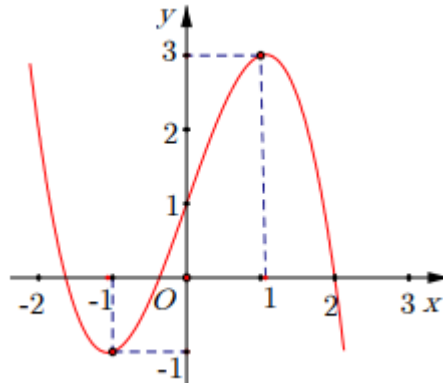


Họ và tên học sinh:.....Số báo danh:.....

Câu 1. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ là:

- A. 100. B. 20. C. 64. **D. 80.**

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số có giá trị cực đại bằng

- A. 1. B. 2. **C. 3.** D. -1.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;2)$, $B(1;1;4)$, $C(1;-4;0)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là:

- A. $(1;-1;2)$.** B. $(-1;-1;2)$. C. $(1;1;2)$. D. $(1;-1;-2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow 2 \nearrow +\infty$	

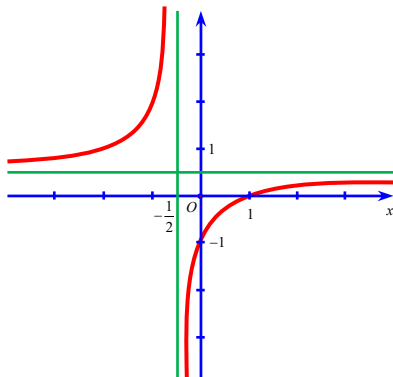
Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành
B. Hàm số có hai điểm cực trị
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng

Câu 5. Cho các số dương a, b, c , và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b+c)$. B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b-c|$.
C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. D. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b-c)$.

- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Khi đó $f(4)$ bằng
A. 5. **B.** 29. **C.** 19. **D.** 9.
- Câu 7.** Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là
A. $R = 2$. **B.** $R = 32$. **C.** $R = 4$. **D.** $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 8.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3) \geq -1$ là
A. $(3; 5)$. **B.** $[5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 5]$. **D.** $(3; 5]$.
- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-2; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$, $P(0; 0; 2)$. Tìm phương trình của mặt phẳng (MNP) .
A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. **C.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 0$. **D.** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.
- Câu 10.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - x^2$ là
A. $\int f(x) dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} - \frac{x^3}{3} + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - 1 + C$. **D.** $\int f(x) dx = e^x - 3x^2 + C$.
- Câu 11.** Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$ là
A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -7 + 4t \end{cases}$
- Câu 12.** Cho tập $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?
A. 720. **B.** 360. **C.** 120. **D.** 24.
- Câu 13.** Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .
A. 50. **B.** 28. **C.** 38. **D.** 44
- Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(3; -2)$ là điểm biểu diễn cho số phức
A. $z = 2 - 3i$. **B.** $z = 2 + 3i$. **C.** $z = 3 - 2i$. **D.** $z = -3 + 2i$.
- Câu 15.** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

Câu 16. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	0		5		1		4

A. $M = f(-1)$.

B. $M = f(3)$.

C. $M = f(2)$.

D. $M = f(0)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-3)^2(x+2)(\sqrt{x}-1)$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 18. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $(2x-1) + (y+1)i = 1+2i$. Giá trị của biểu thức $x^2 + 2xy + y^2$ bằng

A. 2

B. 0

C. 1

D. 4

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

A. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8$.

B. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

C. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

D. $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Câu 20. Biết $\log_5 x = a$, giá trị của biểu thức $P = 2 \log_{25} \frac{1}{x} - \log_{125} x^3 + \log_x 25$ là :

A. $\frac{2-a^2}{a}$.

B. $\frac{2}{a}$.

C. $\frac{2(a^2-1)}{a}$.

D. $\frac{2(1-a^2)}{a}$.

Câu 21. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Tìm số phức $w = z_1^2 + 2z_2^2$.

A. $9-4i$.

B. $9+4i$.

C. $-9-4i$.

D. $-9+4i$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+4=0$ và $(\beta): -x+2y+2z-7=0$.

A. 3.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình: $600^{x^2} \geq 600^{x+6}$ là:

A. $S = (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$.

B. $S = [3; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -2]$.

Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định theo công thức

A. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 25. Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng $2a$ và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.

