

38

BÀI TOÁN ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ TRONG ĐỀ THI BGD 2016 - 2021

Luyenthitracnghiem.vn

Câu 1: (Câu 4 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = \frac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

Ⓐ. $x = 2$.

Ⓑ. $x = -1$.

Ⓒ. $x = -2$.

Ⓓ. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x+2} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

Câu 2: (Câu 24 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ. $x = 2$.

Ⓑ. $x = 1$.

Ⓒ. $x = \frac{-1}{2}$.

Ⓓ. -1 .

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$$

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$.

Câu 3: (Câu 23 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

Ⓐ. $x = -1$.

Ⓑ. $x = -2$.

Ⓒ. $x = 2$.

Ⓓ. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$.

Vậy đường thẳng $x = 2$ là TCD của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 4: (Câu 20 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2020 - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

Nguyễn Hoàng Việt

Ⓐ. $x = 1$.

Ⓑ. $x = -1$.

Ⓒ. $x = 2$.

Ⓓ. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 5: (Câu 6 - Đề Tham Khảo - BGD&ĐT - Năm 2020 - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x+4}{x-1}$$

Ⓐ. $x = 1$.

Ⓑ. $x = -1$.

Ⓒ. $x = 2$.

Ⓓ. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{2x+4}{x-1} \right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{2x+4}{x-1} \right) = +\infty$

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$

Câu 6: (Câu 3 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+1}{x+3} \text{ là}$$

Ⓐ. $x = -1$.

Ⓑ. $x = 1$.

Ⓒ. $x = -3$.

Ⓓ. $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{x+1}{x+3} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x+1}{x+3} = +\infty$ nên $x = -3$ là tiệm cận của đồ thị hàm số.

Câu 7: (Câu 9 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x-2}{x+1} \text{ là}$$

Ⓐ. $x = -2$.

Ⓑ. $x = 1$.

Ⓒ. $x = -1$.

Ⓓ. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 8: (Câu 12 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-1}{x-3} \text{ là}$$

Ⓐ. $x = -3$.

Ⓑ. $x = -1$.

Ⓒ. $x = 1$.

Ⓓ. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-1}{x-3} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-1}{x-3} = +\infty$$

$$\text{Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số } y = \frac{x-1}{x-3} \text{ là } x = 3$$

Câu 9: (Câu 20 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 2 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x+2}{x-1} \text{ là}$$

Ⓐ. $x = 2$.

Ⓑ. $x = -2$.

Ⓒ. $x = 1$.

Ⓓ. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+2}{x-1} = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Câu 10: (Câu 6 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{3x+1}{x-1}.$$

Ⓐ. $y = \frac{1}{3}$.

Ⓑ. $y = 3$.

Ⓒ. $y = -1$.

Ⓓ. $y = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$$

Do đó đường thẳng $y = 3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 11: (Câu 18 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x+1}{x-1} \text{ là}$$

Ⓐ. $y = \frac{1}{2}$.

Ⓑ. $y = -1$.

Ⓒ. $y = 1$.

Ⓓ. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$. Nên đường thẳng $y = 2$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 12: (Câu 9 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{5x+1}{x-1} \text{ là}$$

Ⓐ. $y = 1$.

Ⓑ. $y = \frac{1}{5}$.

Ⓒ. $y = -1$.

Ⓓ. $y = 5$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức ta có tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 5$.

Câu 13: (Câu 11 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Đợt 1 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{4x+1}{x-1} \text{ là}$$

Ⓐ. $y = \frac{1}{4}$.

Ⓑ. $y = 4$.

Ⓒ. $y = 1$.

Ⓓ. $y = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{x-1} = 4$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x+1}{x-1} = 4$) nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 4$.

Câu 14: (Câu 15 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 2 - Năm 2019 - 2020) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-2}{x+1} \text{ là}$$

Ⓐ. $y = -2$.

Ⓑ. $y = 1$.

Ⓒ. $x = -1$.

Ⓓ. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là } y = 1.$$

Câu 15: (Câu 27 - MĐ 103 - BGD&ĐT - NĂM 2016 - 2017) Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

Ⓐ. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Ⓑ. $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

Ⓒ. $y = \frac{1}{x^4 + 1}$.

Ⓓ. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ có tiệm cận đứng là $x = 0$.

Đồ thị các hàm số ở các đáp án B, C, D đều không có tiệm cận đứng do mẫu vô nghiệm.

Câu 16: (Câu 1 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

Ⓐ. $x = 1$

Ⓑ. $y = -1$

Ⓒ. $y = 2$

Ⓓ. $x = -1$

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng.

