CHƯƠNG 3
NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

KHÓA 2023 - 2024

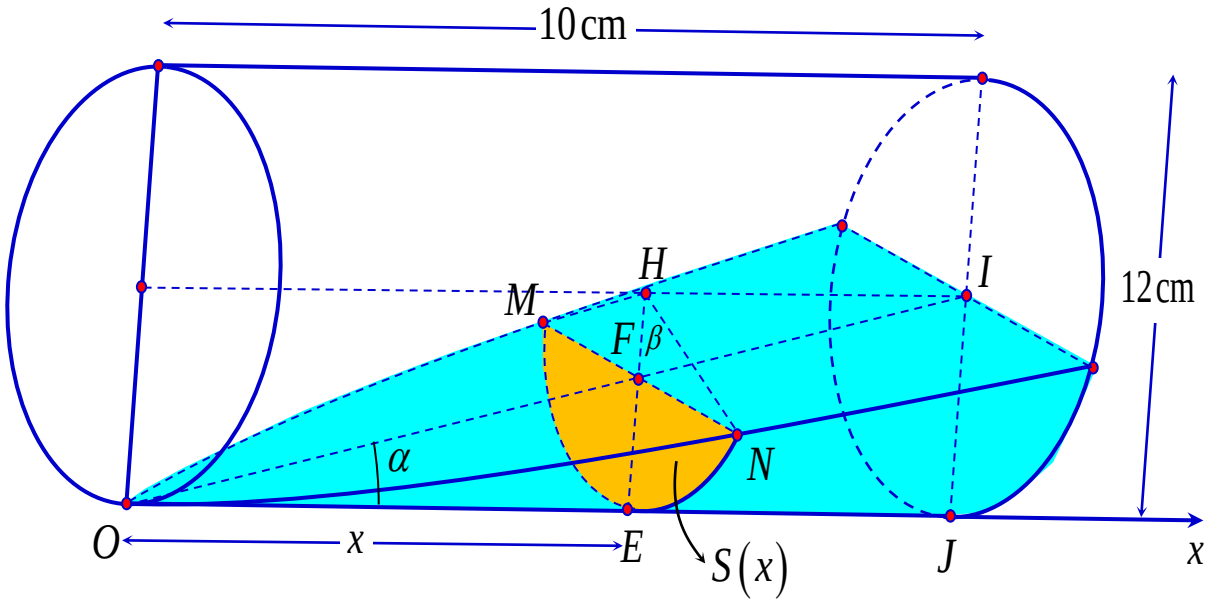




Biên soạn
LÊ MINH TÂM

MỤC LỤC

Chủ đề 01. NGUYÊN HÀM 2
Chủ đề 02. TÍCH PHÂN 44
Chủ đề 03. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN 90



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chủ đề 01. NGUYÊN HÀM

Câu 1: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào nhận giá trị đúng?

A. $\frac{1}{x}+C$ là họ nguyên hàm của $\ln x$ trên $(0;+\infty)$.

B. $3x^2$ là một nguyên hàm của x^3 trên $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số $y=\frac{1}{x}$ có nguyên hàm trên $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số $y=|x|$ có nguyên hàm trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2: Tính nguyên hàm $F(x)=\int\frac{1}{e^x+1}dx$.

A. $F(x)=\ln(1+e^x)-x+c\ (c\in\mathbb{R})$.

B. $F(x)=x-\ln(1+e^x)+c\ (c\in\mathbb{R})$.

C. $F(x)=x+\ln(1+e^x)-1+c\ (c\in\mathbb{R})$.

D. $F(x)=1-\ln(1+e^x)+c\ (c\in\mathbb{R})$.

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x\cos x$ là:

A. $\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

B. $-\sin x\cos x$.

C. $\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

D. $-\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x-2x$ là

A. e^x-2x^2+C.

B. e^x-2+C.

C. e^x-x^2+C.

D. $e^x-\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 5: Tính nguyên hàm $A=\int\frac{1}{x\ln x}dx$ bằng cách đặt $t=\ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $A=\int\frac{1}{t}dt$.

B. $A=\int\frac{1}{t^2}dt$.

C. $A=\int tdt$.

D. $A=\int dt$.

Câu 6: Nguyên hàm của $\int\frac{1}{x}dx$ là?

A. $\frac{1}{x^2}+C$.

B. $-\ln|x|+C$.

C. $x+C$.

D. $\ln|x|+C$.

Câu 7: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-3x+\frac{1}{x}$ là:

A. $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$.

B. $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+\ln x+C$.

C. $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{3}{2}x^2+\ln x+C$.

D. $F(x)=2x-3-\frac{1}{x^2}+C$.

Câu 8: Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$, $k\in\mathbb{R}$.

B. $\int(f(x)+g(x))dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

C. $\int\alpha f(x)dx=\alpha+\int f(x)dx$.

D. $\int f(x).g(x)dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\int x^\alpha dx=\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}$ với $\alpha\neq-1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

B. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$ với $f(x)$; $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)$.

D. $\int kf(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x$ với $k\in\mathbb{R}$.

Câu 10: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x-4x^3$ là:

A. $-\sin x+x^3+C$.
B. $\sin x-x^4+C$.
C. $-\sin x-12x^2+C$.
D. $\sin x-12x^2+C$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+8\sin x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x-8\cos x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3-8\cos x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x+8\cos x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+8\cos x+C$.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^3 x$ là:

A. $\frac{1}{12}\sin 3x+\frac{3}{4}\sin x+C$.
B. $-\frac{1}{12}\sin 3x+\frac{3}{4}\sin x+C$.
C. $\frac{1}{12}\sin 3x-\frac{3}{4}\sin x+C$.
D. $\frac{1}{12}\sin 3x+\frac{3}{4}\sin 2x+C$.

Câu 13: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\cos 2x$ là

A. $\frac{x\sin 2x}{2}+\frac{\cos 2x}{4}+C$.
B. $x\sin 2x-\frac{\cos 2x}{2}+C$.
C. $x\sin 2x+\frac{\cos 2x}{2}+C$.
D. $\frac{x\sin 2x}{2}-\frac{\cos 2x}{4}+C$.

Câu 14: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{4}{\cos^2 x}$.

A. $F(x)=\frac{4x}{\sin^2 x}$.
B. $F(x)=4\tan x$.
C. $F(x)=4x+\frac{4}{3}\tan^3 x$.
D. $F(x)=4+\tan x$.

Câu 15: Khi tính nguyên hàm $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int\left(u^2-3\right)\mathrm{d}u$.
B. $\int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.
C. $\int 2u\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.
D. $\int\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.

Câu 16: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+3$ là

A. x^3+3x+C.
B. $\frac{x^2}{2}+3x+C$.
C. x^2+3+C.
D. $\frac{x^3}{3}+3x+C$.

Câu 17: $I=\int\frac{(x+1)}{\sqrt{x^2+2x+3}}\mathrm{d}x$ bằng phương pháp đặt $t=\sqrt{x^2+2x+3}$.

A. $F(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+2x+3}+C$.
B. $F(x)=\ln\frac{|x+1|}{\sqrt{x^2+2x+3}}+C$.
C. $F(x)=\sqrt{x^2+2x+3}+C$.
D. $F(x)=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+2x+3\right)+C$.

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2x-1}}$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+1}+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{2x+1}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}}+C$.

Câu 19: Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\alpha.x^{\alpha-1}+C$.
B. $\int \mathrm{d}x=x+C$
C. $\int 0\mathrm{d}x=C$.
D. $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$.

Câu 20: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+e^x+C$ thì $f(x)$ bằng:
A. $f(x)=x^2+e^x$.
B. $f(x)=\frac{x^4}{3}+e^x$.
C. $f(x)=\frac{x^4}{12}+e^x$.
D. $f(x)=3x^2+e^x$.

Câu 21: Tìm nguyên hàm $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{e^x}$. Bằng cách đặt $t=e^x$, chọn mệnh đề đúng
A. $I=-e^x+C$.
B. $I=e^x+C$.
C. $I=\frac{1}{e^x}+C$.
D. $I=-\frac{1}{e^x}+C$.

Câu 22: Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=(\alpha+1).x^{\alpha+1}+C$.
B. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha}}{\ln\alpha}+C$.
C. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$
D. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=x^{\alpha}.\ln\alpha+C$.

Câu 23: Hàm số $F(x)=\frac{1}{3}x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên $(-\infty;+\infty)$?
A. $f(x)=x^2$.
B. $f(x)=x^3$.
C. $f(x)=\frac{1}{4}x^4$.
D. $f(x)=3x^2$.

Câu 24: Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x)=\ln|x|$?
A. $f(x)=x$.
B. $f(x)=|x|$.
C. $f(x)=\frac{x^3}{2}$.
D. $f(x)=\frac{1}{x}$.

Câu 25: Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C$.
B. $\int a^x\mathrm{d}x=xa^{x-1}+C$.
C. $\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^{x+1}}{x+1}+C$.
D. $\int a^x\mathrm{d}x=a^x.\ln a+C$.

Câu 26: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{x}+\ln x+C$ thì $f(x)$ là
A. $f(x)=-\frac{1}{x^2}+\ln x+C$.
B. $f(x)=\frac{x-1}{x^2}$.
C. $f(x)=-\sqrt{x}+\frac{1}{x}+\ln x+C$.
D. $f(x)=\sqrt{x}+\ln x+C$.

Câu 27: Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì khẳng định nào sau đây đúng?
A. $F'(x)=f(x)$.
B. $F(x)=f(x)+C$.
C. $f'(x)=F(x)$.
D. $F(x)=f(x)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 28: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + C$.
B. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\tan x + C$.
C. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = \tan x + C$.
D. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = \cot x + C$.

Câu 29: Hàm số $f(x) = (x+1)\sin x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = -(x+1)\cos x + \sin x + C$
B. $F(x) = (x+1)\cos x + \sin x + C$
C. $F(x) = -(x+1)\cos x - \sin x + C$
D. $F(x) = -(x+1)\cos x - \sin x + C$

Câu 30: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 2x$, biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

A. $F(x) = \frac{-1}{2}\cos 2x + \frac{\pi}{6}$.
B. $F(x) = \frac{-1}{2}\cos 2x$.
C. $F(x) = \cos^2 x - \frac{1}{4}$.
D. $F(x) = \sin^2 x - \frac{1}{4}$.

Câu 31: Tính $\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx$?

A. $x - \cos x + C$.
B. $x + 2\cos x + C$.
C. $\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^3 + C$.
D. $x + \cos x + C$.

Câu 32: Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = xe^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$ là:

A. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 1$
B. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 2$
C. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1$
D. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 2$

Câu 33: Cho hàm số $y = x\sqrt{1+x^2}$. Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$. Tính $I = \int \left(x\sqrt{1+x^2}\right)dx$.

A. $\frac{x^2}{2}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3 + C$.
B. $\frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3 + C$.
C. $\frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^6 + C$.
D. $\frac{x^2}{2}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2 + C$.

Câu 34: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$.

A. $F(x) = x^3$
B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2$
C. $F(x) = \frac{x^3}{2} + 2$
D. $F(x) = 2.\frac{x^3}{3}$

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4+3}{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.
B. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.
C. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$.
D. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$.

Câu 36: Tính $\int (x-1)e^x dx$.

A. $(x-1)e^x + e^x + C$.
B. $(x-2)e^x + C$.
C. $xe^x - e^x + C$.
D. $xe^x + C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 37: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^{2x}$.

A. $\int 5^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{25^x}{2\ln 5}+C$.
B. $\int 5^{2x}\mathrm{d}x=2.5^{2x}\ln 5+C$.
C. $\int 5^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{25^{x+1}}{x+1}+C$.
D. $\int 5^{2x}\mathrm{d}x=2.\dfrac{5^{2x}}{\ln 5}+C$.

Câu 38: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan^2 x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x-x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\tan x+C$.

Câu 39: Xét $I=\int \dfrac{1}{3+\sqrt{2x+1}}dx$, đặt $u=\sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=u-3\ln 3+C$.
B. $I=u-3+C$.
C. $I=u-3\ln(3+u)+C$.
D. $I=u-3\ln u+C$.

Câu 40: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.
B. $\int f'(x)\mathrm{d}x=a.f(ax+b)+C$.
C. $\int f'(ax+b)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}.f(x)+C$.
D. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f''(x)+C$.

Câu 41: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$ là

A. $x-4\ln|x+1|+C$.
B. $\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{4}{x+1}+C$.
C. $x-\dfrac{4}{x+1}+C$.
D. $x+\dfrac{4}{x+1}+C$.

Câu 42: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\dfrac{1}{x}$ là

A. $x^3+\ln x+C$.
B. $6x+\ln|x|+C$.
C. $x^3-\dfrac{1}{x^2}+C$.
D. $x^3+\ln|x|+C$.

Câu 43: Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 5x\sin 2x$ thì:

A. $F(x)=\dfrac{\cos 3x}{6}+\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.
B. $F(x)=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\sin 7x}{14}+C$.
C. $F(x)=\dfrac{\cos 3x}{6}-\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.
D. $F(x)=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.

Câu 44: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+3}$ là.

A. $2\ln|2x+3|+C$
B. $\dfrac{1}{2}\ln|2x+3|+C$
C. $\ln|2x+3|+C$
D. $\dfrac{1}{2}\ln(2x+3)+C$

Câu 45: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x)=-f(x),\forall x\in K$.
B. $f'(x)=-F(x),\forall x\in K$.
C. $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.
D. $f'(x)=F(x),\forall x\in K$.

Câu 46: Nguyên hàm $\int \sin^2 2x\mathrm{d}x$ là

A. $\dfrac{1}{3}\sin^3 2x+C$.
B. $\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{8}\sin 4x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 4x+C$. **D.** $\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}\sin 4x+C$.

Câu 47: Tính $\int x\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{2}x\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$. **B.** $-\frac{1}{2}x\cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x+C$

C. $-x\cos 2x+\sin 2x+C$. **D.** $-\frac{1}{2}x\cos 2x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Câu 48: Xét $I=\int x^3\left(4x^4-3\right)^5\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt $u=4x^4-3$, khẳng định nào sau đây đúng.

A. $I=\int u^5\,\mathrm{d}u$. **B.** $I=\frac{1}{12}\int u^5\mathrm{d}u$. **C.** $I=\frac{1}{16}\int u^5\mathrm{d}u$. **D.** $I=\frac{1}{4}\int u^5\mathrm{d}u$.

Câu 49: Họ nguyên hàm $\int\frac{x-1}{x^2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+C$. **B.** $\ln|x|+\frac{1}{x}+C$. **C.** $\ln|x|-\frac{1}{x}+C$. **D.** $-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}+C$.

Câu 50: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int\ln x\mathrm{d}x=\frac{1}{x}+C$. **B.** $\int\cos x\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

C. $\int a^x\mathrm{d}x=a^x+C$. **D.** $\int\sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

Câu 51: Nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x+\frac{1}{x}$ là

A. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln x+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{1}{x^2}+C$.

C. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Câu 52: Tìm nguyên hàm $\int x\left(x^2+7\right)^{15}\mathrm{d}x$ bằng phương pháp đặt $t=x^2+7$.

A. $\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C$. **B.** $-\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C$.

C. $\frac{1}{16}\left(x^2+7\right)^{16}+C$. **D.** $\frac{1}{2}\left(x^2+7\right)^{16}+C$.

Câu 53: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{5x-2}$.

A. $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$. **B.** $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln|5x-2|+C$.

C. $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=-\frac{1}{2}\ln|5x-2|+C$. **D.** $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$.

Câu 54: Tính tích phân $I=\int_{-1}^{0}x(x+1)^{2018}\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $-\frac{1}{2018}$. **B.** $\frac{1}{2018}$. **C.** $\frac{1}{4078380}$. **D.** $-\frac{1}{4078380}$.

Câu 55: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x-1}$. Biết $F(1)=2$. Giá trị $F(2)$ là

A. $F(2)=2\ln 3-2$. **B.** $F(2)=\frac{1}{2}\ln 3+2$. **C.** $F(2)=\ln 3+2$. **D.** $F(2)=\frac{1}{2}\ln 3-2$.

Câu 56: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khi đó với $a\neq 0$, a, b là hằng số ta có $\int f(ax+b)\mathrm{d}x$ bằng.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a+b}F(ax+b)+C$. **B.** $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=F(ax+b)+C$.

C. $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=aF(ax+b)+C$. **D.** $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}F(ax+b)+C$.

Câu 57: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \sin x\mathrm{d}x=\sin x+C$. **B.** $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$.

C. $\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$. **D.** $\int \sin x\mathrm{d}x=-\sin x+C$

Câu 58: Hàm số $f(x)=xe^x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x)=e^x(x-1)+C$ **B.** $F(x)=x^2\frac{1}{x+1}e^{x+1}+C$

C. $F(x)=x^2e^x+C$ **D.** $F(x)=xe^x+e^x+C$

Câu 59: Nguyên hàm của $f(x)=e^{5x}$ là?

A. $e^{5x}+C$. **B.** $\frac{1}{5}e^{-5x}+C$. **C.** $e^{-5x}+C$. **D.** $\frac{1}{5}e^{5x}+C$.

Câu 60: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=5^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=5^x\ln 5+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 61: Cho hàm số $F(x)$ F(x)là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm khẳng định **sai**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$. **B.** $\left(\int f(x)dx\right)'=f'(x)$

C. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)$. **D.** $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=F'(x)$

Câu 62: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+\sin x$ là:

A. $e^x+\cos x+C$. **B.** $e^x+\sin x+C$. **C.** $e^x-\cos x+C$. **D.** $e^x-\cos x$.

Câu 63: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=(3x+2)e^{3x+2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{3x+2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{3x+2}+C$.

Câu 64: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3}{\sqrt{x}}+x^{2018}$ là

A. $2\sqrt{x^3}+\frac{x^{2019}}{2019}+C$. **B.** $\frac{3}{2\sqrt{x}}+6054x^{2017}+C$.

C. $\frac{6}{\sqrt{x}}+\frac{x^{2019}}{673}+C$. **D.** $6\sqrt{x}+\frac{x^{2019}}{2019}+C$.

Câu 65: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4+2$ là

A. x^5+2. **B.** $\frac{1}{5}x^5+2x+C$. **C.** x^5+2x+C. **D.** $10x+C$.

Câu 66: Tính $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x}}$ bằng phương pháp đặt $u=\sqrt{1-x}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{2}{\sqrt{1-x}}+C$. **B.** $\sqrt{1-x}+C$. **C.** $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$. **D.** $-2\sqrt{1-x}+C$.

Câu 67: Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int dx=1+C$. **B.** $\int dx=x^2+C$. **C.** $\int dx=x+C$. **D.** $\int dx=C$.

Câu 68: Cho hàm số $F(x)$ F(x)là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $f'(x)=F(x)$. **B.** $F(x)=f(x)+C$. **C.** $F'(x)=f(x)$. **D.** $F(x)=f(x)$.

Câu 69: Tính $\int x\cos x dx$.

A. $x\sin x-\cos x+C$. **B.** $x\sin x+\sin x+C$.

C. $x\sin x+\cos x+C$. **D.** $x\sin x-\sin x+C$.

Câu 70: Nguyên hàm của $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$ là

A. $\frac{-\sqrt{x}}{2}+C$. **B.** $\frac{\sqrt{x}}{2}+C$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{x}}+C$. **D.** $\frac{-2}{\sqrt{x}}+C$.

Câu 71: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{1-2x}$ là

A. $\int f(x)dx=-2\ln|1-2x|+C$. **B.** $\int f(x)dx=2\ln|1-2x|+C$.

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{2}\ln|1-2x|+C$. **D.** $\int f(x)dx=\ln|1-2x|+C$.

Câu 72: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x-1)e^x$ là

A. $(2x-3)e^x+C$. **B.** $(2x+1)e^x+C$. **C.** $(2x-1)e^x+C$. **D.** $(2x+3)e^x+C$.

Câu 73: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{5x+4}$ là

A. $\frac{1}{\ln 5}\ln|5x+4|+C$. **B.** $\frac{1}{5}\ln|5x+4|+C$.

C. $\frac{1}{5}\ln(5x+4)+C$. **D.** $\ln|5x+4|+C$.

Câu 74: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}$.

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{3}\left(\sin^3\frac{x}{2}-\cos^3\frac{x}{2}\right)+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\sin x+C$.

C. $\int f(x)dx=\sin x+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{2}{3}\left(\sin^3\frac{x}{2}-\cos^3\frac{x}{2}\right)+C$.

Câu 75: Hàm số $F(x)=e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x)=x^3.e^{x^3-1}$. **B.** $f(x)=3x^2.e^{x^3}$. **C.** $f(x)=\frac{e^{x^3}}{3x^2}$. **D.** $f(x)=e^{x^3}$.

Câu 76: Công thức nguyên hàm nào sau đây là công thức **sai**?

A. $\int\frac{dx}{x}=\ln x+C$. **B.** $\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C\ (\alpha\neq-1)$.

C. $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C\ (0<a\neq 1)$. **D.** $\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 77: Tính tích phân $I=\int_0^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x+1}}$ ta được kết quả:

A. $\frac{76}{15}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{15}{76}$. **D.** $\frac{36}{5}$.

Câu 78: Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **sai**?

A. $\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$, ($C$ là hằng số). **B.** $\int dx=x+C$, (C là hằng số).

C. $\int x^{\alpha}dx=\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}+C$, ($C$ là hằng số). **D.** $\int 0dx=C$, (C là hằng số).

Câu 79: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\int(\sin 2x-\cos 3x)dx$.

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{3}\sin 3x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{3}\sin 3x+C$.

C. $\int f(x)dx=\cos 2x+\sin 3x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos 2x-\sin 3x+C$.

Câu 80: Tìm nguyên hàm $F(x)=\int(x+\sin x)dx$ biết $F(0)=1$.

A. $F(x)=\frac{1}{2}x^2-\cos x+2$ **B.** $F(x)=x^2-\cos x+20$.

C. $F(x)=x^2+\cos x+20$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}x^2-\cos x$.

Câu 81: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{4x-3}$

A. $\int \frac{2}{4x-3}dx=\frac{1}{4}\ln|4x-3|+C$. **B.** $\int \frac{2}{4x-3}dx=2\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C$.

C. $\int \frac{2}{4x-3}dx=\frac{1}{2}\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C$. **D.** $\int \frac{2}{4x-3}dx=2\ln|4x-3|+C$.

Câu 82: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3-\frac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $F(x)=3x+\cot x+C$. **B.** $F(x)=3x-\cot x+C$.

C. $F(x)=3x-\tan x+C$. **D.** $F(x)=3x+\tan x+C$.

Câu 83: Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int \tan x\,dx=-\frac{1}{\cos^2 x}+C$. **B.** $\int \tan x\,dx=\frac{1}{\cos^2 x}+C$.

C. $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+C$. **D.** $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=-\tan x+C$

Câu 84: Biết $\int x\cos 2x dx=ax\sin 2x+b\cos 2x+C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab?

A. $ab=-\frac{1}{4}$. **B.** $ab=-\frac{1}{8}$. **C.** $ab=\frac{1}{8}$. **D.** $ab=\frac{1}{4}$.

Câu 85: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$ là:

A. $\cos 3x+C$. **B.** $-\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **C.** $\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **D.** $-\cos 3x+C$.

Câu 86: Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai

A. $\int f'(x)f^2(x)dx=\frac{f^3(x)}{3}+C$. **B.** $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

C. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số). **D.** $\int\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 87: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(2x+1)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos(2x+1)+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos(2x+1)+C$.

Câu 88: Tính tích phân $I=\int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}.\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{116}{135}$. **C.** $-\frac{116}{135}$. **D.** $-\frac{4}{5}$.

Câu 89: Cho $I=\int_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sqrt{1-x^2}$ thì I bằng

A. $\int_0^1 t(1-t^2)\mathrm{d}t$ **B.** $\int_1^0 t(1-t)\mathrm{d}t$ **C.** $\int_0^1 t^2(1-t^2)^2\mathrm{d}t$ **D.** $\int_1^0 (t^4-t^2)\mathrm{d}t$

Câu 90: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 4x$.

A. $\frac{\sin 4x}{4}+C$ **B.** $\frac{\sin 4x}{2}+C$ **C.** $\frac{\cos 4x}{4}+C$ **D.** $\frac{-\sin 4x}{4}+C$

Câu 91: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4-x^2$.

A. $\frac{x^3}{3}-x+C$. **B.** $4x^3-2x+C$. **C.** $\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{3}x^3+C$. **D.** x^5-x^3+C.

Câu 92: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(1+\sin x)$ là

A. $\frac{x^2}{2}-x\cos x-\sin x+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}-x\cos x+\sin x+C$.

C. $\frac{x^2}{2}-x\sin x+\cos x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}-x\sin x-\cos x+C$.

Câu 93: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^{-x}$. Tính $F(x)$ biết $F(0)=1$.

A. $F(x)=(x+1)e^{-x}+2$. **B.** $F(x)=-(x+1)e^{-x}+2$.

C. $F(x)=-(x+1)e^{-x}+1$. **D.** $F(x)=(x+1)e^{-x}+1$.

Câu 94: Cho hàm số $f(x)=2^{\sqrt{x}}\frac{\ln 2}{\sqrt{x}}$. Khi đặt $t=\sqrt{x}$ ta được:

A. $\frac{2^t.\ln 2}{t}+C$. **B.** 2.2^t+C. **C.** -2.2^t+C. **D.** $\ln 2.2^t+C$.

Câu 95: Họ các nguyên hàm của $f(x)=x\ln x$ là

A. $\frac{x^2}{2}\ln x+\frac{1}{4}x^2+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{1}{4}x^2+C$.

C. $x\ln x+\frac{1}{2}x+C$. **D.** $x^2\ln x-\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 96: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int\cos(2\ln x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{x\left[\cos(2\ln x)-2\sin(2\ln x)\right]}{5}+C$. **B.** $I=\frac{x\left[2\cos(2\ln x)-\sin(2\ln x)\right]}{5}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $I=\dfrac{x\left[2\cos\left(2\ln x\right)+\sin\left(2\ln x\right)\right]}{5}+C$. **D.** $I=\dfrac{x\left[\cos\left(2\ln x\right)+2\sin\left(2\ln x\right)\right]}{5}+C$.

Câu 97: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}$ và $F(0)=2$. Hãy tính $F(-1)$.

A. $\dfrac{15}{\mathrm{e}}-4$. **B.** $4-\dfrac{10}{\mathrm{e}}$. **C.** $6-\dfrac{15}{\mathrm{e}}$. **D.** $\dfrac{10}{\mathrm{e}}$.

Câu 98: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **C.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

Câu 99: Nguyên hàm của hàm số $I=\int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x-\cos x\right)}{2}+C$. **B.** $I=\mathrm{e}^x\left(\sin x+\cos x\right)+C$.

C. $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\cos x-\sin x\right)}{2}+C$. **D.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x+\cos x\right)}{2}+C$.

Câu 100: Nguyên hàm của hàm số $I=\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\cos x-\sin x\right)}{2}+C$. **B.** $I=\mathrm{e}^x\left(\sin x-\cos x\right)+C$.

C. $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x-\cos x\right)}{2}+C$. **D.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x+\cos x\right)}{2}+C$.

Câu 101: Tìm nguyên hàm $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{1+e^x}$ bằng cách đặt $t=e^x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $I=\ln|t|-\ln|t+1|+C$. **B.** $I=\ln|1-t|+C$.

C. $I=\ln|t|+\ln|t+1|+C$. **D.** $I=\ln|t+1|+C$.

Câu 102: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^{x+\ln 10}$ biết $F(1)=e$.

A. $F(x)=11e-10e^x$. **B.** $F(x)=e^x$.

C. $F(x)=\dfrac{e^x}{10}+\dfrac{9e}{10}$. **D.** $F(x)=10e^x-9e$.

Câu 103: Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 5x\sin 2x$ thì:

A. $F(x)=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\sin 7x}{14}+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{\cos 3x}{6}+\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.

C. $F(x)=\dfrac{\cos 3x}{6}-\dfrac{\cos 7x}{14}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.

Câu 104: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(5x+1)\mathrm{e}^x$ và $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

A. $F(1)=11\mathrm{e}-3$. **B.** $F(1)=\mathrm{e}+2$. **C.** $F(1)=\mathrm{e}+7$. **D.** $F(1)=\mathrm{e}+3$.

Câu 105: Nguyên hàm $\int\sin^2 2x\mathrm{d}x$ là

A. $\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{8}\sin 4x+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\sin^3 2x+C$.

C. $\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}\sin 4x+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{8}\sin 4x+C$.

Câu 106: Cho hàm $f(x)$ thoả mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f(x)=3x+5\cos x+2$. **B.** $f(x)=3x+5\cos x+5$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $f(x)=3x-5\cos x+2$. **D.** $f(x)=3x-5\cos x+15$.

Câu 107: Biết là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^{\frac{x}{2}}$ và $f(0)=-1$. Tính $F(4)$

A. $F(4)=\frac{7}{4}e^2-\frac{3}{4}$. **B.** $F(4)=4e^2+3$. **C.** $F(4)=3$. **D.** $F(4)=4e^2-3$.

Câu 108: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2-3x)(x+1)$ là

A. $\frac{x^4}{4}+\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+C$. **B.** $-\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+C$.

C. $\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+C$. **D.** $\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2$.

Câu 109: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int e^{2x}\cos 2x\,dx$.

A. $I=\frac{e^{2x}(\sin 2x+\cos 2x)}{4}+C$. **B.** $I=\frac{e^{2x}(\sin 2x-\cos 2x)}{4}+C$.

C. $I=\frac{e^{2x}(\cos 2x-\sin 2x)}{4}+C$. **D.** $I=\frac{e^{2x}(2\sin 2x+\cos 2x)}{4}+C$.

Câu 110: Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.

A. $F_1(x)=\frac{x^2-x-1}{x+1}$. **B.** $F_3(x)=\frac{x^2+x+1}{x+1}$.

C. $F_2(x)=\frac{x^2+x-1}{x+1}$. **D.** $F_4(x)=\frac{x^2}{x+1}$.

Câu 111: $\int\frac{(x+1)^2}{x^2}dx$ bằng

A. $x+2\ln|x|+\frac{1}{x}+C$. **B.** $x-2\ln|x|+\frac{1}{x}+C$.

C. $x+2\ln|x|-\frac{1}{x}+C$. **D.** $x-2\ln|x|-\frac{1}{x}+C$.

Câu 112: Để hàm số $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$ thì giá trị của tham số m là

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Câu 113: $F(x)=(ax^3+bx^2+cx+d)e^{-x}+2018e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(-2x^3+3x^2+7x-2)e^{-x}$. Khi đó:

A. $a+b+c+d=6$. **B.** $a+b+c+d=5$. **C.** $a+b+c+d=7$. **D.** $a+b+c+d=4$.

Câu 114: Nguyên hàm $\int\frac{x^2-x+1}{x-1}dx$ bằng

A. $x+\frac{1}{x-1}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+\ln|x-1|+C$. **C.** $1-\frac{1}{(x-1)^2}+C$. **D.** $x^2+\ln|x-1|+C$.

Câu 115: Tìm các hàm số $f(x)$ biết $f'(x)=\frac{\cos x}{(2+\sin x)^2}$.

A. $f(x)=-\frac{1}{2+\sin x}+C$. **B.** $f(x)=\frac{\sin x}{2+\sin x}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $f(x)=\dfrac{\sin x}{(2+\sin x)^2}+C$.

D. $f(x)=\dfrac{1}{2+\cos x}+C$.

Câu 116: Họ nguyên hàm của hàm số $y=3x(x+\cos x)$ là

A. $x^3+3(x\sin x+\cos x)+C$

B. $x^3+3(x\sin x-\cos x)+C$

C. $x^3-3(x\sin x+\cos x)+C$

D. $x^3-3(x\sin x-\cos x)+C$

Câu 117: Tính $\int(3\cos x-3^x)\mathrm{d}x$.

A. $3\sin x+\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

B. $3\sin x-\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

C. $-3\sin x+\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

D. $-3\sin x-\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 118: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Khi đó $F(3)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$.

B. $\ln 2$.

C. $\ln 2+1$.

D. $\ln\dfrac{3}{2}$.

Câu 119: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4x+3}$ là

A. $\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-3}{x-1}\right|+C$.

B. $\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-3}{x+1}\right|+C$.

C. $-\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-3}{x-1}\right|+C$.

D. $\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x+3}{x+1}\right|+C$.

Câu 120: Cho hàm số $F(x)$ thỏa mãn $F'(x)=3-5\cos x$ và $F(0)=5$. Mệnh đề nào đúng?

A. $F(x)=3x+5\sin x+2$.

B. $F(x)=3x-5\sin x-5$.

C. $F(x)=3x-5\sin x+5$.

D. $F(x)=3x+5\sin x+5$.

Câu 121: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)=\sin 2x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{3}{4}$.

B. $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}$.

C. $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=0$.

D. $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{5}{4}$.

Câu 122: Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{2x^4+3}{x^2}$. Khi đó

A. $F(x)=\dfrac{2x^3}{3}+\dfrac{3}{x}+C$.

B. $F(x)=\dfrac{2x^3}{3}-3\ln|x|+C$.

C. $F(x)=\dfrac{2x^3}{3}+3\ln x+C$.

D. $F(x)=\dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{3}{x}+C$.

Câu 123: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=|3x^2+2x+5|$ là

A. $F(x)=x^3+x^2+C$.

B. $F(x)=x^3+x^2+5$.

C. $F(x)=x^3+x+C$.

D. $F(x)=x^3+x^2+5x+C$.

Câu 124: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2\dfrac{x}{2}-\cos^2\dfrac{x}{2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\left(\sin^3\dfrac{x}{2}-\cos^3\dfrac{x}{2}\right)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}\left(\sin^3\dfrac{x}{2}-\cos^3\dfrac{x}{2}\right)+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 125: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}+1\right)^2}, x>0$ bằng cách đặt $t=2\sqrt{x}+1$ là:

A. $\dfrac{1}{2t}+C.$ **B.** $-\dfrac{1}{2t}+C.$ **C.** $I=\dfrac{1}{t}+C$ **D.** $I=-\dfrac{1}{t}+C$

Câu 126: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin 2x}{1+\cos x}$ Khi đặt $u=1+\cos x$ ta được:

A. $-2u+2\ln|u|+C$. **B.** $-u+\ln|u|+C$. **C.** $\ln|u|+C$. **D.** $-2u-2\ln|u|+C$.

Câu 127: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int\cos(\ln x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{x\left[\cos(\ln x)+\sin(\ln x)\right]}{2}+C$. **B.** $I=\dfrac{x\left[2\cos(\ln x)+\sin(\ln x)\right]}{2}+C$.

C. $I=\dfrac{x\left[\sin(\ln x)-\cos(\ln x)\right]}{2}+C$. **D.** $I=\dfrac{x\left[\cos(\ln x)-\sin(\ln x)\right]}{2}+C$.

Câu 128: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan^2 x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\tan x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x-x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+x+C$.

Câu 129: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int \mathrm{e}^x.\sin 2x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x\left(2\sin 2x-\cos 2x\right)+C$. **B.** $I=\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x\left(\sin 2x-2\cos 2x\right)+C$.

C. $I=\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x\left(\sin 2x+2\cos 2x\right)+C$. **D.** $I=\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x\left(\sin 2x+\cos 2x\right)+C$.

Câu 130: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-2x+1$ là

A. $-\cos x-x^2+x$. **B.** $-\cos x-x^2+x+C$.

C. $-\cos x-\dfrac{x^2}{2}+x+C$ **D.** $\cos x-x^2+x+C$.

Câu 131: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=1+\tan^2\dfrac{x}{2}$ là

A. $2\tan\dfrac{x}{2}+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\tan\dfrac{x}{2}+C$. **C.** $-2\tan\dfrac{x}{2}+C$. **D.** $\tan\dfrac{x}{2}+C$.

Câu 132: Nguyên hàm của $\int|2x+3|\mathrm{d}x$ là.

A. $\begin{cases}x^2+3x+C_1 \ khi\ x\ge-\dfrac{3}{2}\\ -x^2-3x+C_2 \ khi\ x<-\dfrac{3}{2}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x^2+3x+C_1 \ khi\ x\ge\dfrac{3}{2}\\ -x^2-3x+C_2 \ khi\ x<\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

C. $\begin{cases}\dfrac{x^2}{2}+3x+C_1 \ khi\ x\ge-\dfrac{3}{2}\\ \dfrac{-x^2}{2}-3x+C_2 \ khi\ x<-\dfrac{3}{2}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x^2+3x+C_1 \ khi\ x\ge-\dfrac{3}{2}\\ -x^2+3x+C_2 \ khi\ x<-\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\cos x$ và $f(0)=5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=3x+5\sin x+5$. **B.** $f(x)=3x-5\sin x-5$.

C. $f(x)=3x+5\sin x+2$. **D.** $f(x)=3x-5\sin x+5$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 134: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(2017-\dfrac{2018e^{-x}}{x^5}\right)$.

A. $\int f(x)dx=2017e^x+\dfrac{2018}{x^4}+C$.
B. $\int f(x)dx=2017e^x+\dfrac{504,5}{x^4}+C$.
C. $\int f(x)dx=2017e^x-\dfrac{504,5}{x^4}+C$.
D. $\int f(x)dx=2017e^x-\dfrac{2018}{x^4}+C$.

Câu 135: Biết $F(x)=e^x-2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $f(1)+f(0)$.

A. $e-2$. **B.** $e-3$. **C.** $e-4$. **D.** $2e-2$.

Câu 136: Biết $\int\dfrac{x+1}{(x-1)(2-x)}dx=a.\ln|x-1|+b.\ln|x-2|+C$. Giá trị của biểu thức $a+b$ bằng

A. $a+b=1$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a+b=-1$. **D.** $a+b=-5$.

Câu 137: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln(x+2)$.

A. $\int f(x)dx=\dfrac{x^2}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2+4x}{4}+C$.
B. $\int f(x)dx=\dfrac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2-4x}{4}+C$.
C. $\int f(x)dx=\dfrac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2+4x}{2}+C$.
D. $\int f(x)dx=\dfrac{x^2}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2+4x}{2}+C$.

Câu 138: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x-\cos x$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$ là

A. $\cos x-\sin x$.
B. $-\cos x-\sin x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $-\cos x-\sin x+\sqrt{2}$.
D. $-\cos x-\sin x-\sqrt{2}$.

Câu 139: Biết $\int(x+3).e^{-2x}dx=-\dfrac{1}{m}e^{-2x}(2x+n)+C$, với $m,n\in\mathbb{Q}$. Khi đó tổng $S=m^2+n^2$ có giá trị bằng

A. 10. **B.** 5. **C.** 41. **D.** 65.

Câu 140: Nguyên hàm $\int\dfrac{1+\ln x}{x}dx(x>0)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}\ln^2 x+\ln x+C$ **B.** $x+\ln^2 x+C$ **C.** $\ln^2 x+\ln x+C$ **D.** $x+\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$

Câu 141: Tính nguyên hàm $A=\int\dfrac{1}{x\ln x}dx$ bằng cách đặt $t=\ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $A=\ln t+C$. **B.** $A=\dfrac{1}{t}+C$. **C.** $A=t+C$. **D.** $A=\ln|t|+C$.

Câu 142: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=6x+\sin 3x$, biết $F(0)=\dfrac{2}{3}$.

A. $F(x)=3x^2-\dfrac{\cos 3x}{3}+\dfrac{2}{3}$.
B. $F(x)=3x^2+\dfrac{\cos 3x}{3}+1$.
C. $F(x)=3x^2-\dfrac{\cos 3x}{3}-1$.
D. $F(x)=3x^2-\dfrac{\cos 3x}{3}+1$.

Câu 143: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x+\dfrac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ là

A. $\cot x-x^2-\dfrac{\pi^2}{16}$. **B.** $-\cot x+x^2$. **C.** $-\cot x+x^2-\dfrac{\pi^2}{16}$. **D.** $\cot x-x^2+\dfrac{\pi^2}{16}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 144: Biết $F(x)=e^x-x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}-x^2+C$. **C.** $e^{2x}-2x^2+C$. **D.** $2e^x-2x^2+C$.

Câu 145: $F(x)=\int\frac{6x+2}{3x-1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $F(x)=\frac{4}{3}\ln|3x-1|+C$ **B.** $F(x)=2x+\frac{4}{3}\ln|3x-1|+C$

C. $F(x)=2x+4\ln|3x-1|+C$ **D.** $F(x)=2x+4\ln(3x-1)+C$

Câu 146: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-2x+3$ thỏa mãn $F(0)=2$, giá trị của $F(1)$ bằng:

A. 2. **B.** 4. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Câu 147: Khi tính nguyên hàm $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, bằng cách đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $-\frac{2u^3}{3}-8u+C$. **B.** u^3-u+C. **C.** $\frac{2u^3}{3}-8u+C$. **D.** $\frac{2u^3}{3}+8u+C$.

Câu 148: $F(x)$ là một nguyên hàm của $y=xe^{x^2}$. Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$?

A. $F(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x^2}+5\right)$. **B.** $F(x)=\frac{1}{2}e^{x^2}+2$.

C. $F(x)=-\frac{1}{2}e^{x^2}+C$. **D.** $F(x)=-\frac{1}{2}\left(2-e^{x^2}\right)$.

Câu 149: Cho hai hàm số $F(x)=\left(x^2+ax+b\right)e^{-x}$ và $f(x)=\left(-x^2+3x+6\right)e^{-x}$. Tìm a và b để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

A. $a=-1,b=7$. **B.** $a=-1,b=-7$. **C.** $a=1,b=7$. **D.** $a=1,b=-7$.

Câu 150: Khi tính nguyên hàm $f(x)=\frac{1}{4+x^2}$ bằng cách đặt $x=2\tan t$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\frac{1}{2}t+C$. **B.** $t+C$. **C.** $\frac{1}{4+t^2}+C$. **D.** $-\frac{1}{2}t+C$.

Câu 151: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(48x-7)\ln x$ biết $F(1)=5$.

A. $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x+9$. **B.** $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x+10$.

C. $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x+5$. **D.** $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x-5$.

Câu 152: Biết $\int xe^{2x}\mathrm{d}x=axe^{2x}+be^{2x}+C\ (a,\ b\in\mathbb{Q})$. Tính tích ab.

A. $ab=-\frac{1}{8}$. **B.** $ab=-\frac{1}{4}$. **C.** $ab=\frac{1}{4}$. **D.** $ab=\frac{1}{8}$.

Câu 153: Tính $F(x)=\int x\sin 2x\,\mathrm{d}x$. Chọn kết quả ***đúng***?

A. $F(x)=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$. **B.** $F(x)=\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)+C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$.

Câu 154: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln 2x$ là

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{x^2}{2}\left(\ln 2x-\frac{1}{2}\right)+C$. **B.** $x^2\ln 2x-\frac{x^2}{2}+C$.

C. $\frac{x^2}{2}(\ln 2x-1)+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}\ln 2x-x^2+C$.

Câu 155: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3x^3-2x^2+5}{x}$ là

A. $x^3-x^2+5\ln|x|$. **B.** $x^3-x^2+5\ln|x|+C$.

C. $x^3-x^2+5\ln x+C$. **D.** $x^3-x^2+5\ln x+C$.

Câu 156: Họ nguyên hàm $\int x.\sqrt[3]{x^2+1}dx$ bằng

A. $\frac{1}{8}.\sqrt[3]{(x^2+1)^4}+C$. **B.** $\frac{3}{8}.\sqrt[3]{(x^2+1)^4}+C$. **C.** $\frac{1}{8}.\sqrt[3]{(x^2+1)}+C$. **D.** $\frac{3}{8}.\sqrt[3]{(x^2+1)}+C$.

Câu 157: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin 2x$, biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

A. $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{\pi}{6}$. **B.** $F(x)=\cos^2 x-\frac{1}{4}$.

C. $F(x)=\sin^2 x-\frac{1}{4}$. **D.** $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x$.

Câu 158: Nguyên hàm của $\int\left|6x^2+3x+11\right|dx$ là.

A. $-2x^3-\frac{3x^2}{2}-11x+C$. **B.** $6x^3+\frac{3x^2}{2}+11x+C$.

C. $2x^3+3x^2+11x+C$. **D.** $2x^3+\frac{3x^2}{2}+11x+C$.

Câu 159: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{1}{2e^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$

A. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\frac{3}{2}\right)\right)+10-\ln 2$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2e^x+3\right)\right)$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\frac{3}{2}\right)\right)+10$. **D.** $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\frac{\ln 5}{3}$.

Câu 160: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ và $F(0)=0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 161: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e.x^e+4$ là:

A. $e^2.x^{e-1}+C$. **B.** $\frac{x^{e+2}}{e+2}+4x+C$. **C.** $\frac{x^{e+1}}{e+1}+4x+C$. **D.** $\frac{e.x^{e+1}}{e+1}+4x+C$.

Câu 162: Nguyên hàm $\int\frac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}}dx$ bằng cách đặt $t=\frac{x-2}{x+1}$ là:

A. $\frac{1}{33}t^{10}+C$. **B.** $\frac{1}{3}t^{11}+C$. **C.** $\frac{1}{11}t^{11}+C$. **D.** $\frac{1}{33}t^{11}+C$.

Câu 163: Tính $I=\int 8\sin 3x\cos x dx=a\cos 4x+b\cos 2x+C$. Khi đó, $a-b$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 164: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{3}{2}e^{-2x}+C$. **B.** $3e^{3x}+6e^{-2x}+C$. **C.** $\frac{1}{3}e^{3x}-\frac{3}{2}e^{-2x}+C$. **D.** $e^{3x}-3e^{-2x}+C$.

Câu 165: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int e^{2x}\cos x\,dx$.

A. $I=\frac{e^{2x}\left(\sin x+2\cos x\right)}{5}+C$. **B.** $I=\frac{e^{2x}\left(2\sin x-\cos x\right)}{5}+C$.

C. $I=\frac{e^{2x}\left(\sin x-2\cos x\right)}{5}+C$. **D.** $I=\frac{e^{2x}\left(2\sin x+\cos x\right)}{5}+C$.

Câu 166: Nguyên hàm của $\int\left|-2x+1\right|dx$ là.

A. $\begin{cases}-x^2+x+C_1 \ khi\ x<\frac{1}{2}\\ x^2-x+C_2 \ khi\ x>\frac{1}{2}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}-x^2+x+C_1 \ khi\ x\ge\frac{1}{2}\\ x^2-x+C_2 \ khi\ x<\frac{1}{2}\end{cases}$.

C. $\begin{cases}-x^2+x+C_1 \ khi\ x\le\frac{1}{2}\\ x^2-x+C_2 \ khi\ x>\frac{1}{2}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}-x^2-x+C_1 \ khi\ x\le\frac{1}{2}\\ x^2+x+C_2 \ khi\ x>\frac{1}{2}\end{cases}$.

Câu 167: Cho $\int f\left(x\right)dx=4x^3+2x+C_0$. Tính $I=\int xf\left(x^2\right)dx$.

A. $4x^6+2x^2+C$. **B.** $12x^2+2$. **C.** $\frac{x^{10}}{10}+\frac{x^6}{6}+C$. **D.** $2x^6+x^2+C$.

Câu 168: Cho $F\left(x\right)=\cos 2x-\sin x+C$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$. Tính $f\left(\pi\right)$.

A. $f\left(\pi\right)=0$. **B.** $f\left(\pi\right)=1$. **C.** $f\left(\pi\right)=-1$. **D.** $f\left(\pi\right)=-3$.

Câu 169: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin 3x.\cos 5x$ là.

A. $\int f\left(x\right)dx=\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{1}{16}\sin 8x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=\frac{1}{4}\sin 2x-\frac{1}{16}\cos 8x+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{1}{16}\cos 8x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=-\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{1}{16}\cos 8x+C$.

Câu 170: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x\cos 2x$ là

A. $x\sin 2x-\frac{\cos 2x}{2}+C$. **B.** $\frac{x\sin 2x}{2}-\frac{\cos 2x}{4}+C$.

C. $\frac{x\sin 2x}{2}+\frac{\cos 2x}{4}+C$. **D.** $x\sin 2x+\frac{\cos 2x}{2}+C$.

Câu 171: Nguyên hàm của $\int\left|-2x^2+3x-10\right|dx$ là.

A. $\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+10x+C$. **B.** $-\frac{2x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}-10x+C$.

C. $-\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-10x+C$. **D.** $\frac{2x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+10x+C$.

Câu 172: Nếu $\int f\left(x\right)dx=e^x+\sin 2x+C$ thì

A. $f\left(x\right)=e^x+2\cos 2x$. **B.** $f\left(x\right)=e^x+\cos 2x$.

C. $f\left(x\right)=e^x-\cos 2x$. **D.** $f\left(x\right)=e^x+\frac{1}{2}\cos 2x$.

Câu 173: Biết $F\left(1\right)=\frac{1}{3}$. Khi đó một nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=\frac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $F(x)=x^2+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{8}{3}$ **B.** $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{13}{6}$

C. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x-\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{3}$ **D.** $F(x)=x^2+x-\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{2}{3}$

Câu 174: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-1)+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

Câu 175: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x$ là

A. $F(x)=-x\cos x+\sin x+C$. **B.** $F(x)=-x\cos x-\sin x+C$.

C. $F(x)=x\cos x-\sin x+C$. **D.** $F(x)=x\cos x+\sin x+C$.

Câu 176: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x.\cos^3 2x$ khi đặt $t=\sin 2x$ trở thành:

A. $\int(t^2-t^4)\mathrm{d}t$. **B.** $\dfrac{1}{2}\int(t^2-t^4)\mathrm{d}t$. **C.** $\int(t^2+t^4)\mathrm{d}t$. **D.** $\dfrac{1}{2}\int(t^2+t^4)\mathrm{d}t$.

Câu 177: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)=x+\sin x$ biết $F(0)=19$.

A. $F(x)=x^2+\cos x+20$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2+\cos x+20$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\cos x+20$. **D.** $F(x)=x^2-\cos x+20$.

Câu 178: Cho hàm số $f(x)=\left|\dfrac{5+2x^4}{x^2}\right|$. Khi đó:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^3-\dfrac{5}{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{5}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2x^3}{3}+\dfrac{5}{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2x^3}{3}+5\ln x^2+C$.

Câu 179: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int\sin(2\ln x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{x\left[\sin(2\ln x)-2\cos(2\ln x)\right]}{5}+C$. **B.** $I=\dfrac{x\left[\sin(2\ln x)+2\cos(2\ln x)\right]}{5}+C$.

C. $I=\dfrac{x\left[\cos(2\ln x)+2\sin(2\ln x)\right]}{5}+C$. **D.** $I=\dfrac{x\left[\cos(2\ln x)-2\sin(2\ln x)\right]}{5}+C$.

Câu 180: Xét $f(x)=\sqrt{3-x^2}$. Bằng cách đặt $x=\sqrt{3}\sin t$, nguyên hàm của $f(x)$ là.

A. $\sqrt{3-\sin t}+C$. **B.** $\dfrac{3}{2}t-\dfrac{3}{4}\sin 2t+C$. **C.** $\dfrac{3}{2}t+\dfrac{3}{4}\sin 2t+C$. **D.** $\sqrt{3\sin t}+C$.

Câu 181: Hàm số $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào sau đây?

A. $f(x)=x^2+e^x$. **B.** $f(x)=3x^2+e^x$. **C.** $f(x)=\dfrac{x^4}{12}+e^x$. **D.** $f(x)=\dfrac{x^4}{3}+e^x$.

Câu 182: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2+\cos x}.\sin x$ và $F(0)=-2\sqrt{3}$. Tính $\int\dfrac{F(x)}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x$?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{2}{3}(2x-\sin x)+C$. **B.** $-\frac{2}{3}(2x-\sin x)+C$.

C. $-\frac{2}{3}(2x+\sin x)+C$. **D.** $\frac{2}{3}(2x+\sin x)+C$.

Câu 183: Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)=\frac{x}{\sin^2 x}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$. Khi đó $F\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 2π **B.** 1 **C.** 0 **D.** -1

Câu 184: Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}}+C$ **B.** $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **C.** $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **D.** $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$.

Câu 185: Biết $\int \sin^2 x.e^x dx=(a\sin 2x+b\cos 2x+c)e^x+C$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$ và a,b,c là các phân số tối giản. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 186: Cho $F(x)=-\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x dx=-\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}-\frac{1}{5x^5}+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{5x^5}+C$.

Câu 187: Cho hàm số $f(x)=|x-2|+|x-4|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(0)=2, F(3)=5$ và $F(5)=3$. Tính giá trị của $P=F(6)+F(1)$.

A. 15. **B.** 18. **C.** 25. **D.** 20.

Câu 188: Cho họ nguyên hàm $I=\int\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}dx$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. Đặt $u=\sqrt{2x-3}$. Khi đó I bằng

A. $(2x^2-4x+1)\sqrt{2x-3}+C$. **B.** $(2x^2+4x-1)\sqrt{2x-3}+C$.

C. $(4x^2-2x+1)\sqrt{2x-3}+C$. **D.** $(4x^2+2x+1)\sqrt{2x-3}+C$.

Câu 189: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A. $-2\sin 2x+\cos 2x+C$. **B.** $-2\sin 2x-\cos 2x+C$.

C. $2\sin 2x-\cos 2x+C$. **D.** $-\sin 2x+\cos 2x+C$.

Câu 190: Cho $F(x)=\frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x dx=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 191: Cho $F(x)=\int 2x\ln(x+1)\mathrm{d}x$. Biết $F(2)-F(0)=a.\ln b$, với $a,b\in\mathbb{N}^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a+7b$.

A. 39. **B.** 25. **C.** 42. **D.** 33.

Câu 192: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x.\cos 3x+\cos^3 x.\sin 3x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{16}\sin 4x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{16}\cos 4x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{-3}{16}\sin 4x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{-3}{16}\cos 4x+C$.

Câu 193: Cho $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+5\right)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0)=6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

A. $\frac{126}{16}$. **B.** $\frac{125}{16}$. **C.** $\frac{123}{16}$. **D.** $\frac{127}{16}$.

Câu 194: Tìm nguyên hàm $I=\int(x-1)\sin 2x\mathrm{d}x$

A. $I=\frac{(1-2x)\cos 2x+\sin 2x}{4}+C$. **B.** $I=\frac{(1-2x)\cos 2x+\sin 2x}{2}+C$.

C. $I=\frac{(2-2x)\cos 2x+\sin 2x}{4}+C$. **D.** $I=\frac{(2-2x)\cos 2x+\sin 2x}{2}+C$.

Câu 195: Xét $I=\int\frac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $x=1+2\sin t$, với $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\sin t\mathrm{d}t$. **B.** $\int\cos t\mathrm{d}t$. **C.** $\int-\mathrm{d}t$. **D.** $\int\mathrm{d}t$.

Câu 196: Biết $\int x\cos 2x\mathrm{d}x=ax\sin 2x+b\cos 2x+C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab?

A. $ab=-\frac{1}{4}$. **B.** $ab=-\frac{1}{8}$. **C.** $ab=\frac{1}{8}$. **D.** $ab=\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\frac{1}{2}\sin 2x\end{cases}$

Khi đó $\int x\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{2}\int\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$

$\Rightarrow a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{4}$.

Vậy $ab=\frac{1}{8}$.

Câu 197: Cho $F(x)=\int(2x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $F(m)-F(0)<m$ là khoảng $(a;b)$. Tính $P=a-3b$.

A. $P=-2$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=-4$.

Câu 198: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^x$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $-2\sin 2x+\cos 2x+C$. **B.** $-2\sin 2x-\cos 2x+C$.
C. $-\sin 2x+\cos 2x+C$. **D.** $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Câu 199: Cho biết $F(x)=\frac{1}{3}x^3+2x-\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{\left(x^2+a\right)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x)=x\cos ax$.

A. $x\sin x+\cos+C$ **B.** $\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{4}\cos 2x+C$

C. $x\sin x-\cos x+C$ **D.** $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$

Câu 200: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $(2x-1)e^{-x}$ biết $F(0)=2$.

A. $I=(2x-1)e^{-x}+1$. **B.** $I=-(2x+1)e^{-x}+1$.
C. $I=-(2x-3)e^{-x}+1$. **D.** $I=-(2x-1)e^{-x}+1$.

Câu 201: Biết $\int\cos^2 x.\cos 3x\mathrm{d}x=\frac{\sin 3x}{a}+\frac{\sin 5x}{b}+\frac{\sin x}{c}+C$ với $a,b,c\in\mathbb{N}$. Khi đó $a+b-c^2$ bằng

A. 22. **B.** -10. **C.** 16. **D.** 10.

Câu 202: Biết $\int\sin^4 x\mathrm{d}x=a.x+b\sin 2x+c\sin 4x+C$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$ và a,b,c là các phân số tối giản. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\frac{5}{32}$. **B.** $\frac{9}{32}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{21}{32}$.

Câu 203: Xét $I=\int\frac{\ln^2 x}{x\left(1+\sqrt{\ln x+1}\right)}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=1+\sqrt{1+\ln x}$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=2\int\left(t^4-5t^3+8t^2-4t\right)\mathrm{d}t$. **B.** $I=2\int\left(t^4-5t^3-8t^2+4t\right)\mathrm{d}t$.
C. $I=2\int\left(t^4+5t^3+8t^2-4t\right)\mathrm{d}t$. **D.** $I=2\int\left(t^4-5t^3-8t^2-4t\right)\mathrm{d}t$.

Câu 204: Nguyên hàm của $I=\int x\sin x\cos^2 x\mathrm{d}x$ là:

A. $I_1=x\cos^3 x+t-\frac{1}{3}t^3+C,t=\sin x$. **B.** $I_1=x\cos^3 x+t-\frac{2}{3}t^3+C,t=\sin x$.
C. $I_1=-x\cos^3 x+t-\frac{1}{3}t^3+C,t=\sin x$. **D.** $I_1=-x\cos^3 x+t-\frac{2}{3}t^3+C,t=\sin x$.

Câu 205: Cho $I=\int\frac{1}{x^3\left(1+x^2\right)}\mathrm{d}x$. Đặt $t=1+x^2$, ta tính được $I=\frac{-a}{x^2}-b\ln|x|+2c\ln\left(1+x^2\right)+C$, ($C$ là hằng số). Khi đó $S=a+b+c$ bằng

A. $\frac{7}{4}$. **B.** 2. **C.** $\frac{-1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 206: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{5}$ và $f'(x)=x^3\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{79}{20}$. **B.** $-\frac{4}{5}$. **C.** $-\frac{4}{35}$. **D.** $-\frac{71}{20}$.

Câu 207: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{25}$ và $f'(x)=4x^3\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $-\frac{1}{40}$. **B.** $-\frac{391}{400}$. **C.** $-\frac{1}{10}$. **D.** $-\frac{41}{400}$.

Câu 208: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết x^2-2x là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\sin x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\sin^2 x$ là

A. $(2x-2)\sin x-4\cos x+C$. **B.** $(2-2x)\sin x-2\cos x+C$.

C. $(2-2x)\sin x+4\cos x+C$. **D.** $(2-2x)\sin x-4\cos x+C$.

Câu 209: Cho hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$. Bằng cách đặt $t=x(x+1)$, ta tìm được $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2019)$ bằng

A. $-\frac{2019}{2020}$. **B.** $\frac{2019}{2020}$. **C.** $\frac{2019.2021}{2020}$. **D.** $2018\frac{1}{2020}$.

Câu 210: Tìm $J=\int e^x.\sin x\,dx$?

A. $J=\frac{e^x}{2}(\sin x+\cos x)+C$. **B.** $J=\frac{e^x}{2}(\sin x+\cos x+1)+C$.

C. $J=\frac{e^x}{2}(\cos x-\sin x)+C$. **D.** $J=\frac{e^x}{2}(\sin x-\cos x)+C$.

Câu 211: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$ (với) $x>0$ thỏa $F(1)=0$ là

A. $F(x)=\frac{(1+\ln x)^2}{2}+\frac{1}{2}$. **B.** $F(x)=x+\frac{1}{2}\ln^2 x+\frac{1}{2}$.

C. $F(x)=x+\ln^2 x+\frac{1}{2}$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}\ln^2 x+\ln x$.

Câu 212: Cho $F(x)=\int(x+2)\ln(x+1)dx$. Biết $F(1)-F(0)=a\ln 2+\frac{-7}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $a=b$. **B.** $a<b$. **C.** $a>b$. **D.** $a=b+3$.

Câu 213: Nguyên hàm $\int\frac{dx}{2\tan x+1}$ bằng.

A. $\frac{x}{5}+\frac{2}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+C$ **B.** $\frac{2x}{5}-\frac{1}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+C$

C. $\frac{x}{5}-\frac{1}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+C$ **D.** $\frac{x}{5}+\frac{1}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+C$

Câu 214: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x+1}}-\frac{1}{x^2}$. Biết $F(3)=6$, giá trị của $F(8)$ là

A. $\frac{215}{8}$. **B.** $\frac{217}{8}$. **C.** 27. **D.** $\frac{215}{24}$.

Câu 215: Biết rằng $I=\int\sin(\ln x)dx=\frac{ax\sin(\ln x)-bx\cos(\ln x)}{2}+C$, trong đó a, b là các hằng số, khi đó tổng $a+b$ có giá trị là

A. 2. **B.** −2. **C.** 1. **D.** 0.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 216: Biết $\int \sin x.e^x dx = (a\sin x + b\cos x)e^x + C$ với $a,b \in \mathbb{Q}$ và a,b là các phân số tối giản. Khi đó ab bằng

A. 1. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 217: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x-2018}$. Biết rằng $F(2020) = F(2015) = \ln 6$. Tính $S = F(2022) + F(2016)$.

A. $S = \ln 24$. **B.** $S = \ln 36$ **C.** $S = \ln 72$. **D.** $S = \ln 48$.

Câu 218: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x+1)e^x$ và $F(0) = 3$. Tính $F(1)$.

A. $F(1) = e + 3$. **B.** $F(1) = e + 2$. **C.** $F(1) = 11e - 3$. **D.** $F(1) = e + 7$.

Câu 219: Hàm số $f(x) = \frac{7\cos x - 4\sin x}{\cos x + \sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{8}$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng?

A. $\frac{3\pi}{8}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{3\pi - 11\ln 2}{4}$. **D.** $\frac{3\pi - \ln 2}{4}$.

Câu 220: Biết $F(x) = (\sin x - \cos x)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^x$. Biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$.

A. $\int f'(x)e^x dx = 2\sin x e^x + C$. **B.** $\int f'(x)e^x dx = (\sin x - \cos x)e^x + C$.

C. $\int f'(x)e^x dx = (\cos x - \sin x)e^x + C$. **D.** $\int f'(x)e^x dx = (\sin x + \cos x)e^x + C$.

Câu 221: Cho hàm số $f(x) = |6x+1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(1) = 7$ và $F(-2) = 5$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = \begin{cases} 3x^2 + x + 3 & khi\ x \ge -\frac{1}{6} \\ -3x^2 - x - 15 & khi\ x < -\frac{1}{6} \end{cases}$. **B.** $F(x) = |3x^2 + x| + C$.

C. $F(x) = \begin{cases} 3x^2 + x + 8 & khi\ x \ge -\frac{1}{6} \\ -3x^2 - x + 15 & khi\ x < -\frac{1}{6} \end{cases}$. **D.** $F(x) = \begin{cases} 3x^2 + x + 3 & khi\ x \ge -\frac{1}{6} \\ -3x^2 - x + 3 & khi\ x < -\frac{1}{6} \end{cases}$.

Câu 222: Biết $\int \cos^4 3x dx = a.x + b\sin 6x + c\sin 12x + C$ với $a,b,c \in \mathbb{Q}$ và a,b,c là các phân số tối giản. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\frac{9}{32}$. **B.** $\frac{43}{96}$. **C.** $\frac{15}{32}$. **D.** $\frac{29}{96}$.

Câu 223: Cho $f(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{\tan x}{\cos x\sqrt{1 + a\cos^2 x}}$, biết $F(0) = 0$, $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{3}\right) - F\left(\frac{\pi}{4}\right)$?

A. $\sqrt{3} + \sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5} - \sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5} - 1$. **D.** $\sqrt{5} - \sqrt{2}$

Câu 224: Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x}{\sin^2 x}$ là :

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $x\cot x-\ln|\sin x|$ **B.** $x\tan x-\ln|\sin x|$

C. $-x\tan x+\ln|\cos x|$ **D.** $-x\cot x+\ln(\sin x)$

Câu 225: Tìm $J=\int e^{2x+1}\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)dx$?

A. $J=\frac{e^{2x+1}}{4}-\frac{1}{8}e^{2x+1}(\sin 2x-\cos 2x)+C$. **B.** $J=\frac{e^{2x+1}}{4}-\frac{1}{5}e^{2x+1}(\sin 2x+\cos 2x)+C$.

C. $J=\frac{e^{2x+1}}{4}-\frac{1}{6}e^{2x+1}(\sin 2x-\cos 2x)+C$. **D.** $J=\frac{e^{2x+1}}{2}-\frac{1}{8}e^{2x+1}(\sin 2x-\cos 2x)+C$.

Câu 226: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x.\cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ là

A. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.

C. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x+\frac{1}{15}$. **D.** $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{4}{15}$.

Câu 227: Biết rằng tích phân $F(x)=\int\cos(2x)\ln(\cos x+\sin x)dx$, $F(0)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{2}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

Câu 228: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x\ge 3\\ 3x^2-8x+5 & \text{khi } x<3\end{cases}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(4)+F(2)=30$. Tính giá trị của $P=F(5)+F(1)$.

A. 40. **B.** 45. **C.** 50. **D.** 35.

Câu 229: Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$

A. $\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **B.** $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **C.** $\frac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **D.** $\frac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$.

Câu 230: Biết $\int\sin x e^{-x}dx=F(x)+C$ và $F(0)=-\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*,(a;b)=1$. Khi đó a^2-b^2 bằng

A. –5. **B.** –3. **C.** –15. **D.** –8.

Câu 231: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{x}{(1-x)^4}$ thỏa $F(0)=1$ là

A. $F(x)=-\frac{1}{2(1-x)^2}+\frac{1}{3(1-x)^3}+\frac{7}{6}$. **B.** $F(x)=-\frac{1}{2(1-x)^2}+\frac{1}{3(1-x)^3}+C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{3(1-x)^2}+\frac{1}{4(1-x)^3}$. **D.** $F(x)=\frac{1}{3(1-x)^2}-\frac{1}{4(1-x)^3}+\frac{11}{12}$.

Câu 232: Biết $\int(x+3).e^{-2x}dx=-\frac{1}{m}e^{-2x}(2x+n)+C$ với $m,n\in\mathbb{Q}$. Tính $S=m^2+n^2$.

A. $S=65$. **B.** $S=5$. **C.** $S=10$. **D.** $S=41$.

Câu 233: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$. Tính $F(0)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $-\frac{1}{3}\ln 2-2$. **B.** $-\frac{2}{3}\ln 2-2$. **C.** $-\frac{2}{3}\ln 2+2$. **D.** $-\frac{1}{3}\ln 2+2$.

Câu 234: Biết $F(x)=a.\cos 7x+b\cos 5x+c\cos 3x+d\cos x+1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^3 x.\sin x$. Khi đó $F(0)$ bằng

A. $\frac{44}{35}$. **B.** $\frac{9}{35}$. **C.** $\frac{36}{35}$. **D.** $\frac{26}{35}$.

Câu 235: Biết rằng $\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x=e^{2x}(a\cos 3x+b\sin 3x)+c$, trong đó a, b, c là các hằng số, khi đó tổng $a+b$ có giá trị là

A. $-\frac{5}{13}$. **B.** $-\frac{1}{13}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{5}{13}$.

Câu 236: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^x$ là

A. $2\sin 2x-\cos 2x+C$. **B.** $-\sin 2x+\cos 2x+C$.
C. $-2\sin 2x+\cos 2x+C$. **D.** $-2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Câu 237: Cho nguyên hàm $I=\int\frac{\sqrt{x+2}}{x+6+4\sqrt{x+2}}\mathrm{d}x$. Giả sử đặt $t=\sqrt{x+2}$ thì ta được

A. $I=t-4\ln|t+2|-\frac{4}{t+2}+C$. **B.** $I=2t-4\ln|t+2|+\frac{4}{t+2}+C$.
C. $I=2t+8\ln|t+2|-\frac{8}{t+2}+C$. **D.** $I=2t-8\ln|t+2|-\frac{8}{t+2}+C$.

Câu 238: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan^4 x$. Biết $F(0)=0$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$

A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}-\frac{\pi}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}-\frac{\pi}{2}$ **C.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}+\frac{\pi}{4}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{2}{3}-\frac{\pi}{4}$.

Câu 239: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\sqrt{\ln^2 x+1}.\frac{\ln x}{x}$ và $F(1)=\frac{1}{3}$. Tính $\left[F(e)\right]^2$

A. $\left[F(e)\right]^2=\frac{1}{3}$. **B.** $\left[F(e)\right]^2=\frac{8}{9}$. **C.** $\left[F(e)\right]^2=\frac{8}{3}$. **D.** $\left[F(e)\right]^2=\frac{1}{9}$.

Câu 240: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết x^2-2x là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\sin x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\sin^2 x$ là

A. $(2-2x)\sin x+4\cos x+C$. **B.** $(2x-2)\sin x-4\cos x+C$.
C. $(2-2x)\sin x-2\cos x+C$. **D.** $(2-2x)\sin x-4\cos x+C$.

Câu 241: Biết $\int\sin 3xe^x\mathrm{d}x=F(x)+C$ và $F(0)+C=1$. Khi đó C bằng

A. $-\frac{7}{10}$. **B.** $\frac{13}{10}$. **C.** $-\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Câu 242: Biết rằng $I=\int x\cos(\ln x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}(ax^2\cos(\ln x)+bx^2\sin(\ln x))+C$, trong đó a, b là các hằng số, khi đó $a-b$ có giá trị là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** −2.

Câu 243: Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f(2)=-\frac{2}{9}$ và $f'(x)=2x\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng.

A. $-\frac{19}{36}$. **B.** $-\frac{35}{36}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{2}{15}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 244: Cho hàm số $f(x)=(2x-3)e^x$. Nếu $F(x)=(mx+n)e^x$; $m,n\in\mathbb{R}$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì hiệu $m-n$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 245: Biết $\int \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)dx=F(x)+C$ và $F(0)+C=1$. Khi đó C bằng

A. $\frac{5}{4}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 246: Biết $\int(\cos^2 x-\sin^2 x)^5.\sin 4x\,dx=-\frac{\cos^7 2x}{a}+C$. Tìm a biết a là số nguyên

A. $a=14$. **B.** $a=12$. **C.** $a=6$. **D.** $a=7$.

Câu 247: Biết rằng $\int e^{3x}\sin x\cos x dx=ae^{3x}\cos 2x+be^{3x}\sin 2x+C$, trong đó a, b, c là các hằng số, khi đó tổng $a+b$ có giá trị là

A. $-\frac{1}{17}$. **B.** $\frac{1}{17}$. **C.** $\frac{5}{17}$. **D.** $-\frac{5}{17}$.

Câu 248: Biết rằng $\int e^{2x}\sin^2 x\,dx=\frac{1}{4}e^{2x}(a+b\sin 2x+c\cos 2x)+C$, trong đó a, b, c là các hằng số, khi đó tổng $a+b+c$ có giá trị là

A. 1. **B.** 2. **C.** –2. **D.** 0.

Câu 249: Biết $\int \sin 2x.\cos 3x dx=F(x)+C$ và $F(\pi)+C=1$. Khi đó C bằng

A. $-\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $-\frac{3}{5}$.

Câu 250: Biết rằng trên $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$, hàm số $f(x)=\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$ (đặt) $t=\sqrt{2x-3}$ có một nguyên hàm $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ (a,b,c là các số nguyên). Tổng $S=a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 251: Giả sử $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2e^x$.Tính tích $P=abc$.

A. –4. **B.** –5. **C.** –3. **D.** 1.

Câu 252: Xét $I=\int\frac{1}{x^2}\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}dx$ bằng cách đặt $x=2\cos 2t$, với $t\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=-\int\frac{1}{\cos^2 2t}dt+\int\frac{1}{\cos 2t}dt$. **B.** $I=\int\frac{1}{\cos^2 2t}dt-\int\frac{1}{\cos 2t}dt$.

C. $I=-\int\frac{1}{\cos^2 2t}dt-\int\frac{1}{\cos 2t}dt$. **D.** $I=\int\frac{1}{\cos^2 2t}dt+\int\frac{1}{\cos 2t}dt$.

Câu 253: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln\sqrt{1+x^2}$ và $F(0)=-\frac{1}{4}$. Tính $F\left(\sqrt{e^2-1}\right)$:

A. 0 **B.** $\frac{1}{4}e$. **C.** $\frac{1}{4}e^2$. **D.** $\frac{1}{2}e^2$.

Câu 254: Cho $F(x)=\int\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{5\sin x+7-\cos x(5+2\sin x)}dx$, và $F(0)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln 2$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}\ln\frac{3}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\frac{3}{4}$.

C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\frac{3}{4}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\sqrt{2}\ln\frac{3}{4}$.

Câu 255: Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **B.** $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **C.** $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **D.** $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$.

Câu 256: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2+6x+2 & \text{khi } x\ge 2\\ \frac{12}{2x-5} & \text{khi } x<2\end{cases}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $F(3)=10$ và $F(1)=8$. Tính giá trị của biểu thức $P=F(4)+F(-2)$.

A. $78+6\ln 3$. **B.** $80+6\ln 3$. **C.** 72. **D.** $78-6\ln 3$.

Câu 257: Hàm số $f(x)=\frac{7\cos x-4\sin x}{\cos x+\sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\pi}{8}$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng?

A. $\frac{3\pi}{8}$. **B.** $\frac{3\pi-11\ln 2}{4}$. **C.** $\frac{3\pi}{4}$. **D.** $\frac{3\pi-\ln 2}{4}$.

Câu 258: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x+1}}-\frac{1}{x^2}$. Biết $F(3)=6$, giá trị $F(8)$ là

A. $\frac{217}{8}$. **B.** 27. **C.** $\frac{215}{24}$. **D.** $\frac{215}{8}$.

Câu 259: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{1}{e^x+e^{-x}+2}$ thỏa $F(0)=0$ là

A. $F(x)=-\frac{4}{e^x+1}+4$. **B.** $F(x)=-\frac{2}{e^x+1}$.

C. $F(x)=-\frac{3}{e^x+1}+\frac{3}{2}$. **D.** $F(x)=-\frac{1}{e^x+1}+\frac{1}{2}$.

Câu 260: Cho biết $\int xe^{2x}dx=G(x)=\frac{1}{4}e^{2x}(ax+b)+C$, trong đó $a,b\in\mathbb{Z}$ và C là hằng số thỏa mãn $G(0)=-1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. $ab+4C=-5$. **B.** $a+2b+C=0$. **C.** $b>a$. **D.** $2a-b=0$.

Câu 261: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{x^2+\ln^2 x}{x}, \forall x\ne 0$, biết $F(1)=\frac{1}{2}$.

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$. **B.** $\frac{x^2}{2}+\frac{\ln^3 x}{3}+\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{x^2}{2}-\frac{\ln^3 x}{3}$. **D.** $\frac{x^2}{2}+\frac{\ln^3 x}{3}$.

Câu 262: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0;\pi)$ là

A. $x\cot x+\ln|\sin x|+C$. **B.** $-x\cot x-\ln(\sin x)+C$.

C. $-x\cot x+\ln(\sin x)+C$. **D.** $x\cot x-\ln|\sin x|+C$.

Câu 263: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và thỏa $f'(x)=x\left(e^x-\frac{1}{x}\right)$, $f(1)=e^2$. Tính $f(2)$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $2e^2$. **B.** $2e^2-1$. **C.** e^2-1. **D.** $2e^2+1$.

Câu 264: Xét $I=\int\dfrac{f^5(x).f'(x)}{\sqrt{(f(x))^2+1}}dx$ bằng cách đặt $t=\sqrt{(f(x))^2+1}$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\int(t^4-2t^2+1)\,t\,dt$. **B.** $I=\int\dfrac{t^4-2t^2+1}{t}dt$.

C. $I=\int(t^4-2t^2+1)dt$. **D.** $I=\int(t^2-2t+1)dt$.

Câu 265: Xét $I=\int x^7(4x^4-3)^5dx$ bằng cách đặt $t=4x^4-3$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\dfrac{1}{64}\int(t^2+3t)dt$. **B.** $I=\dfrac{1}{64}\int(t^6+3t^5)dt$.

C. $I=\dfrac{1}{4}\int t^5dt$. **D.** $I=\dfrac{1}{4}\int(t^2+3t)dt$.

Câu 266: Cho $F(x)=(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx=(x-2)e^x+C$. **B.** $\int f'(x)e^{2x}dx=\dfrac{2-x}{2}e^x+C$.

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=(4-2x)e^x+C$. **D.** $\int f'(x)e^{2x}dx=(2-x)e^x+C$.

Câu 267: Xét $I=\int\dfrac{\cos^2x}{\sin^8x}dx$ bằng cách đặt $t=\cot x$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\int(t^2+t^4)dt$. **B.** $I=-\int(t^2+2t^4+t^6)dt$.

C. $I=-\int(t^2+t^4)dt$. **D.** $I=\int(t^2+2t^4+t^6)dt$.

Câu 268: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{4x^2-12x+9}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(3)+2F(1)=30$. Tính giá trị của $P=F(4)+2F(0)$.

A. 45. **B.** 50. **C.** 30. **D.** 35.

Câu 269: Một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{x}{\cos^2x}$ là:

A. $x\tan x-\ln|\sin x|$ **B.** $x\tan x-\ln|\cos x|$

C. $x\tan x+\ln(\cos x)$ **D.** $x\tan x+\ln|\cos x|$

Câu 270: Biết $\int\sin^3x.\sin3xdx=a\sin2x+b\sin4x+c\sin6x+dx+C$ với $a,b,c,d\in\mathbb{Q}$ và a,b,c,d là các phân số tối giản. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

A. $\dfrac{1}{96}$. **B.** $-\dfrac{19}{96}$. **C.** $\dfrac{19}{96}$. **D.** $-\dfrac{1}{96}$.

Câu 271: Giả sử $\int\dfrac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1}=-\dfrac{1}{g(x)}+C$ (C là hằng số, đặt) $t=x^2+3x$. Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

A. 3. **B.** −1. **C.** 1. **D.** −3.

Câu 272: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x\ln(x+2)$ biết $F(-1)=\dfrac{1}{2}$

A. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2+4x}{4}+3$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2+4x}{2}+1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $F(x)=\frac{x^2}{2}\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{2}+1.$ **D.** $F(x)=\frac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\frac{x^2-4x}{4}+3.$

Câu 273: Cho hàm số $f(x)=|2x-4|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(3)+F(1)=18$. Tính giá trị của $P=F(4)+F(0)$.

A. 18. **B.** 22. **C.** 30. **D.** 24.

Câu 274: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x^2e^{x^3+1}$ thỏa $F(-1)=0$ là

A. $F(x)=\frac{1}{3}e^{x^3+1}-\frac{1}{3}$. **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}e^{x^3+1}+\frac{1}{3}$.

C. $F(x)=3e^{x^3+1}-3$. **D.** $F(x)=\frac{1}{3}e^{x^3+1}$.

Câu 275: Xét $I=\int\frac{\cos x.\sin^3 x}{1+\sin^2 x}dx$ bằng cách đặt $t=1+\sin^2 x$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\int\left(1-\frac{1}{t}\right)dt$. **B.** $I=\int\left(1+\frac{1}{t}\right)dt$. **C.** $I=\frac{1}{2}\int\left(1+\frac{1}{t}\right)dt$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int\left(1-\frac{1}{t}\right)dt$.

Câu 276: Cho hai hàm số $F(x),G(x)$ xác định và có đạo hàm lần lượt là $f(x),g(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)$ và $F(x).g(x)=\frac{2x^3}{x^2+1}$. Họ nguyên hàm của $f(x).G(x)$ là

A. $(x^2+1)\ln(x^2+1)+2x^2+C.$ **B.** $(x^2+1)\ln(x^2+1)-2x^2+C.$

C. $(x^2+1)\ln(x^2+1)-x^2+C.$ **D.** $(x^2+1)\ln(x^2+1)+x^2+C.$

Câu 277: Biết $\int\cos x.e^{2x}dx=(a\sin x+b\cos x)e^{2x}+C$ với $a,b\in\mathbb{Q}$ và a,b là các phân số tối giản. Khi đó $\log_2\frac{a}{b}$ bằng

A. 1. **B.** −1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 278: Cho họ nguyên hàm $I=\int\frac{dx}{(x+2)\sqrt{2x+3}}$ trên khoảng $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$. Đặt $t=\sqrt{2x+3}$, ta được $I=\int\frac{m}{t^2+n}dt$ (với) $m,n\in\mathbb{Z}$. Tính $T=3m+n$.

A. $T=2$. **B.** $T=7$. **C.** $T=5$. **D.** $T=4$.

Câu 279: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(1+\sin x)$ là:

A. $\frac{x^2}{2}-x\cos x-\sin x+C$ **B.** $\frac{x^2}{2}-x\sin x+\cos x+C$

C. $\frac{x^2}{2}-x\sin x-\cos x+C$ **D.** $\frac{x^2}{2}-x\cos x+\sin x+C$

Câu 280: Cho hàm số $f(x)=|4x-12|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(4)=5$ và $F(2)=8$. Tính giá trị của $P=2.F(5)+3.F(1)$.

A. 40. **B.** 32. **C.** 28. **D.** 48.

Câu 281: Biết $F(x)=\sin xe^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^x$. Biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$.

A. $\int f'(x)e^xdx=\sin xe^x+C$. **B.** $\int f'(x)e^xdx=(\cos x-\sin x)e^x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $\int f'(x)e^x dx = (\sin x + \cos x)e^x + C$. **D.** $\int f'(x)e^x dx = \cos x e^x + C$.

Câu 282: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;5\}$ và có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{1}{x^2-4x-5}$, $f(1)=1$ và $f(7) = \dfrac{-1}{3}\ln 2$. Giá trị của biểu thức $f(0)+f(-3)$ bằng

A. $\dfrac{1}{6}\ln 10 + 1$. **B.** $\ln 10 + 1$. **C.** $\dfrac{1}{6}\ln 10 + 1$. **D.** $\dfrac{2}{3}\left(\ln(2018)\right)^{\frac{3}{2}}$.

Câu 283: Họ nguyên hàm của hàm số $y = \dfrac{(2x^2+x)\ln x + 1}{x}$ là

A. $(x^2+x-1)\ln x - \dfrac{x^2}{2} + x + C$. **B.** $(x^2+x+1)\ln x - \dfrac{x^2}{2} + x + C$.

C. $(x^2+x+1)\ln x - \dfrac{x^2}{2} - x + C$. **D.** $(x^2+x-1)\ln x + \dfrac{x^2}{2} - x + C$.

Câu 284: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2$. Tính $F(0)$.

A. $F(0) = -\dfrac{1}{3}\ln 2 - 2$. **B.** $F(0) = -\dfrac{2}{3}\ln 2 + 2$.

C. $F(0) = -\dfrac{2}{3}\ln 2 - 2$. **D.** $F(0) = -\dfrac{1}{3}\ln 2 + 2$.

Câu 285: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $4\sqrt{x^2+1} + C$ **B.** $2\sqrt{x^2+1} + C$ **C.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$ **D.** $\sqrt{x^2+1} + C$

Câu 286: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2+x}{x^2+4x-4}$ là :

A. $4\ln\left|x^2+4x-4\right| + C$. **B.** $\dfrac{1}{2}.\ln\left|x^2+4x-4\right| + C$.

C. $\ln\left|x^2+4x-4\right| + C$. **D.** $2\ln\left|x^2+4x-4\right| + C$.

Câu 287: Tính $\int \cos x.\sin^2 x.dx$

A. $\dfrac{\sin^3 x}{3} + C$ **B.** $\dfrac{3\cos x - \cos 3x}{12} + C$

C. $\sin x.\cos^2 x + C$ **D.** $\dfrac{3\sin x - \sin 3x}{12} + C$

Câu 288: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = x\ \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(1)$.

A. $\dfrac{e}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{e}$. **C.** e. **D.** $\dfrac{2}{e}$.

Câu 289: Tính $\int \dfrac{1}{(1+x^2)x} dx$ thu được kết quả là:

A. $\ln|x|\sqrt{1+x^2} + C$. **B.** $\dfrac{1}{2}.\ln\dfrac{x^2}{1+x^2} + C$. **C.** $\ln|x|(x^2+1) + C$. **D.** $\ln\dfrac{|x|}{\sqrt{1+x^2}} + C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 290: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3x^2}{x^3+4}$ là:

A. $-\ln|x^3+4|+C$ **B.** $3\ln|x^3+4|+C$ **C.** $-3\ln|x^3+4|+C$ **D.** $\ln|x^3+4|+C$

Câu 291: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2)+F(1)=0$. Giá trị của $F(-1)+F(2)$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}\ln 2+\dfrac{3}{6}\ln 5$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{7}{3}\ln 2$. **D.** $\dfrac{10}{3}\ln 2-\dfrac{5}{6}\ln 5$.

Câu 292: Theo phương pháp đổi biến số với $t=\cos x, u=\sin x$, nguyên hàm của $I=\int(\tan x+\cot x)dx$ là:

A. $-\ln|t|+\ln|u|+C$. **B.** $\ln|t|-\ln|u|+C$.

C. $-\ln|t|-\ln|u|+C$. **D.** $\ln|t|+\ln|u|+C$.

Câu 293: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{4x}{\sqrt{4-x^2}}$ là:

A. $4\sqrt{4-x^2}+C$. **B.** $-2\sqrt{4-x^2}+C$. **C.** $-4\sqrt{4-x^2}+C$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{2}+C$.

Câu 294: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

A. $\int f(x)dx=\ln^2 x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\ln x+C$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x+C$

Câu 295: Cho hai hàm số $F(x),G(x)$ xác định và có đạo hàm lần lượt là $f(x),g(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)$ và $F(x).g(x)=\dfrac{2x}{e^{x+1}}$. Họ nguyên hàm của $f(x).G(x)$ là

A. $x^2\ln(x^2+1)-x.e^{x+1}-e^{x+1}+C$ **B.** $x^2\ln(x^2+1)-x.e^{-x-1}-e^{-x-1}+C$

C. $x^2\ln(x^2+1)+x.e^{x+1}+e^{x+1}+C$ **D.** $x^2\ln(x^2+1)+x.e^{-x-1}+e^{-x-1}+C$

Câu 296: Tìm nguyên hàm $\int\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}dx$. Kết quả là

A. $\dfrac{\sqrt{1+\sin^2 x}}{2}+C$. **B.** $\sqrt{1+\sin^2 x}+C$. **C.** $-\sqrt{1+\sin^2 x}+C$. **D.** $2\sqrt{1+\sin^2 x}+C$.

Câu 297: Cho $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+5\right)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0)=6$. Tính $F\left(\dfrac{3}{4}\right)$.

A. $\dfrac{125}{16}$. **B.** $\dfrac{127}{16}$. **C.** $\dfrac{123}{16}$. **D.** $\dfrac{126}{16}$.

Câu 298: Biết $\int f(x)dx=2x\ln(3x-1)+C$ với $x\in\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. Tìm khẳng định đúng.

A. $\int f(3x)dx=6x\ln(9x-1)+C$. **B.** $\int f(3x)dx=6x\ln(3x-1)+C$.

C. $\int f(3x)dx=2x\ln(9x-1)+C$. **D.** $\int f(3x)dx=3x\ln(9x-1)+C$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 299: Nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x.\ln x}$ là

A. $\int\dfrac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left|x.\ln x\right|+C$.
B. $\int\dfrac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left|x^2.\ln x\right|+C$.
C. $\int\dfrac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left|\ln x\right|+C$.
D. $\int\dfrac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left|x+\ln x\right|+C$.

Câu 300: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$. Khi đó:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln\left(1+x^2\right)+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\ln\left(1+x^2\right)+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4\ln\left(1+x^2\right)+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\ln\left(1+x^2\right)+C$.

Câu 301: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left[xf'(x)\right]^2+1=x^2\left[1-f(x).f''(x)\right]$ với mọi x dương. Biết $f(1)=f'(1)=1$. Tính nguyên hàm $I=\int f^2(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{x^3}{3}+x^2+x-x\ln x+C$.
B. $\dfrac{x^3}{3}-x^2+x+x\ln x+C$.
C. $\dfrac{x^3}{3}+x^2+x+x\ln x+C$.
D. $\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x+x\ln x+C$.

Câu 302: Nguyên hàm $\int\dfrac{1+\ln x}{x}\mathrm{d}x(x>0)$ bằng

A. $x+\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$.
B. $\ln^2 x+\ln x+C$.
C. $x+\ln^2 x+C$.
D. $\dfrac{1}{2}\ln^2 x+\ln x+C$.

