1: Hai viên khác màu là bi đỏ và bi xanh.

Giai đoạn 1: Chọn một viên bi đỏ: có 7 cách.

Giai đoạn 2: Chọn một viên bi xanh: có 8 cách.

Số cách chọn trường hợp này là $7 \times 8 = 56$ (cách).

Trường hợp 2: Hai viên khác màu là bi đỏ và bi vàng.

Tương tự trường hợp 1, ta có: $7 \times 5 = 35$ (cách).

Trường hợp 3: Hai viên khác màu là bi xanh và bi vàng.

Tương tự trường hợp 1, ta có: $8 \times 5 = 40$ (cách).

Vậy số cách chọn hai bi khác màu là: $56 + 35 + 40 = 131$ (cách).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một đa giác đều có 44 đường chéo, hỏi số cạnh của đa giác đó bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 11

Hai đỉnh của đa giác n đỉnh ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$) tạo thành một đoạn thẳng (bao gồm cả cạnh và đường chéo của đa giác đó).

Vậy số đường chéo đa giác là: $C_n^2 - n = 44 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} - n = 44$

$\Leftrightarrow n(n-1) - 2n = 88 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -8 \end{cases} \Leftrightarrow n = 11$ (vì $n \in \mathbb{N}$).

Câu 2: Từ tập $X = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

Lời giải

Trả lời: 60

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3 = 60$ (số).

Câu 3: Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

Lời giải

Trả lời: 1260

Cách 1: dùng tổ hợp

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_9^2 cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_7^3 cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_4^4 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_9^2 C_7^3 C_4^4 = 1260$ số.

Cách 2: dùng hoán vị lặp

Số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$ số.

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau đôi một?

Lời giải

Trả lời: 2296

Kí hiệu số cần lập là abcd. Vì d là số chẵn nên ta chia hai trường hợp:

Trường hợp 1: $d = 0$.

Chọn a khác 0 có 9 cách. Ứng với mỗi cách chọn đó, chọn b khác d và a có 8 cách. Ứng với mỗi cách đó, chọn c khác a, b và d có 7 cách. Áp dụng quy tắc nhân, trường hợp này có:
 $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ số thỏa mãn yêu cầu.

Trường hợp 2: $d \in \{2, 4, 6, 8\}$.

Chọn d có 4 cách. Ứng với mỗi cách chọn đó, chọn a khác 0 và d có 8 cách. Ứng với mỗi cách chọn đó, chọn b khác d và a có 8 cách. Ứng với mỗi cách đó, chọn c khác a, b và d có 7 cách. Áp dụng quy tắc nhân, trường hợp này có: $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 = 1792$ số thỏa mãn yêu cầu.

Trong hai trường hợp trên, mỗi số lập được theo trường hợp này đều khác với các số lập được của trường hợp kia. Theo quy tắc cộng, có: $504 + 1792 = 2296$ số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số đã cho.

Câu 5: Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

Trả lời: 288

Gọi $abcde$ là số cần tìm.

Chọn e có 3 cách,

Chọn $a \neq 0$ và $a \neq e$ có 4 cách,

Chọn 3 trong 4 số còn lại sắp vào b, c, d có A_4^3 cách.

Vậy có $3 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 288$ số.

Câu 6: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau:

$$g(x) = (1+x)^7 + (1-x)^8 + (1+x)^9.$$

Lời giải

Trả lời: 29

Hệ số của x^7 trong khai triển $(1+x)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^k$ là: $C_7^7 = 1$,

Hệ số của x^7 trong khai triển $(1-x)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (-1)^k x^k$ là: $C_8^7 (-1)^7 = -8$,

Hệ số của x^7 trong khai triển $(1+x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^k$ là: $C_9^7 = 36$,

Vậy hệ số chứa x^7 trong khai triển $g(x)$ thành đa thức là: 29.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Từ các chữ số 1, 2, 3 lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số sao cho có mặt đủ cả 3 chữ số trên?

Lời giải

Để lập được số có 5 chữ số mà có mặt đủ cả 3 chữ số trên thì các chữ số đó có mặt không quá 3 lần.