Câu 17: (Câu 2 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

Ⓐ. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Ⓑ. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

Ⓒ. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Ⓓ. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án **C**

Câu 18: (Câu 27 - ĐTK - BGD&ĐT - Lần 1 - Năm 2019 - 2020) Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

Ⓐ. 0.

Ⓑ. 1.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -1\}$

Ta có: $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \frac{5x - 1}{x + 1}$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{5x - 1}{x + 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{5x - 1}{x + 1} = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-1}{x+1} = 5 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{x+1} = 5$$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = 5$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là 2.

Câu 19: (Câu 23 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	0	$+\infty$	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A). 2 .

(B). 1 .

(C). 3 .

(D). 4 .

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 20: (Câu 28 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A). 1 .

(B). 2 .

(C). 3 .

(D). 4 .

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=1$, $y=3$. Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$. Vậy đồ thị hàm số có tổng cộng ba đường tiệm cận.

Câu 21: (Câu 24 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	0	2	-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

(A). 3.

(B). 1.

(C). 2.

(D). 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ đồ thị hàm số không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 22: (Câu 28 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	2	$+\infty$	-2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A). 4.

(B). 1.

(C). 3.

(D). 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bản biến thiên ta có

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2

Câu 23: (Câu 26 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2018 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

Ⓐ. 4 .

Ⓑ. 1 .

Ⓒ. 3 .

Ⓓ. 2 .

Lời giải

Chọn C

Nhìn bảng biến thiên ta có:

+ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5 \Rightarrow y = 5$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3 .

Câu 24: (Câu 18 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x^2 + x} \text{ là}$$

Ⓐ. 2 .

Ⓑ. 0 .

Ⓒ. 1 .

Ⓓ. 3

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = [-25; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$. Biến đổi $f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)} = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng

$x = -1$.

Câu 25: (Câu 22 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} \text{ là}$$

Ⓐ. 3.

Ⓑ. 0.

Ⓒ. 2.

Ⓓ. 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$$

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 26: (Câu 18 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} \text{ là}$$

Ⓐ. 3

Ⓑ. 2

Ⓒ. 0

Ⓓ. 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = [-9; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty$.

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{(x^2+x)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow x = 0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 27: (Câu 16 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

Ⓐ. $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$

Ⓑ. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$

Ⓒ. $y = \sqrt{x^2-1}$

Ⓓ. $y = \frac{x}{x+1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x+1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 28: (Câu 16 - MĐ 104 - BGD&ĐT - NĂM 2016 - 2017) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

Ⓐ. 1

Ⓑ. 3

Ⓒ. 0

Ⓓ. 2

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \frac{1}{4}$ nên đường thẳng $x = 2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1}{x+2} = -\infty$, nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 29: (Câu 15 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

Ⓐ. 3

Ⓑ. 1

Ⓒ. 0

Ⓓ. 2

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}} = 1 \Rightarrow y = 1$ là đường tiệm cận ngang.

Mặt khác:

$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\frac{3}{2}$$

$\Rightarrow x = 1$ không là đường tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-4)}{(x+1)} = +\infty$$

$\Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Câu 30: (Câu 12 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}.$$

(A). 2.

(B). 3.

(C). 1.

(D). 0.

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \frac{x+1}{x+4} \text{ có TCD: } x = -4$$

Câu 31: (Câu 11 - ĐTK - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	
y			$+\infty$	0

(A). 1

(B). 3

(C). 2

(D). 4

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 32: (Câu 8 - ĐTN - BGD&ĐT - Năm 2016 - 2017) Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}.$$

(A). $x = -3$ và $x = -2$.

(B). $x = -3$.

(C). $x = 3$ và $x = 2$.

(D). $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x - 1)^2 - (x^2 + x + 3)}{(x^2 - 5x + 6)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x - 1)^2 - (x^2 + x + 3)}{(x^2 - 5x + 6)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = -\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\frac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$. Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 33: (Câu 19 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} \text{ là}$$

(A). 0

(B). 3

(C). 2

(D). 1

Lời giải

Chọn D

Tập xác định hàm số $D = [-16; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \frac{1}{8}.$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = +\infty.$$

vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (\sqrt{x+16}+4) = \sqrt{15}+4 > 0$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x+1) = 0$ và $x \rightarrow (-1)^+$ thì $x > -1 \Rightarrow x+1 > 0$.

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 34: (Câu 40 - MĐ 103 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi

I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

(A). $2\sqrt{2}$.

(B). 4.

(C). 2.

(D). $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x-2}{x+2} = 1 - \frac{4}{x+2}.$$

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận là $x = -2$ và $y = 1$. Suy ra $I(-2; 1)$.

Gọi $A\left(a-2;1-\frac{4}{a}\right)$, $B\left(b-2;1-\frac{4}{b}\right)$ với $a, b \neq 0, a \neq b$.