A. $16\pi a^3.$

B. $2\pi a^3.$

C. $8\pi a^3$

D. $3\pi a^3$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	-2	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3

B. 4

C. 2

D. 1

Câu 27. Tính thể tích của khối tứ diện đều cạnh $2a$.

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}.$

B. $2\sqrt{2}a^3.$

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}.$

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 5}.$

B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)}$

C. $y' = \frac{2x \ln 5}{(x^2 + 2)}$

D. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2)\ln 5}$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$
					$-$				

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 2019 = 0$ là

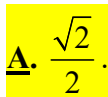
A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 30. Đáy của một lăng trụ tam giác đều là tam giác ABC có cạnh bằng a . Trên các cạnh bên lấy các điểm A_1, B_1, C_1 lần lượt cách đáy một khoảng bằng $\frac{a}{2}, a, \frac{3a}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Cosin góc giữa $(A_1B_1C_1)$ và ABC bằng



B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{13}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3

A. $640 + 160\pi$.

B. $640 + 80\pi$.

C. $640 + 40\pi$.

D. $320 + 80\pi$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x - 2) + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x - 2) + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x - 1) + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{2}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C.$

A. $h = \frac{a\sqrt{39}}{26}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

C. $h = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{39}}{52}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $H(a;b;c)$ hình chiếu vuông góc của $M(2;0;1)$ lên đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tính $a+4b+c$.

A.7.

B. -8.

C. 3.

D. -15 .

- Câu 36.** Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Gửi được hai năm 3 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó được rút là
- A.** $101 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng **B.** $101 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng
- C.** $100 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng **D.** $100 \cdot [(1,01)^6 - 1]$ triệu đồng

- Câu 37.** Có bao nhiêu giá trị nguyên trên đoạn $[-2018; 2019]$ của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là:
- A.** 2019. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** 2021.

- Câu 38.** Cho số phức z thỏa mãn $(z+1)(\bar{z}-2i)$ là một số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có diện tích bằng
- A.** 5π **B.** 25π **C.** $\frac{5\pi}{4}$ **D.** $\frac{5\pi}{2}$

- Câu 39.** Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = a + b \ln 2 + c \ln \frac{5}{3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = 2a + b + c$.
- A.** $T = 4$. **B.** $T = 2$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = 3$.

- Câu 40.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 5]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	0	1	2	3	5
$f(x)$	4		3		3

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng $\forall x \in [0; 5]$:

$$mf(x) + \sqrt{3x} \leq 2019f(x) - \sqrt{10-2x}, \forall x \in [0; 5]$$

- A.** 2014. **B.** 2015. **C.** 2019. **D.** Vô số.
- Câu 41.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4 - x^3) - m(x^3 - x^2) - x + e^{x-1} \geq 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$. Số tập con của S là
- A.** 2 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 1

- Câu 42.** Có 3 quyển sách Văn học khác nhau, 4 quyển sách Toán học khác nhau và 7 quyển sách Tiếng anh khác nhau được xếp lên một kệ ngang. Tính xác suất để hai cuốn sách cùng môn không ở cạnh nhau.
- A.** $\frac{1}{1716}$. **B.** $\frac{5}{8008}$. **C.** $\frac{1}{1001}$. **D.** $\frac{19}{12012}$.

- Câu 43.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$, ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$) đi qua hai điểm $M(5; 1; 3)$ và $N(1; 6; 2)$. Biết rằng khoảng cách từ điểm $P(5; 0; 4)$ đến mặt phẳng (α) đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{|a+b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

A. $S = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

B. $S = \frac{4\sqrt{14}}{7}$.

C. $S = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

D. $S = \frac{10\sqrt{14}}{7}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-3)$, $B\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$, $C(1;1;4)$ và $D(5;3;0)$.

Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1), (S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua 2 điểm C, D .

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. Vô số.

Câu 45. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 46. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE . Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng.

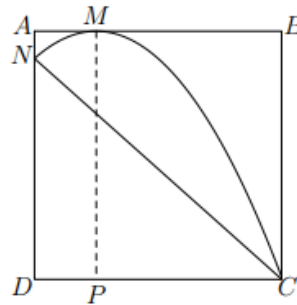
A. $\frac{7}{6}$.