TH1: Một chữ số có mặt 3 lần, 2 chữ số còn lại có mặt 1 lần thì có $C_5^3 \cdot 2! \cdot 3 = 60$ số.

TH2: Hai chữ số có mặt 2 lần, chữ số còn lại có mặt 1 lần thì có $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot 3 = 90$ số.

Vậy có 150 số.

Câu 2: Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Tính số cách sắp xếp để cho học sinh nam và học sinh nữ xen kẽ nhau.

Lời giải

Ta xếp 5 nam sinh trước tiên, số cách xếp là 5!.

Giữa các nam sinh và hai đầu, cuối hàng sẽ có 6 vị trí (đánh số từ 1 đến 6) để có thể sắp xếp 5 nữ sinh vào sao cho nam, nữ xen kẽ.

Trường hợp 1: 5 nữ sinh xếp vào vị trí từ số 1 đến số 5, số cách xếp là $5!$.

Trường hợp 2: 5 nữ sinh xếp vào vị trí từ số 2 đến số 6, số cách xếp là $5!$.

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn đề bài là $5!(5! + 5!) = 28800$.

Câu 3: Lớp 10 của một trường THPT có 40 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 2 bạn vào Đội Cờ đỏ và 3 bạn vào Ban chấp hành Chi Đoàn sao cho không có bạn nào kiêm cả hai nhiệm vụ. Hỏi thầy giáo chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Chọn 2 bạn trong số 40 bạn vào Đội Cờ đỏ: có C_{40}^2 cách.

Chọn 3 trong số 38 bạn còn lại vào Ban chấp hành Chi đoàn: có C_{38}^3 cách. Theo quy tắc nhân, có $C_{40}^2 C_{38}^3 = 6580080$ cách chọn thỏa mãn.

Câu 4: Ban văn nghệ lớp 10A có 7 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Cần chọn ra 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ để ghép thành 5 cặp nam nữ diễn tiết mục thời trang. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thỏa mãn yêu cầu trên?

Lời giải

Chọn 5 nam sinh từ 7 nam sinh: có C_7^5 cách.

Chọn 5 nữ sinh từ 9 nữ sinh: có C_9^5 cách.

Khi ghép những học sinh được chọn, ta cần làm hai việc liên tiếp:

Cố định một vị trí bất kỳ cho 5 nam sinh: có 1 cách.

Sắp xếp 5 nữ sinh vào 5 vị trí nam sinh được cố định trước đó: có $5!$ cách. Vậy có

$C_7^5 \cdot C_9^5 \cdot 1 \cdot 5! = 317520$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5: Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Vậy số tự nhiên n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $T_{k+1} = C_n^k \cdot 2^k x^k$. Khi đó hệ số của x^2 trong khai triển bằng 180.

$$\text{Suy ra } C_n^2 \cdot 2^2 = 180 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} \cdot 2^2 = 180 \Leftrightarrow n(n-1) = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -9(l) \end{cases}$$

Vậy $n = 10$.

Câu 6: Tính tổng $S = C_4^0 - 3C_4^1 + 9C_4^2 - 27C_4^3 + 81C_4^4$.

Lời giải

Ta có $S = C_4^0 - 3C_4^1 + 3^2 C_4^2 - 3^3 C_4^3 + 3^4 C_4^4$

Khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-x)^4$, ta có: $(1-x)^4 = C_4^0 - C_4^1 x + C_4^2 x^2 - C_4^3 x^3 + C_4^4 x^4$.

Cho $x = 3$ thì ta được $VT = (1-3)^4 = 16$ và $VP = C_4^0 - 3C_4^1 + 3^2 C_4^2 - 3^3 C_4^3 + 3^4 C_4^4$

Suy ra $C_4^0 - 3C_4^1 + 3^2 C_4^2 - 3^3 C_4^3 + 3^4 C_4^4 = 16$.