Câu 303: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2xe^{x^2}$ là:

A. $\dfrac{e^{x^2}}{2}+C$.
B. $\dfrac{-e^x}{2}+C$.
C. $e^{x^2}+C$.
D. $-e^x+C$.

Câu 304: Giả sử $\int x(1-x)^{2017}\mathrm{d}x=\dfrac{(1-x)^a}{a}-\dfrac{(1-x)^b}{b}+C$ với a,b là các số nguyên dương. Tính $2a-b$ bằng:

A. 2019.
B. 2020.
C. 2018.
D. 2017.

Câu 305: Theo phương pháp đổi biến số $t=\sin x-\cos x$, nguyên hàm của $I=\int\dfrac{2\sin x+2\cos x}{\sqrt[3]{1-\sin 2x}}\mathrm{d}x$ là:

A. $6\sqrt[3]{t}+C$.
B. $2\sqrt[3]{t}+C$.
C. $3\sqrt[3]{t}+C$.
D. $12\sqrt[3]{t}+C$.

Câu 306: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan x$ là:

A. $\dfrac{\tan^2 x}{2}+C$
B. $\ln(\cos x)+C$
C. $-\ln\left|\cos x\right|+C$
D. $\ln\left|\cos x\right|+C$

Câu 307: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+3}$ là:

A. $-2\ln\left|e^x+3\right|+C$
B. $-e^x-3+C$
C. $3e^x+9+C$
D. $\ln\left|e^x+3\right|+C$

Câu 308: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}^*$ thỏa mãn $f''(x)=-\dfrac{1}{x^2}$, $f(-1)=0$, $f(1)=0$, $f(2)=0$, $f(-3)=\ln 3$. Giá trị của biểu thức $f(-2)$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $4\ln 2$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $1+2\ln 2$. **D.** $\ln 2$.

Câu 309: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2019)$ bằng

A. $\dfrac{2019.2021}{2020}$. **B.** $\dfrac{2019}{2020}$. **C.** $-\dfrac{2019}{2020}$. **D.** $\dfrac{2018}{2020}$.

Câu 310: Cho biết $F(x)=\dfrac{1}{3}x^3+2x-\dfrac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{(x^2+a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x)=x\cos ax$.

A. $x\sin x-\cos x+C$ **B.** $\dfrac{1}{2}x\sin 2x-\dfrac{1}{4}\cos 2x+C$

C. $x\sin x+\cos+C$ **D.** $\dfrac{1}{2}x\sin 2x+\dfrac{1}{4}\cos 2x+C$

Câu 311: Xét $I=\int x^7\left(4x^4-3\right)^5 dx$ bằng cách đặt $t=4x^4-3$. Khi đó $I=\dfrac{1}{a}\left(\dfrac{t^b}{b}+\dfrac{3t^c}{c}\right)+C$. Tính giá trị biểu thức $T=a-7b-2c$.

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 312: Một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ là:

A. $\dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)$ **B.** $2\ln\left(x^2+1\right)$ **C.** $\ln\left(x^2+1\right)$ **D.** $\dfrac{1}{2}\ln|x+1|$

Câu 313: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x2^{x^2}$ là:

A. $\dfrac{1}{\ln 2}.2^{x^2}+C$ **B.** $\dfrac{1}{\ln 2.2^{x^2}}+C$ **C.** $\ln 2.2^{x^2}+C$ **D.** $\dfrac{\ln 2}{2^{x^2}}+C$

Câu 314: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=e^{-x}\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x).e^{2x}$ là

A. $(x-1)e^x+C$ **B.** $(x+2)e^{2x}+e^x+C$

C. $(x-2)e^x+e^x+C$ **D.** $(x+1)e^x+C$

Câu 315: Tìm $I=\int\dfrac{\cos^4 x}{\sin^4 x+\cos^4 x}dx$?

A. $I=\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)\right)+C$. **B.** $I=x-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)+C$.

C. $I=x-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)+C$. **D.** $I=\dfrac{1}{2}\left(x-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)\right)+C$.

Câu 316: Khi tính nguyên hàm $\int\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}}dx$, bằng cách đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int\left(u^2-4\right)du$. **B.** $\int 2\left(u^2-4\right)du$. **C.** $\int\left(u^2-3\right)du$. **D.** $\int 2u\left(u^2-4\right)du$.

Câu 317: Cho $I=\int x^3\sqrt{x^2+5}dx$, đặt $u=\sqrt{x^2+5}$ khi đó viết I theo u và du ta được $I=\int\left(au^n+bu^m\right)du$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+m+n$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. 9. **B.** 12. **C.** 2. **D.** –2.

Câu 318: Hàm số $f(x)=\dfrac{7\cos x-4\sin x}{\cos x+\sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3\pi}{8}$. Giá trị $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng?

A. $\dfrac{3\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{8}$. **C.** $\dfrac{3\pi-\ln 2}{4}$. **D.** $\dfrac{3\pi-11\ln 2}{4}$.

Câu 319: Bằng phép đổi biến số $x=1+2\sin t$, với $t\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$, $\int\dfrac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\cos t+C$. **B.** $-t+C$. **C.** $-\sin t+C$. **D.** $t+C$.

Câu 320: Tính $F(x)=\int\dfrac{x^3}{x^4-1}\mathrm{d}x$

A. $F(x)=\dfrac{1}{4}\ln\left|x^4-1\right|+C$ **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\ln\left|x^4-1\right|+C$

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln\left|x^4-1\right|+C$ **D.** $F(x)=\ln\left|x^4-1\right|+C$

Câu 321: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\begin{cases}e^x & \text{khi } x\ge 0\\ e^{-x} & \text{khi } x<0\end{cases}$ và $f(4)=e$. Đặt $S=f(-\ln 3)+f(\ln 3)+f(-\ln 2)+f(\ln 2)+200$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0<S<1$. **B.** $-3<S<-2$. **C.** $-2<S<-1$. **D.** $-4<S<-3$.

Câu 322: Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của $K=\int\dfrac{(7x-1)^{2017}}{(2x+1)^{2019}}\mathrm{d}x$?

A. $\dfrac{18162(2x+1)^{2018}+(7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$. **B.** $\dfrac{18162(2x+1)^{2018}-(7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$.

C. $\dfrac{18162(2x+1)^{2018}+(7x-1)^{2018}}{(2x+1)^{2018}}$. **D.** $\dfrac{-18162(2x+1)^{2018}+(7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$.

Câu 323: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x+3}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+3}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}x\sqrt{2x+3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+C$.

Câu 324: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin x}$ là:

A. $\ln\left|\cot\dfrac{x}{2}\right|+C$ **B.** $\ln|\sin x|+C$ **C.** $-\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}\right|+C$ **D.** $\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}\right|+C$

Câu 325: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln 2x}{x}$ là :

A. $\dfrac{\ln x}{2}+C$. **B.** $\dfrac{\ln^2 2x}{2}+C$. **C.** $\ln 2x+C$. **D.** $\ln^2 x+C$.

Câu 326: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C$. **B.** $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+\sqrt{x^2+1}+C$.

C. $F(x)=x^2\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C$. **D.** $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}+C$.

Câu 327: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2e^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$

A. $\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10+\ln 5-\ln 2$. **B.** $\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10-\dfrac{\ln 5}{3}$.

C. $\dfrac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2e^x+3\right)\right)$. **D.** $\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\dfrac{\ln 5}{3}$.

Câu 328: Tính $\int x(x+1)^3\,dx$ là :

A. $\dfrac{(x+1)^5}{5}-\dfrac{(x+1)^4}{4}+C$ **B.** $\dfrac{(x+1)^5}{5}+\dfrac{(x+1)^4}{4}+C$

C. $\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{3x^4}{4}+x^3-\dfrac{x^2}{2}+C$ **D.** $\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{3x^4}{4}-x^3+\dfrac{x^2}{2}+C$

Câu 329: Cho $F(x)=(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx=(4-2x)e^x+C$ **B.** $\int f'(x)e^{2x}dx=\dfrac{2-x}{2}e^x+C$

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=(x-2)e^x+C$ **D.** $\int f'(x)e^{2x}dx=(2-x)e^x+C$

Câu 330: Tính $\int x.e^{x^2+1}dx$

A. $e^{x^2+1}+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}e^{x^2+1}+C$. **C.** $\dfrac{1}{2}e^{x^2}+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}e^{x^2-1}+C$.

Câu 331: Cho $I=\int\dfrac{1}{x^3(1+x^2)}dx=\dfrac{-a}{x^2}-b\ln|x|+2c\ln(1+x^2)+C$. Khi đó $S=a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** $\dfrac{-1}{4}$.

Câu 332: Hàm số $f(x)=x(1-x)^{10}$ có nguyên hàm là:

A. $F(x)=\dfrac{(x-1)^{12}}{12}+\dfrac{(x-1)^{11}}{11}+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{(x-1)^{11}}{11}+\dfrac{(x-1)^{10}}{10}+C$.

C. $F(x)=\dfrac{(x-1)^{11}}{11}-\dfrac{(x-1)^{10}}{10}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{(x-1)^{12}}{12}-\dfrac{(x-1)^{11}}{11}+C$.

Câu 333: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x.\cos x$ và $F(0)=\pi$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$

A. $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\pi$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{4}+\pi$. **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\pi$. **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{4}+\pi$.

Câu 334: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm $f(x)=x^2e^{\alpha x}\ (\alpha\neq 0)$ sao cho $F\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)=F(0)+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1<\alpha<2$. **B.** $\alpha\geq 3$. **C.** $\alpha<-2$. **D.** $0<\alpha\leq 1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 335: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{2x-1}}$ thỏa mãn $F(5)=7$.

A. $F(x)=\sqrt{2x-1}+4$. **B.** $F(x)=2\sqrt{2x-1}$.

C. $F(x)=2\sqrt{2x-1}+1$. **D.** $F(x)=\sqrt{2x-1}-10$.

Câu 336: Nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{x\sin x}{\cos^3 x}$ bằng

A. $\dfrac{-x}{2\cos^2 x}-\tan x+C$. **B.** $\dfrac{x}{2\cos^2 x}-\dfrac{\tan x}{2}+C$.

C. $\dfrac{-x}{2\cos^2 x}+\tan x+C$. **D.** $\dfrac{-x}{2\cos^2 x}+\dfrac{\tan x}{2}+C$.

Câu 337: Cho $F(x)$ là nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x)=x^2\mathrm{e}^{ax}\,(a\neq 0)$, sao cho $F\left(\dfrac{1}{a}\right)=F(0)+1$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $0<a\le 1$. **B.** $a\ge 3$. **C.** $1<a<2$. **D.** $a<-2$.

Câu 338: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(x+1)\mathrm{e}^x$, $f(0)=0$ và $\int f(x)\mathrm{d}x=(ax+b)\mathrm{e}^x+c$ với a,b,c là các hằng số. Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+b=3$ **B.** $a+b=1$ **C.** $a+b=0$ **D.** $a+b=2$

Câu 339: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{2x+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}}+C$.

Câu 340: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\sqrt{x.f'(x)}=-f(x)$, $\forall x\ge 1$ và $f(\mathrm{e})=-\dfrac{1}{2}$. Tính $f(\mathrm{e}^2)$.

A. $f(\mathrm{e}^2)=\dfrac{1}{3}$. **B.** $f(\mathrm{e}^2)=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $f(\mathrm{e}^2)=-\dfrac{1}{4}$. **D.** $f(\mathrm{e}^2)=\dfrac{1}{4}$.

Câu 341: Cho a là một số thực dương. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(\ln(ax)+\dfrac{1}{x}\right)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{1}{a}\right)=0$ và $F(2020)=e^{2020}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in\left(\dfrac{1}{2020};1\right)$. **B.** $[2020;+\infty)$. **C.** $a\in\left(0;\dfrac{1}{2020}\right]$. **D.** $a\in[1;2020)$.

Câu 342: Cho $f(x)=\dfrac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $xf'(x)$ thỏa mãn $F(0)=0$. Biết $a\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan a=3$. Tính $F(a)-10a^2+3a$.

A. $\dfrac{1}{2}\ln 10$. **B.** $-\dfrac{1}{4}\ln 10$. **C.** $\ln 10$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\ln 10$.

Câu 343: Cho $I=\int x^3\sqrt{x^2+5}\mathrm{d}x$, đặt $u=\sqrt{x^2+5}$ khi đó viết I theo u và du ta được

A. $I=\int u^2\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int(u^4-5u^2)\mathrm{d}u$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $I=\int\left(u^4-5u^3\right)\mathrm{d}u.$ **D.** $I=\int\left(u^4+5u^3\right)\mathrm{d}u.$

Câu 344: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C.$ Khi đó với $a\neq 0$, ta có $\int f(ax+b)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $a.F(ax+b)+\mathrm{C}$ **B.** $F(ax+b)+\mathrm{C}$ **C.** $\frac{1}{2a}F(ax+b)+\mathrm{C}$ **D.** $\frac{1}{a}F(ax+b)+\mathrm{C}$

Câu 345: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=2f(x)+\mathrm{e}^{3x}$; $f(0)=1$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\sin 3x$ là

A. $\frac{1}{2}e^{3x}\left(\sin 3x+\cos 3x\right)+C$ **B.** $\frac{1}{2}e^{3x}\left(3\sin 3x+\cos 3x\right)+C.$

C. $\frac{1}{2}e^{3x}\left(\sin 3x-\cos 3x\right)+C.$ **D.** $\frac{1}{2}e^{3x}\left(\sin 3x-3\cos 3x\right)+C.$

Câu 346: Tìm nguyên hàm $\int x\left(x^2+7\right)^{15}\mathrm{d}x$

A. $\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C.$ **B.** $\frac{1}{2}\left(x^2+7\right)^{16}+C.$

C. $\frac{1}{16}\left(x^2+7\right)^{16}+C.$ **D.** $-\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C.$

Câu 347: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x.\cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ là

A. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x+\frac{1}{15}.$ **B.** $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}.$

C. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{4}{15}.$ **D.** $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}.$

Câu 348: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=x\left(2x^2-3x+1\right)\sqrt{x^2-x}$ với $x>1$ và $F(2)=4\sqrt{2}$. Khi đó giá trị của $F\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2+12\sqrt{2}}{5}.$ **B.** $\frac{2-12\sqrt{2}}{5}.$ **C.** $\frac{12}{5}.$ **D.** $\frac{12\sqrt{2}}{5}.$

Câu 349: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x^2+x+4}$ là:

A. $\frac{\ln\left|x^2+x+4\right|}{2}+C.$ **B.** $2\ln\left|x^2+x+4\right|+C.$

C. $\ln\left|x^2+x+4\right|+C.$ **D.** $4\ln\left|x^2+x+4\right|+C.$

Câu 350: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $y=\sqrt[3]{x+1}$?

A. $F(x)=\frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1}+C.$ **B.** $F(x)=\frac{3}{8}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C.$

C. $F(x)=\frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3}+C.$ **D.** $F(x)=\frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4}+C.$

Câu 351: Nguyên hàm của hàm số $y=\frac{4\sin x+3\cos x}{\sin x+2\cos x}$ bằng

A. $2x-\ln\left|\cos x+2\sin x\right|+C.$ **B.** $2x-\ln\left|\sin x+2\sin x\right|+C.$

C. $2x-\ln\left|\cos x+2\cos x\right|+C.$ **D.** $2x-\ln\left|\sin x+2\cos x\right|+C.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 352: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)\setminus\{e\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x(\ln x-1)}$, $f\left(\dfrac{1}{e^2}\right)=\ln 6$ và $f(e^2)=3$. Giá trị của biểu thức $f\left(\dfrac{1}{e}\right)+f(e^3)$ bằng

A. $3(\ln 2+1)$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $\ln 2+3$. **D.** $3\ln 2+1$.

Câu 353: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{13\sin x}{2\sin x+3\cos x}$. Bằng cách đặt $t=2\sin x+3\cos x$ khi tính nguyên hàm $\int f(x)\mathrm{d}x=ax+\int\dfrac{b}{t}\mathrm{d}t$. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+ab+b^2$

A. 12. **B.** 7. **C.** 13. **D.** 19.

Câu 354: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2\cos x-1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0;\pi)$. Biết rằng giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0;\pi)$ là $\sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $F\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=3-\sqrt{3}$. **B.** $F\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$. **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}-4$.

Câu 355: Tìm nguyên hàm $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{1+e^x}$.

A. $I=x-\ln|1-e^x|+C$. **B.** $I=-x-\ln|1+e^x|+C$.

C. $I=x-\ln|1+e^x|+C$. **D.** $I=x+\ln|1+e^x|+C$.

Câu 356: Nguyên hàm của hàm số: $y=\sin^2 x.\cos^3 x$ là:

A. $\dfrac{1}{3}\sin^3 x-\dfrac{1}{5}\sin^5 x+C$. **B.** $-\dfrac{1}{3}\sin^3 x+\dfrac{1}{5}\sin^5 x+C$.

C. $\sin^3 x-\sin^5 x+C$. **D.** $\sin^3 x+\sin^5 x+C$.

Câu 357: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$. Bằng cách đặt $t=\sqrt{x}$, nguyên hàm $\int\dfrac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2f(t)+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}f(t)+C$. **C.** $-2f(t)+C$. **D.** $f(t)+C$.

Câu 358: Biết rằng trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$, hàm số $f(x)=\dfrac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S=a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 359: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+4}$ là:

A. $4\ln|x^2+4|+C$ **B.** $\ln|x^2+4|+C$ **C.** $\dfrac{\ln|x^2+4|}{2}+C$ **D.** $2\ln|x^2+4|+C$

Câu 360: Xét trên $[0;\pi]$, biết $F(x)=\int\sin x e^{|\cos x|}\mathrm{d}x$ và $F\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)=0$. Tính $F\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

A. $\sqrt{e}+\left(\sqrt{e}\right)^{\sqrt{2}}$. **B.** $\sqrt{e}+\left(\sqrt{e}\right)^{-\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{e}-\left(\sqrt{e}\right)^{-\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{e}-\left(\sqrt{e}\right)^{\sqrt{2}}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 361: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và thỏa $\left(f'(x)\right)^2+4f(x)=8x^2+16x-8$ với mọi x thuộc R. Tính $\int f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. x^2-2x+C. **B.** x^2+x+C. **C.** x^2-x+C. **D.** x^2+2x+C.

Câu 362: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin 4x}{1+\cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$. Tính $F(0)$

A. $F(0)=4-6\ln 2$. **B.** $F(0)=4+6\ln 2$.

C. $F(0)=-4+6\ln 2$. **D.** $F(0)=-4-6\ln 2$.

Câu 363: Giả sử một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$ có dạng $A\sqrt{1-x^3}+\dfrac{B}{1+\sqrt{x}}$. Hãy tính $A+B$.

A. $A+B=-2$. **B.** $A+B=\dfrac{8}{3}$. **C.** $A+B=2$. **D.** $A+B=-\dfrac{8}{3}$.

Câu 364: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x=3x\cos(2x-5)+C$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f(3x)\mathrm{d}x=9x\cos(2x-5)+C$ **B.** $\int f(3x)\mathrm{d}x=3x\cos(2x-5)+C$

C. $\int f(3x)\mathrm{d}x=3x\cos(6x-5)+C$ **D.** $\int f(3x)\mathrm{d}x=9x\cos(6x-5)+C$

Câu 365: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos x-3}$ là:

A. $2\ln|\cos x-3|+C$ **B.** $-\dfrac{\ln|\cos x-3|}{2}+C$ **C.** $4\ln|\cos x-3|+C$ **D.** $-\ln|\cos x-3|+C$

Câu 366: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+2017\right)$, biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(0)=2018$. Tính $F(2)$.

A. $F(2)=5+2017\sqrt{5}$. **B.** $F(2)=4+2017\sqrt{3}$.

C. $F(2)=3+2017\sqrt{3}$. **D.** $F(2)=2017$.

Câu 367: Gọi hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ thỏa mãn $F(0)=1;F(1)=0$. Tính $F(-1)+F(2)$.

A. 1. **B.** $2\ln 3$. **C.** $\ln 3+2$. **D.** $\ln 3+1$.

Câu 368: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x^2+x-2}$, $f(-3)-f(3)=0$ và $f(0)=\dfrac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4)+f(-1)-f(4)$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{4}{5}+\ln 2+1$. **B.** $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{8}{5}+1$. **C.** $\ln 80+1$. **D.** $\dfrac{1}{3}\ln 2+\dfrac{1}{3}$.

Câu 369: Nguyên hàm của hàm số: $y=\sin^3 x.\cos x$ là:

A. $\dfrac{1}{4}\cos^4 x+C$. **B.** $-\cos^2 x+C$. **C.** $\dfrac{1}{3}\sin^3 x+C$. **D.** $\dfrac{1}{4}\sin^4 x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 370: Theo phương pháp đổi biến số $(x \to t)$, nguyên hàm của $I = \int \frac{2\sin x + 2\cos x}{\sqrt[3]{1-\sin 2x}}\mathrm{d}x$ là:

A. $3\sqrt[3]{t} + C$. **B.** $6\sqrt[3]{t} + C$. **C.** $2\sqrt[3]{t} + C$. **D.** $12\sqrt[3]{t} + C$.

Câu 371: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1-2\sin^2 x}{2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln|\sin x + \cos x| + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln|1+\sin 2x| + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln|\sin x + \cos x| + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln|1+\sin 2x| + C$.

Câu 372: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của $f(x).\mathrm{e}^x$. Một nguyên hàm của $f'(x).\mathrm{e}^x$ là :

A. $-2\sin 2x + \cos 2x$. **B.** $-2\sin 2x - \cos 2x$.

C. $2\cos 2x - \sin 2x$. **D.** $-\cos 2x + 2\sin 2x$.

Câu 373: Biết $f'(x) = \frac{1}{x^2-1}$ và $f(0) = 1, f(2) = 2$. Tính $f(3) - f(-2)$.

A. $\ln\sqrt{6}$. **B.** $-\ln 2$. **C.** $-\ln\sqrt{6}$. **D.** $\ln\sqrt{2}$.

Câu 374: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - f(x) = (x^2+1)\mathrm{e}^{\frac{x^2+2x-1}{2}}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = \mathrm{e}$. Tìm $f(x)$ bằng

A. $x + e^{\frac{x^2+2x-1}{2}}$. **B.** $xe^{\frac{x^2-2x-1}{2}}$. **C.** $x + e^{\frac{x^2-2x-1}{2}}$. **D.** $xe^{\frac{x^2+2x-1}{2}}$.

Câu 375: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x(\cos x - 2x\sin x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^2}{32} + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{64} + \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2}{64} + \frac{\pi}{16} + \frac{1}{8}$. **D.** $\frac{\pi^2}{32} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.

Câu 376: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8\sin^4 x + 2\cos 5x.\sin 3x$ có dạng $F(x) = ax + b.\sin 2x + c.\cos 2x + d.\sin 4x + e.\cos 8x$. Tính $S = a+b+c+d+e$.

A. $S = \frac{13}{8}$. **B.** $S = \frac{15}{3}$. **C.** $S = \frac{15}{8}$. **D.** $S = 5$.

Câu 377: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$ là:

A. $\frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{1-x^2} + C$ **B.** $-\frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{1-x^2} + C$

C. $-\frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{1-x^2} + C$ **D.** $\frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{1-x^2} + C$

Câu 378: Cho $F(x) = -\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x^4}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x).\sin 2x$

A. $\int f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x = x\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x + C$ **B.** $\int f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x = x\cos 2x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $\int f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=-x\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x+C$ **D.** $\int f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=-x\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x+C$

Câu 379: Tính $\int\frac{-2x}{1-x^2}\mathrm{d}x$ thu được kết quả là:

A. $\frac{1}{1-x}+C$. **B.** $\frac{1+x}{1-x}+C$. **C.** $\ln\left|1-x^2\right|+C$. **D.** $\frac{x}{1-x}+C$.

Câu 380: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x^2-1}$. Biết $f(3)+f(-3)=4$ và $f\left(\frac{1}{3}\right)+f\left(\frac{-1}{3}\right)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-5)+f(0)+f(2)$ bằng

A. $5-\frac{1}{2}\ln 2$. **B.** $6-\frac{1}{2}\ln 2$. **C.** $5+\frac{1}{2}\ln 2$. **D.** $6+\frac{1}{2}\ln 2$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chủ đề 02. TÍCH PHÂN

Câu 1: Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}x\mathrm{d}x$.

A. $I=-1$. **B.** $I=-\frac{1}{2}$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\frac{3}{2}$.

Câu 2: Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\cos^2 x\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{4\pi+3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $I=\frac{4\pi+3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $I=\frac{3\pi+4\sqrt{3}}{12}$. **D.** $I=\frac{3\pi+4\sqrt{3}}{24}$.

Câu 3: Biết $I=\int\limits_{0}^{3}\frac{x+1}{x+2}\mathrm{d}x=a+\ln\frac{2}{5}$ với $a,b,c\in\mathbb{N},c<3$. Khi đó $a+b-c$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 4: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int\limits_{-1}^{1}|x|^3\,\mathrm{d}x=\left|\int\limits_{-1}^{1}x^3\mathrm{d}x\right|$.

B. $\int\limits_{-2}^{3}\left|e^x(x+1)\mathrm{d}x\right|=\int\limits_{-2}^{3}e^x(x+1)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{2022}\left|x^4-x^2+1\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2022}\left(x^4-x^2+1\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$.

Câu 5: Cho tích phân $\int\limits_{0}^{1}(x-2)e^x\mathrm{d}x=a+be$, với $a;b\in\mathbb{Z}$. Tổng $a+b$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** –3. **D.** –1.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}3x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 4-x & \text{khi } 1\le x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân $\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. 1. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết $F(2)=-7$. Giá trị của $F(4)$ là:

A. $f'(4)$. **B.** $\int\limits_{2}^{4}\left[-7+f(t)\right]\mathrm{d}t$. **C.** $-7+\int\limits_{2}^{4}f(t)\mathrm{d}t$. **D.** $-7+f'(4)$.

Câu 8: Biết tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}(\tan x+1)^2\,\mathrm{d}x=a+\ln\frac{b}{c}$ với $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản, $c>0$. Giá trị của $a+b+c$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** –1.

Câu 9: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ tùy ý trên $[a;b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

B. $\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

Câu 10: Cho $\int_a^3(2x+3)\mathrm{d}x=14$. Tính tổng các giá trị của a là

A. 1. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 11: Cho $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=-1, f(1)=3$. Tính $I=\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=-2$. **B.** $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=-4$. **C.** $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=4$. **D.** $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=2$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x), y=g(x)$ là các hàm số có đạo hàm và liên tục trên $[0;2]$ và $\int_0^2 g(x)f'(x)\mathrm{d}x=2$, $\int_0^2 g'(x)f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính tích phân $I=\int_0^2[g(x)f(x)]'\mathrm{d}x$

A. $I=1$ **B.** $I=-1$ **C.** $I=5$ **D.** $I=6$

Câu 13: Cho $\int_2^3\frac{\mathrm{d}x}{2x-3}=\frac{a}{b}.\ln c$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $I=a+b+c$.

A. $I=2$. **B.** $I=4$. **C.** $I=36$. **D.** $I=6$.

Câu 14: Giả sử f là hàm số liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số bất kỳ trên khoảng K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=1$

B. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x, c\in(a;b)$

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$ **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$

Câu 15: Tính tích phân $I=\int_1^2 xe^x\mathrm{d}x$.

A. $I=3e^2$. **B.** $I=e^2$. **C.** $I=e$. **D.** $I=-e^2$.

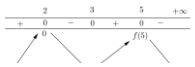
Câu 16: Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin 2x.\cos 3x\ \mathrm{d}x$. Biết $I=\frac{a\sqrt{3}+b}{10}$. Giá trị của $a+b$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** -7. **D.** 7.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2(f(x)+2x)\mathrm{d}x=5$. Tính $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -9. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 9.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Biết rằng $\int_2^5 \left|f'(x)\right|\mathrm{d}x = 5$. Giá trị của $f(5)$ bằng

A. 15. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 19: Cho các số thực a, b và các mệnh đề:

(I). $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

(II). $\int_a^b 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

(III). $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x = \left[\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right]^2$.

(IV). $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(u)\mathrm{d}u$.

Số mệnh đề **đúng** trong 4 mệnh đề trên là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 20: Tích phân $I = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x}$ bằng

A. $I = \ln 3$. **B.** $I = \ln 2$. **C.** $I = \ln\frac{1}{2}$. **D.** $I = 0$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 7$. $\int_3^{10} f(x)\mathrm{d}x = 8$, $\int_3^6 f(x)\mathrm{d}x = 9$.

Giá trị của $I = \int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = 5$. **B.** $I = 8$. **C.** $I = 7$. **D.** $I = 6$.

Câu 22: Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x+1)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = a + b.\mathrm{e}$, tích $a.b$ bằng

A. 1. **B.** −1. **C.** 20. **D.** −15.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}$.

Tính $\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. −3. **B.** 1. **C.** −1. **D.** 3.

Câu 24: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)\mathrm{d}x$ là

A. 24. **B.** 27. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 25: Biết $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}\mathrm{d}x = \frac{1}{2} - \frac{1}{a+1}\ln 2$ (với a là số nguyên). Tính a

A. $a = 1$ **B.** $a = 0$ **C.** $a = 0$ **D.** $a = 2$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f^3(x) + f(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 14$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = \frac{5}{4}$. **D.** $I = 10$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 9$. Tính tích phân $\int_{0}^{2}\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$

A. 15. **B.** 75. **C.** 27. **D.** 21.

Câu 28: Cho $\int_{1}^{\mathrm{e}}(1+x\ln x)\mathrm{d}x = a\mathrm{e}^2+b\mathrm{e}+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a-b=c$ **B.** $a-b=-c$ **C.** $a+b=c$ **D.** $a+b=-c$

Câu 29: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x)=f(10-x)$ và $\int_{3}^{7} f(x)\mathrm{d}x = 4$. Tính $I=\int_{3}^{7} xf(x)\mathrm{d}x$.

A. 80. **B.** 20. **C.** 60. **D.** 40.

Câu 30: Cho tích phân $I=\int_{1}^{2}\frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{b}{c}+a\ln 2$ với a là số thực, b và c là các số nguyên dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P=2a+3b+c$.

A. $P=5$ **B.** $P=-6$ **C.** $P=4$ **D.** $P=6$

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^2-2}{8}$. **B.** $\frac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. **D.** $\frac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x).f'(x)=1, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=a$, $f(1)=b$ và $f(2)=c$. Tích phân $\int_{1}^{2}\frac{x}{f(x)}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2c-b-a$. **B.** $2a-b-c$. **C.** $2a-b+c$. **D.** $2c-b+a$.

Câu 33: Tính tích phân $I=\int_{0}^{3}\frac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}}$ ta được kết quả:

A. $\frac{76}{15}$. **B.** $\frac{36}{5}$. **C.** $\frac{15}{76}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Câu 34: Tính tích phân $I=\int_{-1}^{0} x(x+1)^{2018}\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $\frac{1}{4078380}$. **B.** $-\frac{1}{4078380}$. **C.** $-\frac{1}{2018}$. **D.** $\frac{1}{2018}$.

Câu 35: Tính tích phân $I=\int_{1}^{2}\frac{\mathrm{d}x}{x^2-4x+5}$.

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 36: Biết rằng $\int_{1}^{a}\ln x\,\mathrm{d}x=1+2a$, $(a>1)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a\in(11;14)$. **B.** $a\in(18;21)$. **C.** $a\in(1;4)$. **D.** $a\in(6;9)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1)\sin(1)=10$. Tính $I=\int_0^1\left(f(x)\cos x+f'(x)\sin x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=20$. **B.** $I=-20$. **C.** $I=10$. **D.** $I=-10$.

Câu 38: Cho $\int_0^1\frac{x^2+2x}{(x+3)^2}\mathrm{d}x=\frac{a}{4}-4\ln\frac{4}{b}$ với a,b là các số nguyên dương. giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. 34. **B.** 25. **C.** 41. **D.** 20.

Câu 39: Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)\mathrm{d}x$ là

A. 24. **B.** 3. **C.** 27. **D.** 0.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\ln 2} f(e^{2x})\mathrm{d}x=8$. Tính $I=\int_1^4\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$.

A. $I=16$. **B.** $I=8$. **C.** $I=32$. **D.** $I=4$.

Câu 41: Cho $I=\int_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sqrt{1-x^2}$ thì I bằng

A. $\int_1^0 t(1-t)\mathrm{d}t$ **B.** $\int_0^1 t^2(1-t^2)^2\mathrm{d}t$ **C.** $\int_1^0\left(t^4-t^2\right)\mathrm{d}t$ **D.** $\int_0^1 t(1-t^2)\mathrm{d}t$

Câu 42: Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$.

A. $-\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 43: Cho $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=16$. Tính $I=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=32$. **C.** $I=16$. **D.** $I=4$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ và $\int_1^2(x-1)f'(x)\mathrm{d}x=a$. Tính $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ theo a và $b=f(2)$.

A. $a-b$. **B.** $-a-b$. **C.** $a+b$. **D.** $b-a$.

Câu 45: Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_1^2 f(2x-1)\mathrm{d}x=3$. Tính $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** –4.

Câu 46: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x)\cos x\mathrm{d}x$.

A. –6. **B.** 6. **C.** –3. **D.** 3.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 47: Biết $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{3}}{a}\pi-\ln b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+b$.

A. $T=13$. **B.** $T=9$. **C.** $T=7$. **D.** $T=11$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2;4]$ và thỏa mãn $f(2)=2$, $f(4)=2020$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1009$. **B.** $I=1011$. **C.** $I=2018$. **D.** $I=2022$.

Câu 49: Cho $\int\limits_0^8 f(x)\mathrm{d}x=24$. Tính $\int\limits_0^2 f(4x)\mathrm{d}x$

A. 36. **B.** 76. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và thỏa mãn $\int\limits_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(2x-1)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=12$. **D.** $I=-12$.

Câu 51: Biết $\int\limits_0^3 f(x).\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(3x).\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. 4. **B.** 3. **C.** 36. **D.** 6.

Câu 52: Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 10. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 2.

Câu 53: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ sao cho $f'(x)=f'(1-x),\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1, f(1)=2019$. Giá trị của $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 2019. **B.** 2020. **C.** $\sqrt{2019}$ **D.** 1010.

Câu 54: Tính tích phân $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^2\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $x=2\sin t$, $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

A. $\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}\right)$. **B.** $\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{8}\right)$. **C.** $\frac{\pi}{12}$. **D.** $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 55: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=10$ thì $\int\limits_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 56: Biết tích phân $I=\int\limits_1^{\sqrt[4]{3}}\frac{1}{x\left(x^4+1\right)}\mathrm{d}x=\frac{a}{4}\ln\frac{b}{2}$ với a,b là các số nguyên dương. Tính $a+b$ là

A. 5 **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 57: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và thỏa mãn $\int_0^1 (2x+1)f'(x)\mathrm{d}x = 10$, $3f(1)-f(0)=12$. Tính $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=2$.

Câu 58: Cho $\int_{\ln 2}^{1+\ln 2} f(x)\mathrm{d}x = 2018$. Tính $\int_1^e \frac{1}{x} f(\ln 2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1009}{2}$. **B.** $I=4036$ **C.** $I=1009$. **D.** $I=2018$.

Câu 59: Cho $I=\int_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sqrt{1-x^2}$ thì I bằng

A. $\int_1^0 (t^4-t^2)\mathrm{d}t$ **B.** $\int_0^1 t^2(1-t^2)^2\mathrm{d}t$ **C.** $\int_0^1 t(1-t^2)\mathrm{d}t$ **D.** $\int_1^0 t(1-t)\mathrm{d}t$

Câu 60: Cho tích phân $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 32$. Tích phân $J=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $J=32$. **B.** $J=64$. **C.** $J=8$. **D.** $J=16$.

Câu 61: Cho tích phân $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 32$. Tính tích phân $J=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $J=32$. **B.** $J=8$. **C.** $J=64$. **D.** $J=16$.

Câu 62: Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+3\cos x}.\sin x\,\mathrm{d}x$. Đặt $u=\sqrt{3\cos x+1}$. Khi đó I bằng

A. $\int_1^3 u^2 du$. **B.** $\frac{2}{3}\int_0^2 u^2 du$. **C.** $\frac{2}{3}\int_1^3 u^2 du$. **D.** $\frac{2}{9}u^3\Big|_1^2$.

Câu 63: Cho tích phân: $I=\int_1^e \frac{\sqrt{1-\ln x}}{2x}\mathrm{d}x$. Đặt $u=\sqrt{1-\ln x}$. Khi đó I bằng

A. $I=\int_1^0 u^2\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int_1^0 \frac{u^2}{2}\mathrm{d}u$. **C.** $I=-\int_1^0 u^2\mathrm{d}u$. **D.** $I=-\int_0^1 u^2\mathrm{d}u$.

Câu 64: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$, thoả $\int_1^2 (x-1)f'(x)\mathrm{d}x = 5, f(2)=-3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 2. **C.** 8. **D.** -2.

Câu 65: Biết $\int_0^8 f(x)\mathrm{d}x = 16$, khi đó $I=\int_0^2 f(4x)\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. $I=64$. **B.** $I=36$. **C.** $I=32$. **D.** $I=4$.

Câu 66: Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x = a$. Tích phân $I=\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $I=\frac{1}{2}a$. **B.** $I=\frac{a}{2}+1$ **C.** $I=2a$. **D.** $I=2a+1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 67: Tính tích phân $\int_0^1 \frac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}\mathrm{d}x$ là

A. $\frac{4}{2}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{10}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 68: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 (x-1)f'(x)\mathrm{d}x = 12$ và $f(0)=3$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 36. **B.** –9. **C.** 9. **D.** 15.

Câu 69: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=f(1)=1$. Biết $\int_0^1 e^x\left(f(x)+f'(x)\right)\mathrm{d}x = a\mathrm{e}+b$. Tính $S=a^{2017}+b^{2018}$.

A. $S=0$. **B.** $S=1$. **C.** $S=2$. **D.** $S=-1$.

Câu 70: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3)=1$ và $\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^3 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{25}{3}$. **B.** 7. **C.** 3. **D.** –9.

Câu 71: Cho f là hàm số liên tục thỏa $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=7$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(\sin x)\mathrm{d}x$.

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 72: Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 2020$. Tính tích phân $I=\int_0^1 \left[f(2x)-3f(2-2x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 1010. **B.** 4040. **C.** –2020. **D.** 2020.

Câu 73: Biết rằng tồn tại duy nhất các bộ số nguyên a,b,c sao cho $\int_2^3 (4x+2)\ln x\mathrm{d}x = a+b\ln 2+c\ln 3$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. –5. **B.** 5. **C.** 19. **D.** –19.

Câu 74: Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)=-\frac{1}{18}$, $\int_0^1 x.f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{36}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{36}$. **B.** $-\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{36}$.

Câu 75: Cho $\int_1^e (2+x\ln x)\mathrm{d}x = ae^2+be+c$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=-c$ **B.** $a+b=-c$ **C.** $a+b=c$ **D.** $a-b=c$

Câu 76: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\mathbb{R}$ và $\int_1^{12} f(x)\mathrm{d}x=8$. Giá trị của $\int_4^{48} f\left(\frac{x}{4}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 32. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 77: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(4-x)=f(x)$. Biết $\int_1^3 xf(x)\mathrm{d}x=5$, tính $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{11}{2}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Câu 78: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(2)=16$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $\int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 112. **B.** 12. **C.** 56. **D.** 144.

Câu 79: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=2020$. Giá trị của $\int_0^2 xf(x^2)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2019. **B.** 4040. **C.** 1008. **D.** 1010.

Câu 80: Biết rằng $\int_2^3 x\ln x\,\mathrm{d}x=m\ln 3+n\ln 2+p$ trong đó $m,n,p\in\mathbb{Q}$. Tính $m+n+2p$

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 0.

Câu 81: Cho $\int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2}\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$, với a,b là các số hữu tỉ. Tính $P=a+4b$.

A. $P=1$ **B.** $P=0$ **C.** $P=-3$ **D.** $P=3$

Câu 82: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x^3+3x)=x+1,\forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^4 f(x)dx$ bằng:

A. 25. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** 88. **D.** $\frac{7}{4}$.

Câu 83: Cho hàm số $f(x)$ thoả $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=20$ và $2f(1)-f(0)=4$. Tính $B=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $B=24$. **B.** $B=-24$. **C.** $B=-16$. **D.** $B=16$.

Câu 84: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2;\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=8$. Tính $\mathrm{I}=\int_{-1}^1 f(|2x-1|)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{2}{3}$. **B.** $I=6$. **C.** $I=5$. **D.** $I=\frac{3}{2}$

Câu 85: Tích phân $\int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}\int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4}\mathrm{d}t$. **B.** $\frac{3}{2}\int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4}\mathrm{d}t$. **C.** $\int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5}\mathrm{d}t$. **D.** $\frac{1}{2}\int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5}\mathrm{d}t$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 86: Cho $\int\limits_4^9 f(x)\mathrm{d}x=10$. Tính tích phân $J=\int\limits_0^1 f(5x+4)\mathrm{d}x$.

A. $J=4$. **B.** $J=2$. **C.** $J=10$. **D.** $J=50$.

Câu 87: Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 \dfrac{5-2x}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x$

A. $9\ln 3-6\ln 2$. **B.** $16\ln 2-9\ln 3$. **C.** $9\ln 3-16\ln 2$. **D.** $7\ln 2-9\ln 3$.

Câu 88: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thoả mãn $f(1)=0$ và $\int\limits_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}$. Tích phân $\int\limits_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 89: Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=4$ và $f'(x)=\dfrac{2}{\sin^2 x}+1, \forall x\in(0;\pi)$. Khi đó $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+8\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi^2}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+2\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{8\pi-\pi^2}{2}$.

Câu 90: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_0^2 x.f\left(x^2\right)\mathrm{d}x=2$, hãy tính $I=\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=1$. **D.** $I=2$.

Câu 91: Kết quả của $F=\int_0^1 \dfrac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x$ là

A. $-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 92: Cho tích phân $I=\int\limits_0^1 \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x=2\sin t$, $t\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì:

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} t\,\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\mathrm{d}t}{t}$.

Câu 93: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^2 xf'\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=8$ và $f(1)=3$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=8$. **C.** $I=11$. **D.** $m=1$.

Câu 94: Tính tích phân $I=\int\limits_1^e \dfrac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}.\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $-\dfrac{116}{135}$. **B.** $\dfrac{116}{135}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $-\dfrac{4}{5}$.

Câu 95: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x.f(x)\mathrm{d}x=f(0)=1$. Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=1$. **D.** $I=2$.

Câu 96: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ và thỏa mãn $f(x)+f(2-x)=3\left(x^2-2x\right)$, $\forall x\in[0;2]$. Biết $f(x)=10$, tích phân $I=\int\limits_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. 8. **B.** 24. **C.** 18. **D.** 22.

Câu 97: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;4]$ biết $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 f(2x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=-10$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=10$. **D.** $I=6$.

Câu 98: Biết $\int_0^{x^2} f(t)\mathrm{d}t=x\cos(\pi x),\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $f(4)$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{4}$.

Câu 99: Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{5x}{(x^2+4)^2}\mathrm{d}x$ là

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** 1.

Câu 100: Cho $\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int_{-1}^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3}{2}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{5}{2}$. **D.** $I=4$.

Câu 101: Cho $\int_1^2 \frac{\ln(1+2x)}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{a}{2}\ln 5+b\ln 3+c\ln 2$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+2(b+c)$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 102: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C). Giả sử tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_1 và x_2 với $x_1<x_2$ có phương trình lần lượt là $(d_1):y=3x+1,(d_2):y=4x-5$. Khi đó giá trị $\int_{x_1}^{x_2} f''(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 103: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2)=4$, $\int_0^2 xf(x)\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 18.

Câu 104: Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_0^1 f(3x-1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 18.

Câu 105: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10$. Tính $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$.

A. $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=\frac{5}{2}$. **B.** $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=20$. **C.** $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=10$. **D.** $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=5$.

Câu 106: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-8$. **B.** $I=-12$. **C.** $I=1$. **D.** $I=8$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 107: Biết $I=\int_0^1 \frac{2x^2+3x+3}{x^2+2x+1}\mathrm{d}x=a-\ln b$ với a,b là các số nguyên dương. Tính $P=a^2+b^2$.

A. 5. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 4.

Câu 108: Cho $y=f(x)$ là một hàm số bất kỳ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đặt $I=\int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I=\int_1^0 f(x)\mathrm{d}x-f(1)$. **B.** $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-f(1)$.

C. $I=f(1)+\int_1^0 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $I=f(1)+\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 109: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0)=6$, $\int_0^1 (2x-2).f'(x)\mathrm{d}x=6$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. –3. **B.** 3. **C.** –9. **D.** 6.

Câu 110: Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}$ bằng cách đặt $x=2\sin t$, $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Câu 111: Tính tích phân $\int_1^2\left(\frac{2x^4+3}{x^2}\right)\mathrm{d}x$

A. $\frac{37}{6}$. **B.** $\frac{30}{6}$. **C.** $\frac{37}{3}$. **D.** $-\frac{37}{6}$.

Câu 112: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+(5x-2)f(5x^2-4x)=50x^3-60x^2+23x-1\ \forall x\in R$. Giá trị của biểu thức $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 113: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f'(x)f\left[f(x)\right]dx=10$ và $f(0)=1, f(1)=2$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 30. **B.** 3. **C.** 10. **D.** 1.

Câu 114: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 x.f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $f(1)=3$, tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 30. **B.** 13. **C.** 7. **D.** –7.

Câu 115: Tính tích phân $I=\int_0^{\ln 3} e^{2x}\sqrt{4e^x-3}.dx$ ta được kết quả:

A. $\frac{48}{5}$ **B.** $\frac{93}{10}$ **C.** $\frac{93}{80}$ **D.** $\frac{6}{5}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 116: Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=a$. Tích phân $I=\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$ có giá trị là.

A. $I=2a+1$. **B.** $I=\frac{1}{2}a$. **C.** $I=2a$. **D.** $I=\frac{a}{2}+1$.

Câu 117: Biết $\int_0^1 f(x).\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_0^1 f(1-x).\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{5}$ **D.** 5.

Câu 118: Cho **hàm số** $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;5]$ và $f(5)=10$, $\int_0^5 xf'(x)\mathrm{d}x=30$. Tính $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 20. **B.** -30. **C.** -20. **D.** 70.

Câu 119: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 24. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 120: Cho tích phân $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1+x^2}}$. Nếu đổi biến số $x=\tan t$, $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ thì

A. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}t}{\tan t}$. **B.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}} \mathrm{d}t$. **C.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\mathrm{d}t}{t}$. **D.** $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}t}{\sin t}$.

Câu 121: Cho biết $\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x=15$. Giá trị của $P=\int_0^2 [f(5-3x)+7]\mathrm{d}x$ bằng

A. $P=27$. **B.** $P=19$. **C.** $P=37$. **D.** $P=15$.

Câu 122: Cho tích phân $I=\int_1^2 \frac{1-x^7}{x(1+x^7)}\mathrm{d}x$, nếu đặt $t=x^7$ thì I trở thành

A. $I=\int_1^2 \frac{1-t}{t(1+t)}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\frac{1}{7}\int_1^2 \frac{1-t}{t(1+t)}\mathrm{d}t$. **C.** $I=\frac{1}{7}\int_1^{128} \frac{1-t}{t(1+t)}\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int_1^{128} \frac{1-t}{t(1+t)}\mathrm{d}t$.

Câu 123: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 \frac{f'(x)}{x+1}\mathrm{d}x=1$ và $f(1)-2f(0)=2$. Tính $I=\int_0^1 \frac{f(x)}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=0$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-1$.

Câu 124: Cho $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=60$. Tính $I=\int_0^3 f(3x)\mathrm{d}x$

A. $I=5$. **B.** $I=10$. **C.** $I=20$. **D.** $I=40$.

Câu 125: Cho $f(x),g(x)$ là các hàm số liên tục trên $[1;3]$ và thỏa mãn $\int_1^3 [f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x=10$ $\int_1^3 [2f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=6$. Tích phân $I=\int_1^3 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=9$. **B.** $I=6$. **C.** $I=8$. **D.** $I=7$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 126: Cho $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)\cos 2x\,\mathrm{d}x$

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\pi$. **D.** $I=0.5$.

Câu 127: Biết tích phân $\int\limits_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}}\mathrm{d}x=\frac{1}{a}\left(2^b-1\right)$ với a,b là các số nguyên dương. Tính $a+b$ là

A. 1100. **B.** 1000. **C.** 900. **D.** 800.

Câu 128: Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1;2]$. Biết rằng $F(1)=1$, $F(2)=4$, $G(1)=\frac{3}{2}$, $G(2)=2$ và $\int\limits_1^2 f(x)G(x)\mathrm{d}x=\frac{67}{12}$. Tính $\int\limits_1^2 F(x)g(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{11}{12}$. **B.** $-\frac{11}{12}$. **C.** $\frac{145}{12}$. **D.** $-\frac{145}{12}$.

Câu 129: Tích phân $I=\int\limits_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$ **C.** $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$

Câu 130: Biết $\int\limits_0^2 2x\ln(1+x)\mathrm{d}x=a.\ln b$, với $a,b\in\mathbb{N}^*$, b là số nguyên tố. Tính $3a+4b$.

A. 32. **B.** 42. **C.** 21. **D.** 12.

Câu 131: Biết $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2+1}\mathrm{d}x=\frac{a\pi}{b}$, với a, b là các số nguyên. Tính $M=a+b$.

A. $M=3$. **B.** $M=6$. **C.** $M=4$. **D.** $M=7$.

Câu 132: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;e]$, biết $\int\limits_1^e \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=1$, $f(e)=1$. Ta có $\int\limits_1^e f'(x).\ln x\,\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=1$. **B.** $I=3$. **C.** $I=4$. **D.** $I=0$.

Câu 133: Xét tích phân $I=\int\limits_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$. Thực hiện phép đổi biến $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây

A. $I=\int\limits_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t$. **C.** $I=-\int\limits_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t$. **D.** $I=-\int\limits_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t$.

Câu 134: Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(x-1)\sin 2x\mathrm{d}x$. Tìm đẳng thức đúng?

A. $I=-\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$. **B.** $I=-(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

C. $I=-(x-1)\cos 2x-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$. **D.** $I=-\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 135: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trong đoạn $[-1;1]$ và $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 2$ Kết quả $I = \int_{-1}^{1} \frac{f(x)}{1+e^x}\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=3$. **B.** $I=4$. **C.** $I=2$. **D.** $I=1$.

Câu 136: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-2)=1$, $\int_{1}^{2} f(2x-4)\mathrm{d}x = 1$. Tính $\int_{-2}^{0} xf'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-4$.

Câu 137: Biết $\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+x^2-1}\mathrm{d}x = \frac{b}{a}\ln 5 - c\ln 2$ với a,b,c là các số nguyên và phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính $P=3a+2b+c$.

A. 11. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Câu 138: Tính $I = \int_{2}^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Câu 139: Cho $\int_{0}^{2} \frac{x+\ln(x+1)}{(x+2)^2}\mathrm{d}x = \frac{a}{b}+\frac{c}{d}\ln 3$ (với $a,c\in\mathbb{Z}; b,d\in\mathbb{N}^*; \frac{a}{b}\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản). Tính $P=(a+b)(c+d)$.

A. 7. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -7.

Câu 140: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_{0}^{1}(x+1)f'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$ **B.** $I=-12$ **C.** $I=8$ **D.** $I=-8$

Câu 141: Giá trị của $\int_{0}^{3} \sqrt{9-x^2}\mathrm{d}x = \frac{a}{b}\pi$ trong đó a, $b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T=ab$.

A. $T=35$. **B.** $T=36$. **C.** $T=12$. **D.** $T=24$.

Câu 142: Tính $I = \int_{0}^{1} \frac{1}{x^2+3}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{4\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}$.

Câu 143: Cho $\int_{0}^{3} \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x = \frac{a}{3}+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 144: Biết rằng $\int_{-1}^{1} \sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x = \frac{2\pi}{3}+a$. Khi đó a bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 145: Giả sử a,b,c là các số nguyên thỏa mãn $\int\limits_0^4 \frac{2x^2+4x+1}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_1^3 \left(au^4+bu^2+c\right)\mathrm{d}u$, trong đó $u=\sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S=a+b+c$.

A. $S=0$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=2$.

Câu 146: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(2)=2$ và $f(4)=2018$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-1008$. **B.** $I=-2018$. **C.** $I=2018$. **D.** $I=1008$.

Câu 147: Tính tích phân $I=\int\limits_1^{2^{1000}} \frac{\ln x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$, ta được

A. $I=\frac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}}-1001\ln\frac{2}{1+2^{1000}}$. **B.** $I=-\frac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}}+1001\ln\frac{2}{1+2^{1000}}$.

C. $I=-\frac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}+\ln\frac{2^{1000}}{1+2^{1000}}$. **D.** $I=\frac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}-\ln\frac{2^{1000}}{1+2^{1000}}$.

Câu 148: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$ thoả $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2020$. Tính $\int\limits_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} xf\left(x^2\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=1010$. **B.** $I=2010^2$. **C.** $I=\sqrt{2010}$. **D.** $I=4036$.

Câu 149: Cho $\int\limits_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\frac{a}{3}+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 9. **C.** 1. **D.** 7.

Câu 150: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x)=3f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$. Giá trị của tích phân $I=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. $I=5$ **B.** $I=3$ **C.** $I=2$ **D.** $I=8$

Câu 151: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$ thoả mãn $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2018$. Tính $\int\limits_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} xf\left(x^2\right)\mathrm{d}x$

A. $I=\sqrt{2018}$. **B.** $I=4036$. **C.** $I=1009$. **D.** $I=2018^2$.

Câu 152: Tính tích phân $I=\int_2^4 \frac{3\mathrm{d}x}{x^2-4x+8}$.

A. $\frac{3\pi}{4}$. **B.** $\frac{3\pi}{8}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{8}$.

Câu 153: Cho $f(x)$ xác định trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f^2(x)-2\sqrt{2}f(x)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]\mathrm{d}x=\frac{2-\pi}{2}$.

Tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. 1. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** 0.

Câu 154: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[0;1]$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\int_0^1\left[2f(x)+3x\right]f(x)\mathrm{d}x-\int_0^1\left[4f(x)+x\right]\sqrt{xf(x)}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{24}$ **B.** $-\frac{1}{12}$ **C.** $-\frac{1}{6}$ **D.** $-\frac{1}{8}$

Câu 155: Tính $I=\int_0^1\frac{1}{4x^2+4x+4}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{\pi}{4\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}-\frac{1}{2}$.

Câu 156: Cho tích phân $\int_1^4\frac{\sqrt{25-x^2}}{x}\mathrm{d}x=a+b\sqrt{6}+c\ln\left(\frac{5\sqrt{6}+12}{5\sqrt{6}-12}\right)+d\ln 2$ với a,b,c,d là các số hữu tỉ. Tính tổng $a+b+c+d$.

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{3}{25}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{20}$.

Câu 157: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(1-3x)\mathrm{d}x=5$, $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính $I=\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$?

A. 11. **B.** -10. **C.** -5. **D.** 9.

Câu 158: Cho $\int_{16}^{55}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}}=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 11$, với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$ **B.** $a+b=3c$ **C.** $a-b=-3c$ **D.** $a-b=-c$

Câu 159: $I=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\frac{a+b\sqrt{3}}{24}$. Tính $a+b$?

A. 7. **B.** 5 **C.** -7. **D.** 6.

Câu 160: Tính $I=\int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{2\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 161: Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m sao cho $\int_0^m xe^{\sqrt{x^2+1}}dx=2^{500}e^{\sqrt{m^2+1}}$.

A. $m=2^{250}\sqrt{2^{500}-2}$. **B.** $m=\sqrt{2^{1000}+1}$.

C. $m=\sqrt{2^{1000}-1}$. **D.** $m=2^{250}\sqrt{2^{500}+2}$.

Câu 162: Biết rằng $\int_0^1\frac{\mathrm{d}x}{3x+5\sqrt{3x+1}+7}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a+b+c$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $-\frac{5}{3}$ **B.** $-\frac{10}{3}$ **C.** $\frac{5}{3}$ **D.** $\frac{10}{3}$

Câu 163: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x^5+x^3-x\right)=x, \forall x\in\mathbb{R}$.. Tính tính phân $I=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x.$

A. $\frac{21}{12}$. **B.** $\frac{19}{12}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 0.

Câu 164: Với mỗi số nguyên dương n ta kí hiệu $I_n=\int_0^1 x^2\left(1-x^2\right)^n\mathrm{d}x$. Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{I_{n+1}}{I_n}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 165: Tính $I=\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\frac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$.

A. $\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}$. **D.** $-\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}$.

Câu 166: Biết $\int_1^5\frac{1}{1+\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x=a+b\ln 3+c\ln 5\ \ (a,b,c\in Q)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 167: Giả sử a,b,c là các số nguyên thỏa mãn $\int_0^4\frac{2x^2+4x+1}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_1^3\left(au^4+bu^2+c\right)\mathrm{d}u$, trong đó $u=\sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=3$. **C.** $S=2$. **D.** $S=0$.

Câu 168: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$. Tính $I=\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$

A. $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=\frac{3}{2}$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=1$.

Câu 169: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f\left(x^3+3x+1\right)=3x+2, \forall x\in\mathbb{R}\ (*)$. Tính tính phân $I=\int_1^5 xf'(x)\mathrm{d}x.$

A. $\frac{33}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** -1761.

Câu 170: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^{1} f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $\int_0^2\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$.

A. 75. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 27.

Câu 171: Biết $\int_0^1\frac{\left(x^2+5x+6\right)\mathrm{e}^x}{x+2+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x=a\mathrm{e}-b-\ln\frac{a\mathrm{e}+c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S=2a+b+c$.

A. $S=10$. **B.** $S=5$. **C.** $S=9$. **D.** $S=0$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 172: Cho biết $\int\limits_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}}\mathrm{d}x = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản. Tính $m-7n$

A. 1. **B.** 0. **C.** 91. **D.** 2.

Câu 173: Tính tích phân $\int\limits_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I = a\ln 3 + b\ln 5$. Giá trị $a^2+ab+3b^2$ là

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 174: Biết $\int\limits_{\frac{1}{12}}^{12}\left(1+x-\frac{1}{x}\right)e^{x+\frac{1}{x}}\mathrm{d}x = \frac{a}{b}e^{\frac{c}{d}}$ trong đó a,b,c,d là các số nguyên dương và các phân số $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ là tối giản. Tính $bc-ad$.

A. 64. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 1.

Câu 175: Cho $A = \int\limits_0^{\ln m} \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+2}\mathrm{d}x = \ln 2$, khi đó khẳng định nào sau đây đúng.

A. $m\in(5;6)$. **B.** $m\in(0;2)$. **C.** $m\in(6;+\infty)$. **D.** $m\in\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$.

Câu 176: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 4$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left[f(2x)-\sin x\right]\mathrm{d}x$ bằng.

A. $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $3-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $2+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 177: Cho tích phân $I = \int\limits_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = a\pi$, a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của a là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 178: Cho $I = \int\limits_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a>0$, $b\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2ab=-1$ **B.** $-b+\ln\frac{3}{2a}=\frac{1}{3}$ **C.** $-b+\ln\frac{3}{2a}=-\frac{1}{3}$ **D.** $2ab=1$

Câu 179: Cho hàm số f liên tục, $f(x)>-1$, $f(0)=0$ và thỏa $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$. Tính $f\left(\sqrt{3}\right)$.

A. 9. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 180: Tính tích phân $\int\limits_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I = a\ln 3 + b\ln 5$. Giá trị $a^2+ab+3b^2$ là

A. 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 181: Giá trị của tích phân $\int\limits_0^{100} x(x-1)...(x-100)\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 100. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 182: Khi tính $I = \int\limits_0^2 \sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$, bằng phép đặt $x = 2\sin t$ thì được

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}2\left(1-\cos 2t\right)\mathrm{d}t$.
B. $I=\int\limits_0^{2}2\cos^2 t\mathrm{d}t$.
C. $I=\int\limits_0^{2}4\cos^2 t\mathrm{d}t$.
D. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}2\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}t$.

Câu 183: Biết $\int\limits_0^{2}2x\ln\left(x+1\right)\mathrm{d}x=\mathrm{a.lnb}$, với $a,b\in\mathbb{N}^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a+7b$.

A. $6a+7b=33$. **B.** $6a+7b=25$. **C.** $6a+7b=39$. **D.** $6a+7b=42$.

Câu 184: Cho tích phân $I=\int\limits_0^{4}\dfrac{\mathrm{d}x}{3+\sqrt{2x+1}}=a+b\ln\dfrac{2}{3}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=3$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a-b=5$. **D.** $a+b=3$.

Câu 185: Cho hàm số $f\left(x\right)$ nhận giá trị không âm và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=\left(2x+1\right)\left[f\left(x\right)\right]^2,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(0\right)=-1$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{\pi\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\dfrac{1}{6}$. **C.** $-\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{9}$. **D.** $-\ln 2$.

Câu 186: Tính $I=\int\limits_a^{b}\dfrac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\mathrm{d}x$ (với a, b là các số thực dương cho trước)

A. $\dfrac{b}{a^2+b}$. **B.** $\dfrac{\left(a-1\right)\left(b-1\right)}{\left(a+b^2\right)\left(a+1\right)}$. **C.** $\dfrac{2b}{a^2+b^2}$. **D.** $\dfrac{b}{a+b^2}$.

Câu 187: Giá trị của $\int\limits_0^{3}\sqrt{9-x^2}\mathrm{d}x=\dfrac{a}{b}\pi$ trong đó a, $b\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T=ab$.

A. $T=35$. **B.** $T=12$. **C.** $T=24$. **D.** $T=36$.

Câu 188: Hàm số $f\left(x\right)$ là hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=10$. Tính $I=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{f\left(x\right)}{2^x+1}\mathrm{d}x$.

A. $I=10$. **B.** $I=5$. **C.** $I=\dfrac{10}{3}$. **D.** $I=20$.

Câu 189: Cho $\int\limits_0^{3}\dfrac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{a}{3}+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 190: Cho tích phân $I=\int\limits_0^{4}\dfrac{\mathrm{d}x}{3+\sqrt{2x+1}}=a+b\ln\dfrac{2}{3}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=3$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a-b=5$. **D.** $a+b=3$.

Câu 191: Biết $\int\limits_0^{1}\dfrac{x^3}{x+\sqrt{1+x^2}}\mathrm{d}x=\dfrac{a\sqrt{b}+c}{15}$ với a, b, c là các số nguyên và $b\geq 0$. Tính $P=a+b^2-c$

A. $P=-7$. **B.** $P=7$. **C.** $P=5$. **D.** $P=3$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 192: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\cos x\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=4$. **B.** $I=10$. **C.** $I=2$. **D.** $I=6$.

Câu 193: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{5}$ và $f'(x)=x^3\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{79}{20}$ **B.** $-\frac{4}{5}$ **C.** $-\frac{71}{20}$ **D.** $-\frac{4}{35}$

Câu 194: Đổi biến $x=2\sin t$ thì tích phân $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành

A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \mathrm{d}t$. **B.** $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t\mathrm{d}t$. **C.** $\int_0^{\frac{\pi}{3}} t\mathrm{d}t$. **D.** $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\mathrm{d}t}{t}$.

Câu 195: Cho hàm số f liên tục, $f(x)>-1$, $f(0)=0$ và thỏa $f'(x)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f(x)+1}$. Tính $f(\sqrt{3})$.

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 0.

Câu 196: Tính tích phân $\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I=a\ln 3+b\ln 5$. Giá trị $a^2+ab+3b^2$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 197: Tích phân $I=\int_{\frac{5}{2}}^3 \sqrt{(x-1)(3-x)}\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $I=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $I=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $I=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $I=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 198: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$ thoả $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2018$. Tính $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} xf(x^2)\mathrm{d}x$.

A. $I=2018^2$. **B.** $I=\sqrt{2018}$. **C.** $I=4036$. **D.** $I=1009$.

Câu 199: Giá trị của tích phân $\int_0^{100} x(x-1)...(x-100)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 100. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 200: Tính $I=\int_0^1 \sqrt{2x-x^2}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{3\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{12}$.

Câu 201: Tính tích phân $\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I=a\ln 3+b\ln 5$. Giá trị $a^2+ab+3b^2$ là

A. 0. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 202: Biết $I=\int_0^1(2x+3)e^x\mathrm{d}x=ae+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a-b=2$. **B.** $a+2b=1$. **C.** $ab=3$. **D.** $a^3+b^3=28$.

Câu 203: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $f(1).g(1)=1,\ f(2).g(2)=2$ và $\int_1^2 g(x).f'(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_1^2 f(x).g'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-4$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Câu 204: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{3}$ và $f'(x)=x\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{7}{6}$ **B.** $-\frac{2}{9}$ **C.** $-\frac{11}{6}$ **D.** $-\frac{2}{3}$

Câu 205: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2)=16,\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$.

Tính $I=\int_0^1 xf'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=12$ **B.** $I=20$ **C.** $I=7$ **D.** $I=13$

Câu 206: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(2)=2$ và $f(4)=2018$. Tính $I=\int_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1008$. **B.** $I=-2018$. **C.** $I=-1008$. **D.** $I=2018$.

Câu 207: Cho tích phân $\int_2^3\frac{1}{x^3+x^2}\mathrm{d}x=a\ln 3+b\ln 2+c$ với $a,\ b,\ c\in\mathbb{Q}$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-\frac{7}{6}$. **B.** $S=\frac{2}{3}$. **C.** $S=-\frac{2}{3}$. **D.** $S=\frac{7}{6}$.

Câu 208: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;2]$, thỏa các điều kiện $f(2)=1$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{2}{3}$. Giá trị của $\int_1^2\frac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x$:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 209: Biết rằng $I=\int_1^e\frac{\ln x}{x\left(\ln^2 x+1\right)}\mathrm{d}x=a\ln 2+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

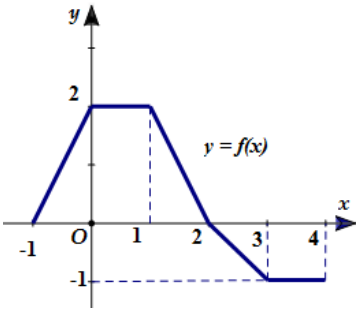
A. $2a+b=1$. **B.** $a-b=1$. **C.** $ab=2$. **D.** $a^2+b^2=4$.

Câu 210: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=3$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{f(x)}{\cos x}\mathrm{d}x=1$ và $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left[\sin x.\tan x.f(x)\right]\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin x.f'(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{1+3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 6. **C.** $\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 4.

Câu 211: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1;4]$ như hình vẽ dưới.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

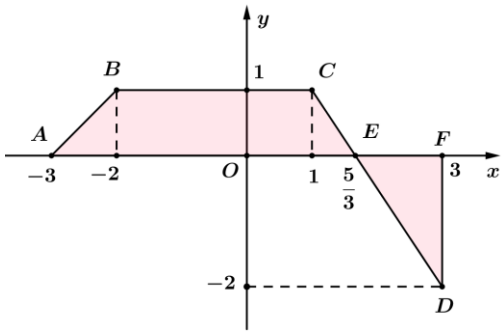


Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=\dfrac{11}{2}$. **C.** $I=5$. **D.** $I=\dfrac{5}{2}$.

Câu 212: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ

Tính $\int\limits_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x$



A. $\dfrac{-35}{6}$. **B.** $\dfrac{35}{6}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{-5}{2}$.

Câu 213: Cho hàm số f liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(x)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}, f(0)=8$ và thoả mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f(x)+1}$. Tính $f\left(\sqrt{3}\right)$.

A. 7. **B.** 3. **C.** 15. **D.** 9.

Câu 214: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=2$, $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_0^1 x^3.f(x)\mathrm{d}x=10$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{2}{285}$ **B.** $\dfrac{194}{95}$ **C.** $\dfrac{584}{285}$ **D.** $\dfrac{116}{57}$

Câu 215: Biết $\int\limits_0^1\dfrac{x^3+3x}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ, tính giá trị của $S=2a+b^2+c^2$.

A. $S=436$. **B.** $S=515$. **C.** $S=-9$. **D.** $S=164$.

Câu 216: Biết $\int\limits_0^1\dfrac{x+2}{x^2+4x+7}\mathrm{d}x=a\ln\sqrt{12}+b\ln\sqrt{7}$, với a, b là các số nguyên, khi đó a^3+b^3 bằng

A. -9. **B.** 7. **C.** 0. **D.** 9.

Câu 217: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(3)=6$, $\int\limits_0^3\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^3 x^2.f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{154}{3}$. Tích phân $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

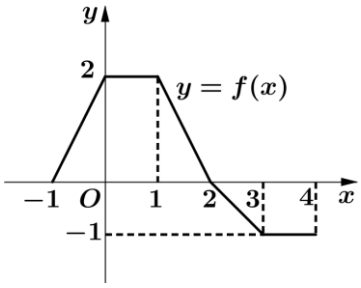
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{13}{5}$ **B.** $\frac{53}{5}$ **C.** $\frac{153}{5}$ **D.** $\frac{117}{20}$

Câu 218: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x^3+x-1)+f(-x^3-x-1)=-6x^6-12x^4-6x^2-2, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $\int_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. 32. **B.** 4. **C.** -36. **D.** -20.

Câu 219: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1;4]$ như hình vẽ dưới đây. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.



A. $I=5$. **B.** $I=\frac{11}{2}$. **C.** $I=3$. **D.** $I=\frac{5}{2}$.

Câu 220: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)+(2x+3)f^2(x)=0$ và $f(0)=\frac{1}{2}$. Tính tổng $S=f(0)+f(1)+f(2)+...+f(2019)=\frac{a}{b}$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ tối giản.

A. $\frac{2019}{2021}$. **B.** $\frac{2020}{2021}$. **C.** $\frac{2019}{2020}$. **D.** $\frac{1010}{2021}$.

Câu 221: Biết rằng $\int_{-2}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{x+5\sqrt{x+3}+9}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. -5. **B.** 10. **C.** 5. **D.** -10.

Câu 222: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $\int_0^1[f'(x)]^2\mathrm{d}x=\int_0^1(x+1)\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^2-1}{4}$ và $f(1)=0$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{\mathrm{e}-1}{2}$. **B.** $\frac{\mathrm{e}}{2}$. **C.** $\mathrm{e}-2$. **D.** $\frac{\mathrm{e}^2}{4}$.

Câu 223: Biết $\int_0^1\frac{x+2}{x^2+4x+7}\mathrm{d}x=a\ln\sqrt{12}+b\ln\sqrt{7}$, với a, b là các số nguyên, khi đó a^3+b^3 bằng

A. 9. **B.** -9. **C.** 7. **D.** 0.

Câu 224: Cho $\int_0^1\frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức a^b+b^a bằng

A. 145. **B.** 32. **C.** 17. **D.** 57.

Câu 225: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $f(-x)+2019f(x)=2^x, \forall x\in[-1;1]$. Giá trị của $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{3}{4040\ln 2}$. **B.** $\frac{1}{2019\ln 2}$. **C.** 0 **D.** $\frac{5}{2018\ln 2}$.

Câu 226: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-6;6]$; biết $\int_{-3}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_{1}^{2} f(-3x)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int_{0}^{6} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=16$. **C.** $I=-8$. **D.** $I=0$.

Câu 227: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3f(x)+f(2-x)=2(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x+1}+4$. Tính tích phân $I=\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $I=2$. **B.** $I=8$. **C.** $I=\mathrm{e}+2$. **D.** $I=\mathrm{e}+4$.

Câu 228: Giá trị của tích phân $\int_{0}^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{x}{1-x}}\mathrm{d}x$ bằng tích phân nào dưới đây?

A. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} 2\sin^2 y\mathrm{d}y$. **B.** $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 y}{\cos y}\mathrm{d}y$. **C.** $\int_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^2 x}{\cos x}\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} 2\sin^2 y\mathrm{d}y$.

Câu 229: Biết $\int_{0}^{4}\frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{2x+3\sqrt{2x+1}+3}=a+b\ln 2+c\ln\frac{5}{3}\,(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính $T=2a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

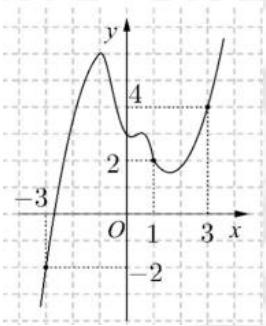
Câu 230: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0)=0$ và $f(x).f'(x)=\cos x.\sqrt{1+f^2(x)}$, $\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $M=5\sqrt{2}$. **B.** $M=\frac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $M=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $M=\sqrt{3}$.

Câu 231: Tính tích phân $I=\int_{2}^{2\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 232: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới

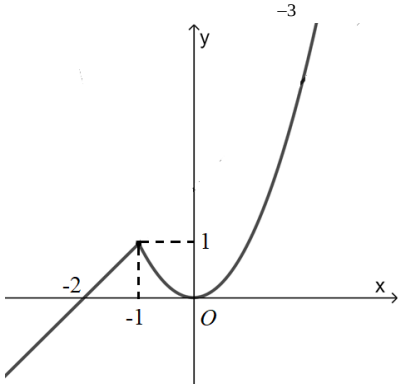


Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Khi đó tổng $\int\limits_{-2}^{0} f'(2x+1)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2} f'(x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 0.

Câu 233: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị gồm một phần đường thẳng và một phần đường parabol có đỉnh là gốc tọa độ O như hình vẽ. Giá trị của $\int\limits_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:



A. $\frac{26}{3}$. **B.** $\frac{28}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{38}{3}$.

Câu 234: Cho $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2-1}{x^4+1}\mathrm{d}x$, với a, b là các số nguyên $(b>0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{a}{b}=2$. **B.** $\frac{a}{b}=-1$. **C.** $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{a}{b}=1$.

Câu 235: Tính $I=\int\limits_{a}^{b}\frac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\mathrm{d}x$ (với a, b là các số thực dương cho trước).

A. $I=\frac{2b}{a^2+b^2}$. **B.** $I=\frac{b}{a^2+b}$. **C.** $I=\frac{(a-1)(b-1)}{(a+b^2)(a+1)}$. **D.** $I=\frac{b}{a+b^2}$.

Câu 236: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$.

Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 237: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn: $x^2.f^2(x)+(2x-1).f(x)=x.f'(x)-1$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ đồng thời $f(1)=-2$. Tính $\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$

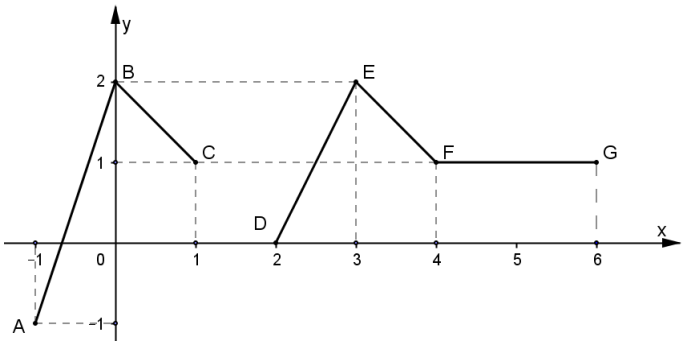
A. $-\frac{\ln 2}{2}-1$. **B.** $-\ln 2-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{\ln 2}{2}-\frac{3}{2}$. **D.** $-\ln 2-\frac{1}{2}$.

Câu 238: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=4$, $\int\limits_{0}^{1}\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_{0}^{1} x.f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}$. Tích phân $\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{17}{18}$ **B.** $\frac{15}{19}$ **C.** $\frac{17}{4}$ **D.** $\frac{15}{4}$

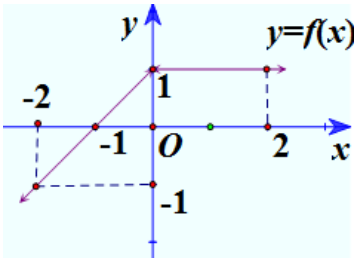
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 239: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xét hàm số $F(x)=\int_4^{\frac{x}{2}} f(t)\mathrm{d}t$. Giá trị $F'(6)$ bằng



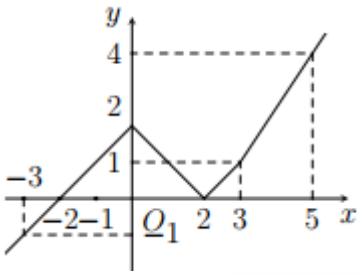
A. $F'(6)=0$. **B.** $F'(6)=2$. **C.** $F'(6)=1$. **D.** $F'(6)=6$.

Câu 240: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$?



A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 241: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{3} f(2x-1)\mathrm{d}x$.



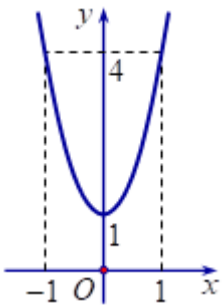
A. $I=\frac{9}{2}$. **B.** $I=\frac{7}{2}$. **C.** $I=3$. **D.** $I=\frac{5}{3}$.

Câu 242: Tính tích phân $I=\int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Câu 243: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Tính giá trị $H=f(4)-f(2)$.

A. $H=64$. **B.** $H=58$. **C.** $H=45$. **D.** $H=51$.

Câu 244: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn: $x^2.f^2(x)+(2x-1).f(x)=x.f'(x)-1$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ đồng thời $f(1)=-2$. Tính $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

A. $-\frac{\ln 2}{2}-\frac{3}{2}$. **B.** $-\ln 2-\frac{1}{2}$. **C.** $-\ln 2-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{\ln 2}{2}-1$.

Câu 245: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2xf(x^2-2)+2f(1-x)=3x^2$. Tính giá trị của tích phân $I=\int_1^{16}\frac{f(\sqrt{x}-2)}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{9}{2}$. **B.** $I=5$. **C.** $I=3$. **D.** $I=9$.

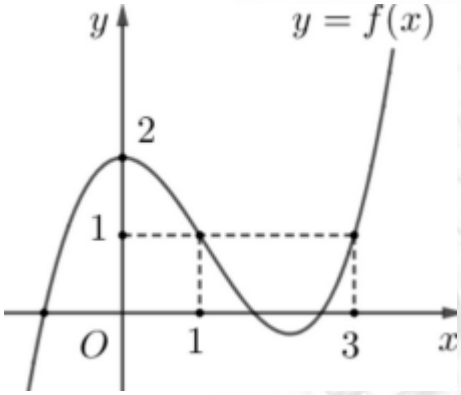
Câu 246: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0;2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2-f(x).f''(x)+[f'(x)]^2=0$. Biết $f(0)=1$, $f(2)=e^6$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. e^3. **B.** $e^{\frac{3}{2}}$. **C.** $e^{\frac{5}{2}}$. **D.** e^2.

Câu 247: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, biết $x.f(x)\neq -1,\forall x\neq 0$; $f(1)=-2$ và $(x.f(x)+1)^2-x.f'(x)-f(x)=0$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Tính $\int_1^e f(x)\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{e}$. **B.** $\frac{1}{e}-2$. **C.** $2-\frac{1}{e}$. **D.** $\frac{1}{e}-1$.

Câu 248: Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Khi đó: $\int_0^1 xf(x)f'(x)\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 249: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$ và $\int_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\int_0^1(x+1)\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x=\frac{e^2-1}{4}$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=2-\mathrm{e}$. **B.** $I=\frac{\mathrm{e}}{2}$. **C.** $I=\mathrm{e}-2$. **D.** $I=\frac{\mathrm{e}-1}{2}$.

Câu 250: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa $2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$ .Tính $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{16}$. **C.** $\frac{\pi}{20}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 251: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}}f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{8}$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}}f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{4}$. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}}f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{1}{2}$. **D.** $I=\frac{1}{4}$.

Câu 252: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ thỏa mãn $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left[f^2(x)-2f(x).(3-x)\right]\mathrm{d}x=-\frac{109}{12}$. Tính $\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{f(x)}{x^2-1}\mathrm{d}x$.

A. $\ln\frac{8}{9}$. **B.** $\ln\frac{5}{9}$. **C.** $\ln\frac{7}{9}$. **D.** $\ln\frac{2}{9}$.

Câu 253: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0)=0$ và $f(x).f'(x)=\cos x.\sqrt{1+f^2(x)}$, $\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $M=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $M=\sqrt{3}$. **C.** $M=5\sqrt{2}$. **D.** $M=\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Câu 254: Cho số thực $a>0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0;a]$ thỏa mãn $I_1=\int_0^3\frac{1}{1+f(3-t)}\mathrm{d}t=\int_0^3\frac{1}{1+\frac{1}{f(x)}}\mathrm{d}x=\int_0^3\frac{f(x)}{1+f(x)}\mathrm{d}x$. Tính tích phân $I=\int_0^a\frac{1}{1+f(x)}\mathrm{d}x$?

A. $I=\frac{2a}{3}$. **B.** $I=\frac{a}{3}$. **C.** $I=\frac{a}{2}$. **D.** $I=a$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

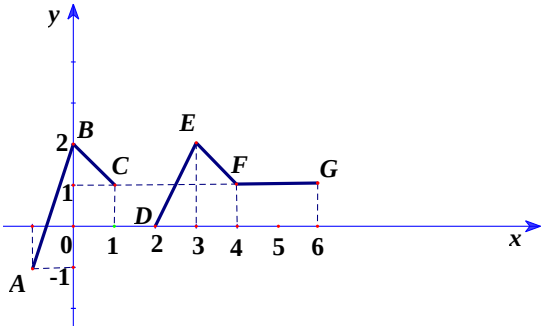
Câu 255: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$, $\int_0^1 x f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}$ và $\int_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=\frac{9}{5}$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{4}$. **B.** $I=\frac{3}{4}$. **C.** $I=\frac{1}{5}$. **D.** $I=\frac{4}{5}$.

Câu 256: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)+(2x+3)f^2(x)=0$ và $f(0)=\frac{1}{2}$. Tính tổng $S=f(0)+f(1)+f(2)+...+f(2019)=\frac{a}{b}$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ tối giản.

A. $\frac{2019}{2021}$. **B.** $\frac{2020}{2021}$. **C.** $\frac{1010}{2021}$. **D.** $\frac{2019}{2020}$.

Câu 257: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xét hàm số $F(x)=\int_4^{\frac{x}{2}} f(t)\mathrm{d}t$. Giá trị $F'(6)$ bằng



A. $F'(6)=0$. **B.** $F'(6)=6$. **C.** $F'(6)=1$. **D.** $F'(6)=2$.

Câu 258: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$ và thỏa mãn $f(2)=0$, $\int_1^2 (f'(x))^2\mathrm{d}x=\frac{5}{12}+\ln\frac{2}{3}$ và $\int_1^2 \frac{f(x)}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=-\frac{5}{12}+\ln\frac{3}{2}$. Tính tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{3}{4}+2\ln\frac{3}{2}$. **B.** $\ln\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}-2\ln\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}+2\ln\frac{2}{3}$.

Câu 259: Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}}\mathrm{d}x=a+b\ln 2+c\ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=0$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=-1$.

Câu 260: Cho $\int_0^1 \frac{x^2e^x+xe^x}{x+e^{-x}}\mathrm{d}x=a.e+b\ln(e+c)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b+c$.

A. $P=0$. **B.** $P=1$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=-1$.

Câu 261: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$, $\int_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=9$ và $\int_0^1 x^3 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{7}{4}$.

Câu 262: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x^2+x-2}$; $f(0)=\frac{1}{3}$ và $f(-3)-f(3)=0$. Tính giá trị biểu thức $T=f(-4)+f(-1)-f(4)$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{1}{3}\ln 2+\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{8}{5}\right)+1$ **C.** $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{4}{5}\right)+1$ **D.** $\ln 80+1$

Câu 263: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện $4x.f(x^2)+3.f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$. Tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\frac{\pi}{16}$. **B.** $I=\frac{\pi}{20}$. **C.** $I=\frac{\pi}{6}$. **D.** $I=\frac{\pi}{4}$.

Câu 264: Cho $\int_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\ln\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b+c+d$?

A. 17. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 265: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $f(-x)+2019f(x)=2^x,\forall x\in[-1;1]$. Giá trị của $\int_{-1}^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3}{4040\ln 2}$. **B.** $\frac{1}{2019\ln 2}$. **C.** $\frac{5}{2018\ln 2}$. **D.** 0

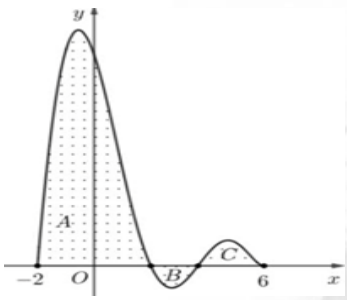
Câu 266: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0)+f(1)=0$. Biết $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x)\cos\pi x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{1}{\pi}$. **B.** $\frac{2}{\pi}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** π.

Câu 267: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^1 \frac{x^2f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 268: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích các hình phẳng A,B,C trong hình vẽ lần lượt bằng $32;2;3$. Tích phân $\int_{-2}^2 \left(f(2x+2)+1\right)dx$ bằng



A. 22,5 **B.** 37 **C.** 20,5 **D.** 19,5

Câu 269: Biết rằng $\int_{-2}^1 \frac{\mathrm{d}x}{x+5\sqrt{x+3}+9}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 10. **B.** −10. **C.** −5. **D.** 5.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 270: Cho $I=\int\limits_{0}^{\sqrt{2}}\left(2-\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}(2-x)\mathrm{d}x=a+b.\pi$. Chọn kết quả đúng:

A. $a^2+4b^2\geq 5$. **B.** $a+2b=3$. **C.** $a>1,\ b>1$. **D.** $a+b<1$.

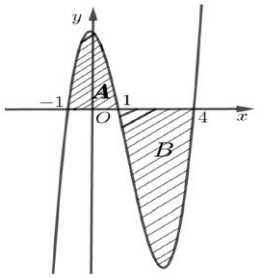
Câu 271: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-6;6]$; biết $\int\limits_{-3}^{0}f(-x)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_{1}^{2}f(-3x)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int\limits_{0}^{6}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=16$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-8$.

Câu 272: Cho hàm số f liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}, f(0)=8$ và thoả mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f(x)+1}$. Tính $f\left(\sqrt{3}\right)$.

A. 9. **B.** 7. **C.** 15. **D.** 3.

Câu 273: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Biết diện tích hai phần A và B lần lượt là $\frac{16}{3}$ và $\frac{63}{4}$, tính $\int\limits_{-1}^{\frac{3}{2}}f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{253}{24}$. **B.** $-\frac{125}{24}$. **C.** $\frac{253}{12}$. **D.** $-\frac{125}{12}$.

Câu 274: Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $f(2)=0$, $\int\limits_{1}^{2}\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{45}$ và $\int\limits_{1}^{2}(x-1)f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{30}$. Tính $I=\int\limits_{1}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-\frac{1}{36}$. **B.** $I=\frac{1}{12}$. **C.** $I=-\frac{1}{15}$. **D.** $I=-\frac{1}{12}$.

Câu 275: Biết $\int\limits_{1}^{\sqrt{3}}\frac{\mathrm{d}x}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{2}+c+\frac{1}{2}\ln\left(3\sqrt{2}-3\right)$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\frac{1}{2}$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=-\frac{1}{2}$. **D.** $P=\frac{5}{2}$.

Câu 276: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$, $\int\limits_{0}^{1}\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{9}{5}$ và $\int\limits_{0}^{1}f\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=\frac{2}{5}$. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{4}$. **B.** $I=\frac{3}{4}$. **C.** $I=\frac{3}{5}$. **D.** $I=\frac{1}{5}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 277: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 7$ và $\int_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{4}$ **B.** $\frac{7}{5}$ **C.** 1 **D.** 4

Câu 278: Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = a+b\ln 2+c\ln\frac{5}{3}\left(a,b,c\in\mathbb{Z}\right)$. Tính $T=2a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

Câu 279: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=\frac{1}{2x\sqrt{x}-4x+2\sqrt{x}}$, với $x\geq 0$ và $f(0)=1$. Khi đó $\int_0^{\frac{1}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $2-2\ln 2$. **B.** $\ln 2-1$. **C.** $2\ln 2-1$. **D.** $2\ln 2-2$.

Câu 280: Cho hàm số $f(x)$ biết $f(\pi)=0$ và $f'(x)=2\sin x-3\sin^3 x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin^2 x+1}\mathrm{d}x$.

A. $1-\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}-2$. **C.** $\frac{\pi}{4}-1$. **D.** $1-\frac{\pi}{4}$.

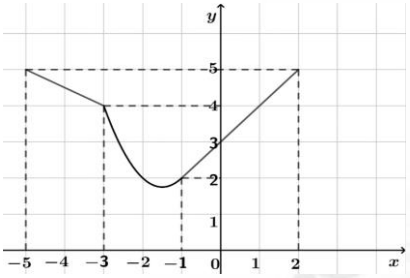
Câu 281: Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = a+b\ln 2+c\ln\frac{5}{3}\left(a,b,c\in\mathbb{Z}\right)$. Tính $T=2a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

Câu 282: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$, $\int_0^1 x f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{5}$ và $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x = \frac{9}{5}$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{4}$. **C.** $I=\frac{4}{5}$. **D.** $I=\frac{3}{4}$.

Câu 283: Cho hàm số $f(x)$ liên tục có đồ thị như hình bên dưới

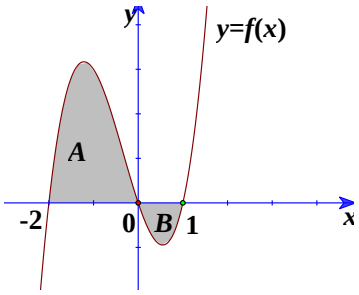


Biết $F'(x)=f(x),\ \forall x\in[-5;2]$ và $\int_{-3}^{-1} f(x)\mathrm{d}x = \frac{14}{3}$. Tính $F(2)-F(-5)$.

A. $-\frac{145}{6}$. **B.** $\frac{145}{6}$. **C.** $-\frac{89}{6}$. **D.** $\frac{89}{6}$.

Câu 284: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 12 và 2. Giá trị của $I=\int_{-1}^{-\frac{2}{5}} f(5x+3)\mathrm{d}x$ bằng.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. 50. **B.** 2. **C.** $\frac{14}{5}$. **D.** 14.

Câu 285: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=0$, $\int_0^1 (f'(x))^2\,dx=\frac{\pi^2}{8}$ và $\int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)f(x)\,dx=\frac{1}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)\,dx$.