Tam giác IAB đều $\Leftrightarrow IA = IB = AB$.

$$\text{Ta có: } IA = IB \Leftrightarrow a^2 + \frac{16}{a^2} = b^2 + \frac{16}{b^2} \Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a^2 b^2 - 16) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \pm a & (1) \\ a^2 b^2 = 16 & (2) \end{cases}$$

sẽ dẫn tới $A \equiv B$ hoặc I là trung điểm AB nên loại.

$$\text{Vậy } a^2 b^2 = 16. \text{ Lại có: } IA = AB \Rightarrow a^2 + \frac{16}{a^2} = (a-b)^2 + 16 \frac{(a-b)^2}{a^2 b^2}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 2(a-b)^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4ab \Rightarrow \begin{cases} ab = 4 \\ a^2 + b^2 = 16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = 8 \Rightarrow AB^2 = 2(a-b)^2 = 16 \Rightarrow AB = 4.$$

Câu 35: (Câu 9 - ĐMH - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

(A). Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài

(B). $m < 0$

(C). $m = 0$

(D). $m > 0$

Lời giải

Chọn D

Xét các trường hợp sau:

Với $m = 0$: hàm số trở thành $y = x+1$ nên không có tiệm cận ngang.

Với $m < 0$:

hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \frac{x+1}{\sqrt{1-|m|x^2}}$ có tập xác định là $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{|m|}}; \frac{1}{\sqrt{|m|}}\right)$ suy ra không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$ hay hàm số không có tiệm cận ngang.

Với $m > 0$:

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{-x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}.$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}.$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là: $y = \frac{1}{\sqrt{m}}; y = -\frac{1}{\sqrt{m}}$ khi $m > 0$.

Câu 36: (Câu 43 - MĐ 104 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

- Ⓐ. $2\sqrt{3}$ Ⓑ. $2\sqrt{2}$ Ⓒ. $\sqrt{3}$ Ⓓ. $\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn A

Tính tiến hệ trục theo vectơ $\overrightarrow{OI} = (-1; 1) \rightarrow I(0; 0)$ và $(C): Y = \frac{-3}{X}$.

Gọi $A\left(a; \frac{-3}{a}\right), B\left(b; \frac{-3}{b}\right) \in (C)$, điều kiện: $(a \neq b)$.

$$\text{Theo đề bài, ta có: } \begin{cases} IA = IB \\ \cos(\overrightarrow{IA}; \overrightarrow{IB}) = 60^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + \frac{9}{a^2} = b^2 + \frac{9}{b^2} & (1) \\ \frac{ab + \frac{9}{ab}}{AB^2} = \frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

Từ (2) $\rightarrow ab > 0$, do đó: $(1) \Leftrightarrow (a^2 - b^2)(a^2b^2 - 9) = 0 \xrightarrow{ab > 0} ab = 3$.

Suy ra: $AB^2 = 2\left(3 + \frac{9}{3}\right) = 12 \rightarrow AB = 2\sqrt{3}$.

Câu 37: (Câu 48 - MĐ 102 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều IAB có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 2. Ⓒ. $2\sqrt{2}$. Ⓓ. $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = \frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$.

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận là $x = -1$ và $y = 1$. Do đó $I(-1; 1)$.

Giả sử A, B có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 .

Ta có:

$$IA^2 = (x_1 + 1)^2 + \frac{4}{(x_1 + 1)^2}; \quad IB^2 = (x_2 + 1)^2 + \frac{4}{(x_2 + 1)^2};$$

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \left(\frac{2}{x_2 + 1} - \frac{2}{x_1 + 1}\right)^2 = [(x_2 + 1) - (x_1 + 1)]^2 + \frac{4[(x_2 + 1) - (x_1 + 1)]^2}{(x_2 + 1)^2 \cdot (x_1 + 1)^2}$$

Do tam giác IAB đều nên ta có:

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (x_2 + 1)^2 - (x_1 + 1)^2 = \frac{4[(x_2 + 1)^2 - (x_1 + 1)^2]}{(x_2 + 1)^2 (x_1 + 1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_2 + 1)^2 - (x_1 + 1)^2 = 0 \\ (x_2 + 1)^2 (x_1 + 1)^2 = 4 \end{cases}$$

$$(x_2 + 1)^2 - (x_1 + 1)^2 = 0 \Rightarrow AB = 0 \Rightarrow \text{Loại.}$$

$$(x_2 + 1)^2 (x_1 + 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 + 1 = \frac{2}{x_1 + 1} \\ x_2 + 1 = -\frac{2}{x_1 + 1} \end{cases}$$