----- HẾT -----



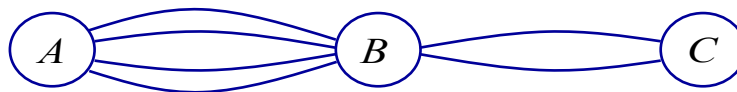
ĐẠI SỐ TỔ HỢP

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Có 3 cuốn sách Toán khác nhau, 4 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh Văn khác nhau. Một học sinh được chọn một quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn.
- A. 14. B. 12. C. 84. D. 49.
- Câu 2:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?
- A. 60. B. 120. C. 10. D. 5.
- Câu 3:** Số hạng không chứa x trong khai triển $(3 + x^2)^4$ là
- A. 81. B. 27. C. 108. D. $C_4^1 3^3$.
- Câu 4:** An muốn qua nhà bạn Hà để cùng Hà tới trường. Từ nhà An tới nhà Hà có 3 con đường, từ nhà Hà đến trường có 6 con đường. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà đến trường?
- A. 6. B. 18. C. 9. D. 3.
- Câu 5:** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà cả bốn chữ số đó đều lẻ?
- A. 3024. B. 25. C. 120. D. 625.
- Câu 6:** Giả sử An muốn mua một chiếc áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi An có bao nhiêu cách mua một chiếc áo?
- A. 4. B. 5. C. 9. D. 20.
- Câu 7:** Một quán phục vụ ăn sáng có bán phở, bún và bánh cuốn. Phở có 3 loại là phở bò, phở gà và phở cua. Bún có 4 loại là bún ốc, bún chả, bún thang và bún cá. Bánh cuốn có 2 loại là bánh cuốn chả và bánh cuốn nem. Một khách hàng muốn chọn một món để ăn sáng. Hỏi khách hàng đó có bao nhiêu cách lựa chọn?
- A. 3. B. 4. C. 9. D. 2.
- Câu 8:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?
- A. 532. B. 5040. C. 114240. D. 53760.
- Câu 9:** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau và chia hết cho 3?
- A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.
- Câu 10:** Từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có hai chữ số.
- A. 5. B. 25. C. 8. D. 10.

Câu 11: Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần?



- A.** 8. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 12: Tổng $S = C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10}$ bằng

- A.** 324. **B.** 386. **C.** 435. **D.** 343.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khai triển $(x-3)^5$.

- a) Hệ số của x^4 trong khai triển là 20
b) Hệ số của x^3 trong khai triển là 90
c) Hệ số của x^2 trong khai triển là -270
d) Hệ số của x trong khai triển là 405

Câu 2: Trong hộp bút của Lan có 4 chiếc bút chì, 5 chiếc bút bi và 2 chiếc bút máy (tất cả đều khác nhau)

- a) Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi là 20 (cách).
b) Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút máy là 4 (cách).
c) Số cách chọn 1 chiếc bút bi và 1 chiếc bút máy là 7 (cách).
d) Số cách chọn 2 chiếc bút khác loại với nhau từ hộp bút của Lan là 38 (cách).

Câu 3: Cho các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

- a) Có 387420489 số tự nhiên gồm 9 chữ số, được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9
b) Có 40320 số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9
c) Có 600 số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 0,1,2,3,4,5
d) Có 300 số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 0,1,2,3,4,5

Câu 4: Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau.

- a) Số cách chọn ra một quyển sách từ số sách đã cho: 19 (cách).
b) Số cách chọn ba quyển sách khác môn là: 240 (cách).
c) Số cách chọn hai quyển gồm Tiếng Anh và Toán là: 11 (cách).
d) Số cách chọn hai quyển sách khác môn là: 118 (cách).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^4$.

Câu 2: Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 sao cho hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

Câu 3: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số được chọn từ 1,2,3,4,5 sao cho chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Câu 4: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

Câu 5: Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x) = (3x^2 + 2x + 1)^{10}$.

Câu 6: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Từ tập hợp A lập được bao nhiêu số có năm chữ số đôi một khác nhau và luôn có mặt chữ số 2.

Câu 2: Bác An gửi vào ngân hàng 200000000 đồng với lãi suất 7%/năm. Hãy ước tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 5 năm gửi ngân hàng.

Câu 3: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(2xy + \frac{3}{y}\right)^5$.

Câu 4: Cho sáu chữ số 4,5,6,7,8,9. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số khác nhau lập thành từ sáu chữ số đã cho.

Câu 5: Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

Câu 6: Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia.

----- **HẾT** -----

Câu 1: Có 3 cuốn sách Toán khác nhau, 4 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh Văn khác nhau. Một học sinh được chọn một quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn.