A. $\frac{2}{\pi}$. **B.** $\frac{1}{\pi}$. **C.** π. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 286: Cho hàm số $f(x)$ biết $f(\pi)=0$ và $f'(x)=2\sin x-3\sin^2 x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin^2 x+1}\,dx$.

A. $\frac{\pi}{4}-1$. **B.** $1-\frac{\pi}{4}$. **C.** $1-\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}-2$.

Câu 287: Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;a]$ thỏa mãn $\begin{cases} f(x).f(a-x)=1 \\ f(x)>0, \forall x\in[0;a] \end{cases}$ và $\int_0^a \frac{dx}{1+f(x)}=\frac{ba}{c}$, trong đó b, c là hai số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $b+c$ có giá trị thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7;21)$. **B.** $(0;9)$. **C.** $(17;20)$. **D.** $(11;22)$.

Câu 288: Biết $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{2}+c+\frac{1}{2}\ln\left(3\sqrt{2}-3\right)$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\frac{1}{2}$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=\frac{5}{2}$. **D.** $P=-\frac{1}{2}$.

Câu 289: Biết rằng $\int_4^{a+\sqrt{b}} \frac{1}{\sqrt{-x^2+6x-5}}\,dx=\frac{\pi}{6}$ trong đó a, b là các số nguyên dương và $4<a+\sqrt{b}<5$. Tổng $a+b$ bằng

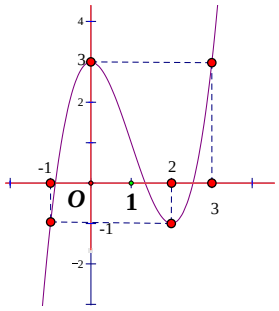
A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 290: Tính $I=\int_a^b \frac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\,dx$ (với a, b là các số thực dương cho trước).

A. $I=\frac{2b}{a^2+b^2}$. **B.** $I=\frac{b}{a^2+b}$. **C.** $I=\frac{b}{a+b^2}$. **D.** $I=\frac{(a-1)(b-1)}{(a+b^2)(a+1)}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 291: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hình bên. Tính tích phân $I=\int_1^2 f'(2x-1)\mathrm{d}x$.



A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=2$.

Câu 292: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x^3+x-1)+f(-x^3-x-1)=-6x^6-12x^4-6x^2-2, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $\int_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. -36. **B.** 4. **C.** 32. **D.** -20.

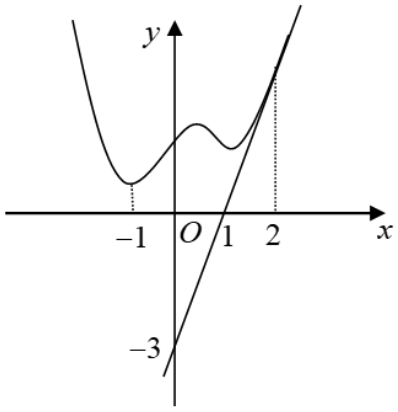
Câu 293: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1;1]$ và thỏa $f(1)=0$, $(f'(x))^2+4f(x)=8x^2+16x-8$ với mọi x thuộc $[-1;1]$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{5}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 294: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[1;+\infty)$, biết $xf'(x)-2\sqrt{1+\ln x}=0$ và $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{3}$. Tính giá trị của $T=f(e)$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{16}$. **B.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{1-8\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{1+8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 295: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=-1$, có đồ thị như hình vẽ và đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 2. Tính $\int_1^4 f''(x-2)\mathrm{d}x$.



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 296: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=3, \int_0^1 [f'(x)]^2\,dx=\frac{4}{11}$ và $\int_0^1 x^4 f(x)\,dx=\frac{7}{11}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)\,dx$ là

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{23}{7}$. **C.** $\frac{35}{11}$. **D.** $\frac{65}{21}$.

Câu 297: Cho hàm số $f(x)$ có $f(\sqrt{2})=-2$ và $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{6-x^2}}$, $\forall x\in(-\sqrt{6};\sqrt{6})$. Khi đó $\int_0^{\sqrt{3}} f(x).dx$ bằng

A. $-\frac{3\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi+2}{4}$. **C.** $\frac{3\pi+6}{4}$. **D.** $-\frac{3\pi+6}{4}$.

Câu 298: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn: $f(1)=0, \int_0^1 [f'(x)]^2\,dx=7$ và $\int_0^1 x^2.f(x)\,dx=\frac{1}{3}$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\,dx$.

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{7}{5}$. **C.** $I=4$. **D.** $I=\frac{7}{4}$.

Câu 299: Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{3x+5\sqrt{3x+1}+7}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. $I=4$. **B.** $I=3$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=0$.

Câu 300: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Tính $I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)dx$.

A. $I=6$ **B.** $I=-2$ **C.** $I=0$ **D.** $I=-6$

Câu 301: Biết rằng $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\sin x+\cos x)^3}\,dx=-a+\frac{b}{c}\sqrt{3}$ với a,b,c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $a+b-c$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 302: Cho $\int_0^1 \frac{(x^2+x)e^x}{x+e^{-x}}\,dx=a.e+b\ln(e+c)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b-c$.

A. $P=1$. **B.** $P=0$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=-1$.

Câu 303: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(\tan x)=\cos^4 x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_0^1 f(x)\,dx$

A. $\frac{2+\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi+2}{8}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** 1.

Câu 304: Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $f(2)=0, \int_1^2 (f'(x))^2\,dx=\frac{1}{45}$ và $\int_1^2 (x-1)f(x)\,dx=-\frac{1}{30}$. Tính $I=\int_1^2 f(x)dx$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $I=-\frac{1}{36}$. **B.** $I=-\frac{1}{12}$. **C.** $I=\frac{1}{12}$. **D.** $I=-\frac{1}{15}$.

Câu 305: Cho tích phân $I=\int_0^{2\sqrt{2}}\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x$ và $x=4\sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I=-16\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 t\mathrm{d}t$. **B.** $I=8\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}t$.

C. $I=8\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(1-\cos 2t\right)\mathrm{d}t$. **D.** $I=16\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2 t\mathrm{d}t$.

Câu 306: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0)+f(1)=0$. Biết $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x)\cos\pi x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{1}{\pi}$. **B.** $\frac{2}{\pi}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** π.

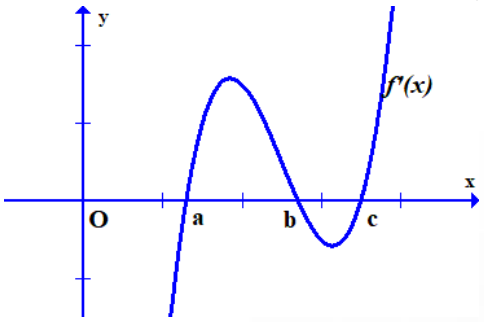
Câu 307: Biết $\int_0^{\pi}\frac{x\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x=\frac{\pi^a}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính $P=2a+b$

A. $P=8$. **B.** $P=12$. **C.** $P=6$. **D.** $P=10$.

Câu 308: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[1;+\infty)$, biết $x.f'(x)-2\sqrt{1+\ln x}=0$ và $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{3}$. Tính giá trị của $T=f(e)$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{16}$. **B.** $\frac{1-8\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{1+8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 309: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như trong hình vẽ bên.



Hỏi phương trình $f(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm biết $f(a)>0$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 310: Biết rằng $I=\int_1^e\frac{\ln x}{x\left(\ln^2 x+1\right)}\mathrm{d}x=a\ln 2+b$ với a, $b\in\mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $ab=2$. **B.** $a^2+b^2=4$. **C.** $a-b=1$. **D.** $2a+b=1$.

Câu 311: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $f(2)=3$, $\int_0^2\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{562}{115}$ **B.** $\frac{266}{115}$ **C.** $\frac{297}{115}$ **D.** $\frac{2}{115}$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 312: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 (f'(x))^2\,dx=\frac{4}{3}-\ln 3$ và $\int_0^1 \frac{4f(x)}{(2x+1)^2}dx=2\ln 3-\frac{8}{3}$. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{f(x)}{4}dx$ bằng.

A. $-\ln\frac{3}{16}$. **B.** $-\frac{\ln 3}{16}$. **C.** $\frac{4-\ln 3}{3}$. **D.** $\frac{1-3\ln 3}{3}$.

Câu 313: Biết $\int_{-1}^{\sqrt{3}-2}\frac{3x-1}{x^2+4x+5}dx=\frac{a}{b}\ln 2-\frac{c\pi}{d}$, trong đó a,b,c,d là các số nguyên dương và $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\frac{ac}{bd}$ ta được kết quả.

A. $\frac{8}{7}$. **B.** $\frac{7}{8}$. **C.** $\frac{1}{14}$. **D.** $\frac{7}{4}$.

Câu 314: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3f(x)+f(2-x)=2(x-1)e^{x^2-2x+1}+4$. Tính tích phân $I=\int_0^2 f(x)dx$ ta được kết quả:

A. $I=e+4$. **B.** $I=e+2$. **C.** $I=2$. **D.** $I=8$.

Câu 315: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $f^2(1-x)=(x^2+3)f(x+1)$. Biết rằng $f(x)\neq 0,\forall x\in\mathbb{R}$, tính $I=\int_0^2 (2x-1)f''(x)dx$

A. 4. **B.** −4. **C.** 8. **D.** 0.

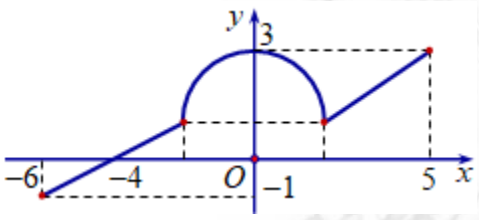
Câu 316: Cho $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{5\sin x+7-\cos x(5+2\sin x)}dx=\frac{1}{\sqrt{a}}\ln\frac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Biểu thức $S=abc$ bằng

A. 48. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 24.

Câu 317: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $\int_1^2 (x-1)^2 f(x)dx=-\frac{1}{3}$, $f(2)=0$ và $\int_1^2 [f'(x)]^2dx=7$. Tính tích phân $I=\int_1^2 f(x)dx$

A. $I=-\frac{7}{5}$. **B.** $I=-\frac{7}{20}$. **C.** $I=\frac{7}{20}$. **D.** $I=\frac{7}{5}$.

Câu 318: Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6;5]$, có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ. Tính giá trị $I=\int_{-6}^5 [f(x)+2]dx$.



A. $I=2\pi+33$. **B.** $I=2\pi+34$. **C.** $I=2\pi+35$. **D.** $I=2\pi+32$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 319: Cho $\int\limits_1^e \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\ln\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b+c+d$?

A. 18. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 17.

Câu 320: Biết $I=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\frac{\mathrm{d}x}{e^x+2e^{-x}-3}=3\ln a-\ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=ab$.

A. $P=-10$. **B.** $P=10$. **C.** $P=15$. **D.** $P=20$.

Câu 321: Biết tích phân $\int\limits_0^{\ln 6}\frac{\mathrm{e}^x}{1+\sqrt{\mathrm{e}^x+3}}\mathrm{d}x=a+b\ln 2+c\ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

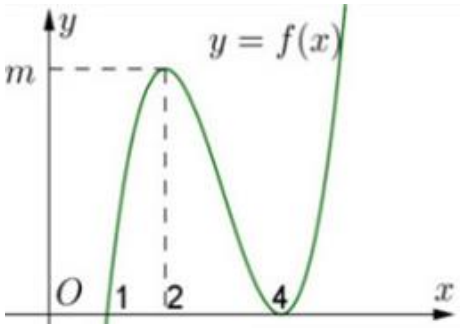
Câu 322: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x}$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 323: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;2]$, thỏa các điều kiện $f(2)=1$ và $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2[f'(x)]^2\mathrm{d}x=\frac{2}{3}$. Giá trị của $\int\limits_1^2\frac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x$:

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 324: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $\int\limits_1^4|f'(x)|\mathrm{d}x=12$. Tính $m=f(2)$.



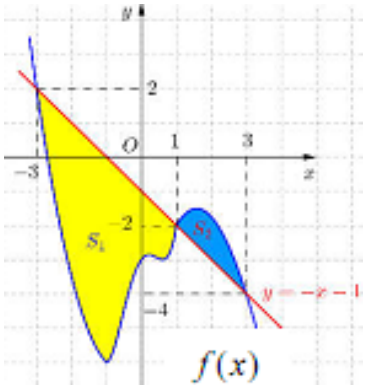
A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 12.

Câu 325: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{8}$, $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{4}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}}f(2x)\mathrm{d}x$

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{1}{4}$. **C.** $I=2$. **D.** $I=\frac{1}{2}$.

Câu 326: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-x-1$ lần lượt là M, m. Tích phân $\int\limits_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

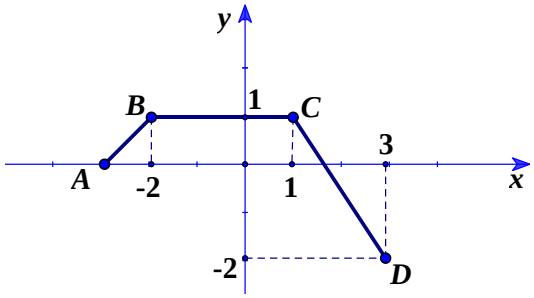


A. $M-m+6$. **B.** $6-m-M$. **C.** $m-M-6$. **D.** $6+m-M$.

Câu 327: Biết $\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{x}+2.\mathrm{e}^{-x}-3}=3\ln a-\ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=ab$.

A. $P=20$. **B.** $P=15$. **C.** $P=-10$. **D.** $P=10$.

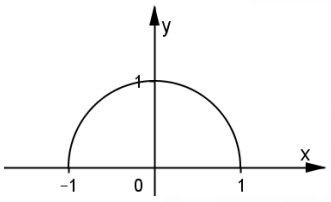
Câu 328: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính $\int\limits_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{-5}{2}$. **B.** $\dfrac{35}{6}$. **C.** $\dfrac{-35}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 329: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[-1;1]$ và có đồ thị là nửa đường tròn tâm O bán kính $R=1$, như hình bên. Khi đó $\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. π. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi^2}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 330: Cho $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức a^b+b^a bằng

A. 57. **B.** 145. **C.** 17. **D.** 32.

Câu 331: Biết $\int\limits_{0}^{6}\dfrac{\sqrt{2x+4}\,\mathrm{d}x}{2x+5\sqrt{2x+4}+8}=a+b\ln\dfrac{5}{3}+c\ln\dfrac{4}{3}$ $(a,b,c\in\mathbb{Q})$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-4$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=-5$. **D.** $T=-7$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 332: Cho $\int\limits_0^1 \frac{\left(x^2+x\right)\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x = a.\mathrm{e}+b\ln\left(\mathrm{e}+c\right)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b-c$.

A. $P=-1$. **B.** $P=0$. **C.** $P=1$. **D.** $P=-2$.

Câu 333: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1;1]$ và thỏa $f(1)=0$, $\left(f'(x)\right)^2+4f(x)=8x^2+16x-8$ với mọi x thuộc $[-1;1]$. Giá trị của $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 334: Cho $\int\limits_1^2 \frac{2x-1}{4x^2+4x+1}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(\ln a-\ln b\right)+c$, với a,b,c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+10c$ bằng

A. -15. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 9.

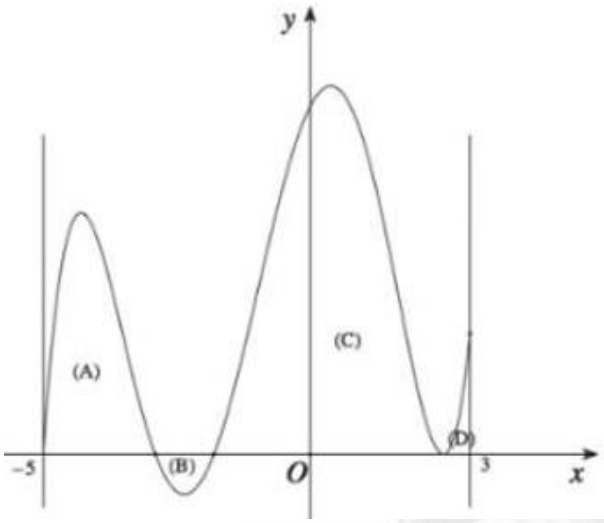
Câu 335: Biết $\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+2.\mathrm{e}^{-x}-3} = 3\ln a-\ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=ab$.

A. $P=20$. **B.** $P=-10$. **C.** $P=10$. **D.** $P=15$.

Câu 336: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $[0;3]$; $f(3-x).f(x)=1, f(x)\neq -1$ với mọi $x\in[0;3]$ và $f(0)=\frac{1}{2}$. Tính tích phân: $\int\limits_0^3 \frac{x.f'(x)}{\left[1+f(3-x)\right]^2.f^2(x)}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 337: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích các hình phẳng (A), (B), (C), (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành lần lượt bằng 6; 3; 12; 2. Tích phân $\int\limits_{-3}^1 \left[2f(2x+1)+1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 27. **B.** 25. **C.** 21. **D.** 17.

Câu 338: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;4]$ và thỏa mãn hệ thức $\begin{cases} f(1)+g(1)=5 \\ g(x)=-x.f'(x);\quad f(x)=-x.g'(x) \end{cases}$. Tính $I=\int\limits_1^5 \left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\ln 25$ **B.** $5\ln 5$ **C.** $4\ln 2$ **D.** $8\ln 2$

Câu 339: Biết $I=\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\left(\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}-\frac{x^2}{12}\right)\mathrm{d}x=\frac{2\left(a\pi+\sqrt{b}\right)}{3}$. Tính $S=2a+b$.

A. 11. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 340: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2},2\right]$ và thỏa mãn $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$. Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

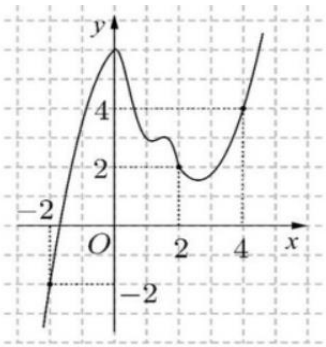
Câu 341: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ biết $xf(x)\neq -1\forall x\neq 0$; $f(1)=-2$ và $\left(x.f(x)+1\right)^2-x.f'(x)-f(x)=0$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Tính $\int\limits_1^e f(x)\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{e}$. **B.** $\frac{1}{e}-1$. **C.** $\frac{1}{e}-2$. **D.** $2-\frac{1}{e}$.

Câu 342: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=\frac{1}{2x\sqrt{x}-4x+2\sqrt{x}}$, với $x\geq 0$ và $f(0)=1$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{1}{4}}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $2-2\ln 2$. **B.** $2\ln 2-2$. **C.** $\ln 2-1$. **D.** $2\ln 2-1$.

Câu 343: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới



Khi đó tổng $\int\limits_0^4 f'(x-2)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 f'(x+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** 6. **D.** −2.

Câu 344: Biết rằng $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\left(\sin x+\cos x\right)^3}dx=-a+\frac{b}{c}\sqrt{3}$ với a,b,c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $a+b-c$.

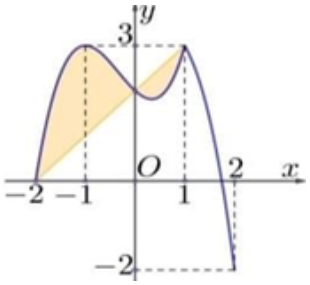
A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 345: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $f(2)=6$, $\int\limits_0^2\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^2 x.f(x)\mathrm{d}x=\frac{17}{2}$. Tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 346: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích của miền tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x = \frac{14}{3}$. Tính giá trị của $I = \int_{1}^{e} \frac{f(\ln x)}{x} dx$.



A. $\frac{25}{12}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{12}{25}$.

Câu 347: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=4$, $\int_{0}^{1}[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 36$ và $\int_{0}^{1} x.f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{5}$. Tích phân $\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{5}{6}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** 4

Câu 348: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \int_{0}^{1} x.f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. 13. **B.** 7. **C.** 20. **D.** 12.

Câu 349: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \ge 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = ae + b\sqrt{3} + c$, $(a,b,c \in Q)$. Tổng $a+b+3c$ bằng

A. −19. **B.** −10. **C.** −17. **D.** 15.

Câu 350: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\int_{0}^{1} xf(4x)\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int_{0}^{4} x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 14. **C.** −16. **D.** $\frac{31}{2}$.

Câu 351: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-\ln 2;\ln 2]$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\frac{1}{e^x+1}$. Biết $\int_{-\ln 2}^{\ln 2} f(x)\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 3$ $(a;b \in \mathbb{Q})$. Tính $P=a+b$.

A. $P=\frac{1}{2}$. **B.** $P=-2$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-1$.

Câu 352: Cho số thực a và hàm số $f(x)=\begin{cases} 2x & \text{khi } x \le 0 \\ a(x-x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tính $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{a}{6}-1$. **B.** $\frac{2a}{3}-1$. **C.** $\frac{a}{6}+1$. **D.** $\frac{2a}{3}+1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 353: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4;4]$ biết $\int_{-2}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{1}^{2} f(-2x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=10$. **D.** $I=-10$.

Câu 354: Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x=10$. Tính $I=\int_{-2}^{2} \frac{f(x)}{2^x+1}\mathrm{d}x$.

A. $I=10$. **B.** $I=\frac{10}{3}$. **C.** $I=20$. **D.** $I=5$.

Câu 355: Cho $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}+x}\mathrm{d}x=\pi\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{c}$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$, $b<15$. Khi đó $a+b+c$ bằng:

A. 11. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 356: Cho tích phân $I=\int_{0}^{\pi^2} \sqrt{x}\sin\sqrt{x}\mathrm{d}x=a\pi^2+b$ $(a,b\in\mathbb{Z})$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\frac{a}{b}\in(-1;0)$ **B.** $a-b=6$ **C.** $a^2-b=-4$ **D.** $\frac{a}{b}<-3$

Câu 357: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int_{-1}^{1} f(|2x-1|)\mathrm{d}x$

A. $I=4$ **B.** $I=\frac{3}{2}$ **C.** $I=8$ **D.** $I=6$

Câu 358: Cho hàm số $f(x), f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+3f(-x)=\frac{1}{4+x^2}$. Tính $I=\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{\pi}{20}$. **B.** $I=\frac{-\pi}{10}$. **C.** $I=\frac{\pi}{10}$. **D.** $I=\frac{-\pi}{20}$.

Câu 359: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0;3)$ và $\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=2;\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x=8$. Giá trị của tích phân $\int_{-1}^{1} f(|2x-1|)\mathrm{d}x=?$

A. 3 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4

Câu 360: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(2)=16$ và $\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int_{0}^{4} xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 56. **C.** 112. **D.** 144.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 361: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$, $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int_{-1}^{1} f(|2x+1|)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=3$. **C.** $I=4$. **D.** $I=6$.

Câu 362: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int_{-1}^{1} f(|4x-1|)\mathrm{d}x$

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 363: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6)=1$ và $\int_0^1 xf(6x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^6 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{107}{3}$. **B.** -36. **C.** 34. **D.** 24.

Câu 364: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn trên đoạn $[-a;a]$ và $k>0$. Giá trị tích phân $\int_{-a}^{a}\frac{f(x)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $2\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $2\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$ **D.** $\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 365: Tính tích phân $I=\int_{-1}^{1}|2^x-2^{-x}|dx$.

A. $\ln 2$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $\frac{2}{\ln 2}$. **D.** $\frac{1}{\ln 2}$.

Câu 366: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=6$. Kết quả của $\int_{-1}^{1}\frac{f(x)}{1+2018^x}\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 367: Cho a là số thực dương, tính tích phân $I=\int_{-1}^{a}|x|\mathrm{d}x$ theo a.

A. $I=\frac{|3a^2-1|}{2}$. **B.** $I=\frac{a^2+2}{2}$. **C.** $I=\frac{a^2+1}{2}$. **D.** $I=\frac{-2a^2+1}{2}$.

Câu 368: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3)=1$ và $\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^3 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 7. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** 3.

Câu 369: Cho tích phân $\int_1^5\left|\frac{x-2}{x+1}\right|dx=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tính P = abc.

A. $P=18$ **B.** $P=-18$ **C.** $P=-36$ **D.** $P=0$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 370: Cho $y=f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$. Giá trị của $\int_{-2}^{2}\frac{f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 371: Cho số thực $m>1$ thỏa mãn $\int_1^m |2mx-1|dx=1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $m\in(2;4)$. **B.** $m\in(1;3)$. **C.** $m\in(3;5)$. **D.** $m\in(4;6)$.

Câu 372: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^2 f(6x)\mathrm{d}x=14$. Tính $\int_{-2}^{2} f(5|x|+2)\mathrm{d}x$.

A. 32. **B.** 34. **C.** 36. **D.** 30.

Câu 373: Cho $f(x), f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+3f(-x)=\frac{1}{x^2+4}$. Biết $I=\int_{-2}^{2} f(x)dx=\frac{\pi}{m}$. Khi đó giá trị của m là

A. $m=20$. **B.** $m=2$. **C.** $m=5$. **D.** $m=10$.

Câu 374: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\ln(\sin x+\cos x)}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\ln 2+\frac{\pi}{c}$ với a, b, c là các số nguyên. Khi đó, $\frac{bc}{a}$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** -6. **C.** $-\frac{8}{3}$. **D.** 6.

---------- **HẾT** ----------

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Chủ đề 03. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a$, $x=b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức:

A. $S_H=\int_a^b|f(x)|\mathrm{d}x-\int_a^b|g(x)|\mathrm{d}x$.

B. $S_H=\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

C. $S_H=\left|\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x\right|$.

D. $S_H=\int_a^b|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi (H) là hình giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a, x=b\ (a<b)$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức

A. $\int_a^b|f(x)|\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

D. $\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b\ (a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=2\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi^2\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi (H) là hình giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a$, $x=b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức:

A. $S_H=\int_a^b|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

B. $S_H=\int_a^b|f(x)|\mathrm{d}x-\int_a^b|g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S_H=\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

D. $S_H=\left|\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x\right|$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\pi^x$ có đồ thị (C). Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=2$, $x=3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức

A. $V=\pi^3\int_2^3\pi^x\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi\int_2^3\pi^{2x}\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_3^2\pi^{2x}\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi^2\int_2^3\pi^x\mathrm{d}x$.

Câu 6: Cắt một vật thể ϑ bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=a$ và $x=b\ (a<b)$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm $x\ (a\le x\le b)$ cắt ϑ theo thiết diện có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó phần vật thể ϑ giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) có thể tích V bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $V=\int_a^b S^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_a^b S(x)\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^b S^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_a^b S(x)\mathrm{d}x$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-2)^2-1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ và $y=\sqrt[3]{x}$ là

A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{1}{14}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\int_0^2 (x^2+3)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_0^2 (x^2+3)^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_0^2 (x^2+3)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_0^2 (x^2+3)^2\mathrm{d}x$.

Câu 10: Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\tan x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{4}$ quanh trục hoành là

A. $V=\frac{\pi}{4}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{\pi}}{4}$. **C.** $V=\frac{\pi\ln 2}{2}$. **D.** $V=\frac{\pi^2}{4}$.

Câu 11: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le\pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V=2\sqrt{3}$. **B.** $V=2\pi\sqrt{3}$. **C.** $V=3\pi$. **D.** $V=3$.

Câu 12: Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và x.

A. 26. **B.** $\frac{2178}{5}$. **C.** $\frac{2178\pi}{5}$. **D.** 26π.

Câu 13: Tính diện tích của những hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2; y=x^3$

A. $\frac{7}{9}$. **B.** $\frac{8}{11}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Câu 14: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0, x=0, x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\int_0^2 3^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int_0^2 3^x\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_0^2 3^{2x}\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^2 3^x\mathrm{d}x$.

Câu 15: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=x^3+2, y=0, x=0, x=1$. Tính thể tích tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V=9\pi$. **B.** $V=18\pi$. **C.** $V=15\pi$. **D.** $V=30\pi$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 16: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$

A. $S=\frac{343}{12}$. **B.** $S=\frac{937}{12}$. **C.** $S=\frac{793}{4}$. **D.** $S=\frac{397}{4}$.

Câu 17: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=(x-2)^2$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=32\pi$. **B.** $V=\frac{32}{5}$. **C.** $V=\frac{32\pi}{5}$. **D.** $V=\frac{32}{5\pi}$.

Câu 18: Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi $y=\sqrt{\frac{1}{x}}$ và ba đường thẳng $y=0, x=1, x=e$ quanh trục Ox.

A. 1. **B.** π. **C.** 4π. **D.** 2π.

Câu 19: Tính thể tích khối trong xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0, x=2$ và $x=4$ quay quanh trục Ox.

A. 6. **B.** 2π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Câu 20: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1$; $x=4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V=\pi\int_1^4 x\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_1^4 \left|\sqrt{x}\right|\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_1^4 \sqrt{x}\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_1^4 x\mathrm{d}x$.

Câu 21: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, $y=0$, $x=-4$, $x=1$

A. $S=15$. **B.** $S=38$. **C.** $S=9$. **D.** $S=23$.

Câu 22: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$ là một nửa hình tròn có đường kính là $\sqrt{5}x$.

A. $\frac{5\pi}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{20\pi}{3}$.

Câu 23: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ và $y=x^3-4x^2+2x+1$ là

A. 3. **B.** $\frac{37}{13}$. **C.** $\frac{37}{12}$. **D.** 4.

Câu 24: Vật thể B giới hạn bởi mặt phẳng có phương trình $x=0$, $x=2$. Cắt vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x, $(0\le x\le 2)$ thì được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2-x)$. Thể tích vật thể B là

A. $\frac{2}{3}\pi$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}\pi$.

Câu 25: Cho hình phẳng $(\hbar)$ giới hạn bởi $y=x^2-2x, y=0, x=0, x=1$. Tính thể tích tròn xoay tạo thành khi quay $(\hbar)$ quanh trục hoành

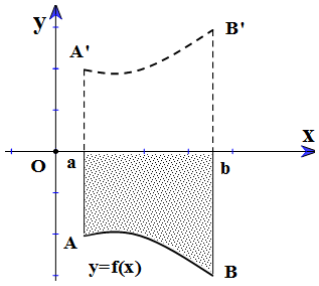
A. $\frac{8\pi}{15}$. **B.** $\frac{4\pi}{15}$. **C.** 4π. **D.** $\frac{8\pi}{5}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^2+4x-3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=3$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V=\int_1^3\left|x^2-4x+3\right|^2\mathrm{d}x$.
B. $V=\pi\int_1^3\left|x^2-4x+3\right|\mathrm{d}x$.
C. $V=\int_1^3\left|x^2-4x+3\right|\mathrm{d}x$.
D. $V=\pi\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^2\mathrm{d}x$.

Câu 27: Kí hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số liên tục $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ như trong hình vẽ bên. Khẳng định nào **sai**?



A. $S=\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.
B. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.
C. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.
D. $S=\int_a^b\left(-f(x)\right)\mathrm{d}x$.

Câu 28: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^2$ và trục Ox

A. 11.
B. $\frac{31}{3}$.
C. $\frac{32}{3}$.
D. $\frac{34}{3}$.

Câu 29: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1, x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình vuông có cạnh là $5x$.

A. $V=\frac{650}{3}\pi$.
B. $V=\frac{650}{3}$.
C. $V=30250\pi$.
D. $V=20$.

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1$ và $y=x$ là:

A. $\frac{\pi}{6}$.
B. $\frac{1}{6}$.
C. $-\frac{1}{6}$.
D. $\frac{5}{6}$.

Câu 31: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=\mathrm{e}^x, y=0, x=0, x=1$. Tính thể tích tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

A. $\pi\left(e^2-1\right)$.
B. $\frac{\left(e^2-1\right)}{2}$.
C. $\frac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}$.
D. $\frac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

Câu 32: Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=\frac{\pi}{3}$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0\le x\le\frac{\pi}{3}\right)$ ta được thiết diện là một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $2x$ và $\cos x$. Thể tích vật thể B bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi+3}{6}$.
B. $\frac{\sqrt{3}\pi-3}{3}$.
C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$.
D. $\frac{\sqrt{3}\pi-3}{6}$.

Câu 33: Tính diện tích của những hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-6)^2$; $y=6x-x^2$

A. 63
B. 72
C. 35
D. 47

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 34: Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 1)$ là một hình vuông có cạnh $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

A. π. **B.** $\frac{8\pi}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 35: Cho phần vật thể $(\mathfrak{I})$ giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể $(\mathfrak{I})$ bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$, ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của vật thể $(\mathfrak{I})$.

A. $V=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$. **C.** $V=\sqrt{3}$. **D.** $V=4\sqrt{3}$.

Câu 36: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $S=13$. **B.** $S=\frac{81}{12}$. **C.** $S=\frac{37}{12}$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

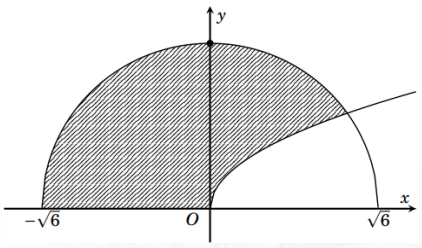
Câu 37: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y=2-x^2$ và đường thẳng $y=-x$ là

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{9}{4}$.

Câu 38: Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $32+2\sqrt{15}$. **B.** $\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$. **C.** $\frac{124\pi}{3}$. **D.** $\frac{124}{3}$.

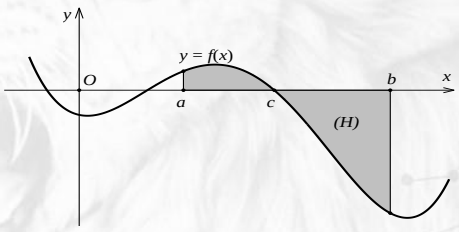
Câu 39: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{6-x^2}$ $\left(-\sqrt{6}\le x\le\sqrt{6}\right)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox.



A. $V=8\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$. **B.** $V=8\pi\sqrt{6}-\frac{22\pi}{3}$.

C. $V=8\pi\sqrt{6}-2\pi$. **D.** $V=4\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ có đồ thị như hình bên và $c\in[a;b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và các đường thẳng $y=0$, $x=a$, $x=b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $S=\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x-\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $S=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_b^c f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 41: Thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-x-6$ và trục hoành quay quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $\pi\int_0^1\left(x^4-2x^3-11x^2+12x+36\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_{-2}^3\left(x^4-2x^3-11x^2+12x+36\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_0^1\left(x^2-x-6\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_{-2}^3\left(x^2-x-6\right)\mathrm{d}x$.

Câu 42: Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{x}$, $y=0$, $x=1$, $x=a$, $(a>1)$ quay xung quanh trục Ox.

A. $V=\left(1-\dfrac{1}{a}\right)\pi$. **B.** $V=\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\pi$. **C.** $V=\left(1+\dfrac{1}{a}\right)$. **D.** $V=\left(1-\dfrac{1}{a}\right)$.

Câu 43: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}, y=0, x=1, x=e$ là $S=a\sqrt{2}+b$. Khi đó giá trị a^2+b^2?

A. 2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{20}{9}$.

Câu 44: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$ là một nửa hình tròn đường kính $\sqrt{5}x^2$.

A. $V=8\sqrt{5}\pi$. **B.** $V=2\sqrt{5}\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=4\sqrt{5}\pi$.

Câu 45: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y=x^2-x-2$ và các tiếp tuyến của (P) tại các giao điểm của (P) với trục hoành bằng:

A. $\dfrac{63}{4}$. **B.** $\dfrac{117}{8}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{63}{8}$.

Câu 46: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. $V=\int_0^3 2x\sqrt{9-x^2}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_0^3\left(x+2\sqrt{9-x^2}\right)\mathrm{d}x$.

C. $V=4\pi\int_0^3\left(9-x^2\right)\mathrm{d}x$. **D.** $V=2\int_0^3\left(x+2\sqrt{9-x^2}\right)\mathrm{d}x$.

Câu 47: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nhánh đường cong $y=x^2\left(x\ge 0\right)$, đường thẳng $y=3-2x$ và trục hoành bằng

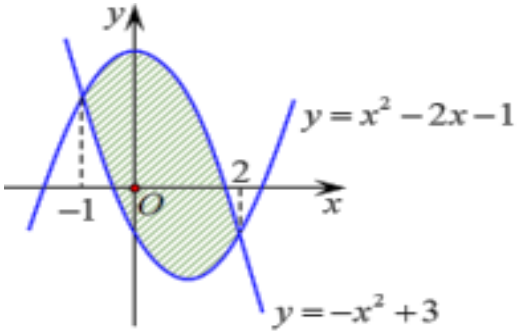
A. $\dfrac{23}{12}$. **B.** $\dfrac{7}{12}$. **C.** $\dfrac{7}{8}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}7-4x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 4-x^2 & \text{khi } x>1\end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x=0$, $x=3$, $y=0$.

A. 10. **B.** $\dfrac{20}{3}$. **C.** $\dfrac{16}{3}$. **D.** 9.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 49: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int_{-1}^{2}\left(2x-2\right)\mathrm{d}x$.

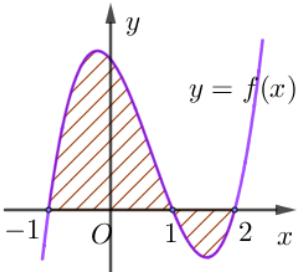
C. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_{-1}^{2}\left(-2x+2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 50: Thể tích khối tròn xoay trong không gian $Oxyz$, giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0;x=\pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $x\left(0\le x\le\pi\right)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là:

A. $V=2$. **B.** $V=\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=2\pi$.

Câu 51: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right),y=0,x=-1,x=2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



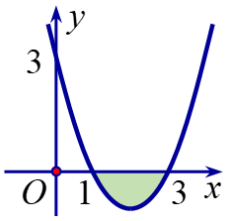
A. $S=-\int_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 52: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và có đồ thị như hình bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục Ox. Quay hình phẳng D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức



A. $V=\frac{1}{3}\int_{1}^{3}\left[f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$.

B. $V=\int_{1}^{3}\left[f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi^2\int_{1}^{3}\left[f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int_{1}^{3}\left[f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$.

Câu 53: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=\sqrt{x}$. Khối tròn xoay tạo ra khi $\left(H\right)$ quay quanh Ox có thể tích là.

A. $\pi\int_{0}^{1}\left(x-x^4\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

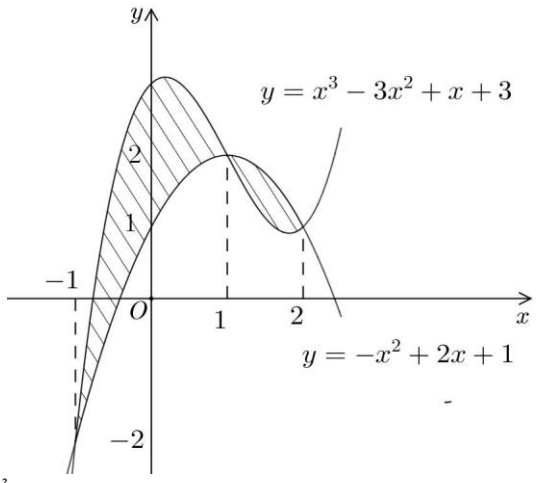
B. $\pi\int_{0}^{1}\left(\sqrt{x}-x^2\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

C. $\pi\int_{0}^{1}\left(x^2-\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

D. $\pi\int_{0}^{1}\left(x^4-x\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

Câu 54: Cho đồ thị hai hàm số $y=x^3-3x^2+x+3$ và $y=-x^2+2x+1$ như hình sau

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-1}^{1}\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int_{-1}^{2}\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x$.

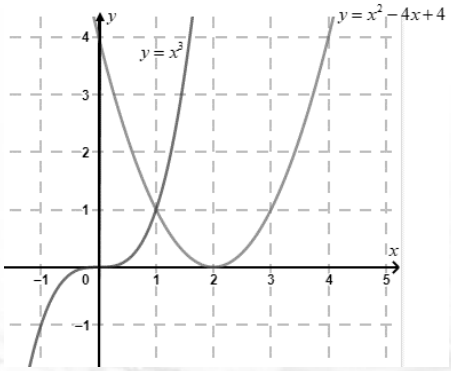
C. $\int_{-1}^{1}\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_{-1}^{2}\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 55: Diện tích miền phẳng giới hạn bởi parabol $y=\dfrac{x^2}{2}$ và đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính $2\sqrt{2}$ thuộc khoảng nào sau đây.

A. $(5;6)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(7;8)$. **D.** $(6;7)$.

Câu 56: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=x^3$, $y=x^2-4x+4$ và trục Ox (tham khảo hình vẽ) được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{0}^{1}x^3\mathrm{d}x-\int_{1}^{2}\left(x^2-4x+4\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int_{0}^{1}x^3\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left(x^2-4x+4\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{0}^{2}\left|x^3-\left(x^2-4x+4\right)\right|\mathrm{d}x$.

D. $-\int_{0}^{1}x^3\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left(x^2-4x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 57: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3-x;y=2x$ và các đường $x=1;\ x=-1$ được xác định bởi công thức:

A. $S=\left|\int_{-1}^{1}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=\int_{-1}^{0}\left(x^3-3x\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{0}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}\left(x^3-3x\right)\mathrm{d}x$.

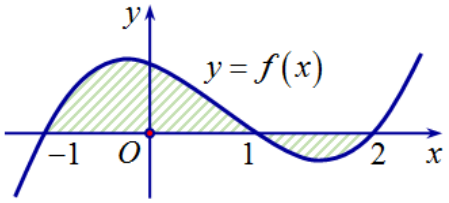
D. $S=\int_{-1}^{1}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x$.

Câu 58: Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=x(1-x)$ và $y=x^3-x$ có diện tích bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 59: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 60: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường $y=x^2-2x$, trục hoành. Tính thể tích V hình tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V=\frac{4\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{15\pi}{8}$. **C.** $V=\frac{7\pi}{8}$. **D.** $V=\frac{16\pi}{15}$.

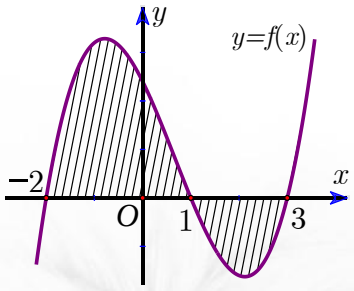
Câu 61: Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $x=\sqrt{y^2+1}$, trục tung và các đường thẳng $y=0, y=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục tung có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{4}{3}$. **B.** $V=\frac{4\pi}{3}$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=2$.

Câu 62: Thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành quay quanh trục Ox là

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 63: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi cá đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 64: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3\sqrt{x}-x$ và đường thẳng $y=\frac{1}{2}x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $\frac{56}{5}$. **B.** $\frac{57}{5}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** $\frac{25}{4}$.

Câu 65: Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x+1$, $y=0$, $x=1$, $x=t\ (t>1)$. Tìm t để $S(t)=10$.

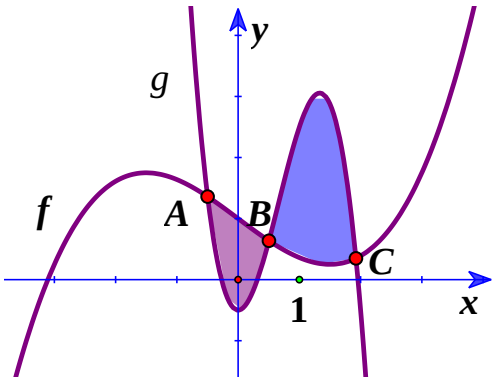
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $t=14$. **B.** $t=4$. **C.** $t=13$. **D.** $t=3$.

Câu 66: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y=-x^2+4x$ và đường thẳng $(d): y=x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{108\pi}{10}$. **B.** $V=\dfrac{81\pi}{10}$. **C.** $V=\dfrac{108\pi}{5}$. **D.** $V=\dfrac{81\pi}{5}$.

Câu 67: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị giao nhau như hình vẽ. Gọi a,b,c lần lượt là hoành độ của các điểm. Hãy chọn khẳng định **sai** về diện tích S của phần tô mầu trên hình bên.



A. $S=\int_a^c \left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\left|\int_a^c \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

C. $S=\left|\int_a^b \left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x\right|+\left|\int_b^c \left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

D. $S=\int_a^b \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_b^c \left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x$.

Câu 68: Một bác thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x+1}$ và trục Ox quay quanh trục Ox. Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm, khi đó thể tích của lọ là

A. 8π dm^3. **B.** $\dfrac{15}{2}\pi$ dm^3. **C.** $\dfrac{15}{2}$ dm^3. **D.** $\dfrac{14}{3}\pi$ dm^3.

Câu 69: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2;\ y=\dfrac{x^2}{27};y=\dfrac{27}{x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S=\int_0^3\left|x^2-\dfrac{27}{x}\right|\mathrm{d}x+\int_3^9\left|\dfrac{27}{x}-\dfrac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_0^3\left|x^2-\dfrac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x+\int_3^9\left|\dfrac{27}{x}-\dfrac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_0^3\left|x^2-\dfrac{27}{x}\right|\mathrm{d}x+\int_3^9\left|x^2-\dfrac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_0^3\left|\dfrac{27}{x}-\dfrac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x+\int_3^9\left|\dfrac{27}{x}-x^2\right|\mathrm{d}x$.

Câu 70: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$ và $y=4x-2$. Khi đó thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là:

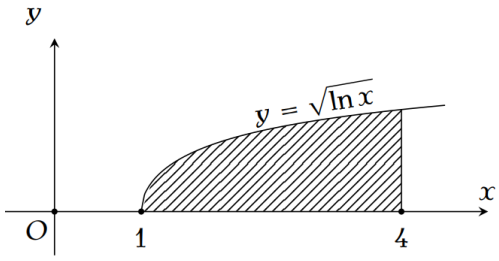
A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{224}{15}\pi$. **C.** $\dfrac{248\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{1016\pi}{15}$.

Câu 71: Hình phẳng giới hạn bởi $y=3x-x^2$ và $y=\begin{cases}-\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\le 2\\ x-3 & \text{khi } x>2\end{cases}$ có diện tích là

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 72: Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $\pi(4\ln 4-3)$. **B.** $\pi(4\ln 2-3)$. **C.** $4\pi\ln 2-3\pi$. **D.** $4\pi\ln 4-3$.

Câu 73: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=(32+\sqrt{5})\pi$. **B.** $V=\dfrac{124}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **D.** $V=32+2\sqrt{15}$.

Câu 74: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-1$, trục hoành và đường thẳng $x=4$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $S=1$ **B.** $V=\dfrac{7\pi}{3}$ **C.** $V=\dfrac{7}{6}$ **D.** $V=\dfrac{7\pi}{6}$

Câu 75: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$. Gọi D_1 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Gọi D_2 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}f(x)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Quay các hình phẳng D_1, D_2 quanh trục Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_1=3V_2$. **B.** $V_2=3V_1$. **C.** $V_1=9V_2$. **D.** $V_2=9V_1$.

Câu 76: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=-x^2+4$ và $y=-x+2$?

A. $\dfrac{5}{7}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 9. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Câu 77: Cho hình thang $S:\begin{cases}y=3x\\y=x\\x=0\\x=1\end{cases}$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi nó xoay quanh Ox.

A. $\dfrac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** $8\pi^2$. **D.** $\dfrac{8\pi^2}{3}$.

Câu 78: Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $x=y^2-2y$, trục tung, đường thẳng $y=0$ và $y=1$quanh trục tung bằng

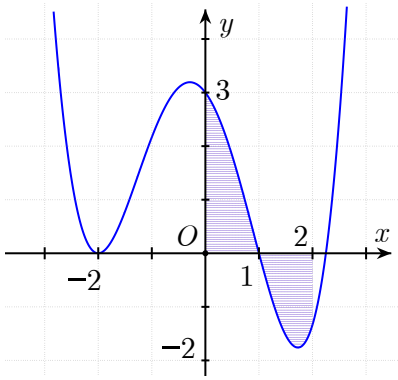
A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{8\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 79: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$ là

A. $\dfrac{e^2+1}{4}$. **B.** $\dfrac{e^2-1}{4}$. **C.** $\dfrac{e^2-1}{2}$. **D.** $\dfrac{e^2+1}{2}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 80: Cho hàm số Oxy liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ (phần tô đen) là



A. $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\left|\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x\right|$.

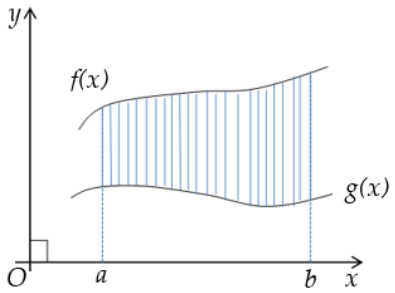
C. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

D. $-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 81: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2-3x+1$ và đường thẳng $y=x+1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_0^4 (x^2+4x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^4 (x^2-4x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_0^4 (-x^2-2x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^4 (-x^2+4x)\mathrm{d}x$.

Câu 82: Công thức nào sau đây dung để tính hình phẳng S phần gạch của hình vẽ dưới đây:



A. $S=\int_a^b g(x)\mathrm{d}x-\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|-\left|\int_a^b g(x)\mathrm{d}x\right|$.

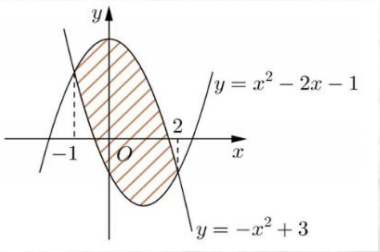
C. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 83: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=1$, $x=4$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(1\le x\le 4)$ là tam giác đều có cạnh là $\sqrt{x}-1$.

A. $\frac{5\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{7\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Câu 84: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



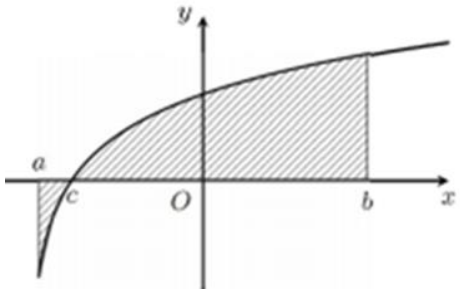
A. $\int_{-1}^{2} (-2x+2)\mathrm{d}x$

B. $\int_{-1}^{2} (2x^2-2x-4)\mathrm{d}x$

C. $\int_{-1}^{2} (2x-2)\mathrm{d}x$ **D.** $\int_{-1}^{2} (-2x^2+2x+4)\mathrm{d}x$

Câu 85: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b(a<b)$ *(phần tô đậm trong hình vẽ)*. Tính theo công thức nào dưới đây?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



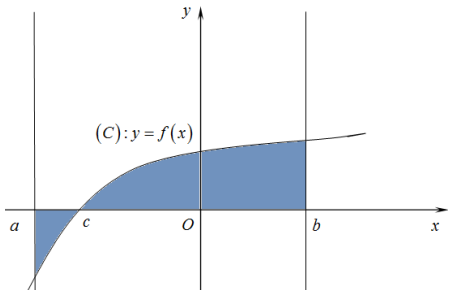
A. $S=-\int\limits_{a}^{c}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{c}^{b}f\left(x\right)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int\limits_{a}^{c}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{c}^{b}f\left(x\right)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{a}^{b}\left|f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|.$ **D.** $S=\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)\mathrm{d}x.$

Câu 86: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $x=e^{y}$, trục tung và các đường thẳng $y=0$, $y=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục tung có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi\left(e^{2}+1\right)}{2}.$ **B.** $V=\dfrac{\pi\left(e^{2}-1\right)}{2}.$ **C.** $V=\dfrac{\pi e^{2}}{3}.$ **D.** $V=\dfrac{e^{2}-1}{2}.$

Câu 87: Diện tích của hình phẳng $\left(H\right)$ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $\left(a<b\right)$ (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức



A. $S=\left|\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|.$ **B.** $S=-\int\limits_{a}^{c}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{c}^{b}f\left(x\right)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)\mathrm{d}x.$ **D.** $S=\int\limits_{a}^{c}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{c}^{b}f\left(x\right)\mathrm{d}x.$

Câu 88: Cho hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, $y=-x+2$ và trục hoành. Thể tích của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình H quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào?

A. $V=\pi\int\limits_{0}^{2}\left[\sqrt{x}+\left(x-2\right)\right]^{2}\mathrm{d}x.$ **B.** $V=\pi\left[\int\limits_{0}^{1}x\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}\left(-x+2\right)^{2}\mathrm{d}x\right].$

C. $V=\pi\left[\int\limits_{0}^{2}x\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\left(-x+2\right)^{2}\mathrm{d}x\right].$ **D.** $V=\pi\int\limits_{0}^{2}\left[\sqrt{x}=\left(x-2\right)^{2}\right]\mathrm{d}x.$

Câu 89: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $xy=4$, $x=0$, $y=1$ và $y=4$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình $\left(H\right)$ quanh trục tung là

A. $V=10\pi.$ **B.** $V=12\pi.$ **C.** $V=8\pi.$ **D.** $V=16\pi.$

Câu 90: Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 2\right)$ ta

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của phần vật thể B.

A. $V=\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $V=4\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}$.

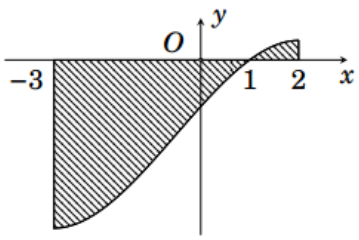
Câu 91: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, $y=0$, $x=-10$, $x=10$.

A. $S=\dfrac{2008}{3}$. **B.** $S=\dfrac{2000}{3}$. **C.** $S=2008$. **D.** $S=2000$.

Câu 92: Tính thể tích V của khối tròn xoay trong không gian $Oxyz$, giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$, $x=\pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x;0;0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$.

A. $V=4\pi$. **B.** $V=\pi$. **C.** $V=2$. **D.** $V=2\pi$.

Câu 93: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-3$, $x=2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a=\int\limits_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x$, $b=\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng.



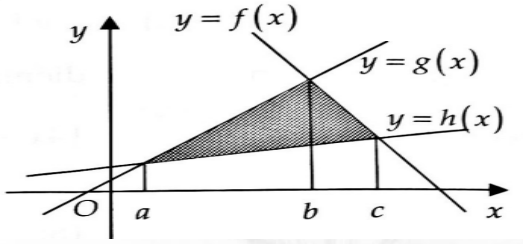
A. $S=a+b$. **B.** $S=-a-b$. **C.** $S=b-a$. **D.** $S=a-b$.

Câu 94: Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $x=\sqrt{y}$, hai đường thẳng $y=1$, $y=2$ và trục tung. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục tung.

A. 3π. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 95: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đồ thị hàm số $y=f(x)$; $y=g(x)$; $y=h(x)$ (phần tô màu trong hình vẽ).

Khi đó khẳng định nào đúng?



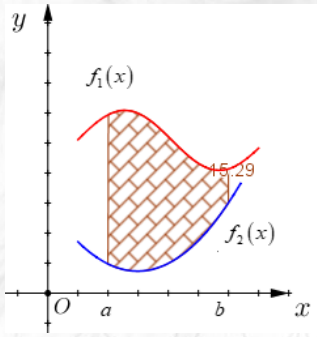
A. $S=\int\limits_{a}^{b}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[f(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{a}^{b}\left[f(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[g(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{a}^{b}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[g(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{a}^{b}\left[g(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[f(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

Câu 96: Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?



A. $V=\int\limits_{a}^{b}\left[f_1^2(x)-f_2^2(x)\right]\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi\int\limits_{a}^{b}\left[f_2^2(x)-f_1^2(x)\right]\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $V=\pi\int\limits_a^b\left[f_1^2(x)-f_2^2(x)\right]\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int\limits_a^b\left[f_1(x)-f_2(x)\right]^2\mathrm{d}x$.

Câu 97: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x};\ y=2-x;\ y=0$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{13}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}+\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{7}{6}$.

Câu 98: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$; $y=6-x$ và trục hoành.

A. $\frac{22}{3}$. **B.** $\frac{23}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** 2.

Câu 99: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=\sqrt{x}.e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

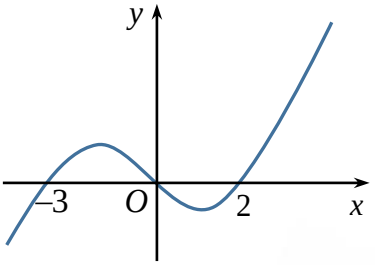
A. $V=e^2-1$. **B.** $V=\frac{1}{4}\pi\left(e^2-1\right)$. **C.** $V=\frac{1}{4}\pi e^2-1$. **D.** $V=\pi\left(e^2-1\right)$.

Câu 100: Công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P):y=x^2$ và đường thẳng $d:y=2x$ quay xung quanh Ox là

A. $\pi\int\limits_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$ **B.** $\pi\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$

C. $\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x-\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$ **D.** $\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$

Câu 101: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số trên với trục hoành là:

A. $S=\int\limits_{-3}^{2}f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-3}^{0}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-3}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{0}^{-3}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 102: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x^2;\ y=\frac{x^2}{4};\ y=\frac{54}{x}$ bằng

A. $-\frac{63}{2}+54\ln 2$. **B.** $54\ln 2$. **C.** $\frac{63}{2}-54\ln 2$. **D.** $\frac{63}{4}$.

Câu 103: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le\frac{\pi}{2}\right)$ là tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\cos x+\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 104: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $x=\sqrt{2+\cos y}$, trục tung và các đường thẳng $y=0, y=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục tung có thể tích V bằng

A. $V=\pi+1$. **B.** $V=(\pi-1)\pi$. **C.** $V=\pi-1$. **D.** $V=(\pi+1)\pi$.

Câu 105: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $x=y^2+2, x=0, y=1, y=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Oy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

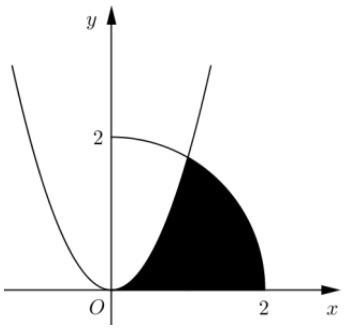
A. $V=\int_1^2 (y^2+2)^2\,dy$. **B.** $V=\int_1^2 (y^2+2)dy$.

C. $V=\pi\int_1^2 (y^2+2)^2\,dy$. **D.** $V=\pi\int_1^2 (y^2+2)dy$.

Câu 106: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-2$, $y=0$ và $x=9$ quay xung quanh trục Ox. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A. $V=\dfrac{11\pi}{6}$. **B.** $V=\dfrac{7\pi}{11}$. **C.** $V=\dfrac{7}{6}$. **D.** $V=\dfrac{5\pi}{6}$.

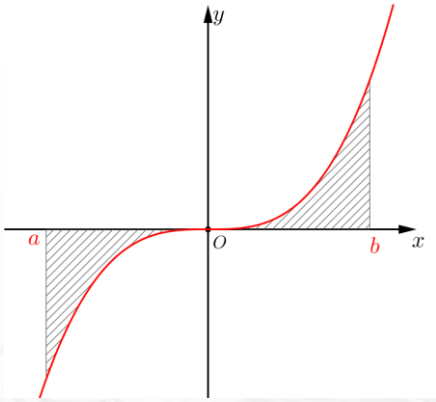
Câu 107: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với) $0\le x\le 2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$

C. $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$

Câu 108: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ (như hình vẽ dưới đây). Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D. đúng trong các phương án A, B, C, D cho dưới đây?



A. $S_D=-\int_a^0 f(x)dx-\int_0^b f(x)dx$.

B. $S_D=-\int_a^0 f(x)dx+\int_0^b f(x)dx$.

C. $S_D=\int_a^0 f(x)dx-\int_0^b f(x)dx$. **D.** $S_D=\int_a^0 f(x)dx+\int_0^b f(x)dx$.

Câu 109: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng và $x=4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 4)$ thì được thiết diện là một hình lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

A. $V=63\sqrt{3}$. **B.** $V=126\sqrt{3}\pi$. **C.** $V=63\sqrt{3}\pi$. **D.** $V=126\sqrt{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 110: Cho hình phẳng A giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^{x}$, $y=\mathrm{e}^{-x}$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình A quanh trục hoành là.

A. $\pi\left(\frac{\mathrm{e}^{2}}{2}-\frac{\mathrm{e}^{-2}}{2}+1\right)$. **B.** $\pi\left(\frac{\mathrm{e}^{2}}{2}-\frac{\mathrm{e}^{-2}}{2}-1\right)$. **C.** $\pi\left(\frac{\mathrm{e}^{2}}{2}+\frac{\mathrm{e}^{-2}}{2}-1\right)$. **D.** $\pi\left(\frac{\mathrm{e}^{2}}{2}+\frac{\mathrm{e}^{-2}}{2}+1\right)$.

Câu 111: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{3x}$; $y=6-x$ và trục Ox. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S=\int_{0}^{6}\left(6-x-\sqrt{3x}\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{0}^{6}\left(\sqrt{3x}-6+x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{0}^{3}(6-x)\mathrm{d}x+\int_{3}^{6}\sqrt{3x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{0}^{3}\sqrt{3x}\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{6}(6-x)\mathrm{d}x$.

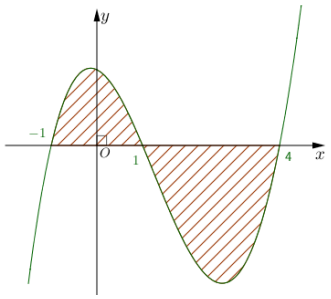
Câu 112: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $x=2y-y^{2}$, $x=0, y=2, y=0$. Quay (H) quanh trục tung tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A. $\pi\int_{0}^{2}\left(2y-y^{2}\right)\mathrm{d}y$. **B.** $\int_{0}^{2}\left(2y-y^{2}\right)\mathrm{d}y$. **C.** $\pi\int_{0}^{2}\left(2y-y^{2}\right)^{2}\mathrm{d}y$. **D.** $\int_{0}^{2}\left(2y-y^{2}\right)^{2}\mathrm{d}y$.

Câu 113: Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^{2}}$ và trục hoành.

A. $\frac{34\pi}{3}$. **B.** $\frac{35\pi}{3}$. **C.** $\frac{31\pi}{3}$. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 114: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 115: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $x=\sqrt{2+\sin y}$, trục tung và các đường thẳng $y=0$, $y=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục tung có thể tích V bằng bao nhiêu?

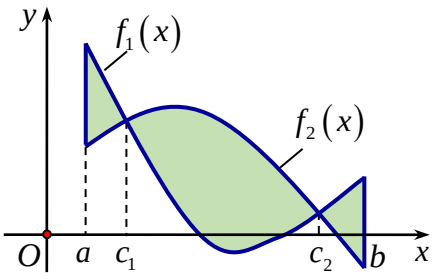
A. $V=2\pi(\pi+1)$. **B.** $V=2(\pi+1)$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=2\pi^{2}$.

Câu 116: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=-x$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành nhận giá trị nào sau đây:

A. $V=\frac{41\pi}{2}$. **B.** $V=\frac{38\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{40\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{41\pi}{3}$.

Câu 117: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ (tham khảo hình vẽ dưới). Công thức tính diện tích của hình (H) là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $S=\int_a^b f_2(x)\mathrm{d}x-\int_a^b f_1(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_a^b \left|f_1(x)+f_2(x)\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^b \left|f_1(x)-f_2(x)\right|\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_a^b \left(f_1(x)-f_2(x)\right)\mathrm{d}x$.

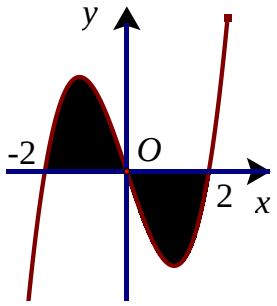
Câu 118: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x;\ y=3;\ y=1-2x$

A. $3\ln 3+2e-5$. **B.** $3\ln 3-1$. **C.** $5-3\ln 3$. **D.** $3\ln 3-5$.

Câu 119: Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0;x=1$ biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x,\ (0\le x\le 1)$ thì được thiết diện là hình vuông có cạnh bằng $(x+1)$.

A. $V=\frac{3}{2}$. **B.** $V=\frac{3\pi}{2}$. **C.** $V=\frac{7}{3}$. **D.** $V=\frac{7\pi}{3}$.

Câu 120: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là



A. $\left|\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x\right|$.

B. $\left|\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x\right|$.

C. $\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\left|\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x\right|$.

Câu 121: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^2$ và trục Ox

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{31}{3}$. **C.** $\frac{34}{3}$. **D.** 11.

Câu 122: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đồ thị hàm số $y=-x^2+3x;\ y=x+1;\ y=-x+4$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 123: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$.

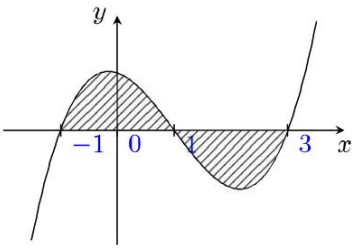
A. $S=\frac{397}{4}$. **B.** $S=\frac{793}{4}$. **C.** $S=\frac{937}{12}$. **D.** $S=\frac{343}{12}$.

Câu 124: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2$ và đường thẳng $y=2x$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$. **C.** $\frac{20\pi}{3}$. **D.** $\frac{64\pi}{15}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 125: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}x+1$ và trục hoành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $S=2\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.
B. $S=\int_{-1}^3 |f(x)|\mathrm{d}x$.
C. $S=\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.
D. $S=2\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 126: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=2x^2+x+1$ và $y=x^2+3$

A. 4.
B. $\frac{5}{2}$.
C. $\frac{7}{2}$.
D. $\frac{9}{2}$.

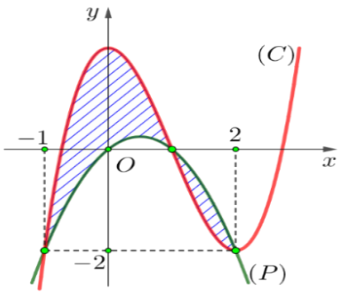
Câu 127: Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=\sqrt{y}$, $y=-x+2$ và $x=0$ quay quanh trục Ox có giá trị là kết quả nào sau đây?

A. $V=\frac{32}{15}\pi$.
B. $V=\frac{3}{2}\pi$.
C. $V=\frac{11}{6}\pi$.
D. $V=\frac{1}{3}\pi$.

Câu 128: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $y=2x$; $y=x^2$; $y=1$ trên miền $x\ge 0$; $y\le 1$

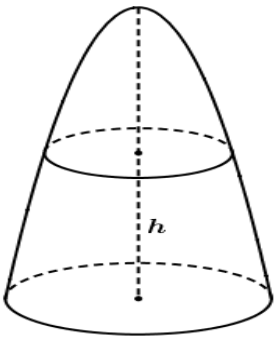
A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{5}{12}$

Câu 129: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng?



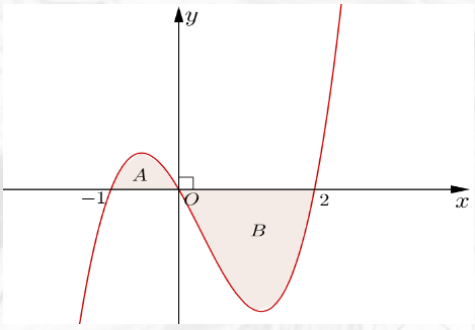
A. $\frac{5}{12}$.
B. $\frac{11}{12}$.
C. $\frac{37}{12}$.
D. $\frac{7}{12}$.

Câu 130: Trên mặt bàn, có một cái bánh kem hình chuông úp ngược. Mỗi lát cắt của bánh song song với mặt bàn đều là hình tròn, lát cắt dọc đi qua đỉnh bánh có dạng đồ thị của một parabol. Người ta muốn cắt ngang cái bánh để chia nó thành hai phần có thể tích bằng nhau. Biết rằng bánh cao 36cm và bán kính đường tròn đáy là 6cm. Hỏi nhát cắt cần tìm có độ cao h so với mặt bàn là bao nhiêu cm?



A. $h=18$.
B. $h=36-9\sqrt{2}$.
C. $h=36-18\sqrt{2}$.
D. $h=18-4\sqrt{2}$.

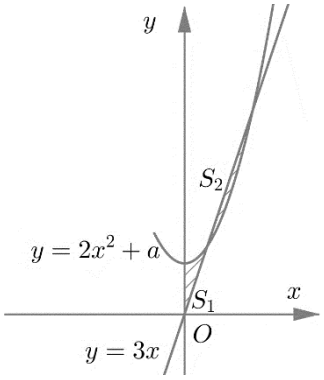
Câu 131: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Diện tích các hình phẳng A, B lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1)=\frac{19}{12}$, tính $f(2)$.



A. $f(2)=0$.
B. $f(2)=-\frac{2}{3}$.
C. $f(2)=3$.
D. $f(2)=\frac{11}{6}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

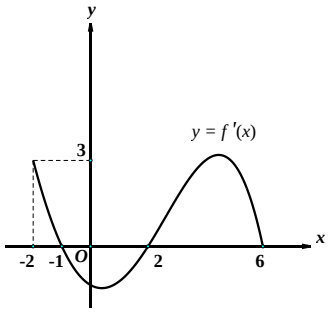
Câu 132: Cho đường thẳng $y=3x$ và parabol $2x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{4}{5}\right)$.

C. $\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{10};1\right)$.

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. $f(0)<f(-1)$. **B.** $f(-2)<f(2)$.

C. $f(-2)<f(-1)$. **D.** $f(2)<f(6)$.

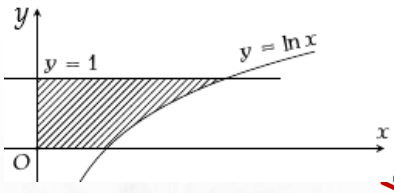
Câu 134: Cho phần vật thể $(\mathfrak{I})$ giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể $(\mathfrak{I})$ bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$, ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể $(\mathfrak{I})$.

A. $V=\sqrt{3}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=4\sqrt{3}$. **D.** $V=\frac{4}{3}$.

Câu 135: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $xy=4$, $x=0$, $y=1$ và $y=4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung.

A. $V=8\pi$. **B.** $V=10\pi$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=12\pi$.

Câu 136: Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox bằng

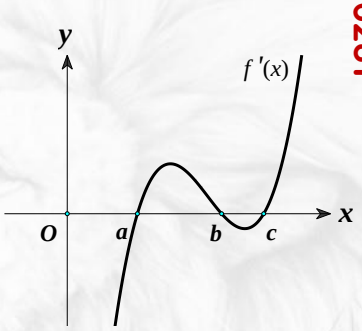


A. $(e+1)\pi$. **B.** 2π.

C. $e\pi$. **D.** π.

Câu 137: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như trong hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $f(a)<f(c)$.

B. $f(a)>f(c)$.

C. $f(a)>f(b)$.

D. $f(b)<f(c)$.

Câu 138: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=\sqrt{x}, y=6-x$ và trục hoành.

A. $4\sqrt{6}-18$. **B.** $\frac{8\pi}{3}$. **C.** 8π. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Gv. Lê Minh Tú 002 227.6281

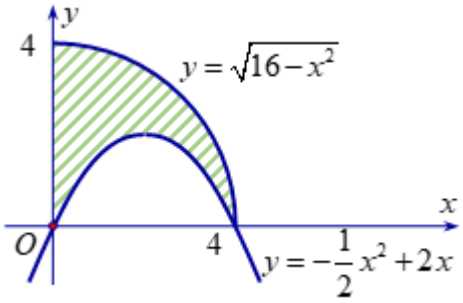
Câu 139: Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox bằng.

A. 26π. **B.** 27π. **C.** 25π. **D.** 24π.

Câu 140: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\mathrm{e}^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y=2-x$ với $x\geq 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V=\frac{1}{3}+\frac{\mathrm{e}^2-1}{2\mathrm{e}^2}$. **B.** $V=\frac{\pi\left(5\mathrm{e}^2-3\right)}{6\mathrm{e}^2}$. **C.** $V=\frac{1}{2}+\frac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}}\pi$. **D.** $V=\frac{1}{2}+\frac{\mathrm{e}^2-1}{2\mathrm{e}^2}$

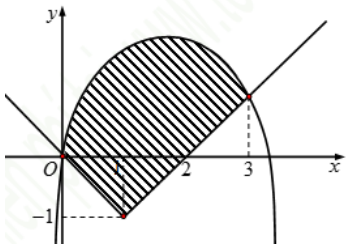
Câu 141: Cho hình phẳng D giới hạn bởi parabol $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{16-x^2}$, với $(0\leq x\leq 4)$, trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích của hình D.



A. $4\pi-\frac{16}{3}$. **B.** $8\pi-\frac{16}{3}$.

C. $4\pi+\frac{16}{3}$. **D.** $2\pi-\frac{16}{3}$.

Câu 142: Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y=\frac{10}{3}x-x^2$, $y=\begin{cases}-x & \text{khi } x\leq 1\\ x-2 & \text{khi } x>1\end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?



A. $\frac{14}{3}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** $\frac{11}{6}$.

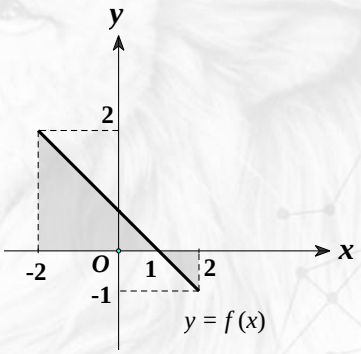
Câu 143: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$, $x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x $(0\leq x\leq\pi)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sin 2x$.

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{\pi}{6}+2$. **C.** $\frac{\pi}{8}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}+1$.

Câu 144: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ xung quanh trục hoành.Khi đó V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 400 **B.** 335 **C.** 550 **D.** 670

Câu 145: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục và có một nguyên hàm là $F(x)$ trên $[-2;1]$ đồng thời $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi số nào sau đây là số dương?



A. $F(2)-F(0)$

B. $F(-2)-F(1)$.

C. $F(2)-F(-2)$.

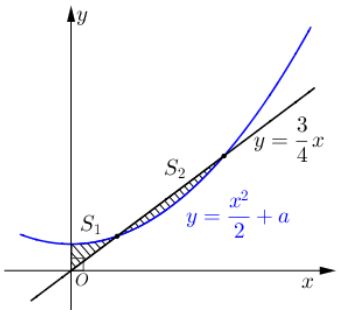
D. $F(2)-F(1)$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 146: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{m^2-x^2}$ (m là tham số khác) 0 và trục hoành. Khi (H) quay xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích V. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $V<1000\pi$.

A. 18 **B.** 21 **C.** 20 **D.** 19

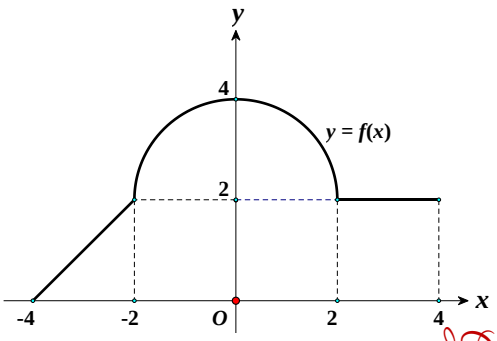
Câu 147: Cho đường thẳng $y=\frac{3}{4}x$ và parabol $y=\frac{1}{2}x^2+a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$.

C. $\left(0;\frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$.

Câu 148: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-4;4]$ như hình vẽ. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, tính giá trị của $S=F(4)-F(-4)$.



A. $S=14+2\pi$.

B. $S=14+4\pi$.

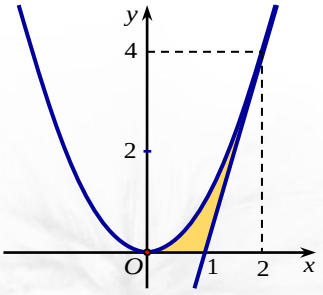
C. $S=14$.

D. $S=6+2\pi$.

Câu 149: Biết diện tích hình phẳng giới bởi các đường $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0$, $x=a$ (với $a\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{1}{2}\left(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{51}{50},\frac{11}{10}\right)$. **B.** $\left(1,\frac{51}{50}\right)$. **C.** $\left(\frac{7}{10},1\right)$. **D.** $\left(\frac{11}{10};\frac{3}{2}\right)$.

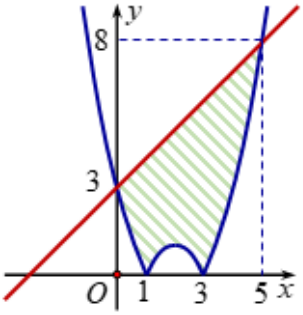
Câu 150: Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc với Parabol đó tại điểm $A(2;4)$, như hình vẽ bên. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng



A. $\frac{32\pi}{5}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$.

C. $\frac{22\pi}{5}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 151: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=|x^2-4x+3|$, $y=x+3$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng $\frac{a}{3b}$. Tính $a+b^2$



A. 113.

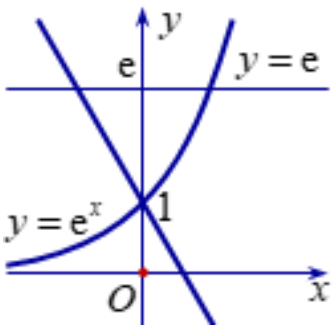
B. 118.

C. 145.

D. 112.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 152: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=\mathrm{e}$, $y=\mathrm{e}^x$ và $y=(1-\mathrm{e})x+1$ (tham khảo hình vẽ bên).

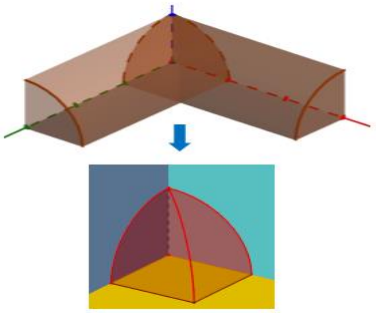


Diện tích hình phẳng (H) là

A. $S=\mathrm{e}+\dfrac{3}{2}$. **B.** $S=\mathrm{e}+\dfrac{1}{2}$.

C. $S=\dfrac{\mathrm{e}-1}{2}$. **D.** $S=\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$.

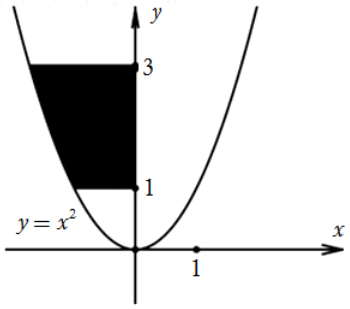
Câu 153: Gọi (H) là phần giao của hai khối $\dfrac{1}{4}$ hình trụ có bán kính a, hai trục hình trụ vuông góc với nhau. Xem hình vẽ bên. Tính thể tích của (H).



A. $V_{(H)}=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V_{(H)}=\dfrac{\pi a^3}{4}$.

C. $V_{(H)}=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V_{(H)}=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 154: Tính diện tích hình phẳng được bôi đen trong hình bên:



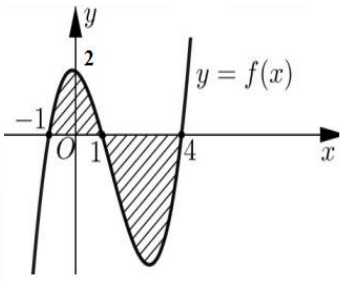
A. $S=2\sqrt{3}-\dfrac{2}{3}$.

B. $S=\dfrac{23}{8}$.

C. $S=\dfrac{28}{3}$.

D. $S=3\sqrt{2}-\dfrac{1}{3}$.

Câu 155: Cho hàm số $y=f(x)$ là một hàm số bậc ba. Gọi S là diện tích giới hạn bởi các đường $y=f(x);y=0;\ x=-1;x=4$ *(như hình vẽ)*. Khi đó diện tích S nhận giá trị



A. $S=\dfrac{253}{24}$. **B.** $S=\dfrac{253}{12}$.

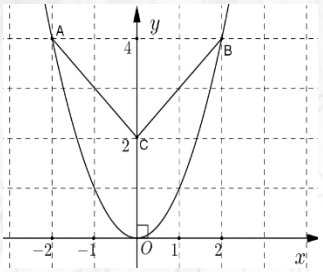
C. $S=\dfrac{235}{24}$. **D.** $S=\dfrac{235}{12}$.

Câu 156: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\ln x$, $x=e$, $x=\dfrac{1}{e}$ và trục hoành

A. $S=2-\dfrac{2}{e}$ (đvdt). **B.** $S=2+\dfrac{2}{e}$ (đvdt).

C. $S=1-\dfrac{1}{e}$ (đvdt). **D.** $S=1+\dfrac{1}{e}$ (đvdt).

Câu 157: Tính diện tích của S phần hình phẳng giới hạn bởi đường Parabol đi qua gốc toạ độ và hai đoạn thẳng AC và BC như hình vẽ bên?



A. $S=9$. **B.** $S=\dfrac{25}{6}$

C. $S=\dfrac{20}{3}$. **D.** $S=\dfrac{10}{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 158: Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C):x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

A. $V=6\pi$. **B.** $V=3\pi^2$. **C.** $V=6\pi^3$. **D.** $V=6\pi^2$.

Câu 159: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=\sqrt{x}.e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

A. $V=e^2-1$. **B.** $V=\frac{1}{4}\pi e^2-1$. **C.** $V=\pi(e^2-1)$. **D.** $V=\frac{1}{4}\pi(e^2-1)$.

Câu 160: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}\cos\frac{x}{2}$, $y=0, x=\frac{\pi}{2}$, $x=\pi$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A. $V=\frac{1}{16}(3\pi^2-4\pi-8)$. **B.** $V=\frac{\pi}{16}(3\pi^2-4\pi-8)$.

C. $V=\frac{\pi}{8}(3\pi^2+4\pi-8)$. **D.** $V=\frac{\pi}{6}(3\pi^2+4\pi-8)$.

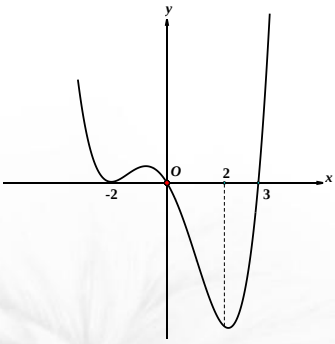
Câu 161: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-3$ và $x=3$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(-3\le x\le 3)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{81-x^4}$.

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{1944}{5}$. **C.** $\frac{1499}{5}$. **D.** $\frac{1333}{4}$.

Câu 162: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-2$, $y=0$ và $x=9$ quay xung quanh trục Ox. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A. $V=\frac{7}{6}$. **B.** $V=\frac{7\pi}{11}$. **C.** $V=\frac{11\pi}{6}$. **D.** $V=\frac{5\pi}{6}$.

Câu 163: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ như hình bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây là đúng.

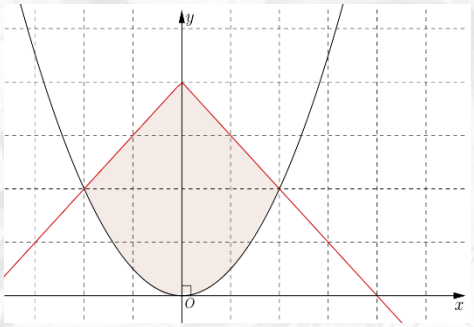
A. $f(0)<f(3)$.

B. $f(3)<f(4)$

C. $f(2)<f(-2)$.

D. $f(-2)<f(3)$.

Câu 164: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường $y=4-|x|$ và $y=\frac{x^2}{2}$.



A. $S=\frac{28}{3}$.

B. $S=\frac{22}{3}$.

C. $S=\frac{25}{3}$.

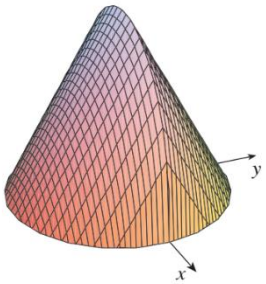
D. $S=\frac{26}{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 165: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\dfrac{3+(x-2)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích $V=\pi\left[a+b\ln\left(1+\dfrac{1}{e}\right)\right]$, trong đó a, b là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=3$. **B.** $a-2b=7$. **C.** $a+b=5$. **D.** $a-2b=5$.

Câu 166: Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích V của vật thể đó.



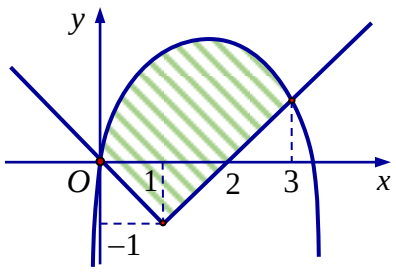
A. $V=\sqrt{3}$. **B.** $V=3\sqrt{3}$.

C. $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\pi$.

Câu 167: Cho số dương a thỏa mãn hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y=ax^2-2$ và $y=4-2ax^2$ có diện tích bằng 16. Giá trị của a bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 2.

Câu 168: Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y=\dfrac{10}{3}x-x^2$, $y=\begin{cases}-x & \text{khi } x\le 1\\ x-2 & \text{khi } x>1\end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?



A. $\dfrac{11}{6}$. **B.** $\dfrac{11}{2}$. **C.** $\dfrac{13}{2}$. **D.** $\dfrac{14}{3}$.

Câu 169: Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x^2}$, $y=2$, $y=x$ có diện tích là $S=a+b.\pi$. Chọn kết quả đúng.

A. $a+2b=3$. **B.** $a^2+4b^2\ge 5$. **C.** $a+b<1$. **D.** $a>1$, $b>1$.

Câu 170: Cho (P) là đồ thị của hàm số $y=x^2-4x+3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và các tiếp tuyến của (P) kẻ từ điểm $A(2;-5)$ là:

A. $\dfrac{10}{3}$. **B.** $\dfrac{32}{3}$. **C.** $\dfrac{16}{3}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

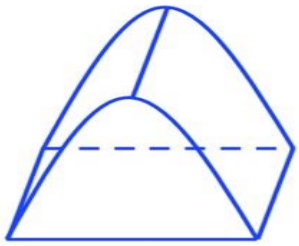
Câu 171: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=a\sin x+b\cos x$ (với a, b là các hằng số thực dương), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=\pi$. Nếu vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox có thể tích bằng $\dfrac{5\pi^2}{2}$ và $f'(0)=2$ thì $2a+5b$ bằng

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 172: Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12A dự định dựng một cái lều trại có hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

ngang 5 mét, chiều dài 10 mét, đỉnh trại cách nền 5 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong trại.



A. $\frac{100}{3}$ m^3. **B.** 100π m^3. **C.** $\frac{70}{3}\pi$ m^3. **D.** $\frac{200}{3}$ m^3.

Câu 173: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(-1\le x\le 2\right)$ là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{9-x^2}$.

A. $\frac{1333}{4}\pi$. **B.** $\frac{978\pi}{5}$. **C.** $\frac{2019}{5}\pi$. **D.** $\frac{987\pi}{7}$.

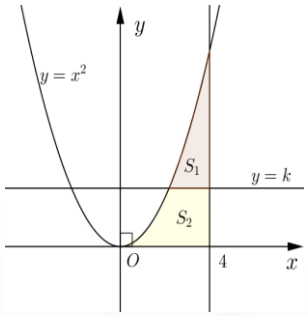
Câu 174: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=x^3$, $y=-x+2$, $y=0$ quanh trục Ox là:

A. $V=\frac{10\pi}{21}\left(đvtt\right)$. **B.** $V=\frac{\pi}{3}\left(đvtt\right)$. **C.** $V=\frac{\pi}{7}\left(đvtt\right)$. **D.** $V=\frac{4\pi}{21}\left(đvtt\right)$.

Câu 175: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị các hàm số $y=\ln x$, $y=1$, $y=1-x$.

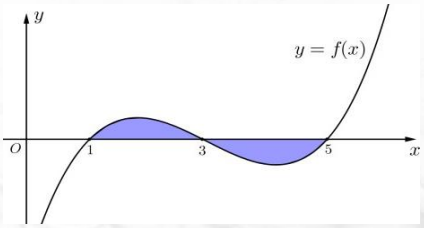
A. $S=\mathrm{e}+\frac{1}{2}$. **B.** $S=\mathrm{e}-\frac{1}{2}$. **C.** $S=\mathrm{e}+\frac{3}{2}$. **D.** $S=\mathrm{e}-\frac{3}{2}$.

Câu 176: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=0$, $x=0$, $x=4$. Đường thẳng $y=k$ $\left(0<k<16\right)$ chia hình $\left(H\right)$ thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1=S_2$



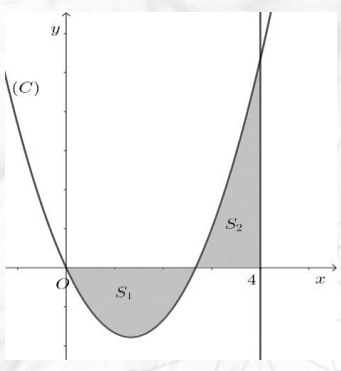
A. $k=5$.
B. $k=3$.
C. $k=8$
D. $k=4$.