$$+ x_2 + 1 = \frac{2}{x_1 + 1} :$$

$$\text{Khi đó } AB^2 = 2[(x_2 + 1) - (x_1 + 1)] = 2\left[(x_2 + 1) - \frac{2}{(x_2 + 1)}\right]^2 = \frac{2}{(x_2 + 1)^2} [(x_2 + 1)^2 - 2]^2$$

$$\text{Lại có } AB^2 = IB^2 \Leftrightarrow \frac{2}{(x_2 + 1)^2} [(x_2 + 1)^2 - 2]^2 = (x_2 + 1)^2 + \frac{4}{(x_2 + 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x_2 + 1)^4 - 8(x_2 + 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_2 + 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = \frac{2(2 - 2\sqrt{3})^2}{4 - 2\sqrt{3}} = 8 \\ (x_2 + 1)^2 = 4 + 2\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = \frac{2(-2 - 2\sqrt{3})^2}{4 + 2\sqrt{3}} = 8 \end{cases}$$

$$+ x_2 + 1 = -\frac{2}{x_1 + 1} :$$

$$\text{Khi đó } AB^2 = 2[(x_2 + 1) - (x_1 + 1)] = 2\left[(x_2 + 1) + \frac{2}{(x_2 + 1)}\right]^2 = \frac{2}{(x_2 + 1)^2} [(x_2 + 1)^2 + 2]^2$$

$$\text{Lại có } AB^2 = IB^2 \Leftrightarrow \frac{2}{(x_2 + 1)^2} [(x_2 + 1)^2 + 2]^2 = (x_2 + 1)^2 + \frac{4}{(x_2 + 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x_2 + 1)^4 + 8(x_2 + 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_2 + 1)^2 = -4 - 2\sqrt{3} < 0 \\ (x_2 + 1)^2 = -4 + 2\sqrt{3} < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Loại}$$

$$\text{Vậy } AB = 2\sqrt{2}.$$

Câu 38: (Câu 45 - MĐ 101 - BGD&ĐT - Năm 2017 - 2018) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi

I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng:

Ⓐ. $\sqrt{6}$

Ⓑ. $2\sqrt{3}$

Ⓒ. 2

Ⓓ. $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

$$\text{Giả sử } A\left(a; \frac{a-1}{a+2}\right), B\left(b; \frac{b-1}{b+2}\right), I(-2; 1).$$

$$\overrightarrow{IA} = \left(a + 2; -\frac{3}{a+2}\right), \overrightarrow{IB} = \left(b + 2; -\frac{3}{b+2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = \left(a_1; -\frac{3}{a_1}\right), \overrightarrow{IB} = \left(b_1; -\frac{3}{b_1}\right).$$

$$\text{Do tam giác } ABI \text{ đều nên } \begin{cases} IA^2 = IB^2 = AB^2 = a_1^2 + \frac{9}{a_1^2} = b_1^2 + \frac{9}{b_1^2} \\ \cos(\overline{IA}, \overline{IB}) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_1^2 - b_1^2) \left(1 - \frac{9}{a_1^2 b_1^2}\right) = 0 & (1) \\ a_1 b_1 + \frac{9}{a_1 b_1} = \frac{1}{2} \left(a_1^2 + \frac{9}{a_1^2}\right) & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -b_1 \\ a_1 = b_1 \\ a_1 b_1 = 3 \\ a_1 b_1 = -3 \end{cases}$$

Nếu $a_1 = -b_1$ thì (2) vô lý.

Nếu $a_1 = b_1$ thì $A \equiv B \Rightarrow$ Loại.

Nếu $a_1 b_1 = -3$ thì (2) vô lý.

Nếu $a_1 b_1 = 3$ thì (2) $\Rightarrow a_1^2 + \frac{9}{a_1^2} = 12 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$.

Vậy $AB = 2\sqrt{3}$.

Cách 2: $I(-2;1)$

$$(C): y = \frac{x-1}{x+2} \xrightarrow{IXY} (C): Y = -\frac{3}{X}.$$

Trong hệ trục tọa độ IXY (C) nhận đường thẳng $Y = -X$ làm trục đối xứng.

ΔABI đều nên IA tạo với IX một góc $15^\circ \Rightarrow A \in d: Y = -\tan 15^\circ \cdot X \Rightarrow A \in d: Y = (\sqrt{3} - 2)X$.

$$\Rightarrow A(X; (\sqrt{3} - 2)X).$$

$$\text{Mà } A \in (C) \Rightarrow (\sqrt{3} - 2)X = -\frac{3}{X} \Rightarrow X^2 = \frac{3}{2 - \sqrt{3}} = 3(2 + \sqrt{3}).$$

$$\Rightarrow AB^2 = IA^2 = X^2 + [(\sqrt{3} - 2)X]^2 = 12 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}.$$