- A.** 14. **B.** 12. **C.** 84. **D.** 49.

Áp dụng quy tắc cộng, ta có số cách học sinh lựa chọn 1 quyển sách là: $3 + 4 + 7 = 14$.

- Câu 2:** Từ các chữ số 1,2,3,4,5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

- A.** 60. **B.** 120. **C.** 10. **D.** 5.

Mỗi một cách lập số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau từ năm chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là một chỉnh hợp chập 3 của 5 chữ số.

Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $A_5^3 = 60$.

- Câu 3:** Số hạng không chứa x trong khai triển $(3 + x^2)^4$ là

- A.** 81. **B.** 27. **C.** 108. **D.** $C_4^1 3^3$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $T_{k+1} = C_4^k 3^{4-k} (x^2)^k = C_4^k 3^{4-k} x^{2k}$.

Theo bài ra ta có $2k = 0 \Leftrightarrow k = 0$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^0 3^4 = 81$.

- Câu 4:** An muốn qua nhà bạn Hà để cùng Hà tới trường. Từ nhà An tới nhà Hà có 3 con đường, từ nhà Hà đến trường có 6 con đường. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà đến trường?

- A.** 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Có 3 cách đi từ nhà An tới nhà Hà. Có 6 cách đi từ nhà Hà đến trường

Vậy theo quy tắc nhân ta có 18 cách.

- Câu 5:** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà cả bốn chữ số đó đều lẻ?

- A.** 3024. **B.** 25. **C.** 120. **D.** 625.

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$)

Chọn a : có 5 cách chọn

Chọn b: có 5 cách chọn.

Chọn c : có 5 cách chọn

Chọn d: có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có: $5.5.5.5 = 625$ cách lập số có bốn chữ số mà cả bốn chữ số đều lẻ.

- Câu 6:** Giả sử An muốn mua một chiếc áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi An có bao nhiêu cách mua một chiếc áo?

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 20.

Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.

Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc công, ta có $5+4=9$ cách chọn mua một chiếc áo.

Câu 7: Một quán phục vụ ăn sáng có bán phở, bún và bánh cuốn. Phở có 3 loại là phở bò, phở gà và phở cua. Bún có 4 loại là bún ốc, bún chả, bún thang và bún cá. Bánh cuốn có 2 loại là bánh cuốn chả và bánh cuốn nem. Một khách hàng muốn chọn một món để ăn sáng. Hỏi khách hàng đó có bao nhiêu cách lựa chọn?

- A. 3. B. 4. C. 9. D. 2.

Lời giải

Theo quy tắc cộng, số cách chọn một món để ăn sáng là $3 + 4 + 2 = 9$.

Câu 8: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

- A. 532. B. 5040. C. 114240. D. 53760.

Lời giải

Gọi $X = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ là số có 7 chữ số khác nhau và X chia hết cho 5. Ta có hai khả năng sau:

* $a_7 = 0$: Có A_9^6 cách chọn và sắp xếp 6 chữ số còn lại.

* $a_7 = 5$: Có 8 cách chọn a_1 ; có A_8^5 cách chọn và sắp xếp 5 chữ số còn lại.

Vậy ta có thể lập được tất cả là $A_9^6 + 8A_8^5 = 114240$.

Câu 9: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau và chia hết cho 3?

- A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.

Lời giải

Số tự nhiên có hai chữ số khác nhau và chia hết cho 3 gồm những số: 12, 21, 15, 51, 24, 42, 30, 36, 63, 45, 54, 60. Như vậy có 12 số.

Câu 10: Từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có hai chữ số.

- A. 5. B. 25. C. 8. D. 10.

Lời giải

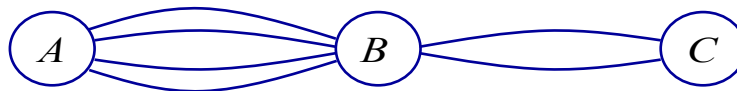
Gọi số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\overline{ab}$.

Chọn b có 2 cách;

Chọn a có 5 cách;

Suy ra có 10 số.

Câu 11: Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần?



- A. 8. B. 4. C. 12. D. 6.