Câu 177: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng tô đậm bằng 1. Giá trị của $a+2b+3c+4d$ bằng



A. 8. **B.** −8.
C. −1. **D.** 1.

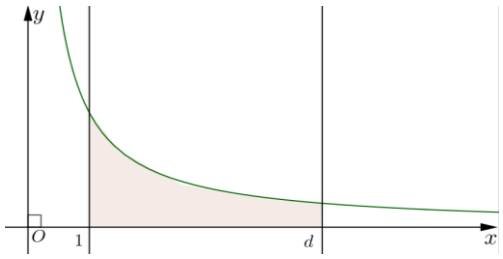
Câu 178: Cho hàm số $y=x^2-mx$ $\left(0<m<4\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$. Gọi S_1+S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $\left(C\right)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1=S_2$ là



A. $m=\frac{10}{3}$. **B.** $m=3$.
C. $m=2$. **D.** $m=\frac{8}{3}$

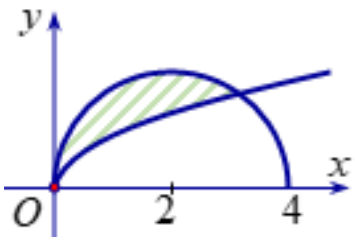
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 179: Tìm d để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\dfrac{2}{x}$, $Ox; x=1; x=d, (d>1)$ bằng 2:



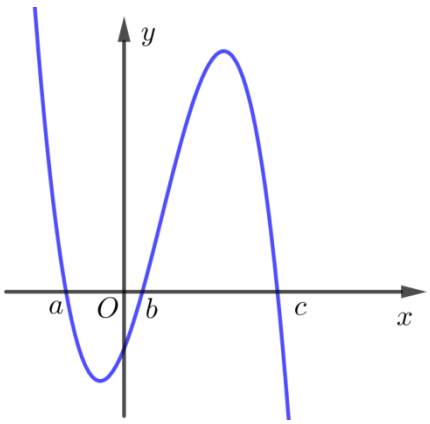
A. $d=e^2$. **B.** $d=e$.
C. $d=e+1$. **D.** $d=2e$.

Câu 180: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{x}$ và nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4x-x^2}$ (với) $0\le x\le 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\dfrac{8\pi-9\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{10\pi-15\sqrt{3}}{6}$.
C. $\dfrac{10\pi-9\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{4\pi+15\sqrt{3}}{24}$.

Câu 181: Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (H) là $V=\pi\int\limits_0^1\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x-\pi\int\limits_0^1\left(x^2\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{3\pi}{10}$ Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ



(1): $f(c)>f(a)>f(b)$.
(2): $f(c)>f(b)>f(a)$.
(3): $f(a)>f(b)>f(c)$.
(4): $f(a)>f(b)$.
Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 182: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$; $y=2-x$ và $y=0$.

A. π. **B.** $\dfrac{5\pi}{6}$. **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{2}$.

Câu 183: Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành.

A. $\dfrac{34\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{35\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{31\pi}{3}$.

Câu 184: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $y=2x; y=x^2; y=1$ trên miền $x\ge 0, y\le 1$:

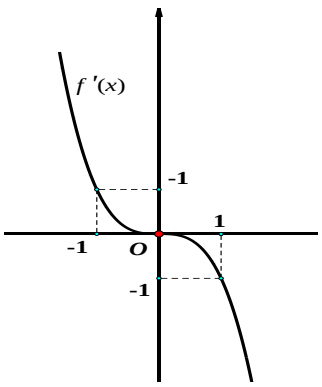
A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Câu 185: Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi phép quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0$, $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$.

A. $\dfrac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** 10π. **D.** $\dfrac{16\pi}{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 186: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ như hình bên dưới. Xét hàm số $g(x)=f(x)+\frac{1}{2}x^2$ trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?



A. $g(1)<g(0)$.

B. $g(0)<g(-1)$.

C. $f(3)<f(4)$

D. $f(2)<f(-2)$.

Câu 187: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$ quanh trục Ox là:

A. $V=\pi\mathrm{e}(đvtt)$.

B. $V=\pi(\mathrm{e}+1)(đvtt)$.

C. $V=\pi(\mathrm{e}-1)(đvtt)$.

D. $V=\pi(\mathrm{e}-2)(đvtt)$.

Câu 188: Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=\frac{\pi}{3}$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0\le x\le\frac{\pi}{3}\right)$ ta được thiết diện là một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $2x$ và $\cos x$. Thể tích vật thể B bằng

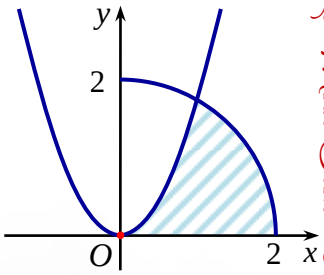
A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}\pi+3}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi-3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi-3}{3}$.

Câu 189: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với) $0\le x\le 2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục hoành bằng



A. $\frac{43}{15}\pi$.

B. $\frac{34}{15}\pi$.

C. $\frac{43}{12}\pi$.

D. $\frac{32\pi}{5}$.

Câu 190: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y=2-x$ với $x\ge 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V=\frac{1}{2}+\frac{e-1}{e}\pi$.

B. $V=\frac{\pi(5e^2-3)}{6e^2}$.

C. $V=\frac{1}{2}+\frac{e^2-1}{2e^2}$.

D. $V=\frac{1}{3}+\frac{e^2-1}{2e^2}$.

Câu 191: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ và trục hoành.

A. $\frac{11}{6}$.

B. $\frac{61}{3}$.

C. $\frac{39}{2}$.

D. $\frac{343}{162}$.

Câu 192: Cho hàm số $y=4-x^4$ có đồ thị (C), khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn (C) và trục Ox, quanh trục Oy có thể tích là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

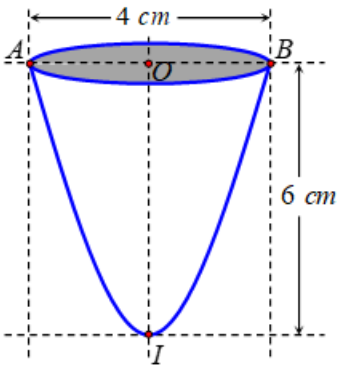
A. $V=\dfrac{16\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{32\pi}{3}$.

C. $V=\dfrac{\left(16-2\left(4-\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^{\pi}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{1024\sqrt{2}\pi}{45}$.

Câu 193: Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$; $x=4$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x\ (0\le x\le 4)$ ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(2x+1)\mathrm{e}^x$. Thể tích vật thể (T) bằng

A. $15e^8$. **B.** $2\pi\mathrm{e}^8$. **C.** $31e^8$. **D.** $2\mathrm{e}^8$.

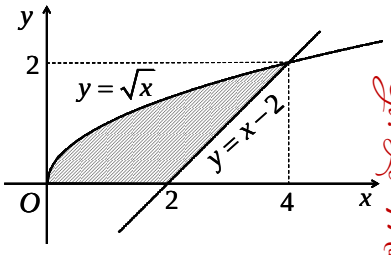
Câu 194: Có một vật thể là hình tròn xoay có hình dạng giống một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là $4cm$ và chiều cao là $6cm$. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V\left(cm^3\right)$ của vật thể đã cho.



A. $V=\dfrac{72}{5}\pi$. **B.** $V=12\pi$.

C. $V=12$. **D.** $V=\dfrac{72}{5}$.

Câu 195: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$.

C. $\dfrac{10}{3}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Câu 196: Tính diện tích S_D của hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y=\left|\dfrac{\ln x}{x}\right|$, trục hoành Ox và các đường $x=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$; $x=2$?

A. $S_D=\dfrac{1}{2}\ln^2 2-\dfrac{1}{2}$. **B.** $S_D=\dfrac{1}{2}\left(1+\ln^2 2\right)$. **C.** $S_D=\dfrac{1}{2}\left(1-\ln^2 2\right)$. **D.** $S_D=\dfrac{1}{2}(1+\ln 2)$.

Câu 197: Hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y=\dfrac{x^2}{12}$ và đường cong có phương trình $y=\sqrt{4-\dfrac{x^2}{4}}$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng

A. $\dfrac{2\left(4\pi+\sqrt{3}\right)}{3}$. **B.** $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}+\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{6}$.

Câu 198: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le\pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

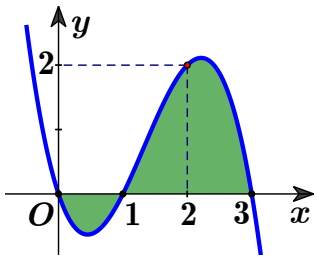
A. $V=2\pi\sqrt{3}$ **B.** $V=3\pi$ **C.** $V=2\sqrt{3}$ **D.** $V=3$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 199: Người thợ gốm làm cái chum từ một khối cầu có bán kính 5 dm bằng cách cắt bỏ hai chỏm cầu đối nhau. Tính thể tích của cái chum biết chiều cao của nó bằng 6 dm (*quy tròn 2 chữ số thập phân*).

A. $414,69\ \text{dm}^3$. **B.** $135,02\ \text{dm}^3$. **C.** $428,74\ \text{dm}^3$. **D.** $104,67\ \text{dm}^3$.

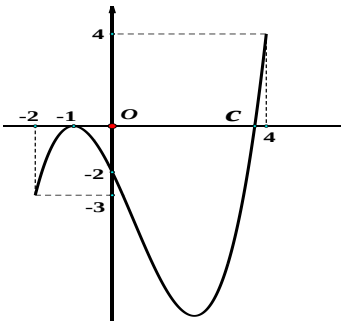
Câu 200: Cho $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng được tô đậm.



A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{37}{12}$.

Câu 201: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ như hình bên dưới. Biết rằng $f'(x)$ có hai nghiệm là 0 và c trên đoạn $[-2;4]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. $f(4)>f(-1)$. **B.** $f(1)>f(c)$.

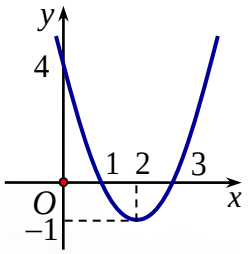
C. $f(4)>f(c)$. **D.** $f(-2)>f(-1)$.

Câu 202: Gọi D là miền phẳng có diện tích nhỏ nhất giới hạn bởi các đường $y=-3x+10$, $y=1$, $y=x^2$ sao cho điểm $A(2;2)$ nằm trong D. Khi cho D quay quanh trục Ox ta được vật thể tròn xoay có thể tích là.

A. $12\pi\ (đvtt)$. **B.** $\frac{25}{3}\pi\ (đvtt)$. **C.** $\frac{56}{5}\pi\ (đvtt)$. **D.** $11\pi\ (đvtt)$.

Câu 203: Cho parabol (P) có đồ thị như hình vẽ:

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với trục hoành.



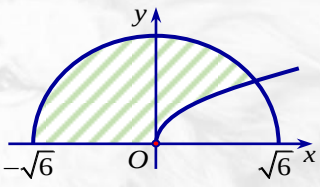
A. 4. **B.** $\frac{8}{3}$.

C. 2. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 204: Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình tròn $(C):(x+2)^2+(y-5)^2\le 1$ quanh trục Ox.

A. $V=20\pi^2$. **B.** $V=3\pi^2$. **C.** $V=10\pi$. **D.** $V=10\pi^2$.

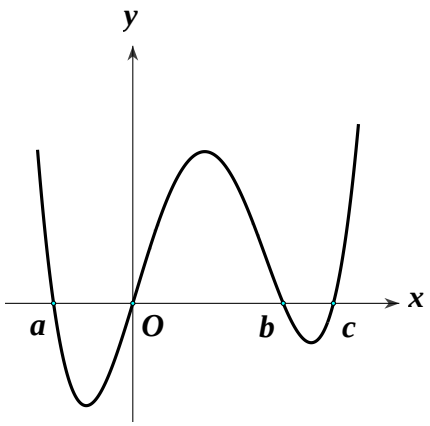
Câu 205: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{6-x^2}$ $\left(-\sqrt{6}\le x\le\sqrt{6}\right)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox.



A. $V=8\pi\sqrt{6}-2\pi$ **B.** $V=8\pi\sqrt{6}-\frac{22\pi}{3}$ **C.** $V=4\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$ **D.** $V=8\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$

Câu 206: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Biết phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt a, 0, b, c với $a<0<b<c$.

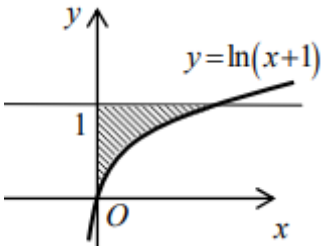
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(a)<f(0)$. **B.** $f(c)>f(b)$. **C.** $f(c)>f(a)$. **D.** $f(a)>f(b)$.

Câu 207: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\ln(x+1)$, đường thẳng $y=1$ và trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

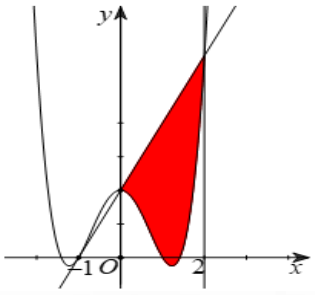


A. $e-2$. **B.** $e-1$.
C. $\ln 2$. **D.** 1.

Câu 208: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=-\pi$, $x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x $(-\pi\le x\le\pi)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\cos x+2$.

A. $\frac{7\pi}{6}+1$. **B.** $\frac{7\pi}{6}+2$. **C.** $\frac{9\pi}{8}$. **D.** $\frac{9\pi}{4}$.

Câu 209: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).



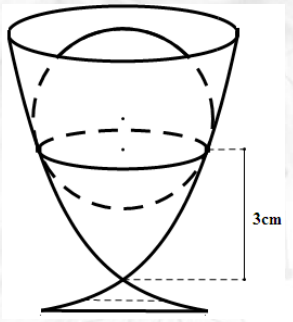
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai đường thẳng $x=-1$; $x=0$ có diện tích:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 210: Diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=-x+3$, $y=1$ bằng

A. $\frac{1}{\ln 2}+3$. **B.** $\frac{1}{\ln 2}+1$. **C.** $\frac{1}{\ln 2}-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{\ln 2}+2$.

Câu 211: Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay 1 phần đồ thị của hàm số $y=2^x$ xung quanh trục Oy. Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết đường tròn giao tuyến của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly $3\,\text{cm}$ (như hình vẽ). Thể tích nước có trong ly gần nhất với giá trị nào sau đây?



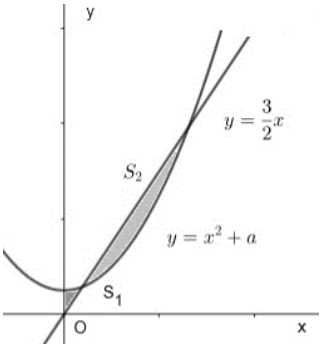
A. $30\,\text{cm}^3$. **B.** $50\,\text{cm}^3$.
C. $40\,\text{cm}^3$. **D.** $60\,\text{cm}^3$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 212: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục tung một elip có phương trình $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 670. **B.** 400. **C.** 335. **D.** 550.

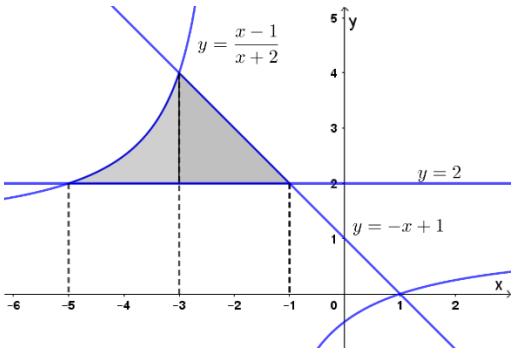
Câu 213: Cho đường thẳng $y=\frac{3}{2}x$ và parabol $y=x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{9}{20};\frac{1}{2}\right)$ **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{9}{16}\right)$

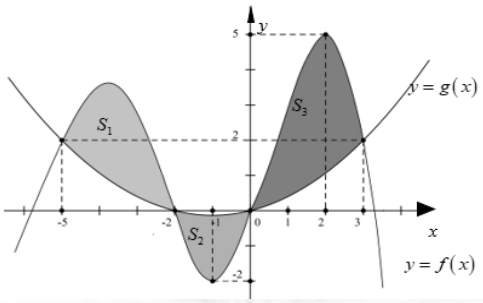
C. $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$ **D.** $\left(0;\frac{2}{5}\right)$

Câu 214: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y=2$, $y=-x+1$ (phần tô đậm trong hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng (H).



A. $S=8-3\ln 3$. **B.** $S=3\ln 3$ **C.** $S=-4+3\ln 3$. **D.** $S=8+3\ln 3$.

Câu 215: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng $S_1;S_2;S_3$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và đường parabol $y=g(x)=ax^2+bx+c$ lần lượt là m,n,p.

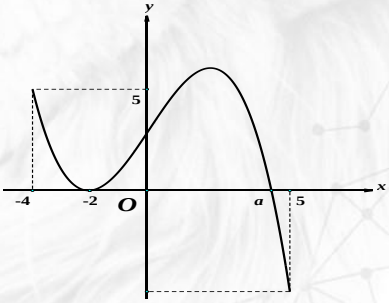


Tích phân $\int_{-5}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $m-n+p+\frac{208}{45}$. **B.** $m-n+p-\frac{208}{45}$.

C. $-m+n-p+\frac{208}{45}$ **D.** $-m+n-p-\frac{208}{45}$.

Câu 216: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-4;5]$ như hình bên dưới. Biết rằng $f'(x)$ có hai nghiệm là -2 và a trên đoạn $[-4;5]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

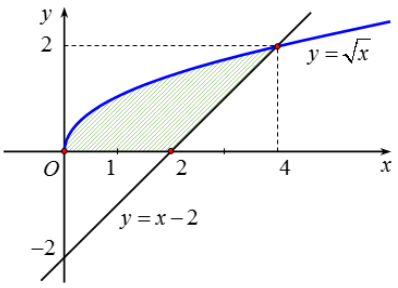


A. $f(0)>f(-2)$. **B.** $f(a)>f(5)$.

C. $f(5)>f(-2)$. **D.** $f(0)>f(5)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 217: Cho hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$ và trục hoành. Tìm công thức tính thể tích của vật thể sinh ra khi cho hình H quay quanh trục hoành.



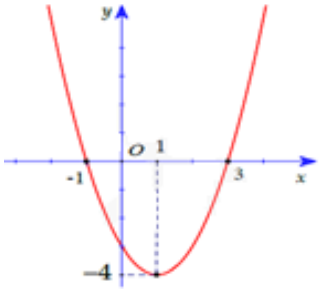
A. $V=\pi\left[\int_0^4 x\mathrm{d}x-\int_2^4(x-2)^2\mathrm{d}x\right]$.

B. $V=\pi\left[\int_0^4 x\mathrm{d}x+\int_2^4(x-2)^2\mathrm{d}x\right]$.

C. $V=\pi\left[\int_0^2 x\mathrm{d}x+\int_2^4(x-2)^2\mathrm{d}x\right]$.

D. $V=\pi\left[\int_0^2 x\mathrm{d}x-\int_2^4(x-2)^2\mathrm{d}x\right]$.

Câu 218: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a,b,c,d\in\mathbb{R};a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=-9$ tại điểm có hoành độ dương và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tìm phần nguyên của giá trị diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành?



A. 35. **B.** 2. **C.** 29. **D.** 27.

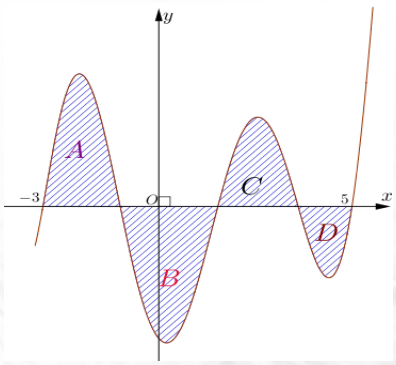
Câu 219: Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ là một hình vuông có cạnh $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

A. $\frac{16}{3}$ **B.** π **C.** $\frac{16\pi}{3}$ **D.** $\frac{8}{3}$

Câu 220: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=xe^{\frac{x}{2}}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ xung quanh trục Ox là

A. $V=\pi(e-2)$. **B.** $V=\pi^2 e$. **C.** $V=\frac{9\pi}{4}$. **D.** $V=e-2$.

Câu 221: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;5]$ như hình vẽ sau. Biết các miền A,B,C,D có diện tích lần lượt là $20,25,18$ và 11. Tích phân $I=\int_{-1}^{1}(2x+4)\left[1+f\left(x^2+4x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng



A. $I=74$.

B. $I=10$.

C. $I=2$.

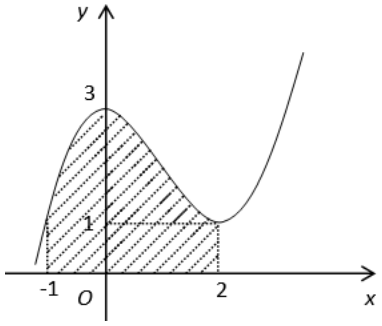
D. $I=8$.

Câu 222: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox

A. $V=(e^2-5)\pi$. **B.** $V=(4-2e)\pi$. **C.** $V=4-2e$. **D.** $V=e^2-5$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

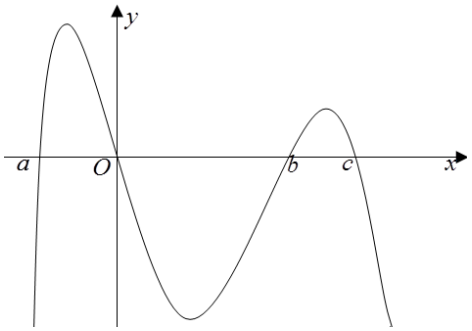
Câu 223: Tính diện tích S của miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+c$, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ và trục hoành (miền gạch chéo) cho trong hình dưới đây.



A. $S=\dfrac{52}{8}$. **B.** $S=\dfrac{51}{8}$.

C. $S=\dfrac{50}{8}$. **D.** $S=\dfrac{53}{8}$.

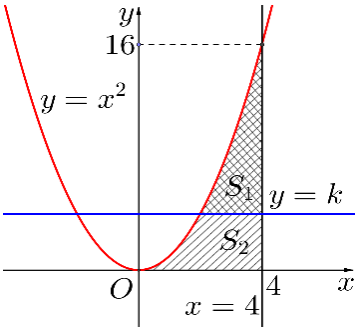
Câu 224: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt $a,0,b,c$ với $a<0<b<c$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $f(c)>f(0)$. **B.** $f(a)>f(0)$.

C. $f(b)>f(c)$. **D.** $f(a)>f(b)$.

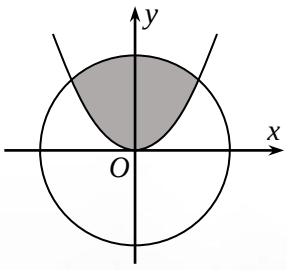
Câu 225: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=0$, $x=0$, $x=4$. Đường thẳng $y=k\ (0<k<16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1=S_2$.



A. 4. **B.** $2\sqrt[3]{4}$.

C. $4\sqrt[3]{2}$. **D.** $4\sqrt[3]{4}$.

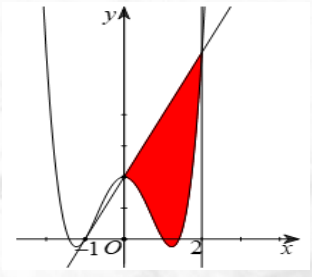
Câu 226: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2$ và đường tròn $x^2+y^2=2$ (phần tô đậm trong hình bên). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.



A. $V=\dfrac{22\pi}{15}$. **B.** $V=\dfrac{\pi}{5}$.

C. $V=\dfrac{5\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{44\pi}{15}$.

Câu 227: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\dfrac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai đường thẳng $x=-1$; $x=0$ có diện tích

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{2}{5}$.

Câu 228: Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Đươc đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m . Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).

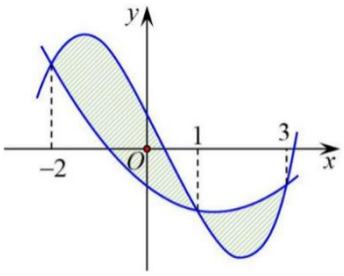


A. $V=1{,}19\text{m}^3$. **B.** $V=1{,}52\text{m}^3$. **C.** $V=1{,}31\text{m}^3$. **D.** $V=1{,}27\text{m}^3$.

Câu 229: Một chiếc ô tô chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s), có gia tốc $a(t)=v'(t)=\dfrac{3}{t+1}$ (m/s^2) . Biết vận tốc của ô tô tại giây thứ 6 bằng 6 (m/s). Tính vận tốc của ô tô tại giây thứ 20

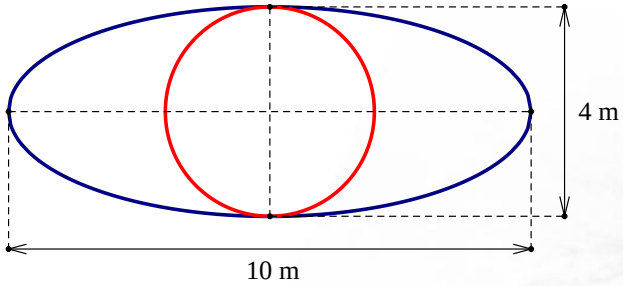
A. $v=3\ln 3$. **B.** $v=3\ln 3+6$. **C.** $v=26$. **D.** $v=14$.

Câu 230: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+\dfrac{3}{4}$ và $g(x)=dx^2+ex-\dfrac{3}{4}$, $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2;1;3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\dfrac{125}{24}$. **B.** $\dfrac{253}{48}$. **C.** $\dfrac{253}{24}$. **D.** $\dfrac{125}{48}$.

Câu 231: Để trang trí cho một lễ hội đầu xuân, từ một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn là 10 m,chiều dài trục nhỏ là 4 m, Ban tổ chức vẽ một đường tròn có đường kính bằng độ dài trục nhỏ và có tâm trùng với tâm của elip như hình vẽ. Trên hình tròn người ta trồng hoa với giá 100.000 đồng/m², phần còn lại của mảnh vườn người ta trồng cỏ với giá 60.000 đồng/m² (biết giá trồng hoa và trồng cỏ bao gồm cả công và cây). Hỏi ban tổ chức cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và cỏ? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 2387000 đồng. **B.** 2388000 đồng. **C.** 2639000 đồng. **D.** 2638000 đồng.

Câu 232: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\ln x}, y=0, x=1$ và $x=k\,(k>1)$. Gọi V_k là thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quay trục Ox. Biết rằng $V_k=\pi$, hãy chọn khẳng định đúng?

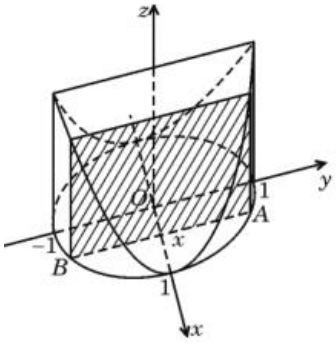
A. $4<k<5$. **B.** $3<k<4$. **C.** $1<k<2$. **D.** $2<k<3$.

Câu 233: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}\,(C)$, $x=4\,(d)$ và trục hoành quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

A. $\dfrac{32\pi}{5}$. **B.** $\dfrac{128\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** 32π.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 234: Tính thể tích vật thể có đáy là một hình tròn giới hạn bởi đường tròn có phương trình $x^2+y^2=1$ và mỗi thiết diện vuông góc với trục Ox là một hình vuông (tham khảo hình vẽ bên).



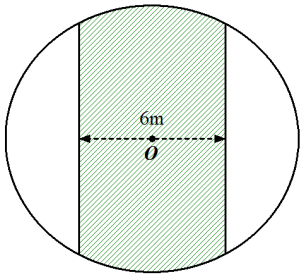
A. $\frac{13}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{14}{3}$. **D.** $\frac{17}{3}$.

Câu 235: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y=x\ln x, y=0, x=1, x=e$. Cho hình (H) quay xung quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{\pi}{a}\left(be^3-2\right)$. Tìm $a+b$

A. 32. **B.** 20. **C.** 28. **D.** 34.

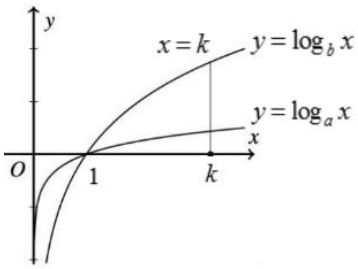
Câu 236: Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng $6m$ nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó?



A. 8 412 322 đồng. **B.** 4 821 232 đồng.

C. 4 821 322 đồng. **D.** 3 142 232 đồng.

Câu 237: Cho hai số thực dương a, b khác 1 và đồ thị các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ như hình vẽ bên. Gọi d là đường thẳng song song với trục Oy và cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ $x=k\left(k>1\right)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\log_a x$, d và trục hoành, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\log_b x$, d và trục hoành. Biết $S_1=4S_2$.



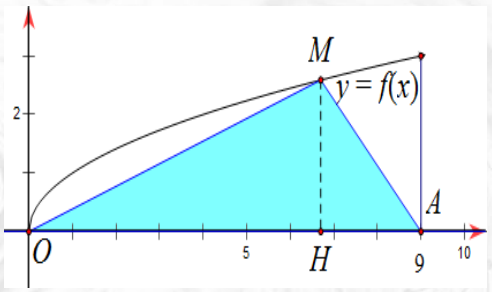
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a=b^4$. **B.** $b=a^4$. **C.** $b=a^4\ln 2$. **D.** $a=b^4\ln 2$.

Câu 238: Đặt S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=4-x^2$, trục hoành và đường thẳng $x=-2$, $x=m$, $\left(-2<m<2\right)$. Tìm số giá trị của tham số m để $S=\frac{25}{3}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 239: Cho đồ thị $(C): y=f(x)=\sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), đường thẳng $x=9$ và trục Ox. Cho điểm M thuộc đồ thị (C) và điểm $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox, V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh trục Ox. Biết rằng $V_1=2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM.



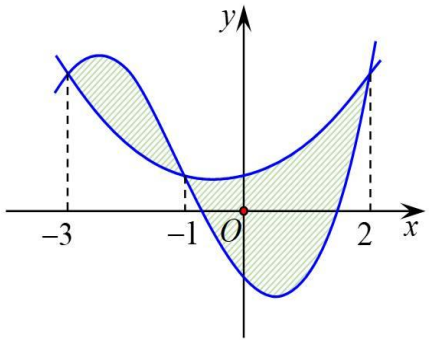
A. $S=\frac{4}{3}$. **B.** $S=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $S=3$. **D.** $S=\frac{27\sqrt{3}}{16}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 240: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=x^2-2x+2$; $y=x^2+4x+5$; $y=1$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{9}{4}$

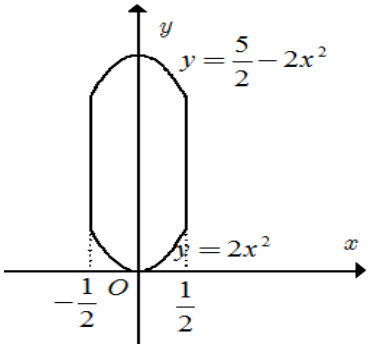
Câu 241: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\frac{1}{2}\,(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3;-1;2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{253}{12}$ **B.** $\frac{253}{48}$

C. $\frac{125}{12}$ **D.** $\frac{125}{48}$

Câu 242: Sơ đồ dưới đây phác thảo của một khung cửa sổ. Diện tích S của cửa sổ được tính bởi công thức nào sau đây?



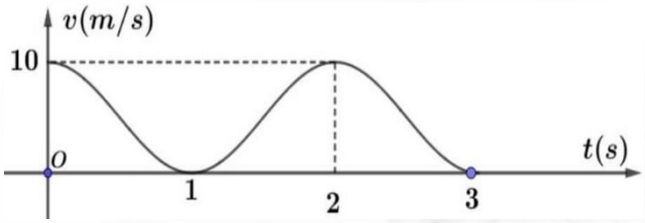
A. $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(\frac{5}{2}-4x^2\right)\mathrm{d}x$ **B.** $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}2x^2\,\mathrm{d}x$

C. $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left|\frac{5}{2}-2x^2\right|\mathrm{d}x$ **D.** $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(1-4x^2\right)\mathrm{d}x$

Câu 243: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $x=\sqrt{\frac{3+(y-2)e^y}{ye^y+1}}$, trục tung và hai đường thẳng $y=0, y=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục tung có thể tích $V=\pi\left[a+b\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)\right]$, trong đó a, b là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

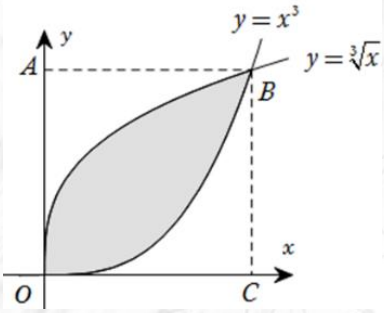
A. $a-2b=5$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a+b=3$. **D.** $a-2b=7$.

Câu 244: Một chất điểm chuyển động trong 3 giây với vận tốc $v=a\cos(\pi t)+b\ (m/s)$ (trong đó t là biến thời gian, a, b là các hằng số) có đồ thị là một đường hình sin như hình vẽ bên. Tính quãng đường S mà chất điểm đi được sau 3 giây (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).



A. $S=29{,}93\ m$. **B.** $S=27{,}93\ m$. **C.** $S=15\ m$. **D.** $S=17\ m$.

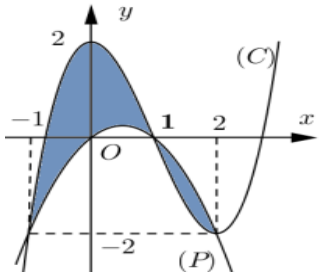
Câu 245: Cho một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ như hình vẽ. Sau khi tọa độ hóa, ta có $O(0;0)$, $A(0;1)$, $B(1;1)$, $C(1;0)$ và hai đường cong trong hình lần lượt là đồ thị hàm số $y=x^3$ và $y=\sqrt[3]{x}$. Tính tỷ số diện tích của phần tô đậm so với diện tích phần còn lại của hình vuông.



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{5}{4}$ **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** 1

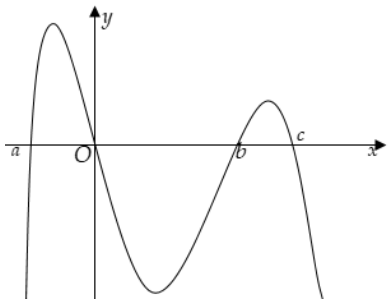
Câu 246: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần **tô đậm** của hình vẽ có diện tích bằng



A. $\frac{14}{3}$. **B.** $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{27}{5}$. **D.** 15.

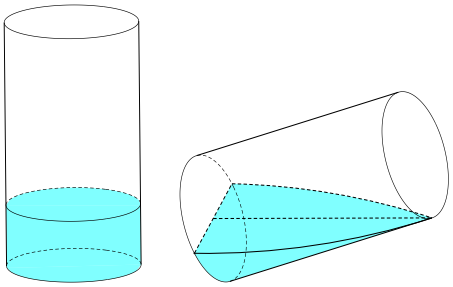
Câu 247: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt $a,0,b,c$ với $a<0<b<c$. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $f(a)>f(c)>f(b)$ **B.** $f(a)>f(b)>f(c)$

C. $f(c)>f(a)>f(b)$ **D.** $f(b)>f(a)>f(c)$

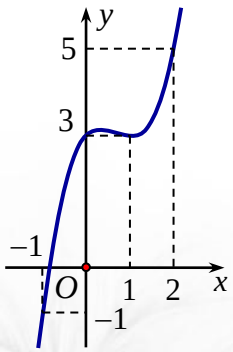
Câu 248: Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là $6\,\text{cm}$, chiều cao lòng cốc là $10\,\text{cm}$ đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



A. $120\,\text{cm}^3$. **B.** $240\pi\,\text{cm}^3$.

C. $120\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $240\,\text{cm}^3$.

Câu 249: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình dưới đây. Lập hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $g(1)=g(2)$.

B. $g(1)>g(2)$.

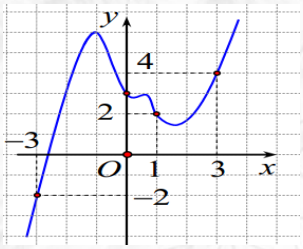
C. $g(-1)>g(1)$.

D. $g(-1)=g(1)$.

Câu 250: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^3(C)$, $y=-x+2(d)$ và trục hoành quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

A. $\frac{7\pi}{3}$. **B.** $\frac{5\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** 2π.

Câu 251: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(1)=6$ và $g(x)=f(x)-\frac{(x+1)^2}{2}$.



Kết luận nào sau đây là **đúng**?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. Phương trình $g(x)=0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3;3]$.

B. Phương trình $g(x)=0$ không có nghiệm thuộc $[-3;3]$.

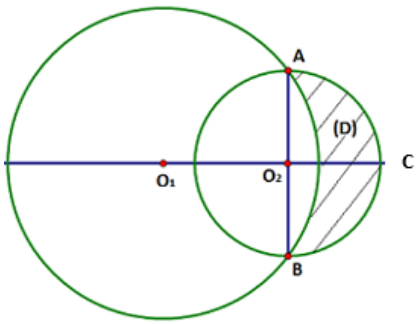
C. Phương trình $g(x)=0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3;3]$.

D. Phương trình $g(x)=0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3;3]$.

Câu 252: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2(C_1)$, $y=\frac{1}{4}x^2(C_2)$ và $x=2(d)$ quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

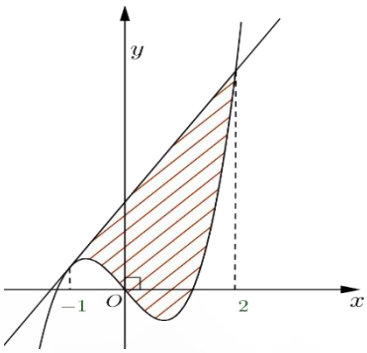
A. $\frac{14\pi}{3}$. **B.** 6π. **C.** 8π. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 253: Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2;3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V=\frac{68\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{40\pi}{3}$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=\frac{14\pi}{3}$.

Câu 254: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại điểm B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo) bằng



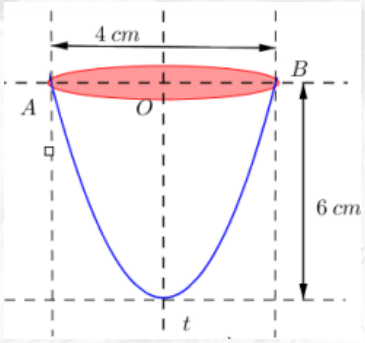
A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{11}{2}$.

C. $\frac{25}{4}$. **D.** $\frac{13}{2}$.

Câu 255: Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28cm, trục nhỏ 25cm. Biết cứ 1000cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

A. 183000 đồng. **B.** 180000 đồng. **C.** 185000 đồng. **D.** 190000 đồng.

Câu 256: Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng qua trục đối xứng là một Parabol. Tính thể tích $V(cm^3)$ của vật thể đã cho



A. $V=12$. **B.** $V=12\pi$.

C. $V=\frac{72\pi}{5}$. **D.** $V=\frac{72}{5}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

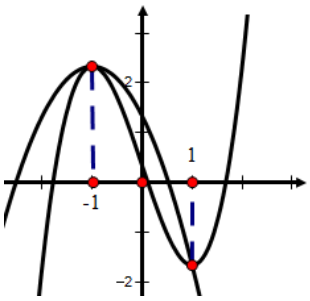
Câu 257: Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=|x|$ và $y=x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{4\pi}{15}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{2\pi}{15}$.

Câu 258: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\frac{8}{x}(C)$, $x=2(d_1), x=4(d_2)$ và trục hoành quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

A. 16π. **B.** 32π. **C.** 24π. **D.** 36π.

Câu 259: Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C) và $y=mx^2+nx+p\,(m,n,p\in\mathbb{R})$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$.

C. $(0;1)$. **D.** $(2;3)$.

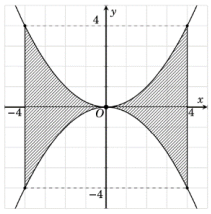
Câu 260: Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C):x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

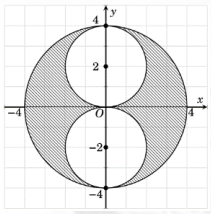
A. $V=6\pi$. **B.** $V=6\pi^2$. **C.** $V=6\pi^3$. **D.** $V=3\pi^2$.

Câu 261: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{2x-1}}{2x+1}$, trục hoành, hai đường thẳng $x=1$, $x=2$. Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi cho hình (H) quay xung quanh trục Ox bằng $V=\pi\left(\ln\frac{\sqrt{a}}{3}+b\right)$, (trong đó a, b là các số hữu tỷ). Khi đó $a.b$ bằng

A. $-\frac{10}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** -2.

Câu 262: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{x^2}{4}$, $y=-\frac{x^2}{4}$, $x=-4$, $x=4$ và hình (H_2) là hình gồm các điểm $(x;y)$ thỏa: $x^2+y^2\le 16$, $x^2+(y-2)^2\ge 4$ $x^2+(y+2)^2\ge 4$



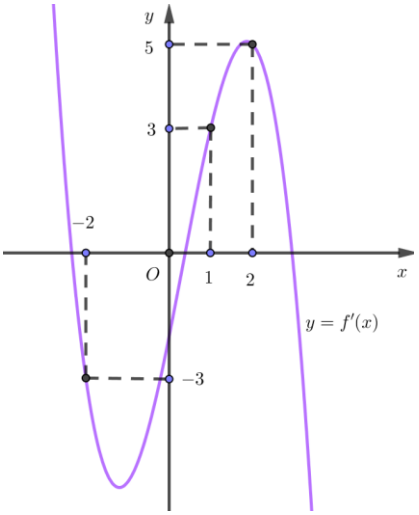


Cho (H_1) và (H_2) quay quanh trục Oy ta được các vật thể có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $V_1=\frac{2}{3}V_2$ **B.** $V_1=2V_2$ **C.** $V_1=\frac{1}{2}V_2$ **D.** $V_1=V_2$

Câu 263: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



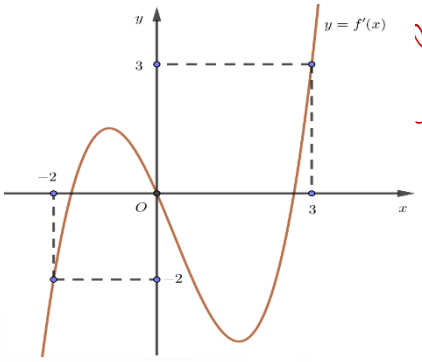
Xét hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $g(1)>g(2)>g(-2)$.
B. $g(-2)>g(2)>g(1)$.
C. $g(-2)>g(1)>g(2)$.
D. $g(2)>g(-2)>g(1)$.

Câu 264: Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(x-a)^2+y^2=b^2;\ a>b>0$ và các đường thẳng $y=-\dfrac{b}{2}$ và $y=\dfrac{b}{2}$ xung quanh trục Oy là

A. $\dfrac{3}{4}\pi^2ab^2$.
B. $\pi ab^2\left(\dfrac{2}{3}\pi+\sqrt{3}\right)$.
C. $\pi ab^2\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{3}{4}\right)$.
D. π^2ab^2.

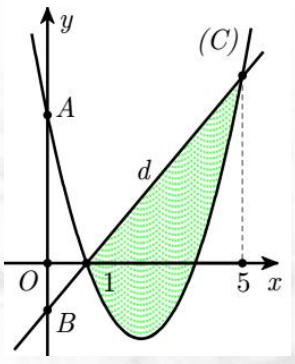
Câu 265: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=2f(x)-x^2$.



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $g(3)>g(-2)>g(0)$.
B. $g(0)>g(-2)>g(3)$.
C. $g(0)>g(3)>g(-2)$.
D. $g(-2)>g(0)>g(3)$.

Câu 266: Cho các hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ và $g(x)=mx+n$ có đồ thị lần lượt là đường cong (C) và đường thẳng (d) như hình vẽ. Biết $AB=5$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng (d) (phần tô màu) là $S=\dfrac{p}{q}$ (trong đó $p,q\in\mathbb{N}^*,)(p;q)=1$.



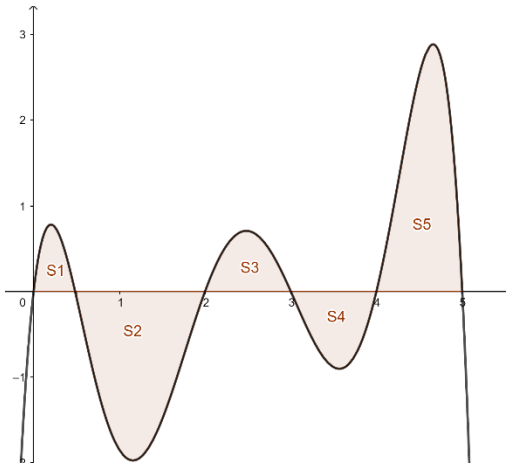
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $p>11q$.
B. $p-q=20$.
C. $p+q=35$.
D. $pq=69$.

Câu 267: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết diện tích $S_1=2$, $S_2=11$, $S_3=3$, $S_4=4$, $S_5=12$.

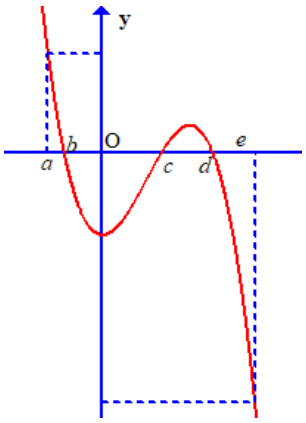
Tích phân $\int_{-6}^{1}\left[f(|x+1|)+x+1\right]dx$ có giá trị bằng?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. 18. **B.** $\frac{35}{2}$. **C.** $-\frac{35}{2}$. **D.** -18.

Câu 268: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là b, c, d $(a<b<c<d<e)$ như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[a;e]$. Khẳng định nào sau đây đúng?



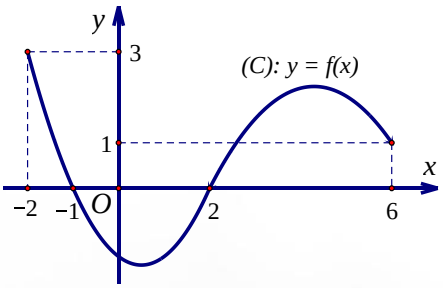
A. $M+m=f(b)+f(a)$.

B. $M+m=f(d)+f(a)$.

C. $M+m=f(d)+f(c)$.

D. $M+m=f(b)+f(e)$.

Câu 269: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $f(-2)<f(2)<f(-1)<f(6)$

B. $f(-2)<f(-1)<f(2)<f(6)$

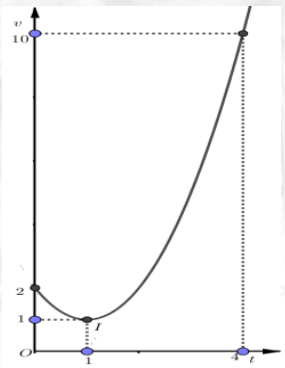
C. $f(2)<f(-2)<f(-1)<f(6)$

D. $f(6)<f(2)<f(-2)<f(-1)$

Câu 270: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2-6x+12$ và các tiếp tuyến tại các điểm $A(1;7)$ và $B(-1;19)$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 2.

Câu 271: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

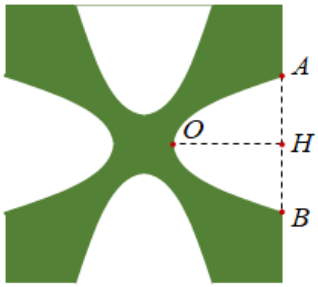


A. $s=8$ (km). **B.** $s=\frac{40}{3}$ (km).

C. $s=\frac{46}{3}$ (km). **D.** $s=6$ (km).

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

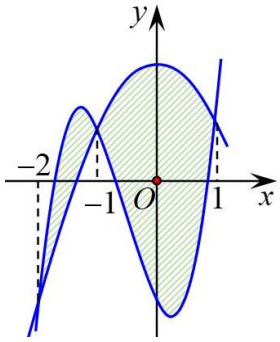
Câu 272: Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB=5\,\text{cm}$, $OH=4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



A. $\frac{160}{3}\text{cm}^2$. **B.** $\frac{140}{3}\text{cm}^2$.

C. $\frac{14}{3}\text{cm}^2$. **D.** $50\ \text{cm}^2$.

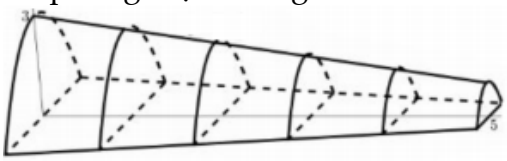
Câu 273: Cho hai hàm số $f(x)=ax^2+bx^2+cx-2$ và $g(x)=dx^2+ex+2$ (a, b, c, d,) $e\in\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2;\ -1;\ 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{37}{6}$.

Câu 274: Cho một mô hình $3-D$ mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.



Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài $5(cm)$; khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao của parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y=3-\frac{2}{5}x(cm)$, với $x(cm)$ là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị) cm^3 không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. 31 **B.** 29 **C.** 27 **D.** 33

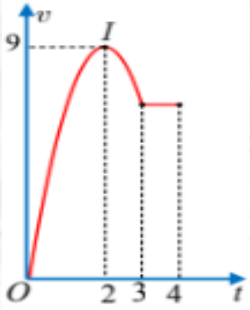
Câu 275: Tính diện tích của những hình phẳng được giới hạn bởi các đường cong $y=x^3$; $y=x$, $y=2x$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 276: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x(d_1), y=-x+4(d_2)$ và trục hoành quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

A. 8π. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

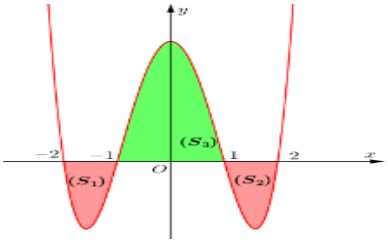
Câu 277: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi vật bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường S mà vật đi được trong 4 giờ đó.



Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $S=26,5\text{km}$. **B.** $S=28,5\text{km}$. **C.** $S=24\text{km}$. **D.** $S=27\text{km}$.

Câu 278: Cho hàm $y=F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$, biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;\ 2]$ như hình vẽ ở bên dưới và có diện tích $S_1=S_2=\dfrac{22}{15}$, $S_3=\dfrac{76}{15}$. Giá trị của biểu thức $F(2)+F(1)-F(-1)-F(-2)$ bằng

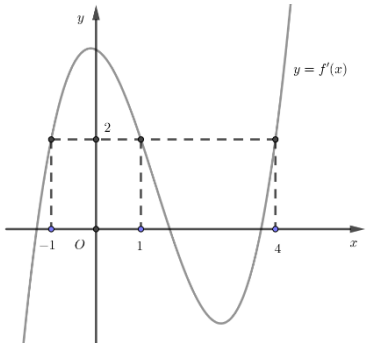


A. $I=\dfrac{18}{5}$. **B.** $I=-\dfrac{32}{15}$. **C.** $I=\dfrac{32}{15}$. **D.** $I=\dfrac{36}{5}$.

Câu 279: Một tàu hỏa đang chạy với vận tốc $200m/s$ thì người lái tàu đạp phanh, từ đó tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=200-20t(m/s)$. Hỏi thời gian tàu đi được quãng đường $750m$ (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) ít hơn bao nhiêu giây so với lúc tàu dừng hẳn?

A. $5s$. **B.** $10s$. **C.** $15s$. **D.** $8s$.

Câu 280: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x)-2x$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



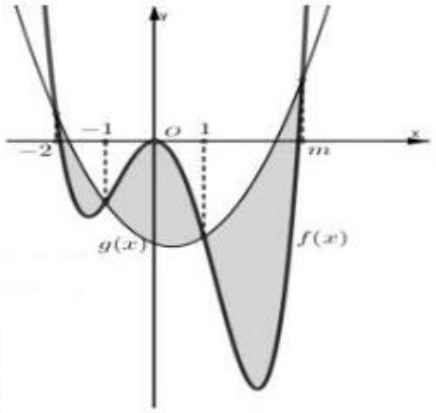
A. $g(-1)>g(1)>g(4)$.

B. $g(1)>g(-1)>g(4)$.

C. $g(4)>g(-1)>g(1)$.

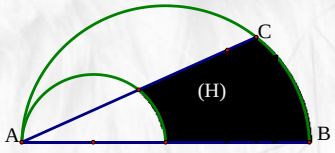
D. $g(1)>g(4)>g(-1)$.

Câu 281: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với $a\neq 0$ và $g(x)=px^2+qx-3$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc tọa độ và cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại điểm có hoành độ lần lượt là $-2;\ -1;\ 1$ và m. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)-g(x)$ tại điểm có hoành độ $x=-2$ có hệ số góc bằng $-\dfrac{15}{2}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ (phần được tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của hình (H) bằng



A. $\dfrac{1553}{240}$. **B.** $\dfrac{1553}{60}$. **C.** $\dfrac{1553}{30}$. **D.** $\dfrac{1553}{120}$.

Câu 282: Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 8π và $BAC=30°$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.



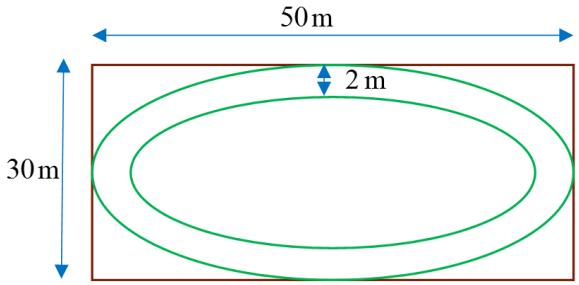
A. $\dfrac{220}{3}\pi$. **B.** $4\pi^2$. **C.** $\dfrac{98}{3}\pi$. **D.** $\dfrac{224}{3}\pi$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 283: Tìm số thực a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2ax+3a^2}{1+a^6}$ và $y=\dfrac{a^2-ax}{1+a^6}$ có diện tích lớn nhất.

A. 2. **B.** $\sqrt[3]{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 284: Một sân chơi dành cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 50 m và chiều rộng là 30 m, người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là 2 m. Kinh phí mỗi m² làm đường là 600000 đồng. Tính số tiền làm con đường đó (làm tròn đến hàng nghìn).



A. 143.257.000 đồng **B.** 234.765.000 đồng **C.** 119.380.000 đồng **D.** 243.123.000 đồng

Câu 285: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2$, $y=\dfrac{x^2}{27}$, $y=\dfrac{27}{x}$.

A. $S=27\ln 3-\dfrac{26}{3}$. **B.** $S=27\ln 3$. **C.** $S=234$. **D.** $S=\dfrac{26}{3}$.

Câu 286: Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0, x=\dfrac{\pi}{6}$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc Ox tại điểm có hoành độ x là một đường tròn có bán kính bằng $R(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+\sin x}}$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}+3}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{-\sqrt{3}+3}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}+3}{3}$. **D.** $\dfrac{-\sqrt{3}+3}{3}$.

Câu 287: Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$, $OO'=4R$. Trên đường tròn $(O;R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB=R\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc 60°, (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng

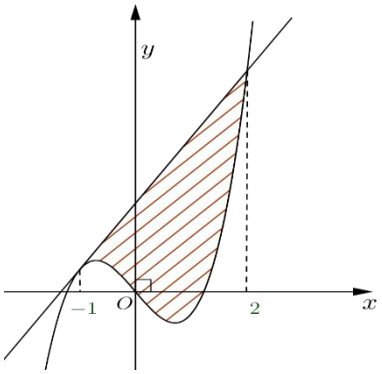
A. $\left(\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. **B.** $\left(\dfrac{4\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **C.** $\left(\dfrac{4\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **D.** $\left(\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$.

Câu 288: Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0, x=\dfrac{\pi}{3}$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc Ox tại điểm có hoành độ x có diện tích là $S(x)=\dfrac{\sin x}{\sin x+\cos x}$.

A. $\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

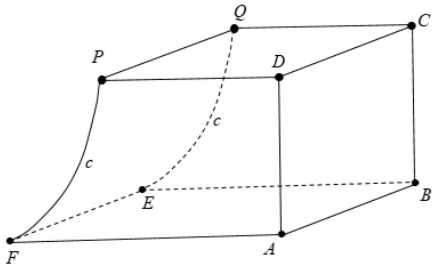
Câu 289: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại điểm B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo) bằng



A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{25}{4}$.

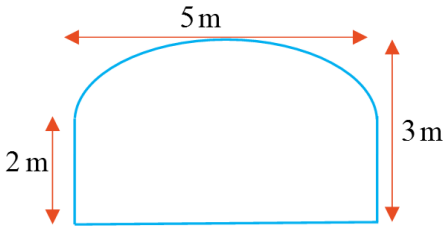
C. $\frac{13}{2}$.. **D.** $\frac{11}{2}$.

Câu 290: Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên. Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5cm$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE=3,5cm$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF. Thể tích của chi tiết máy bằng



A. $\frac{395}{24}cm^3$. **B.** $\frac{125}{8}cm^3$. **C.** $\frac{50}{3}cm^3$. **D.** $\frac{425}{24}cm^3$.

Câu 291: Ông Hưng muốn làm một cánh cổng bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ dưới đây, biết đường cong phía trên là một parabol. Giá $1m^2$ là 300.000 đồng.



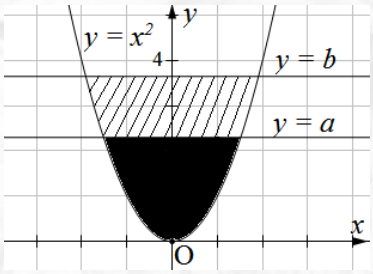
Hỏi ông Hưng phải trả bao nhiêu tiền để làm cánh cổng sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 4.000.000 đồng **B.** 1.600.000 đồng **C.** 5.800.000 đồng **D.** 3.900.000 đồng

Câu 292: Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x^2}$, $y=2$, $y=x$ có diện tích là $S=a+b.\pi$. Chọn kết quả đúng:

A. $a+2b=3$. **B.** $a^2+4b^2\geq 5$. **C.** $a>1,\ b>1$. **D.** $a+b<1$.

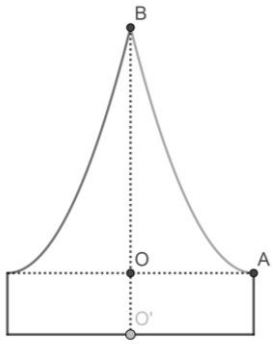
Câu 293: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y=x^2$ và hai đường thẳng $y=a$, $y=b$ $(0<a<b)$ (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y=a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y=b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1=2S_2$?



A. $b=\sqrt[3]{6}a$. **B.** $b=\sqrt[3]{2}a$. **C.** $b=\sqrt[3]{4}a$. **D.** $b=\sqrt[3]{3}a$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 294: Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 5$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của chiếc mũ bằng



A. $\frac{2500\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$ **B.** $\frac{2750\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$ **C.** $\frac{2250\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$ **D.** $\frac{2050\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$

Câu 295: Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất S_{max} của S.

A. $S_{max} = \frac{2018^3}{3}$. **B.** $S_{max} = \frac{2018^3}{6}$. **C.** $S_{max} = \frac{2018^3+1}{6}$. **D.** $S_{max} = \frac{2018^3-1}{6}$.

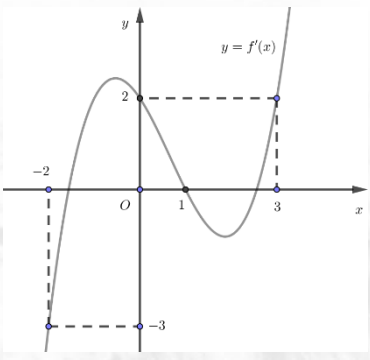
Câu 296: Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t\ (\text{m/s})$. Đi được $5\ (\text{s})$ người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35\ (\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?

A. 102.5 mét. **B.** 87.5 mét. **C.** 105 mét. **D.** 96.5 mét.

Câu 297: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x}(C)$, $y = x(d_1)$, $y = 4(d_2)$ quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

A. $\frac{44\pi}{3}$. **B.** $\frac{47\pi}{3}$. **C.** 15π. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 298: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = 2f(x) - x^2 + 2x$.



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $g(1) < g(-2) < g(3)$.

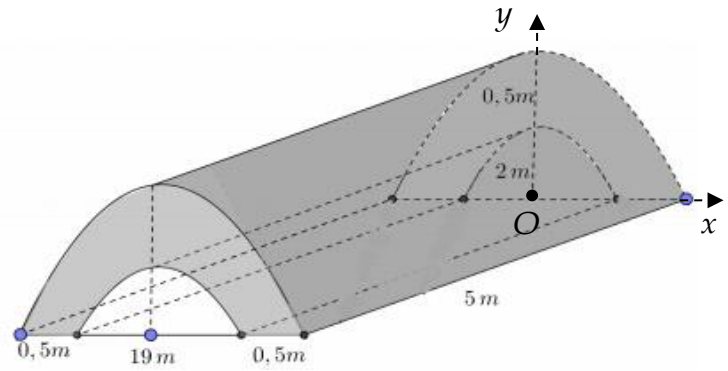
B. $g(-2) < g(1) < g(3)$.

C. $g(3) < g(-2) < g(1)$.

D. $g(-2) < g(3) < g(1)$.

Câu 299: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $40\,\text{m}^3$. **B.** $21\,\text{m}^3$. **C.** $19\,\text{m}^3$. **D.** $18\,\text{m}^3$.

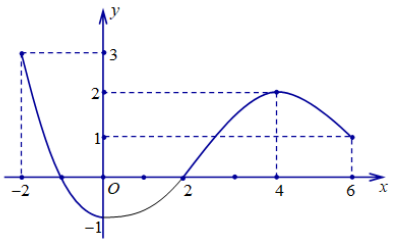
Câu 300: Gọi V là thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\sqrt{a}$ và $y=\sqrt{a(2-a)x}$, $0<a<2$, khi quay quanh trục Ox. Giá trị của a để V đạt giá trị lớn nhất là

A. $a=\dfrac{3}{2}$. **B.** $a=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a=1$. **D.** $a=\dfrac{3}{4}$.

Câu 301: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x^2+1$. Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) tại điểm A có hoành độ $x_A=a$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) và (C) bằng $\dfrac{27}{4}$, các giá trị của a thỏa mãn đẳng thức nào?

A. $2a^2-a-1=0$. **B.** $a^2-a-2=0$. **C.** $a^2-2a=0$. **D.** $a^2+2a-3=0$.

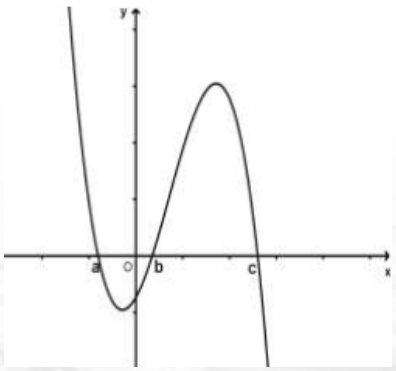
Câu 302: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



A. $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-2)$. **B.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-1)$.

C. $\max\limits_{[-2;6]} y=f(2)$. **D.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(6)$.

Câu 303: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



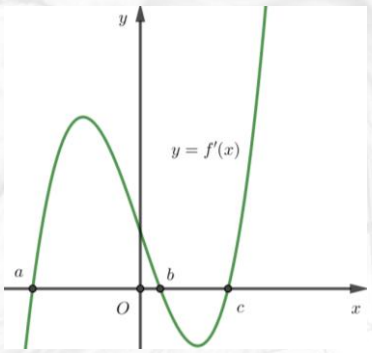
A. $f(c)>f(a)>f(b)$

B. $f(c)>f(b)>f(a)$

C. $f(b)>f(a)>f(c)$

D. $f(a)>f(b)>f(c)$

Câu 304: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. $f(c)>f(b)>f(a)$.

B. $f(b)>f(a)>f(c)$.

C. $f(b)>f(c)>f(a)$.

D. $f(a)>f(b)>f(c)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

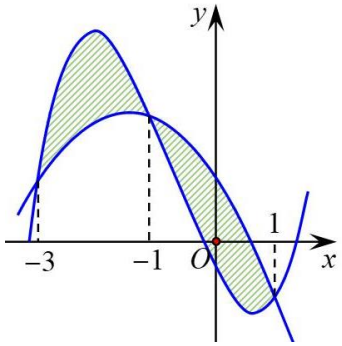
Câu 305: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{1}{2}\left(x^2-4x+3\right)$ và hai tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(3;-2)$ là

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Câu 306: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2(C)$, $y=2x(d)$ quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

A. $\frac{7\pi}{3}$. **B.** $\frac{8\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** 2π.

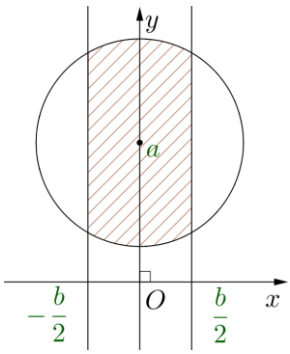
Câu 307: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-\frac{1}{2}$ và $g(x)=dx^2+ex+1$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3;\ -1;\ 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{9}{2}$. **B.** 5.

C. 4. **D.** 8.

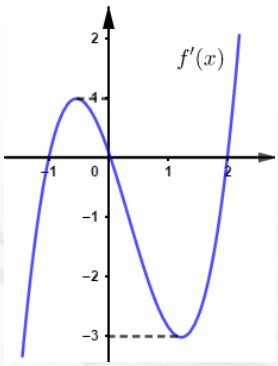
Câu 308: Hình gạch chéo được giới hạn bởi đường tròn $x^2+(y-a)^2=b^2$; $a>b>0$ và các đường thẳng $x=-\frac{b}{2}$ và $x=\frac{b}{2}$. Thể tích vật tròn xoay tạo bởi hình gạch chéo quay xung quanh trục Ox là



A. π^2ab^2. **B.** $\pi ab^2\left(\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}\right)$.

C. $\pi ab^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3}{4}\right)$. **D.** $\frac{3}{4}\pi^2ab^2$.

Câu 309: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào trong các phương án A,B,C,D dưới đây là đúng?



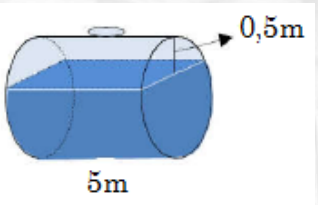
A. $f(0)>f(-1)>f(2)$.

B. $f(2)>f(-1)>f(0)$.

C. $f(0)>f(2)>f(-1)$.

D. $f(-1)>f(0)>f(2)$.

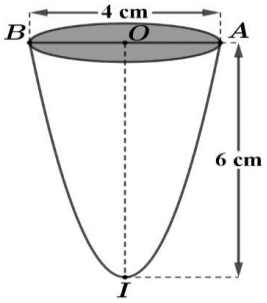
Câu 310: Một bồn hình trụ chứa dầu được đặt nằm ngang, có chiều dài 5m, bán kính đáy 1m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn.



A. $8,307\,m^3$ **B.** $114,923\,m^3$ **C.** $11,781\,m^3$ **D.** $12,637\,m^3$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

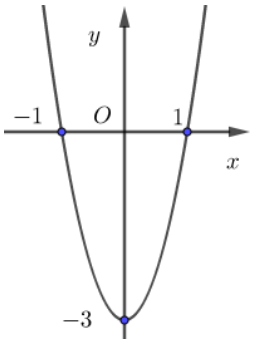
Câu 311: Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ bên. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4 cm và chiều cao là 6 cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một Parabol. Thể tích của vật thể đã cho bằng



A. $12\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $12\ (\text{cm}^3)$.

C. $\frac{72}{5}\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $\frac{72}{5}\ (\text{cm}^3)$.

Câu 312: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0;a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $f'(x)$ là parabol như hình vẽ bên.



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

A. $S=\frac{21}{4}$. **B.** $S=\frac{27}{4}$.

C. $S=\frac{5}{4}$. **D.** $S=9$.

Câu 313: Một thùng chứa rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên dưới có hai đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường Elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, độ dài trục bé bằng 6 dm. Hỏi chiếc thùng gỗ đó đựng được bao nhiêu lít rượu?



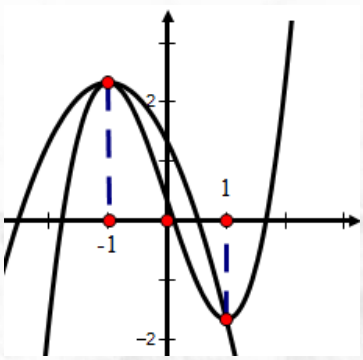
A. $\frac{1416\pi}{25}$ (lít). **B.** $\frac{1616\pi}{25}$ (lít).

C. $\frac{1516\pi}{25}$ (lít). **D.** $\frac{1316\pi}{25}$ (lít).

Câu 314: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2$ và $y=x+2$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{162}{35}$. **B.** $V=\frac{648\pi}{105}$. **C.** $V=\frac{776\pi}{105}$. **D.** $V=\frac{442}{105}$.

Câu 315: Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C) và $y=mx^2+nx+p\ (m,n,p\in\mathbb{R})$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$.

C. $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 316: Cho (P) là đồ thị của hàm số $y=x^2-4x+3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và các tiếp tuyến của (P) kẻ từ điểm $A(2;-5)$ là:

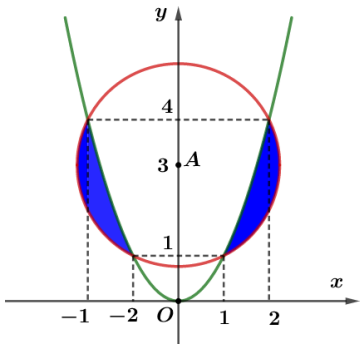
A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$.. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 317: Một ôtô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t)=6t(m/s)$. Đi được 10 s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ôtô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-60(m/s^2)$. Tính quãng đường S đi được của ôtô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $330(m)$. **B.** $350(m)$. **C.** $400(m)$. **D.** $300(m)$.

Câu 318: Cho Parabol $(P):y=x^2$ và đường tròn (C) có tâm $A(0;3)$ bán kính bằng $\sqrt{5}$ như hình vẽ. Diện tích phần được tô đậm giữa (C) và (P) gần nhất với số nào dưới đây.



A. 1,77.
B. 3,54.
C. 3,44.
D. 1,51.

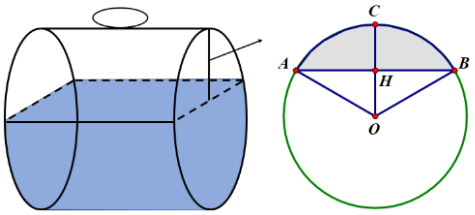
Câu 319: Cho parabol $(P):y=x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB=2019$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất S_{max} của S.

A. $S_{max}=\dfrac{2019^3}{6}$. **B.** $S_{max}=\dfrac{2019^3+1}{6}$. **C.** $S_{max}=\dfrac{2019^3-1}{6}$. **D.** $S_{max}=\dfrac{2019^3}{3}$.

Câu 320: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường: $y=x-\pi, y=\sin x, x=0$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục hoành và $V=p\pi^4\,(p\in\mathbb{Q})$ Giá trị của $24p$ bằng:

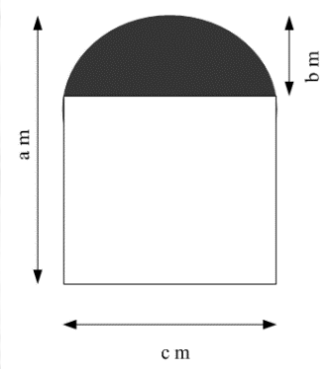
A. 8 **B.** 4 **C.** 12 **D.** 24

Câu 321: Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5m$, có bán kính đáy $1m$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5m$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị) m^3.



A. $12,637(m^3)$. **B.** $114,923(m^3)$. **C.** $11,781(m^3)$. **D.** $8,307(m^3)$.

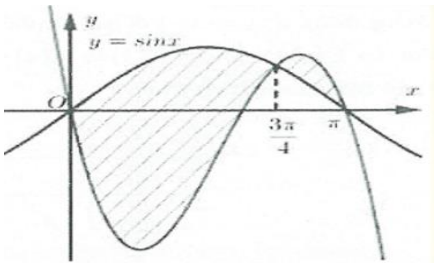
Câu 322: Muốn trang trí lên tường bức tranh có hình dạng như hình vẽ dưới đây, phần phía trên là một parabol. Biết $a=2,5\text{m}$, $b=0,5\text{m}$, $c=2\text{m}$. Biết số tiền một mét vuông là 600.000 đồng. Số tiền cần phải thanh toán là:



A. 2.000.000 đồng.
B. 3.100.000 đồng.
C. 2.600.000 đồng.
D. 2.800.000 đồng.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 323: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $g\left(\frac{3\pi}{4}\right)<g(\pi)<g(0)$.

B. $g(0)<g(\pi)<g\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

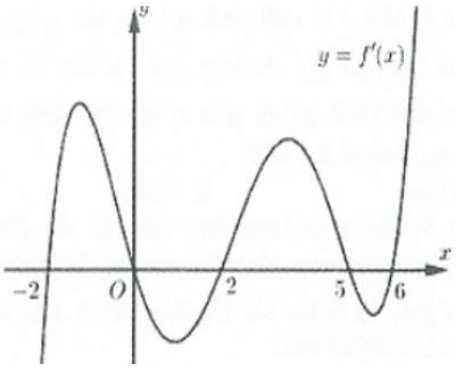
C. $g(\pi)<g(0)<g\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

D. $g\left(\frac{3\pi}{4}\right)<g(0)<g(\pi)$.

Câu 324: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y=x-\pi$, $y=\sin x$ và $x=0$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục hoành và $V=p\pi^4$, $(p\in\mathbb{Q})$. Giá trị của $24p$ bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 4. **D.** 12.

Câu 325: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Đặt $M=\max\limits_{[-2;6]}f(x), m=\min\limits_{[-2;6]}f(x)$, $T=M+m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



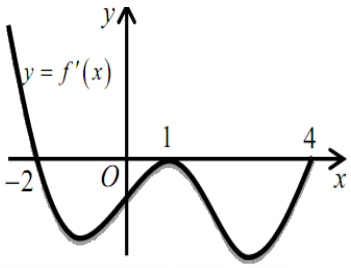
A. $T=f(0)+f(-2)$.

B. $T=f(5)+f(6)$.

C. $T=f(0)+f(2)$.

D. $T=f(5)+f(-2)$.

Câu 326: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ và $[1;4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho $f(1)=3$. Giá trị biểu thức $f(-2)+f(4)$ bằng



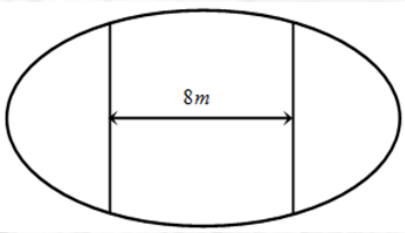
A. 21. **B.** 3.

C. 2. **D.** 9.

Câu 327: Cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2).

A. $V=\frac{\pi R^3}{2}$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\frac{2\pi R^3}{5}$. **D.** $V=\frac{5\pi R^3}{12}$.

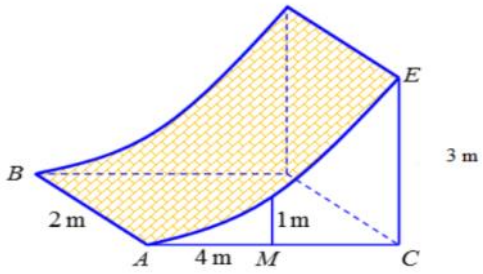
Câu 328: Ông Bình có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 12 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 40.000 đồng/m^2. Hỏi ông Bình cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



A. 3.673.000 đồng **B.** 4.056.000 đồng **C.** 3.568.000 đồng **D.** 5.437.000 đồng

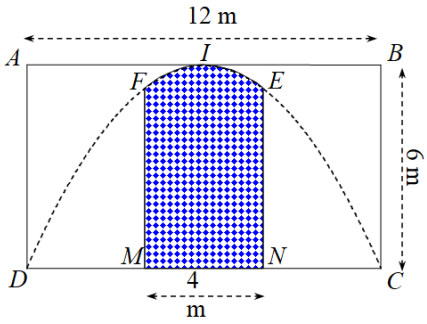
Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 329: Chướng ngại vật "tường cong" trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tong có chiều cao từ mặt đất lên là $3m$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB=2m$. Giao diện của mặt tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC=4m, CE=3m$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm AC thì đường cong có độ cao $1m$ (xem hình bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối đường cong đó.



A. $9,3m^3$. **B.** $9,5m^3$. **C.** $10,5m^3$. **D.** $10m^3$.

Câu 330: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEIF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC=6\ m$, chiều dài $CD=12\ m$ (*hình vẽ bên*). Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật có $MN=4\ m$; cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C,D. Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/m^2. Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?

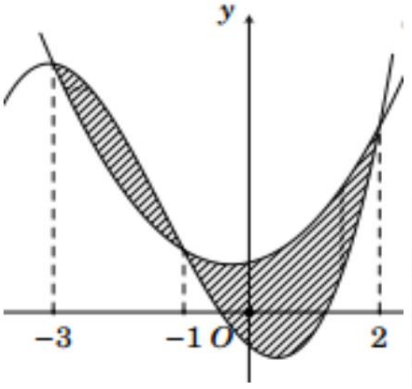


A. 20.400.000 đồng. **B.** 20.800.000 đồng.
C. 20.600.000 đồng. **D.** 21.200.000 đồng.

Câu 331: Xác định $a>0$ sao cho diện tích giới hạn bởi hai parabol: $y=\dfrac{4a^2-2ax-x^2}{1+a^4}$, $y=\dfrac{x^2}{1+a^4}$ có giá trị lớn nhất.

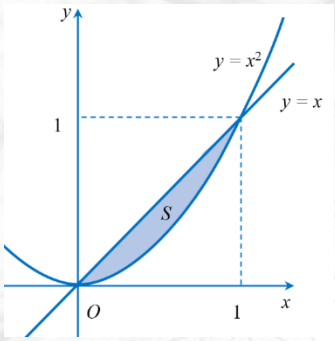
A. $a=\sqrt[4]{3}$. **B.** $a=\sqrt[4]{5}$. **C.** $a=\sqrt[3]{4}$. **D.** $a=\sqrt[3]{3}$.

Câu 332: Người ta dự định trồng hoa Lan Ý để trang trí vào phần tô đậm (như hình vẽ). Biết rằng phần tô đậm là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx-\dfrac{1}{2}$ và $y=g(x)=dx^2+ex+1$ trong đó $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng -3; -1; 2, chi phí trồng hoa là 800000 đồng/1m^2 và đơn vị trên các trục được tính là 1 mét. Số tiền trồng hoa gần nhất với số nào sau đây? (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng).



A. 4217000 đồng. **B.** 422000 đồng. **C.** 4220000 đồng. **D.** 2083000 đồng.

Câu 333: Cho các đồ thị hàm số: $(\Delta): y=x$ và $(P): y=x^2$ như hình vẽ. Tính thể tích khi quay phần diện tích màu xám (S) quanh (Δ).

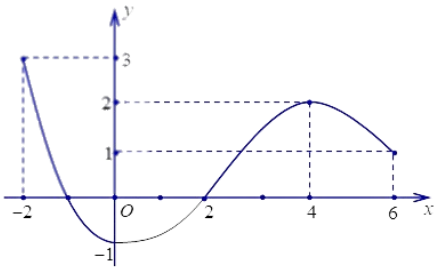


A. $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{30}$. **B.** $\dfrac{\pi}{10\sqrt{2}}$.

C. $a=30\sqrt{2}\pi$. **D.** $\dfrac{\pi}{30\sqrt{2}}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 334: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



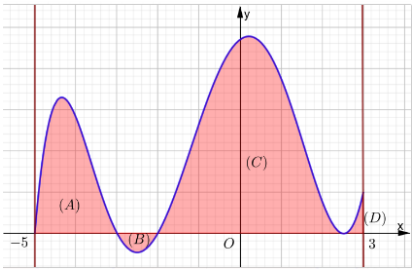
A. $\max\limits_{[-2;6]} y=f(2)$. **B.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-1)$.

C. $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-2)$. **D.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(6)$.

Câu 335: Gọi d là đường thẳng đi qua $M(1;1)$ có hệ số góc âm. Giả sử d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B. Quay tam giác OAB quanh trục Oy thu được khối tròn xoay có thể tích V. Giá trị nhỏ nhất của V bằng

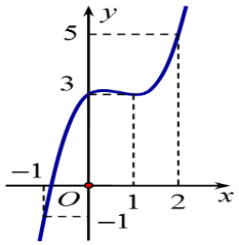
A. 3π. **B.** $\dfrac{9\pi}{4}$. **C.** 2π. **D.** $\dfrac{5\pi}{2}$.

Câu 336: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích các hình phẳng (A), (B), (C), (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành lần lượt bằng 6; 3; 12; 2. Tích phân $\int\limits_{-3}^{1}\left(2f(2x+1)+1\right)\mathrm{d}x$ bằng



A. 21. **B.** 17. **C.** 25. **D.** 27.

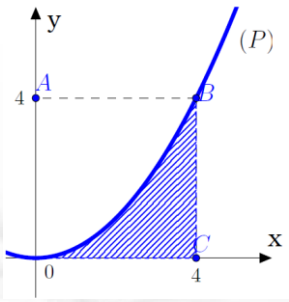
Câu 337: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Lập hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $g(1)>g(2)$. **B.** $g(1)=g(2)$.

C. $g(-1)=g(1)$. **D.** $g(-1)>g(1)$.

Câu 338: Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi parabol (P) có đỉnh tại O. Gọi S là hình phẳng không bị gạch (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho phần S quay quanh trục Ox.

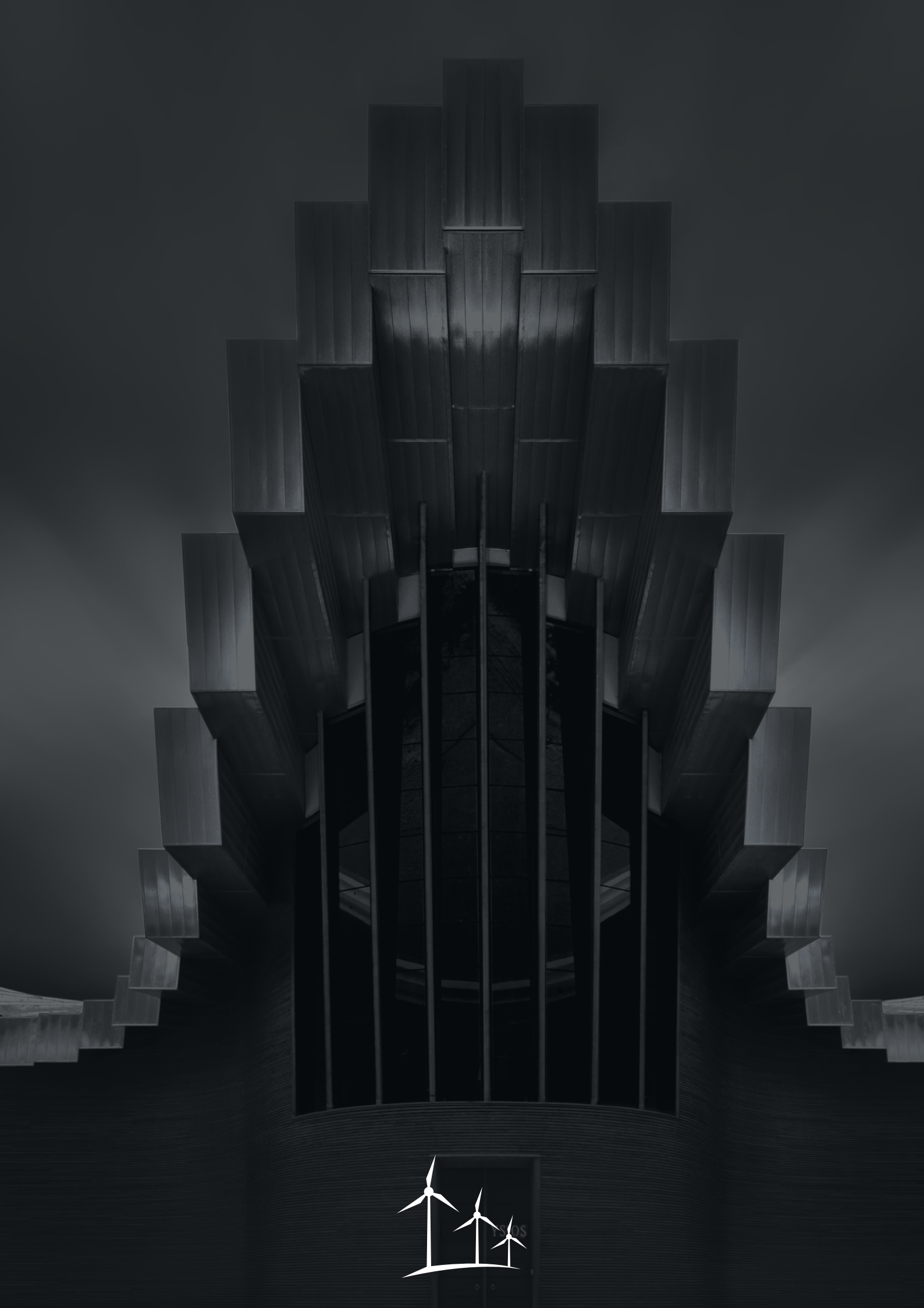


A. $V=\dfrac{128\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{64\pi}{5}$.

C. $V=\dfrac{256\pi}{5}$. **D.** $V=\dfrac{128\pi}{3}$.

---------- HẾT ----------

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



CHƯƠNG 3
NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

KHÓA 2023 - 2024

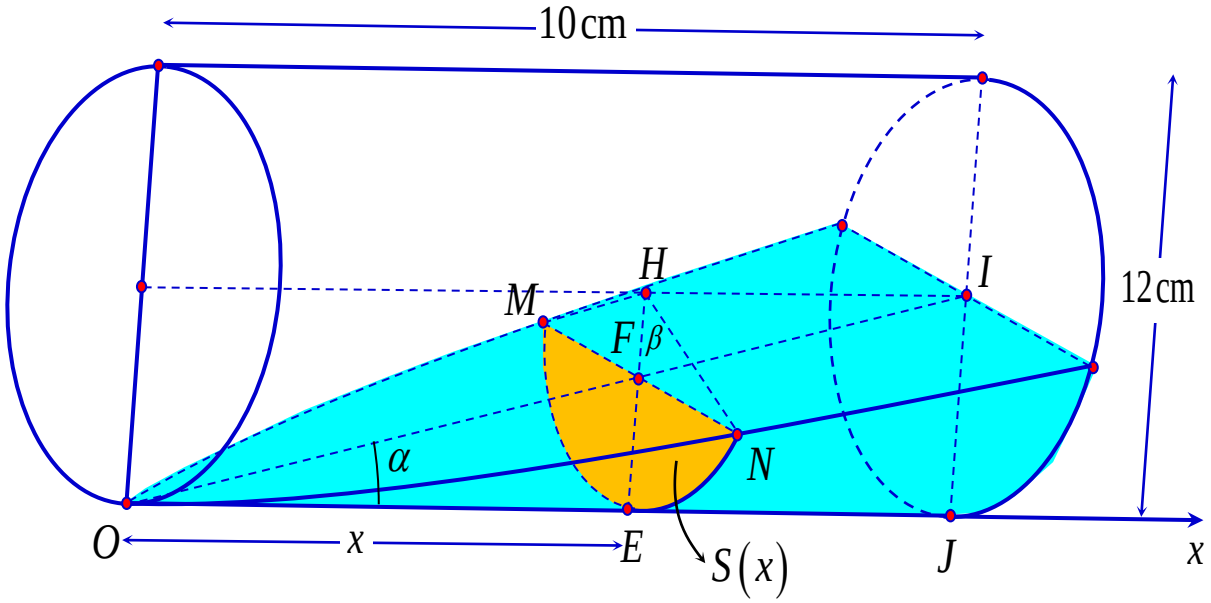




Biên soạn
LÊ MINH TÂM

MỤC LỤC

Chủ đề 01. NGUYÊN HÀM 2
Chủ đề 02. TÍCH PHÂN 121
Chủ đề 03. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN 278



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chủ đề 01. NGUYÊN HÀM

Câu 1: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào nhận giá trị đúng?

A. $\frac{1}{x}+C$ là họ nguyên hàm của $\ln x$ trên $(0;+\infty)$.

B. $3x^2$ là một nguyên hàm của x^3 trên $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số $y=\frac{1}{x}$ có nguyên hàm trên $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số $y=|x|$ có nguyên hàm trên $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Chọn D đúng với mọi x.

Câu 2: Tính nguyên hàm $F(x)=\int\frac{1}{e^x+1}dx$.

A. $F(x)=\ln(1+e^x)-x+c\ (c\in\mathbb{R})$.

B. $F(x)=x-\ln(1+e^x)+c\ (c\in\mathbb{R})$.

C. $F(x)=x+\ln(1+e^x)-1+c\ (c\in\mathbb{R})$.

D. $F(x)=1-\ln(1+e^x)+c\ (c\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $F(x)=\int\frac{1}{e^x+1}dx$

$=\int\frac{e^x+1-e^x}{e^x+1}dx=\int\left(1-\frac{e^x}{e^x+1}\right)dx=x-\int\frac{d(e^x+1)}{e^x+1}=x-\ln(e^x+1)+c\ (c\in\mathbb{R})$.

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x\cos x$ là:

A. $\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

B. $-\sin x\cos x$.

C. $\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

D. $-\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int\sin x\cos x dx=\int\frac{\sin 2x dx}{2}=-\frac{\cos 2x}{4}+C$.