B. $\frac{11}{12}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Câu 47. Ông A có một mảnh vườn hình vuông cạnh bằng 8 m. Ông dự định xây một cái bể bơi đặc biệt (như hình vẽ dưới). Biết $AM = \frac{AB}{4}$, phần đường cong đi qua các điểm C, M, N là một phần của đường parabol có trục đối xứng là MP . Biết kinh phí để làm bể bơi là 5 triệu đồng mỗi mét vuông. Chi phí ông A phải trả để hoàn thành bể gần với con số nào dưới đây nhất?



A. 95.814.000 đồng. B. 90.814.000 đồng. **C. 94.814.000 đồng.** D. 93.814.000 đồng.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $g(x) = f\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

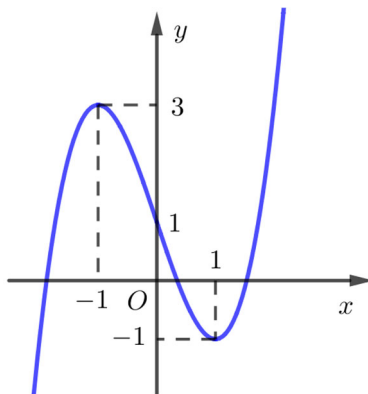
A. $\left[-1; \frac{1}{4}\right]$.

B. $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

C. $\left[1; \frac{5}{4}\right]$.

D. $\left[\frac{9}{4}; +\infty\right)$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x) = 3\sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng



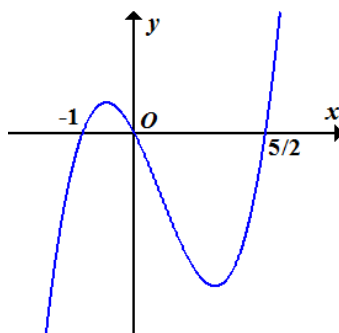
A. -8 .

B. -10 .

C. -6 .

D. -5 .

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tổng bình phương tất cả các nghiệm của $f(x) = r$.



A. $\frac{25}{4}$.

B. 4 .

C. 2 .

D. 14 .

----- **HẾT** -----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

LỜI GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

Câu 36: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

- A. $(-\infty; 6]$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-\infty; 3]$. D. $[3; 6]$.

Lời giải

Chọn C

$y' = 3x^2 - 2mx - (m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì: $y' \geq 0, \forall x \in (0;4)$.

$$\text{tức là } 3x^2 - 2mx - (m-6) \geq 0 \quad \forall x \in (0;4) \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 6}{2x+1} \geq m \quad \forall x \in (0;4)$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x+1}$ trên $(0;4)$.

$$g'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x+1)^2}, \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0;4) \\ x = -2 \notin (0;4) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	1	4
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	6	3	$\frac{54}{13}$

Vậy để $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x+1} \geq m \quad \forall x \in (0;4)$ thì $m \leq 3$.

Câu 37. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $|z| = a \geq 0, a \in \mathbb{R}$, khi đó ta có

$$|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z \Leftrightarrow a(z-6-i)+2i=(7-i)z \Leftrightarrow (a-7+i)z=6a+ai-2i$$

$$\Leftrightarrow (a-7+i)z=6a+(a-2)i \Leftrightarrow |(a-7+i)||z|=|6a+(a-2)i|$$

$$\Leftrightarrow [(a-7)^2+1]a^2=36a^2+(a-2)^2 \Leftrightarrow a^4-14a^3+13a^2+4a-4=0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)(a^3-13a^2+4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a^3-12a^2+4=0 \end{cases}$$

Xét hàm số $f(a) = a^3 - 13a^2 + 4 (a \geq 0)$, có bảng biến thiên là

a	0	$\frac{26}{3}$	$+\infty$
$f'(a)$	-	0	+
f	0	$-\frac{8788}{27}$	$+\infty$

Đường thẳng $y = -4$ cắt đồ thị hàm số $f(a)$ tại hai điểm nên phương trình $a^3 - 12a^2 + 4 = 0$ có hai nghiệm khác 1 (do $f(1) \neq 0$). Thay giá trị môđun của z vào kiểm tra đều được kết quả đúng.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn điều kiện.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $(z+1)(\bar{z}-2i)$ là một số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có diện tích bằng

- A. 5π B. 25π C. $\frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow (z+1)(\bar{z}-2i) = (x+1+yi)(x-(2+y)i)$$

$\Leftrightarrow (z+1)(\bar{z}-5i) = x^2 + x + y^2 + y - (2x + y + 2)i$. Do đó $(z+1)(\bar{z}-5i)$ là một số thuần ảo khi

$x^2 + x + y^2 + 2y = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y+1)^2 = \frac{3}{4}$. Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường

tròn tâm $I\left(-\frac{1}{2}; -1\right)$ bán kính $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Do đó diện tích bằng $\frac{3\pi}{4}$

Câu 39. Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = a + b \ln 2 + c \ln \frac{5}{3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = 2a + b + c$.