Lời giải

Từ thành phố A đến thành phố B có 4 cách đi;

Từ thành phố B đến thành phố C có 2 cách đi;

Theo quy tắc nhân có $4 \cdot 2 = 8$ cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần.

Câu 12: Tổng $S = C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10}$ bằng

- A. 324. B. 386. C. 435. D. 343.

Lời giải

Xét tổng $(1+x)^{10} = C_{10}^0 + xC_{10}^1 + x^2C_{10}^2 + \dots + x^{10}C_{10}^{10}$.

Thay $x=1$ ta được: $C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 + \dots + C_{10}^{10} = 2^{10}$.

$$\Rightarrow C_{10}^5 + 2(C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10}) = 2^{10}$$

$$\Rightarrow C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8 + C_{10}^9 + C_{10}^{10} = \frac{2^{10} - C_{10}^5}{2} = 386$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khai triển $(x-3)^5$.

- a) Hệ số của x^4 trong khai triển là 20
- b) Hệ số của x^3 trong khai triển là 90
- c) Hệ số của x^2 trong khai triển là -270
- d) Hệ số của x trong khai triển là 405

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

Ta có: $(x-3)^5 = x^5 - 15x^4 + 90x^3 - 270x^2 + 405x - 243$.

Câu 2: Trong hộp bút của Lan có 4 chiếc bút chì, 5 chiếc bút bi và 2 chiếc bút máy (tất cả đều khác nhau)

- a) Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi là 20 (cách).
- b) Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút máy là 4 (cách).
- c) Số cách chọn 1 chiếc bút bi và 1 chiếc bút máy là 7 (cách).
- d) Số cách chọn 2 chiếc bút khác loại với nhau từ hộp bút của Lan là 38 (cách).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

- a) Chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi có $4 \cdot 5 = 20$ (cách).
- b) Chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút máy có $4 \cdot 2 = 8$ (cách).
- c) Chọn 1 chiếc bút bi và 1 chiếc bút máy có $5 \cdot 2 = 10$ (cách).
- d) Áp dụng quy tắc cộng, ta có số cách chọn 2 chiếc bút khác loại với nhau từ hộp bút của Lan là: $20 + 8 + 10 = 38$ (cách).

Câu 3: Cho các chữ số 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

- a) Có 387420489 số tự nhiên gồm 9 chữ số, được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9
- b) Có 40320 số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9
- c) Có 600 số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 0,1,2,3,4,5
- d) Có 300 số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số 0,1,2,3,4,5

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

- a) Lập số tự nhiên gồm 9 chữ số từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có 9^9 cách. Vậy có $9^9 = 387420489$ số thỏa mãn đề bài.
- b) Mỗi số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau chọn từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 là một hoán vị của 9 phần tử nên có $9! = 362880$ số thỏa mãn đề bài.
- c) Gọi $\overline{abcdef}$ là số thỏa mãn đề bài.

Chọn a có 5 cách (a khác 0).

Chọn b, c, d, e, f có $5! = 120$ cách.

Vậy có $5.5! = 600$ số thỏa mãn đề bài.

d) Gọi $\overline{abcd}$ là số thỏa mãn đề bài.

Chọn a có 5 cách (a khác 0).

Chọn b, c, d có $A_3^3 = 60$ cách.

Vậy có $5.60 = 300$ số thỏa mãn đề bài.

Câu 4: Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau.

a) Số cách chọn ra một quyển sách từ số sách đã cho: 19 (cách).

b) Số cách chọn ba quyển sách khác môn là: 240 (cách).

c) Số cách chọn hai quyển gồm Tiếng Anh và Toán là: 11 (cách).

d) Số cách chọn hai quyển sách khác môn là: 118 (cách).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Số cách chọn ra một quyển sách từ số sách đã cho: $5 + 6 + 8 = 19$ (cách).

b) Giai đoạn 1: Chọn một quyển sách Tiếng Anh: có 5 (cách).

Giai đoạn 2: Chọn một quyển sách Toán: có 6 (cách).

Giai đoạn 3: Chọn một quyển sách Tiếng Việt: có 8 (cách).