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x-2x$ là

A. e^x-2x^2+C.

B. e^x-2+C.

C. e^x-x^2+C.

D. $e^x-\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)dx=\int(e^x-2x)dx=e^x-x^2+C$.

Câu 5: Tính nguyên hàm $A=\int\frac{1}{x\ln x}dx$ bằng cách đặt $t=\ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $A=\int\frac{1}{t}dt$.

B. $A=\int\frac{1}{t^2}dt$.

C. $A=\int tdt$.

D. $A=\int dt$.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $t=\ln x \Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$. Khi đó $A=\int\dfrac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{t}\mathrm{d}t$.

Câu 6: Nguyên hàm của $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$ là?

A. $\dfrac{1}{x^2}+C$. **B.** $-\ln|x|+C$. **C.** $x+C$. **D.** $\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\ln|x|\right)'=\dfrac{1}{x}\ (x\neq 0)$ nên $\int\dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+C$.

Câu 7: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-3x+\dfrac{1}{x}$ là:

A. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+\ln x+C$.

C. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3}{2}x^2+\ln x+C$. **D.** $F(x)=2x-3-\dfrac{1}{x^2}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\left(x^2-3x+\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Câu 8: Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$, $k\in\mathbb{R}$.

B. $\int\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$

C. $\int\alpha f(x)\mathrm{d}x=\alpha+\int f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)dx.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề đúng $\int\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}$ với $\alpha\neq -1$.

B. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$ với $f(x)$; $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)$.

D. $\int kf(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x$ với $k\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

$\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ với $k\in\mathbb{R}$.

Câu 10: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x-4x^3$ là:

A. $-\sin x+x^3+C$. **B.** $\sin x-x^4+C$.

C. $-\sin x-12x^2+C$. **D.** $\sin x-12x^2+C$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn B

Ta có $\int\left(\cos x-4x^3\right)\mathrm{d}x=\sin x-x^4+C$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^2+8\sin x$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=6x-8\cos x+C$.
B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x^3-8\cos x+C$.
C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=6x+8\cos x+C$.
D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x^3+8\cos x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(3x^2+8\sin x\right)\mathrm{d}x=x^3-8\cos x+C$

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos^3x$ là:

A. $\frac{1}{12}\sin3x+\frac{3}{4}\sin x+C$.
B. $-\frac{1}{12}\sin3x+\frac{3}{4}\sin x+C$.
C. $\frac{1}{12}\sin3x-\frac{3}{4}\sin x+C$.
D. $\frac{1}{12}\sin3x+\frac{3}{4}\sin2x+C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\cos^3x\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int\left(\cos3x+3\cos x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\left(\frac{\sin3x}{3}+3\sin x\right)+C.$$

Câu 13: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x\cos2x$ là

A. $\frac{x\sin2x}{2}+\frac{\cos2x}{4}+C$.
B. $x\sin2x-\frac{\cos2x}{2}+C$.
C. $x\sin2x+\frac{\cos2x}{2}+C$.
D. $\frac{x\sin2x}{2}-\frac{\cos2x}{4}+C$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int x\cos2x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\frac{1}{2}\sin2x\end{cases}$.

Khi đó $I=\frac{1}{2}x\sin2x-\frac{1}{2}\int\sin2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\sin2x+\frac{1}{4}\cos2x+C$.

Câu 14: Hàm số $F\left(x\right)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{4}{\cos^2x}$.

A. $F\left(x\right)=\frac{4x}{\sin^2x}$.
B. $F\left(x\right)=4\tan x$.
C. $F\left(x\right)=4x+\frac{4}{3}\tan^3x$.
D. $F\left(x\right)=4+\tan x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\frac{4}{\cos^2x}dx=4.\int\frac{1}{\cos^2x}dx=4.\tan x$.

Câu 15: Khi tính nguyên hàm $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\int\left(u^2-3\right)\mathrm{d}u$. **B.** $\int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **C.** $\int 2u\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **D.** $\int\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=\sqrt{x+1}$, $u\ge 0$ nên $u^2=x+1\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}x=2u\mathrm{d}u\\ x=u^2-1\end{cases}$.

Khi đó $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\int\frac{u^2-1-3}{u}.2u\mathrm{d}u=\int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.

Câu 16: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2+3$ là

A. x^3+3x+C. **B.** $\frac{x^2}{2}+3x+C$. **C.** x^2+3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+3x+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x=\int x^2\mathrm{d}x+\int 3\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+3x+C$.

Câu 17: $I=\int\frac{\left(x+1\right)}{\sqrt{x^2+2x+3}}\mathrm{d}x$ bằng phương pháp đặt $t=\sqrt{x^2+2x+3}$.

A. $F\left(x\right)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+2x+3}+C$. **B.** $F\left(x\right)=\ln\frac{\left|x+1\right|}{\sqrt{x^2+2x+3}}+C$.

C. $F\left(x\right)=\sqrt{x^2+2x+3}+C$. **D.** $F\left(x\right)=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+2x+3\right)+C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{x^2+2x+3}\Rightarrow t^2=x^2+2x+3\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2\left(x+1\right)\mathrm{d}x\Rightarrow\left(x+1\right)\mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$.

Do đó $F\left(x\right)=\int\frac{\left(x+1\right)\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+2x+3}}=\int\frac{t\mathrm{d}t}{t}=t+C=\sqrt{x^2+2x+3}+C$.

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{2\sqrt{2x-1}}$ là

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+1}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\sqrt{2x+1}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{\left(2x+1\right)\sqrt{2x+1}}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{2\sqrt{2x-1}}\mathrm{d}x$

$=\frac{1}{2}\int\frac{1}{\sqrt{2x-1}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(2x-1\right)^{\frac{-1}{2}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{\left(2x-1\right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+C=\frac{1}{2}\sqrt{2x-1}+C$.

Câu 19: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\alpha.x^{\alpha-1}+C$. **B.** $\int\mathrm{d}x=x+C$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $\int 0\,\mathrm{d}x = C$. **D.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề sai: $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x = \alpha.x^{\alpha-1} + C$.

Câu 20: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $f(x) = x^2 + e^x$. **B.** $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. **C.** $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. **D.** $f(x) = 3x^2 + e^x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + e^x + C \Rightarrow f(x) = \left(\frac{x^3}{3} + e^x + C\right)' = x^2 + e^x$.

Câu 21: Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{e^x}$. Bằng cách đặt $t = e^x$, chọn mệnh đề đúng

A. $I = -e^x + C$. **B.** $I = e^x + C$. **C.** $I = \frac{1}{e^x} + C$. **D.** $I = -\frac{1}{e^x} + C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$.

$I = \int \frac{dx}{e^x} = \int \frac{e^x dx}{\left(e^x\right)^2} = \int \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{t} + C = -\frac{1}{e^x} + C$.

Câu 22: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x = (\alpha+1).x^{\alpha+1} + C$. **B.** $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha}}{\ln\alpha} + C$.

C. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ **D.** $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x = x^{\alpha}.\ln\alpha + C$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề đúng: $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Câu 23: Hàm số $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $f(x) = x^2$. **B.** $f(x) = x^3$. **C.** $f(x) = \frac{1}{4}x^4$. **D.** $f(x) = 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Suy ra $F'(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = x^2$.

Câu 24: Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x|$?

A. $f(x) = x$. **B.** $f(x) = |x|$. **C.** $f(x) = \frac{x^3}{2}$. **D.** $f(x) = \frac{1}{x}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức SGK.

Câu 25: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int a^x \mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$.

B. $\int a^x \mathrm{d}x = x a^{x-1} + C$.

C. $\int a^x \mathrm{d}x = \dfrac{a^{x+1}}{x+1} + C$.

D. $\int a^x \mathrm{d}x = a^x . \ln a + C$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề đúng: $\int a^x \mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$.

Câu 26: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{x} + \ln x + C$ thì $f(x)$ là

A. $f(x) = -\dfrac{1}{x^2} + \ln x + C$.

B. $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$.

C. $f(x) = -\sqrt{x} + \dfrac{1}{x} + \ln x + C$.

D. $f(x) = \sqrt{x} + \ln x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\dfrac{1}{x} + \ln x + C\right)' = -\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x} = \dfrac{x-1}{x^2}$, suy ra $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$ là hàm số cần tìm.

Câu 27: Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F'(x) = f(x)$.

B. $F(x) = f(x) + C$.

C. $f'(x) = F(x)$.

D. $F(x) = f(x)$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề đúng: $F'(x) = f(x)$.

Câu 28: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = -\cot x + C$.

B. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = -\tan x + C$.

C. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = \tan x + C$.

D. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = \cot x + C$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề đúng $\int \dfrac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Câu 29: Hàm số $f(x) = (x+1)\sin x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = -(x+1)\cos x + \sin x + C$

B. $F(x) = (x+1)\cos x + \sin x + C$

C. $F(x) = -(x+1)\cos x - \sin x + C$

D. $F(x) = -(x+1)\cos x - \sin x + C$

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ \mathrm{d}v = \sin x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = -\cos x \end{cases}$.

Do đó $\int (x+1)\sin x dx = -(x+1)\cos x + \int \cos x dx = -(x+1)\cos x + \sin x + C$.

Câu 30: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 2x$, biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

A. $F(x) = \frac{-1}{2}\cos 2x + \frac{\pi}{6}$.

B. $F(x) = \frac{-1}{2}\cos 2x$.

C. $F(x) = \cos^2 x - \frac{1}{4}$.

D. $F(x) = \sin^2 x - \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $F(x) = \int \sin 2x\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$; $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{4}$.

Vậy $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}(1 - 2\sin^2 x) + \frac{1}{4} = \sin^2 x - \frac{1}{4}$.

Câu 31: Tính $\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x$?

A. $x - \cos x + C$.

B. $x + 2\cos x + C$.

C. $\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^3 + C$.

D. $x + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = \int \left(\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} - 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x = \int (1 - \sin x)\mathrm{d}x = x + \cos x + C.$$

Câu 32: Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = xe^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$ là:

A. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 1$

B. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 2$

C. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1$

D. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 2$

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = e^{-x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = -e^{-x} \end{cases}$

Khi đó $\int xe^{-x}dx == -xe^{-x} + \int e^{-x}dx = -xe^{-x} - e^{-x} + C = -(x+1)e^{-x} + C$

Mà $F(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1$

Câu 33: Cho hàm số $y = x\sqrt{1+x^2}$. Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$. Tính $I = \int \left(x\sqrt{1+x^2}\right)dx$.

A. $\frac{x^2}{2}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3 + C$.

B. $\frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3 + C$.

C. $\frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^6 + C$.

D. $\frac{x^2}{2}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2 + C$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow t^2=x^2+1\Rightarrow tdt=xdx$.

$I=\int x\sqrt{x^2+1}dx=\int t^2dt=\frac{t^3}{3}+C=\frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}{3}+C$.

Câu 34: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2$.

A. $F(x)=x^3$ **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}+2$ **C.** $F(x)=\frac{x^3}{2}+2$ **D.** $F(x)=2.\frac{x^3}{3}$

Lời giải

Chọn D

Vì $\left(\frac{x^3}{3}\right)'=x^2$ nên $\int x^2dx=\frac{x^3}{3}+C$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)=\frac{2x^4+3}{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}+\frac{3}{2x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}-\frac{3}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^3-\frac{3}{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}+\frac{3}{x}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2x^4+3}{x^2}\mathrm{d}x=\int\left(2x^2+\frac{3}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}-\frac{3}{x}+C$

Câu 36: Tính $\int(x-1)e^x\mathrm{d}x$.

A. $(x-1)e^x+e^x+C$. **B.** $(x-2)e^x+C$.

C. xe^x-e^x+C. **D.** xe^x+C.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=x-1\\dv=e^xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=e^x\end{cases}$.

Do đó $\int(x-1)e^xdx=(x-1)e^x-\int e^xdx=(x-1)e^x-e^x+C=(x-2)e^x+C$

Câu 37: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^{2x}$.

A. $\int5^{2x}\mathrm{d}x=\frac{25^x}{2\ln5}+C$. **B.** $\int5^{2x}\mathrm{d}x=2.5^{2x}\ln5+C$.

C. $\int5^{2x}\mathrm{d}x=\frac{25^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $\int5^{2x}\mathrm{d}x=2.\frac{5^{2x}}{\ln5}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int5^{2x}\mathrm{d}x=\int25^x\mathrm{d}x=\frac{25^x}{\ln25}+C=\frac{25^x}{2\ln5}+C$.

Câu 38: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan^2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\tan x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \tan^2 x\mathrm{d}x=\int(1+\tan^2 x-1)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x-\int\mathrm{d}x=\tan x-x+C$.

Câu 39: Xét $I=\int\frac{1}{3+\sqrt{2x+1}}dx$, đặt $u=\sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=u-3\ln 3+C$. **B.** $I=u-3+C$.

C. $I=u-3\ln(3+u)+C$. **D.** $I=u-3\ln u+C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u=\sqrt{2x+1}\Rightarrow u^2=(2x+1)\Rightarrow u\mathrm{d}u=\mathrm{d}x$.

Vậy $I=\int\frac{u}{3+u}\mathrm{d}u=\int\left(1-\frac{3}{3+u}\right)\mathrm{d}u=u-3\ln(3+u)+C$.

Câu 40: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$. **B.** $\int f'(x)\mathrm{d}x=a.f(ax+b)+C$.

C. $\int f'(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}.f(x)+C$. **D.** $\int f'(x)\mathrm{d}x=f''(x)+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$

Câu 41: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$ là

A. $x-4\ln|x+1|+C$. **B.** $\frac{1}{2}x^2+x+\frac{4}{x+1}+C$.

C. $x-\frac{4}{x+1}+C$. **D.** $x+\frac{4}{x+1}+C$.

Lời giải

Chọn D

Xét $\int\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\int\frac{(x+1)^2-4}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\int\left(1-\frac{4}{(x+1)^2}\right)\mathrm{d}x=x+\frac{4}{x+1}+C.$

Câu 42: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\frac{1}{x}$ là

A. $x^3+\ln x+C$. **B.** $6x+\ln|x|+C$. **C.** $x^3-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $x^3+\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int\left(3x^2+\frac{1}{x}\right)dx=x^3+\ln|x|+C$.

Câu 43: Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 5x\sin 2x$ thì:

A. $F(x)=\frac{\cos 3x}{6}+\frac{\cos 7x}{14}+C$. **B.** $F(x)=\frac{\sin 3x}{6}-\frac{\sin 7x}{14}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

C. $F(x)=\frac{\cos 3x}{6}-\frac{\cos 7x}{14}+C$. **D.** $F(x)=\frac{\sin 3x}{6}-\frac{\cos 7x}{14}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2f(x)=2\sin 5x\sin 2x=\cos(5-2)x-\cos(5+2)x=\cos 3x-\cos 7x$.

Suy ra $2\int f(x)dx=\frac{\sin 3x}{3}-\frac{\sin 7x}{7}+C\Leftrightarrow\int f(x)dx=\frac{\sin 3x}{6}-\frac{\sin 7x}{14}+C$.

Câu 44: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x+3}$ là.

A. $2\ln|2x+3|+C$ **B.** $\frac{1}{2}\ln|2x+3|+C$ **C.** $\ln|2x+3|+C$ **D.** $\frac{1}{2}\ln(2x+3)+C$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{2x+3}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\frac{1}{2x+3}\mathrm{d}(2x+3)=\frac{1}{2}\ln|2x+3|+C$.

Câu 45: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x)=-f(x),\forall x\in K$. **B.** $f'(x)=-F(x),\forall x\in K$.

C. $F'(x)=f(x),\forall x\in K$. **D.** $f'(x)=F(x),\forall x\in K$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.

Câu 46: Nguyên hàm $\int\sin^2 2x\mathrm{d}x$ là

A. $\frac{1}{3}\sin^3 2x+C$. **B.** $\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\sin 4x+C$.

C. $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 4x+C$. **D.** $\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}\sin 4x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\sin^2 2x\mathrm{d}x=\int\frac{1-\cos 4x}{2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{4}\sin 4x\right)+C=\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\sin 4x+C$.

Câu 47: Tính $\int x\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{2}x\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$. **B.** $-\frac{1}{2}x\cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x+C$

C. $-x\cos 2x+\sin 2x+C$. **D.** $-\frac{1}{2}x\cos 2x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=\sin 2xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=-\frac{1}{2}\cos 2x\end{cases}$.

Do đó $\int x\sin 2xdx=-\frac{1}{2}x\cos 2x+\frac{1}{2}\int\cos 2xdx=-\frac{1}{2}x\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 48: Xét $I=\int x^3\left(4x^4-3\right)^5\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt $u=4x^4-3$, khẳng định nào sau đây đúng.

A. $I=\int u^5\,\mathrm{d}u$. **B.** $I=\frac{1}{12}\int u^5\mathrm{d}u$. **C.** $I=\frac{1}{16}\int u^5\mathrm{d}u$. **D.** $I=\frac{1}{4}\int u^5\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u=4x^4-3\Rightarrow du=16x^3dx\Rightarrow x^3dx=\frac{du}{16}\Rightarrow I=\int x^3\left(4x^4-3\right)^5\mathrm{d}x=\frac{1}{16}\int u^5\mathrm{d}u$.

Câu 49: Họ nguyên hàm $\int\frac{x-1}{x^2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+C$. **B.** $\ln|x|+\frac{1}{x}+C$. **C.** $\ln|x|-\frac{1}{x}+C$. **D.** $-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\frac{x-1}{x^2}dx=\int\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx=\int\frac{1}{x}dx-\int\frac{1}{x^2}dx=\ln|x|+\frac{1}{x}+C,C\in\mathbb{R}$

Với $x>\frac{1}{2}$ thì $F(x)=\frac{1}{2}\ln(2x-1)+2$.

Do đó, $F(2)=\frac{1}{2}\ln 3+2$.

Câu 50: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int\ln x\mathrm{d}x=\frac{1}{x}+C$. **B.** $\int\cos x\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

C. $\int a^x\mathrm{d}x=a^x+C$. **D.** $\int\sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề đúng $\int\sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

Câu 51: Nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x+\frac{1}{x}$ là

A. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln x+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{1}{x^2}+C$.

C. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức nguyên hàm ta có $\int\left(x^2-3x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Câu 52: Tìm nguyên hàm $\int x\left(x^2+7\right)^{15}\mathrm{d}x$ bằng phương pháp đặt $t=x^2+7$.

A. $\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C$. **B.** $-\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C$.

C. $\frac{1}{16}\left(x^2+7\right)^{16}+C$. **D.** $\frac{1}{2}\left(x^2+7\right)^{16}+C$.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $t=x^2+7\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x\Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Ta có $\int x\left(x^2+7\right)^{15}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int t^{15}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.\frac{t^{16}}{16}+C=\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C$.

Câu 53: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{5x-2}$.

A. $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=5\ln\left|5x-2\right|+C.$ **B.** $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln\left|5x-2\right|+C$.

C. $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=-\frac{1}{2}\ln\left|5x-2\right|+C$. **D.** $\int\frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\ln\left|5x-2\right|+C.$

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=5x-2\Rightarrow du=5dx\Rightarrow\frac{du}{5}=dx$

Ta có: $\int\frac{dx}{5x-2}=\frac{1}{5}\int\frac{du}{u}=\frac{1}{5}\ln\left|u\right|+C=\frac{1}{5}\ln\left|5x-2\right|+C.$

Câu 54: Tính tích phân $I=\int_{-1}^{0}x(x+1)^{2018}\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $-\frac{1}{2018}$. **B.** $\frac{1}{2018}$. **C.** $\frac{1}{4078380}$. **D.** $-\frac{1}{4078380}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=x+1\Rightarrow\mathrm{d}x=\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases}x=-1\Rightarrow t=0\\x=0\Rightarrow t=1\end{cases}$

Khi đó $I=\int_{0}^{1}\left(t-1\right).t^{2018}.\mathrm{d}t=\int_{0}^{1}\left(t^{2019}-t^{2018}\right).\mathrm{d}t=\left(\frac{t^{2020}}{2020}-\frac{t^{2019}}{2019}\right)\Big|_{0}^{1}$

$=\frac{1}{2020}-\frac{1}{2019}=-\frac{1}{4078380}$

Câu 55: Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{2x-1}$. Biết $F\left(1\right)=2$. Giá trị $F\left(2\right)$ là

A. $F\left(2\right)=2\ln3-2$. **B.** $F\left(2\right)=\frac{1}{2}\ln3+2$. **C.** $F\left(2\right)=\ln3+2$. **D.** $F\left(2\right)=\frac{1}{2}\ln3-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{2x-1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln\left|2x-1\right|+C\ \left(C\in\mathbb{R}\right)$.

$F\left(1\right)=2\Rightarrow C=2$.

Câu 56: Cho $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(x\right)+C$. Khi đó với $a\neq0$, a, b là hằng số ta có $\int f\left(ax+b\right)\mathrm{d}x$ bằng.

A. $\int f\left(ax+b\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{a+b}F\left(ax+b\right)+C$. **B.** $\int f\left(ax+b\right)\mathrm{d}x=F\left(ax+b\right)+C$.

C. $\int f\left(ax+b\right)\mathrm{d}x=aF\left(ax+b\right)+C$. **D.** $\int f\left(ax+b\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}F\left(ax+b\right)+C$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Công thức đúng $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}F(ax+b)+C$

Câu 57: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \sin x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

B. $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$.

C. $\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

D. $\int \sin x\mathrm{d}x=-\sin x+C$

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề đúng $\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$

Câu 58: Hàm số $f(x)=xe^x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x)=e^x(x-1)+C$

B. $F(x)=x^2\frac{1}{x+1}e^{x+1}+C$

C. $F(x)=x^2e^x+C$

D. $F(x)=xe^x+e^x+C$

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}$

Suy ra: $\int xe^x dx=xe^x-\int e^x dx=xe^x-e^x+C$.

Câu 59: Nguyên hàm của $f(x)=e^{5x}$ là?

A. $e^{5x}+C$.

B. $\frac{1}{5}e^{-5x}+C$.

C. $e^{-5x}+C$.

D. $\frac{1}{5}e^{5x}+C$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\left(\frac{1}{5}.e^{5x}\right)'=\frac{1}{5}.5.e^{5x}=e^{5x}$ nên $\int e^{5x}dx=\frac{1}{5}.e^{5x}+C$.

Câu 60: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5^x}{\ln 5}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=5^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=5^x\ln 5+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5^{x+1}}{x+1}+C$.

Lời giải

Chọn A

Từ công thức nguyên hàm $\int a^x\,\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C$.

Câu 61: Cho hàm số $F(x)$ F(x)là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm khẳng định **sai**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C.$

B. $\left(\int f(x)dx\right)'=f'(x)$

C. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x).$

D. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=F'(x)$

Lời giải

Chọn B

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nên $\int f(x)dx=F(x)+C.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Suy ra $\left(\int f(x)dx\right)' = \left(F(x)+C\right)' = f(x)$.

Câu 62: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+\sin x$ là:

A. $e^x+\cos x+C$. **B.** $e^x+\sin x+C$. **C.** $e^x-\cos x+C$. **D.** $e^x-\cos x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F(x)=\int\left(e^x+\sin x\right)dx=\int e^x dx+\int \sin x dx=e^x-\cos x+C$.

Câu 63: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=(3x+2)e^{3x+2}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{3x+2}+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{3x+2}+C.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $u=3x+1\Rightarrow du=3dx\Rightarrow\frac{du}{3}=dx\Rightarrow\int e^{3x+2}dx=\frac{1}{3}\int e^u du=\frac{1}{3}e^u+C=\frac{1}{3}e^{3x+2}+C.$

Câu 64: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3}{\sqrt{x}}+x^{2018}$ là

A. $2\sqrt{x^3}+\frac{x^{2019}}{2019}+C$. **B.** $\frac{3}{2\sqrt{x}}+6054x^{2017}+C$.

C. $\frac{6}{\sqrt{x}}+\frac{x^{2019}}{673}+C$. **D.** $6\sqrt{x}+\frac{x^{2019}}{2019}+C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int\left(\frac{3}{\sqrt{x}}+x^{2018}\right)\mathrm{d}x=\int\left(3x^{-\frac{1}{2}}+x^{2018}\right)\mathrm{d}x=3.\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+\frac{x^{2019}}{2019}+C=6\sqrt{x}+\frac{x^{2019}}{2019}+C.$$

Câu 65: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4+2$ là

A. x^5+2. **B.** $\frac{1}{5}x^5+2x+C$. **C.** x^5+2x+C. **D.** $10x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(5x^4+2\right)\mathrm{d}x=x^5+2x+C$.

Câu 66: Tính $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x}}$ bằng phương pháp đặt $u=\sqrt{1-x}$.

A. $\frac{2}{\sqrt{1-x}}+C$. **B.** $\sqrt{1-x}+C$. **C.** $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$. **D.** $-2\sqrt{1-x}+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u=\sqrt{1-x}\Rightarrow u^2=1-x\Rightarrow 2u\mathrm{d}u=-\mathrm{d}x$. Ta có

$$\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x}}=\int\frac{-2u\mathrm{d}u}{u}=-2\int\mathrm{d}u=-2u+C=-2\sqrt{1-x}+C.$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 67: Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int \mathrm{d}x = 1 + C$. **B.** $\int \mathrm{d}x = x^2 + C$. **C.** $\int \mathrm{d}x = x + C$. **D.** $\int \mathrm{d}x = C$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề đúng: $\int dx = x + C$.

Câu 68: Cho hàm số $F(x)$ F(x)là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $f'(x) = F(x)$. **B.** $F(x) = f(x) + C$. **C.** $F'(x) = f(x)$. **D.** $F(x) = f(x)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 69: Tính $\int x\cos x\mathrm{d}x$.

A. $x\sin x - \cos x + C$. **B.** $x\sin x + \sin x + C$.

C. $x\sin x + \cos x + C$. **D.** $x\sin x - \sin x + C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$.

Do đó $\int x\cos x dx = x\sin x - \int \sin x \mathrm{d}x = x\sin x + \cos x + C$.

Câu 70: Nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$ là

A. $\dfrac{-\sqrt{x}}{2} + C$. **B.** $\dfrac{\sqrt{x}}{2} + C$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{x}} + C$. **D.** $\dfrac{-2}{\sqrt{x}} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{x\sqrt{x}}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{3}{2}}\mathrm{d}x = \dfrac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C = \dfrac{-2}{\sqrt{x}} + C$.

Câu 71: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{1-2x}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -2\ln|1-2x| + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\ln|1-2x| + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2}\ln|1-2x| + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln|1-2x| + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \dfrac{1}{1-2x}\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2}\ln|1-2x| + C$.

Câu 72: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-1)e^x$ là

A. $(2x-3)e^x + C$. **B.** $(2x+1)e^x + C$. **C.** $(2x-1)e^x + C$. **D.** $(2x+3)e^x + C$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I = \int (2x-1)e^x \mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = 2x-1 \\ \mathrm{d}v = e^x \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2\mathrm{d}x \\ v = e^x \end{cases}$.

$\Rightarrow I = (2x-1)e^x - 2\int e^x \mathrm{d}x = (2x-1)e^x - 2e^x + C = (2x-3)e^x + C$.

Câu 73: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{5x+4}$ là

A. $\dfrac{1}{\ln 5}\ln|5x+4|+C$. **B.** $\dfrac{1}{5}\ln|5x+4|+C$.

C. $\dfrac{1}{5}\ln(5x+4)+C$. **D.** $\ln|5x+4|+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \dfrac{1}{5x+4}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{5}\int \dfrac{1}{5x+4}\mathrm{d}(5x+4) = \dfrac{1}{5}\ln|5x+4|+C$.

Câu 74: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2\dfrac{x}{2} - \cos^2\dfrac{x}{2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\left(\sin^3\dfrac{x}{2} - \cos^3\dfrac{x}{2}\right)+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{2}{3}\left(\sin^3\dfrac{x}{2} - \cos^3\dfrac{x}{2}\right)+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f(x) = \sin^2\dfrac{x}{2} - \cos^2\dfrac{x}{2} = -\cos x$ nên $\int f(x)\mathrm{d}x = \int -\cos x \mathrm{d}x = -\sin x + C$

Câu 75: Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x) = x^3.e^{x^3-1}$. **B.** $f(x) = 3x^2.e^{x^3}$. **C.** $f(x) = \dfrac{e^{x^3}}{3x^2}$. **D.** $f(x) = e^{x^3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x) = \left(e^{x^3}\right)' = \left(x^3\right)'.e^{x^3} = 3x^2.e^{x^3}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 76: Công thức nguyên hàm nào sau đây là công thức sai?

A. $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{x} = \ln x + C$. **B.** $\int x^\alpha \mathrm{d}x = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \ (\alpha \neq -1)$.

C. $\int a^x \mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C \ (0 < a \neq 1)$. **D.** $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \tan x + C$.

Lời giải

Chọn A

Công thức $\int \dfrac{dx}{x} = \ln x + C$ sai, công thức đúng là $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x| + C$.

Câu 77: Tính tích phân $I = \int_0^3 \dfrac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}}$ ta được kết quả:

A. $\dfrac{76}{15}$. **B.** $\dfrac{5}{36}$. **C.** $\dfrac{15}{76}$. **D.** $\dfrac{36}{5}$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow t^2=x+1\Rightarrow \mathrm{d}x=2t.\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=1 \\ x=3\Rightarrow t=2 \end{cases}$

$$I=\int_1^2\frac{\left(t^2-1\right)^2 2t\mathrm{d}t}{t}=2.\int_1^2\left(t^2-1\right)^2.\mathrm{d}t=2.\int_1^2\left(t^4-2t^2+1\right)\mathrm{d}t=2.\left(\frac{t^5}{5}-\frac{2t^3}{3}+t\right)\Big|_1^2=\frac{92}{15}-\frac{16}{15}=\frac{76}{15}$$

Câu 78: Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **sai**?

A. $\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$, ($C$ là hằng số). **B.** $\int dx=x+C$, (C là hằng số).

C. $\int x^{\alpha}dx=\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}+C$, ($C$ là hằng số). **D.** $\int 0dx=C$, (C là hằng số).

Lời giải

Chọn C

Vì $\int x^{\alpha}dx=\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}+C$, ($C$ là hằng số) và $\alpha\neq -1$.

Câu 79: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\int(\sin 2x-\cos 3x)\mathrm{d}x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{3}\sin 3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{3}\sin 3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos 2x+\sin 3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos 2x-\sin 3x+C$.

Lời giải

Chọn B

$f(x)=\int(\sin 2x-\cos 3x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{3}\sin 3x+C$.

Câu 80: Tìm nguyên hàm $F(x)=\int(x+\sin x)\mathrm{d}x$ biết $F(0)=1$.

A. $F(x)=\frac{1}{2}x^2-\cos x+2$ **B.** $F(x)=x^2-\cos x+20$.

C. $F(x)=x^2+\cos x+20$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}x^2-\cos x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x)=\frac{1}{2}x^2-\cos x+C$.

Vì $F(0)=1$ nên ta có $\frac{1}{2}.0^2-\cos 0+C=1\Rightarrow C=2$. Vậy $F(x)=\frac{1}{2}x^2-\cos x+2$.

Câu 81: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{4x-3}$

A. $\int\frac{2}{4x-3}\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\ln|4x-3|+C$. **B.** $\int\frac{2}{4x-3}\mathrm{d}x=2\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C$.

C. $\int\frac{2}{4x-3}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C$. **D.** $\int\frac{2}{4x-3}\mathrm{d}x=2\ln|4x-3|+C$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có: $\int \frac{2}{4x-3}\mathrm{d}x=\int \frac{1}{2x-\frac{3}{2}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int \frac{\mathrm{d}\left(2x-\frac{3}{2}\right)}{2x-\frac{3}{2}}=\frac{1}{2}\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C$.

Câu 82: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3-\frac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $F(x)=3x+\cot x+C$. **B.** $F(x)=3x-\cot x+C$.

C. $F(x)=3x-\tan x+C$. **D.** $F(x)=3x+\tan x+C$.

Lời giải

Chọn A

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3-\frac{1}{\sin^2 x}$ là $F(x)=3x+\cot x+C$.

Câu 83: Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int \tan x\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{\cos^2 x}+C$. **B.** $\int \tan x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{\cos^2 x}+C$.

C. $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$. **D.** $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=-\tan x+C$

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề đúng: $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$.

Câu 84: Biết $\int x\cos 2x\mathrm{d}x=ax\sin 2x+b\cos 2x+C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab?

A. $ab=-\frac{1}{4}$. **B.** $ab=-\frac{1}{8}$. **C.** $ab=\frac{1}{8}$. **D.** $ab=\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\frac{1}{2}\sin 2x\end{cases}$

Khi đó $\int x\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{2}\int \sin 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$

$\Rightarrow a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{4}$.

Vậy $ab=\frac{1}{8}$.

Câu 85: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x$ là:

A. $\cos 3x+C$. **B.** $-\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **C.** $\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **D.** $-\cos 3x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \sin 3x\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 86: Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\int f'(x)f^2(x)\mathrm{d}x=\dfrac{f^3(x)}{3}+C$.
B. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.
C. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số).
D. $\int\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 87: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(2x+1)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos(2x+1)+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos(2x+1)+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=2x+1\Rightarrow du=2dx\Rightarrow\dfrac{du}{2}=dx$

$\Rightarrow\int\sin(2x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\sin u\,du=-\dfrac{1}{2}\cos u+C=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

Câu 88: Tính tích phân $I=\int\limits_1^e\dfrac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}.\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $\dfrac{4}{5}$.
B. $\dfrac{116}{135}$.
C. $-\dfrac{116}{135}$.
D. $-\dfrac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}\Rightarrow t^2=1+3\ln x\Rightarrow\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\dfrac{2t}{3}.\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=1\\x=e\Rightarrow t=2\end{cases}$

Khi đó $I=\int\limits_1^2 t.\dfrac{\left(t^2-1\right)}{3}.\dfrac{2t}{3}.\mathrm{d}t=\dfrac{2}{9}.\int\limits_1^2\left(t^4-t^2\right).\mathrm{d}t=\dfrac{2}{9}\left(\dfrac{t^5}{5}-\dfrac{t^3}{3}\right)\Big|_1^2=\dfrac{112}{135}-\left(\dfrac{-4}{135}\right)=\dfrac{116}{135}$

Câu 89: Cho $I=\int\limits_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sqrt{1-x^2}$ thì I bằng

A. $\int\limits_0^1 t\left(1-t^2\right)\mathrm{d}t$
B. $\int\limits_1^0 t(1-t)\mathrm{d}t$
C. $\int\limits_0^1 t^2\left(1-t^2\right)^2\mathrm{d}t$
D. $\int\limits_1^0\left(t^4-t^2\right)\mathrm{d}t$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{1-x^2}\Rightarrow t^2=1-x^2\Rightarrow x\mathrm{d}x=-t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\x=1\Rightarrow t=0\end{cases}$

Ta có $I=\int\limits_0^1 x^4\sqrt{1-x^2}.x\mathrm{d}x=-\int\limits_1^0\left(1-t^2\right)^2.t.t\mathrm{d}t=\int\limits_0^1\left(1-t^2\right)^2.t^2.\mathrm{d}t$

Câu 90: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 4x$.

A. $\dfrac{\sin 4x}{4}+C$
B. $\dfrac{\sin 4x}{2}+C$
C. $\dfrac{\cos 4x}{4}+C$
D. $\dfrac{-\sin 4x}{4}+C$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Lời giải

Chọn A

Vì $\left(\frac{1}{4}.\sin 4x\right)'=\frac{1}{4}.(\cos 4x).(4x)'=\cos 4x$ nên $\int \cos 4x.dx=\frac{1}{4}.\sin 4x+C$.

Câu 91: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4-x^2$.

A. $\frac{x^3}{3}-x+C$. **B.** $4x^3-2x+C$. **C.** $\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{3}x^3+C$. **D.** x^5-x^3+C.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^4-x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{3}x^3+C$.

Câu 92: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(1+\sin x)$ là

A. $\frac{x^2}{2}-x\cos x-\sin x+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}-x\cos x+\sin x+C$.

C. $\frac{x^2}{2}-x\sin x+\cos x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}-x\sin x-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x(1+\sin x)\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}x+\int x.\sin x\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}x-\int x\mathrm{d}(\cos x)$

$=\frac{x^2}{2}-\left(x\cos x-\int\cos x\mathrm{d}x\right)=\frac{x^2}{2}-x\cos x+\sin x+C$.

Câu 93: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\mathrm{e}^{-x}$. Tính $F(x)$ biết $F(0)=1$.

A. $F(x)=(x+1)\mathrm{e}^{-x}+2$. **B.** $F(x)=-(x+1)\mathrm{e}^{-x}+2$.

C. $F(x)=-(x+1)\mathrm{e}^{-x}+1$. **D.** $F(x)=(x+1)\mathrm{e}^{-x}+1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\mathrm{e}^{-x}\end{cases}$.

Do đó $\int x\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=-x\mathrm{e}^{-x}+\int\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=-x\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{-x}+C=F(x;C)$.

$F(0)=1\Leftrightarrow-\mathrm{e}^{-0}+C=1\Leftrightarrow C=2$. Vậy $F(x)=-(x+1)\mathrm{e}^{-x}+2$.

Câu 94: Cho hàm số $f(x)=2^{\sqrt{x}}\frac{\ln 2}{\sqrt{x}}$. Khi đặt $t=\sqrt{x}$ ta được:

A. $\frac{2^t.\ln 2}{t}+C$. **B.** 2.2^t+C. **C.** -2.2^t+C. **D.** $\ln 2.2^t+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow 2dt=\frac{1}{\sqrt{x}}dx$.

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2^{\sqrt{x}}\ln 2}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=\int 2^t 2.\ln 2\,\mathrm{d}t=2.2^t+C$.

Câu 95: Họ các nguyên hàm của $f(x)=x\ln x$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{x^2}{2}\ln x+\frac{1}{4}x^2+C.$ **B.** $\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{1}{4}x^2+C.$

C. $x\ln x+\frac{1}{2}x+C.$ **D.** $x^2\ln x-\frac{1}{2}x^2+C.$

Lời giải

Chọn B

Tìm $\int x\ln x\mathrm{d}x$:

Đặt $\begin{cases}xdx=dv\\ \ln x=u\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v=\frac{1}{2}x^2\\ du=\frac{1}{x}\end{cases}$. Suy ra $\int x\ln x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x^2\ln x-\int\frac{1}{2}x\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{1}{4}x^2+C.$

Câu 96: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int\cos(2\ln x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{x\left[\cos(2\ln x)-2\sin(2\ln x)\right]}{5}+C.$ **B.** $I=\frac{x\left[2\cos(2\ln x)-\sin(2\ln x)\right]}{5}+C.$

C. $I=\frac{x\left[2\cos(2\ln x)+\sin(2\ln x)\right]}{5}+C.$ **D.** $I=\frac{x\left[\cos(2\ln x)+2\sin(2\ln x)\right]}{5}+C.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases}u=\cos(2\ln x)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=-\frac{2}{x}\sin(2\ln x)\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$.

$I=x\cos(2\ln x)+2\int\sin(2\ln x)\mathrm{d}x=x\cos(2\ln x)+2J.$

Tính $J=\int\sin(2\ln x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\sin(2\ln x)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{2}{x}\cos(2\ln x)\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$.

$J=x\sin(2\ln x)-2\int\cos(2\ln x)\mathrm{d}x=x\sin(2\ln x)-2I.$

Khi đó: $I=x\left[\cos(2\ln x)+2\sin(2\ln x)\right]-4I$

$\Rightarrow 5I=x\left[\cos(2\ln x)+2\sin(2\ln x)\right]\Rightarrow I=\frac{x\left[\cos(2\ln x)+2\sin(2\ln x)\right]}{5}+C.$

Câu 97: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}$ và $F(0)=2$. Hãy tính $F(-1)$.

A. $\frac{15}{\mathrm{e}}-4.$ **B.** $4-\frac{10}{\mathrm{e}}.$ **C.** $6-\frac{15}{\mathrm{e}}.$ **D.** $\frac{10}{\mathrm{e}}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x.$

Đặt $\sqrt[3]{x}=t\Rightarrow x=t^3\Rightarrow\mathrm{d}x=3t^2\mathrm{d}t$ khi đó $I=\int\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x=3\int\mathrm{e}^t t^2\mathrm{d}t.$

Đặt $\begin{cases}t^2=u\\ \mathrm{e}^t\mathrm{d}t=\mathrm{d}v\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}u\\ \mathrm{e}^t=v\end{cases}\Rightarrow I=3\left(\mathrm{e}^t t^2-2\int\mathrm{e}^t t\mathrm{d}t\right)=3\mathrm{e}^t t^2-6\int\mathrm{e}^t t\mathrm{d}t.$

Tính $\int\mathrm{e}^t t\mathrm{d}t.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} t=u \\ \mathrm{e}^t\mathrm{d}t=\mathrm{d}v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}t=\mathrm{d}u \\ \mathrm{e}^t=v \end{cases} \Rightarrow \int \mathrm{e}^t t\mathrm{d}t = t\mathrm{e}^t - \int \mathrm{e}^t\mathrm{d}t = t\mathrm{e}^t - \mathrm{e}^t$.

Vậy $\Rightarrow I = 3\mathrm{e}^t t^2 - 6\left(\mathrm{e}^t t - \mathrm{e}^t\right) + C \Rightarrow F(x) = 3\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\sqrt[3]{x^2} - 6\left(\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\sqrt[3]{x} - \mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\right) + C$.

Ta có $F(0)=2 \Rightarrow C=-4 \Rightarrow F(x) = 3\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\sqrt[3]{x^2} - 6\left(\mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\sqrt[3]{x} - \mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}}\right) - 4 \Rightarrow F(-1) = \dfrac{15}{\mathrm{e}} - 4$.

Câu 98: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **C.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int \sin^2 x\mathrm{d}x = \int \dfrac{1-\cos 2x}{2}\mathrm{d}x = \dfrac{x}{2} - \dfrac{\sin 2x}{4} + C$.

Câu 99: Nguyên hàm của hàm số $I=\int \mathrm{e}^x \cos x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x-\cos x\right)}{2}+C$. **B.** $I=\mathrm{e}^x\left(\sin x+\cos x\right)+C$.

C. $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\cos x-\sin x\right)}{2}+C$. **D.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x+\cos x\right)}{2}+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u=\mathrm{e}^x \\ \mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x \\ v=\sin x \end{cases}$.

$I=\mathrm{e}^x.\sin x - \int \mathrm{e}^x \sin x\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x.\sin x - J$.

Tính $J=\int \mathrm{e}^x \sin x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=\mathrm{e}^x \\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x \\ v=-\cos x \end{cases}$.

$J=-\mathrm{e}^x\cos x + \int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x = -\mathrm{e}^x\cos x + I$.

Khi đó: $I=\mathrm{e}^x\sin x + \mathrm{e}^x\cos x - I$

$\Rightarrow 2I = \mathrm{e}^x\sin x + \mathrm{e}^x\cos x$

$\Rightarrow I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x+\cos x\right)}{2}+C$.

Câu 100: Nguyên hàm của hàm số $I=\int \mathrm{e}^x \sin x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\cos x-\sin x\right)}{2}+C$. **B.** $I=\mathrm{e}^x\left(\sin x-\cos x\right)+C$.

C. $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x-\cos x\right)}{2}+C$. **D.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x+\cos x\right)}{2}+C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u=\mathrm{e}^x \\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x \\ v=-\cos x \end{cases}$.

$I=-\mathrm{e}^x.\cos x + \int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x = -\mathrm{e}^x\cos x + J$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Tính $J=\int \mathrm{e}^x \cos x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=\mathrm{e}^x \\ \mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x \\ v=\sin x \end{cases}$.

$J=\mathrm{e}^x.\sin x-\int \mathrm{e}^x \sin x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x \sin x-I$.

Khi đó: $I=-\mathrm{e}^x \cos x+\mathrm{e}^x \sin x-I$.

$\Rightarrow 2I=-\mathrm{e}^x \cos x+\mathrm{e}^x \sin x$

$\Rightarrow I=\dfrac{\mathrm{e}^x\left(\sin x-\cos x\right)}{2}+C$.

Câu 101: Tìm nguyên hàm $I=\int \dfrac{\mathrm{d}x}{1+e^x}$ bằng cách đặt $t=e^x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $I=\ln|t|-\ln|t+1|+C$.

B. $I=\ln|1-t|+C$.

C. $I=\ln|t|+\ln|t+1|+C$.

D. $I=\ln|t+1|+C$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int \dfrac{dx}{1+e^x}=\int \dfrac{e^x dx}{e^x\left(1+e^x\right)}$.

Đặt $t=e^x \Rightarrow dt=e^x dx$.

$I=\int \dfrac{e^x dx}{e^x\left(1+e^x\right)}=\int \dfrac{dt}{t(1+t)}=\int\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t+1}\right)=\ln|t|-\ln|t+1|+C$.

Câu 102: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^{x+\ln 10}$ biết $F(1)=e$.

A. $F(x)=11e-10e^x$.

B. $F(x)=e^x$.

C. $F(x)=\dfrac{e^x}{10}+\dfrac{9e}{10}$.

D. $F(x)=10e^x-9e$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F(x)=\int f(x)dx=\int e^{x+\ln 10}dx=e^{x+\ln 10}+C=e^x.e^{\ln 10}+C=10e^x+C$

Vì $F(1)=e$ nên $10.e+C=e\Rightarrow C=-9e$.

Vậy $F(x)=10e^x-9e$.

Câu 103: Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 5x\sin 2x$ thì:

A. $F(x)=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\sin 7x}{14}+C$.

B. $F(x)=\dfrac{\cos 3x}{6}+\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.

C. $F(x)=\dfrac{\cos 3x}{6}-\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.

D. $F(x)=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x)=2\sin 5x\sin 2x=\cos(5-2)x-\cos(5+2)x=\cos 3x-\cos 7x$.

Suy ra: $2\int f(x)dx=\dfrac{\sin 3x}{3}-\dfrac{\sin 7x}{7}+C\Leftrightarrow \int f(x)dx=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\sin 7x}{14}+C$.

Câu 104: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(5x+1)\mathrm{e}^x$ và $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $F(1)=11\mathrm{e}-3$. **B.** $F(1)=\mathrm{e}+2$. **C.** $F(1)=\mathrm{e}+7$. **D.** $F(1)=\mathrm{e}+3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x)=\int(5x+1)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=5x+1\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=5\mathrm{d}x\\ v=\mathrm{e}^x\end{cases}$.

$F(x)=(5x+1)\mathrm{e}^x-\int 5\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=(5x+1)\mathrm{e}^x-5\mathrm{e}^x+C=(5x-4)\mathrm{e}^x+C$.

Mặt khác $F(0)=3\Leftrightarrow -4+C=3\Leftrightarrow C=7$.

$\Rightarrow F(x)=(5x-4)\mathrm{e}^x+7$.

Vậy $F(1)=\mathrm{e}+7$.

Câu 105: Nguyên hàm $\int\sin^2 2x\mathrm{d}x$ là

A. $\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\sin 4x+C$. **B.** $\frac{1}{3}\sin^3 2x+C$.

C. $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 4x+C$. **D.** $\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}\sin 4x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\sin^2 2x\mathrm{d}x=\int\frac{1-\cos 4x}{2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{4}\sin 4x\right)+C=\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\sin 4x+C$.

Câu 106: Cho hàm $f(x)$ thoả mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f(x)=3x+5\cos x+2$. **B.** $f(x)=3x+5\cos x+5$.

C. $f(x)=3x-5\cos x+2$. **D.** $f(x)=3x-5\cos x+15$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=\int(3-5\sin x)dx=3x+5\cos x+C$.

Theo đề, $f(0)=10$ nên $5+C=10\Rightarrow C=5F(x)$.

Vậy $f(x)=3x+5\cos x+5$.

Câu 107: Biết là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^{\frac{x}{2}}$ và $f(0)=-1$. Tính $F(4)$

A. $F(4)=\frac{7}{4}e^2-\frac{3}{4}$. **B.** $F(4)=4e^2+3$. **C.** $F(4)=3$. **D.** $F(4)=4e^2-3$.

Lời giải

Chọn B

$F(x)=\int xe^{\frac{x}{2}}\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=e^{\frac{x}{2}}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=2e^{\frac{x}{2}}\end{cases}$.

Khi đó: $F(x)=2xe^{\frac{x}{2}}-2\int e^{\frac{x}{2}}\mathrm{d}x=2xe^{\frac{x}{2}}-4e^{\frac{x}{2}}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Theo giả thiết: $F(0)=-1\Leftrightarrow -4+C=-1\Leftrightarrow C=3$.

$F(x)=2xe^{\frac{x}{2}}-4e^{\frac{x}{2}}+3\Rightarrow F(4)=8e^2-4e^2+3=4e^2+3$.

Câu 108: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2-3x)(x+1)$ là

A. $\frac{x^4}{4}+\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+C$.

B. $-\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+C$.

C. $\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+C$.

D. $\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int(x^2-3x)(x+1)\mathrm{d}x=\int(x^3-2x^2-3x)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}-\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+C$.

Câu 109: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int \mathrm{e}^{2x}\cos 2x\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(\sin 2x+\cos 2x)}{4}+C$.

B. $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(\sin 2x-\cos 2x)}{4}+C$.

C. $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(\cos 2x-\sin 2x)}{4}+C$.

D. $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(2\sin 2x+\cos 2x)}{4}+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=\mathrm{e}^{2x}\\ \mathrm{d}v=\cos 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x\\ v=\frac{\sin 2x}{2}\end{cases}$.

$I=\frac{\mathrm{e}^{2x}\sin 2x}{2}-\int \mathrm{e}^{2x}\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^{2x}\sin 2x}{2}-J$.

Tính $J=\int \mathrm{e}^{2x}\sin 2x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\mathrm{e}^{2x}\\ \mathrm{d}v=\sin 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x\\ v=-\frac{\cos 2x}{2}\end{cases}$.

$J=-\frac{\mathrm{e}^{2x}\cos 2x}{2}+\int \mathrm{e}^{2x}\cos 2x\mathrm{d}x=-\frac{\mathrm{e}^{x}\cos 2x}{2}+I$.

Khi đó: $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(\sin 2x+\cos 2x)}{2}-I$

$\Rightarrow 2I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(\sin 2x+\cos 2x)}{2}\Rightarrow I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(\sin 2x+\cos 2x)}{4}+C$.

Câu 110: Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.

A. $F_1(x)=\frac{x^2-x-1}{x+1}$.

B. $F_3(x)=\frac{x^2+x+1}{x+1}$.

C. $F_2(x)=\frac{x^2+x-1}{x+1}$.

D. $F_4(x)=\frac{x^2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\left(F_1(x)\right)'=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$, Chọn C là nguyên hàm của $f(x)$.

$\left(F_2(x)\right)'=\dfrac{x^2+2x+2}{(x+1)^2}$, Chọn C không phải là nguyên hàm của $f(x)$.

$\left(F_3(x)\right)'=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$, Chọn C là nguyên hàm của $f(x)$.

$\left(F_4(x)\right)'=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$, Chọn C là nguyên hàm của $f(x)$.

Câu 111: $\int\dfrac{(x+1)^2}{x^2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $x+2\ln|x|+\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $x-2\ln|x|+\dfrac{1}{x}+C$.

C. $x+2\ln|x|-\dfrac{1}{x}+C$. **D.** $x-2\ln|x|-\dfrac{1}{x}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\dfrac{(x+1)^2}{x^2}\mathrm{d}x=\int\left(1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x=x+2\ln x-\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 112: Để hàm số $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$ thì giá trị của tham số m là

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(3x^2+10x-4)\mathrm{d}x=x^3+5x^2-4x+C$.

Do đó $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$ khi và chỉ khi $\begin{cases}m=1\\3m+2=5\end{cases}\Leftrightarrow m=1$.

Câu 113: $F(x)=(ax^3+bx^2+cx+d)\mathrm{e}^{-x}+2018\mathrm{e}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(-2x^3+3x^2+7x-2)\mathrm{e}^{-x}$. Khi đó:

A. $a+b+c+d=6$. **B.** $a+b+c+d=5$. **C.** $a+b+c+d=7$. **D.** $a+b+c+d=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x)=f(x)\Rightarrow\left[-ax^3+(3a-b)x^2+(2b-c)x+c-d\right]\mathrm{e}^{-x}=(-2x^3+3x^2+7x-2)\mathrm{e}^{-x}$.

Do đó: $\begin{cases}-a=-2\\3a-b=3\\2b-c=7\\c-d=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=3\\c=-1\\d=1\end{cases}$. Vậy $a+b+c+d=5$.

Câu 114: Nguyên hàm $\int\dfrac{x^2-x+1}{x-1}\mathrm{d}x$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $x+\dfrac{1}{x-1}+C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}+\ln|x-1|+C$. **C.** $1-\dfrac{1}{(x-1)^2}+C$. **D.** $x^2+\ln|x-1|+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int\dfrac{x^2-x+1}{x-1}\mathrm{d}x=\int\left(x+\dfrac{1}{x-1}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+\ln|x-1|+C$.

Câu 115: Tìm các hàm số $f(x)$ biết $f'(x)=\dfrac{\cos x}{(2+\sin x)^2}$.

A. $f(x)=-\dfrac{1}{2+\sin x}+C$. **B.** $f(x)=\dfrac{\sin x}{2+\sin x}+C$.

C. $f(x)=\dfrac{\sin x}{(2+\sin x)^2}+C$. **D.** $f(x)=\dfrac{1}{2+\cos x}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\int f'(x)dx=\int\dfrac{\cos x}{(2+\sin x)^2}dx=\int\dfrac{d(2+\sin x)}{(2+\sin x)^2}=-\dfrac{1}{2+\sin x}+C$.

Chú ý là ta có $d(2+\sin x)=\cos x.dx$ nên có biến đổi như ở trên.

Câu 116: Họ nguyên hàm của hàm số $y=3x(x+\cos x)$ là

A. $x^3+3(x\sin x+\cos x)+C$ **B.** $x^3+3(x\sin x-\cos x)+C$

C. $x^3-3(x\sin x+\cos x)+C$ **D.** $x^3-3(x\sin x-\cos x)+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int 3x(x+\cos x)\mathrm{d}x=\int 3x^2\mathrm{d}x+\int 3x\cos x\mathrm{d}x$

• $\int 3x^2\mathrm{d}x=x^3+C_1$

• $\int 3x\cos x\mathrm{d}x=\int 3x.\mathrm{d}(\sin x)=3x.\sin x-\int 3\sin x\mathrm{d}x=3x.\sin x+3\cos x+C_2$

Vậy $\int 3x(x+\cos x)\mathrm{d}x=x^3+3(x\sin x+\cos x)+C$

Câu 117: Tính $\int(3\cos x-3^x)\mathrm{d}x$.

A. $3\sin x+\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $3\sin x-\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

C. $-3\sin x+\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $-3\sin x-\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int(3\cos x-3^x)\mathrm{d}x=\int 3\cos x\mathrm{d}x-\int 3^x\mathrm{d}x=3\sin x-\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 118: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Khi đó $F(3)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\ln 2$. **C.** $\ln 2+1$. **D.** $\ln\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn C

Ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x-1}\mathrm{d}x=\ln|x-1|+C$.

Nên $F(2)=1\Leftrightarrow\ln|2-1|+C=1\Leftrightarrow C=1\Rightarrow F(x)=\ln|x-1|+1$.

Do đó $F(3)=\ln 2+1$.

Câu 119: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x^2-4x+3}$ là

A. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right|+C$. **B.** $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x+1}\right|+C$. **C.** $-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right|+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+3}{x+1}\right|+C$.

Lời giải

Chọn A

$$F(x)=\int\frac{1}{x^2-4x+3}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{(x-1)(x-3)}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-1}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right|+C.$$

Câu 120: Cho hàm số $F(x)$ thỏa mãn $F'(x)=3-5\cos x$ và $F(0)=5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F(x)=3x+5\sin x+2$. **B.** $F(x)=3x-5\sin x-5$.

C. $F(x)=3x-5\sin x+5$. **D.** $F(x)=3x+5\sin x+5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x)=\int F'(x)\mathrm{d}x=\int(3-5\cos x)\mathrm{d}x=3x-5\sin x+C$.

Do $F(0)=5\Rightarrow 3.0-5\sin 0+C=5\Leftrightarrow C=5$.

Vậy $F(x)=3x-5\sin x+5$.

Câu 121: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)=\sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)=\sin 2x$ nên $F(x)=\int\sin 2x.\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+C$.

Ta có $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-1}{2}\cos\frac{\pi}{2}+C=1\Rightarrow C=1$

$\Rightarrow F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+1\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{-1}{2}\cos\frac{\pi}{3}+1\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$.

Câu 122: Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=\frac{2x^4+3}{x^2}$. Khi đó

A. $F(x)=\frac{2x^3}{3}+\frac{3}{x}+C$. **B.** $F(x)=\frac{2x^3}{3}-3\ln|x|+C$.

C. $F(x)=\frac{2x^3}{3}+3\ln x+C$. **D.** $F(x)=\frac{2x^3}{3}-\frac{3}{x}+C$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2x^4+3}{x^2}\mathrm{d}x=\int\left(2x^2+\frac{3}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}-\frac{3}{x}+C$.

Câu 123: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left|3x^2+2x+5\right|$ là

A. $F(x)=x^3+x^2+C$. **B.** $F(x)=x^3+x^2+5$.

C. $F(x)=x^3+x+C$. **D.** $F(x)=x^3+x^2+5x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left|3x^2+2x+5\right|=3x^2+2x+5$ *do* $3x^2+2x+5>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\int\left|3x^2+2x+5\right|\mathrm{d}x=\int\left(3x^2+2x+5\right)\mathrm{d}x=x^3+x^2+5x+C$.

Câu 124: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\left(\sin^3\frac{x}{2}-\cos^3\frac{x}{2}\right)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\left(\sin^3\frac{x}{2}-\cos^3\frac{x}{2}\right)+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $f(x)=\sin^2\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}=-\cos x$ nên $\int f(x)\mathrm{d}x=\int-\cos x\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

Câu 125: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}+1\right)^2},x>0$ bằng cách đặt $t=2\sqrt{x}+1$ là:

A. $\frac{1}{2t}+C$. **B.** $-\frac{1}{2t}+C$. **C.** $I=\frac{1}{t}+C$ **D.** $I=-\frac{1}{t}+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\int\frac{1}{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}+1\right)^2}\mathrm{d}x$

Đặt $t=2\sqrt{x}+1\Rightarrow\mathrm{d}t=\frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$. Suy ra $I=\int\frac{\mathrm{d}t}{t^2}=-\frac{1}{t}+C$.

Câu 126: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\sin 2x}{1+\cos x}$ Khi đặt $u=1+\cos x$ ta được:

A. $-2u+2\ln|u|+C$. **B.** $-u+\ln|u|+C$. **C.** $\ln|u|+C$. **D.** $-2u-2\ln|u|+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u=1+\cos x\Rightarrow\mathrm{d}u=-\sin x\mathrm{d}x$

$F(x)=\int\frac{\sin 2x}{1+\cos x}\mathrm{d}x=\int\frac{2\sin x.\cos x}{1+\cos x}\mathrm{d}x=\int\frac{2(1-u)}{u}\mathrm{d}u=\int\left(\frac{2}{u}-2\right)\mathrm{d}u=-2u+2\ln|u|+C$.

Câu 127: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int\cos(\ln x)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $I=\dfrac{x\left[\cos\left(\ln x\right)+\sin\left(\ln x\right)\right]}{2}+C$.
B. $I=\dfrac{x\left[2\cos\left(\ln x\right)+\sin\left(\ln x\right)\right]}{2}+C$.
C. $I=\dfrac{x\left[\sin\left(\ln x\right)-\cos\left(\ln x\right)\right]}{2}+C$.
D. $I=\dfrac{x\left[\cos\left(\ln x\right)-\sin\left(\ln x\right)\right]}{2}+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=\cos\left(\ln x\right)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=-\dfrac{1}{x}\sin\left(\ln x\right)\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$.

$I=x\cos\left(\ln x\right)+\int\sin\left(\ln x\right)\mathrm{d}x=x\cos\left(\ln x\right)+J$.

Tính $J=\int\sin\left(\ln x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\sin\left(\ln x\right)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\cos\left(\ln x\right)\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$.

$J=x\sin\left(\ln x\right)-\int\cos\left(\ln x\right)\mathrm{d}x=x\sin\left(\ln x\right)-I$.

Khi đó: $I=x\left[\cos\left(\ln x\right)+\sin\left(\ln x\right)\right]-I$

$\Rightarrow 2I=x\left[\cos\left(\ln x\right)+\sin\left(\ln x\right)\right]$

$\Rightarrow I=\dfrac{x\left[\cos\left(\ln x\right)+\sin\left(\ln x\right)\right]}{2}+C$.

Câu 128: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\tan^2 x$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\tan x+C$.
B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x-\tan x+C$.
C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\tan x-x+C$.
D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\tan x+x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\tan^2 x\mathrm{d}x=\int\left(1+\tan^2 x-1\right)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x-\int\mathrm{d}x=\tan x-x+C$.

Câu 129: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int\mathrm{e}^x.\sin 2x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x\left(2\sin 2x-\cos 2x\right)+C$.
B. $I=\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x\left(\sin 2x-2\cos 2x\right)+C$.
C. $I=\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x\left(\sin 2x+2\cos 2x\right)+C$.
D. $I=\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x\left(\sin 2x+\cos 2x\right)+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=\mathrm{e}^x\\ \mathrm{d}v=\sin 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\\ v=-\dfrac{\cos 2x}{2}\end{cases}$.

$I=-\dfrac{\mathrm{e}^x\cos 2x}{2}+\dfrac{1}{2}\int\mathrm{e}^x\cos 2x\mathrm{d}x=-\dfrac{\mathrm{e}^x\cos 2x}{2}+\dfrac{1}{2}J$.

Tính $J=\int\mathrm{e}^x\cos 2x\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = \mathrm{e}^x \\ \mathrm{d}v = \cos 2x \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{e}^x \mathrm{d}x \\ v = \dfrac{\sin 2x}{2} \end{cases}$.

$J = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^x \sin 2x - \dfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^x \sin 2x \mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^x \sin 2x - \dfrac{1}{2}I$.

Khi đó: $I = -\dfrac{\mathrm{e}^x \cos 2x}{2} + \dfrac{1}{4}\mathrm{e}^x \sin 2x - \dfrac{1}{4}I$

$\Rightarrow \dfrac{5}{4}I = \dfrac{1}{4}\mathrm{e}^x \left(\sin 2x - 2\cos 2x\right)$

$\Rightarrow I = \dfrac{1}{5}\mathrm{e}^x \left(\sin 2x - 2\cos 2x\right) + C$.

Câu 130: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 2x + 1$ là

A. $-\cos x - x^2 + x$.

B. $-\cos x - x^2 + x + C$.

C. $-\cos x - \dfrac{x^2}{2} + x + C$

D. $\cos x - x^2 + x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int (\sin x - 2x + 1)\mathrm{d}x$

$= \int \sin x \mathrm{d}x - \int 2x \mathrm{d}x + \int \mathrm{d}x = \int \sin x \mathrm{d}x - 2\int x \mathrm{d}x + \int \mathrm{d}x = -\cos x - x^2 + x + C$.

Câu 131: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 \dfrac{x}{2}$ là

A. $2\tan \dfrac{x}{2} + C$.

B. $\dfrac{1}{2}\tan \dfrac{x}{2} + C$.

C. $-2\tan \dfrac{x}{2} + C$.

D. $\tan \dfrac{x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn A

$f(x) = 1 + \tan^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1}{\cos^2 \dfrac{x}{2}}$ nên $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{\cos^2 \dfrac{x}{2}}\mathrm{d}x = 2\int \dfrac{\mathrm{d}\left(\dfrac{x}{2}\right)}{\cos^2 \dfrac{x}{2}} = 2\tan \dfrac{x}{2} + C$.

Câu 132: Nguyên hàm của $\int |2x+3|\mathrm{d}x$ là.

A. $\begin{cases} x^2 + 3x + C_1 \ khi \ x \ge -\dfrac{3}{2} \\ -x^2 - 3x + C_2 \ khi \ x < -\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x^2 + 3x + C_1 \ khi \ x \ge \dfrac{3}{2} \\ -x^2 - 3x + C_2 \ khi \ x < \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} \dfrac{x^2}{2} + 3x + C_1 \ khi \ x \ge -\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{-x^2}{2} - 3x + C_2 \ khi \ x < -\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x^2 + 3x + C_1 \ khi \ x \ge -\dfrac{3}{2} \\ -x^2 + 3x + C_2 \ khi \ x < -\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|2x+3| = \begin{cases} 2x+3 \ khi \ x \ge -\dfrac{3}{2} \\ -2x-3 \ khi \ x < -\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \int |2x+3|\mathrm{d}x = \begin{cases} x^2 + 3x + C_1 \ khi \ x \ge -\dfrac{3}{2} \\ -x^2 - 3x + C_2 \ khi \ x < -\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\cos x$ và $f(0)=5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=3x+5\sin x+5$. **B.** $f(x)=3x-5\sin x-5$.

C. $f(x)=3x+5\sin x+2$. **D.** $f(x)=3x-5\sin x+5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\int(3-5\cos x)\mathrm{d}x=3x-5\sin x+C$.

Lại có: $f(0)=5\Leftrightarrow 3.0-5\sin 0+C=5\Leftrightarrow C=5$. Vậy $f(x)=3x-5\sin x+5$.

Câu 134: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x\left(2017-\dfrac{2018\mathrm{e}^{-x}}{x^5}\right)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x+\dfrac{2018}{x^4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x+\dfrac{504,5}{x^4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x-\dfrac{504,5}{x^4}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x-\dfrac{2018}{x^4}+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(2017\mathrm{e}^x-2018x^{-5}\right)\mathrm{d}x=2017\mathrm{e}^x+\dfrac{504,5}{x^4}+C$.

Câu 135: Biết $F(x)=e^x-2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $f(1)+f(0)$.

A. $e-2$. **B.** $e-3$. **C.** $e-4$. **D.** $2e-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=F'(x)=\left(e^x-2x^2\right)'=e^x-4x$

Suy ra $f(1)=e-4; f(0)=1$. Do đó $f(1)+f(0)=e-3$.

Câu 136: Biết $\int\dfrac{x+1}{(x-1)(2-x)}\mathrm{d}x=a.\ln|x-1|+b.\ln|x-2|+C$. Giá trị của biểu thức $a+b$ bằng

A. $a+b=1$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a+b=-1$. **D.** $a+b=-5$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{-x-1}{(x-1)(x-2)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-2}\Leftrightarrow -x-1=A(x-2)+B(x-1)\Leftrightarrow\begin{cases}A+B=-1\\-2A-B=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=2\\B=-3\end{cases}.$$

Nên: $\int\dfrac{x+1}{(x-1)(2-x)}\mathrm{d}x=\int\left(\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{3}{x-2}\right)\mathrm{d}x=2\ln|x-1|-3\ln|x-2|+C$.

Vậy $a=2, b=-3$. Do đó $a+b=-1$.

Câu 137: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln(x+2)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2+4x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2-4x}{4}+C$

.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2+4x}{2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2+4x}{2}+C$.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u=\ln(x+2) \\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x+2} \\ v=\dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

Suy ra $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x\ln(x+2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\ln(x+2)-\dfrac{1}{2}\int\dfrac{x^2}{x+2}\mathrm{d}x$

$=\dfrac{x^2}{2}\ln(x+2)-\dfrac{1}{2}\int\left(x-2+\dfrac{4}{x+2}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\dfrac{x^2-4x}{2}+C$.

Câu 138: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x-\cos x$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$ là

A. $\cos x-\sin x$.

B. $-\cos x-\sin x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $-\cos x-\sin x+\sqrt{2}$.

D. $-\cos x-\sin x-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F(x)=\int(\sin x-\cos x)\mathrm{d}x=-\cos x-\sin x+C$.

Theo đề bài: $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow-\cos\dfrac{\pi}{4}-\sin\dfrac{\pi}{4}+C=0\Leftrightarrow C=\sqrt{2}$.

Vậy $F(x)=-\cos x-\sin x+\sqrt{2}$.

Câu 139: Biết $\int(x+3).e^{-2x}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{m}e^{-2x}(2x+n)+C$, với $m,n\in\mathbb{Q}$. Khi đó tổng $S=m^2+n^2$ có giá trị bằng

A. 10.

B. 5.

C. 41.

D. 65.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u=x+3 \\ \mathrm{d}v=e^{-2x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=-\dfrac{1}{2}e^{-2x} \end{cases}$

Khi đó $\int(x+3).e^{-2x}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}e^{-2x}(x+3)+\dfrac{1}{2}\int e^{-2x}\mathrm{d}x$

$=-\dfrac{1}{2}.e^{-2x}(x+3)-\dfrac{1}{4}e^{-2x}+C$

$=-\dfrac{1}{4}e^{-2x}.(2x+6+1)+C=-\dfrac{1}{4}e^{-2x}(2x+7)+C\Rightarrow m=4;n=7$

Câu 140: Nguyên hàm $\int\dfrac{1+\ln x}{x}\mathrm{d}x(x>0)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}\ln^2 x+\ln x+C$

B. $x+\ln^2 x+C$

C. $\ln^2 x+\ln x+C$

D. $x+\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\dfrac{1+\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x+\int\dfrac{\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x+\int\ln x\mathrm{d}(\ln x)=\ln x+\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$.

Câu 141: Tính nguyên hàm $A=\int\dfrac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=\ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $A=\ln t+C$. **B.** $A=\frac{1}{t}+C$. **C.** $A=t+C$. **D.** $A=\ln|t|+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\ln x\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$. Khi đó $A=\int\frac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{t}\mathrm{d}t=\ln|t|+C$.

Câu 142: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=6x+\sin 3x$, biết $F(0)=\frac{2}{3}$.

A. $F(x)=3x^2-\frac{\cos 3x}{3}+\frac{2}{3}$. **B.** $F(x)=3x^2+\frac{\cos 3x}{3}+1$.

C. $F(x)=3x^2-\frac{\cos 3x}{3}-1$. **D.** $F(x)=3x^2-\frac{\cos 3x}{3}+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(6x+\sin 3x)\mathrm{d}x=3x^2-\frac{\cos 3x}{3}+C=F(x)$.

Lại có: $F(0)=\frac{2}{3}\Leftrightarrow 0-\frac{1}{3}.1+C=\frac{2}{3}\Leftrightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=3x^2-\frac{\cos 3x}{3}+1$.

Câu 143: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x+\frac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=-1$ là

A. $\cot x-x^2-\frac{\pi^2}{16}$. **B.** $-\cot x+x^2$. **C.** $-\cot x+x^2-\frac{\pi^2}{16}$. **D.** $\cot x-x^2+\frac{\pi^2}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\left(2x+\frac{1}{\sin^2 x}\right)\mathrm{d}x=x^2-\cot x+C\Rightarrow F(x)=x^2-\cot x+C$.

Ta có $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=-1$ nên $C=-\frac{\pi^2}{16}\Rightarrow F(x)=x^2-\cot x-\frac{\pi^2}{16}$

Câu 144: Biết $F(x)=e^x-x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}-x^2+C$. **C.** $e^{2x}-2x^2+C$. **D.** $2e^x-2x^2+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(2x)dx=\frac{1}{2}\int f(2x)d(2x)=\frac{1}{2}F(2x)+C=\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+C$.

Câu 145: $F(x)=\int\frac{6x+2}{3x-1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $F(x)=\frac{4}{3}\ln|3x-1|+C$ **B.** $F(x)=2x+\frac{4}{3}\ln|3x-1|+C$

C. $F(x)=2x+4\ln|3x-1|+C$ **D.** $F(x)=2x+4\ln(3x-1)+C$

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn B

Ta có $\int \frac{6x+2}{3x-1}\mathrm{d}x = \int\left(2+\frac{4}{3x-1}\right)\mathrm{d}x = 2x+\frac{4}{3}\ln|3x-1|+C$.

Câu 146: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-2x+3$ thỏa mãn $F(0)=2$, giá trị của $F(1)$ bằng:

A. 2. **B.** 4. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int x^2-2x+3\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3}-x^2+3x+C$.

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ có $F(0)=2 \Rightarrow C=2$.

Vậy $F(x)=\frac{x^3}{3}-x^2+3x+2 \Rightarrow F(1)=\frac{13}{3}$.

Câu 147: Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, bằng cách đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $-\frac{2u^3}{3}-8u+C$. **B.** u^3-u+C. **C.** $\frac{2u^3}{3}-8u+C$. **D.** $\frac{2u^3}{3}+8u+C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u=\sqrt{x+1}$, $u\ge 0$ nên $u^2=x+1 \Rightarrow \begin{cases}\mathrm{d}x=2u\mathrm{d}u\\ x=u^2-1\end{cases}$.

Khi đó $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x = \int \frac{u^2-1-3}{u}.2u\mathrm{d}u = \int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u = \frac{2u^3}{3}-8u+C$.

Câu 148: $F(x)$ là một nguyên hàm của $y=xe^{x^2}$. Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$?

A. $F(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x^2}+5\right)$. **B.** $F(x)=\frac{1}{2}e^{x^2}+2$.

C. $F(x)=-\frac{1}{2}e^{x^2}+C$. **D.** $F(x)=-\frac{1}{2}\left(2-e^{x^2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy ở Chọn C thì $\left(-\frac{1}{2}e^{x^2}+C\right)' = -xe^{x^2} \ne xe^{x^2}$ nên hàm số ở Chọn C không là một nguyên hàm của hàm $y=xe^{x^2}$.

Câu 149: Cho hai hàm số $F(x)=\left(x^2+ax+b\right)e^{-x}$ và $f(x)=\left(-x^2+3x+6\right)e^{-x}$. Tìm a và b để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

A. $a=-1, b=7$. **B.** $a=-1, b=-7$. **C.** $a=1, b=7$. **D.** $a=1, b=-7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x)=\left(-x^2+(2-a)x+a-b\right)e^{-x}=f(x)$ nên $\begin{cases}2-a=3\\ a-b=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=-7\end{cases}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 150: Khi tính nguyên hàm $f(x)=\dfrac{1}{4+x^2}$ bằng cách đặt $x=2\tan t$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\dfrac{1}{2}t+C$. **B.** $t+C$. **C.** $\dfrac{1}{4+t^2}+C$. **D.** $-\dfrac{1}{2}t+C$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{4+x^2}\mathrm{d}x \quad (*)$.

Đặt $x=2\tan t \left(-\dfrac{\pi}{2}<t<\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $\mathrm{d}x=2\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$.

Thay vào $(*)$ ta được $I=\int\dfrac{1}{4+4\tan^2 t}2.\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t=\int\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}t+C$

Câu 151: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(48x-7)\ln x$ biết $F(1)=5$.

A. $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x+9$. **B.** $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x+10$.

C. $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x+5$. **D.** $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x-5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int(48x-7).\ln x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=(48x-7)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=24x^2-7x\end{cases}$.

Do đó, $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-\int(24x-7)\mathrm{d}x=\left(24x^2-7x\right).\ln x-\left(12x^2-7x\right)+C$.

$=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x+C$.

Vì $F(1)=5$ nên $-5+C=5\Leftrightarrow C=10$.

Vậy $F(x)=\left(24x^2-7x\right).\ln x-12x^2+7x+10$.

Câu 152: Biết $\int xe^{2x}\mathrm{d}x=axe^{2x}+be^{2x}+C \ (a,\ b\in\mathbb{Q})$. Tính tích ab.

A. $ab=-\dfrac{1}{8}$. **B.** $ab=-\dfrac{1}{4}$. **C.** $ab=\dfrac{1}{4}$. **D.** $ab=\dfrac{1}{8}$.

Lờigiải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=e^{2x}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$

Suy ra: $\int xe^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}xe^{2x}-\dfrac{1}{2}\int e^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}xe^{2x}-\dfrac{1}{4}e^{2x}+C$

Vậy: $a=\dfrac{1}{2};\ b=-\dfrac{1}{4}\Rightarrow ab=-\dfrac{1}{8}$.

Câu 153: Tính $F(x)=\int x\sin 2x\,\mathrm{d}x$. Chọn kết quả ***đúng***?

A. $F(x)=-\dfrac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $F(x)=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\sin 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\frac{1}{2}\cos 2x\end{cases}$, ta được

$$F(x)=-\frac{1}{2}x\cos 2x+\frac{1}{2}\int\cos 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}x\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)+C.$$

Câu 154: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln 2x$ là

A. $\frac{x^2}{2}\left(\ln 2x-\frac{1}{2}\right)+C$. **B.** $x^2\ln 2x-\frac{x^2}{2}+C$.

C. $\frac{x^2}{2}(\ln 2x-1)+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}\ln 2x-x^2+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=\ln 2x\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

$$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}.\ln 2x-\int\frac{1}{x}.\frac{x^2}{2}\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}\ln 2x-\frac{x^2}{4}+C=\frac{x^2}{2}\left(\ln 2x-\frac{1}{2}\right)+C.$$

Câu 155: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{3x^3-2x^2+5}{x}$ là

A. $x^3-x^2+5\ln|x|$. **B.** $x^3-x^2+5\ln|x|+C$.

C. $x^3-x^2+5\ln x+C$. **D.** $x^3-x^2+5\ln x+C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int\frac{3x^3-2x^2+5}{x}\mathrm{d}x=\int\left(3x^2-2x+\frac{5}{x}\right)\mathrm{d}x=3\int x^2\mathrm{d}x-2\int x\mathrm{d}x+5\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x==x^3-x^2+5\ln|x|+C.$$

Câu 156: Họ nguyên hàm $\int x.\sqrt[3]{x^2+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{8}.\sqrt[3]{(x^2+1)^4}+C$. **B.** $\frac{3}{8}.\sqrt[3]{(x^2+1)^4}+C$. **C.** $\frac{1}{8}.\sqrt[3]{(x^2+1)}+C$. **D.** $\frac{3}{8}.\sqrt[3]{(x^2+1)}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int x.\sqrt[3]{x^2+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int(x^2+1)^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}(x^2+1)=\frac{3}{8}(x^2+1)^{\frac{4}{3}}+C=\frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2+1)^4}+C$.

Câu 157: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin 2x$, biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

A. $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{\pi}{6}$. **B.** $F(x)=\cos^2 x-\frac{1}{4}$.

C. $F(x)=\sin^2 x-\frac{1}{4}$. **D.** $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn C

Ta có : $F(x)=\int \sin 2x dx=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$; $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0\Rightarrow C=\frac{1}{4}$.

Vậy $F(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}\left(1-2\sin^2 x\right)+\frac{1}{4}=\sin^2 x-\frac{1}{4}$.

Câu 158: Nguyên hàm của $\int\left|6x^2+3x+11\right|dx$ là.

A. $-2x^3-\frac{3x^2}{2}-11x+C$.

B. $6x^3+\frac{3x^2}{2}+11x+C$.

C. $2x^3+3x^2+11x+C$.

D. $2x^3+\frac{3x^2}{2}+11x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left|6x^2+3x+11\right|=6x^2+3x+11 \, do \, 6x^2+3x+11>0 \, \forall x\in\mathbb{R}$.

$\int\left|6x^2+3x+11\right|dx=\int\left(6x^2+3x+11\right)dx=2x^3+\frac{3x^2}{2}+11x+C$.

Câu 159: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2e^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$

A. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\frac{3}{2}\right)\right)+10-\ln 2$.

B. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2e^x+3\right)\right)$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\frac{3}{2}\right)\right)+10$.

D. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\frac{\ln 5}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$F(x)=\int f(x)dx=\int\frac{1}{2e^x+3}dx=\int\frac{e^x}{\left(2e^x+3\right)e^x}dx$.

Đặt $t=e^x\Rightarrow dt=e^x dx$.

$\rightarrow F(x)=\int\frac{1}{(2t+3)t}dt=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{t}{2t+3}\right|+C=\frac{1}{3}\ln\left(\frac{e^x}{2e^x+3}\right)+C=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+C$.

Vì $F(0)=10$ nên $10=\frac{1}{3}(0-\ln 5)+C\Leftrightarrow C=10+\frac{\ln 5}{3}$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\frac{\ln 5}{3}$.

Câu 160: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ và $F(0)=0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 6.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x)=\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

Theo đề $F(0)=0\Rightarrow C=\frac{-1}{2}\Rightarrow F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-\frac{1}{2}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do đó $F(\ln 3)=\frac{1}{2}e^{2\ln 3}-\frac{1}{2}=4.$

Câu 161: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}.x^{\mathrm{e}}+4$ là:

A. $\mathrm{e}^2.x^{\mathrm{e}-1}+C.$ **B.** $\frac{x^{\mathrm{e}+2}}{\mathrm{e}+2}+4x+C.$ **C.** $\frac{x^{\mathrm{e}+1}}{\mathrm{e}+1}+4x+C.$ **D.** $\frac{\mathrm{e}.x^{\mathrm{e}+1}}{\mathrm{e}+1}+4x+C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}.x^{\mathrm{e}}+4\right)\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}.x^{\mathrm{e}+1}}{\mathrm{e}+1}+4x+C.$

Câu 162: Nguyên hàm $\int\frac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=\frac{x-2}{x+1}$ là:

A. $\frac{1}{33}t^{10}+C.$ **B.** $\frac{1}{3}t^{11}+C.$ **C.** $\frac{1}{11}t^{11}+C.$ **D.** $\frac{1}{33}t^{11}+C.$

Lời giải

Chọn D

Biến đổi $I=\int\frac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}}\mathrm{d}x=\int\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{10}.\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}.$

Đặt $t=\frac{x-2}{x+1}\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{3}{(x+1)^2}\mathrm{d}x.$

Do đó $I=\frac{1}{3}\int t^{10}\mathrm{d}t=\frac{1}{33}t^{11}+C.$

Câu 163: Tính $I=\int 8\sin 3x\cos x\mathrm{d}x=a\cos 4x+b\cos 2x+C.$ Khi đó, $a-b$ bằng

A. 1. **B.** $-1.$ **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$I=\int 8\sin 3x\cos x\mathrm{d}x=4\int(\sin 4x+\sin 2x)\mathrm{d}x=-\cos 4x-2\cos 2x+C$

$\Rightarrow a=-1,b=-2.$ Vậy $a-b=1.$

Câu 164: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right).$

A. $\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{3}{2}e^{-2x}+C.$ **B.** $3e^{3x}+6e^{-2x}+C.$ **C.** $\frac{1}{3}e^{3x}-\frac{3}{2}e^{-2x}+C.$ **D.** $e^{3x}-3e^{-2x}+C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x$

$=\int e^{3x}\mathrm{d}x-3\int e^{-2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int e^{3x}\mathrm{d}(3x)+\frac{3}{2}\int e^{-2x}\mathrm{d}(-2x)=\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{3}{2}e^{-2x}+C.$

Câu 165: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int\mathrm{e}^{2x}\cos x\mathrm{d}x.$

A. $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(\sin x+2\cos x)}{5}+C.$ **B.** $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(2\sin x-\cos x)}{5}+C.$

C. $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(\sin x-2\cos x)}{5}+C.$ **D.** $I=\frac{\mathrm{e}^{2x}(2\sin x+\cos x)}{5}+C.$

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = \mathrm{e}^{2x} \\ \mathrm{d}v = \cos x \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x \\ v = \sin x \end{cases}$.

$I = \mathrm{e}^{2x} - 2\int \mathrm{e}^{2x} \sin x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{2x} \sin x - 2J$.

Tính $J = \int \mathrm{e}^{2x} \sin x \mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = \mathrm{e}^{2x} \\ \mathrm{d}v = \sin x \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x \\ v = -\cos x \end{cases}$.

$J = -\mathrm{e}^{2x} \cos x + 2\int \mathrm{e}^{2x} \cos x \mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{2x} \cos x + 2I$.

Khi đó: $I = \mathrm{e}^{2x} \sin x + 2\mathrm{e}^{2x} \cos x - 4I$

$\Rightarrow 5I = \mathrm{e}^{2x}\left(\sin x + 2\cos x\right)$

$\Rightarrow I = \dfrac{\mathrm{e}^{2x}\left(\sin x + 2\cos x\right)}{5} + C$.

Câu 166: Nguyên hàm của $\int \left|-2x+1\right| \mathrm{d}x$ là.

A. $\begin{cases} -x^2 + x + C_1 \ khi \ x < \dfrac{1}{2} \\ x^2 - x + C_2 \ khi \ x > \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} -x^2 + x + C_1 \ khi \ x \ge \dfrac{1}{2} \\ x^2 - x + C_2 \ khi \ x < \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} -x^2 + x + C_1 \ khi \ x \le \dfrac{1}{2} \\ x^2 - x + C_2 \ khi \ x > \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} -x^2 - x + C_1 \ khi \ x \le \dfrac{1}{2} \\ x^2 + x + C_2 \ khi \ x > \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left|-2x+1\right| = \begin{cases} -2x+1 \ khi \ x \le \dfrac{1}{2} \\ 2x-1 \ khi \ x > \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \int \left|-2x+1\right| \mathrm{d}x = \begin{cases} -x^2 + x + C_1 \ khi \ x \le \dfrac{1}{2} \\ x^2 - x + C_2 \ khi \ x > \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 167: Cho $\int f\left(x\right) \mathrm{d}x = 4x^3 + 2x + C_0$. Tính $I = \int xf\left(x^2\right) \mathrm{d}x$.

A. $4x^6 + 2x^2 + C$. **B.** $12x^2 + 2$. **C.** $\dfrac{x^{10}}{10} + \dfrac{x^6}{6} + C$. **D.** $2x^6 + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int xf\left(x^2\right) dx = \dfrac{1}{2}\int f\left(x^2\right) d\left(x^2\right) = \dfrac{1}{2}\left(4\left(x^2\right)^3 + 2\left(x^2\right)\right) + C = 2x^6 + x^2 + C$.

Câu 168: Cho $F\left(x\right) = \cos 2x - \sin x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$. Tính $f\left(\pi\right)$.

A. $f\left(\pi\right) = 0$. **B.** $f\left(\pi\right) = 1$. **C.** $f\left(\pi\right) = -1$. **D.** $f\left(\pi\right) = -3$.

Lời giải

Chọn B

Vì $F\left(x\right) = \cos 2x - \sin x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ nên ta có:

$f\left(x\right) = F'\left(x\right) = \left(\cos 2x - \sin x + C\right)' = -2\sin 2x - \cos x$

Suy ra $f\left(\pi\right) = 1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 169: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 3x.\cos 5x$ là.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{1}{16}\sin 8x+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\sin 2x-\frac{1}{16}\cos 8x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{1}{16}\cos 8x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{1}{16}\cos 8x+C$.

Lời giải

Chọn C

$\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int(\sin 8x-\sin 2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{1}{16}\cos 8x+C$.

Câu 170: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\cos 2x$ là

A. $x\sin 2x-\frac{\cos 2x}{2}+C$.

B. $\frac{x\sin 2x}{2}-\frac{\cos 2x}{4}+C$.

C. $\frac{x\sin 2x}{2}+\frac{\cos 2x}{4}+C$.

D. $x\sin 2x+\frac{\cos 2x}{2}+C$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int x\cos 2x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\frac{1}{2}\sin 2x\end{cases}$.

Khi đó $I=\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{2}\int\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

Câu 171: Nguyên hàm của $\int\left|-2x^2+3x-10\right|\mathrm{d}x$ là.

A. $\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+10x+C$.

B. $-\frac{2x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}-10x+C$.

C. $-\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-10x+C$.

D. $\frac{2x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+10x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left|-2x^2+3x-10\right|=-\left(-2x^2+3x-10\right)$ *do* $-2x^2+3x-10<0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\int\left|-2x^2+3x-10\right|\mathrm{d}x=\int\left(2x^2-3x+10\right)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+10x+C$.

Câu 172: Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+\sin 2x+C$ thì

A. $f(x)=e^x+2\cos 2x$.

B. $f(x)=e^x+\cos 2x$.

C. $f(x)=e^x-\cos 2x$.

D. $f(x)=e^x+\frac{1}{2}\cos 2x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]'=\left(e^x+\sin 2x+C\right)'=e^x+2\cos 2x$.

Câu 173: Biết $F(1)=\frac{1}{3}$. Khi đó một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $F(x)=x^2+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{8}{3}$ **B.** $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{13}{6}$

C. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x-\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{3}$ **D.** $F(x)=x^2+x-\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{2}{3}$

Lời giải

Chọn B

Chia đa thức: $x^3+3x^2+3x-1=(x^2+2x+1)(x+1)-2$

$\Rightarrow f(x)=x+1+\dfrac{-2}{x^2+2x+1}=x+1-\dfrac{2}{(x+1)^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x).dx=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}+C$

Mà $F(1)=\dfrac{1}{3}\Rightarrow C=\dfrac{-13}{6}$. Vậy $\Rightarrow F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{13}{6}$.

Câu 174: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-1)+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

Lời giải

Chọn B

$I=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\sqrt{x}\ln x.\mathrm{d}x$.

Đặt: $t=\sqrt{x}\Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I=2\int t^2\ln t^2.\mathrm{d}t=4\int t^2\ln t.\mathrm{d}t$.

Đặt: $\begin{cases}u=\ln t\\ \mathrm{d}v=t^2\mathrm{d}t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{t}\mathrm{d}t\\ v=\dfrac{t^3}{3}\end{cases}\Rightarrow I=2\left(\dfrac{1}{3}t^3\ln t-\dfrac{1}{3}\int t^2\mathrm{d}t\right)$

$=2\left(\dfrac{1}{3}t^3\ln t-\dfrac{1}{9}t^3+C\right)=\dfrac{2}{9}t^3(3\ln t-1)+C=\dfrac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C=\dfrac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$.

Câu 175: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x$ là

A. $F(x)=-x\cos x+\sin x+C$. **B.** $F(x)=-x\cos x-\sin x+C$.

C. $F(x)=x\cos x-\sin x+C$. **D.** $F(x)=x\cos x+\sin x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int f(x)\mathrm{d}x=\int x\sin x\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\sin x\,\mathrm{d}x\end{cases}$ Ta có $\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\cos x\end{cases}$.