- A. $T = 4$. B. $T = 2$. C. $T = 1$. D. $T = 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} I &= \int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = \int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}dx}{(\sqrt{2x+1}+1)(\sqrt{2x+1}+2)} = \int_0^4 \frac{2(\sqrt{2x+1}+1) - (\sqrt{2x+1}+2)dx}{(\sqrt{2x+1}+1)(\sqrt{2x+1}+2)} \\ &= \int_0^4 \frac{2dx}{(\sqrt{2x+1}+2)} - \int_0^4 \frac{dx}{(\sqrt{2x+1}+1)}. \end{aligned}$$

Đặt $u = \sqrt{2x+1} \Rightarrow udu = dx$. Với $x = 0 \Rightarrow u = 1$, với $x = 4 \Rightarrow u = 3$.

$$\text{Suy ra } I = \int_1^3 \frac{2udu}{u+2} - \int_1^3 \frac{udu}{u+1} = \int_1^3 \left(2 - \frac{4}{u+2}\right) du - \int_1^3 \left(1 - \frac{1}{u+1}\right) du$$

$$= \left(u - 4 \ln|u+2| + \ln|u+1|\right) \Big|_1^3 = 2 - 4 \ln \frac{5}{3} + \ln 2$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 1, c = 1 \Rightarrow T = 2.1 + 1 - 4 = 1.$$

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 5]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	0	1	2	3	5
$f(x)$	4		3		3

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng $\forall x \in [0; 5]$:

$$mf(x) + \sqrt{3x} \leq 2019f(x) - \sqrt{10-2x}, \forall x \in [0; 5]$$

A. 2014.

B. 2015.

C. 2019.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $mf(x) + \sqrt{3x} \leq 2019f(x) - \sqrt{10-2x}, \forall x \in [0; 5]$

$$\Leftrightarrow 2019 - m \geq \frac{\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x}}{f(x)}, \forall x \in [0; 5] \text{ (do } f(x) > 0, \forall x \in [0; 5] \text{)}.$$

Xét: $u(x) = \sqrt{3x} + \sqrt{10-2x}, \forall x \in [0; 5]$.

Ta có $u'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x}} - \frac{2}{2\sqrt{10-2x}} \cdot u'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

x	0	3	5
$u'(x)$	+	0	-
$u(x)$	$\sqrt{10}$	5	$\sqrt{15}$

$$\max_{[0;5]} u(x) = f(3) = 5. \text{ Mặt khác } \min_{[0;5]} f(x) = f(3) = 1$$

$$\text{Do đó: } 2019 - m \geq \frac{\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x}}{f(x)}, \forall x \in [0; 5]$$

$$\Leftrightarrow 2019 - m \geq \max_{[0;5]} \frac{\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x}}{f(x)} \Leftrightarrow 2019 - m \geq 5 \Leftrightarrow m \leq 2014.$$

Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4 - x^3) - m(x^3 - x^2) - x + e^{x-1} \geq 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$. Số tập con của S là

A. 2

B. 4

C. 3

D. 1

Lời giải

Chọn A

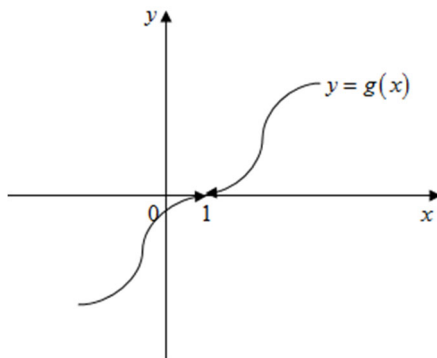
Đặt $f(x) = m^2(x^4 - x^3) - m(x^3 - x^2) - x + e^{x-1}$.

Ta có: $f(1) = 0 \geq 0 \Rightarrow x = 1$ thỏa mãn đề bài.