Số cách chọn ba quyển sách khác môn là: $5 \times 6 \times 8 = 240$ (cách).

c) Trường hợp 1: Chọn được hai quyển gồm Tiếng Anh và Toán.

Số cách chọn là $5 \times 6 = 30$ (cách).

Trường hợp 2: Chọn được hai quyển gồm Tiếng Anh và Tiếng Việt.

Số cách chọn là $5 \times 8 = 40$ (cách).

Trường hợp 3: Chọn được hai quyển gồm Toán và Tiếng Việt.

Số cách chọn là $6 \times 8 = 48$ (cách).

Số cách chọn hai quyển sách khác môn là: $30 + 40 + 48 = 118$ (cách).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^4$.

Lời giải

Trả lời: 24

Xét số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_4^k (2x^2)^{4-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_4^k 2^{4-k} x^{8-2k} (-1)^k \frac{1}{x^{2k}} = C_4^k 2^{4-k} x^{8-4k} (-1)^k$

(với $0 \leq k \leq 4$).

Số hạng không chứa x ứng với $8 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy số hạng không chứa x là $T_3 = C_4^2 2^2 (-1)^2 = 24$.

Câu 2: Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 sao cho hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

Lời giải

Trả lời: 192

Xét số có hình thức $\overline{0bcdef}$.

Số cách hoán đổi vị trí hai chữ số 3, 4 (cùng nhóm X) là 2.

Số cách hoán đổi vị trí của X với các chữ số 1,2,5 là: $4!$

Vậy số các số được lập theo hình thức này là $2.4! = 48$.

Xét số có hình thức $\overline{abcdef}$ trong đó a được phép bằng 0.

Số cách hoán đổi vị trí của hai chữ số 3,4 (cùng nhóm X) là 2.

Số cách hoán đổi vị trí của X với các chữ số 0,1,2,5 là: $5!$.

Số các số được lập theo hình thức này là $2.5! = 240$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là $240 - 48 = 192$.

Câu 3: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số được chọn từ 1,2, 3,4, 5 sao cho chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Lời giải:

Trả lời: 1260

Xét bảy ô tương ứng với bảy chữ số của số tự nhiên cần lập.

Chọn hai từ bảy vị trí để đặt chữ số 2: có C_7^2 (cách).

Chọn ba từ năm vị trí còn lại để đặt chữ số 3: có C_5^3 (cách).

Chọn hai chữ số từ $\{1; 4; 5\}$ rồi xếp vào hai vị trí cuối: A_3^2 (cách).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $C_7^2 C_5^3 A_3^2 = 1260$.

Câu 4: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

Lời giải

Trả lời: 7

Giả sử đa giác có n cạnh ($n \geq 3$). Suy ra: số đường chéo là $C_n^2 - n$,

Ta có: $C_n^2 - n = 2n \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 3n \Leftrightarrow n-1 = 6 \Leftrightarrow n = 7$.

Câu 5: Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x) = (3x^2 + 2x + 1)^{10}$.

Lời giải

Trả lời: 8085

$$\begin{aligned} f(x) &= (1 + 2x + 3x^2)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x + 3x^2)^k \\ &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i (2x)^{k-i} \cdot (3x^2)^i = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i 2^{k-i} \cdot 3^i x^{k+i}, 0 \leq i \leq k \leq 10. \end{aligned}$$

Do đó $k+i=4$ với các trường hợp $i=0, k=4$ hoặc $i=1, k=3$ hoặc $i=k=2$.

Vậy hệ số chứa x^4 : $2^4 C_{10}^4 \cdot C_4^0 + 2^2 3^1 C_{10}^3 \cdot C_3^1 + 3^2 C_{10}^2 \cdot C_2^2 = 8085$.

Câu 6: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số?

Lời giải

Trả lời: 1080

Kí hiệu số cần lập là abcd. Việc chọn các chữ số a, b, c, d qua 4 bước sau:

Chọn a khác 0 có 5 cách.

Ứng với mỗi cách chọn đó, có 6 cách chọn chữ số b từ sáu chữ số đã cho.

Ứng với mỗi cách chọn đó, có 6 cách chọn chữ số c từ sáu chữ số đã cho.