$I=\int f(x)\mathrm{d}x=\int x\sin x\,\mathrm{d}x=-x\cos x+\int\cos x\,\mathrm{d}x=-x\cos x+\sin x+C$.

Câu 176: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x.\cos^3 2x$ khi đặt $t=\sin 2x$ trở thành:

A. $\int(t^2-t^4)\mathrm{d}t$. **B.** $\dfrac{1}{2}\int(t^2-t^4)\mathrm{d}t$. **C.** $\int(t^2+t^4)\mathrm{d}t$. **D.** $\dfrac{1}{2}\int(t^2+t^4)\mathrm{d}t$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sin 2x \Rightarrow \mathrm{d}t=2.\cos 2x\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{d}t=\cos 2x\mathrm{d}x$.

Ta có: $F(x)=\int \sin^2 2x.\cos^3 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int t^2.(1-t^2)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int(t^2-t^4)\mathrm{d}t$.

Câu 177: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)=x+\sin x$ biết $F(0)=19$.

A. $F(x)=x^2+\cos x+20$.

B. $F(x)=\frac{1}{2}x^2+\cos x+20$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}x^2-\cos x+20$.

D. $F(x)=x^2-\cos x+20$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x)=\int(x+\sin x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}-\cos x+C$

Mà $F(0)=19 \Leftrightarrow -1+C=19 \Leftrightarrow C=20 \Rightarrow F(x)=\frac{x^2}{2}-\cos x+20$.

Câu 178: Cho hàm số $f(x)=\left|\frac{5+2x^4}{x^2}\right|$. Khi đó:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^3-\frac{5}{x}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}-\frac{5}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}+\frac{5}{x}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}+5\ln x^2+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left|\frac{5+2x^4}{x^2}\right|=\frac{5+2x^4}{x^2}$ do $\frac{5+2x^4}{x^2}>0$

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left|\frac{5+2x^4}{x^2}\right|\mathrm{d}x=\int\frac{5+2x^4}{x^2}\mathrm{d}x=\int\left(\frac{5}{x^2}+2x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{2x^3}{3}-\frac{5}{x}+C$.

Câu 179: Nguyên hàm của hàm số: $I=\int\sin(2\ln x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{x\left[\sin(2\ln x)-2\cos(2\ln x)\right]}{5}+C$.

B. $I=\frac{x\left[\sin(2\ln x)+2\cos(2\ln x)\right]}{5}+C$.

C. $I=\frac{x\left[\cos(2\ln x)+2\sin(2\ln x)\right]}{5}+C$.

D. $I=\frac{x\left[\cos(2\ln x)-2\sin(2\ln x)\right]}{5}+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=\sin(2\ln x)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{2}{x}\cos(2\ln x)\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$.

$I=x\sin(2\ln x)-2\int\cos(2\ln x)\mathrm{d}x=x\sin(2\ln x)-2J$.

Tính $J=\int\cos(2\ln x)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u=\cos(2\ln x) \\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=-\dfrac{2}{x}\sin(2\ln x)\mathrm{d}x \\ v=x \end{cases}$.

$J=x\cos(2\ln x)+2\int\sin(2\ln x)\mathrm{d}x=x\cos(2\ln x)+2I$.

Khi đó: $I=x\left[\sin(2\ln x)-2\cos(2\ln x)\right]-4I$

$\Rightarrow 5I=x\left[\sin(2\ln x)-2\cos(2\ln x)\right]$

$\Rightarrow I=\dfrac{x\left[\sin(2\ln x)-2\cos(2\ln x)\right]}{5}+C$.

Câu 180: Xét $f(x)=\sqrt{3-x^2}$. Bằng cách đặt $x=\sqrt{3}\sin t$, nguyên hàm của $f(x)$ là.

A. $\sqrt{3-\sin t}+C$. **B.** $\dfrac{3}{2}t-\dfrac{3}{4}\sin 2t+C$. **C.** $\dfrac{3}{2}t+\dfrac{3}{4}\sin 2t+C$. **D.** $\sqrt{3\sin t}+C$.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\sqrt{3-x^2}\mathrm{d}x \quad (*)$.

Đặt $x=\sqrt{3}\sin t \left(-\dfrac{\pi}{2}\le t\le\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $\mathrm{d}x=\sqrt{3}\cos t\mathrm{d}t$ và $\cos t\ge 0$.

Thay vào $(*)$ ta được

$I=\int\sqrt{3-3\sin^2 t}\sqrt{3}\cos t\mathrm{d}t=\int 3\cos^2 t\mathrm{d}t \Leftrightarrow I=\int\dfrac{3(1+\cos 2t)}{2}\mathrm{d}t=\dfrac{3}{2}t+\dfrac{3}{4}\sin 2t+C$

Câu 181: Hàm số $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào sau đây?

A. $f(x)=x^2+e^x$. **B.** $f(x)=3x^2+e^x$. **C.** $f(x)=\dfrac{x^4}{12}+e^x$. **D.** $f(x)=\dfrac{x^4}{3}+e^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \Leftrightarrow F'(x)=f(x)$.

Suy ra hàm số cần tìm là $f(x)=\left(\dfrac{x^3}{3}+e^x\right)'=x^2+e^x$.

Câu 182: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2+\cos x}.\sin x$ và $F(0)=-2\sqrt{3}$. Tính $\int\dfrac{F(x)}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x$?

A. $\dfrac{2}{3}(2x-\sin x)+C$. **B.** $-\dfrac{2}{3}(2x-\sin x)+C$.

C. $-\dfrac{2}{3}(2x+\sin x)+C$. **D.** $\dfrac{2}{3}(2x+\sin x)+C$.

Lời giải:

Chọn C

Xét $\int\sqrt{2+\cos x}.\sin x.\mathrm{d}x$. Đặt $t=\sqrt{2+\cos x}\Rightarrow t^2=2+\cos x\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=-\sin x.\mathrm{d}x$.

Ta có $\int\sqrt{2+\cos x}.\sin x.\mathrm{d}x=-2\int t^2.\mathrm{d}t=-\dfrac{2}{3}t^3+C=-\dfrac{2}{3}\sqrt{(2+\cos x)^3}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Mà $F(0)=-2\sqrt{3}$ nên $C=0$.Do đó $F(x)=-\frac{2}{3}\sqrt{(2+\cos x)^3}$.

Vậy $\int\frac{F(x)}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x=-\frac{2}{3}\int\frac{\sqrt{(2+\cos x)^3}}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x=-\frac{2}{3}\int(2+\cos x)\mathrm{d}x=-\frac{2}{3}(2x+\sin x)+C$.

Câu 183: Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)=\frac{x}{\sin^2 x}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$. Khi đó $F\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 2π **B.** 1 **C.** 0 **D.** -1

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Ta có: $I=\int\frac{x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$

Đặt: $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\cot x\end{cases}$

Khi đó: $I=uv-\int v\,\mathrm{d}u=-x\cot x+\int\cot x\,\mathrm{d}x=-x\cot x+\ln|\sin x|+C$

Nên ta có $F(x)=-x\cot x+\ln|\sin x|+C$, $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1\Rightarrow C=-1$.

$F(x)=-x\cot x+\ln|\sin x|\Rightarrow F\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-1$.

Câu 184: Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A. $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}}+C$ **B.** $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **C.** $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **D.** $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$.

Lời giải

Chọn B

$g(x)=(x+1)f'(x)\Rightarrow\int g(x)dx=\int(x+1)f'(x)dx$

Đặt: $\begin{cases}u=x+1\\ dv=f'(x)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=f(x)\end{cases}$

Suy ra: $\int g(x)dx=(x+1)f(x)-\int f(x)dx=\frac{(x+1)x}{\sqrt{x^2+4}}-\int\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}dx$

$=\frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+4}}-\int\frac{d(x^2+4)}{2\sqrt{x^2+4}}=\frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+4}}-\sqrt{x^2+4}+C=\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$.

Câu 185: Biết $\int\sin^2 x.e^x\mathrm{d}x=(a\sin 2x+b\cos 2x+c)e^x+C$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$ và a,b,c là các phân số tối giản. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có : $I=\int \sin^2 x.e^x dx=\int \frac{1-\cos 2x}{2}.e^x dx=\int \frac{e^x}{2}dx-\frac{1}{2}\int \cos 2x.e^x dx=\frac{1}{2}e^x-\frac{1}{2}J$.

Đặt $\begin{cases} u=\cos 2x \Rightarrow du=-2\sin 2x dx \\ dv=e^x dx \Rightarrow v=e^x \end{cases}$.

Ta có : $J=\cos 2x.e^x+2\int \sin 2x e^x dx \ (1)$.

Đặt $\begin{cases} u=\sin 2x \Rightarrow du=2\cos 2x dx \\ dv=e^x dx \Rightarrow v=e^x \end{cases}$.

Ta có : $\int \sin 2x e^x dx=\sin 2x\, e^x-2\int \cos 2x e^x dx \ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được : $J=\cos 2x.e^x+2\left(\sin 2x e^x-2J\right)$

$\Leftrightarrow J=\frac{1}{5}\left(\cos 2x+2\sin 2x\right)e^x-2C$.

Vậy $I=\frac{1}{2}e^x-\frac{1}{10}\left(\cos 2x+2\sin 2x\right)e^x+C=\left(-\frac{1}{10}\cos 2x-\frac{1}{5}\sin 2x+\frac{1}{2}\right)e^x+C$

Vậy $a=-\frac{1}{10}, b=-\frac{1}{5}, c=\frac{1}{2}$ và $a+b+c=\frac{1}{5}$.

Câu 186: Cho $F(x)=-\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

B. $\int f'(x)\ln x dx=-\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}-\frac{1}{5x^5}+C$.

D. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{5x^5}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F'(x)=\frac{f(x)}{x}\Rightarrow f(x)=x.F'(x)=x.\left(-\frac{1}{3}.x^{-3}\right)'=\frac{1}{x^3}=x^{-3}$

$\Rightarrow f'(x)=-3x^{-4}\Rightarrow f'(x)\ln x=-3x^{-4}\ln x$

Vậy $\int f'(x)\ln x dx=\int\left(-3x^{-4}\ln x\right)dx=-3\int \ln x.x^{-4}dx$

Đặt $u=\ln x; dv=x^{-4}dx\Rightarrow du=\frac{dx}{x}; v=\frac{x^{-3}}{-3}$

Nên $\int f'(x)\ln x dx=-3\int \ln x.x^{-4}dx=-3\left(\frac{\ln x}{-3x^3}+\int \frac{x^{-4}}{3}dx\right)=\frac{\ln x}{x^3}-\int x^{-4}dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

Câu 187: Cho hàm số $f(x)=|x-2|+|x-4|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(0)=2, F(3)=5$ và $F(5)=3$. Tính giá trị của $P=F(6)+F(1)$.

A. 15.

B. 18.

C. 25.

D. 20.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\begin{cases} 2x-6 & khi \ x>4 \\ 2 & khi \ 2\le x\le 4 \\ -2x+6 & khi \ x<2 \end{cases}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(4;+\infty)$ là: $F(x)=x^2-6x+C_1$.

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[2;4]$ là: $F(x)=2x+C_2$

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty;2)$ là: $F(x)=-x^2+6x+C_3$.

Suy ra $F(x)=\begin{cases}x^2-6x+C_1 \, khi \, x>4\\ 2x+C_2 \, khi \, 2\le x\le 4\\ -x^2+6x+C_3 \, khi \, x<2\end{cases}$.

$F(0)=2\Rightarrow C_3=2$.

$F(3)=5\Rightarrow 6+C_2=5\Rightarrow C_2=-1$.

$F(5)=3\Rightarrow -5+C_1=3\Rightarrow C_1=8$.

Do đó: $P=F(6)+F(1)=C_1+5+C_3=8+5+2=15$.

Câu 188: Cho họ nguyên hàm $I=\int\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}\mathrm{d}x$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. Đặt $u=\sqrt{2x-3}$. Khi đó I bằng

A. $\left(2x^2-4x+1\right)\sqrt{2x-3}+C$.

B. $\left(2x^2+4x-1\right)\sqrt{2x-3}+C$.

C. $\left(4x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-3}+C$.

D. $\left(4x^2+2x+1\right)\sqrt{2x-3}+C$.

Lời giải

Chọn C

Xét trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$, ta có:

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}\mathrm{d}x=\int\frac{10x(2x-3)+7}{\sqrt{2x-3}}\mathrm{d}x.$$

Đặt $u=\sqrt{2x-3}\Rightarrow u^2=2x-3\Rightarrow 2u\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\Rightarrow u\mathrm{d}u=\mathrm{d}x$.

Khi đó:

$$\int\frac{10x(2x-3)+7}{\sqrt{2x-3}}\mathrm{d}x=\int\frac{5(u^2+3)u^2+7}{u}u\mathrm{d}u=\int\left[5(u^2+3)u^2+7\right]\mathrm{d}u=\int\left[5u^4+15u^2+7\right]\mathrm{d}u$$

$$=u^5+5u^3+7u+C=(u^4+5u^2+7)u+C$$

$$=\left[(2x-3)^2+5(2x-3)+7\right]\sqrt{2x-3}+C$$

$$=(4x^2-2x+1)\sqrt{2x-3}+C.$$

Câu 189: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^x$ là

A. $-2\sin 2x+\cos 2x+C$.

B. $-2\sin 2x-\cos 2x+C$.

C. $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

D. $-\sin 2x+\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn B

Do $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^x$

nên $f(x)\mathrm{e}^x=(\cos 2x)'\Leftrightarrow f(x)\mathrm{e}^x=-2\sin 2x$.

Khi đó ta có $\int f(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\cos 2x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ \mathrm{d}v = \mathrm{e}^x \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(x)\mathrm{d}x \\ v = \mathrm{e}^x \end{cases}$.

Khi đó $\int f(x)\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \cos 2x + C \Leftrightarrow \int f(x)\mathrm{d}(\mathrm{e}^x) = \cos 2x + C$

$\Leftrightarrow f(x)\mathrm{e}^x - \int f'(x)\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \cos 2x + C \Leftrightarrow \int f'(x)\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = -2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Vậy tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^x$ là $-2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Câu 190: Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x \mathrm{d}x = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$.

B. $\int f'(x)\ln x \mathrm{d}x = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$.

C. $\int f'(x)\ln x \mathrm{d}x = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$.

D. $\int f'(x)\ln x \mathrm{d}x = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x = \frac{1}{2x^2}$. Chọn $f(x) = \frac{-1}{x^2}$.

Khi đó: $\int f'(x)\ln x \mathrm{d}x = \int \frac{2}{x^3}\ln x \mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = \frac{2}{x^3}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \frac{\mathrm{d}x}{x} \\ v = \frac{-1}{x^2} \end{cases}$.

Khi đó: $\int f'(x)\ln x \mathrm{d}x = \int \frac{\ln x}{x^3}\mathrm{d}x = -\frac{\ln x}{x^2} + \int \frac{1}{x^3}\mathrm{d}x = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$.

Câu 191: Cho $F(x) = \int 2x\ln(x+1)\mathrm{d}x$. Biết $F(2) - F(0) = a.\ln b$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a + 7b$.

A. 39. **B.** 25. **C.** 42. **D.** 33.

Lời giải

Chọn A

Xét $I = \int 2x\ln(x+1)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x+1) \\ \mathrm{d}v = 2x\mathrm{d}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x \\ v = x^2 - 1 \end{cases}$.

Ta có $I = (x^2-1)\ln(x+1) - \int \frac{x^2-1}{x+1}dx = (x^2-1)\ln(x+1) - \int (x-1)\mathrm{d}x$

$= (x^2-1)\ln(x+1) - \left(\frac{x^2}{2} - x\right) + C$.

Mà $F(2) - F(0) = a.\ln b$ nên $3\ln 3 = a.\ln b$

Vậy $a = 3,\ b = 3 \Rightarrow 6a + 7b = 39$.

Câu 192: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x.\cos 3x + \cos^3 x.\sin 3x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{16}\sin 4x + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{16}\cos 4x + C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{-3}{16}\sin 4x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{-3}{16}\cos 4x+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int\left(\sin^3 x.\cos 3x+\cos^3 x.\sin 3x\right)\mathrm{d}x$

$=\int\left(\frac{3\sin x-\sin 3x}{4}.\cos 3x+\frac{\cos 3x+3\cos x}{4}.\sin 3x\right)\mathrm{d}x$

$=\int\left(\frac{3}{4}\sin x.\cos 3x-\sin 3x.\cos 3x+\frac{3}{4}\sin 3x.\cos x+\sin 3x.\cos 3x\right)\mathrm{d}x$

$=\frac{3}{4}\int(\sin x.\cos 3x+\sin 3x.\cos x)\mathrm{d}x=\frac{3}{4}\int\sin 4x\,\mathrm{d}x=\frac{-3}{16}\cos 4x+C$

Câu 193: Cho $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+5\right)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0)=6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

A. $\frac{126}{16}$. **B.** $\frac{125}{16}$. **C.** $\frac{123}{16}$. **D.** $\frac{127}{16}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

Ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+5\right)$

$=\int\frac{2\sqrt{x^2+1}+5}{\sqrt{x^2+1}}.x\mathrm{d}x=\int\frac{2t+5}{t}.t\mathrm{d}t=\int(2t+5)\mathrm{d}t=t^2+5t+C=\left(x^2+1\right)+5\sqrt{x^2+1}+C$.

Do $F(0)=6\Rightarrow C=0$. Vậy $F\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{125}{16}$.

Câu 194: Tìm nguyên hàm $I=\int(x-1)\sin 2x\mathrm{d}x$

A. $I=\frac{(1-2x)\cos 2x+\sin 2x}{4}+C$. **B.** $I=\frac{(1-2x)\cos 2x+\sin 2x}{2}+C$.

C. $I=\frac{(2-2x)\cos 2x+\sin 2x}{4}+C$. **D.** $I=\frac{(2-2x)\cos 2x+\sin 2x}{2}+C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases}u=x-1\\ \mathrm{d}v=\sin 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\frac{1}{2}\cos 2x\end{cases}$

Khi đó

$I=\int(x-1)\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x+\frac{1}{2}\int\cos 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$

Câu 195: Xét $I=\int\frac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $x=1+2\sin t$, với $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ khẳng định nào sau đây đúng?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\int \sin t\mathrm{d}t$. **B.** $\int \cos t\mathrm{d}t$. **C.** $\int -\mathrm{d}t$. **D.** $\int \mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}=\dfrac{1}{\sqrt{4-(x-1)^2}}$.

Đặt $x-1=2\sin t$ với $t\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Ta có $\begin{cases}\mathrm{d}x=2\cos t\,\mathrm{d}t\\ \dfrac{1}{\sqrt{4-(x-1)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}=\dfrac{1}{2\cos t}\end{cases}$.

Suy ra $\int\dfrac{1}{\sqrt{4-(x-1)^2}}\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,\mathrm{d}t=\int\mathrm{d}t$.

Câu 196: Biết $\int x\cos 2x\mathrm{d}x=ax\sin 2x+b\cos 2x+C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab?

A. $ab=-\dfrac{1}{4}$. **B.** $ab=-\dfrac{1}{8}$. **C.** $ab=\dfrac{1}{8}$. **D.** $ab=\dfrac{1}{4}$.

Lờigiải

Chọn C

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{1}{2}\sin 2x\end{cases}$

Khi đó $\int x\cos 2x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}x\sin 2x-\dfrac{1}{2}\int\sin 2x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}x\sin 2x+\dfrac{1}{4}\cos 2x+C$

$\Rightarrow a=\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{1}{4}$.

Vậy $ab=\dfrac{1}{8}$.

Câu 197: Cho $F(x)=\int(2x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $F(m)-F(0)<m$ là khoảng $(a;b)$. Tính $P=a-3b$.

A. $P=-2$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=-4$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=2x-1\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\end{cases}$.

$F(x)=\int(2x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{(2x-1)\mathrm{e}^{2x}}{2}-\int\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{(2x-1)\mathrm{e}^{2x}}{2}-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$

$F(m)-F(0)=m\mathrm{e}^{m}-\mathrm{e}^{2m}+1$

$F(m)-F(0)<m\Leftrightarrow m\mathrm{e}^{2m}-\mathrm{e}^{2m}+1<m\Leftrightarrow(m-1)(\mathrm{e}^{2m}-1)<0\Leftrightarrow 0<m<1$.

Suy ra $a=0,b=1\Rightarrow a-3b=-3$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 198: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^x$ là

A. $-2\sin 2x+\cos 2x+C$. **B.** $-2\sin 2x-\cos 2x+C$.

C. $-\sin 2x+\cos 2x+C$. **D.** $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn B

Do $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^x$

Nên $f(x)\mathrm{e}^x=(\cos 2x)' \Leftrightarrow f(x)\mathrm{e}^x=-2\sin 2x$.

Khi đó ta có $\int f(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\cos 2x+C$.

Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\mathrm{e}^x\end{cases}$.

Khi đó $\int f(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\cos 2x+C \Leftrightarrow \int f(x)\mathrm{d}(\mathrm{e}^x)=\cos 2x+C$

$\Leftrightarrow f(x)\mathrm{e}^x-\int f'(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\cos 2x+C \Leftrightarrow \int f'(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=-2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Vậy tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^x$ là $-2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Câu 199: Cho biết $F(x)=\frac{1}{3}x^3+2x-\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{(x^2+a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x)=x\cos ax$.

A. $x\sin x+\cos+C$ **B.** $\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{4}\cos 2x+C$

C. $x\sin x-\cos x+C$ **D.** $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $F'(x)=x^2+2+\frac{1}{x^2}=\frac{(x^2+1)^2}{x^2}$.

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{(x^2+a)^2}{x^2}$ nên $a=1$.

$\int g(x)\mathrm{d}x=\int x\cos x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\sin x\end{cases}$

$\int g(x)\mathrm{d}x=\int x\cos x\mathrm{d}x=x\sin x-\int\sin x\mathrm{d}x=x\sin x+\cos x+C$

Câu 200: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $(2x-1)e^{-x}$ biết $F(0)=2$.

A. $I=(2x-1)e^{-x}+1$. **B.** $I=-(2x+1)e^{-x}+1$.

C. $I=-(2x-3)e^{-x}+1$. **D.** $I=-(2x-1)e^{-x}+1$.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = 2x-1 \\ \mathrm{d}v = e^{-x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2\mathrm{d}x \\ v = -e^{-x} \end{cases}$

Khi đó $I = \int (2x-1)e^{-x}\mathrm{d}x = -(2x-1)e^{-x} + \int 2e^{-x}\mathrm{d}x = -(2x-1)e^{-x} - 2e^{-x} + C$

Ta có $F(x) = -(2x-1)e^{-x} - 2e^{-x} + C, F(0) = 2 \Leftrightarrow C = 1$

$\Rightarrow F(x) = -(2x-1)e^{-x} - 2e^{-x} + 1 = -(2x+1)e^{-x} + 1$

Câu 201: Biết $\int \cos^2 x.\cos 3x\mathrm{d}x = \frac{\sin 3x}{a} + \frac{\sin 5x}{b} + \frac{\sin x}{c} + C$ với $a,b,c \in \mathbb{N}$. Khi đó $a+b-c^2$ bằng

A. 22. **B.** -10. **C.** 16. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\int \cos^2 x.\cos 3x.\mathrm{d}x$

$= \int \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right).\cos 3x\,\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{2}\int (1+\cos 2x).\cos 3x\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{2}\int \cos 3x\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\int \cos 2x.\cos 3x\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{2}\int \cos 3x\mathrm{d}x + \frac{1}{4}\int (\cos 5x + \cos x)\mathrm{d}x = \frac{\sin 3x}{6} + \frac{\sin 5x}{20} + \frac{\sin x}{4} + C.$

Vậy $a+b-c^2 = 6+20-4^2 = 10$.

Câu 202: Biết $\int \sin^4 x\mathrm{d}x = a.x + b\sin 2x + c\sin 4x + C$ với $a,b,c \in \mathbb{Q}$ và a,b,c là các phân số tối giản.

Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\frac{5}{32}$. **B.** $\frac{9}{32}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{21}{32}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\int \sin^4 x\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int (1-2\cos 2x + \cos^2 2x)\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{4}\int \left(1-2\cos 2x + \frac{1+\cos 4x}{2}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{8}\int (3-4\cos 2x + \cos 4x)\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{8}\left(3x - 2\sin 2x + \frac{\sin 4x}{4}\right) + C = \frac{3}{8}x - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + C.$

Vậy $a+b+c = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} + \frac{1}{32} = \frac{5}{32}$.

Câu 203: Xét $I = \int \frac{\ln^2 x}{x\left(1+\sqrt{\ln x + 1}\right)}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t = 1+\sqrt{1+\ln x}$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I = 2\int (t^4 - 5t^3 + 8t^2 - 4t)\mathrm{d}t$. **B.** $I = 2\int (t^4 - 5t^3 - 8t^2 + 4t)\mathrm{d}t$.

C. $I = 2\int (t^4 + 5t^3 + 8t^2 - 4t)\mathrm{d}t$. **D.** $I = 2\int (t^4 - 5t^3 - 8t^2 - 4t)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 1+\sqrt{1+\ln x} \Rightarrow (t-1)^2 = 1+\ln x \Leftrightarrow \ln x = t^2 - 2t \Rightarrow \frac{\mathrm{d}x}{x} = (2t-2)\mathrm{d}t$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Khi đó $I=\int\frac{\ln^2 x}{x\left(1+\sqrt{\ln x+1}\right)}\mathrm{d}x=\int\frac{\left(t^2-2t\right)^2}{t}\cdot\left(2t-2\right)\mathrm{d}t=2\int\left(t^4-5t^3+8t^2-4t\right)\mathrm{d}t$.

Câu 204: Nguyên hàm của $I=\int x\sin x\cos^2 x dx$ là:

A. $I_1=x\cos^3 x+t-\frac{1}{3}t^3+C, t=\sin x$.

B. $I_1=x\cos^3 x+t-\frac{2}{3}t^3+C, t=\sin x$.

C. $I_1=-x\cos^3 x+t-\frac{1}{3}t^3+C, t=\sin x$.

D. $I_1=-x\cos^3 x+t-\frac{2}{3}t^3+C, t=\sin x$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases}u=x\\du=\sin x\cos^2 x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\u=-\cos^3 x dx\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\int x\sin x\cos^2 x dx=-x\cos^3 x+\underbrace{\int\cos^3 x dx}_{I_1}+C_1$.

Xét $I_1=\int\cos^3 x dx=\int\cos x\left(1-\sin^2 x\right)dx$.

Đặt $t=\sin x\Rightarrow dt=\cos x dx$.

$\Rightarrow I_1=\int\left(1-t^2\right)dt=t-\frac{1}{3}t^3+C_2=\sin x-\frac{1}{3}\sin^3 x+C_2$.

Vậy: $I=-x\cos^3 x+I_1=-x\cos^3 x+\sin x-\frac{1}{3}\sin^3 x+C$.

Câu 205: Cho $I=\int\frac{1}{x^3\left(1+x^2\right)}\mathrm{d}x$. Đặt $t=1+x^2$, ta tính được $I=\frac{-a}{x^2}-b\ln|x|+2c\ln\left(1+x^2\right)+C$, ($C$ là hằng số). Khi đó $S=a+b+c$ bằng

A. $\frac{7}{4}$.

B. 2.

C. $\frac{-1}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int\frac{x}{x^4\left(1+x^2\right)}\mathrm{d}x$

$t=1+x^2\Rightarrow\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$

$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\int\frac{1}{\left(t-1\right)^2.t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\left(\frac{-1}{t-1}+\frac{1}{\left(t-1\right)^2}+\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left(-\ln|t-1|-\frac{1}{t-1}+\ln|t|\right)+C$

$=\frac{1}{2}\left(-\ln|x^2|-\frac{1}{x^2}+\ln|1+x^2|\right)+C=-\frac{1}{2x^2}-\ln|x|+\frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right)+C$

$\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=1\\c=\frac{1}{4}\end{cases}\Rightarrow S=a+b+c=\frac{7}{4}$.

Câu 206: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f\left(2\right)=-\frac{1}{5}$ và $f'\left(x\right)=x^3\left[f\left(x\right)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f\left(1\right)$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $-\frac{79}{20}$. **B.** $-\frac{4}{5}$. **C.** $-\frac{4}{35}$. **D.** $-\frac{71}{20}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=x^3\left[f(x)\right]^2 \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)}=x^3 \Rightarrow \int_1^2 \frac{f'(x)}{f^2(x)}\mathrm{d}x=\int_1^2 x^3\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{f(x)}\right)\Big|_1^2=\frac{15}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(1)}=\frac{15}{4} \Leftrightarrow f(1)=-\frac{4}{5}$.

Câu 207: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{25}$ và $f'(x)=4x^3\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{1}{40}$. **B.** $-\frac{391}{400}$. **C.** $-\frac{1}{10}$. **D.** $-\frac{41}{400}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=4x^3\left[f(x)\right]^2 \Rightarrow -\frac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}=-4x^3 \Rightarrow \left[\frac{1}{f(x)}\right]'=-4x^3 \Rightarrow \frac{1}{f(x)}=-x^4+C$

Do $f(2)=-\frac{1}{25}$, nên ta có $C=-9$. Do đó $f(x)=-\frac{1}{x^4+9} \Rightarrow f(1)=-\frac{1}{10}$.

Câu 208: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết x^2-2x là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\sin x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\sin^2 x$ là

A. $(2x-2)\sin x-4\cos x+C$. **B.** $(2-2x)\sin x-2\cos x+C$.

C. $(2-2x)\sin x+4\cos x+C$. **D.** $(2-2x)\sin x-4\cos x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có x^2-2x là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\sin x$ nên ta có

$\left(x^2-2x\right)'=f(x)\sin x \Leftrightarrow 2x-2=f(x)\sin x$.

Tính $I=\int f'(x)\sin^2 x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=\sin^2 x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\mathrm{d}u=2\sin x\cos x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

Suy ra $I=\int f'(x)\sin^2 x\mathrm{d}x=f(x)\sin^2 x-2\int f(x)\sin x\cos x\mathrm{d}x$

$=(2x-2)\sin x-2\int(2x-2)\cos x\mathrm{d}x$

Tính $I_1=\int(2x-2)\cos x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=2x-2\\ \mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ v=\sin x\end{cases}$

Suy ra $I_1=(2x-2)\sin x-2\int\sin x\mathrm{d}x=(2x-2)\sin x+2\cos x+C$

Vậy $I=(2-2x)\sin x-4\cos x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 209: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$. Bằng cách đặt $t=x(x+1)$, ta tìm được $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2019)$ bằng

A. $-\dfrac{2019}{2020}$. **B.** $\dfrac{2019}{2020}$. **C.** $\dfrac{2019.2021}{2020}$. **D.** $2018\dfrac{1}{2020}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}=\dfrac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$

Đặt $t=x(x+1)=x^2+x \Rightarrow \mathrm{d}t=(2x+1)\mathrm{d}x$

Khi đó $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{t^2}\mathrm{d}t=-\dfrac{1}{t}+C=-\dfrac{1}{x(x+1)}+C$.

Mặt khác, $F(1)=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}+C=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=-\dfrac{1}{x(x+1)}+1$.

$$S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2019)=-\left(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\ldots+\frac{1}{2019.2020}\right)+2019$$

$$=-\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}\right)+2019=-\left(1-\frac{1}{2020}\right)+2019$$

$$=2018+\frac{1}{2020}=2018\frac{1}{2020}$$

Câu 210: Tìm $J=\int e^x.\sin x\,\mathrm{d}x$?

A. $J=\dfrac{e^x}{2}(\sin x+\cos x)+C$. **B.** $J=\dfrac{e^x}{2}(\sin x+\cos x+1)+C$.

C. $J=\dfrac{e^x}{2}(\cos x-\sin x)+C$. **D.** $J=\dfrac{e^x}{2}(\sin x-\cos x)+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $\begin{cases}u_1=e^x\\ dv_1=\sin x.\mathrm{dx}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du_1=e^x.dx\\ v_1=-\cos x\end{cases}$

$\Rightarrow J=-e^x\cos x+\int e^x\cos x dx=-e^x\cos x+T \quad \left(T=\int e^x.\cos x dx\right)$

Tính $T=\int e^x.\cos x dx$:

$\Rightarrow T=e^x\sin x-\int e^x\sin x dx=e^x\sin x-J$

$\Rightarrow J=-e^x\cos x+e^x\sin x-J\Leftrightarrow 2J=e^x(\sin x-\cos x)\Leftrightarrow J=\dfrac{e^x}{2}(\sin x-\cos x)+C$

Câu 211: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$ (với) $x>0$ thỏa $F(1)=0$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $F(x)=\frac{(1+\ln x)^2}{2}+\frac{1}{2}$.
B. $F(x)=x+\frac{1}{2}\ln^2 x+\frac{1}{2}$.
C. $F(x)=x+\ln^2 x+\frac{1}{2}$.
D. $F(x)=\frac{1}{2}\ln^2 x+\ln x$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=1+\ln x$ ta có $\mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$. Khi đó $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int t\mathrm{d}t=\frac{t^2}{2}+C=\frac{(1+\ln x)^2}{2}+C$.

Do $F(1)=0$ nên $\frac{1}{2}+C=0\Leftrightarrow C=-\frac{1}{2}$.

Vậy $F(x)=\frac{(1+\ln x)^2}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\ln^2 x+\ln x$.

Câu 212: Cho $F(x)=\int(x+2)\ln(x+1)\mathrm{d}x$. Biết $F(1)-F(0)=a\ln 2+\frac{-7}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $a=b$. **B.** $a<b$. **C.** $a>b$. **D.** $a=b+3$.

Lời giải.

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=\ln(x+1)\\ \mathrm{d}v=(x+2)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x\\ v=\frac{x^2}{2}+2x\end{cases}$.

$$F(x)=\left[\left(\frac{x^2}{2}+2x\right)\ln(x+1)\right]-\frac{1}{2}\int\frac{x^2+4x}{x+1}\mathrm{d}x$$

$$=\left[\left(\frac{x^2}{2}+2x\right)\ln(x+1)\right]-\frac{1}{2}\int\left(x+3-\frac{3}{x+1}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left[\left(\frac{x^2}{2}+2x\right)\ln(x+1)\right]-\frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}+3x-3\ln(x+1)\right]+C.$$

$F(1)-F(0)=4\ln 2+\frac{-7}{4}=a\ln 2+\frac{-7}{b}$.

Suy ra $a=4$, $b=4$.

Vậy $a=b$.

Câu 213: Nguyên hàm $\int\frac{\mathrm{d}x}{2\tan x+1}$ bằng.

A. $\frac{x}{5}+\frac{2}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+C$
B. $\frac{2x}{5}-\frac{1}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+C$
C. $\frac{x}{5}-\frac{1}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+C$
D. $\frac{x}{5}+\frac{1}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+C$

Lời giải

Chọn A

Biến đổi $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{2\tan x+1}$

$$=\int\frac{\cos x}{2\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$=\frac{1}{2}\int\frac{2\cos x-\sin x+\sin x}{2\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$

$=\frac{1}{2}\int\frac{2\cos x-\sin x}{2\sin x+\cos x}\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\underbrace{\int\frac{\sin x}{2\sin x+\cos x}\mathrm{d}x}_{J}=\frac{1}{2}\ln|2\sin x+\cos x|+\frac{1}{2}J.$

Ta có $2J+I=\int 1\mathrm{d}x=x+C$, suy ra $J=\frac{1}{2}(x-I+C_1)$.

Thế kết quả trên trở lại đề: $I=\frac{1}{2}\ln|2\sin x+\cos x|+\frac{1}{4}(x-I+C_1)$

$\Leftrightarrow I=\frac{4}{5}\left[\frac{1}{2}\ln|2\sin x+\cos x|+\frac{1}{4}x\right]+C\Leftrightarrow I=\frac{2}{5}\ln|2\sin x+\cos x|+\frac{1}{5}x+C.$

Câu 214: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x+1}}-\frac{1}{x^2}$. Biết $F(3)=6$, giá trị của $F(8)$ là

A. $\frac{215}{8}$. **B.** $\frac{217}{8}$. **C.** 27. **D.** $\frac{215}{24}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{2x}{\sqrt{x+1}}-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$

$=\int\left(\frac{2(x+1)}{\sqrt{x+1}}-\frac{2}{\sqrt{x+1}}-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$

$=2\int\sqrt{x+1}\mathrm{d}x-2\int\frac{1}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x-\int\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{4}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}-4\sqrt{x+1}+\frac{1}{x}+C.$

Khi đó $F(x)=\frac{4}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}-4\sqrt{x+1}+\frac{1}{x}+C$, một C là số thực nào đó.

Ta có $F(3)=6\Leftrightarrow\frac{4}{3}.(3+1)^{\frac{3}{2}}-4.\sqrt{3+1}+\frac{1}{3}+C=6\Leftrightarrow C=3.$

Vậy $F(8)=\frac{4}{3}.(8+1)^{\frac{3}{2}}-4.\sqrt{8+1}+\frac{1}{8}+3=\frac{217}{8}.$

Câu 215: Biết rằng $I=\int\sin(\ln x)\mathrm{d}x=\frac{ax\sin(\ln x)-bx\cos(\ln x)}{2}+C$, trong đó a, b là các hằng số, khi đó tổng $a+b$ có giá trị là

A. 2. **B.** −2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int\sin(\ln x)\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=\sin(\ln x)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\cos(\ln x)dx\\ v=x\end{cases}.$

Ta có $\int\sin(\ln x)\mathrm{d}x=x\sin(\ln x)-\int\cos(\ln x)\mathrm{d}x.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u=\cos(\ln x) \\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=-\dfrac{1}{x}\sin(\ln x)dx \\ v=x \end{cases}$;

Ta có $I=x\sin(\ln x)-x\cos(\ln x)-\int\sin(\ln x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 2I=x\sin(\ln x)-x\cos(\ln x)+C \Leftrightarrow I=\dfrac{x\sin(\ln x)-x\cos(\ln x)}{2}+C'$;

Câu 216: Biết $\int\sin x.\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=(a\sin x+b\cos x)e^x+C$ với $a,b\in\mathbb{Q}$ và a,b là các phân số tối giản. Khi đó ab bằng

A. 1. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u=e^x \Rightarrow \mathrm{d}u=e^x\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v=\sin x\,\mathrm{d}x \Rightarrow v=-\cos x \end{cases}$.

Ta có : $I=\int\sin xe^x\mathrm{d}x=-\cos x.e^x+\int\cos xe^x\mathrm{d}x\ (1)$.

Đặt $\begin{cases} u=e^x \Rightarrow \mathrm{d}u=e^x\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x \Rightarrow v=\sin x \end{cases}$.

Ta có : $\int\cos xe^x\mathrm{d}x=\sin xe^x-\int\sin xe^x\mathrm{d}x\ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được : $\int\sin xe^x\mathrm{d}x=-\cos xe^x+\sin xe^x-\int\sin xe^x\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 2\int\sin xe^x\mathrm{d}x=-\cos xe^x+\sin xe^x \Leftrightarrow \int\sin xe^x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}(\sin x-\cos x)e^x+C$.

Vậy $a=\dfrac{1}{2}, b=-\dfrac{1}{2}$ và $ab=-\dfrac{1}{4}$.

Câu 217: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{x-2018}$. Biết rằng $F(2020)=F(2015)=\ln 6$. Tính $S=F(2022)+F(2016)$.

A. $S=\ln 24$. **B.** $S=\ln 36$ **C.** $S=\ln 72$. **D.** $S=\ln 48$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\left(\dfrac{1}{x-2018}\right)dx=\ln|x-2018|+C\ (C\in\mathbb{R})$.

$F(x)=\begin{cases} \ln(x-2018)+C_1 & x>2018 \\ \ln(2018-x)+C_2 & x<2018 \end{cases}$.

$F(2020)=\ln 2+C_1=\ln 6\Rightarrow C_1=\ln 3 (x>2018)$.

$F(2015)=\ln 3+C_2=\ln 6\Rightarrow C_2=\ln 2 (x<2018)$.

Vậy $F(x)=\begin{cases} \ln(x-2018)+\ln 3 & x>2018 \\ \ln(2018-x)+\ln 2 & x<2018 \end{cases}$.

$F(2022)=\ln 4+\ln 3=\ln 12$.

$F(2016)=\ln 2+\ln 2=\ln 4$.

$S=F(2022)+F(2016)=\ln 48$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 218: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(5x+1)e^x$ và $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

A. $F(1)=e+3$. **B.** $F(1)=e+2$. **C.** $F(1)=11e-3$. **D.** $F(1)=e+7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F(x)=\int(5x+1)e^x dx$.

Đặt $\begin{cases} u=5x+1 \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=5dx \\ v=e^x \end{cases}$.

$F(x)=(5x+1)e^x-\int 5e^x dx=(5x+1)e^x-5e^x+C=(5x-4)e^x+C$.

Mặt khác $F(0)=3 \Leftrightarrow -4+C=3 \Leftrightarrow C=7$.

$\Rightarrow F(x)=(5x-4)e^x+7$.

Vậy: $F(1)=e+7$.

Câu 219: Hàm số $f(x)=\dfrac{7\cos x-4\sin x}{\cos x+\sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3\pi}{8}$. Giá trị $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng?

A. $\dfrac{3\pi}{8}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{3\pi-11\ln 2}{4}$. **D.** $\dfrac{3\pi-\ln 2}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=\dfrac{\frac{3}{2}(\sin x+\cos x)+\frac{11}{2}(-\sin x+\cos x)}{\cos x+\sin x}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}$

$\Rightarrow F(x)=\int f(x)dx=\int\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}\right)dx=\dfrac{3}{2}x+\int\dfrac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}dx$

$=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{11}{2}\int\dfrac{1}{\cos x+\sin x}d(\cos x+\sin x)=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{11}{2}\ln|\cos x+\sin x|+C$.

Mà $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3\pi}{8}\Rightarrow\dfrac{3\pi}{8}+\dfrac{11}{2}\ln\sqrt{2}+C=\dfrac{3\pi}{8}\Rightarrow C=-\dfrac{11}{4}\ln 2$

Do đó $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{3\pi}{4}+C=\dfrac{3\pi}{4}-\dfrac{11}{4}\ln 2$.

Câu 220: Biết $F(x)=(\sin x-\cos x)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^x$. Biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$.

A. $\int f'(x)e^x dx=2\sin x e^x+C$. **B.** $\int f'(x)e^x dx=(\sin x-\cos x)e^x+C$.

C. $\int f'(x)e^x dx=(\cos x-\sin x)e^x+C$. **D.** $\int f'(x)e^x dx=(\sin x+\cos x)e^x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $F'(x)=2\sin x.e^x=f(x)e^x\Rightarrow f(x)=2\sin x$.

Khi đó $f'(x)e^x=2\cos x e^x$.

Đặt $\begin{cases} u=e^x\Rightarrow du=e^x dx \\ dv=\cos x\,dx\Rightarrow v=\sin x \end{cases}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Ta có : $I=2\int \cos xe^x\mathrm{d}x=2\sin x.e^x-2\int \sin xe^x\mathrm{d}x\ (1)$.

Đặt $\begin{cases}u=e^x\Rightarrow \mathrm{d}u=e^x\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x\Rightarrow v=-\cos x\end{cases}$.

Ta có : $\int \sin xe^x\mathrm{d}x=-\cos xe^x+\int \cos xe^x\mathrm{d}x\ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được : $I=2\sin xe^x+2\cos xe^x-2\int \cos xe^x\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 2I=2\sin xe^x+2\cos xe^x\Leftrightarrow I=(\sin x+\cos x)e^x+C$.

Vậy $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x=(\sin x+\cos x)e^x+C$.

Câu 221: Cho hàm số $f(x)=|6x+1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(1)=7$ và $F(-2)=5$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\begin{cases}3x^2+x+3 & khi\ x\ge -\frac{1}{6}\\ -3x^2-x-15 & khi\ x<-\frac{1}{6}\end{cases}$.

B. $F(x)=|3x^2+x|+C$.

C. $F(x)=\begin{cases}3x^2+x+8 & khi\ x\ge -\frac{1}{6}\\ -3x^2-x+15 & khi\ x<-\frac{1}{6}\end{cases}$.

D. $F(x)=\begin{cases}3x^2+x+3 & khi\ x\ge -\frac{1}{6}\\ -3x^2-x+3 & khi\ x<-\frac{1}{6}\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\begin{cases}6x+1 khi\ x\ge -\frac{1}{6}\\ -6x-1 khi\ x<-\frac{1}{6}\end{cases}$

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên nửa khoảng $\left[-\frac{1}{6};+\infty\right)$ là: $F(x)=3x^2+x+C_1$.

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{6}\right)$ là: $F(x)=-3x^2-x+C_2$.

$F(1)=7\Rightarrow 4+C_1=7\Rightarrow C_1=3$.

$F(-2)=5\Rightarrow -10+C_2=5\Rightarrow C_2=-15$.

$\Rightarrow F(x)=\begin{cases}3x^2+x+3 & \text{khi } x\ge -\frac{1}{6}\\ -3x^2-x-15 & \text{khi } x<-\frac{1}{6}\end{cases}$.

Câu 222: Biết $\int \cos^4 3x\mathrm{d}x=a.x+b\sin 6x+c\sin 12x+C$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$ và a,b,c là các phân số tối giản. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\frac{9}{32}$.

B. $\frac{43}{96}$.

C. $\frac{15}{32}$.

D. $\frac{29}{96}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\int \cos^4 3x\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1+\cos 6x}{2}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int(1+2\cos 6x+\cos^2 6x)\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$=\frac{1}{4}\int\left(1+2\cos 6x+\frac{1+\cos 12x}{2}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{8}\int\left(3+4\cos 6x+\cos 12x\right)\mathrm{d}x$

$=\frac{1}{8}\left(3x+\frac{2}{3}\sin 6x+\frac{\sin 12x}{12}\right)+C=\frac{3}{8}x+\frac{1}{12}\sin 6x+\frac{1}{96}\sin 12x+C.$

Vậy $a+b+c=\frac{3}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{96}=\frac{15}{32}$.

Câu 223: Cho $f(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{\tan x}{\cos x\sqrt{1+a\cos^2 x}}$, biết $F(0)=0$, $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$.

Tính $F\left(\frac{\pi}{3}\right)-F\left(\frac{\pi}{4}\right)$?

A. $\sqrt{3}+\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}-\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}-1$. **D.** $\sqrt{5}-\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn B

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x}{\cos x\sqrt{1+a\cos^2 x}}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x}{\cos^2 x\sqrt{\tan^2 x+1+a}}\mathrm{d}x$

$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2\sqrt{\tan^2 x+1+a}}\mathrm{d}\sqrt{\tan^2 x+1+a}$

$\Rightarrow\sqrt{\tan^2\frac{\pi}{4}+1+a}-\sqrt{\tan^2 0+1+a}=\sqrt{3}-\sqrt{2}.$

$\Rightarrow\sqrt{a+2}=\sqrt{a+1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$\Rightarrow a+2=a+1+2\sqrt{a+1}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+5-2\sqrt{6}\Rightarrow\frac{3-\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\sqrt{a+1}\Rightarrow a=1$

Do đó $F\left(\frac{\pi}{3}\right)-F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\tan x}{\cos x\sqrt{1+\cos^2 x}}\mathrm{d}x=\sqrt{\tan^2\frac{\pi}{3}+2}-\sqrt{\tan^2\frac{\pi}{4}+2}=\sqrt{5}-\sqrt{3}.$

Câu 224: Một nguyên hàm của $f(x)=\frac{x}{\sin^2 x}$ là :

A. $x\cot x-\ln|\sin x|$ **B.** $x\tan x-\ln|\sin x|$

C. $-x\tan x+\ln|\cos x|$ **D.** $-x\cot x+\ln(\sin x)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I=\int\frac{x}{\sin^2 x}dx$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\frac{1}{\sin^2 x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\cot x\end{cases}$

Khi đó: $I=-x\cot x+\int\cot x\mathrm{d}x=-x\cot x+\ln|\sin x|+C$

Câu 225: Tìm $J=\int e^{2x+1}\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x$?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $J=\frac{e^{2x+1}}{4}-\frac{1}{8}e^{2x+1}\left(\sin 2x-\cos 2x\right)+C$.
B. $J=\frac{e^{2x+1}}{4}-\frac{1}{5}e^{2x+1}\left(\sin 2x+\cos 2x\right)+C$.
C. $J=\frac{e^{2x+1}}{4}-\frac{1}{6}e^{2x+1}\left(\sin 2x-\cos 2x\right)+C$.
D. $J=\frac{e^{2x+1}}{2}-\frac{1}{8}e^{2x+1}\left(\sin 2x-\cos 2x\right)+C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int e^{2x+1}\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x=\int e^{2x+1}\frac{1-\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)}{2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int e^{2x+1}\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int e^{2x+1}\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{e^{2x+1}}{4}-\frac{1}{2}I+C$$

Tìm nguyên hàm: $I=\int e^{2x+1}\sin 2x\mathrm{d}x$:

Đặt $\begin{cases}u=e^{2x+1}\\ \mathrm{d}v=\sin 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2e^{2x+1}\mathrm{d}x\\ v=-\frac{1}{2}\cos 2x\end{cases}$.

Ta có $I=\int e^{2x+1}\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}e^{2x+1}\cos 2x+\int e^{2x+1}\cos 2x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=e^{2x+1}\\ \mathrm{d}v=\cos 2x\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2e^{2x+1}\mathrm{d}x\\ v=\frac{1}{2}\sin 2x\end{cases}$;

Ta có $I=\int e^{2x+1}\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{-1}{2}e^{2x+1}\cos 2x+\frac{1}{2}e^{2x+1}\sin 2x-\int e^{2x+1}\sin 2x\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 2I=\frac{1}{2}\left(e^{2x+1}\sin 2x-e^{2x+1}\cos 2x\right)\Leftrightarrow I=\frac{1}{4}\left(e^{2x+1}\sin 2x-e^{2x+1}\cos 2x\right)$;

Vậy $J=\frac{e^{2x+1}}{4}-\frac{1}{8}e^{2x+1}\left(\sin 2x-\cos 2x\right)+C$.

Câu 226: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x.\cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ là

A. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.
B. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.
C. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x+\frac{1}{15}$.
D. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{4}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sin 2x\Rightarrow\mathrm{d}t=2.\cos 2x\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{1}{2}\mathrm{d}t=\cos 2x\mathrm{d}x$.

Ta có $F(x)=\int\sin^2 2x.\cos^3 2x\mathrm{d}x$

$=\int\sin^2 2x\left(1-\sin^2 2x\right).\cos 2x\mathrm{d}x$

$=\frac{1}{2}\int t^2.\left(1-t^2\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\left(t^2-t^4\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{10}t^5+C=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x+C$.

Do $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow\frac{1}{6}\sin^3\frac{\pi}{2}-\frac{1}{10}\sin^5\frac{\pi}{2}+C=0\Leftrightarrow C=-\frac{1}{15}$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.

Câu 227: Biết rằng tích phân $F(x)=\int\cos(2x).\ln(\sin x+\cos x)dx$, $F(0)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{2}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases}u=\ln\left(\sin x+\cos x\right)\\ \cos\left(2x\right)dx=dv\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}dx\\ v=\dfrac{1}{2}\sin\left(2x\right)+\dfrac{1}{2}=\dfrac{\left(\sin x+\cos x\right)^2}{2}\end{cases}$.

$F\left(x\right)=\dfrac{\left(\sin x+\cos x\right)^2\ln\left(\sin x+\cos x\right)}{2}-\dfrac{1}{2}\int\dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}.\left(\sin x+\cos x\right)^2dx$

$=\dfrac{\left(\sin x+\cos x\right)^2\ln\left(\sin x+\cos x\right)}{2}-\dfrac{1}{2}\int\cos 2xdx$

$=\dfrac{\left(\sin x+\cos x\right)^2\ln\left(\sin x+\cos x\right)}{2}-\dfrac{1}{4}\sin\left(2x\right)+C$

$F\left(0\right)=1\Rightarrow C=1$.

Câu 228: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x\ge 3\\ 3x^2-8x+5 & \text{khi } x<3\end{cases}$. Gọi $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$. Biết rằng $F\left(4\right)+F\left(2\right)=30$. Tính giá trị của $P=F\left(5\right)+F\left(1\right)$.

A. 40. **B.** 45. **C.** 50. **D.** 35.

Lời giải

Chọn A

Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên nửa khoảng $\left[3;+\infty\right)$ là: $F\left(x\right)=x^2+x+C_1$.

Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên khoảng $\left(-\infty;3\right)$ là: $F\left(x\right)=x^3-4x^2+5x+C_2$.

Suy ra $F\left(x\right)=\begin{cases}x^2+x+C_1\ khi\ x\ge 3\\ x^3-4x^2+5x+C_2\ khi\ x<3\end{cases}$.

$F\left(4\right)+F\left(2\right)=30\Rightarrow 20+C_1+2+C_2=30\Rightarrow C_1+C_2=8$.

$P=F\left(5\right)+F\left(1\right)=30+C_1+2+C_2=40$.

Câu 229: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g\left(x\right)=\left(x+1\right)f'\left(x\right)$

A. $\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **B.** $\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **C.** $\dfrac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **D.** $\dfrac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int g\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(x+1\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=f\left(x\right)\end{cases}$

Vậy $\int g\left(x\right)\mathrm{d}x=\left(x+1\right)f\left(x\right)-\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow\int g\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{\left(x+1\right)x}{\sqrt{x^2+1}}-\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\Rightarrow \int g(x)\mathrm{d}x = \dfrac{(x+1)x}{\sqrt{x^2+1}} - \sqrt{x^2+1} + C$

$\Rightarrow \int g(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^2+x-x^2-1}{\sqrt{x^2+1}} + C \Rightarrow \int g(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C.$

Câu 230: Biết $\int \sin x e^{-x}\mathrm{d}x = F(x) + C$ và $F(0) = -\dfrac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*, (a;b) = 1$. Khi đó $a^2 - b^2$ bằng

A. -5. **B.** -3. **C.** -15. **D.** -8.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u = e^{-x} \Rightarrow \mathrm{d}u = -e^{-x}\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = \sin x\,\mathrm{d}x \Rightarrow v = -\cos x \end{cases}$.

Ta có : $I = \int \sin x e^{-x}\mathrm{d}x = -\cos x.e^{-x} - \int \cos x e^{-x}\mathrm{d}x \ (1)$.

Đặt $\begin{cases} u = e^{-x} \Rightarrow \mathrm{d}u = -e^{-x}\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = \cos x\mathrm{d}x \Rightarrow v = \sin x \end{cases}$.

Ta có : $\int \cos x e^{-x}\mathrm{d}x = \sin x e^{-x} + \int \sin x e^{-x}\mathrm{d}x \ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được : $\int \sin x e^{x}\mathrm{d}x = -\cos x e^{-x} - \sin x e^{-x} - \int \sin x e^{-x}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 2\int \sin x e^{-x}\mathrm{d}x = -\cos x e^{-x} - \sin x e^{-x} \Leftrightarrow \int \sin x e^{-x}\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2}(\sin x + \cos x)e^{-x} + C$.

Vậy $F(0) = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 231: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \dfrac{x}{(1-x)^4}$ thỏa $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = -\dfrac{1}{2(1-x)^2} + \dfrac{1}{3(1-x)^3} + \dfrac{7}{6}$.

B. $F(x) = -\dfrac{1}{2(1-x)^2} + \dfrac{1}{3(1-x)^3} + C$.

C. $F(x) = -\dfrac{1}{3(1-x)^2} + \dfrac{1}{4(1-x)^3}$.

D. $F(x) = \dfrac{1}{3(1-x)^2} - \dfrac{1}{4(1-x)^3} + \dfrac{11}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 1-x$ ta có $\mathrm{d}x = -\mathrm{d}t$ và $x = 1-t$.

Khi đó

$F(x) = \int f(x)\mathrm{d}x = -\int \dfrac{1-t}{t^4}\mathrm{d}t = \int \left(\dfrac{1}{t^3} - \dfrac{1}{t^4}\right)\mathrm{d}t = -\dfrac{1}{2t^2} + \dfrac{1}{3t^3} + C = -\dfrac{1}{2(1-x)^2} + \dfrac{1}{3(1-x)^3} + C.$

Do $F(0) = 1$ nên $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = \dfrac{7}{6}$.

Vậy $F(x) = -\dfrac{1}{2(1-x)^2} + \dfrac{1}{3(1-x)^3} + \dfrac{7}{6}$.

Câu 232: Biết $\int (x+3).e^{-2x}\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{m}e^{-2x}(2x+n) + C$ với $m, n \in \mathbb{Q}$. Tính $S = m^2 + n^2$.

A. $S = 65$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 41$.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = x+3 \\ \mathrm{d}v = e^{-2x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = -\frac{1}{2}e^{-2x} \end{cases}$

Khi đó $\int (x+3).e^{-2x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}e^{-2x}(x+3) + \frac{1}{2}\int e^{-2x}\mathrm{d}x$

$= -\frac{1}{2}.e^{-2x}(x+3) - \frac{1}{4}e^{-2x} + C = -\frac{1}{4}e^{-2x}.(2x+6+1) + C = -\frac{1}{4}e^{-2x}(2x+7) + C$

Suy ra: $m = 4; n = 7$.

Vậy: $S = m^2 + n^2 = 65$.

Câu 233: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Tính $F(0)$.

A. $-\frac{1}{3}\ln 2 - 2$. **B.** $-\frac{2}{3}\ln 2 - 2$. **C.** $-\frac{2}{3}\ln 2 + 2$. **D.** $-\frac{1}{3}\ln 2 + 2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 1+3\cos x \Rightarrow \mathrm{d}t = -3\sin x\mathrm{d}x$.

Suy ra $F(x) = \int \frac{\sin x}{1+3\cos x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\int \frac{\mathrm{d}t}{t} = -\frac{1}{3}\ln|t| + C = -\frac{1}{3}\ln|1+3\cos x| + C$.

Do $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Leftrightarrow C = 2$. Vậy $F(0) = -\frac{2}{3}\ln 2 + 2$

Câu 234: Biết $F(x) = a.\cos 7x + b\cos 5x + c\cos 3x + d\cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^3 x.\sin x$. Khi đó $F(0)$ bằng

A. $\frac{44}{35}$. **B.** $\frac{9}{35}$. **C.** $\frac{36}{35}$. **D.** $\frac{26}{35}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\int \cos^3 2x.\sin x\mathrm{d}x = \int \left(\frac{\cos 6x + 3\cos 2x}{4}\right)\sin x\,\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{4}\int \cos 6x.\sin x\mathrm{d}x + \frac{3}{4}\int \cos 2x.\sin x\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{8}\int (\sin 7x - \sin 5x)\mathrm{d}x + \frac{3}{8}\int (\sin 3x - \sin x)\mathrm{d}x = -\frac{\cos 7x}{56} + \frac{\cos 5x}{40} - \frac{\cos 3x}{8} + \frac{3\cos x}{8} + C$.

Vậy $F(0) = -\frac{1}{56} + \frac{1}{40} - \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + 1 = \frac{44}{35}$.

Câu 235: Biết rằng $\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x = e^{2x}(a\cos 3x + b\sin 3x) + c$, trong đó a, b, c là các hằng số, khi đó tổng $a+b$ có giá trị là

A. $-\frac{5}{13}$. **B.** $-\frac{1}{13}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{5}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u = e^{2x} \\ \mathrm{d}v = \cos 3x\mathrm{d}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2e^{2x}\mathrm{d}x \\ v = \frac{1}{3}\sin 3x \end{cases}$.

Ta có $\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x = \frac{1}{3}e^{2x}\sin 3x - \frac{2}{3}\int e^{2x}\sin 3x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = e^{2x} \\ \mathrm{d}v = \sin 3x\mathrm{d}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2e^{2x}\mathrm{d}x \\ v = -\dfrac{1}{3}\cos 3x \end{cases}$

Ta có $\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}e^{2x}\sin 3x + \dfrac{2}{9}e^{2x}\cos 3x - \dfrac{4}{9}\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \dfrac{13}{9}\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}e^{2x}\sin 3x + \dfrac{2}{9}e^{2x}\cos 3x + C_1$

$\Leftrightarrow \int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x = e^{2x}\left(\dfrac{2}{13}\cos 3x + \dfrac{3}{13}\sin 3x\right) + C$.

Suy ra $a = \dfrac{2}{13}$ và $b = \dfrac{3}{13}$.

Vậy $a + b = \dfrac{5}{13}$.

Cách khác:

Ta có $\left[\int e^{2x}\cos 3x\mathrm{d}x\right] = \left[e^{2x}\left(a\cos 3x + b\sin 3x\right) + c\right]$

$\Leftrightarrow e^{2x}\cos 3x = 2e^{2x}\left(a\cos 3x + b\sin 3x\right) + e^{2x}\left(-3a\sin 3x + 3b\cos 3x\right)$

$\Leftrightarrow e^{2x}\cos 3x = e^{2x}\left[\left(2a + 3b\right)\cos 3x + \left(-3a + 2b\right)\sin 3x\right]$

Đồng nhất biểu thức ta có $\begin{cases} 2a + 3b = 1 \\ -3a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{2}{13} \\ b = \dfrac{3}{13} \end{cases}$.

Vậy $a + b = \dfrac{5}{13}$.

Câu 236: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^x$ là

A. $2\sin 2x - \cos 2x + C$.
B. $-\sin 2x + \cos 2x + C$.
C. $-2\sin 2x + \cos 2x + C$.
D. $-2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn D

Do $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^x$

nên $f(x)\mathrm{e}^x = (\cos 2x)' \Leftrightarrow f(x)\mathrm{e}^x = -2\sin 2x$.

Khi đó ta có $\int f(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \cos 2x + C$.

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ \mathrm{d}v = \mathrm{e}^x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(x)\mathrm{d}x \\ v = \mathrm{e}^x \end{cases}$.

Khi đó $\int f(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \cos 2x + C \Leftrightarrow \int f(x)\mathrm{d}(\mathrm{e}^x) = \cos 2x + C$

$\Leftrightarrow f(x)\mathrm{e}^x - \int f'(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \cos 2x + C \Leftrightarrow \int f'(x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = -2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Vậy tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^x$ là $-2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Câu 237: Cho nguyên hàm $I = \int \dfrac{\sqrt{x+2}}{x + 6 + 4\sqrt{x+2}}\mathrm{d}x$. Giả sử đặt $t = \sqrt{x+2}$ thì ta được

A. $I = t - 4\ln|t+2| - \dfrac{4}{t+2} + C$.
B. $I = 2t - 4\ln|t+2| + \dfrac{4}{t+2} + C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $I=2t+8\ln\left|t+2\right|-\frac{8}{t+2}+C$. **D.** $I=2t-8\ln\left|t+2\right|-\frac{8}{t+2}+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{x+2}\Rightarrow t^2=x+2\Rightarrow 2t\mathrm{dt}=\mathrm{d}x$.

Khi đó: $I=\int\frac{t}{t^2+4t+4}2t\,\mathrm{dt}=2\int\frac{t^2}{\left(t+2\right)^2}\mathrm{dt}=2\int\frac{\left(t+2\right)^2-4\left(t+2\right)+4}{\left(t+2\right)^2}\mathrm{dt}$.

$=2\int\left[1-\frac{4}{t+2}+\frac{4}{\left(t+2\right)^2}\right]\mathrm{dt}=2\left[t-4\ln\left|t+2\right|-\frac{4}{t+2}\right]+C=2t-8\ln\left|t+2\right|-\frac{8}{t+2}+C$.

Câu 238: $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\tan^4 x$. Biết $F\left(0\right)=0$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$

A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}-\frac{\pi}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}-\frac{\pi}{2}$ **C.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}+\frac{\pi}{4}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{2}{3}-\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$F\left(x\right)=\int\tan^4 x\,\mathrm{d}x$

$=\int\left(\tan^2 x+1-1\right).\tan^2 x\,\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right).\tan^2 x\,\mathrm{d}x=\int\frac{\tan^2 x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x-\int\tan^2 x\,\mathrm{d}x$.

$I_1=\int\frac{\tan^2 x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\tan^2 x\,\mathrm{d}\tan x=\frac{1}{3}\tan^3 x+C$.

$I_2=\int\tan^2 x\,dx=\int\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}dx=\int\frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)\mathrm{d}x=\tan x-x+C$

$\Rightarrow F\left(x\right)=I_1+I_2=\frac{\tan^3 x}{3}+\tan x-x+C$.

Câu 239: Biết $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{\ln^2 x+1}.\frac{\ln x}{x}$ và $F\left(1\right)=\frac{1}{3}$. Tính $\left[F\left(e\right)\right]^2$

A. $\left[F\left(e\right)\right]^2=\frac{1}{3}$. **B.** $\left[F\left(e\right)\right]^2=\frac{8}{9}$. **C.** $\left[F\left(e\right)\right]^2=\frac{8}{3}$. **D.** $\left[F\left(e\right)\right]^2=\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $\int f\left(x\right).dx=\int\sqrt{\ln^2 x+1}.\frac{\ln x}{x}.dx$.

Đặt $\sqrt{\ln^2 x+1}=t\Rightarrow\ln^2 x=t^2-1\Rightarrow\frac{\ln x}{x}.dx=t.dt$

Vì vậy $F\left(x\right)=\frac{\sqrt{\left(\ln^2 x+1\right)^3}}{3}+C$.

Do $F\left(1\right)=\frac{1}{3}\Rightarrow C=0$. Vậy $\left[F\left(e\right)\right]^2=\frac{8}{9}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 240: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết x^2-2x là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\sin x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\sin^2 x$ là

A. $(2-2x)\sin x+4\cos x+C$. **B.** $(2x-2)\sin x-4\cos x+C$.

C. $(2-2x)\sin x-2\cos x+C$. **D.** $(2-2x)\sin x-4\cos x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có x^2-2x là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\sin x$ nên ta có

$$(x^2-2x)'=f(x)\sin x \Leftrightarrow 2x-2=f(x)\sin x.$$

Tính $I=\int f'(x)\sin^2 x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=\sin^2 x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\sin x\cos x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

Suy ra $I=\int f'(x)\sin^2 x\mathrm{d}x=f(x)\sin^2 x-2\int f(x)\sin x\cos x\mathrm{d}x$

$=(2x-2)\sin x-2\int(2x-2)\cos x\mathrm{d}x$

Tính $I_1=\int(2x-2)\cos x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=2x-2\\ \mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ v=\sin x\end{cases}$

Suy ra $I_1=(2x-2)\sin x-2\int\sin x\mathrm{d}x=(2x-2)\sin x+2\cos x+C$

Vậy $I=(2-2x)\sin x-4\cos x+C$.

Câu 241: Biết $\int\sin 3xe^x\mathrm{d}x=F(x)+C$ và $F(0)+C=1$. Khi đó C bằng

A. $-\frac{7}{10}$. **B.** $\frac{13}{10}$. **C.** $-\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=\sin 3x\Rightarrow\mathrm{d}u=3\cos 3x\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\Rightarrow v=e^x\end{cases}$.

Ta có : $I=\int\sin 3xe^x\mathrm{d}x=\sin 3x.e^x-3\int\cos 3xe^x\mathrm{d}x\ (1)$.

Đặt $\begin{cases}u=\cos 3x\Rightarrow\mathrm{d}u=-3\sin 3x\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\Rightarrow v=e^x\end{cases}$.

Ta có : $\int\cos 3xe^x\mathrm{d}x=\cos 3xe^x+3\int\sin 3xe^x\mathrm{d}x\ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được : $I=\sin 3xe^x-3(\cos 3xe^x+3I)$

$\Leftrightarrow 10I=\sin 3xe^x-3\cos 3xe^x\Leftrightarrow I=\frac{1}{10}(\sin 3x-3\cos 3x)e^x+C$.

Mà $F(0)+C=1\Leftrightarrow-\frac{3}{10}+C=1\Leftrightarrow C=\frac{13}{10}$.

Câu 242: Biết rằng $I=\int x\cos(\ln x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}(ax^2\cos(\ln x)+bx^2\sin(\ln x))+C$, trong đó a, b là các hằng số, khi đó $a-b$ có giá trị là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** −2.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn C

$I=\int x\cos(\ln x)\mathrm{d}x;$

Đặt $\begin{cases}u=\cos(\ln x)\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=-\dfrac{1}{x}\sin(\ln x)\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{x^2}{2}\end{cases}.$

Ta có $I=\int x\cos(\ln x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\cos(\ln x)+\dfrac{1}{2}\int x\sin(\ln x)dx.$

Đặt $\begin{cases}u=\sin(\ln x)\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\cos(\ln x)dx\\ v=\dfrac{x^2}{2}\end{cases}.$

Ta có $I=\int x\cos(\ln x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\cos(\ln x)+\dfrac{1}{4}x^2\sin(\ln x)-\dfrac{1}{4}\int x\cos(\ln x)\mathrm{d}x$

Suy ra: $\dfrac{5}{4}I=\dfrac{x^2}{2}\cos(\ln x)+\dfrac{1}{4}x^2\sin(\ln x);$

Vậy $I=\int x\cos(\ln x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{5}\left(2x^2\cos(\ln x)+x^2\sin(\ln x)\right)+C$

Câu 243: Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f(2)=-\dfrac{2}{9}$ và $f'(x)=2x\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng.

A. $-\dfrac{19}{36}$. **B.** $-\dfrac{35}{36}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=2x\left[f(x)\right]^2\Leftrightarrow\dfrac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}=2x\Rightarrow\int\dfrac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}\mathrm{d}x=\int 2x\mathrm{d}x\Rightarrow-\dfrac{1}{f(x)}=x^2+C$

$\Rightarrow f(x)=-\dfrac{1}{x^2+C}$. Theo giả thiết: $f(2)=-\dfrac{2}{9}\Rightarrow-\dfrac{2}{9}=-\dfrac{1}{4+C}\Rightarrow C=\dfrac{1}{2}.$

Vậy $f(x)=-\dfrac{1}{x^2+\dfrac{1}{2}}\Rightarrow f(1)=-\dfrac{2}{3}.$

Câu 244: Cho hàm số $f(x)=(2x-3)e^x$. Nếu $F(x)=(mx+n)e^x$; $m,n\in\mathbb{R}$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì hiệu $m-n$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$F(x)=\int(2x-3)e^x\mathrm{d}x.$

Đặt $\begin{cases}u=2x-3\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\end{cases}.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Suy ra: $F(x)=(2x-3)e^x-2\int e^x dx+C=(2x-3)e^x-2e^x+C=(2x-5)e^x+C$

Suy ra: $m=2;\ n=-5$

Vậy: $m-n=7$.

Câu 245: Biết $\int \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)dx=F(x)+C$ và $F(0)+C=1$. Khi đó C bằng

A. $\frac{5}{4}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{6}-\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)\right]=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\sin 2x\right)$.

Khi đó $\int \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)dx=\int\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}\sin 2x\right)dx=\frac{\sqrt{3}}{4}x-\frac{\cos 2x}{4}+C$.

Ta có: $F(0)+C=1\Leftrightarrow -\frac{1}{4}+C=1\Leftrightarrow C=\frac{5}{4}$.

Câu 246: Biết $\int\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)^5.\sin 4x\,dx=-\frac{\cos^7 2x}{a}+C$. Tìm a biết a là số nguyên

A. $a=14$. **B.** $a=12$. **C.** $a=6$. **D.** $a=7$.

Lời giải

Chọn D

$\int\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)^5.\sin 4x\,dx$

$=\int(\cos 2x)^5.2\sin 2x.\cos 2x\,dx=2\int\cos^6 2x.\sin 2x\,dx=-\int\cos^6 2x\,d\cos 2x=-\frac{\cos^7 2x}{7}+C$.

Câu 247: Biết rằng $\int e^{3x}\sin x\cos x dx=ae^{3x}\cos 2x+be^{3x}\sin 2x+C$, trong đó a, b, c là các hằng số, khi đó tổng $a+b$ có giá trị là

A. $-\frac{1}{17}$. **B.** $\frac{1}{17}$. **C.** $\frac{5}{17}$. **D.** $-\frac{5}{17}$.

Lời giải

Chọn B

$I=\int e^{3x}\sin x\cos x dx=\frac{1}{2}\int e^{3x}\sin 2x dx$

Đặt $\begin{cases}u=e^{3x}\\ dv=\sin 2x dx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=3e^{3x}dx\\ v=-\frac{1}{2}\cos 2x\end{cases}$.

Ta có $I=\frac{1}{2}\int e^{3x}\sin 2x dx=\frac{1}{2}\left(\frac{-1}{2}e^{3x}\cos 2x+\frac{3}{2}\int e^{3x}\cos 2x dx\right)$.

Đặt $\begin{cases}u=e^{3x}\\ dv=\cos 2x dx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=3e^{2x}dx\\ v=\frac{1}{2}\sin 2x\end{cases}$;

Ta có $I=\frac{1}{2}\int e^{3x}\sin 2x dx=-\frac{1}{4}e^{3x}\cos 2x+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}e^{3x}\sin 2x-\frac{3}{2}\int e^{3x}\cos 2x dx\right)$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\Leftrightarrow I=-\frac{1}{4}e^{3x}\cos 2x+\frac{3}{8}e^{3x}\sin 2x-\frac{9}{8}I\Rightarrow \frac{17}{8}I=-\frac{1}{4}e^{3x}\cos 2x+\frac{3}{8}e^{3x}\sin 2x;$

Vậy $I=-\frac{2}{17}e^{3x}\cos 2x+\frac{3}{17}e^{3x}\sin 2x+C$. Khi đó $a=\frac{-2}{17};b=\frac{3}{17}\Rightarrow a+b=\frac{1}{17}$.

Câu 248: Biết rằng $\int e^{2x}\sin^2 x\,dx=\frac{1}{4}e^{2x}\left(a+b\sin 2x+c\cos 2x\right)+C$, trong đó a, b, c là các hằng số, khi đó tổng $a+b+c$ có giá trị là

A. 1. **B.** 2. **C.** −2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int e^{2x}\sin^2 x dx=\int e^{2x}\frac{1-\cos 2x}{2}dx=\frac{1}{4}e^{2x}-\frac{1}{2}\int e^{2x}\cos 2x dx$.

Tìm nguyên hàm: $J=\int e^{2x}\cos 2x dx$:

Đặt $\begin{cases}u=e^{2x}\\ dv=\cos 2x dx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=2e^{2x}dx\\ v=\frac{1}{2}\sin 2x\end{cases}$.

Ta có $\int e^{2x}\cos 2x dx=\frac{1}{2}e^{2x}\sin 2x-\int e^{2x}\sin 2x dx$.

Đặt $\begin{cases}u=e^{2x}\\ dv=\sin 2x dx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=2e^{2x}dx\\ v=-\frac{1}{2}\cos 2x\end{cases}$

Ta có $\int e^{2x}\cos 2x dx=\frac{1}{2}e^{2x}\sin 2x+\frac{1}{2}e^{2x}\cos 2x-\int e^{2x}\cos 2x dx$

$\Leftrightarrow 2J=\frac{1}{2}\left(e^{2x}\sin 2x+e^{2x}\cos 2x\right)\Rightarrow J=\frac{1}{4}\left(e^{2x}\sin 2x+e^{2x}\cos 2x\right);$

Vậy $\int e^{2x}\sin^2 x\,dx=\frac{1}{4}e^{2x}\left(1-\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x\right)+C$.

Vậy $a+b+c=0$.

Câu 249: Biết $\int \sin 2x.\cos 3x dx=F(x)+C$ và $F(\pi)+C=1$. Khi đó C bằng

A. $-\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $-\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\sin 2x.\cos 3x=\frac{1}{2}(\sin x-\sin 5x)$.

Khi đó $\int \sin 2x.\cos 3x dx=\frac{1}{2}\int(\sin x-\sin 5x)dx=-\frac{\cos x}{2}+\frac{\cos 5x}{10}+C$.

Ta có: $F(\pi)+C=1\Leftrightarrow\frac{2}{5}+C=1\Leftrightarrow C=\frac{3}{5}$.

Câu 250: Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$, hàm số $f(x)=\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$ (đặt) $t=\sqrt{2x-3}$ có một nguyên hàm $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{2x-3}$ (a,b,c là các số nguyên), Tổng $S=a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $t=\sqrt{2x-3}\Rightarrow t^2=2x-3\Rightarrow \mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$

Khi đó $\int\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}\mathrm{d}x=\int\frac{20\left(\frac{t^2+3}{2}\right)^2-30\left(\frac{t^2+3}{2}\right)+7}{t}t\mathrm{d}t$

$=\int\left(5t^4+15t^2+7\right)\mathrm{d}t=t^5+5t^3+7t+C$

$=\sqrt{(2x-3)^5}+5\sqrt{(2x-3)^3}+7\sqrt{2x-3}+C$

$=(2x-3)^2\sqrt{2x-3}+5(2x-3)\sqrt{2x-3}+7\sqrt{2x-3}+C=\left(4x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-3}+C$

Vậy $F(x)=\left(4x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-3}$. Suy ra $S=a+b+c=3$.

Câu 251: Giả sử $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2e^x$.Tính tích $P=abc$.

A. -4. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 1.

Lờigiải

Chọn A

Ta đặt: $\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}\Rightarrow\int x^2e^x\mathrm{d}x=x^2e^x-2\int xe^x\mathrm{d}x.$

Ta đặt: $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}\Rightarrow\int x^2e^x\mathrm{d}x=x^2e^x-2\left(xe^x-\int e^x\mathrm{d}x\right)=\left(x^2-2x+2\right)e^x.$

Vậy $a=1,b=-2,c=2\Rightarrow P=abc=-4$.

Câu 252: Xét $I=\int\frac{1}{x^2}\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $x=2\cos 2t$, với $t\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=-\int\frac{1}{\cos^2 2t}\mathrm{d}t+\int\frac{1}{\cos 2t}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\frac{1}{\cos^2 2t}\mathrm{d}t-\int\frac{1}{\cos 2t}\mathrm{d}t$.

C. $I=-\int\frac{1}{\cos^2 2t}\mathrm{d}t-\int\frac{1}{\cos 2t}\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int\frac{1}{\cos^2 2t}\mathrm{d}t+\int\frac{1}{\cos 2t}\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=2\cos 2t$ với $t\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có $\begin{cases}\mathrm{d}x=-4\sin 2t\,\mathrm{d}t\\ \sqrt{\frac{2-x}{2+x}}=\sqrt{\frac{2-2\cos 2t}{2+2\cos 2t}}=\sqrt{\frac{4\sin^2 t}{4\cos^2 t}}=\frac{\sin t}{\cos t}.\end{cases}$

Suy ra nguyên hàm đã cho viết thành

$I=\int\frac{1}{x^2}\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}\mathrm{d}x$

$=-\int\frac{1}{4\cos^2 2t}\cdot\frac{\sin t}{\cos t}\cdot 4\sin 2t\,\mathrm{d}t=-\int\frac{2\sin^2 t}{\cos^2 2t}\mathrm{d}t=-\int\frac{1-\cos 2t}{\cos^2 2t}\mathrm{d}t=-\int\frac{1}{\cos^2 2t}\mathrm{d}t+\int\frac{1}{\cos 2t}\mathrm{d}t.$

Câu 253: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln\sqrt{1+x^2}$ và $F(0)=-\frac{1}{4}$. Tính $F\left(\sqrt{e^2-1}\right)$:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. 0 **B.** $\frac{1}{4}e$. **C.** $\frac{1}{4}e^2$. **D.** $\frac{1}{2}e^2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $F(x)=\int\left(x\ln\sqrt{1+x^2}\right)\mathrm{d}x$

Dùng phương pháp đổi biến, đặt $t=\sqrt{1+x^2}$ ta được $F(x)=\int t.\ln t\mathrm{d}t$

Đặt $\begin{cases}u=\ln t\\ \mathrm{d}v=t\mathrm{d}t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{t}dt\\ v=\frac{t^2}{2}\end{cases}$

Ta được $F(x)=\frac{t^2}{2}.\ln t-\int\frac{t^2}{2}.\frac{1}{t}dt=-\frac{t^2}{2}.\ln t-\frac{1}{4}.t^2+C=\frac{1}{2}(x^2+1)\ln\sqrt{x^2+1}-\frac{1}{4}(x^2+1)+C$.

Do $F(0)=-\frac{1}{4}$ nên $C=0\Rightarrow F\left(\sqrt{e^2-1}\right)=\frac{1}{4}e^2$.

Câu 254: Cho $F(x)=\int\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{5\sin x+7-\cos x(5+2\sin x)}\mathrm{d}x$, và $F(0)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln 2$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}\ln\frac{3}{4}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\frac{3}{4}$.

C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\frac{3}{4}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\sqrt{2}\ln\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$F(x)=\int\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{5\sin x+7-\cos x(5+2\sin x)}\mathrm{d}x$

$=\int\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x+\cos x)}{1-\sin 2x+5(\sin x-\cos x)+6}\mathrm{d}x=\frac{1}{\sqrt{2}}\int\frac{\sin x+\cos x}{(\sin x-\cos x)^2+5(\sin x-\cos x)+6}\mathrm{d}x$.

Đặt: $t=\sin x-\cos x\Rightarrow\mathrm{d}t=(\cos x+\sin x)\mathrm{d}x$.

$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}\int\frac{\mathrm{d}t}{t^2+5t+6}=\frac{1}{\sqrt{2}}\int\left(\frac{1}{t+2}-\frac{1}{t+3}\right)\mathrm{d}t$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\frac{t+2}{t+3}\right|+C=\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\frac{\sin x-\cos x+2}{\sin x-\cos x+3}\right|+C$

$F(0)=-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln 2+C=-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln 2\Rightarrow C=0$

Vậy $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\frac{3}{4}$.

Câu 255: Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **B.** $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **C.** $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **D.** $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$.

Lời giải

Chọn B

$g(x)=(x+1)f'(x)\Rightarrow\int g(x)dx=\int(x+1)f'(x)dx$

Đặt: $\begin{cases}u=x+1\\dv=f'(x)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=f(x)\end{cases}$

Suy ra: $\int g(x)dx=(x+1)f(x)-\int f(x)dx=\frac{(x+1)x}{\sqrt{x^2+4}}-\int\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}dx$

$=\frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+4}}-\int\frac{d(x^2+4)}{2\sqrt{x^2+4}}=\frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+4}}-\sqrt{x^2+4}+C=\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$.

Câu 256: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2+6x+2 & \text{khi } x\ge 2\\ \frac{12}{2x-5} & \text{khi } x<2\end{cases}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $F(3)=10$ và $F(1)=8$. Tính giá trị của biểu thức $P=F(4)+F(-2)$.

A. $78+6\ln 3$. **B.** $80+6\ln 3$. **C.** 72. **D.** $78-6\ln 3$.

Lời giải

Chọn A

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[2;+\infty)$ là: $F(x)=x^3+3x^2+2x+C_1$

mà $F(3)=10\Rightarrow 27+27+6+C_1=10\Rightarrow C_1=-50$.

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(-\infty;2)$ là: $F(x)=6\ln|2x-5|+C_2$

mà $F(1)=8\Rightarrow 6.\ln 3+C_2=8\Rightarrow C_2=8-6.\ln 3$.

$\Rightarrow F(x)=\begin{cases}x^3+3x^2+2x-50 & \text{khi } x\ge 2\\ 6\ln|2x-5|+8-6\ln 3 & \text{khi } x<2\end{cases}$.

Do đó $P=F(4)+F(-2)=78+6\ln 3$.

Câu 257: Hàm số $f(x)=\frac{7\cos x-4\sin x}{\cos x+\sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\pi}{8}$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng?

A. $\frac{3\pi}{8}$. **B.** $\frac{3\pi-11\ln 2}{4}$. **C.** $\frac{3\pi}{4}$. **D.** $\frac{3\pi-\ln 2}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=\frac{\frac{3}{2}(\sin x+\cos x)+\frac{11}{2}(-\sin x+\cos x)}{\cos x+\sin x}=\frac{3}{2}+\frac{11}{2}.\frac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}$

$\Rightarrow F(x)=\int f(x)dx=\int\left(\frac{3}{2}+\frac{11}{2}.\frac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}\right)dx$

$=\frac{3}{2}x+\int\frac{11}{2}.\frac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}dx$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$=\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}\int\frac{1}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}(\cos x+\sin x)=\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}\ln|\cos x+\sin x|+C.$

Mà $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\pi}{8}\Rightarrow\frac{3\pi}{8}+\frac{11}{2}\ln\sqrt{2}+C=\frac{3\pi}{8}\Rightarrow C=-\frac{11}{4}\ln 2$

Do đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3\pi}{4}+C=\frac{3\pi}{4}-\frac{11}{4}\ln 2.$

Câu 258: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x+1}}-\frac{1}{x^2}$. Biết $F(3)=6$, giá trị của $F(8)$ là

A. $\frac{217}{8}$. **B.** 27. **C.** $\frac{215}{24}$. **D.** $\frac{215}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)dx=\int\left(\frac{2x}{\sqrt{x+1}}-\frac{1}{x^2}\right)dx=\int\left(\frac{2(x+1)-2}{\sqrt{x+1}}-\frac{1}{x^2}\right)dx$

$=2\int\sqrt{x+1}dx-2\int\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx-\int\frac{1}{x^2}dx$

$=2\int(x+1)^{\frac{1}{2}}d(x+1)-2\int(x+1)^{-\frac{1}{2}}d(x+1)-\int x^{-2}dx$

$=\frac{4(x+1)^{\frac{3}{2}}}{3}-4\sqrt{x+1}+\frac{1}{x}+C.$

Suy ra $F(x)=\frac{4(x+1)^{\frac{3}{2}}}{3}-4\sqrt{x+1}+\frac{1}{x}+C.$

Mặt khác: $F(3)=6\Leftrightarrow 6=\frac{4(3+1)^{\frac{3}{2}}}{3}-4\sqrt{3+1}+\frac{1}{3}+C\Leftrightarrow C=3.$

Vậy $F(8)=\frac{4(8+1)^{\frac{3}{2}}}{3}-4\sqrt{8+1}+\frac{1}{8}+3=\frac{217}{8}.$

Câu 259: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{1}{e^x+e^{-x}+2}$ thỏa $F(0)=0$ là

A. $F(x)=-\frac{4}{e^x+1}+4.$ **B.** $F(x)=-\frac{2}{e^x+1}.$

C. $F(x)=-\frac{3}{e^x+1}+\frac{3}{2}.$ **D.** $F(x)=-\frac{1}{e^x+1}+\frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=e^x$, suy ra $\mathrm{d}t=e^x\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{\mathrm{d}t}{e^x}=\mathrm{d}x$ hay $\frac{dt}{t}=dx.$

Khi đó $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{d}t}{t\left(t+\frac{1}{t}+2\right)}=\int\frac{\mathrm{d}t}{t^2+2t+1}=\int\frac{\mathrm{d}t}{(t+1)^2}=-\frac{1}{t+1}+C=-\frac{1}{e^x+1}+C.$

Do $F(0)=0$ nên $-\frac{1}{e^0+1}+C=0\Leftrightarrow C=\frac{1}{2}.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Vậy $F(x)=-\frac{1}{e^x+1}+\frac{1}{2}$.

Câu 260: Cho biết $\int xe^{2x}dx=G(x)=\frac{1}{4}e^{2x}(ax+b)+C$, trong đó $a,b\in\mathbb{Z}$ và C là hằng số thỏa mãn $G(0)=-1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. $ab+4C=-5$. **B.** $a+2b+C=0$. **C.** $b>a$. **D.** $2a-b=0$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u=x\Rightarrow du=dx$,

$dv=e^{2x}dx\Rightarrow v=\frac{e^{2x}}{2}$.

Ta có $\int xe^{2x}dx=\frac{xe^{2x}}{2}-\int\frac{e^{2x}}{2}dx=\frac{xe^{2x}}{2}-\frac{e^{2x}}{4}+C=\frac{e^{2x}}{4}(2x-1)+C$. Suy ra $a=2$, $b=-1$.

$G(0)=-1\Rightarrow\frac{e^0}{4}(2.0-1)+C=-1\Leftrightarrow C=-\frac{3}{4}$

Câu 261: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{x^2+\ln^2 x}{x},\forall x\neq 0$, biết $F(1)=\frac{1}{2}$.

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$. **B.** $\frac{x^2}{2}+\frac{\ln^3 x}{3}+\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{x^2}{2}-\frac{\ln^3 x}{3}$. **D.** $\frac{x^2}{2}+\frac{\ln^3 x}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$F(x)=\int\frac{x^2+\ln^2 x}{x}dx=\int xdx+\int\frac{\ln^2 x}{x}dx=\frac{x^2}{2}+\int\ln^2 x\,d(\ln x)=\frac{x^2}{2}+\frac{\ln^3 x}{3}+C$.

Do $F(1)=\frac{1}{2}\Rightarrow C=0$.

Vậy $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{\ln^3 x}{3}$.

Câu 262: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0;\pi)$ là

A. $x\cot x+\ln|\sin x|+C$. **B.** $-x\cot x-\ln(\sin x)+C$.

C. $-x\cot x+\ln(\sin x)+C$. **D.** $x\cot x-\ln|\sin x|+C$.

Lời giải

Chọn C

$F(x)=\int f(x)dx=\int\frac{x}{\sin^2 x}dx$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=\frac{1}{\sin^2 x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=-\cot x\end{cases}$.

Khi đó:

$F(x)=\int\frac{x}{\sin^2 x}dx=-x.\cot x+\int\cot x dx=-x.\cot x+\int\frac{\cos x}{\sin x}dx=-x.\cot x+\int\frac{d(\sin x)}{\sin x}$

$=-x.\cot x+\ln|\sin x|+C$. Với $x\in(0;\pi)\Rightarrow\sin x>0\Rightarrow\ln|\sin x|=\ln(\sin x)$.