Do đó: yêu cầu bài toán $f(x) \geq 0, \forall x \neq 1$

$$\Leftrightarrow (x-1) \left[m^2 x^3 + (m^2 - m)x^2 - 1 + \frac{e^{x-1} - 1}{x-1} \right] \geq 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0, \forall x > 1 \\ g(x) \leq 0, \forall x < 1 \end{cases} (*),$$

với $g(x) = mx^3 + (m^2 - m)x^2 - 1 + \frac{e^{x-1} - 1}{x-1}$.



Nhận xét: Ta thấy $y = g(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ nên

$$(*) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Thử lại:

+ Với $m = 0$ thì $f(x) = e^{x-1} - x$.

Ta có: $f'(x) = e^{x-1} - 1; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của $f(x) = e^{x-1} - x$ ta có: $f(x) = e^{x-1} - x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Với $m = \frac{1}{2}$ thì $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - x + e^{x-1} = \frac{1}{4}x^2(x-1)^2 + e^{x-1} - x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

(Áp dụng kết quả $f(x) = e^{x-1} - x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\} \Rightarrow$ Số tập con của tập S là : $2^2 = 4$ (tập hợp).

Câu 42. Có 3 quyển sách Văn học khác nhau, 4 quyển sách Toán học khác nhau và 7 quyển sách Tiếng anh khác nhau được xếp lên một kệ ngang. Tính xác suất để hai cuốn sách cùng môn không ở cạnh nhau.

A. $\frac{1}{1716}$.

B. $\frac{5}{8008}$.

C. $\frac{1}{1001}$.

D. $\frac{19}{12012}$.

Lời giải

Chọn D.

- Xếp 7 quyển sách Tiếng anh thành 1 hàng ngang : có $7!$ cách xếp.

Khi đó có 6 khoảng trống giữa 7 quyển sách trên.

Xảy ra hai trường hợp

- TH1 : Giữa mỗi khoảng trống xếp đúng 1 quyển sách Văn học hoặc Toán học :
 - Chọn 6 quyển sách Văn học hoặc Toán học và xếp vào 6 khoảng trống trên : có A_7^6 cách.
 - Xếp quyển sách còn lại vào 1 trong hai đầu của hàng sách đã được xếp : có 2 cách. $\rightarrow$ có $7! \cdot A_7^6 \cdot 2$ cách.
- TH2 : Có đúng 1 khoảng trống xếp 1 quyển Văn học và 1 quyển Toán học và những khoảng trống còn lại xếp đúng 1 quyển sách Văn học hoặc Toán học :
 - Chọn 1 quyển sách Văn học và 1 quyển sách Toán học : có $3 \cdot 4$ cách chọn.
 - Xếp 2 quyển sách đã chọn ở trên theo 1 thứ tự nào đó được nhóm A: có 2 cách.
 - Xếp nhóm A vào 1 trong các khoảng trống trên : có 6 cách.
 - Xếp 5 quyển sách còn lại vào 5 khoảng trống còn lại : có $5!$ cách. $\rightarrow$ có $7! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5!$

○

$\rightarrow$ có $7! \cdot A_7^6 \cdot 2 + 7! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5!$ cách xếp thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{7! \cdot A_7^6 \cdot 2 + 7! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5!}{14!} = \frac{19}{12012}$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 > 0)$ đi qua hai điểm $M(5;1;3)$ và $N(1;6;2)$. Biết rằng khoảng cách từ điểm $P(5;0;4)$ đến mặt phẳng (α) đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{|a+b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

A. $S = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

B. $S = \frac{4\sqrt{14}}{7}$.

C. $S = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

D. $S = \frac{10\sqrt{14}}{7}$.

Lời giải

Chọn C.

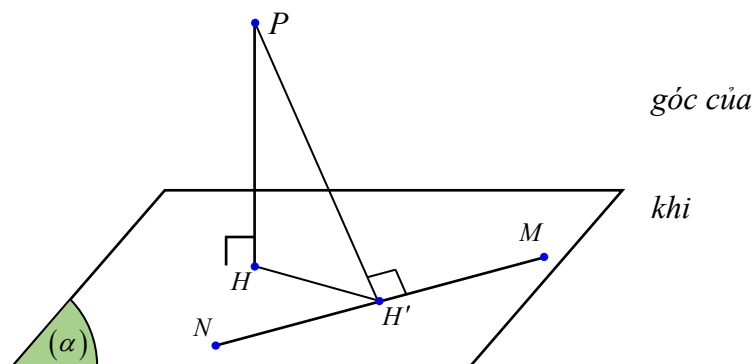
Gọi H , H' lần lượt là hình chiếu vuông góc của P lên (α) , MN .