Ứng với mỗi cách chọn đó, có 6 cách chọn chữ số d từ sáu chữ số đã cho.

Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, có: $5.6.6.6=1080$ số tự nhiên có bốn chữ số được lập từ các chữ số đã cho.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Từ tập hợp A lập được bao nhiêu số có năm chữ số đôi một khác nhau và luôn có mặt chữ số 2.

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số khác nhau được lập từ A và luôn có mặt chữ số 2 là $\overline{abcde}$.

Có 5 vị trí cho chữ số 2

Sau khi chọn vị trí cho chữ số 2 có A_7^4 cách chọn và sắp xếp 4 chữ số còn lại.

Theo quy tắc nhân ta có $5 \cdot A_7^4 = 4200$ số.

Câu 2: Bác An gửi vào ngân hàng 200000000 đồng với lãi suất 7%/năm. Hãy ước tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 5 năm gửi ngân hàng.

Lời giải

Số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 1 năm là:

$$200000000 + 7\% \cdot 200000000 = 200000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right) \text{ (đồng)}$$

Số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 2 năm là:

$$\left[200000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)\right] + 7\% \cdot \left[200000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)\right] = 200000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^2 \text{ (đồng)}$$

Từ đó suy ra số tiền (cả vốn lẫn lãi) mà bác An nhận được sau 5 năm là:

$$200000000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 \text{ (đồng)}$$

Vì $\left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 \approx 1^5 + 5 \cdot 1^4 \cdot \frac{7}{100} + 10 \cdot 1^3 \cdot \left(\frac{7}{100}\right)^2 = 1,399$ nên số tiền mà bác An nhận được sau 5 năm gửi ngân hàng khoảng: $200000000 \cdot 1,399 = 279800000$ (đồng)

Câu 3: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(2xy + \frac{3}{y}\right)^5$.

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$$C_5^k \cdot (2xy)^{5-k} \cdot \left(\frac{3}{y}\right)^k = C_5^k \cdot 2^{5-k} \cdot x^{5-k} \cdot y^{5-k} \cdot \frac{3^k}{y^k} = C_5^k \cdot 2^{5-k} \cdot 3^k \cdot x^{5-k} \cdot y^{5-2k}$$

$$\text{Số hạng chứa } x^3y \text{ tương ứng với: } \begin{cases} 5-k=3 \\ 5-2k=1 \end{cases} \Leftrightarrow k=2$$

Vậy số hạng chứa x^3y là: $C_5^2 \cdot 2^{5-2} \cdot 3^2 \cdot x^3y = 720x^3y$.

Câu 4: Cho sáu chữ số 4, 5, 6, 7, 8, 9. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số khác nhau lập thành từ sáu chữ số đã cho.

Lời giải

Gọi số cần lập có dạng: $\overline{abc}$.

Chọn c với $c \in \{4; 6; 8\}$: có 3 cách. Chọn $\overline{ab}$: có A_5^2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $3 \cdot A_5^2 = 60$ số tự nhiên thỏa mãn.

Câu 5: Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu

trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

Lời giải

Trường hợp 1: Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 bình: Số cách lấy: $C_3^1 C_4^1 C_5^1 = 60$

Trường hợp 2: Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 bình: Số cách lấy: $C_4^1 C_3^1 C_5^1 = 60$

Trường hợp 3: Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 bình: Số cách lấy: $C_5^1 C_6^1 C_2^1 = 60$

Vậy có $60.3 = 180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 bình.

Câu 6: Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia.

Lời giải

Bài toán: dùng biến cố đối tìm số cách chọn ra 5 bạn trong đó có Hạnh và Huy.

Bước 1: Chọn nhóm 3 học sinh trong 14 học sinh (không tính Huy và Hạnh): $C_{14}^3 = 364$ cách.

Bước 2: Chọn 2 học sinh Huy và Hạnh có 1 cách.

Vậy ta có 364 cách chọn ra 5 học sinh trong tổ mà có hai học sinh Huy và Hạnh.

Chọn ra 5 học sinh bất kì trong 16 học sinh $C_{16}^5 = 4368$ cách.

Vậy cô chủ nhiệm có số cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia là: $4368 - 364 = 4004$ (cách)

----- **HẾT** -----