Vậy $F(x)=-x\cot x+\ln(\sin x)+C$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 263: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và thỏa mãn $f'(x)=x\left(e^x-\frac{1}{x}\right)$, $f(1)=e^2$. Tính $f(2)$

A. $2e^2$. **B.** $2e^2-1$. **C.** e^2-1. **D.** $2e^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=x\left(e^x-\frac{1}{x}\right)=xe^x-1$.

$f(x)=\int xe^x\mathrm{d}x-\int 1\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}$

$f(x)=xe^x-\int e^x\mathrm{d}x-x=(x-1)e^x-x+C$.

Mà $f(1)=e^2\Rightarrow C=e^2+1$.

Suy ra $f(x)=(x-1)e^x-x+e^2+1$.

Vậy $f(2)=2e^2-1$.

Câu 264: Xét $I=\int\frac{f^5(x).f'(x)}{\sqrt{\left(f(x)\right)^2+1}}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=\sqrt{\left(f(x)\right)^2+1}$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\int\left(t^4-2t^2+1\right)\mathrm{t}\,\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\frac{t^4-2t^2+1}{t}\mathrm{d}t$.

C. $I=\int\left(t^4-2t^2+1\right)\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int\left(t^2-2t+1\right)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{\left(f(x)\right)^2+1}\Rightarrow t^2=\left(f(x)\right)^2+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2f(x)f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow f(x)f'(x)\mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$

$t^2=\left(f(x)\right)^2+1\Rightarrow\left(f(x)\right)^2=t^2-1\Rightarrow\left(f(x)\right)^4=\left(t^2-1\right)^2=t^4-2t^2+1$

Vậy $I=\int\frac{f^5(x).f'(x)}{\sqrt{\left(f(x)\right)^2+1}}\mathrm{d}x=\int\frac{f^4(x).f(x).f'(x)}{\sqrt{\left(f(x)\right)^2+1}}\mathrm{d}x=\int\frac{\left(t^4-2t^2+1\right)t}{t}\mathrm{d}t=\int\left(t^4-2t^2+1\right)\mathrm{d}t$

Câu 265: Xét $I=\int x^7\left(4x^4-3\right)^5\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=4x^4-3$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\frac{1}{64}\int\left(t^2+3t\right)\mathrm{d}t$. **B.** $I=\frac{1}{64}\int\left(t^6+3t^5\right)\mathrm{d}t$.

C. $I=\frac{1}{4}\int t^5\mathrm{d}t$. **D.** $I=\frac{1}{4}\int\left(t^2+3t\right)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\int x^7\left(4x^4-3\right)^5\mathrm{d}x=\int x^4\left(4x^4-3\right)^5x^3\mathrm{d}x$.

Đặt $t=4x^4-3\Rightarrow\mathrm{d}t=16x^3\mathrm{d}x$.

V ậy $I=\int\frac{t+3}{4}.t^5.\frac{1}{16}\mathrm{d}t=\frac{1}{64}\int\left(t^6+3t^5\right)\mathrm{d}t$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 266: Cho $F(x)=(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(x-2)e^x+C$.
B. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{2-x}{2}e^x+C$.
C. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(4-2x)e^x+C$.
D. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(2-x)e^x+C$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề bài ta có $\int f(x).e^{2x}\mathrm{d}x=(x-1)e^x+C$, suy ra $f(x).e^{2x}=\left[(x-1)e^x\right]'=e^x+(x-1).e^x$

$\Rightarrow f(x)=e^{-x}+(x-1).e^{-x}\Rightarrow f'(x)=(1-x).e^{-x}$

Suy ra $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=\int(1-x)e^x\mathrm{d}x=\int(1-x)\mathrm{d}(e^x)=e^x(1-x)+\int e^x\mathrm{d}x=e^x(2-x)+C$.

Câu 267: Xét $I=\int\dfrac{\cos^2x}{\sin^8x}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=\cot x$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\int(t^2+t^4)\mathrm{d}t$.
B. $I=-\int(t^2+2t^4+t^6)\mathrm{d}t$.
C. $I=-\int(t^2+t^4)\mathrm{d}t$.
D. $I=\int(t^2+2t^4+t^6)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\cot x\Rightarrow\begin{cases}dt=-\dfrac{1}{\sin^2x}\mathrm{d}x\\ \dfrac{1}{\sin^2x}=1+\cot^2x=1+t^2\end{cases}$

Suy ra

$$\int\frac{\cos^2x}{\sin^8x}\mathrm{d}x=\int\cot^2x\left(\frac{1}{\sin^6x}\right)\mathrm{d}x=\int\cot^2x\left[\left(1+\cot^2x\right)^2.\frac{1}{\sin^2x}\right]\mathrm{d}x=\int-t^2\left(1+t^2\right)^2\mathrm{d}t$$

Vậy $I=\int\dfrac{\cos^2x}{\sin^8x}\mathrm{d}x=-\int(t^2+2t^4+t^6)t\mathrm{d}$

Câu 268: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{4x^2-12x+9}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(3)+2F(1)=30$. Tính giá trị của $P=F(4)+2F(0)$.

A. 45.
B. 50.
C. 30.
D. 35.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=\sqrt{(2x-3)^2}=|2x-3|=\begin{cases}2x-3 khi\ x\ge\dfrac{3}{2}\\ -2x+3 khi\ x<\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên nửa khoảng $\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$ là: $F(x)=x^2-3x+C_1$.

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$ là: $F(x)=-x^2+3x+C_2$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$\Rightarrow F(x)=\begin{cases} x^2-3x+C_1 \text{ khi } x\ge \dfrac{3}{2} \\ -x^2+3x+C_2 \text{ khi } x<\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

$F(3)+2.F(1)=30 \Rightarrow C_1+2(2+C_2)=30 \Rightarrow C_1+2C_2=26$.

$P=F(4)+2.F(0)=4+C_1+2C_2=30$.

Câu 269: Một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{x}{\cos^2 x}$ là:

A. $x\tan x-\ln|\sin x|$ **B.** $x\tan x-\ln|\cos x|$

C. $x\tan x+\ln(\cos x)$ **D.** $x\tan x+\ln|\cos x|$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I=\int \dfrac{x}{\cos^2 x}dx$

Đặt $\begin{cases} u=x \\ \mathrm{d}v=\dfrac{1}{\cos^2 x}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=\tan x \end{cases}$

Khi đó: $I=x\tan x-\int \tan x\mathrm{d}x=x\tan x+\ln|\cos x|+C$

Câu 270: Biết $\int \sin^3 x.\sin 3x\mathrm{d}x=a\sin 2x+b\sin 4x+c\sin 6x+dx+C$ với $a,b,c,d\in\mathbb{Q}$ và a,b,c,d là các phân số tối giản. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

A. $\dfrac{1}{96}$. **B.** $-\dfrac{19}{96}$. **C.** $\dfrac{19}{96}$. **D.** $-\dfrac{1}{96}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\sin^3 x.\sin 3x=\dfrac{3\sin x-\sin 3x}{4}.\sin 3x$

$=\dfrac{3}{4}\sin x.\sin 3x-\dfrac{1}{4}\sin^2 3x$

$=\dfrac{3}{8}(\cos 2x-\cos 4x)-\dfrac{1-\cos 6x}{8}=\dfrac{3}{8}\cos 2x-\dfrac{3}{8}\cos 4x+\dfrac{1}{8}\cos 6x-\dfrac{1}{8}$.

Khi đó $\int \sin^3 x.\sin 3x\mathrm{d}x=\int\left(\dfrac{3}{8}\cos 2x-\dfrac{3}{8}\cos 4x+\dfrac{1}{8}\cos 6x-\dfrac{1}{8}\right)\mathrm{d}x$

$=\dfrac{3\sin 2x}{16}-\dfrac{3\sin 4x}{32}+\dfrac{\sin 6x}{48}-\dfrac{1}{8}x+C$.

Vậy $a+b+c+d=\dfrac{3}{16}-\dfrac{3}{32}+\dfrac{1}{48}-\dfrac{1}{8}=-\dfrac{1}{96}$.

Câu 271: Giả sử $\int \dfrac{(2x+3)\mathrm{d}x}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1}=-\dfrac{1}{g(x)}+C$ (C là hằng số, đặt) $t=x^2+3x$. Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

A. 3. **B.** −1. **C.** 1. **D.** −3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x(x+1)(x+2)(x+3)+1=(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1=\left[(x^2+3x)+1\right]^2$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $t=x^2+3x$, khi đó $\mathrm{d}t=(2x+3)\mathrm{d}x$.

Tích phân ban đầu trở thành $\int\frac{\mathrm{d}t}{(t+1)^2}=-\frac{1}{t+1}+C$.

Trở lại biến x, ta có $\int\frac{(2x+3)\mathrm{d}x}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1}=-\frac{1}{x^2+3x+1}+C$.

Vậy $g(x)=x^2+3x+1$.

$$g(x)=0\Leftrightarrow x^2+3x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\\x=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng -3.

Câu 272: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x\ln(x+2)$ biết $F(-1)=\frac{1}{2}$

A. $F(x)=\frac{x^2}{2}\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{4}+3$.

B. $F(x)=\frac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{2}+1$.

C. $F(x)=\frac{x^2}{2}\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{2}+1$.

D. $F(x)=\frac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\frac{x^2-4x}{4}+3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=\ln(x+2)\\\mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\mathrm{d}u=\frac{\mathrm{d}x}{x+2}\\v=\frac{x^2}{2}\end{array}\right.$

Suy ra $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x\ln(x+2)\mathrm{d}x$

$=\frac{x^2}{2}\ln(x+2)-\frac{1}{2}\int\frac{x^2}{x+2}\mathrm{d}x$

$=\frac{x^2}{2}\ln(x+2)-\frac{1}{2}\int\left(x-2+\frac{4}{x+2}\right)\mathrm{d}x=\frac{x^2-4}{2}\ln(x+2)-\frac{x^2-4x}{2}+C$.

$F(-1)=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1-4}{2}\ln(-1+2)-\frac{1-4(-1)}{2}+C=\frac{1}{2}\Leftrightarrow C=3$

Câu 273: Cho hàm số $f(x)=|2x-4|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(3)+F(1)=18$. Tính giá trị của $P=F(4)+F(0)$.

A. 18.

B. 22.

C. 30.

D. 24.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=\left\{\begin{array}{l}2x-4\,khi\,x\geq 2\\-2x+4\,khi\,x<2\end{array}\right.$

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên nửa khoảng $[2;+\infty)$ là: $F(x)=x^2-4x+C_1$.

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty;2)$ là: $F(x)=-x^2+4x+C_2$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Suy ra $F(x)=\begin{cases}x^2-2x+C_1 \text{ khi } x\ge 2\\ -x^2+2x+C_2 \text{ khi } x<2\end{cases}$

$F(3)+F(1)=18\Rightarrow 3+C_1+1+C_2=18\Rightarrow C_1+C_2=14.$

$P=F(4)+F(0)=8+C_1+C_2=22.$

Câu 274: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x^2e^{x^3+1}$ thỏa $F(-1)=0$ là

A. $F(x)=\frac{1}{3}e^{x^3+1}-\frac{1}{3}.$ **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}e^{x^3+1}+\frac{1}{3}.$

C. $F(x)=3e^{x^3+1}-3.$ **D.** $F(x)=\frac{1}{3}e^{x^3+1}.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^3+1\Rightarrow \mathrm{d}t=3x^2\mathrm{d}x.$

Do đó, ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int x^2e^{x^3+1}\mathrm{d}x=\int e^t.\frac{1}{3}\mathrm{d}t=\frac{1}{3}e^t+C=\frac{1}{3}e^{x^3+1}+C.$

Do $F(-1)=0$ nên $\frac{1}{3}e^0+C=0\Leftrightarrow C=-\frac{1}{3}.$

Vậy $F(x)=\frac{1}{3}e^{x^3+1}-\frac{1}{3}.$

Câu 275: Xét $I=\int\frac{\cos x.\sin^3x}{1+\sin^2x}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=1+\sin^2x$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\int\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\left(1+\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t.$ **C.** $I=\frac{1}{2}\int\left(1+\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\frac{1}{2}\int\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t.$

Lời giải

Chọn D

Đặt: $t=1+\sin^2x\Rightarrow\begin{cases}\sin^2x=t-1\\ 2\sin x\cos x\mathrm{d}x=\mathrm{d}t\end{cases}$

Suy ra: $\frac{\cos x.\sin^3x}{1+\sin^2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\frac{\sin^2x.2\sin x.\cos x.\mathrm{d}x}{1+\sin^2x}=\frac{1}{2}\frac{(t-1)\mathrm{d}t}{t}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t.$

Vậy: $I=\int\frac{\cos x.\sin^3x}{1+\sin^2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t$

Câu 276: Cho hai hàm số $F(x),G(x)$ xác định và có đạo hàm lần lượt là $f(x),g(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)$ và $F(x).g(x)=\frac{2x^3}{x^2+1}.$ Họ nguyên hàm của $f(x).G(x)$ là

A. $(x^2+1)\ln(x^2+1)+2x^2+C.$ **B.** $(x^2+1)\ln(x^2+1)-2x^2+C.$

C. $(x^2+1)\ln(x^2+1)-x^2+C.$ **D.** $(x^2+1)\ln(x^2+1)+x^2+C.$

Lời giải

Chọn C

$F(x).G(x)=\int\left(F(x).G(x)\right)'\mathrm{d}x=\int\left(F'(x).G(x)+F(x).G'(x)\right)\mathrm{d}x.$

$\Rightarrow\int\left(F'(x).G(x)\right)\mathrm{d}x=F(x).G(x)-\int\left(F(x).G'(x)\right)\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$= x^2\ln\left(x^2+1\right)-\int\left(\dfrac{2x^3}{x^2+1}\right)\mathrm{d}x$

$= x^2\ln\left(x^2+1\right)-\left(x^2+1\right)+\ln\left(x^2+1\right)+C$

$= \left(x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)-x^2+C$.

Câu 277: Biết $\int\cos x.\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\left(a\sin x+b\cos x\right)e^{2x}+C$ với $a,b\in\mathbb{Q}$ và a,b là các phân số tối giản. Khi đó $\log_2\dfrac{a}{b}$ bằng

A. 1. **B.** −1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=e^{2x}\Rightarrow \mathrm{d}u=2e^{2x}\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=\cos x\,\mathrm{d}x\Rightarrow v=\sin x\end{cases}$.

Ta có : $I=\int\cos xe^{2x}\mathrm{d}x=\sin x.e^{2x}-2\int\sin xe^{2x}\mathrm{d}x\ (1)$.

Đặt $\begin{cases}u=e^{2x}\Rightarrow \mathrm{d}u=2e^{2x}\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x\Rightarrow v=-\cos x\end{cases}$.

Ta có : $\int\sin xe^{2x}\mathrm{d}x=-\cos xe^{2x}+2\int\cos xe^{2x}\mathrm{d}x\ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được : $I=\sin xe^{2x}-2\left(-\cos xe^{2x}+2\int\cos xe^{2x}\mathrm{d}x\right)$

$\Leftrightarrow I=\sin xe^{2x}+2\cos xe^{2x}-4I\Leftrightarrow I=\dfrac{1}{5}\left(\sin x+2\cos x\right)e^{2x}+C$.

Vậy $a=\dfrac{1}{5},b=\dfrac{2}{5}$ và $\log_2\dfrac{a}{b}=-1$.

Câu 278: Cho họ nguyên hàm $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\left(x+2\right)\sqrt{2x+3}}$ trên khoảng $\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. Đặt $t=\sqrt{2x+3}$, ta được $I=\int\dfrac{m}{t^2+n}\mathrm{d}t$ (với) $m,n\in\mathbb{Z}$. Tính $T=3m+n$.

A. $T=2$. **B.** $T=7$. **C.** $T=5$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{2x+3}$, ta được $t^2=2x+3\Rightarrow\begin{cases}2t\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\\ x=\dfrac{t^2-3}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}x=t\mathrm{d}t\\ x+2=\dfrac{t^2+1}{2}\end{cases}$

Khi đó ta có $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\left(x+2\right)\sqrt{2x+3}}=\int\dfrac{t\mathrm{d}t}{\dfrac{t^2+1}{2}t}=\int\dfrac{2\mathrm{d}t}{t^2+1}=\int\dfrac{2}{t^2+1}\mathrm{d}t$.

Vậy $m=2,\ n=1,\ T=3m+n=3.2+1=7$.

Câu 279: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x\left(1+\sin x\right)$ là:

A. $\dfrac{x^2}{2}-x\cos x-\sin x+C$ **B.** $\dfrac{x^2}{2}-x\sin x+\cos x+C$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $\frac{x^2}{2}-x\sin x-\cos x+C$ **D.** $\frac{x^2}{2}-x\cos x+\sin x+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x(1+\sin x)\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}x+\int x.\sin x\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}x-\int x\mathrm{d}(\cos x)$

$=\frac{x^2}{2}-\left(x\cos x-\int\cos x\mathrm{d}x\right)=\frac{x^2}{2}-x\cos x+\sin x+C$.

Câu 280: Cho hàm số $f(x)=|4x-12|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(4)=5$ và $F(2)=8$. Tính giá trị của $P=2.F(5)+3.F(1)$.

A. 40. **B.** 32. **C.** 28. **D.** 48.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=\begin{cases}4x-12\,khi\,x\ge 3\\-4x+12\,khi\,x<3\end{cases}$.

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên nửa khoảng $[3;+\infty)$ là: $F(x)=2x^2-12x+C_1$.

Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty;3)$ là: $F(x)=-2x^2+12x+C_2$.

$F(4)=5\Rightarrow -16+C_1=5\Rightarrow C_1=21$.

$F(2)=8\Rightarrow 16+C_2=8\Rightarrow C_2=-8$.

$\Rightarrow F(x)=\begin{cases}2x^2-12x+21khi\,x\ge 3\\-2x^2+12x-8\,khi\,x>3\end{cases}$.

Do đó: $P=2.F(5)+3.F(1)=22+6=28$.

Câu 281: Biết $F(x)=\sin xe^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^x$. Biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$.

A. $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x=\sin xe^x+C$. **B.** $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x=(\cos x-\sin x)e^x+C$.

C. $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x=(\sin x+\cos x)e^x+C$. **D.** $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x=\cos xe^x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $F'(x)=(\sin x+\cos x).e^x=f(x)e^x\Rightarrow f(x)=\sin x+\cos x$.

Khi đó $f'(x)e^x=(\cos x-\sin x)e^x$.

Đặt $\begin{cases}u=\cos x-\sin x\Rightarrow \mathrm{d}u=(-\sin x-\cos x)\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\Rightarrow v=e^x\end{cases}$.

Ta có : $I=\int(\cos x-\sin x)e^x\mathrm{d}x=(\cos x-\sin x).e^x+\int(\sin x+\cos x)e^x\mathrm{d}x\ (1)$.

Đặt $\begin{cases}u=\cos x+\sin x\Rightarrow \mathrm{d}u=(-\sin x+\cos x)\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\Rightarrow v=e^x\end{cases}$.

Ta có : $\int(\sin x+\cos x)e^x\mathrm{d}x=(\cos x+\sin x)e^x-\int(\cos x-\sin x)e^x\mathrm{d}x\ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được : $I=(\cos x-\sin x)e^x+(\cos x+\sin x)e^x-I\Leftrightarrow I=\cos xe^x+C$.

Vậy $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x=\cos xe^x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 282: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;5\}$ và có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{x^2-4x-5}$, $f(1)=1$ và $f(7)=\dfrac{-1}{3}\ln 2$. Giá trị của biểu thức $f(0)+f(-3)$ bằng

A. $\dfrac{1}{6}\ln 10+1$. **B.** $\ln 10+1$. **C.** $\dfrac{1}{6}\ln 10+1$. **D.** $\dfrac{2}{3}\left(\ln(2018)\right)^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $f(x)=\int f'(x)\,dx=\int\dfrac{1}{x^2-4x-5}dx=\int\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{x-5}-\dfrac{1}{x+1}\right)dx=\dfrac{1}{6}\ln\left|\dfrac{x-5}{x+1}\right|+C$

Suy ra $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{6}\ln\dfrac{x-5}{x+1}+C_1 & \text{khi } x<-1;x>5\\ \dfrac{1}{6}\ln\dfrac{5-x}{x+1}+C_2 & \text{khi } -1<x<5\end{cases}$ trong đó C_1, C_2 là các hằng số cần tìm.

Xét $x\in(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$. Ta có $f(7)=\dfrac{-1}{3}\ln 2\Leftrightarrow\dfrac{1}{6}\ln\dfrac{1}{4}+C_1=\dfrac{-1}{6}\ln 4\Leftrightarrow C_1=0$.

Suy ra $f(-3)=\dfrac{1}{6}\ln 4\quad(1)$.

Xét $x\in(-1;5)$. Ta có $f(1)=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{6}\ln 2+C_1=1\Leftrightarrow C_1=1-\dfrac{1}{6}\ln 2$.

Suy ra $f(0)=\dfrac{1}{6}\ln 5+1-\dfrac{1}{6}\ln 2\Leftrightarrow f(0)=1+\dfrac{1}{6}\ln\dfrac{5}{2}\qquad(2)$.

Từ (1) và (2) ta có: $f(0)+f(-3)=1+\dfrac{1}{6}\ln\dfrac{5}{2}+\dfrac{1}{6}\ln 4=1+\dfrac{1}{6}\ln 10$.

Vậy $f(0)+f(-3)=\dfrac{1}{6}\ln 10+1$.

Câu 283: Họ nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{(2x^2+x)\ln x+1}{x}$ là

A. $(x^2+x-1)\ln x-\dfrac{x^2}{2}+x+C$. **B.** $(x^2+x+1)\ln x-\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

C. $(x^2+x+1)\ln x-\dfrac{x^2}{2}-x+C$. **D.** $(x^2+x-1)\ln x+\dfrac{x^2}{2}-x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\dfrac{(2x^2+x)\ln x+1}{x}dx=\int(2x+1)\ln x\,dx+\int\dfrac{1}{x}dx=I_1+I_2$.

$I_1=\int(2x+1)\ln x\,dx$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=(2x+1)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{1}{x}dx\\ v=x^2+x\end{cases}$.

$I_1=(x^2+x)\ln x-\int(x^2+x)\dfrac{1}{x}dx=(x^2+x)\ln x-\int(x+1)dx=(x^2+x)\ln x-\dfrac{x^2}{2}-x+C_1$.

$I_2=\int\dfrac{1}{x}dx=\ln x+C_2$.

$\int\dfrac{(2x^2+x)\ln x+1}{x}dx=I_1+I_2$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$=\left(x^2+x\right)\ln x-\frac{x^2}{2}-x+C_1+\ln x+C_2=\left(x^2+x+1\right)\ln x-\frac{x^2}{2}-x+C.$

Câu 284: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$. Tính $F(0)$.

A. $F(0)=-\frac{1}{3}\ln 2-2$.

B. $F(0)=-\frac{2}{3}\ln 2+2$.

C. $F(0)=-\frac{2}{3}\ln 2-2$.

D. $F(0)=-\frac{1}{3}\ln 2+2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\frac{\sin x}{1+3\cos x}\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\int\frac{\mathrm{d}(1+3\cos x)}{1+3\cos x}=-\frac{1}{3}\ln|1+3\cos x|+C$.

Do $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\Leftrightarrow C=2\Rightarrow F(0)=-\frac{2}{3}\ln 2+2$.

Câu 285: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. $4\sqrt{x^2+1}+C$ **B.** $2\sqrt{x^2+1}+C$ **C.** $\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$ **D.** $\sqrt{x^2+1}+C$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\int\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}dx$

Đặt: $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow t^2=x^2+1\Rightarrow 2t.dt=2x.dx$.

Khi đó: $\mathrm{I}=\int\frac{2t.dt}{t}=2t+C$

Suy ra: $\mathrm{I}=2\sqrt{x^2+1}+C$.

Câu 286: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2+x}{x^2+4x-4}$ là :

A. $4\ln\left|x^2+4x-4\right|+C$.

B. $\frac{1}{2}.\ln\left|x^2+4x-4\right|+C$.

C. $\ln\left|x^2+4x-4\right|+C$.

D. $2\ln\left|x^2+4x-4\right|+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\frac{x+2}{x^2+4x-4}dx=\int\frac{1}{2}.\frac{d\left(x^2+4x+4\right)}{x^2+4x+4}=\frac{1}{2}.\ln\left|x^2+4x-4\right|+C$.

Câu 287: Tính $\int\cos x.\sin^2 x.dx$

A. $\frac{\sin^3 x}{3}+C$

B. $\frac{3\cos x-\cos 3x}{12}+C$

C. $\sin x.\cos^2 x+C$

D. $\frac{3\sin x-\sin 3x}{12}+C$

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Ta có: $\int \cos x.\sin^2 x.dx = \int \sin^2 x.d(\sin x) = \frac{\sin^3 x}{3} + C$

Câu 288: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = x \ \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Tính $f(1)$.

A. $\frac{e}{2}$. **B.** $\frac{1}{e}$. **C.** e. **D.** $\frac{2}{e}$.

Lời giải

Chọn D

$f(x) + f'(x) = x$ (1).

Nhân 2 vế của (1) với e^x ta được $e^x.f(x) + e^x.f'(x) = x.e^x$.

Hay $\left[e^x.f(x)\right]' = x.e^x \Rightarrow e^x.f(x) = \int x.e^x dx$.

Xét $I = \int x.e^x dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ e^x dx = dv \Rightarrow v = e^x \end{cases}$.

$I = \int x.e^x dx = x.e^x - \int e^x dx = x.e^x - e^x + C$. Suy ra $e^x f(x) = x.e^x - e^x + C$.

Theo giả thiết $f(0) = 1$ nên $C = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{x.e^x - e^x + 2}{e^x} \Rightarrow f(1) = \frac{2}{e}$.

Câu 289: Tính $\int \frac{1}{(1+x^2)x} dx$ thu được kết quả là:

A. $\ln|x|\sqrt{1+x^2} + C$. **B.** $\frac{1}{2}.\ln\frac{x^2}{1+x^2} + C$. **C.** $\ln|x|(x^2+1) + C$. **D.** $\ln\frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int \frac{1}{(1+x^2)x} dx = \int \frac{x}{(1+x^2)x^2} dx$. Đặt: $t = 1+x^2 \Rightarrow \frac{1}{2}dt = x.dx, x^2 = t-1$.

Khi đó: $I = \int \frac{1}{2}.\frac{1}{t.(t-1)} dt = \frac{1}{2}.\ln\left|\frac{t-1}{t}\right| + C \Rightarrow I = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x^2}{1+x^2}\right| + C.$

Câu 290: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^2}{x^3+4}$ là:

A. $-\ln|x^3+4| + C$ **B.** $3\ln|x^3+4| + C$ **C.** $-3\ln|x^3+4| + C$ **D.** $\ln|x^3+4| + C$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \frac{3x^2.dx}{x^3+4} = \int \frac{d(x^3+4)}{x^3+4} = \ln|x^3+4| + C$

Câu 291: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2) + F(1) = 0$. Giá trị của $F(-1) + F(2)$ bằng

A. $\frac{2}{3}\ln 2 + \frac{3}{6}\ln 5$. **B.** 0. **C.** $\frac{7}{3}\ln 2$. **D.** $\frac{10}{3}\ln 2 - \frac{5}{6}\ln 5$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn D

Tính $\int \frac{\ln(x+3)}{x^2}\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=\ln(x+3) \\ \mathrm{d}v=\frac{\mathrm{d}x}{x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\frac{\mathrm{d}x}{x+3} \\ v=-\frac{1}{x} \end{cases}$

Ta có $\int \frac{\ln(x+3)}{x^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{x}\ln(x+3)+\int \frac{\mathrm{d}x}{x(x+3)}=-\frac{1}{x}\ln(x+3)+I_1$

$I_1=\int \frac{\mathrm{d}x}{x(x+3)}=\frac{1}{3}\int \frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln|x|-\frac{1}{3}\ln|x+3|=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right|$.

$\Rightarrow F(x)=-\frac{1}{x}\ln(x+3)+\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right|+C$

Lại có $F(-2)+F(1)=0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\ln 2+C\right)+\left(-\ln 4+\frac{1}{3}\ln\frac{1}{4}+C\right)=0 \Leftrightarrow 2C=\frac{7}{3}\ln 2$.

Suy ra $F(-1)+F(2)=\ln 2+\frac{1}{3}\ln 2-\frac{1}{2}\ln 5+\frac{1}{3}\ln\frac{2}{5}+2C=\frac{10}{3}\ln 2-\frac{5}{6}\ln 5$.

Câu 292: Theo phương pháp đổi biến số với $t=\cos x, u=\sin x$, nguyên hàm của $I=\int(\tan x+\cot x)\mathrm{d}x$ là:

A. $-\ln|t|+\ln|u|+C$. **B.** $\ln|t|-\ln|u|+C$.

C. $-\ln|t|-\ln|u|+C$. **D.** $\ln|t|+\ln|u|+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int(\tan x+\cot x)\mathrm{d}x=\int\frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x+\int\frac{\cos x}{\sin x}\mathrm{d}x$.

Xét $I_1=\int\frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x$. Đặt $t=\cos x\Rightarrow dt=-\sin x dx\Rightarrow I_1=-\int\frac{1}{t}dt=-\ln|t|+C_1$.

Xét $I_2=\int\frac{\cos x}{\sin x}\mathrm{d}x$. Đặt $u=\sin x\Rightarrow du=\cos x dx\Rightarrow I_2=\int\frac{1}{u}du=\ln|u|+C_2$.

$\Rightarrow I=I_1+I_2=-\ln|t|+\ln|u|+C$

Câu 293: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{4x}{\sqrt{4-x^2}}$ là:

A. $4\sqrt{4-x^2}+C$. **B.** $-2\sqrt{4-x^2}+C$. **C.** $-4\sqrt{4-x^2}+C$. **D.** $-\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int\frac{4x}{\sqrt{4-x^2}}dx$. Đặt: $t=\sqrt{4-x^2}\Rightarrow t^2=4-x^2\Rightarrow -4tdt=4xdx$.

Khi đó: $I=\int\frac{-4tdt}{t}=-4t+C\Rightarrow I=-4\sqrt{4-x^2}+C.\Rightarrow I=\int dt=t+C$.

Câu 294: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln^2 x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln x+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln^2 x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+C$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \ln x\mathrm{d}(\ln x)=\frac{1}{2}\ln^2 x+C$.

Câu 295: Cho hai hàm số $F(x),G(x)$ xác định và có đạo hàm lần lượt là $f(x),g(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)$ và $F(x).g(x)=\frac{2x}{e^{x+1}}$. Họ nguyên hàm của $f(x).G(x)$ là

A. $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)-x.e^{x+1}-e^{x+1}+C$

B. $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)-x.e^{-x-1}-e^{-x-1}+C$

C. $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)+x.e^{x+1}+e^{x+1}+C$

D. $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)+x.e^{-x-1}+e^{-x-1}+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x).G(x)=\int\left(F(x).G(x)\right)'\mathrm{d}x=\int\left(F'(x).G(x)+F(x).G'(x)\right)\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow\int\left(F'(x).G(x)\right)\mathrm{d}x=F(x).G(x)-\int\left(F(x).G'(x)\right)\mathrm{d}x$

$=x^2\ln(x^2+1)-\int\left(\frac{2x}{e^{x+1}}\right)\mathrm{d}x=x^2\ln(x^2+1)-I$

Ta đi tính I, đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\frac{1}{e^{x+1}}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=e^{-x-1}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-e^{-x-1}\end{cases}$

$I=-x.e^{-x-1}+\int e^{-x-1}\mathrm{d}x=-x.e^{-x-1}-e^{-x-1}$

Vậy $F(x).G(x)=x^2\ln(x^2+1)+x.e^{-x-1}+e^{-x-1}+C$

Câu 296: Tìm nguyên hàm $\int\frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}\mathrm{d}x$. Kết quả là

A. $\frac{\sqrt{1+\sin^2 x}}{2}+C$. **B.** $\sqrt{1+\sin^2 x}+C$. **C.** $-\sqrt{1+\sin^2 x}+C$. **D.** $2\sqrt{1+\sin^2 x}+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{1+\sin^2 x}$

$\Rightarrow t^2=1+\sin^2 x\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\sin 2x\mathrm{d}x\Rightarrow\int\frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}\mathrm{d}x=\int\frac{2t}{t}\mathrm{d}t$

$=\int 2\mathrm{d}t=2t+C=2\sqrt{1+\sin^2 x}+C$

Câu 297: Cho $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+5\right)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0)=6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{125}{16}$. **B.** $\frac{127}{16}$. **C.** $\frac{123}{16}$. **D.** $\frac{126}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+5\right)\mathrm{d}x=\int(2t+5)\mathrm{d}t=t^2+5t+C=\left(x^2+1\right)+5\sqrt{x^2+1}+C$.

$F(0)=6\Rightarrow C=0$.

Vậy $F\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{125}{16}$.

Câu 298: Biết $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2x\ln\left(3x-1\right)+C$ với $x\in\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f\left(3x\right)\mathrm{d}x=6x\ln\left(9x-1\right)+C$. **B.** $\int f\left(3x\right)\mathrm{d}x=6x\ln\left(3x-1\right)+C$.

C. $\int f\left(3x\right)\mathrm{d}x=2x\ln\left(9x-1\right)+C$. **D.** $\int f\left(3x\right)\mathrm{d}x=3x\ln\left(9x-1\right)+C$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2x\ln\left(3x-1\right)+C$

$\Rightarrow\int f\left(3x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int f\left(3x\right)\mathrm{d}\left(3x\right)=\frac{1}{3}2.\left(3x\right)\ln\left(3.3x-1\right)+C=2x\ln\left(9x-1\right)+C$

Cách 2:

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2x\ln\left(3x-1\right)+C\Rightarrow f\left(x\right)=\left(2x\ln\left(3x-1\right)+C\right)'=2\ln\left(3x-1\right)+\frac{6x}{3x-1}$.

Khi đó $f\left(3x\right)=2\ln\left(9x-1\right)+\frac{18x}{9x-1}$.

$\int f\left(3x\right)\mathrm{d}x=\int\left[2\ln\left(9x-1\right)+\frac{18x}{9x-1}\right]\mathrm{d}x$

$=2\int\ln\left(9x-1\right)\mathrm{d}x+\int\left(2+\frac{2}{9x-1}\right)\mathrm{d}x$

$=\frac{2}{9}\left[\left(9x-1\right)\ln\left(9x-1\right)-9x\right]+2x+\frac{2}{9}\ln\left(9x-1\right)+C=2\ln\left(9x-1\right)+C$.

Câu 299: Nguyên hàm của $f\left(x\right)=\frac{1+\ln x}{x.\ln x}$ là

A. $\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left|x.\ln x\right|+C$. **B.** $\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left|x^2.\ln x\right|+C$.

C. $\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left|\ln x\right|+C$. **D.** $\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left|x+\ln x\right|+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x$.

Đặt $x\ln x=t\Rightarrow\left(\ln x+1\right)\mathrm{d}x=\mathrm{d}t$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Khi đó ta có $I=\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{t}\mathrm{d}t=\ln|t|+C=\ln|x.\ln x|+C$

Câu 300: Cho hàm số $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$. Khi đó:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln(1+x^2)+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\ln(1+x^2)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4\ln(1+x^2)+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\ln(1+x^2)+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\frac{2x}{x^2+1}\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{d}(x^2+1)}{x^2+1}=\ln|x^2+1|+C$.

Câu 301: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left[xf'(x)\right]^2+1=x^2\left[1-f(x).f''(x)\right]$ với mọi x dương. Biết $f(1)=f'(1)=1$. Tính nguyên hàm $I=\int f^2(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{x^3}{3}+x^2+x-x\ln x+C$.

B. $\frac{x^3}{3}-x^2+x+x\ln x+C$.

C. $\frac{x^3}{3}+x^2+x+x\ln x+C$.

D. $\frac{x^3}{3}-x^2+3x+x\ln x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left[xf'(x)\right]^2+1=x^2\left[1-f(x).f''(x)\right];\ x>0$

$\Leftrightarrow x^2.\left[f'(x)\right]^2+1=x^2\left[1-f(x).f''(x)\right]$

$\Leftrightarrow\left[f'(x)\right]^2+\frac{1}{x^2}=1-f(x).f'(x)\Leftrightarrow\left[f'(x)\right]^2+f(x).f'(x)=1-\frac{1}{x^2}$

$\Leftrightarrow\left[f(x).f'(x)\right]'=1-\frac{1}{x^2}$.

Do đó: $\int\left[f(x).f'(x)\right]'.\mathrm{d}x=\int\left(1-\frac{1}{x^2}\right).\mathrm{d}x\Rightarrow f(x).f'(x)=x+\frac{1}{x}+c_1$.

Vì $f(1)=f'(1)=1\Rightarrow 1=2+c_1\Leftrightarrow c_1=-1$.

Nên $\int f(x).f'(x).\mathrm{d}x=\int\left(x+\frac{1}{x}-1\right).\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int f(x).\mathrm{d}\left(f(x)\right)=\int\left(x+\frac{1}{x}-1\right).\mathrm{d}x$

$\Rightarrow\frac{f^2(x)}{2}=\frac{x^2}{2}+\ln x-x+c_2$.

Vì $f(1)=1\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-1+c_2\Leftrightarrow c_2=1$.

$\Rightarrow\frac{f^2(x)}{2}=\frac{x^2}{2}+\ln x-x+1\Rightarrow f^2(x)=x^2+2\ln x-2x+2$.

Vậy $I=\int\left(x^2+2\ln x-2x+2\right)dx=\frac{x^3}{3}-x^2+2x+2\int\ln x dx=\frac{x^3}{3}-x^2+x+x\ln x+C$.

Câu 302: Nguyên hàm $\int\frac{1+\ln x}{x}\mathrm{d}x\,(x>0)$ bằng

A. $x+\frac{1}{2}\ln^2 x+C$.

B. $\ln^2 x+\ln x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

C. $x+\ln^2 x+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln^2 x+\ln x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\frac{1+\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x+\int\frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x+\int\ln x\mathrm{d}\left(\ln x\right)=\ln x+\frac{1}{2}\ln^2 x+C$.

Câu 303: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2xe^{x^2}$ là:

A. $\frac{e^{x^2}}{2}+C$. **B.** $\frac{-e^x}{2}+C$. **C.** $e^{x^2}+C$. **D.** $-e^x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int 2x.e^{x^2}dx=\int d\left(e^{x^2}\right)=e^{x^2}+C$.

Câu 304: Giả sử $\int x\left(1-x\right)^{2017}\mathrm{d}x=\frac{\left(1-x\right)^a}{a}-\frac{\left(1-x\right)^b}{b}+C$ với a,b là các số nguyên dương. Tính $2a-b$ bằng:

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int x\left(1-x\right)^{2017}\mathrm{d}x$

$=\int\left(x-1+1\right)\left(1-x\right)^{2017}\mathrm{d}x=\int\left(\left(1-x\right)^{2017}-\left(1-x\right)^{2018}\right)\mathrm{d}x=-\frac{\left(1-x\right)^{2018}}{2018}+\frac{\left(1-x\right)^{2019}}{2019}+C$

Vậy $a=2019,b=2018\Rightarrow 2a-b=2020$.

Câu 305: Theo phương pháp đổi biến số $t=\sin x-\cos x$, nguyên hàm của $I=\int\frac{2\sin x+2\cos x}{\sqrt[3]{1-\sin 2x}}\mathrm{d}x$ là:

A. $6\sqrt[3]{t}+C$. **B.** $2\sqrt[3]{t}+C$. **C.** $3\sqrt[3]{t}+C$. **D.** $12\sqrt[3]{t}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$I=\int\frac{2\sin x+2\cos x}{\sqrt[3]{1-\sin 2x}}\mathrm{d}x=\int\frac{2\left(\sin x+\cos x\right)}{\sqrt[3]{\left(\sin x-\cos x\right)^2}}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sin x-\cos x\Rightarrow \mathrm{d}t=\left(\sin x+\cos x\right)\mathrm{d}x\Rightarrow I=\int\frac{2}{\sqrt[3]{t^2}}\mathrm{d}t$.

Đặt $u=\sqrt[3]{t}\Rightarrow u^3=t\Rightarrow \mathrm{d}t=3u^2\mathrm{d}u$

Do đó ta có $I=\int\frac{2}{u^2}3u^2\mathrm{d}u=6\int\mathrm{d}u=6u+C=6\sqrt[3]{t}+C$.

Câu 306: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\tan x$ là:

A. $\frac{\tan^2 x}{2}+C$ **B.** $\ln\left(\cos x\right)+C$ **C.** $-\ln\left|\cos x\right|+C$ **D.** $\ln\left|\cos x\right|+C$

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Ta có: $\int \tan x.dx = \int \frac{\sin x.dx}{\cos x} = -\int \frac{d(\cos x)}{\cos x} = -\ln|\cos x| + C$

Câu 307: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 3}$ là:

A. $-2\ln|e^x + 3| + C$ **B.** $-e^x - 3 + C$ **C.** $3e^x + 9 + C$ **D.** $\ln|e^x + 3| + C$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \frac{e^x}{e^x + 3} dx = \int \frac{d(e^x + 3)}{e^x + 3} = \ln|e^x + 3| + C$

Câu 308: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}^*$ thỏa mãn $f''(x) = -\frac{1}{x^2}$, $f(-1) = 0$, $f(1) = 0$, $f(2) = 0$, $f(-3) = \ln 3$. Giá trị của biểu thức $f(-2)$ bằng

A. $4\ln 2$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $1 + 2\ln 2$. **D.** $\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f''(x) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(x) = \int -\frac{1}{x^2} dx = \begin{cases} \frac{1}{x} + C_1 & (x > 0) \\ \frac{1}{x} + C_2 & (x < 0) \end{cases}$

$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln x + C_1 x + D_1 & (x > 0) \\ \ln(-x) + C_2 x + D_2 & (x < 0) \end{cases}$

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(1) = 0 \\ f(2) = 0 \\ f(-3) = \ln 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = D_2 = 0 \\ C_1 = -\ln 2 \\ D_1 = \ln 2 \end{cases}$

$\Rightarrow f(-2) = \ln 2 - 2C_2 + D_2 = \ln 2$

Câu 309: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x^4 + 2x^3 + x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S = F(1) + F(2) + F(3) + \ldots + F(2019)$ bằng

A. $\frac{2019.2021}{2020}$. **B.** $\frac{2019}{2020}$. **C.** $-\frac{2019}{2020}$. **D.** $\frac{2018}{2020}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = \frac{2x+1}{x^4 + 2x^3 + x^2} = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$.

Đặt $t = x(x+1) = x^2 + x \Rightarrow dt = (2x+1)dx$.

Khi đó $F(x) = \int f(x)dx = \int \frac{1}{t^2} dt = -\frac{1}{t} + C = -\frac{1}{x(x+1)} + C$.

Mặt khác, $F(1) = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} + C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 1$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Vậy $F(x)=-\frac{1}{x(x+1)}+1$.

$S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2019)=-\left(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\ldots+\frac{1}{2019.2020}\right)+2019$

$=-\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}\right)+2019=-\left(1-\frac{1}{2020}\right)+2019$

$=2018+\frac{1}{2020}=2018\frac{1}{2020}$.

Câu 310: Cho biết $F(x)=\frac{1}{3}x^3+2x-\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{(x^2+a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x)=x\cos ax$.

A. $x\sin x-\cos x+C$ **B.** $\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{4}\cos 2x+C$

C. $x\sin x+\cos+C$ **D.** $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$

Lời giải

Chọn C

Ta có $F'(x)=x^2+2+\frac{1}{x^2}=\frac{(x^2+1)^2}{x^2}$.

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{(x^2+a)^2}{x^2}$ nên $a=1$.

$\int g(x)dx=\int x\cos xdx$

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=\cos xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=\sin x\end{cases}$

$\int g(x)dx=\int x\cos xdx=x\sin x-\int\sin xdx=x\sin x+\cos x+C$

Câu 311: Xét $I=\int x^7\left(4x^4-3\right)^5dx$ bằng cách đặt $t=4x^4-3$. Khi đó $I=\frac{1}{a}\left(\frac{t^b}{b}+\frac{3t^c}{c}\right)+C$. Tính giá trị biểu thức $T=a-7b-2c$.

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$I=\int x^7\left(4x^4-3\right)^5dx=\int x^4\left(4x^4-3\right)^5x^3dx$.

Đặt $t=4x^4-3\Rightarrow dt=16x^3dx$.

$I=\int\frac{t+3}{4}.t^5.\frac{1}{16}dt=\frac{1}{64}\int\left(t^6+3t^5\right)dt=\frac{1}{64}\left(\frac{t^7}{7}+\frac{t^6}{2}\right)+C=\frac{1}{64}\left(\frac{\left(4x^4-3\right)^7}{7}+\frac{\left(4x^4-3\right)^6}{2}\right)+C$.

Suy ra $\begin{cases}a=64\\b=7\\c=6\end{cases}$. Do đó giá trị biểu thức $T=64-7.7-2.6=3$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 312: Một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ là:

A. $\dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)$ **B.** $2\ln\left(x^2+1\right)$ **C.** $\ln\left(x^2+1\right)$ **D.** $\dfrac{1}{2}\ln|x+1|$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\dfrac{x}{x^2+1}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\dfrac{1}{x^2+1}\mathrm{d}\left(x^2+1\right)=\dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)$

Câu 313: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x2^{x^2}$ là:

A. $\dfrac{1}{\ln 2}.2^{x^2}+C$ **B.** $\dfrac{1}{\ln 2.2^{x^2}}+C$ **C.** $\ln 2.2^{x^2}+C$ **D.** $\dfrac{\ln 2}{2^{x^2}}+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int 2x.2^{x^2}dx=\dfrac{1}{\ln 2}\int 2x.2^{x^2}.\ln 2=\dfrac{1}{\ln 2}\int d\left(2^{x^2}\right)=\dfrac{1}{\ln 2}.2^{x^2}+C$

Câu 314: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=e^{-x}\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x).e^{2x}$ là

A. $(x-1)\mathrm{e}^x+C$ **B.** $(x+2)\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+C$

C. $(x-2)\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^x+C$ **D.** $(x+1)\mathrm{e}^x+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)+f'(x)=\mathrm{e}^{-x}\Leftrightarrow f(x)\mathrm{e}^x+f'(x)\mathrm{e}^x=1\Leftrightarrow\left(f(x)\mathrm{e}^x\right)'=1\Leftrightarrow f(x)\mathrm{e}^x=x+C_1$.

Vì $f(0)=2\Rightarrow C_1=2\Rightarrow f(x)\mathrm{e}^{2x}=(x+2)\mathrm{e}^x\Rightarrow\int f(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\int(x+2)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x+2\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\mathrm{e}^x\end{cases}$

$\Rightarrow\int f(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\int(x+2)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=(x+2)\mathrm{e}^x-\int\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=(x+2)\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^x+C=(x+1)\mathrm{e}^x+C$.

Câu 315: Tìm $I=\int\dfrac{\cos^4x}{\sin^4x+\cos^4x}\mathrm{d}x$?

A. $I=\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)\right)+C$. **B.** $I=x-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)+C$.

C. $I=x-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)+C$. **D.** $I=\dfrac{1}{2}\left(x-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)\right)+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $T=\int\dfrac{\sin^4x}{\sin^4x+\cos^4x}dx$

$\Rightarrow I+T=\int\dfrac{\cos^4x}{\sin^4x+\cos^4x}dx+\int\dfrac{\sin^4x}{\sin^4x+\cos^4x}dx=\int\dfrac{\sin^4x+\cos^4x}{\sin^4x+\cos^4x}dx=x+C_1\qquad(1)$

Mặt khác:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$$I-T=\int\frac{\cos^4 x}{\sin^4 x+\cos^4 x}\mathrm{d}x-\int\frac{\sin^4 x}{\sin^4 x+\cos^4 x}\mathrm{d}x=\int\frac{\cos^4 x-\sin^4 x}{\sin^4 x+\cos^4 x}\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow I-T=\int\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{1-2\sin^2 x.\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\frac{\cos 2x}{1-\frac{1}{2}\sin^2 x}\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow I-T=\int\frac{2\cos 2x}{2-\sin^2 2x}dx=\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\frac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)+C_2 \qquad (2)$$

Từ $(1);(2)$ ta có hệ:

$$\begin{cases} I+T=x+C_1 \\ I-T=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)+C_2 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} I=\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)\right)+C \\ T=\dfrac{1}{2}\left(x-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sin 2x}{\sqrt{2}-\sin 2x}\right)\right)+C \end{cases}.$$

Câu 316: Khi tính nguyên hàm $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, bằng cách đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **B.** $\int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **C.** $\int\left(u^2-3\right)\mathrm{d}u$. **D.** $\int 2u\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=\sqrt{x+1}$, $u\ge 0$ nên $u^2=x+1\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}x=2u\mathrm{d}u\\ x=u^2-1\end{cases}$.

Khi đó $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\int\frac{u^2-1-3}{u}.2u\mathrm{d}u=\int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.

Câu 317: Cho $I=\int x^3\sqrt{x^2+5}\mathrm{d}x$, đặt $u=\sqrt{x^2+5}$ khi đó viết I theo u và du ta được $I=\int\left(au^n+bu^m\right)\mathrm{d}u$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+m+n$.

A. 9. **B.** 12. **C.** 2. **D.** –2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u=\sqrt{x^2+5}\Rightarrow u^2=x^2+5\Rightarrow u\mathrm{d}u=x\mathrm{d}x$

Khi đó: $I=\int x^3\sqrt{x^2+5}\mathrm{d}x=\int x^2.x.\sqrt{x^2+5}\mathrm{d}x=\int\left(u^2-5\right).u.u\mathrm{d}u=\int\left(u^4-5u^2\right)\mathrm{d}u$.

Do đó $a=1;n=4;b=-5;m=2$.

Vậy $a+b+n+m=2$.

Câu 318: Hàm số $f(x)=\frac{7\cos x-4\sin x}{\cos x+\sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\pi}{8}$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng?

A. $\frac{3\pi}{4}$. **B.** $\frac{3\pi}{8}$. **C.** $\frac{3\pi-\ln 2}{4}$. **D.** $\frac{3\pi-11\ln 2}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có $f(x)=\dfrac{\frac{3}{2}(\sin x+\cos x)+\frac{11}{2}(-\sin x+\cos x)}{\cos x+\sin x}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}$

$\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}\right)\mathrm{d}x$

$=\dfrac{3}{2}x+\int\dfrac{11}{2}.\dfrac{-\sin x+\cos x}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}x$

$=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{11}{2}\int\dfrac{1}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}(\cos x+\sin x)=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{11}{2}\ln|\cos x+\sin x|+C.$

Mà $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3\pi}{8}\Rightarrow\dfrac{3\pi}{8}+\dfrac{11}{2}\ln\sqrt{2}+C=\dfrac{3\pi}{8}\Rightarrow C=-\dfrac{11}{4}\ln 2$

Do đó $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{3\pi}{4}+C=\dfrac{3\pi}{4}-\dfrac{11}{4}\ln 2.$

Câu 319: Bằng phép đổi biến số $x=1+2\sin t$, với $t\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$, $\int\dfrac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\cos t+C.$ **B.** $-t+C.$ **C.** $-\sin t+C.$ **D.** $t+C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}=\dfrac{1}{\sqrt{4-(x-1)^2}}.$

Đặt $x-1=2\sin t$ với $t\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right).$

Ta có $\begin{cases}\mathrm{d}x=2\cos t\,\mathrm{d}t\\ \dfrac{1}{\sqrt{4-(x-1)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}=\dfrac{1}{2\cos t}.\end{cases}$

Suy ra $\int\dfrac{1}{\sqrt{4-(x-1)^2}}\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,\mathrm{d}t=\int\mathrm{d}t=t+C.$

Câu 320: Tính $F(x)=\int\dfrac{x^3}{x^4-1}\mathrm{d}x$

A. $F(x)=\dfrac{1}{4}\ln|x^4-1|+C$ **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\ln|x^4-1|+C$

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln|x^4-1|+C$ **D.** $F(x)=\ln|x^4-1|+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\dfrac{x^3}{x^4-1}dx=\dfrac{1}{4}\int\dfrac{d(x^4-1)}{x^4-1}=\dfrac{1}{4}\ln|x^4-1|+C$

Câu 321: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\begin{cases}e^x & \text{khi } x\ge 0\\ e^{-x} & \text{khi } x<0\end{cases}$ và $f(4)=e.$ Đặt $S=f(-\ln 3)+f(\ln 3)+f(-\ln 2)+f(\ln 2)+200$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0<S<1.$ **B.** $-3<S<-2.$ **C.** $-2<S<-1.$ **D.** $-4<S<-3.$

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn D

Ta có: $f(x)=\begin{cases}e^x+C_1 & \text{khi } x\ge 0\\ -e^{-x}+C_2 & \text{khi } x<0\end{cases}$ với C_1 và C_2 là các hằng số thực.

$f(4)=e\Rightarrow C_1=e-e^4$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1+e-e^4$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-1+C_2$.

Do hàm số có đạo hàm $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow -1+C_2=1+e-e^4=f(0)\Rightarrow C_2=2+e-e^4$.

Vậy $f(x)=\begin{cases}e^x+e-e^4 & \text{khi } x\ge 0\\ -e^{-x}+2+e-e^4 & \text{khi } x<0\end{cases}$.

$S=f(-\ln 3)+f(\ln 3)+f(-\ln 2)+f(\ln 2)+200=204+4e-4e^4\approx -3,52$

Câu 322: Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của $K=\int\dfrac{(7x-1)^{2017}}{(2x+1)^{2019}}\mathrm{d}x$?

A. $\dfrac{18162(2x+1)^{2018}+(7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$.

B. $\dfrac{18162(2x+1)^{2018}-(7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$.

C. $\dfrac{18162(2x+1)^{2018}+(7x-1)^{2018}}{(2x+1)^{2018}}$.

D. $\dfrac{-18162(2x+1)^{2018}+(7x-1)^{2018}}{18162(2x+1)^{2018}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $K=\int\dfrac{(7x-1)^{2017}}{(2x+1)^{2019}}dx=\int\left(\dfrac{7x-1}{2x+1}\right)^{2017}.\dfrac{1}{(2x+1)^2}dx$

Đặt $t=\dfrac{7x-1}{2x+1}\Rightarrow dt=\dfrac{9}{(2x+1)^2}dx\Leftrightarrow\dfrac{dt}{9}=\dfrac{1}{(98x+1)^2}dx$

$\Rightarrow K=\dfrac{1}{9}\int t^{2017}dt=\dfrac{t^{2018}}{18162}+C=\dfrac{1}{18162}.\left(\dfrac{7x-1}{2x+1}\right)^{2018}+C$

Câu 323: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x+3}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+3}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}x\sqrt{2x+3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+C$.

Lời giải

Chọn D

Xét $I=\int\left(\sqrt{2x+3}\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $\sqrt{2x+3}=t\Leftrightarrow t^2=2x+3\Leftrightarrow 2t\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$.

$I=\int t.t\mathrm{d}t=\int t^2\,\mathrm{d}t=\dfrac{1}{3}t^3+C=\dfrac{1}{3}\left(\sqrt{2x+3}\right)^3+C\Leftrightarrow\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 324: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin x}$ là:

A. $\ln\left|\cot\dfrac{x}{2}\right|+C$ **B.** $\ln|\sin x|+C$ **C.** $-\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}\right|+C$ **D.** $\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}\right|+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\dfrac{dx}{\sin x}=\int\dfrac{\sin x.dx}{1-\cos^2 x}=\int\dfrac{-\sin x.dx}{\cos^2 x-1}=\int\dfrac{d(\cos x)}{\cos^2 x-1}=\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{\cos x-1}{\cos x+1}\right|+C$

Câu 325: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln 2x}{x}$ là :

A. $\dfrac{\ln x}{2}+C$. **B.** $\dfrac{\ln^2 2x}{2}+C$. **C.** $\ln 2x+C$. **D.** $\ln^2 x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\dfrac{\ln 2x}{x}dx=\int\ln 2x.d(\ln 2x)=\dfrac{\ln^2 2x}{2}+C$.

Câu 326: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ là

A. $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C$. **B.** $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+\sqrt{x^2+1}+C$.

C. $F(x)=x^2\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C$. **D.** $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=x+\sqrt{x^2+1}\Leftrightarrow t=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)}{x-\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{-1}{x-\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow\dfrac{1}{t}=\sqrt{x^2+1}-x$.

$t-\dfrac{1}{t}=2x\Rightarrow dx=\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{1}{t^2}\right);\ t+\dfrac{1}{t}=2\sqrt{x^2+1}$

$\int f(x)dx=\int\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)dx=\dfrac{1}{2}\int\left(1+\dfrac{1}{t^2}\right)\ln t\,dt=\dfrac{1}{2}\int\left(1+\dfrac{1}{t^2}\right)\ln t\,dt=I$.

Đặt $u=\ln t\rightarrow du=\dfrac{1}{t}\mathrm{d}t$

$\mathrm{d}v=\left(1+\dfrac{1}{t^2}\right)\mathrm{d}t\rightarrow v=t-\dfrac{1}{t}$;

$I=\dfrac{1}{2}\left(t-\dfrac{1}{t}\right)\ln t-\dfrac{1}{2}\int\dfrac{1}{t}\left(t-\dfrac{1}{t}\right)\mathrm{d}t$

$=\dfrac{1}{2}\left(t-\dfrac{1}{t}\right)\ln t-\dfrac{1}{2}\int\left(1-\dfrac{1}{t^2}\right)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}\left(t-\dfrac{1}{t}\right)\ln t-\dfrac{1}{2}\left(t+\dfrac{1}{t}\right)+C$

$=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}+C$.

Câu 327: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2e^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10+\ln 5-\ln 2$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\left(x-\ln\left(e^x+\dfrac{3}{2}\right)\right)+10-\dfrac{\ln 5}{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

C. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2e^x+3\right)\right)$. **D.** $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\frac{\ln 5}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{2e^x+3}\mathrm{d}x=\int\frac{e^x}{\left(2e^x+3\right)e^x}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=e^x\Rightarrow \mathrm{d}t=e^x\mathrm{d}x$.

Suy ra $F(x)=\int\frac{1}{(2t+3)t}\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{t}{2t+3}\right|+C=\frac{1}{3}\ln\left(\frac{e^x}{2e^x+3}\right)+C=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+C$.

Vì $F(0)=10$ nên $10=\frac{1}{3}(0-\ln 5)+C\Leftrightarrow C=10+\frac{\ln 5}{3}$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2e^x+3\right)\right)+10+\frac{\ln 5}{3}$.

Câu 328: Tính $\int x(x+1)^3\,dx$ là :

A. $\frac{(x+1)^5}{5}-\frac{(x+1)^4}{4}+C$ **B.** $\frac{(x+1)^5}{5}+\frac{(x+1)^4}{4}+C$

C. $\frac{x^5}{5}+\frac{3x^4}{4}+x^3-\frac{x^2}{2}+C$ **D.** $\frac{x^5}{5}+\frac{3x^4}{4}-x^3+\frac{x^2}{2}+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int x(x+1)^3\,dx$

Đặt: $t=x+1\Rightarrow dt=dx, x=t-1$

Khi đó: $I=\int(t-1).t^3.dt=\int\left(t^4-t^3\right)dt=\left(\frac{t^5}{5}-\frac{t^4}{4}\right)+C$

Suy ra: $I=\frac{(x+1)^5}{5}-\frac{(x+1)^4}{4}+C$

Câu 329: Cho $F(x)=(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(4-2x)e^x+C$ **B.** $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{2-x}{2}e^x+C$

C. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(x-2)e^x+C$ **D.** $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(2-x)e^x+C$

Lời giải

Chọn D

Theo đề bài ta có $\int f(x).e^{2x}\mathrm{d}x=(x-1)e^x+C$,

suy ra $f(x).e^{2x}=\left[(x-1)e^x\right]'=e^x+(x-1).e^x$

$\Rightarrow f(x)=e^{-x}+(x-1).e^{-x}=x.e^{-x}\Rightarrow f'(x)=(1-x).e^{-x}$

Suy ra $K=\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=\int(1-x)e^x\mathrm{d}x=\int(1-x)\mathrm{d}\left(e^x\right)=e^x(1-x)+\int e^x\mathrm{d}x=(2-x)e^x+C$.

Đặt $\begin{cases}u=1-x\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=-\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$K = e^x(1-x) + \int e^x dx = (2-x)e^x + C$

Câu 330: Tính $\int x.e^{x^2+1}dx$

A. $e^{x^2+1}+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{x^2+1}+C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{x^2}+C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{x^2-1}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \int xe^{x^2+1}dx = \frac{1}{2}\int d(e^{x^2+1}) = \frac{1}{2}e^{x^2+1}+C$.

Câu 331: Cho $I = \int \frac{1}{x^3(1+x^2)}dx = \frac{-a}{x^2} - b\ln|x| + 2c\ln(1+x^2) + C$. Khi đó $S = a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{-1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$I = \int \frac{x}{x^4(1+x^2)}dx$

$t = 1+x^2 \Rightarrow dt = 2xdx$

$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\int \frac{1}{(t-1)^2.t}dt = \frac{1}{2}\int\left(\frac{-1}{t-1} + \frac{1}{(t-1)^2} + \frac{1}{t}\right)dt = \frac{1}{2}\left(-\ln|t-1| - \frac{1}{t-1} + \ln|t|\right) + C$

$= \frac{1}{2}\left(-\ln|x^2| - \frac{1}{x^2} + \ln|1+x^2|\right) + C = -\frac{1}{2x^2} - \ln|x| + \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C$

$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S = a+b+c = \frac{7}{4}$.

Câu 332: Hàm số $f(x) = x(1-x)^{10}$ có nguyên hàm là:

A. $F(x) = \frac{(x-1)^{12}}{12} + \frac{(x-1)^{11}}{11} + C$. **B.** $F(x) = \frac{(x-1)^{11}}{11} + \frac{(x-1)^{10}}{10} + C$.

C. $F(x) = \frac{(x-1)^{11}}{11} - \frac{(x-1)^{10}}{10} + C$. **D.** $F(x) = \frac{(x-1)^{12}}{12} - \frac{(x-1)^{11}}{11} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I = \int x.(1-x)^{10}.dx$. Đặt: $t = 1-x \Rightarrow -dt = dx, x = 1-t$.

Khi đó $I = \int (t-1).t^{10}.dt = \int (t^{11} - t^{10}).dt = \frac{1}{12}t^{12} - \frac{1}{11}t^{11} + c$

Suy ra $I = \frac{1}{12}(1-x)^{12} - \frac{1}{11}(1-x)^{11} + C$.

Câu 333: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x.\cos x$ và $F(0) = \pi$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\pi$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{4}+\pi$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{4}+\pi$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sin x\Rightarrow \mathrm{d}t=\cos x\mathrm{d}x$.

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int \sin^3 x\cos x\mathrm{d}x=\int t^3\mathrm{d}t=\frac{t^4}{4}+C=\frac{\sin^4 x}{4}+C$.

$F(0)=\pi\Rightarrow\frac{\sin^4\pi}{4}+C=\pi\Leftrightarrow C=\pi\Rightarrow F(x)=\frac{\sin^4 x}{4}+\pi$.

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sin^4\frac{\pi}{2}}{4}=\frac{1}{4}+\pi$.

Câu 334: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm $f(x)=x^2e^{\alpha x}\ (\alpha\neq 0)$ sao cho $F\left(\frac{1}{\alpha}\right)=F(0)+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1<\alpha<2$. **B.** $\alpha\geq 3$. **C.** $\alpha<-2$. **D.** $0<\alpha\leq 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x)=\int x^2e^{\alpha x}\mathrm{d}x=\frac{1}{\alpha}\int x^2\mathrm{d}\left(e^{\alpha x}\right)=\frac{1}{\alpha}\left[x^2e^{\alpha x}-\int e^{\alpha x}2x\mathrm{d}x\right]$.

$=\frac{1}{\alpha}\left(x^2e^{\alpha x}-\frac{2}{\alpha}\int x\mathrm{d}\left(e^{\alpha x}\right)\right)=\frac{1}{\alpha}\left(x^2e^{\alpha x}-\frac{2}{\alpha}\left(xe^{\alpha x}-\int e^{\alpha x}\mathrm{d}x\right)\right)$.

$=\frac{1}{\alpha}\left(x^2e^{\alpha x}-\frac{2}{\alpha}xe^{\alpha x}+\frac{2}{\alpha^2}e^{\alpha x}\right)+C$.

$F\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{\alpha^2}e-\frac{2}{\alpha^2}e+\frac{2}{\alpha^2}e\right)+C=\frac{1}{\alpha^3}e+C$.

$F(0)=\frac{1}{\alpha}.\frac{2}{\alpha^2}+C$.

Theo giả thiết $F\left(\frac{1}{\alpha}\right)-F(0)=\frac{e-2}{\alpha^3}=1\Rightarrow\alpha^3=e-2\Rightarrow\alpha=\sqrt[3]{e-2}\Rightarrow 0<\alpha\leq 1$

Câu 335: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{2}{\sqrt{2x-1}}$ thỏa mãn $F(5)=7$.

A. $F(x)=\sqrt{2x-1}+4$. **B.** $F(x)=2\sqrt{2x-1}$.

C. $F(x)=2\sqrt{2x-1}+1$. **D.** $F(x)=\sqrt{2x-1}-10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\frac{2}{\sqrt{2x-1}}\mathrm{d}x=2\int\frac{\mathrm{d}(2x-1)}{2\sqrt{2x-1}}=2\sqrt{2x-1}+C$;

Do $F(5)=7$ nên $6+C=7\Rightarrow C=1$.

Câu 336: Nguyên hàm của hàm số $y=\frac{x\sin x}{\cos^3 x}$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{-x}{2\cos^2 x}-\tan x+C$. **B.** $\frac{x}{2\cos^2 x}-\frac{\tan x}{2}+C$.

C. $\frac{-x}{2\cos^2 x}+\tan x+C$. **D.** $\frac{-x}{2\cos^2 x}+\frac{\tan x}{2}+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\frac{\sin x}{\cos^3 x}dx=-\frac{d(\cos x)}{\cos^3 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=\frac{1}{2.\cos^2 x} \end{cases}$

Suy ra $F(x)=\frac{x}{2\cos^2 x}-\frac{1}{2}\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\frac{x}{2\cos^2 x}-\frac{\tan x}{2}+C$.

Câu 337: Cho $F(x)$ là nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x)=x^2e^{ax}\,(a\neq 0)$, sao cho $F\left(\frac{1}{a}\right)=F(0)+1$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $0<a\le 1$. **B.** $a\ge 3$. **C.** $1<a<2$. **D.** $a<-2$.

Lời giải

Chọn A

$F(x)=\int x^2e^{ax}dx$. Đặt $\begin{cases} u=x^2 \\ dv=e^{ax}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=2xdx \\ v=\frac{1}{a}e^{ax} \end{cases}$.

$\Rightarrow F(x)=\frac{1}{a}x^2e^{ax}-\frac{2}{a}\int xe^{ax}dx=\frac{1}{a}x^2e^{ax}-\frac{2}{a}.A\ \ (1)$

Xét $A=\int xe^{ax}dx$. Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=e^{ax}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=\frac{1}{a}e^{ax} \end{cases}$. $\Rightarrow A=\frac{1}{a}xe^{ax}-\frac{1}{a}\int e^{ax}dx\ \ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $F(x)=\frac{1}{a}x^2e^{ax}-\frac{2}{a^2}xe^{ax}+\frac{2}{a^2}\int e^{ax}dx=\frac{1}{a}x^2e^{ax}-\frac{2}{a^2}xe^{ax}+\frac{2}{a^3}e^{ax}+C$.

Mà $F\left(\frac{1}{a}\right)=F(0)+1\Rightarrow \frac{1}{a^3}e-\frac{2}{a^3}e+\frac{2}{a^3}e+C=\frac{2}{a^3}+1+C$

$\Rightarrow a^3=e-2\Rightarrow a=\sqrt[3]{e-2}\Rightarrow 0<a\le 1$.

Câu 338: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(x+1)e^x$, $f(0)=0$ và $\int f(x)dx=(ax+b)e^x+c$ với a,b,c là các hằng số. Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+b=3$ **B.** $a+b=1$ **C.** $a+b=0$ **D.** $a+b=2$

Lời giải

Chọn C

Theo đề: $f'(x)=(x+1)e^x$. Nguyên hàm 2 vế ta được

$\int f'(x)dx=\int(x+1)e^xdx\Leftrightarrow f(x)=(x+1)e^x-\int e^xdx$

$\Rightarrow f(x)=(x+1)e^x-e^x+C=xe^x+C$

Mà $f(0)=0\Rightarrow 0.e^0+C=0\Leftrightarrow C=0\Rightarrow f(x)=xe^x$.

$\Rightarrow \int f(x)dx=\int xe^xdx=xe^x-\int e^xdx=xe^x-e^x+C=(x-1)e^x+C$.

Suy ra $a=1;b=-1\Rightarrow a+b=0$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 339: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{2x+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+1}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}}+C$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\sqrt{2x+1}=t\Rightarrow 2x+1=t^2\Rightarrow \mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$.

Khi đó ta có $\int\dfrac{1}{2}\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\dfrac{t\mathrm{d}t}{t}==\dfrac{1}{2}\int\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}t+C=\dfrac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C$.

Câu 340: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\sqrt{x.f'(x)}=-f(x),\ \forall x\ge 1$ và $f(\mathrm{e})=-\dfrac{1}{2}$. Tính $f(\mathrm{e}^2)$.

A. $f(\mathrm{e}^2)=\dfrac{1}{3}$.

B. $f(\mathrm{e}^2)=-\dfrac{1}{3}$.

C. $f(\mathrm{e}^2)=-\dfrac{1}{4}$.

D. $f(\mathrm{e}^2)=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{x.f'(x)}=-f(x),\ \forall x\ge 1\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\le 0\\ x.f'(x)=f^2(x)\end{cases},\ \forall x\ge 1$.

$\Rightarrow\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}=\dfrac{1}{x}\Rightarrow\int\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}.\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x}.\mathrm{d}x$.

Xét $I=\int\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}.\mathrm{d}x$.

Đặt $t=f(x)\Rightarrow \mathrm{d}t=f'(x)\mathrm{d}x$, khi đó $\int\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}.\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{t^2}.\mathrm{d}t=-\dfrac{1}{t}+C_1$.

Trở lại biến x, ta có $T=-\dfrac{1}{f(x)}+C_1$.

Do vậy $\int\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}.\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x}.\mathrm{d}x\Rightarrow-\dfrac{1}{f(x)}=\ln x+C$ với mọi $x\ge 1$.

Lại do: $f(\mathrm{e})=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow C=1\Rightarrow f(x)=-\dfrac{1}{1+\ln x}$ (thỏa mãn điều kiện $f(x)\le 0,)\forall x\ge 1$

Vậy $f(\mathrm{e}^2)=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 341: Cho a là một số thực dương. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(\ln(ax)+\dfrac{1}{x}\right)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{1}{a}\right)=0$ và $F(2020)=e^{2020}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in\left(\dfrac{1}{2020};1\right)$.

B. $[2020;+\infty)$.

C. $a\in\left(0;\dfrac{1}{2020}\right]$.

D. $a\in[1;2020)$.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

+ Ta có $f(x)=e^x\left(\ln(ax)+\frac{1}{x}\right)=e^x\ln(ax)+\frac{1}{x}e^x$

Do đó $\int f(x)\mathrm{d}x=\int e^x\ln(ax).\mathrm{d}x+\int\frac{1}{x}e^x.\mathrm{d}x$.

Lại có $\int e^x\ln(ax).\mathrm{d}x=\int\ln(ax).(e^x)'.\mathrm{d}x=e^x\ln(ax)-\int e^x.\mathrm{d}(\ln(ax))$

$=e^x\ln(ax)-\int e^x.\frac{(ax)'}{ax}.\mathrm{d}x=e^x\ln(ax)-\int\frac{1}{x}e^x.\mathrm{d}x$.

nên $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x\ln(ax)+C$, tức là $F(x)=e^x\ln(ax)+C$

+ Ta có $F\left(\frac{1}{a}\right)=C=0\Rightarrow F(x)=e^x\ln(ax)$

Lại có $F(2020)=e^{2020}$ nên $e^{2020}\ln(2020a)=e^{2020}$. Tìm được $a=\frac{e}{2020}$.

Câu 342: Cho $f(x)=\frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $xf'(x)$ thỏa mãn $F(0)=0$. Biết $a\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan a=3$. Tính $F(a)-10a^2+3a$.

A. $\frac{1}{2}\ln 10$. **B.** $-\frac{1}{4}\ln 10$. **C.** $\ln 10$. **D.** $-\frac{1}{2}\ln 10$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $F(x)=\int xf'(x)\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}f(x)=xf(x)-\int f(x)\mathrm{d}x$

Ta lại có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

$=\int x\mathrm{d}(\tan x)$

$=x\tan x-\int\tan x\mathrm{d}x$

$=x\tan x-\int\frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x$

$=x\tan x+\int\frac{1}{\cos x}\mathrm{d}(\cos x)=x\tan x+\ln|\cos x|+C\Rightarrow F(x)=xf(x)-x\tan x-\ln|\cos x|+C$

Lại có: $F(0)=0\Rightarrow C=0$, do đó: $F(x)=xf(x)-x\tan x-\ln|\cos x|$.

$\Rightarrow F(a)=af(a)-a\tan a-\ln|\cos a|$

Khi đó $f(a)=\frac{a}{\cos^2 a}=a(1+\tan^2 a)=10a$ và $\frac{1}{\cos^2 a}=1+\tan^2 a=10\Leftrightarrow\cos^2 a=\frac{1}{10}$

$\Leftrightarrow|\cos a|=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Vậy $F(a)-10a^2+3a=10a^2-3a-\ln\left|\frac{1}{\sqrt{10}}\right|-10a^2+3a=\frac{1}{2}\ln 10$.

Câu 343: Cho $I=\int x^3\sqrt{x^2+5}\mathrm{d}x$, đặt $u=\sqrt{x^2+5}$ khi đó viết I theo u và du ta được

A. $I=\int u^2\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int(u^4-5u^2)\mathrm{d}u$.

C. $I=\int(u^4-5u^3)\mathrm{d}u$. **D.** $I=\int(u^4+5u^3)\mathrm{d}u$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn B

Đặt $u=\sqrt{x^2+5}\Rightarrow u^2=x^2+5\Rightarrow udu=xdx$

Khi đó: $I=\int x^3\sqrt{x^2+5}dx=\int x^2.x.\sqrt{x^2+5}dx=\int\left(u^2-5\right).u.udu=\int\left(u^4-5u^2\right)du$

Câu 344: Cho $\int f(x)dx=F(x)+C$. Khi đó với $a\neq 0$, ta có $\int f(ax+b)dx$ bằng:

A. $a.F(ax+b)+C$ **B.** $F(ax+b)+C$ **C.** $\frac{1}{2a}F(ax+b)+C$ **D.** $\frac{1}{a}F(ax+b)+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I=\int f(ax+b)dx$

Đặt: $t=ax+b\Rightarrow dt=adx\Rightarrow\frac{1}{a}dt=dx$.

Khi đó: $I=\frac{1}{a}\int f(t)dt=\frac{1}{a}F(t)+C$

Suy ra: $I=\frac{1}{a}F(ax+b)+C$

Câu 345: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=2f(x)+e^{3x}$; $f(0)=1$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)\sin 3x$ là

A. $\frac{1}{2}e^{3x}(\sin 3x+\cos 3x)+C$ **B.** $\frac{1}{2}e^{3x}(3\sin 3x+\cos 3x)+C$.

C. $\frac{1}{2}e^{3x}(\sin 3x-\cos 3x)+C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{3x}(\sin 3x-3\cos 3x)+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=2f(x)+e^{3x}\Leftrightarrow\frac{f'(x)e^{2x}-2f(x)e^{2x}}{e^{4x}}=e^x\Leftrightarrow\left[\frac{f(x)}{e^{2x}}\right]'=e^x$.

$\Rightarrow\int\left[\frac{f(x)}{e^{2x}}\right]'dx=\int e^xdx\Leftrightarrow\frac{f(x)}{e^{2x}}=e^x+C\Leftrightarrow f(x)=e^{2x}(e^x+C)$.

Do $f(0)=1\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=e^{3x}$.

$\int f'(x)\sin 3x\,dx$

$=\int 3e^{3x}\sin 3x\,dx$

$=\int e^{3x}\sin 3x\,d(3x)$

$=e^{3x}\sin 3x-\int e^{3x}\cos 3x\,d(3x)$

$=e^{3x}\sin 3x-e^{3x}\cos 3x-\int e^{3x}\sin 3x\,d(3x)\Rightarrow\int f'(x)\sin 3x\,dx=\frac{1}{2}e^{3x}(\sin 3x-\cos 3x)+C$.

Câu 346: Tìm nguyên hàm $\int x\left(x^2+7\right)^{15}dx$

A. $\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C$. **B.** $\frac{1}{2}\left(x^2+7\right)^{16}+C$.

C. $\frac{1}{16}\left(x^2+7\right)^{16}+C$. **D.** $-\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A

Đặt $t=x^2+7\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x\Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$

Ta có $\int x(x^2+7)^{15}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int t^{15}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.\frac{t^{16}}{16}+C=\frac{1}{32}\left(x^2+7\right)^{16}+C$.

Câu 347: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x.\cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ là

A. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x+\frac{1}{15}$.

B. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.

C. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{4}{15}$.

D. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sin 2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2.\cos 2x\mathrm{d}x\Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{d}t=\cos 2x\mathrm{d}x$.

Ta có: $F(x)=\int \sin^2 2x.\cos^3 2x\mathrm{d}x$

$=\frac{1}{2}\int t^2.\left(1-t^2\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\left(t^2-t^4\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{6}t^3-\frac{1}{10}t^5+C=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x+C$.

$F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow\frac{1}{6}\sin^3\frac{\pi}{2}-\frac{1}{10}\sin^5\frac{\pi}{2}+C=0\Leftrightarrow C=-\frac{1}{15}$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.

Câu 348: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=x\left(2x^2-3x+1\right)\sqrt{x^2-x}$ với $x>1$ và $F(2)=4\sqrt{2}$. Khi đó giá trị của $F\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2+12\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{2-12\sqrt{2}}{5}$.

C. $\frac{12}{5}$.

D. $\frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$F(x)=\int x\left(2x^2-3x+1\right)\sqrt{x^2-x}\,\mathrm{d}x=\int x(x-1)\sqrt{x^2-x}\,(2x-1)\mathrm{d}x$

$=\int\left(x^2-x\right)^{\frac{3}{2}}d\left(x^2-x\right)=\frac{2}{5}\left(x^2-x\right)^{\frac{5}{2}}+C,\forall x>1$

Khi đó $F(2)=4\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{2}{5}\cdot 4\sqrt{2}+C=4\sqrt{2}\Leftrightarrow C=\frac{12\sqrt{2}}{5}$

$\Rightarrow F(x)=\frac{2}{5}\left(x^2-x\right)^{\frac{5}{2}}+\frac{12\sqrt{2}}{5}\Rightarrow F\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)=\frac{2+12\sqrt{2}}{5}$.

Câu 349: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{x^2+x+4}$ là:

A. $\frac{\ln\left|x^2+x+4\right|}{2}+C$.

B. $2\ln\left|x^2+x+4\right|+C$.

C. $\ln\left|x^2+x+4\right|+C$.

D. $4\ln\left|x^2+x+4\right|+C$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn C

Ta có: $\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx = \int \frac{d\left(x^2+x+4\right)}{x^2+x+4} = \ln\left|x^2+x+4\right|+C$.

Câu 350: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $y=\sqrt[3]{x+1}$?

A. $F(x)=\frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1}+C$.

B. $F(x)=\frac{3}{8}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

C. $F(x)=\frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3}+C$.

D. $F(x)=\frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int \sqrt[3]{x+1}\mathrm{d}x$.

Đặt: $t=\sqrt[3]{x+1} \Rightarrow t^3=x+1 \Rightarrow 3t^2\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I=\int t.3t^2\mathrm{d}t=\int 3t^3\mathrm{d}t=\frac{3}{4}t^4+C=\frac{3}{4}\sqrt[3]{(x+1)^4}+C=\frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1}+C$.

Vậy $F(x)=\frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1}+C$.

Câu 351: Nguyên hàm của hàm số $y=\frac{4\sin x+3\cos x}{\sin x+2\cos x}$ bằng

A. $2x-\ln\left|\cos x+2\sin x\right|+C$.

B. $2x-\ln\left|\sin x+2\sin x\right|+C$.

C. $2x-\ln\left|\cos x+2\cos x\right|+C$.

D. $2x-\ln\left|\sin x+2\cos x\right|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta tìm A, B sao cho $4\sin x+3\cos x=A\left(\sin x+2\cos x\right)+B\left(\cos x-2\sin x\right)$

$\Rightarrow 4\sin x+3\cos x=\left(A-2B\right)\sin x+\left(2A+B\right)\cos x \Rightarrow \begin{cases}A-2B=A\\2A+B=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}A=2\\B=-1\end{cases}$

Từ đó $I=\int \frac{2\left(\sin x+2\cos x\right)-\left(\cos x-2\sin x\right)}{\sin x+2\cos x}dx$

$=2\int dx-\int \frac{d\left(\sin x+2\cos x\right)}{\sin x+2\cos x}=2x-\ln\left|\sin x+2\cos x\right|+C$

Câu 352: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)\backslash\{e\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x(\ln x-1)}$, $f\left(\frac{1}{e^2}\right)=\ln 6$ và $f\left(e^2\right)=3$. Giá trị của biểu thức $f\left(\frac{1}{e}\right)+f\left(e^3\right)$ bằng

A. $3(\ln 2+1)$.

B. $2\ln 2$.

C. $\ln 2+3$.

D. $3\ln 2+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int \frac{1}{x(\ln x-1)}\mathrm{d}x=\int \frac{1}{\ln x-1}\mathrm{d}(\ln x)=\ln\left|\ln x-1\right|+C$

$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\ln(1-\ln x)+C_1 & \text{khi } 0<x<e\\ \ln(\ln x-1)+C_2 & \text{khi } x>e\end{cases}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do $f\left(\frac{1}{e^2}\right)=\ln 6 \Rightarrow \ln\left(1-\ln\frac{1}{e^2}\right)+C_1=\ln 6 \Leftrightarrow \ln 3+C_1=\ln 6 \Leftrightarrow C_1=\ln 2$

Đồng thời $f\left(e^2\right)=3 \Rightarrow \ln\left(\ln e^2-1\right)+C_2=3 \Leftrightarrow C_2=3$

Khi đó: $f\left(\frac{1}{e}\right)+f\left(e^3\right)=\ln\left|\ln\frac{1}{e}-1\right|+\ln 2+\ln\left|\ln e^3-1\right|+3=3\left(\ln 2+1\right).$

Câu 353: Cho hàm số $f(x)=\frac{13\sin x}{2\sin x+3\cos x}$. Bằng cách đặt $t=2\sin x+3\cos x$ khi tính nguyên hàm $\int f(x)\mathrm{d}x=ax+\int\frac{b}{t}\mathrm{d}t$. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+ab+b^2$

A. 12. **B.** 7. **C.** 13. **D.** 19.

Lời giải

Chọn B

Ta có $13\sin x=m\left(2\sin x+3\cos x\right)+n\left(2\cos x-3\sin x\right)=\left(2m-3n\right)\sin x+\left(3m+2n\right)\cos x$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2m-3n=13\\3m+2n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=-3\end{cases}.$

Do đó $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2\left(2\sin x+3\cos x\right)-3\left(2\cos x-3\sin x\right)}{2\sin x+3\cos x}\mathrm{d}x$

$=\int\left(2-\frac{3\left(2\cos x-3\sin x\right)}{2\sin x+3\cos x}\right)\mathrm{d}x.$

Với $t=2\sin x+3\cos x \Rightarrow dt=\left(2\cos x-3\sin x\right)dx.$

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=2x-\int\frac{3}{t}dt$

Vậy $a=2;b=-3$. Suy ra $T=7$.

Câu 354: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2\cos x-1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0;\pi)$. Biết rằng giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0;\pi)$ là $\sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $F\left(\frac{5\pi}{6}\right)=3-\sqrt{3}.$ **B.** $F\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}.$ **C.** $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}.$ **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}-4.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2\cos x-1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$

$=2\int\frac{\cos x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x-\int\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=2\int\frac{\mathrm{d}(\sin x)}{\sin^2 x}-\int\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\frac{2}{\sin x}+\cot x+C$

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2\cos x-1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0;\pi)$ nên hàm số $F(x)$ có công thức dạng $F(x)=-\frac{2}{\sin x}+\cot x+C$ với mọi $x\in(0;\pi)$.

Xét hàm số $F(x)=-\frac{2}{\sin x}+\cot x+C$ xác định và liên tục trên $(0;\pi)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$F'(x)=f(x)=\dfrac{2\cos x-1}{\sin^2 x}$

Xét $F'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{2\cos x-1}{\sin^2 x}=0\Leftrightarrow\cos x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Trên khoảng $(0;\pi)$, phương trình $F'(x)=0$ có một nghiệm $x=\dfrac{\pi}{3}$

x	0		$\dfrac{\pi}{3}$		π
$F'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖
$F(x)$	‖	↗	$-\sqrt{3}+C$	↘	‖

$\max\limits_{(0;\pi)}F(x)=F\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}+C$

Theo đề bài ta có, $-\sqrt{3}+C=\sqrt{3}\Leftrightarrow C=2\sqrt{3}$.

Do đó, $F(x)=-\dfrac{2}{\sin x}+\cot x+2\sqrt{3}$.

Khi đó, $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}-4$. Vậy ta Chọn D

Câu 355: Tìm nguyên hàm $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{1+e^x}$.

A. $I=x-\ln\left|1-e^x\right|+C$.

B. $I=-x-\ln\left|1+e^x\right|+C$.

C. $I=x-\ln\left|1+e^x\right|+C$.

D. $I=x+\ln\left|1+e^x\right|+C$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{1+e^x}=\int\dfrac{e^x\mathrm{d}x}{e^x\left(1+e^x\right)}$.

Đặt $t=e^x\Rightarrow dt=e^x dx$

$I=\int\dfrac{e^x\mathrm{d}x}{e^x\left(1+e^x\right)}=\int\dfrac{dt}{t(1+t)}=\int\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t+1}\right)=\ln|t|-\ln|t+1|+C=\ln\left|e^x\right|-\ln\left|e^x+1\right|+C=x-\ln\left|e^x+1\right|+C$

Câu 356: Nguyên hàm của hàm số: $y=\sin^2 x.\cos^3 x$ là:

A. $\dfrac{1}{3}\sin^3 x-\dfrac{1}{5}\sin^5 x+C$.

B. $-\dfrac{1}{3}\sin^3 x+\dfrac{1}{5}\sin^5 x+C$.

C. $\sin^3 x-\sin^5 x+C$.

D. $\sin^3 x+\sin^5 x+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \sin^2 x.\cos^3 .dx = \int \left(\sin^2 x - \sin^4 x\right).\cos x.dx$

$= \int \left(\sin^2 x - \sin^4 x\right).\mathrm{d}\left(\sin x\right) = \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C$.

Câu 357: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. Bằng cách đặt $t = \sqrt{x}$, nguyên hàm $\int \frac{f'\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2f\left(t\right)+C$. **B.** $\frac{1}{2}f\left(t\right)+C$. **C.** $-2f\left(t\right)+C$. **D.** $f\left(t\right)+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $t = \sqrt{x} \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2dt$.

Do đó $\int \frac{f'\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = \int f'\left(t\right)2\mathrm{d}t = 2\int f'\left(t\right)\mathrm{d}t = 2f\left(t\right)+C$.

Câu 358: Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$, hàm số $f\left(x\right) = \frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm $F\left(x\right) = \left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{2x-3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S = a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{2x-3} \Rightarrow t^2 = 2x-3 \Rightarrow \mathrm{d}x = t\mathrm{d}t$

Khi đó $\int \frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}\mathrm{d}x$

$= \int \frac{20\left(\frac{t^2+3}{2}\right)^2 - 30\left(\frac{t^2+3}{2}\right)+7}{t}t\mathrm{d}t$

$= \int \left(5t^4+15t^2+7\right)\mathrm{d}t = t^5+5t^3+7t+C$

$= \sqrt{\left(2x-3\right)^5} + 5\sqrt{\left(2x-3\right)^3} + 7\sqrt{2x-3} + C$

$= \left(2x-3\right)^2\sqrt{2x-3} + 5\left(2x-3\right)\sqrt{2x-3} + 7\sqrt{2x-3} + C = \left(4x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-3} + C$

Vậy $F\left(x\right) = \left(4x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-3}$. Suy ra $S = a+b+c = 3$.

Câu 359: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \frac{2x}{x^2+4}$ là:

A. $4\ln\left|x^2+4\right|+C$ **B.** $\ln\left|x^2+4\right|+C$ **C.** $\frac{\ln\left|x^2+4\right|}{2}+C$ **D.** $2\ln\left|x^2+4\right|+C$

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có: $\int \frac{2x}{x^2+4}=\int \frac{d\left(x^2+4\right)}{x^2+4}=\ln\left|x^2+4\right|+C$

Câu 360: Xét trên $\left[0;\pi\right]$, biết $F\left(x\right)=\int \sin x e^{\left|\cos x\right|}\mathrm{d}x$ và $F\left(\frac{3\pi}{4}\right)=0$. Tính $F\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

A. $\sqrt{e}+\left(\sqrt{e}\right)^{\sqrt{2}}$. **B.** $\sqrt{e}+\left(\sqrt{e}\right)^{-\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{e}-\left(\sqrt{e}\right)^{-\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{e}-\left(\sqrt{e}\right)^{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

* Ta có $\frac{3\pi}{4}\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$. Xét trên $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$ ta có $\left|\cos x\right|=-\cos x$.