$$d(P, (\alpha)) = KH \leq KH' \Rightarrow d(P, (\alpha))_{\max}$$

$$KH = KH' \Rightarrow H \equiv H' \text{ hay } (\alpha) \perp PH'.$$

$$\overrightarrow{PM} = (0; 1; -1), \overrightarrow{NP} = (4; -6; 2),$$

$$\overrightarrow{NM} = (4; -5; 1)$$



$$\vec{a} = [\overrightarrow{PM}, \overrightarrow{NP}] = (-4; -4; -4), [\vec{a}, \overrightarrow{NM}] = (-24; -12; 36) = -12(2; 1; -3)$$

Gọi VTPT của (α) là $\vec{n} \Rightarrow \vec{n} = (2; 1; -3)$. Khi đó, phương trình $(\alpha): 2x + y - 3z - 2 = 0$. Suy ra:

$$S = \frac{|a+b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|2+1-3-2|}{\sqrt{2^2+1+(-3)^2}} = \frac{\sqrt{14}}{7}.$$

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; -3)$, $B\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $C(1; 1; 4)$ và $D(5; 3; 0)$.

Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1), (S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua 2 điểm C, D .

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải

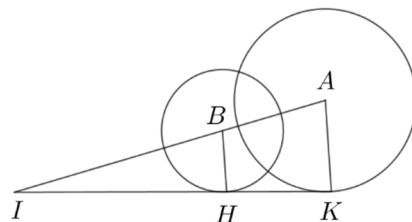
Chọn

A.

Ta có $AB = \frac{3\sqrt{3}}{2} < R_1 + R_2$ nên hai mặt cầu cắt nhau. Gọi

$I = AB \cap (\alpha)$ với (α) là mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán. BH và AK lần lượt vuông góc với (α) tại H và K .

Khi đó I nằm ngoài đoạn AB và $\frac{IB}{IA} = \frac{BH}{AK} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2}$,



suy ra $I(2; 1; 2)$. Giả sử (α) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (a; b; c), a^2 + b^2 + c^2 \neq 0 \Rightarrow$ phương trình $(\alpha): a(x-2) + b(y-1) + c(z-2) = 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} d[A, (\alpha)] = 3 \\ (\alpha) // CD \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{|-a+b-5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 3 \\ (c+a)^2 = a^2 + (2c-2a)^2 + c^2 \\ b = 2c-2a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2c, b = -2c \\ a = \frac{1}{2}c, b = c \end{cases} \Rightarrow \text{chọn } \vec{n} = (2; -2; 1) \text{ hoặc } \vec{n} = (1; 2; 2).$$

$\Rightarrow (\alpha): 2x - 2y + z - 4 = 0$ hoặc $(\alpha): x + 2y + 2z - 8 = 0$. Vì (α) song song với CD nên D không thuộc $(\alpha) \Rightarrow (\alpha): x + 2y + 2z - 8 = 0$. Như vậy có 1 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Một người gửi tiết kiệm ngân hàng, mỗi tháng gửi 1 triệu đồng, với lãi suất kép 1% trên tháng. Gửi được hai năm 3 tháng người đó có công việc nên đã rút toàn bộ gốc và lãi về. Số tiền người đó được rút là

A. $101 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng

B. $101 \cdot [(1,01)^{26} - 1]$ triệu đồng

C. $100 \cdot [(1,01)^{27} - 1]$ triệu đồng

D. $100 \cdot [(1,01)^6 - 1]$ triệu đồng

Lời giải

Chọn A

Phương pháp: Quy bài toán về tính tổng cấp số nhân, rồi áp dụng công thức tính tổng cấp số nhân: Dãy $U_1; U_2; U_3; \dots; U_n$ được gọi là 1 CSN có công bội q nếu: $U_k = U_{k-1}q$

Tổng n số hạng đầu tiên: $s_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q}$

+ Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân

Cách giải: + Gọi số tiền người đó gửi hàng tháng là $a = 1$ triệu

+ Đầu tháng 1: người đó có a

Cuối tháng 1: người đó có $a(1+0,01) = a.1,01$

+ Đầu tháng 2 người đó có: $a + a.1,01$

Cuối tháng 2 người đó có: $1,01(a + a.1,01) = a(1,01 + 1,01^2)$

+ Đầu tháng 3 người đó có: $a(1 + 1,01 + 1,01^2)$

Cuối tháng 3 người đó có: $a(1 + 1,01 + 1,01^2) \cdot 1,01 = a(1 + 1,01^2 + 1,01^3)$

....

+ Đến cuối tháng thứ 27 người đó có: $a(1 + 1,01 + 1,01^2 + \dots + 1,01^{27})$

Ta cần tính tổng: $a(1 + 1,01 + 1,01^2 + \dots + 1,01^{27})$

Áp dụng công thức cấp số nhân trên với công bội là $1,01$ ta được $\frac{1-1,01^{27}}{1-0,01} = 100 \cdot (1,01^{27} - 1)$ triệu đồng.

Câu 46: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE . Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng.

A. $\frac{7}{6}$.

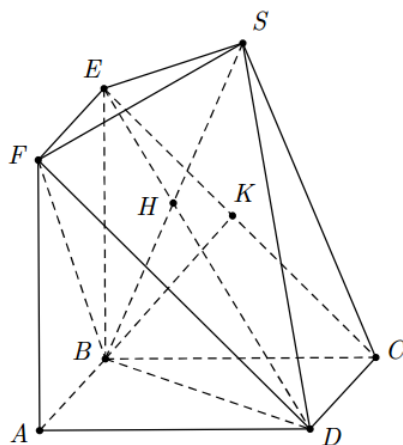
B. $\frac{11}{12}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng $H = BS \cap DE$, thì H là trung điểm BS .

Ta chia khối đa diện đã cho thành hai phần: khối chóp $S.CDFE$ và khối lăng trụ $ADF.BCE$.

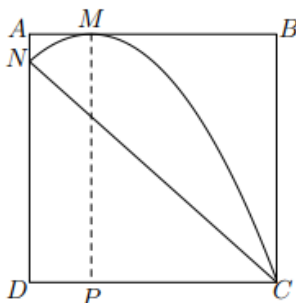
$$+) V_{ADF.BCE} = AB \cdot \frac{1}{2} AF \cdot AD = \frac{1}{2}.$$

$$+) V_{S.CDEF} = \frac{1}{3} d(S; (CDEF)) \cdot S_{CDEF} = \frac{1}{3} d(B; (CDEF)) \cdot S_{CDEF} = \frac{1}{3} \cdot BK \cdot S_{CDEF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{3}$$

Vì kẻ $BK \perp CE$ tại $K \Rightarrow BK \perp (CDEF)$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

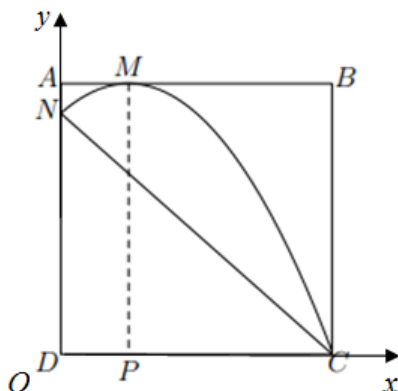
Câu 47: Ông A có một mảnh vườn hình vuông cạnh bằng 8 m. Ông dự định xây một cái bể bơi đặc biệt (như hình vẽ dưới). Biết $AM = \frac{AB}{4}$, phần đường cong đi qua các điểm C, M, N là một phần của đường parabol có trục đối xứng là MP. Biết kinh phí để làm bể bơi là 5 triệu đồng mỗi mét vuông. Chi phí ông A phải trả để hoàn thành bể gần với con số nào dưới đây nhất?



- A. 95.814.000 đồng. B. 90.814.000 đồng. **C. 94.814.000 đồng.** D. 93.814.000 đồng.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ (Gốc $O \equiv D$). Ta có $C(8;0)$, $M(2;8)$.

Gọi phương trình của parabol (P) đi qua các điểm C, M, N là: $y = ax^2 + bx + c$.

$$\text{Parabol (P) đi qua C, M nên } \begin{cases} 64a + 8b + c = 0 & (1) \\ 4a + 2b + c = 8 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Trục đối xứng là MP nên } \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow 4a + b = 0 \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có: } a = -\frac{2}{9}, b = \frac{8}{9}, c = \frac{64}{9} \Rightarrow (P): y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x + \frac{64}{9}.$$

$$\text{Ta có N là giao của trục Oy và parabol (P) nên } N\left(0; \frac{64}{9}\right).$$

Gọi phương trình đường thẳng CN là: $y = mx + n$.

$$\text{Đường thẳng CN đi qua C, N nên } \begin{cases} n = \frac{64}{9} \\ 8m + n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{64}{9} \\ m = -\frac{8}{9} \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường thẳng CN là: $y = -\frac{8}{9}x + \frac{64}{9}$.

$$\text{Diện tích bể bơi là } S = \int_0^8 \left(-\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x + \frac{64}{9} + \frac{8}{9}x - \frac{64}{9} \right) dx = \frac{512}{27} (\text{m}^2).$$

Số tiền ông A phải trả là: $\frac{512}{27} \cdot 5000000 \approx 94814814$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $g(x) = f\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

- A.** $\left(-1; \frac{1}{4}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$. **C.** $\left(1; \frac{5}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } g'(x) = \left(4x - \frac{5}{2}\right) f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{5}{2} = 0 \\ f'\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{8} \\ 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} = -2 \Leftrightarrow x \in \left\{-1; \frac{1}{4}; \frac{5}{8}; 1; \frac{9}{4}\right\} \\ 2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} = 3 \end{cases}$$

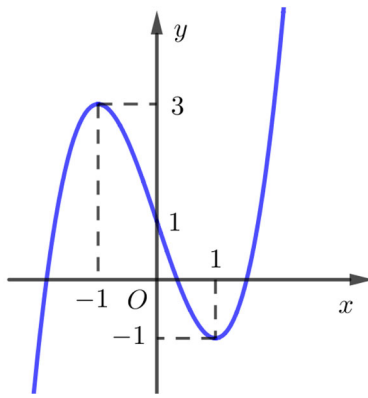
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	1	$\frac{9}{4}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

$$(g'(0) = \frac{-5}{2} f'\left(-\frac{3}{2}\right) > 0 \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{4}\right))$$

Đối chiếu các đáp án, ta **chọn C**.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x) = 3 \sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng



A. -8.

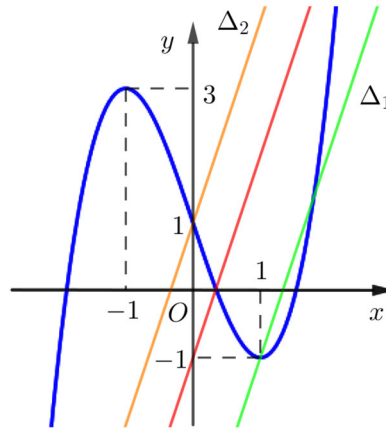
B. -10.

C. -6.

D. -5.

Lời giải

Chọn B



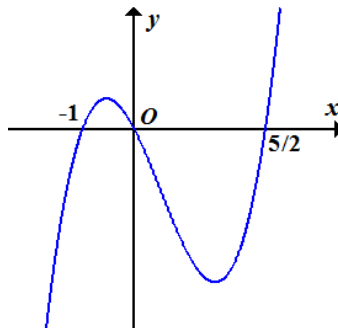
Đặt $t = \sin x$, do $x \in (0; \pi) \Rightarrow \sin x \in (0; 1] \Rightarrow t \in (0; 1]$. PT đã cho trở thành $f(t) = 3t + m$

Gọi Δ_1 là đường thẳng qua điểm $(1; -1)$ và song song với đường thẳng $y = 3x$ có phương trình $y = 3x - 4$.

Gọi Δ_2 là đường thẳng qua điểm $(0; 1)$ và song song với đường thẳng $y = 3x$ có phương trình $y = 3x + 1$

Do đó phương trình $f(\sin x) = 3 \sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = 3t + m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 1] \Leftrightarrow -4 \leq m < 1$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tổng bình phương tất cả các nghiệm của $f(x) = r$.



A. $\frac{25}{4}$.

B. 4.

C. 2.

D. 14.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy $m \neq 0$.

Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q$.

Từ đồ thị suy ra $f'(x) = 2mx(x+1)(2x-5) \Leftrightarrow f'(x) = 4mx^3 - 6mx^2 - 10mx$

Đồng nhất hệ số được $\begin{cases} 3n = -6m \\ 2p = -10m \\ q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2m \\ p = -5m \\ q = 0 \end{cases}$.

Vậy $f(x) = r \Leftrightarrow mx^4 - 2mx^3 - 5mx^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2x - 5 = 0 \end{cases}$.

Do đó tổng bình phương tất cả các nghiệm bằng $2^2 - 2(-5) = 14$.

----- **HẾT** -----