* Suy ra, trên $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right]$ ta có $\int \sin x e^{\left|\cos x\right|}dx=\int \sin x e^{-\cos x}dx=e^{-\cos x}+C=F\left(x\right)$.

* Theo đề bài ta có $F\left(\frac{3\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow e^{-\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)}+C=0\Leftrightarrow C=-e^{\frac{-\sqrt{2}}{2}}$.

Suy ra, $F\left(x\right)=e^{-\cos x}-e^{\frac{-\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow F\left(\frac{2\pi}{3}\right)=e^{-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)}-e^{\frac{-\sqrt{2}}{2}}=e^{\frac{1}{2}}-e^{\frac{-\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{e}-\left(\sqrt{e}\right)^{-\sqrt{2}}$.

Câu 361: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên R và thỏa $\left(f'\left(x\right)\right)^2+4f\left(x\right)=8x^2+16x-8$ với mọi x thuộc R. Tính $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. x^2-2x+C. **B.** x^2+x+C. **C.** x^2-x+C. **D.** x^2+2x+C.

Lời giải

Chọn D

Đặt $I=\int 2f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Dùng tích phân từng phần, ta có: $\begin{cases}u=f\left(x\right)\\ \mathrm{d}v=2\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\\ v=2x+2\end{cases}$.

$I=\left(2x+2\right)f\left(x\right)-\int\left(2x+2\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\left(2x+2\right)f\left(x\right)-\int\left(2x+2\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Ta có $\left(f'\left(x\right)\right)^2+4f\left(x\right)=-4x^2-8x-4$

$\Rightarrow\int\left(f'\left(x\right)\right)^2\mathrm{d}x+2\int 2f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(-4x^2-8x-4\right)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\left(f'\left(x\right)\right)^2\mathrm{d}x-2\int\left(2x+2\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\left(2x+2\right)^2\mathrm{d}x=\int\left(-4x^2-8x-4\right)\mathrm{d}x+\int\left(2x+2\right)^2\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\left[f'\left(x\right)-\left(2x+2\right)\right]^2\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=2x+2\Rightarrow f\left(x\right)=x^2+2x+C,\ C\in\mathbb{R}$.

Câu 362: Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\sin 4x}{1+\cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. Tính $F\left(0\right)$

A. $F\left(0\right)=4-6\ln 2$. **B.** $F\left(0\right)=4+6\ln 2$.

C. $F\left(0\right)=-4+6\ln 2$. **D.** $F\left(0\right)=-4-6\ln 2$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x$.

$$F(x)=\int\frac{\sin 4x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\frac{2\sin 2x.\cos 2x}{1+\frac{1+\cos 2x}{2}}\mathrm{d}x=\int\frac{4\sin 2x.\cos 2x}{3+\cos 2x}\mathrm{d}x=\int\frac{-2.\cos 2x.(3+\cos 2x)'}{3+\cos 2x}\mathrm{d}x$$

$$=-2\int\frac{(3+\cos 2x)-3}{3+\cos 2x}\mathrm{d}(3+\cos 2x)=-2\int\left(1-\frac{3}{3+\cos 2x}\right)\mathrm{d}(3+\cos 2x)$$

$$=-2(3+\cos 2x)+6\ln|3+\cos 2x|+C.$$

Do $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=0\Leftrightarrow -2(3+\cos\pi)+6\ln|3+\cos\pi|+C=0\Leftrightarrow C=4-6\ln 2$.

$\Rightarrow F(0)=-2(3+\cos 0)+6\ln|3+\cos 0|+4-6\ln 2=-4+6\ln 2$.

Câu 363: Giả sử một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}+\frac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$ có dạng $A\sqrt{1-x^3}+\frac{B}{1+\sqrt{x}}$. Hãy tính $A+B$.

A. $A+B=-2$. **B.** $A+B=\frac{8}{3}$. **C.** $A+B=2$. **D.** $A+B=-\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}\right)\mathrm{d}x+\int\left(\frac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}\right)\mathrm{d}x.$$

Tính $\int\left(\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{1-x^3}\Rightarrow t^2=1-x^3\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=-3x^2\mathrm{d}x$.

$$\int\left(\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}\right)\mathrm{d}x=-\frac{2}{3}\int\mathrm{d}t=-\frac{2}{3}t+C_1=-\frac{2}{3}\sqrt{1-x^3}+C_1\Rightarrow A=-\frac{2}{3}.$$

Tính $\int\left(\frac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}\right)\mathrm{d}x=2\int\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}\mathrm{d}(1+\sqrt{x})=\frac{-2}{1+\sqrt{x}}+C_2\Rightarrow B=-2$.

Suy ra $A+B=-\frac{8}{3}$.

Câu 364: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x=3x\cos(2x-5)+C$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f(3x)\mathrm{d}x=9x\cos(2x-5)+C$ **B.** $\int f(3x)\mathrm{d}x=3x\cos(2x-5)+C$

C. $\int f(3x)\mathrm{d}x=3x\cos(6x-5)+C$ **D.** $\int f(3x)\mathrm{d}x=9x\cos(6x-5)+C$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=3x\cos(2x-5)+C$

$\Rightarrow\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=\left(3x\cos(2x-5)+C\right)'$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\Rightarrow f(x)=3\cos(2x-5)-6x\sin(2x-5)$

$\Rightarrow f(3x)=3\cos(6x-5)-18x\sin(6x-5)$

Xét $\int f(3x)\,dx=\int\left(3\cos(6x-5)-18x\sin(6x-5)\right)dx$

$=\int 3\cos(6x-5)dx-\int 18x\sin(6x-5)dx\ (1)$.

Xét $I=\int 18x\sin(6x-5)dx$.

Với $I=-3x\cos(6x-5)+3\int\cos(6x-5)dx$

Đặt $\begin{cases}3x=u\\6\sin(6x-5)dx=dv\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3dx=du\\-\cos(6x-5)=v\end{cases}$

Thay vào (1) ta được $\int f(3x)dx=3x\cos(6x-5)+C$.

Câu 365: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos x-3}$ là:

A. $2\ln|\cos x-3|+C$ **B.** $-\dfrac{\ln|\cos x-3|}{2}+C$ **C.** $4\ln|\cos x-3|+C$ **D.** $-\ln|\cos x-3|+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\dfrac{\sin x}{\cos x-3}dx=\int\dfrac{-d(\cos x-3)}{\cos x-3}=-\ln|\cos x-3|+C$

Câu 366: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+2017\right)$, biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(0)=2018$. Tính $F(2)$.

A. $F(2)=5+2017\sqrt{5}$. **B.** $F(2)=4+2017\sqrt{3}$.

C. $F(2)=3+2017\sqrt{3}$. **D.** $F(2)=2017$.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+2017\right)=2x+\dfrac{2017x}{\sqrt{x^2+1}}$

$\Rightarrow F(x)=\int f(x)dx=\int\left(2x+\dfrac{2017x}{\sqrt{x^2+1}}\right)dx=\int(2x)dx+\int\left(\dfrac{2017x}{\sqrt{x^2+1}}\right)dx$.

Xét tích phân $I=\int\left(\dfrac{2017x}{\sqrt{x^2+1}}\right)dx$.

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow dt=2xdx\Rightarrow xdx=\dfrac{dt}{2}$.

Khi đó, ta có $I=\dfrac{2017}{2}\int\dfrac{dt}{\sqrt{t}}=\dfrac{2017}{2}\int t^{-\frac{1}{2}}dt=\dfrac{2017}{2}\cdot\dfrac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+C=2017t^{\frac{1}{2}}+C$.

Trở lại biến x, ta có $I=2017\sqrt{x^2+1}+C$.

Vậy $\Rightarrow F(x)=\int(2x)dx+\int\left(\dfrac{2017x}{\sqrt{x^2+1}}\right)dx=x^2+2017\sqrt{x^2+1}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$F(0)=2018\Rightarrow 2017+C=2018\Leftrightarrow C=1\Rightarrow F(x)=x^2+2017\sqrt{x^2+1}+1$

$\Rightarrow F(2)=2^2+2017\sqrt{2^2+1}+1=5+2017\sqrt{5}$.

Câu 367: Gọi hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ thỏa mãn $F(0)=1;F(1)=0$. Tính $F(-1)+F(2)$.

A. 1. **B.** $2\ln 3$. **C.** $\ln 3+2$. **D.** $\ln 3+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{2x-1}=\dfrac{1}{2}\ln|2x-1|+C$.

Hay $\int f(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\ln(2x-1)+C_1, & \text{khi } x>\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{1}{2}\ln(1-2x)+C_2, & \text{khi } x<\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Vì $\begin{cases}F(1)=0\\F(0)=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=0\\C_2=1\end{cases}$ nên $F(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\ln(2x-1), & \text{khi } x>\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{1}{2}\ln(1-2x)+1, & \text{khi } x<\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Suy ra $F(-1)=\dfrac{1}{2}\ln 3+1$ và $F(2)=\dfrac{1}{2}\ln 3$.

Vậy $F(-1)+F(2)=\ln 3+1$.

Câu 368: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x^2+x-2}$, $f(-3)-f(3)=0$ và $f(0)=\dfrac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4)+f(-1)-f(4)$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{4}{5}+\ln 2+1$. **B.** $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{8}{5}+1$. **C.** $\ln 80+1$. **D.** $\dfrac{1}{3}\ln 2+\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$f(x)=\int\dfrac{1}{x^2+x-2}\mathrm{d}x=\begin{cases}\dfrac{1}{3}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+2}\right|+C_1,\forall x\in(-\infty;-2)\\ \dfrac{1}{3}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+2}\right|+C_2,\forall x\in(-2;1)\\ \dfrac{1}{3}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+2}\right|+C_3,\forall x\in(1;+\infty)\end{cases}$.

Ta có $f(-3)=\dfrac{1}{3}\ln 4+C_1$, $f(0)=\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{1}{2}+C_1$, $f(3)=\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{2}{5}+C_3$

Theo giả thiết ta có $f(0)=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow C_2=\dfrac{1}{3}(1+\ln 2)$.

$\Rightarrow f(-1)=\dfrac{2}{3}\ln 2+\dfrac{1}{3}$.

Và $f(-3)-f(3)=0\Leftrightarrow C_1-C_3=\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{1}{10}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Vậy $f(-4)+f(-1)-f(4)=\frac{1}{3}\ln\frac{5}{2}+C_1+\frac{1}{3}\ln 2+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\ln 2+\frac{1}{3}\ln 2-C_2=\frac{1}{3}\ln 2+\frac{1}{3}$.

Câu 369: Nguyên hàm của hàm số: $y=\sin^3 x.\cos x$ là:

A. $\frac{1}{4}\cos^4 x+C$. **B.** $-\cos^2 x+C$. **C.** $\frac{1}{3}\sin^3 x+C$. **D.** $\frac{1}{4}\sin^4 x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \sin^3 x.\cos x.dx=\int \sin^3 x.d(\sin x)=\frac{\sin^4 x}{4}+C$.

Câu 370: Theo phương pháp đổi biến số $(x\to t)$, nguyên hàm của $I=\int\frac{2\sin x+2\cos x}{\sqrt[3]{1-\sin 2x}}dx$ là:

A. $3\sqrt[3]{t}+C$. **B.** $6\sqrt[3]{t}+C$. **C.** $2\sqrt[3]{t}+C$. **D.** $12\sqrt[3]{t}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\int\frac{2\sin x+2\cos x}{\sqrt[3]{1-\sin 2x}}dx=\int\frac{2(\sin x+\cos x)}{\sqrt[3]{(\sin x-\cos x)^2}}dx$.

Đặt $t=\sin x-\cos x\Rightarrow dt=(\sin x+\cos x)dx$.

$\Rightarrow I=\int\frac{2}{\sqrt[3]{t^2}}dt=2.\frac{1}{1+\left(-\frac{2}{3}\right)}t^{\frac{1}{3}}+C=6\sqrt[3]{t}+C$.

Câu 371: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1-2\sin^2 x}{2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$.

A. $\int f(x)dx=\ln|\sin x+\cos x|+C$. **B.** $\int f(x)dx=\ln|1+\sin 2x|+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\ln|\sin x+\cos x|+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\ln|1+\sin 2x|+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $1-2\sin^2 x=\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$ và $2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=(\sin x+\cos x)^2$

Hàm số được rút gọn thành $f(x)=\frac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}$

Nguyên hàm $\int f(x)dx=\int\frac{d(\sin x+\cos x)}{\sin x+\cos x}=\ln|\sin x+\cos x|+C$

Câu 372: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của $f(x).e^x$. Một nguyên hàm của $f'(x).e^x$ là :

A. $-2\sin 2x+\cos 2x$. **B.** $-2\sin 2x-\cos 2x$.

C. $2\cos 2x-\sin 2x$. **D.** $-\cos 2x+2\sin 2x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\cos 2x$ là một nguyên hàm của $f(x).e^x$ $f(x).e^x=(\cos 2x)'\Leftrightarrow f(x).e^x=-2\sin 2x$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$\Rightarrow \left(f(x).e^{x}\right)' = -4\cos 2x \Leftrightarrow f'(x)e^{x} + e^{x}.f(x) = -4\cos 2x \Leftrightarrow f'(x).e^{x} = -4\cos 2x + 2\sin 2x$

$\Rightarrow \int f'(x)e^{x}dx = \int(-4\cos 2x + 2\sin 2x)dx = -2\sin 2x - \cos 2x + C.$

Vậy một nguyên hàm của $f'(x).e^{x}$ là : $-2\sin 2x - \cos 2x$.

Câu 373: Biết $f'(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$ và $f(0) = 1, f(2) = 2$. Tính $f(3) - f(-2)$.

A. $\ln\sqrt{6}$. **B.** $-\ln 2$. **C.** $-\ln\sqrt{6}$. **D.** $\ln\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

* Ta có $\dfrac{1}{x^2-1} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}\right)$. Suy ra,

$$f(x) = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right) + C_1, x \in (-\infty;-1)\cup(1;+\infty) \\ \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{1-x}{x+1}\right) + C_2, x \in (-1;1) \end{cases}$$

* Ta có

$f(0) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\ln(1) + C_2 = 1 \Leftrightarrow C_2 = 1$

$f(2) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{1}{2}\right) + C_1 = 2 \Leftrightarrow C_1 = 2 + \dfrac{1}{2}\ln 2$

* Do đó, $f(-2) = \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{-2-1}{-2+1}\right) + 2 + \dfrac{1}{2}\ln 2 = \dfrac{1}{2}\ln 3 + 2 + \dfrac{1}{2}\ln 2 = 2 + \ln\sqrt{6}$

$f(3) = \dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{3-1}{3+1}\right) + 2 + \dfrac{1}{2}\ln 2 = \dfrac{-1}{2}\ln 2 + 2 + \dfrac{1}{2}\ln 2 = 2$

$f(3) - f(-2) = \ln\sqrt{6}$.

Câu 374: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - f(x) = (x^2+1)e^{\frac{x^2+2x-1}{2}}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = e$. Tìm $f(x)$ bằng

A. $x + e^{\frac{x^2+2x-1}{2}}$. **B.** $xe^{\frac{x^2-2x-1}{2}}$. **C.** $x + e^{\frac{x^2-2x-1}{2}}$. **D.** $xe^{\frac{x^2+2x-1}{2}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) - f(x) = (x^2+1)e^{\frac{x^2+2x-1}{2}} \Leftrightarrow f'(x)e^{-x} - e^{-x}f(x) = (x^2+1)e^{\frac{x^2-1}{2}}$

$\Leftrightarrow \left(e^{-x}f(x)\right)' = (x^2+1)e^{\frac{x^2-1}{2}}$.

$\Rightarrow \int\left(e^{-x}f(x)\right)'dx = \int(x^2+1)e^{\frac{x^2-1}{2}}dx \Leftrightarrow C_1 + e^{-x}f(x) = \int x^2 e^{\frac{x^2-1}{2}}dx + \int e^{\frac{x^2-1}{2}}dx$

$\Leftrightarrow C_1 + e^{-x}f(x) = I_1 + I_2 (*)$

Xét: $I_2 = \int e^{\frac{x^2-1}{2}}dx$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt: $\begin{cases} u = \mathrm{e}^{\frac{x^2-1}{2}} \\ \mathrm{d}v = \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = x\mathrm{e}^{\frac{x^2-1}{2}}\mathrm{d}x \\ v = x \end{cases}$.

$I_2 = C_2 + x\mathrm{e}^{\frac{x^2-1}{2}} - \int x^2\mathrm{e}^{\frac{x^2-1}{2}}\mathrm{d}x = C_2 + x\mathrm{e}^{\frac{x^2-1}{2}} - I_1 \Leftrightarrow I_1 + I_2 = x\mathrm{e}^{\frac{x^2-1}{2}}$

$(*) \Leftrightarrow C_1 + \mathrm{e}^{-x} f(x) = C_2 + x\mathrm{e}^{\frac{x^2-1}{2}} \Leftrightarrow f(x) = C\mathrm{e}^{x} + x\mathrm{e}^{\frac{x^2+2x-1}{2}}$.

Vì $f(1) = \mathrm{e} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = xe^{\frac{x^2+2x-1}{2}}$

Câu 375: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x(\cos x - 2x\sin x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^2}{32} + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{64} + \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}$. **C.** $\frac{\pi^2}{64} + \frac{\pi}{16} + \frac{1}{8}$. **D.** $\frac{\pi^2}{32} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f'(x)\mathrm{d}x = \int \cos x(\cos x - 2x\sin x)\mathrm{d}x = \int (\cos^2 x - x\sin 2x)\mathrm{d}x$.

$\int \cos^2 x\,\mathrm{d}x = \int \frac{1+\cos 2x}{2}\mathrm{d}x = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$.

Tính $\int x\sin 2x\,\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \sin 2x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = -\frac{\cos 2x}{2} \end{cases}$.

Khi đó $\int x\sin 2x\,\mathrm{d}x = -\frac{x\cos 2x}{2} + \int \frac{\cos 2x}{2}\mathrm{d}x = -\frac{x\cos 2x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$ với $C \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{x\cos 2x}{2} + C$.

Đặt $\begin{cases} u = \frac{x}{2} \\ \mathrm{d}v = \cos 2x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \frac{1}{2}\mathrm{d}x \\ v = \frac{\sin 2x}{2} \end{cases}$.

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\cos 2x}{2}\mathrm{d}x = \frac{x\sin 2x}{4}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x}{4}\mathrm{d}x = \left(\frac{x\sin 2x}{4} + \frac{\cos 2x}{8}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}$.

Vậy $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x = \frac{\pi^2}{64} + \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}$.

Câu 376: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8\sin^4 x + 2\cos 5x.\sin 3x$ có dạng $F(x) = ax + b.\sin 2x + c.\cos 2x + d.\sin 4x + e.\cos 8x$. Tính $S = a + b + c + d + e$.

A. $S = \frac{13}{8}$. **B.** $S = \frac{15}{3}$. **C.** $S = \frac{15}{8}$. **D.** $S = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $8\sin^4 x = 2(1 - \cos 2x)^2$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$=2-4\cos 2x+2\cos^2 2x=3-4\cos 2x+\cos 4x=2\cos 5x.\sin 3x=\sin 8x-\sin 2x.$

Suy ra $f(x)=8\sin^4 x+2\cos 5x.\sin 3x=3-4\cos 2x-\sin 2x+\cos 4x+\sin 8x$.

Do đó, họ nguyên hàm của hàm số là $3x-2\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 4x-\frac{1}{8}\cos 8x+C$.

$\Rightarrow F(x)=3x-2\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 4x-\frac{1}{8}\cos 8x$.

Vậy $S=a+b+c+d+e=\frac{13}{8}$.

Câu 377: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$ là:

A. $\frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{1-x^2}+C$ **B.** $-\frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{1-x^2}+C$

C. $-\frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{1-x^2}+C$ **D.** $\frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{1-x^2}+C$

Lời giải

Chọn C

Ta có : $I=\int\frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}dx$

Đặt $t=\sqrt{1-x^2}\Rightarrow t^2=1-x^2\Rightarrow -tdt=xdx$

Khi đó: $I=-\int\frac{(1-t^2)}{t}tdt=\int(t^2-1)dt=\frac{t^3}{3}-t+C$.

Thay $t=\sqrt{1-x^2}$ ta được $I=\frac{(\sqrt{1-x^2})^3}{3}-\sqrt{1-x^2}+C=-\frac{1}{3}(x^2+2)\sqrt{1-x^2}+C$.

Câu 378: Cho $F(x)=-\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x^4}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x).\sin 2x$

A. $x\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x+C$ **B.** $x\cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x+C$

C. $-x\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x+C$ **D.** $-x\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $F'(x)=\frac{f(x)}{x^4}\Rightarrow f(x)=x^4.F'(x)=x^4.\left(-\frac{1}{x}\right)'=x^4.\frac{1}{x^2}=x^2$

$\Rightarrow f'(x)=2x\Rightarrow f'(x).\sin 2x=2x.\sin 2x$

Vậy $\int f'(x).\sin 2xdx=\int(2x.\sin 2x)dx$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=2\sin 2xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ dv=-\cos 2xdx\end{cases}$

Nên $\int f'(x)\sin 2xdx=-x\cos 2x+\int\cos 2xdx=-x\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x+C$

Câu 379: Tính $\int\frac{-2x}{1-x^2}dx$ thu được kết quả là:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{1}{1-x}+C$. **B.** $\frac{1+x}{1-x}+C$. **C.** $\ln\left|1-x^2\right|+C$. **D.** $\frac{x}{1-x}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\frac{-2x}{1-x^2}\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{d}\left(1-x^2\right)}{1-x^2}=\ln\left|1-x^2\right|+C$.

Câu 380: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x^2-1}$. Biết $f(3)+f(-3)=4$ và $f\left(\frac{1}{3}\right)+f\left(\frac{-1}{3}\right)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-5)+f(0)+f(2)$ bằng

A. $5-\frac{1}{2}\ln 2$. **B.** $6-\frac{1}{2}\ln 2$. **C.** $5+\frac{1}{2}\ln 2$. **D.** $6+\frac{1}{2}\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=\frac{1}{x^2-1}\Rightarrow f(x)=\int f'(x)dx=\int\frac{1}{x^2-1}dx=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C$ với $x\in R\setminus\{-1;1\}$.

Khi đó: $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C_1 & khi\quad x>1\\ \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C_2 & khi\quad -1<x<1\\ \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C_3 & khi\quad x<-1\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}f(3)+f(-3)=C_1+C_3=4\\ f\left(\frac{1}{3}\right)+f\left(\frac{-1}{3}\right)=2C_2=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1+C_3=4\\ C_2=1\end{cases}$

Vậy $f(-5)+f(0)+f(2)=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}+C_3+C_2+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{3}+C_1=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}+5=5-\frac{1}{2}\ln 2$.

---------- HẾT ----------

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Chủ đề 02. TÍCH PHÂN

Câu 1: Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}x\mathrm{d}x$.

A. $I=-1$. **B.** $I=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int\limits_{-1}^{1}x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{1}=\dfrac{1^2}{2}-\dfrac{(-1)^2}{2}=0$.

Câu 2: Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\cos^2 x\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{4\pi+3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $I=\dfrac{4\pi+3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $I=\dfrac{3\pi+4\sqrt{3}}{12}$. **D.** $I=\dfrac{3\pi+4\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn A

Có $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{1+\cos 2x}{2}\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{3}}=\dfrac{4\pi+3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 3: Biết $I=\int\limits_{0}^{3}\dfrac{x+1}{x+2}\mathrm{d}x=a+\ln\dfrac{2}{5}$ với $a,b,c\in\mathbb{N},c<3$. Khi đó $a+b-c$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int\limits_{0}^{3}\dfrac{x+1}{x+2}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{3}\left(1-\dfrac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=\Big(x-\ln|x+2|\Big)\Big|_{0}^{3}=(3-\ln 5)-(0-\ln 2)=3+\ln\dfrac{2}{5}$.

Vậy $a=3,b=2,c=5\Rightarrow a+b-c=0$.

Câu 4: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int\limits_{-1}^{1}|x|^3\,\mathrm{d}x=\left|\int\limits_{-1}^{1}x^3\mathrm{d}x\right|$. **B.** $\int\limits_{-2}^{3}\left|e^x(x+1)\mathrm{d}x\right|=\int\limits_{-2}^{3}e^x(x+1)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{2022}\left|x^4-x^2+1\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2022}\left(x^4-x^2+1\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^4-x^2+1=x^4-2.x^2.\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}=\left(x^2-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó: $\int\limits_{-1}^{2022}\left|x^4-x^2+1\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2022}\left(x^4-x^2+1\right)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 5: Cho tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x \mathrm{d}x = a+be$, với $a;b \in \mathbb{Z}$. Tổng $a+b$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** –3. **D.** –1.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases} u = x-2 \\ \mathrm{d}v = e^x \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 (x-2)e^x \mathrm{d}x = (x-2)\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x \mathrm{d}x = -e+2-e^x\Big|_0^1 = 3-2\mathrm{e} = a+be$

với $a;b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a=3, b=-2 \Rightarrow a+b=1$

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \le x \le 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \le x \le 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 1. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 (3x^2)\mathrm{d}x + \int_1^2 (4-x)\mathrm{d}x = \frac{3x^3}{3}\Big|_1^2 + \left(4x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^2 = \frac{7}{2}.$$

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết $F(2)=-7$. Giá trị của $F(4)$ là:

A. $f'(4)$. **B.** $\int_2^4 [-7+f(t)]\mathrm{d}t$. **C.** $-7+\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t$. **D.** $-7+f'(4)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa tích phân ta có $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_2^4 = F(4)-F(2)$.

Suy ra $F(4) = \int_2^4 f(x)\mathrm{d}x + F(2) = -7 + \int_2^4 f(t)\mathrm{d}t$.

Câu 8: Biết tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x+1)^2 \mathrm{d}x = a + \ln\frac{b}{c}$ với $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản, $c>0$. Giá trị của $a+b+c$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** –1.

Lời giải

Chọn B

Có $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x+1)^2 \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x + 2\tan x + 1)\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + 2\frac{\sin x}{\cos x}\right)\mathrm{d}x$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x - 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos x}\mathrm{d}(\cos x) = (\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - 2\ln|\cos x|\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - 2\ln\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - \ln\frac{1}{2}.$

Vậy $a+b+c = 1-1+2 = 2$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 9: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ tùy ý trên $[a;b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)$.
B. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$.
C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.
D. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa tích phân có $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)$.

Câu 10: Cho $\int_a^3 (2x+3)\mathrm{d}x = 14$. Tính tổng các giá trị của a là

A. 1. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_a^3 (2x+3)\mathrm{d}x = \left(x^2+3x\right)\Big|_a^3 = 18-\left(a^2+3a\right)$.

Mà $\int_a^3 (2x+3)\mathrm{d}x = 14 \Leftrightarrow 18-\left(a^2+3a\right)=14 \Leftrightarrow -a^2-3a+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=-4 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các giá trị của a là -3.

Câu 11: Cho $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=-1, f(1)=3$. Tính $I=\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = -2$. **B.** $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = -4$. **C.** $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = 4$. **D.** $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_0^1 = f(1)-f(0)=3-(-1)=4$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x), y=g(x)$ là các hàm số có đạo hàm và liên tục trên $[0;2]$ và $\int_0^2 g(x)f'(x)\mathrm{d}x = 2$, $\int_0^2 g'(x)f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $I=\int_0^2 \left[g(x)f(x)\right]'\mathrm{d}x$

A. $I=1$ **B.** $I=-1$ **C.** $I=5$ **D.** $I=6$

Lời giải

Chọn C

$I=\int_0^2 \left[g(x)f(x)\right]'\mathrm{d}x$

$=\int_0^2 \left[g'(x)f(x)+g(x).f'(x)\right]\mathrm{d}x = \int_0^2 g'(x)f(x)\mathrm{d}x+\int_0^2 g(x)f'(x)\mathrm{d}x = 3+2=5$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 13: Cho $\int\limits_2^3 \frac{\mathrm{d}x}{2x-3}=\frac{a}{b}.\ln c$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $I=a+b+c$.

A. $I=2$. **B.** $I=4$. **C.** $I=36$. **D.** $I=6$.

Lời giải

Chọn D

$\int\limits_2^3 \frac{\mathrm{d}x}{2x-3}=\frac{1}{2}\int\limits_2^3 \frac{\mathrm{d}(2x-3)}{2x-3}=\frac{1}{2}\left(\ln\left|2x-3\right|\right)\Big|_2^3=\frac{1}{2}\left(\ln 3-\ln 1\right)=\frac{1}{2}\ln 3$.

$a=1;\ b=2;\ c=3\Rightarrow a+b+c=1+2+3=6$.

Vậy $I=6$.

Câu 14: Giả sử f là hàm số liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số bất kỳ trên khoảng K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int\limits_a^a f(x)\mathrm{d}x=1$ **B.** $\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x, c\in(a;b)$

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$ **D.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(t)\mathrm{d}t$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\limits_a^a f(x)dx=F(a)-F(a)=0$.

Câu 15: Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 xe^x\mathrm{d}x$.

A. $I=3e^2$. **B.** $I=e^2$. **C.** $I=e$. **D.** $I=-e^2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=e^x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=e^x\end{cases}$

$I=\int\limits_1^2 xe^x dx=xe^x\Big|_1^2-\int\limits_1^2 e^x dx=2e^2-e-e^x\Big|_1^2=2e^2-e-\left(e^2-e\right)=e^2$.

Câu 16: Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sin 2x.\cos 3x\ \mathrm{d}x$. Biết $I=\frac{a\sqrt{3}+b}{10}$. Giá trị của $a+b$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** -7. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Có $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sin 2x.\cos 3x\ \mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1}{2}\left(-\sin x+\sin 5x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(\cos x-\frac{1}{5}\cos 5x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$.

Vậy $a+b=3-4=-1$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^2\left(f(x)+2x\right)\mathrm{d}x=5$. Tính $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -9. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 9.

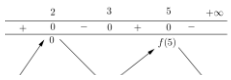
Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn B

Ta có: $\int_0^2 \left(f\left(x\right)+2x\right)\mathrm{d}x=\int_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_0^2 2x\mathrm{d}x=\int_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+4=5$. Do đó $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=1$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ và có bảng biến thiên như sau



Biết rằng $\int_2^5 \left|f'\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=5$. Giá trị của $f\left(5\right)$ bằng

A. 15. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có $x\in\left[3;5\right]\Rightarrow f'\left(x\right)\geq 0$ và $x\in\left[2;3\right]\Rightarrow f'\left(x\right)\leq 0$,

$f\left(2\right)=0, f\left(3\right)=-1$.

$$\int_2^5 \left|f'\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow\int_2^3 \left|f'\left(x\right)\right|\mathrm{d}x+\int_3^5 \left|f'\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=5$$

$$\Leftrightarrow-\int_2^3 f'\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_3^5 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow f\left(x\right)\Big|_3^2+f\left(x\right)\Big|_3^5=5$$

$$\Leftrightarrow f\left(2\right)-f\left(3\right)+f\left(5\right)-f\left(3\right)=5\Leftrightarrow f\left(5\right)+2=5\Leftrightarrow f\left(5\right)=3.$$

Câu 19: Cho các số thực a, b và các mệnh đề:

(I). $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

(II). $\int_a^b 2f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\int_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

(III). $\int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x=\left[\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x\right]^2$.

(IV). $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int_a^b f\left(u\right)\mathrm{d}u$.

Số mệnh đề **đúng** trong 4 mệnh đề trên là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa và tính chất của tích phân ta có (I) và (IV) đúng.

Câu 20: Tích phân $I=\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x}$ bằng

A. $I=\ln 3$. **B.** $I=\ln 2$. **C.** $I=\ln\frac{1}{2}$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x}=\ln\left|x\right|\Big|_1^2=\ln 2$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=7$. $\int_3^{10} f(x)\mathrm{d}x=8$, $\int_3^6 f(x)\mathrm{d}x=9$.

Giá trị của $I=\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=8$. **C.** $I=7$. **D.** $I=6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_3^{10} f(x)\mathrm{d}x=\int_3^6 f(x)\mathrm{d}x+\int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x=\int_3^{10} f(x)\mathrm{d}x-\int_3^6 f(x)\mathrm{d}x=8-9=-1$

Khi đó $I=\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x=\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x+\int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x=7-1=6.$

Câu 22: Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x+1)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=a+b.\mathrm{e}$, tích $a.b$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 20. **D.** -15.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: a, $b\in\mathbb{Z}$.

Đặt $\begin{cases}u=2x+1\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ v=\mathrm{e}^x\end{cases}$.

$\Rightarrow\int_0^1 (2x+1)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=(2x+1)\mathrm{e}^x\big|_0^1-2\int_0^1 \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=(2x-1)\mathrm{e}^x\big|_0^1=1+\mathrm{e}=a+b.\mathrm{e}$.

$\Rightarrow\begin{cases}a=1\\ b=1\end{cases}$. Vậy tích $a.b=1$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$.

Tính $\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. -3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases}u=x^3\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=3x^2\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Ta có $\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x=x^3 f(x)\big|_0^1-3\int_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x=f(1)-0-3.\frac{1}{3}=0-1=-1$.

Vậy $\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x=-1$.

Câu 24: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)\mathrm{d}x$ là

A. 24. **B.** 27. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn D

Gọi $I=\int_1^4 f(3x-3)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=3x-3\Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=0$, $x=4\Rightarrow t=9$.

Khi đó: $I=\frac{1}{3}\int_0^9 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}.9=3$.

Câu 25: Biết $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-\frac{1}{a+1}\ln 2$ (với a là số nguyên). Tính a

A. $a=1$ **B.** $a=0$ **C.** $a=0$ **D.** $a=2$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=1\Rightarrow t=2\end{cases}$

Ta có $\int_0^1 \frac{x^2.x\mathrm{d}x}{x^2+1}=\int_1^2 \frac{(t-1)\mathrm{d}t}{t}=\frac{1}{2}\int_1^2\left(1-\frac{1}{t}\right)=\frac{1}{2}\left(t-\ln|t|\right)\Big|_1^2=\frac{1}{2}(1-\ln 2)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}.\ln 2\Rightarrow a=1$

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f^3(x)+f(x)=x,\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=14$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{5}{4}$. **D.** $I=10$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=f(x)$ ta có: $t^3+t=x\Rightarrow \mathrm{d}x=(3t^2+1)\mathrm{d}t$.

Đổi cận:

x	0	2
t	0	1

$I=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 t(3t^2+1)\mathrm{d}t=\frac{5}{4}$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $\int_0^2\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$

A. 15. **B.** 75. **C.** 27. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

$I=\int_0^2\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x=\int_0^2 f(1-3x)\mathrm{d}x+9\int_0^2\mathrm{d}x=I_1+18$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt: $1-3x=t\Rightarrow -3\mathrm{d}x=\mathrm{d}t\Leftrightarrow \mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\mathrm{d}t$.

Đổi cận:

x	0	2
t	1	-5

$I_1=-\frac{1}{3}\int\limits_1^{-5} f(t)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int\limits_{-5}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}.9=3$.

Vậy $I=3+18=21$.

Câu 28: Cho $\int\limits_1^{\mathrm{e}}(1+x\ln x)\mathrm{d}x=a\mathrm{e}^2+b\mathrm{e}+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a-b=c$ **B.** $a-b=-c$ **C.** $a+b=c$ **D.** $a+b=-c$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_1^{\mathrm{e}}(1+x\ln x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^{\mathrm{e}}1.\mathrm{d}x+\int\limits_1^{\mathrm{e}}x\ln x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}-1+\int\limits_1^{\mathrm{e}}x\ln x\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=x.\mathrm{d}x\Rightarrow v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$

Khi đó $\int\limits_1^{\mathrm{e}}x\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\frac{1}{2}\int\limits_1^{\mathrm{e}}x\,\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^2}{2}-\frac{1}{4}x^2\Big|_1^{\mathrm{e}}=\frac{\mathrm{e}^2}{2}-\frac{\mathrm{e}^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{\mathrm{e}^2}{4}+\frac{1}{4}$.

Suy ra $\int\limits_1^{\mathrm{e}}(1+x\ln x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}-1+\frac{\mathrm{e}^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{\mathrm{e}^2}{4}+\mathrm{e}-\frac{3}{4}$ nên $a=\frac{1}{4}$, $b=1$, $c=-\frac{3}{4}$.

Vậy $a-b=c$.

Câu 29: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x)=f(10-x)$ và $\int\limits_3^7 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_3^7 xf(x)\mathrm{d}x$.

A. 80. **B.** 20. **C.** 60. **D.** 40.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=10-x$. Khi đó $\mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$. Đổi cận: $\begin{cases}x=3\Rightarrow t=7\\ x=7\Rightarrow t=3\end{cases}$.

Khi đó $I=-\int\limits_7^3(10-t)f(10-t)\mathrm{d}t=\int\limits_3^7(10-t)f(10-t)\mathrm{d}t=\int\limits_3^7(10-x)f(10-x)\mathrm{d}x$

$=\int\limits_3^7(10-x)f(x)\mathrm{d}x=10\int\limits_3^7 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_3^7 xf(x)\mathrm{d}x=10\int\limits_3^7 f(x)\mathrm{d}x-I$.

Suy ra $2I=10\int\limits_3^7 f(x)\mathrm{d}x=10.4=40$. Do đó $I=20$.

Câu 30: Cho tích phân $I=\int\limits_1^2\frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{b}{c}+a\ln 2$ với a là số thực, b và c là các số nguyên dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P=2a+3b+c$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $P=5$ **B.** $P=-6$ **C.** $P=4$ **D.** $P=6$

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ \mathrm{d}v=\dfrac{1}{x^2}.\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}.\mathrm{d}x \\ v=-\dfrac{1}{x} \end{cases}$

Ta có $I=\left(\dfrac{-1}{x}.\ln x\right)\Big|_1^2+\int_1^2\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\dfrac{-1}{2}\ln 2-\dfrac{1}{x}\Big|_1^2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\ln 2\Rightarrow b=1,c=2,a=-\dfrac{1}{2}$.

Khi đó $P=2\left(\dfrac{-1}{2}\right)+3.1+2=4$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3,\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2-2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. **D.** $\dfrac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=\int\left(2\sin^2 x+3\right)\mathrm{d}x=\int\left(4-\cos 2x\right)\mathrm{d}x=4x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Lại có $f(0)=4\Rightarrow C=4$. Vậy $f(x)=4x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4$

khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(4x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4\right)\mathrm{d}x=\left(2x^2+\dfrac{1}{4}\cos 2x+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi^2}{8}+\pi-\dfrac{1}{4}$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x).f'(x)=1,\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=a$, $f(1)=b$ và $f(2)=c$. Tích phân $\int_1^2\dfrac{x}{f(x)}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2c-b-a$. **B.** $2a-b-c$. **C.** $2a-b+c$. **D.** $2c-b+a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x).f'(x)=1\Rightarrow\dfrac{1}{f(x)}=f'(x)$

$\int_1^2\dfrac{x}{f(x)}\mathrm{d}x=\int_1^2 xf'(x)\mathrm{d}x=\left(xf(x)\right)\Big|_1^2-\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2f(2)-f(1)-\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2c-b-a$.

Câu 33: Tính tích phân $I=\int_0^3\dfrac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}}$ ta được kết quả:

A. $\dfrac{76}{15}$. **B.** $\dfrac{36}{5}$. **C.** $\dfrac{15}{76}$. **D.** $\dfrac{5}{36}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow t^2=x+1\Rightarrow\mathrm{d}x=2t.\mathrm{d}t$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=3 \Rightarrow t=2 \end{cases}$

Khi đó $I=\int_1^2 \frac{\left(t^2-1\right)^2 2t\mathrm{d}t}{t}=2.\int_1^2\left(t^2-1\right)^2.dt=2.\int_1^2\left(t^4-2t^2+1\right)dt$

$=2.\left(\frac{t^5}{5}-\frac{2t^3}{3}+t\right)\Big|_1^2=\frac{92}{15}-\frac{16}{15}=\frac{76}{15}$

Câu 34: Tính tích phân $I=\int_{-1}^{0} x\left(x+1\right)^{2018}\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $\frac{1}{4078380}$. **B.** $-\frac{1}{4078380}$. **C.** $-\frac{1}{2018}$. **D.** $\frac{1}{2018}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x+1\Rightarrow \mathrm{d}x=\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases} x=-1 \Rightarrow t=0 \\ x=0 \Rightarrow t=1 \end{cases}$

Khi đó $I=\int_0^1\left(t-1\right).t^{2018}.\mathrm{d}t=\int_0^1\left(t^{2019}-t^{2018}\right).\mathrm{d}t=\left(\frac{t^{2020}}{2020}-\frac{t^{2019}}{2019}\right)\Big|_0^1$

$=\frac{1}{2020}-\frac{1}{2019}=-\frac{1}{4078380}$

Câu 35: Tính tích phân $I=\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-4x+5}$.

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $-\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-4x+5}=\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{(x-2)^2+1}$.

Đặt $x-2=\tan t, t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \mathrm{d}x=\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$.

Đổi cận : $\begin{cases} x=1\Rightarrow t=-\frac{\pi}{4}. \\ x=2\Rightarrow t=0 \end{cases}$

$I=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\frac{\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t}{1+\tan^2 t}=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{0}\mathrm{d}t=t\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{0}=\frac{\pi}{4}$.

Câu 36: Biết rằng $\int_1^a \ln x\,\mathrm{d}x=1+2a,\ (a>1)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a\in(11;14)$. **B.** $a\in(18;21)$. **C.** $a\in(1;4)$. **D.** $a\in(6;9)$.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v=x \end{cases}$

Ta có $\int_1^a \ln x\mathrm{d}x = a.\ln a - \int_1^a \mathrm{d}x = a\ln a - a + 1 = 1 + 2a \Rightarrow a\ln a = 3a \Leftrightarrow \ln a = 3 \Leftrightarrow a = e^3$.

Vậy $a \in (18;21)$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1)\sin(1)=10$. Tính $I=\int_0^1 \left(f(x)\cos x + f'(x)\sin x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=20$. **B.** $I=-20$. **C.** $I=10$. **D.** $I=-10$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ \mathrm{d}v=\cos x.\mathrm{d}x \end{cases} \to \begin{cases} \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x \\ v=\sin x \end{cases}$

Theo công thức tích phân từng phần, ta có

$\int_0^1 f(x)\cos x\mathrm{d}x = \left(\sin x f(x)\right)\Big|_0^1 - \int_0^1 \sin x.f'(x)\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow I=\int_0^1 \left(f(x)\cos x + f'(x)\sin x\right)\mathrm{d}x = f(1)\sin 1 = 10$.

Câu 38: Cho $\int_0^1 \dfrac{x^2+2x}{(x+3)^2}\mathrm{d}x = \dfrac{a}{4} - 4\ln\dfrac{4}{b}$ với a,b là các số nguyên dương. giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. 34. **B.** 25. **C.** 41. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

$I=\int_0^1 \dfrac{x^2+2x}{(x+3)^2}dx$. Đặt $t=x+3 \Rightarrow dt=dx$, đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=3 \\ x=1 \Rightarrow t=4 \end{cases}$

$I=\int_3^4 \dfrac{t^2-4t+3}{t^2}dt = \int_3^4 \left(1-\dfrac{4}{t}+\dfrac{3}{t^2}\right)dt = \left(t-4\ln|t|-\dfrac{3}{t}\right)\Big|_3^4 = \dfrac{5}{4}-4\ln\dfrac{4}{3}$.

$\Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2=34$.

Câu 39: Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)\mathrm{d}x$ là

A. 24. **B.** 3. **C.** 27. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=3x-3 \Rightarrow dx=\dfrac{1}{3}dt$. Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=0 \\ x=4 \Rightarrow t=9 \end{cases}$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Do đó $\int_1^4 f(3x-3)dx=\frac{1}{3}\int_0^9 f(t)dt=\frac{1}{3}\int_0^9 f(x)dx=3$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\ln 2} f\left(e^{2x}\right)\mathrm{d}x=8$. Tính $I=\int_1^4 \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$.

A. $I=16$. **B.** $I=8$. **C.** $I=32$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn A

Xét $K=\int_0^{\ln 2} f\left(e^{2x}\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=e^{2x}\Rightarrow \mathrm{d}t=2e^{2x}\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2t}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1;\ x=\ln 2\Rightarrow t=4$

$\Rightarrow K=\int_1^4 \frac{f(t)}{2t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}I\Rightarrow I=2K=2.8=16.$

Câu 41: Cho $I=\int_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sqrt{1-x^2}$ thì I bằng

A. $\int_1^0 t(1-t)\mathrm{d}t$ **B.** $\int_0^1 t^2\left(1-t^2\right)^2\mathrm{d}t$ **C.** $\int_1^0 \left(t^4-t^2\right)\mathrm{d}t$ **D.** $\int_0^1 t\left(1-t^2\right)\mathrm{d}t$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{1-x^2}\Rightarrow t^2=1-x^2\Rightarrow x\mathrm{d}x=-t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=1\Rightarrow t=0\end{cases}$

Ta có $I=\int_0^1 x^4\sqrt{1-x^2}.x\mathrm{d}x=-\int_1^0\left(1-t^2\right)^2.t.t\mathrm{d}t=\int_0^1\left(1-t^2\right)^2.t^2.\mathrm{d}t$

Câu 42: Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$.

A. $-\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $x=\sin t\ ;\ t\in\left[-\frac{\pi}{2}:\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \mathrm{d}x=\cos t\,\mathrm{d}t$.

Đổi cận : Với $x=0\Rightarrow t=0$ và $x=\frac{1}{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$.

$I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\cos t\,\mathrm{d}t}{\sqrt{1-\sin^2 t}}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\mathrm{d}t=t\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{\pi}{6}$.

Câu 43: Cho $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=16$. Tính $I=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=32$. **C.** $I=16$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $t=2x$, $\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$.

Đổi cận:

x	0	2
t	0	4

$I=\int_0^4 f(t)\frac{\mathrm{d}t}{2}=\frac{1}{2}\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ và $\int_1^2 (x-1)f'(x)\mathrm{d}x=a$. Tính $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ theo a và $b=f(2)$.

A. $a-b$. **B.** $-a-b$. **C.** $a+b$. **D.** $b-a$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u=x-1\Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x$ chọn $v=f(x)$.

$\int_1^2 (x-1)f'(x)\mathrm{d}x=(x-1)f(x)\Big|_1^2-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=f(2)-\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=b-\int_1^2 f(x)$.

Ta có $\int_1^2 (x-1)f'(x)\mathrm{d}x=a\Leftrightarrow b-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=a\Leftrightarrow \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=b-a$.

Câu 45: Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_1^2 f(2x-1)\mathrm{d}x=3$. Tính $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** –4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^2 f(2x-1)dx=3$, đặt $t=2x-1\Rightarrow dt=2dx$

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=1$ và $x=2\Rightarrow t=3$

Suy ra $\int_1^2 f(2x-1)dx=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\int_1^3 f(t)dt=3$. Hay $\int_1^3 f(t)dt=6$.

Vậy $\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^3 f(x)dx=-1+6=5$.

Câu 46: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x)\cos x\mathrm{d}x$.

A. –6. **B.** 6. **C.** –3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

+ Đặt $t=2\sin x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\cos x\mathrm{d}x\Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{d}t=\cos x\mathrm{d}x$.

+ Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0; x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=2$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Vậy $I=\frac{1}{2}\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3.$

Câu 47: Biết $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{3}}{a}\pi-\ln b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+b.$

A. $T=13.$ **B.** $T=9.$ **C.** $T=7.$ **D.** $T=11.$

Lời giải

Chọn D

Xét $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{3}}x.\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\tan x\end{cases}.$

$I=x.\tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan x\mathrm{d}x=x.\tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\cos x}\mathrm{d}(\cos x)=\left[x\tan x+\ln(\cos x)\right]\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi-\ln 2.$

Suy ra $\begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}\Rightarrow T=a^2+b=11.$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2;4]$ và thỏa mãn $f(2)=2,\ f(4)=2020$. Tính $I=\int_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1009.$ **B.** $I=1011.$ **C.** $I=2018.$ **D.** $I=2022.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}f(2x)\Big|_1^2=\frac{1}{2}\left[f(4)-f(2)\right]=\frac{1}{2}(2020-2)=1009.$

Câu 49: Cho $\int_0^8 f(x)\mathrm{d}x=24$. Tính $\int_0^2 f(4x)\mathrm{d}x$

A. 36. **B.** 76. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=4x\Rightarrow\mathrm{d}t=4\mathrm{d}x\Rightarrow\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{4}$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0, x=2\Rightarrow t=8$

$\int_0^2 f(4x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int_0^8 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{4}24=6.$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và thỏa mãn $\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(2x-1)dx.$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $I=3.$ **B.** $I=-3.$ **C.** $I=12.$ **D.** $I=-12.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2x-1\Rightarrow dt=2dx.$

Với $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=-1\\ x=1\Rightarrow t=1\end{cases}$

Khi đó $I=\int\limits_0^1 f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^1\frac{1}{2}f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^1 f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.6=3.$

Câu 51: Biết $\int\limits_0^3 f\left(x\right).\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int\limits_0^1 f\left(3x\right).\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. 4. **B.** 3. **C.** 36. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=3x\Rightarrow\frac{1}{3}\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=1\Rightarrow t=3\end{cases}$

Ta có $I=\int\limits_0^3 f\left(t\right).\frac{1}{3}.dt=\frac{1}{3}\int\limits_0^3 f\left(t\right).dt=\frac{1}{3}.12=4$

Câu 52: Cho $f\left(x\right)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_0^1 f\left(3x\right)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 10. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_0^1 f\left(3x\right)\mathrm{d}x=6\Rightarrow\int\limits_0^1\frac{1}{3}f\left(3x\right)\mathrm{d}\left(3x\right)=6\Rightarrow\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}\left(x\right)=18.$

Khi đó: $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^0 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-4+18=14.$

Câu 53: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ sao cho $f'\left(x\right)=f'\left(1-x\right),\forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(0\right)=1,f\left(1\right)=2019$. Giá trị của $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 2019. **B.** 2020. **C.** $\sqrt{2019}$ **D.** 1010.

Lời giải

Chọn D

$f'\left(x\right)=f'\left(1-x\right)\Rightarrow\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\int f'\left(1-x\right)\mathrm{d}x\Rightarrow f\left(x\right)=-f\left(1-x\right)+C\Leftrightarrow f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=C$

Suy ra $f\left(0\right)+f\left(1\right)=C\Rightarrow C=1+2019=2020\Rightarrow f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=2020$

Ta có $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f\left(1-x\right)\mathrm{d}x\Rightarrow 2\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 2020\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}2020x\Big|_0^1=1010.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 54: Tính tích phân $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^2\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $x=2\sin t$, $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

A. $\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}\right)$. **B.** $\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{8}\right)$. **C.** $\frac{\pi}{12}$. **D.** $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=\sin t; t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \mathrm{d}x=\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận :

x	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
t	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$

$$I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\sin^2 t\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t\mathrm{d}t=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\sin^2 t\cos^2 t\mathrm{d}t=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{4}\sin^2 2t\mathrm{d}t=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{8}(1-\cos 4t)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{8}\left(t-\frac{1}{4}\sin 4t\right)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}\right)\Rightarrow I=\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}\right).$$

Câu 55: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=10$ thì $\int\limits_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Xét $I=\int\limits_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=3\Rightarrow t=6\end{cases}\rightarrow I=\frac{1}{2}\int\limits_0^6 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.10=5$

Câu 56: Biết tích phân $I=\int\limits_1^{\sqrt[4]{3}}\frac{1}{x\left(x^4+1\right)}\mathrm{d}x=\frac{a}{4}\ln\frac{b}{2}$ với a,b là các số nguyên dương. Tính $a+b$ là

A. 5 **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\int\limits_1^{\sqrt[4]{3}}\frac{1}{x\left(x^4+1\right)}dx=\int\limits_1^{\sqrt[4]{3}}\frac{x}{x^2\left(x^4+1\right)}dx$

Đặt $t=x^2\Rightarrow dt=2xdx\Rightarrow\frac{dt}{2}=xdx$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=1$

$x=\sqrt[4]{3}\Rightarrow t=\sqrt{3}$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Khi đó $I=\int\limits_{1}^{\sqrt[4]{3}}\frac{x}{x^2\left(x^4+1\right)}dx=\frac{1}{2}\int\limits_{1}^{\sqrt{3}}\frac{1}{t\left(t^2+1\right)}dt=\frac{1}{2}\int\limits_{1}^{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t^2+1}\right)dt$

$=\frac{1}{2}\left(\ln|t|-\ln|t^2+1|\right)\Big|_1^{\sqrt{3}}=\frac{1}{4}\ln\frac{3}{2}.$

Vậy $a+b=4$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và thỏa mãn $\int\limits_0^1(2x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$, $3f(1)-f(0)=12$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $u=2x+1\Leftrightarrow \mathrm{d}u=2\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x$ chọn $v=f(x)$.

Ta có: $\int\limits_0^1(2x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow(2x+1)f(x)\Big|_0^1-2\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10$

$\Leftrightarrow 3f(1)-f(0)-2\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow 12-2\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1.$

Câu 58: Cho $\int\limits_{\ln 2}^{1+\ln 2} f(x)\mathrm{d}x=2018$. Tính $\int\limits_1^e\frac{1}{x}f(\ln 2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1009}{2}$. **B.** $I=4036$ **C.** $I=1009$. **D.** $I=2018$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\ln 2x=t\Rightarrow\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\mathrm{d}t$

Khi đó $\int\limits_1^e\frac{1}{x}f(\ln 2x)\mathrm{d}x=\int\limits_{\ln 2}^{1+\ln 2}f(t)\mathrm{d}t=2018..$

Câu 59: Cho $I=\int\limits_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sqrt{1-x^2}$ thì I bằng

A. $\int\limits_1^0\left(t^4-t^2\right)\mathrm{d}t$ **B.** $\int\limits_0^1 t^2\left(1-t^2\right)^2\mathrm{d}t$ **C.** $\int\limits_0^1 t\left(1-t^2\right)\mathrm{d}t$ **D.** $\int\limits_1^0 t(1-t)\mathrm{d}t$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{1-x^2}\Rightarrow t^2=1-x^2\Rightarrow x\mathrm{d}x=-t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\x=1\Rightarrow t=0\end{cases}$

Ta có $I=\int\limits_0^1 x^4\sqrt{1-x^2}.x\mathrm{d}x=-\int\limits_1^0\left(1-t^2\right)^2.t.t\mathrm{d}t=\int\limits_0^1\left(1-t^2\right)^2.t^2.\mathrm{d}t$

Câu 60: Cho tích phân $I=\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=32$. Tích phân $J=\int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $J=32$. **B.** $J=64$. **C.** $J=8$. **D.** $J=16$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $J=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$

Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$
$x=2\Rightarrow t=4$

$J=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.32=16$

Ta chọn đáp án C.

Câu 61: Cho tích phân $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=32$. Tính tích phân $J=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $J=32$. **B.** $J=8$. **C.** $J=64$. **D.** $J=16$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \frac{\mathrm{d}t}{2}=\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=4$.

$J=\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x=\int_0^4 \frac{1}{2}f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}I=16$.

Câu 62: Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1+3\cos x}.\sin x\,\mathrm{d}x$.Đặt $u=\sqrt{3\cos x+1}$ .Khi đó I bằng

A. $\int_1^3 u^2du$. **B.** $\frac{2}{3}\int_0^2 u^2du$. **C.** $\frac{2}{3}\int_1^3 u^2du$. **D.** $\frac{2}{9}u^3\Big|_1^2$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u=\sqrt{3\cos x+1}\Rightarrow 2udu=-3\sin xdx$. Khi $x=0\Rightarrow u=2; x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow u=1$.

Khi đó $I=\frac{2}{3}\int_1^2 u^2du=\frac{2}{9}u^3\Big|_1^2$.

Câu 63: Cho tích phân: $I=\int_1^e \frac{\sqrt{1-\ln x}}{2x}\mathrm{d}x$.Đặt $u=\sqrt{1-\ln x}$ .Khi đó I bằng

A. $I=\int_1^0 u^2\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int_1^0 \frac{u^2}{2}\mathrm{d}u$. **C.** $I=-\int_1^0 u^2\mathrm{d}u$. **D.** $I=-\int_0^1 u^2\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u=\sqrt{1-\ln x}\Rightarrow u^2=1-\ln x\Rightarrow \frac{dx}{x}=-2udu$. Với $x=1\Rightarrow u=1, x=e\Rightarrow u=0$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Khi đó $I=-\int_1^0 u^2\mathrm{d}u$.

Câu 64: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$, thoả $\int_1^2 (x-1)f'(x)\mathrm{d}x=5, f(2)=-3$.

Khi đó $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 2. **C.** 8. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Ta xét: $\int_1^2 (x-1)f'(x)dx=5$. Đặt $\begin{cases}u=x-1\\dv=f'(x)dx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=dx\\v=f(x)\end{cases}$

Khi đó $2\sqrt{3}x\left(x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$.

Câu 65: Biết $\int_0^8 f(x)\mathrm{d}x=16$, khi đó $I=\int_0^2 f(4x)\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. $I=64$. **B.** $I=36$. **C.** $I=32$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=4x\Rightarrow dt=4dx\Rightarrow dx=\frac{dt}{4}$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\x=2\Rightarrow t=8\end{cases}$.

Khi đó $I=\int_0^8 \frac{1}{4}f(t)dt=\frac{1}{4}\int_0^8 f(t)dt$. Theo bài ta có $I=\frac{1}{4}.16=4$.

Câu 66: Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=a$. Tích phân $I=\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $I=\frac{1}{2}a$. **B.** $I=\frac{a}{2}+1$ **C.** $I=2a$. **D.** $I=2a+1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$

x	1	2
t	3	5

Suy ra $I=\frac{1}{2}\int_3^5 f(t)\mathrm{d}t=\frac{a}{2}$.

Câu 67: Tính tích phân $\int_0^1 \frac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}\mathrm{d}x$ là

A. $\frac{4}{2}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{10}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Chia đa thức: $x^3+3x^2+3x-1=\left(x^2+2x+1\right)(x+1)-2$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$$\frac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}=x+1+\frac{-2}{x^2+2x+1}=x+1-\frac{2}{(x+1)^2}$$

Suy ra $\int_0^1 \frac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}dx=\int_0^1\left(x+1-\frac{2}{(x+1)^2}\right)dx\left(\frac{x^2}{2}+x+\frac{2}{x+1}\right)\Big|_0^1=\frac{5}{2}$.

Câu 68: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 (x-1)f'(x)\mathrm{d}x=12$ và $f(0)=3$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 36. **B.** –9. **C.** 9. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=x-1\Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}x$.

$\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x$, ta có $v=f(x)$.

$$\int_0^1 (x-1)f'(x)\mathrm{d}x=(x-1)f(x)\Big|_0^1-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow 12=f(0)-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow 12=3-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-9.$$

Câu 69: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=f(1)=1$. Biết $\int_0^1 e^x\left(f(x)+f'(x)\right)\mathrm{d}x=a\mathrm{e}+b$. Tính $S=a^{2017}+b^{2018}$.

A. $S=0$. **B.** $S=1$. **C.** $S=2$. **D.** $S=-1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}$

Ta có: $\int_0^1 f(x)e^x dx=\left(e^x f(x)\right)\Big|_0^1-\int_0^1 e^x f'(x)dx$

$$\Rightarrow\int_0^1\left(f(x)+f'(x)\right).e^x dx=\left(e^x f(x)\right)\Big|_0^1=f(1)\mathrm{e}-f(0)=\mathrm{e}-1.$$

Vậy $a=1;\ b=-1\Rightarrow S=2$.

Câu 70: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3)=1$ và $\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^3 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{25}{3}$. **B.** 7. **C.** 3. **D.** –9.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Xét $\int_0^1 xf(3x)\mathrm{d}x=1$, đặt $t=3x\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x\\ x=1\Rightarrow t=3\\ x=0\Rightarrow t=0\end{cases}$.

Khi đó tích phân được viết lại: $\frac{1}{9}\int_0^3 t.f(t)\mathrm{d}t=1\Rightarrow\int_0^3 t.f(t)\mathrm{d}t=9.$

Lại có: $\int_0^3 x^2f'(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Khi đó tích phân được viết lại: $x^2.f(x)\Big|_0^3-2\int_0^3 x.f(x)\mathrm{d}x=3^2.f(3)-0-2.9=9.1-18=-9.$

Câu 71: Cho f là hàm số liên tục thỏa $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=7$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(\sin x)\mathrm{d}x$.

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sin x\Rightarrow\mathrm{d}t=\cos x\mathrm{d}x$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=1\end{cases}$.

Ta có $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(\sin x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=7.$

Câu 72: Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2020$. Tính tích phân $I=\int_0^1\left[f(2x)-3f(2-2x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 1010. **B.** 4040. **C.** –2020. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int_0^1\left[f(2x)-3f(2-2x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x-3\int_0^1 f(2-2x)\mathrm{d}x=I_1-3I_2.$

+ Tính $I_1=\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$

Đặt $2x=u\Rightarrow 2dx=du\Rightarrow dx=\frac{1}{2}du$. Đổi cận: $\begin{cases}x\to 0\Rightarrow u\to 0\\ x\to 1\Rightarrow u\to 2\end{cases}$

Nên $I_1=\frac{1}{2}\int_0^2 f(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{2}.2020=1010.$

+ Tính $I_2=\int_0^1 f(2-2x)\mathrm{d}x$

Đặt $2-2x=u\Rightarrow -2dx=du\Rightarrow dx=-\frac{1}{2}du$. Đổi cận: $\begin{cases}x\to 0\Rightarrow u\to 2\\ x\to 1\Rightarrow u\to 0\end{cases}$

Nên $I_2=-\frac{1}{2}\int_2^0 f(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{2}\int_0^2 f(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{2}.2020=1010.$

Vậy $I=I_1-3I_2=1010-3.1010=-2020.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 73: Biết rằng tồn tại duy nhất các bộ số nguyên a,b,c sao cho $\int_2^3 (4x+2)\ln x\,dx = a+b\ln 2+c\ln 3$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 19. **D.** -19.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}\ln x = u \Rightarrow \dfrac{1}{x}dx = du\\ (4x+2)dx = dv \Rightarrow 2x^2+2x = v\end{cases}$

Khi đó

$$\int_2^3 (4x+2)\ln x\,dx = \ln x.(2x^2+2x)\Big|_2^3 - 2\int_2^3 (x+1)dx = 24\ln 3 - 12\ln 2 - 2.\frac{7}{2} = -7-12\ln 2+24\ln 3$$

Vậy $a=-7;\ b=-12;\ c=24 \Rightarrow a+b+c=5$.

Câu 74: Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)=-\dfrac{1}{18}$, $\int_0^1 x.f'(x)dx = \dfrac{1}{36}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $-\dfrac{1}{36}$. **B.** $-\dfrac{1}{12}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{36}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u = x\\ dv = f'(x)dx\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}du = dx\\ v = f(x)\end{cases}$, khi đó ta có

$$\int_0^1 x.f'(x)dx = x.f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = f(1) - \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{36} \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = f(1) - \frac{1}{36} = -\frac{1}{12}.$$

Câu 75: Cho $\int_1^e (2+x\ln x)dx = ae^2+be+c$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=-c$ **B.** $a+b=-c$ **C.** $a+b=c$ **D.** $a-b=c$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^e (2+x\ln x)dx = \int_1^e 2dx + \int_1^e x\ln x\,dx = 2x\Big|_1^e + I = 2e-2+I$ với $I = \int_1^e x\ln x\,dx$

Đặt $\begin{cases}u = \ln x\\ dv = xdx\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}du = \dfrac{1}{x}dx\\ v = \dfrac{x^2}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow I = \frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e - \int_1^e \frac{x}{2}dx = \frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e - \frac{x^2}{4}\Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4}(e^2-1) = \frac{e^2+1}{4}$$

$$\Rightarrow \int_1^e (2+x\ln x)dx = 2e-2+\frac{e^2+1}{4} = \frac{1}{4}e^2+2e-\frac{7}{4}$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$\Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ b=2 \\ c=-\dfrac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow a-b=c$$

Câu 76: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{1}^{12} f(x)\mathrm{d}x=8$. Giá trị của $\int\limits_{4}^{48} f\left(\dfrac{x}{4}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 32. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

+) Đặt $t=\dfrac{x}{4}\Rightarrow dt=\dfrac{1}{4}dx\Rightarrow dx=4dt$.

+) Đổi cận: Khi $x=4$ thì $t=1$ và $x=48$ thì $t=12$.

Vậy $\int\limits_{4}^{48} f\left(\dfrac{x}{4}\right)dx=4\int\limits_{1}^{12} f(t)dt=4.8=32$.

Tổng quát: Nếu $\int\limits_{a}^{b} f(x)\mathrm{d}x=M$ thì $\int\limits_{\frac{a}{k}}^{\frac{b}{k}} f(kx)\mathrm{d}x=\dfrac{M}{k}$.

Câu 77: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(4-x)=f(x)$. Biết $\int\limits_{1}^{3} xf(x)\mathrm{d}x=5$, tính $\int\limits_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{11}{2}$. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5=\int\limits_{1}^{3} xf(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{3} xf(4-x)\mathrm{d}x$

Đặt $t=4-x\Rightarrow \begin{cases} x=4-t \\ \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t \end{cases}$.

Đổi cận ta có $\begin{cases} x=1\Rightarrow t=3 \\ x=3\Rightarrow t=1 \end{cases}$.

Do đó $\int\limits_{1}^{3} x.f(4-x)dx=-\int\limits_{3}^{1}(4-t).f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_{1}^{3}(4-t).f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_{1}^{3}4.f(t)\mathrm{d}t-\int\limits_{1}^{3}t.f(t)\mathrm{d}t$

Suy ra $5=\int\limits_{1}^{3}4.f(t)\mathrm{d}t-5\Rightarrow 4\int\limits_{1}^{3} f(t)\mathrm{d}t=10\Rightarrow \int\limits_{1}^{3} f(t)\mathrm{d}t=\dfrac{5}{2}$ hay $\int\limits_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{5}{2}$.

Câu 78: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(2)=16$ và $\int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $\int\limits_{0}^{4} xf'\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 112. **B.** 12. **C.** 56. **D.** 144.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A

Ta có $I=\int\limits_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=2f\left(\frac{x}{2}\right)\end{cases}$

Khi đó $I=2xf\left(\frac{x}{2}\right)\Big|_0^4-2\int\limits_0^4 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=8f(2)-4\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=128-16=112$.

Câu 79: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=2020$. Giá trị của $\int\limits_0^2 xf\left(x^2\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2019. **B.** 4040. **C.** 1008. **D.** 1010.

Lời giải

Chọn D

Xét $I=\int\limits_0^2 xf\left(x^2\right)\mathrm{d}x$. Đặt $t=x^2$ được $\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x\Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{2}$.

Khi $x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=4$.

$\Rightarrow I=\int\limits_0^4 f(t)\frac{\mathrm{d}t}{2}=\frac{1}{2}\int\limits_0^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=1010$.

Câu 80: Biết rằng $\int\limits_2^3 x\ln x\,\mathrm{d}x=m\ln 3+n\ln 2+p$ trong đó $m,n,p\in\mathbb{Q}$. Tính $m+n+2p$

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow\int\limits_2^3 x\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_2^3-\frac{1}{2}\int\limits_2^3 x\,\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_2^3-\frac{x^2}{4}\Big|_2^3=\frac{9}{2}\ln 3-2\ln 2-\frac{5}{4}$.

Suy ra $m+n+2p=0$.

Câu 81: Cho $\int\limits_1^2\frac{\ln(1+x)}{x^2}\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$, với a,b là các số hữu tỉ. Tính $P=a+4b$.

A. $P=1$ **B.** $P=0$ **C.** $P=-3$ **D.** $P=3$

Lời giải

Chọn C

$\int\limits_1^2\frac{\ln(1+x)}{x^2}\mathrm{d}x=\int\limits_1^2\ln(1+x)\left(\frac{-1}{x}\right)'\mathrm{d}x$

$=\ln(1+x).\frac{-1}{x}\Big|_1^2-\int\limits_1^2\frac{1}{x+1}.\frac{-1}{x}\mathrm{d}x$

$=\frac{-1}{2}\ln 3+\ln 2+\int\limits_1^2\frac{1}{x}\mathrm{d}x-\int\limits_1^2\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$=\frac{-1}{2}\ln 3+\ln 2-\ln(1+x)\Big|_1^2+\ln x\Big|_1^2$

$=\frac{-1}{2}\ln 3+\ln 2-\ln 3+2\ln 2=\frac{-3}{2}\ln 3+3\ln 2\Rightarrow a=3, b=\frac{-3}{2}$.

Vậy $a+4b=-3$.

Câu 82: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x^3+3x)=x+1, \forall x\in\mathbb{R}$.

Tích phân $\int_0^4 f(x)dx$ bằng:

A. 25. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** 88. **D.** $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $x=t^3+3t$. Khi đó: $dx=(3t^2+3)dt$.

Với $x=0\Rightarrow t=0$.

$x=4\Rightarrow t=1$.

Vậy: $\int_0^4 f(x)dx=\int_0^1 f(t^3+3t)(3t^2+3)dt=\int_0^1 (t+1)(3t^2+3)dt=\frac{25}{4}$.

Câu 83: Cho hàm số $f(x)$ thoả $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=20$ và $2f(1)-f(0)=4$. Tính $B=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $B=24$. **B.** $B=-24$. **C.** $B=-16$. **D.** $B=16$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u=x+1\Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x$, chọn $v=f(x)$.

Khi đó $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=\left[(x+1)f(x)\right]\Big|_0^1-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2f(1)-f(0)-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 20=4-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-16$.

Vậy $B=-16$.

Câu 84: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2; \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=8$. Tính $\mathrm{I}=\int_{-1}^1 f(|2x-1|)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{2}{3}$. **B.** $I=6$. **C.** $I=5$. **D.** $I=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Với $t=-2x+1$, $u=2x-1$, ta có $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(-2x+1)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1)\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$=-\frac{1}{2}\int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(-2x+1)\mathrm{d}(-2x+1)+\frac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(2x-1)\mathrm{d}(2x-1)$$

$$=-\frac{1}{2}\int_{3}^{0} f(t)\mathrm{d}t+\frac{1}{2}\int_{0}^{1} f(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{2}\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x=1+4=5.$$

Vậy $I=5$.

Câu 85: Tích phân $\int_0^1 \frac{x^7}{\left(1+x^2\right)^5}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}\int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4}\mathrm{d}t$. **B.** $\frac{3}{2}\int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4}\mathrm{d}t$. **C.** $\int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5}\mathrm{d}t$. **D.** $\frac{1}{2}\int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5}\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=1+x^2\Rightarrow dt=2xdx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=1 \\ x=1\Rightarrow t=2 \end{cases}$

Vậy $\int_0^1 \frac{x^7}{\left(1+x^2\right)^5}dx=\int_0^1 \frac{x^6}{\left(1+x^2\right)^5}x\,\mathrm{d}x=\int_0^1 \frac{\left(x^2\right)^3}{\left(1+x^2\right)^5}x\,\mathrm{d}x\Rightarrow I=\frac{1}{2}\int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5}\mathrm{d}t$

Câu 86: Cho $\int_4^9 f(x)\mathrm{d}x=10$. Tính tích phân $J=\int_0^1 f(5x+4)\mathrm{d}x$.

A. $J=4$. **B.** $J=2$. **C.** $J=10$. **D.** $J=50$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=5x+4$, $dt=5dx$; Đổi cận $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=4 \\ x=1\Rightarrow t=9 \end{cases}$.

$$J=\frac{1}{5}\int_4^9 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{5}\int_4^9 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}.10=2.$$

Câu 87: Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{5-2x}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x$

A. $9\ln 3-6\ln 2$. **B.** $16\ln 2-9\ln 3$. **C.** $9\ln 3-16\ln 2$. **D.** $7\ln 2-9\ln 3$.

Lời giải

Chọn B

$$I=\int_0^1 \frac{5-2x}{x^2+3x+2}dx=\int_0^1\left(\frac{7}{x+1}-\frac{9}{x+2}\right)dx=\left(7\ln|x+1|-9\ln|x+2|\right)\Big|_0^1=16\ln 2-9\ln 3.$$

Câu 88: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thoả mãn $f(1)=0$ và $\int_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Tích phân từng phần ta có: $\int_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x = f(x).\frac{x^3}{3}\Big|_0^1 - \frac{1}{3}\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x$

Mà theo giả thiết $f(1)=0$ và $\int_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}$ nên ta có $\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x = -1$.

Câu 89: Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=4$ và $f'(x)=\frac{2}{\sin^2 x}+1, \forall x\in(0;\pi)$. Khi đó $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^2+8\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi^2+2\pi}{2}$. **D.** $\frac{8\pi-\pi^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\left(\frac{2}{\sin^2 x}+1\right)\mathrm{d}x=-2\cot x+x+C$.

Vì $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=4\Leftrightarrow\frac{\pi}{2}+C=4\Leftrightarrow C=4-\frac{\pi}{2}$.

Do đó $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\left(-2\cot x+x+4-\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{d}x=\frac{\pi^2+8\pi}{2}$.

Câu 90: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 x.f\left(x^2\right)\mathrm{d}x=2$, hãy tính $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=1$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Chọn B

Xét tích phân $\int_0^2 x.f\left(x^2\right)\mathrm{d}x=2$, ta có

Đặt $x^2=t\Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{2}$. Đổi cận: Khi $x=0$ thì $t=0$; Khi $x=2$ thì $t=4$.

Do đó $\int_0^2 x.f\left(x^2\right)\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t=2\Leftrightarrow\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t=4\Rightarrow\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=4$ hay $I=4$.

Câu 91: Kết quả của $F=\int_0^1\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x$ là

A. $-\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$F=\int_0^1\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x$. Đặt $t=\tan x$, $x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow\mathrm{d}t=\left(\tan^2 x+1\right)\mathrm{d}x$.

Với $x=0\Rightarrow t=0$, với $x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

$F=\int_0^1\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{1+\tan^2 t}.\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}t=t\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{4}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 92: Cho tích phân $I=\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x=2\sin t$, $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ thì:

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}t\,\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\mathrm{d}t}{t}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=2\sin t$, $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, $\mathrm{d}x=2\cos t\,\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$, $x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$.

$$I=\int\limits_0^1\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,\mathrm{d}t}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{2\cos t\,\mathrm{d}t}{2\sqrt{\cos^2 t}}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\mathrm{d}t.$$

Câu 93: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^2 xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=8$ và $f(1)=3$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=8$. **C.** $I=11$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn A

$$\int\limits_0^2 xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=8\Rightarrow\int\limits_0^1 4tf'(t)\mathrm{d}t=8\qquad\left(t=\frac{x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow\int\limits_0^1 tf'(t)\mathrm{d}t=2\Rightarrow t.f(t)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t=2\Rightarrow\int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t=1$$

Câu 94: Tính tích phân $I=\int\limits_1^e\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}.\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $-\frac{116}{135}$. **B.** $\frac{116}{135}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $-\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}\Rightarrow t^2=1+3\ln x\Rightarrow\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\frac{2t}{3}.\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=1\\x=e\Rightarrow t=2\end{cases}$

Khi đó $I=\int\limits_1^2 t.\frac{\left(t^2-1\right)}{3}.\frac{2t}{3}.\mathrm{d}t=\frac{2}{9}.\int\limits_1^2\left(t^4-t^2\right).\mathrm{d}t=\frac{2}{9}\left(\frac{t^5}{5}-\frac{t^3}{3}\right)\Big|_1^2=\frac{112}{135}-\left(\frac{-4}{135}\right)=\frac{116}{135}$

Câu 95: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.f(x)\mathrm{d}x=f(0)=1$. Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=1$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=\cos x\\\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=-\sin x\mathrm{d}x\\v=f(x)\end{cases}$. Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f'(x)\mathrm{d}x = \left(f(x)\cos x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int f(x)\sin x\mathrm{d}x = -f(0) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin x\mathrm{d}x = -1+1 = 0.$

Câu 96: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ và thỏa mãn $f(x)+f(2-x)=3(x^2-2x),\ \forall x\in[0;2]$. Biết $f(x)=10$, tích phân $I=\int_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 18. **D.** 22.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết suy ra $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 f(2-x)\mathrm{d}(2-x) = \int_0^2 3(x^2-2x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_2^0 f(t)\mathrm{d}t = -4$

$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = -2$

$I = xf(x)\big|_0^2 - \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 20+2 = 22$

Câu 97: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;4]$ biết $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^2 f(2x)\mathrm{d}x = 4$. Tính $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=-10$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=10$. **D.** $I=6$.

Lời giải

Chọn D

Xét $J=\int_1^2 f(2x)\mathrm{d}x = 4$.

Đặt $t=2x \Rightarrow \mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x$. Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=2 \\ x=2 \Rightarrow t=4 \end{cases}$

Khi đó, $J=\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t = 4$

Vậy $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^4 f(x)\mathrm{d}x = 2+4=6.$

Câu 98: Biết $\int_0^{x^2} f(t)\mathrm{d}t = x\cos(\pi x), \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $f(4)$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow F'(x)=f(x)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có: $\int\limits_0^{x^2} f(t)\mathrm{d}t = x\cos(\pi x) \Leftrightarrow F(t)\Big|_0^{x^2} = x\cos(\pi x) \Leftrightarrow F(x^2) - F(0) = x\cos(\pi x)$.

Đạo hàm hai vế ta có: $2xf(x^2) = \cos(\pi x) - \pi x\sin(\pi x)$.

Chọn $x = 2 \Rightarrow 4f(4) = \cos(2\pi) - 2\pi.\sin(2\pi) \Leftrightarrow f(4) = \frac{1}{4}$.

Câu 99: Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 \frac{5x}{(x^2+4)^2}\mathrm{d}x$ là

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = x^2 + 4 \Rightarrow dt = 2xdx \Rightarrow \frac{dt}{2} = xdx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 4$

$x = 1 \Rightarrow t = 5$

Khi đó $I = \int\limits_0^1 \frac{5x}{(x^2+4)^2}dx = \frac{1}{2}\int\limits_4^5 \frac{5}{t^2}dt = \frac{5}{2}\left(-\frac{1}{t}\right)\Big|_4^5 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$.

Câu 100: Cho $\int\limits_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \int\limits_{-1}^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. $I = \frac{3}{2}$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = \frac{5}{2}$. **D.** $I = 4$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2x+1 \Rightarrow dt = 2\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Với $x = -1 \Rightarrow t = -1$, với $x = 2 \Rightarrow t = 5$.

Khi đó ta có $I = \int\limits_{-1}^2 f(2x+1)\mathrm{d}x \Rightarrow I = \int\limits_{-1}^5 f(t).\frac{1}{2}\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^5 f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.4 = 2$.

Câu 101: Cho $\int\limits_1^2 \frac{\ln(1+2x)}{x^2}\mathrm{d}x = \frac{a}{2}\ln 5 + b\ln 3 + c\ln 2$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a + 2(b+c)$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Đặt: $\begin{cases} u = \ln(1+2x) \\ \mathrm{d}v = \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \frac{2}{2x+1}\mathrm{d}x \\ v = -\frac{1}{x} - 2 = \frac{-(2x+1)}{x} \end{cases}$.

$\Rightarrow \int\limits_1^2 \frac{\ln(1+2x)}{x^2}\mathrm{d}x = \frac{-(2x+1)}{x}\cdot\ln(1+2x)\Big|_1^2 + \int\limits_1^2 \frac{2}{x}\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$=\left(-\frac{5}{2}\ln 5+3\ln 3\right)+2\ln|x|\Big|_1^2$

$=\frac{-5}{2}\ln 5+3\ln 3+2\ln 2.$

$\Rightarrow a=-5,\ b=3,\ c=2.$

Vậy $a+2(b+c)=5.$

Câu 102: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C). Giả sử tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_1 và x_2 với $x_1<x_2$ có phương trình lần lượt là $(d_1): y=3x+1, (d_2): y=4x-5$. Khi đó giá trị $\int_{x_1}^{x_2} f''(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** −2. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_{x_1}^{x_2} f''(x)\mathrm{d}x=f'(x_2)-f'(x_1)=k_{d_2}-k_{d_1}=4-3=1.$

Câu 103: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2)=4$, $\int_0^2 xf(x)\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

Ta xét $I=\int_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x.$

Đặt $\begin{cases} u=x^2 \\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x \\ v=f(x) \end{cases}.$

Khi đó $I=\int_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x=x^2f(x)\Big|_0^2-2\int_0^2 xf(x)\mathrm{d}x=4f(2)-2.1=16-2=14.$

Câu 104: Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_0^1 f(3x-1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=3x-1\Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$

Đổi cận:

x	0	1
t	−1	2

Khi đó $\int_0^1 f(3x-1)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_{-1}^2 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}.6=2.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 105: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tính $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$.

A. $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x = \frac{5}{2}$. **B.** $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x = 20$. **C.** $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x = 10$. **D.** $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x = 5$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{1}{2}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 2 \Rightarrow t = 1$.

Ta có: $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x = 2.\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t = 2.10 = 20$.

Câu 106: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = -8$. **B.** $I = -12$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 8$.

Lời giải

Chọn A

Xét tích phân $J = \int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$

Suy ra $J = (x+1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow 10 = 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2 - 10 = -8$.

Câu 107: Biết $I = \int_0^1 \frac{2x^2+3x+3}{x^2+2x+1}\mathrm{d}x = a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a^2 + b^2$.

A. 5. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_0^1 \frac{2x^2+3x+3}{x^2+2x+1}\mathrm{d}x$

Đặt $t = x+1 \Rightarrow \begin{cases} dt = dx \\ x = t-1 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x = 0 \leftrightarrow t = 1 \\ x = 1 \leftrightarrow t = 2 \end{cases}$

Khi đó $I = \int_1^2 \frac{2(t-1)^2+3(t-1)+3}{t^2}\mathrm{d}t = \int_1^2 \frac{2t^2-t+2}{t^2}\mathrm{d}t = \int_1^2 \left(2 - \frac{1}{t} + \frac{2}{t^2}\right)\mathrm{d}t = \left(2t - \ln t - \frac{2}{t}\right)\Big|_1^2$

$= 3 - \ln 2$.

Suy ra $P = 3^2 + 2^2 = 13$.

Câu 108: Cho $y = f(x)$ là một hàm số bất kỳ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đặt $I = \int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_1^0 f(x)\mathrm{d}x - f(1)$. **B.** $I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x - f(1)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $I=f(1)+\int_1^0 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $I=f(1)+\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\left(x.f(x)\right)\Big|_0^1-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=f(1)+\int_1^0 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 109: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0)=6$, $\int_0^1(2x-2).f'(x)\mathrm{d}x=6$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -3. **B.** 3. **C.** -9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $6=\int_0^1(2x-2).f'(x)\mathrm{d}x=\int_0^1(2x-2)\mathrm{d}\left[f(x)\right]=\left[(2x-2)f(x)\right]\Big|_0^1-2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 6=-2f(0)-2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{-2f(0)-6}{2}=-9$.

Câu 110: Tính tích phân $I=\int_0^1\dfrac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}$ bằng cách đặt $x=2\sin t$, $t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$

A. $\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $x=2\sin t;t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow\mathrm{d}x=2\cos t\,\mathrm{d}t$.

Đổi cận : Với $x=0\Rightarrow t=0$.

Với $x=1\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$.

$I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{8\sin^2 t\cos t\,\mathrm{d}t}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}4\sin^2 t\,\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{6}}2(1-\cos 2t)\mathrm{d}t=(2t-\sin 2t)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 111: Tính tích phân $\int_1^2\left(\dfrac{2x^4+3}{x^2}\right)\mathrm{d}x$

A. $\dfrac{37}{6}$. **B.** $\dfrac{30}{6}$. **C.** $\dfrac{37}{3}$. **D.** $-\dfrac{37}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^2\left(\dfrac{2x^4+3}{x^2}\right)dx=\int_1^2\left(2x^2+\dfrac{3}{x^2}\right)dx=\left(\dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{3}{x}\right)\Big|_1^2=\dfrac{37}{6}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 112: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+(5x-2)f(5x^2-4x)=50x^3-60x^2+23x-1\ \forall x\in R$. Giá trị của biểu thức $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^1(5x-2)f(5x^2-4x)\mathrm{d}x=\int_0^1(50x^3-60x^2+23x-1)\mathrm{d}x$

Ta có: $\int_0^1(5x-2)f(5x^2-4x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t$

Vậy, ta có: $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t=3\Rightarrow\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$

Câu 113: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f'(x)f\left[f(x)\right]dx=10$ và $f(0)=1, f(1)=2$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 30. **B.** 3. **C.** 10. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=f(x)\Rightarrow dt=f'(x)dx; x=0\Rightarrow t=f(0)=1, x=1\Rightarrow t=f(1)=2$.

Khi đó $10=\int_0^1 f'(x)f\left[f(x)\right]dx=\int_1^2 f(t)dt$.

Vậy $\int_1^2 f(x)dx=10.$

Câu 114: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 x.f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $f(1)=3$, tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

A. 30. **B.** 13. **C.** 7. **D.** –7.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{dv}=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{du}=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Ta có $\int_0^1 x.f'(x)\mathrm{d}x=x.f(x)\Big|_0^1-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x\Rightarrow 10=3-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Vậy $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-7$.

Câu 115: Tính tích phân $I=\int_0^{\ln 3} e^{2x}\sqrt{4e^x-3}.dx$ ta được kết quả:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{48}{5}$ **B.** $\frac{93}{10}$ **C.** $\frac{93}{80}$ **D.** $\frac{6}{5}$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{4e^x-3}\Rightarrow t^2=4e^x-3\Rightarrow e^x\mathrm{d}x=\frac{t.\mathrm{d}t}{2}$ và $e^x=\frac{t^2+3}{4}$

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=\ln 3\Rightarrow t=3\end{cases}$

Khi đó $I=\int_0^{\ln 3}e^x.\sqrt{4e^x-3}.e^x\mathrm{d}x\Rightarrow I=\int_1^3\frac{\left(t^2+3\right)}{4}t.\frac{t\mathrm{d}t}{2}$

$=\frac{1}{8}\int_1^3\left(t^4+3t^2\right)=\frac{1}{8}\left(\frac{t^5}{5}+t^3\right)\Big|_1^3=\frac{189}{20}-\left(\frac{3}{20}\right)=\frac{93}{10}$

Câu 116: Giả sử hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_3^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=a$. Tích phân $I=\int_1^2 f\left(2x+1\right)\mathrm{d}x$ có giá trị là.

A. $I=2a+1$. **B.** $I=\frac{1}{2}a$. **C.** $I=2a$. **D.** $I=\frac{a}{2}+1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$

x	1	2
t	3	5

Suy ra $I=\frac{1}{2}\int_3^5 f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{a}{2}$

Câu 117: Biết $\int_0^1 f\left(x\right).\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_0^1 f\left(1-x\right).\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{5}$ **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=1-x\Rightarrow -\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=1\Rightarrow t=0\end{cases}$

Ta có $I=-\int_1^0 f\left(t\right).\mathrm{d}t=\int_0^1 f\left(t\right).\mathrm{d}t=5$

Câu 118: Cho **hàm số** $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;5\right]$ và $f\left(5\right)=10$, $\int_0^5 xf'\left(x\right)\mathrm{d}x=30$. Tính $\int_0^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 20. **B.** –30. **C.** –20. **D.** 70.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = x \Rightarrow \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \Rightarrow v = f(x) \end{cases}$

$\int_0^5 x.f'(x)\mathrm{d}x = \left(x.f(x)\right)\Big|_0^5 - \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 30 = 5f(5) - \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x = 5f(5) - 30 = 20$.

Câu 119: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 12$. Tính $I = \int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 24. **C.** 18. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2x \Rightarrow \mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 2$. Ta được $I = \frac{1}{2}\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.12 = 6.$

Câu 120: Cho tích phân $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1+x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = \tan t$, $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì

A. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}t}{\tan t}$. **B.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \mathrm{d}t$. **C.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\mathrm{d}t}{t}$. **D.** $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}t}{\sin t}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $x = \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \mathrm{d}x = \left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$.

Đổi cận ta có

x	1	$\sqrt{3}$
t	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$

$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t}{\tan t\sqrt{1+\tan^2 t}} = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{1+\tan^2 t}}{\tan t}\mathrm{d}t = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}t}{\sin t}.$

Câu 121: Cho biết $\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x = 15$. Giá trị của $P = \int_0^2 \left[f(5-3x)+7\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $P = 27$. **B.** $P = 19$. **C.** $P = 37$. **D.** $P = 15$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P = \int_0^2 \left[f(5-3x)+7\right]\mathrm{d}x = \int_0^2 f(5-3x)\mathrm{d}x + 7\int_0^2 \mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$=-\frac{1}{3}\int_0^2 f\left(5-3x\right)\mathrm{d}\left(5-3x\right)+7x\Big|_0^2=-\frac{1}{3}\int_5^{-1} f\left(t\right)\mathrm{d}t+14=\frac{1}{3}\int_{-1}^5 f\left(t\right)\mathrm{d}t+14=5+14=19.$$

Câu 122: Cho tích phân $I=\int_1^2\frac{1-x^7}{x\left(1+x^7\right)}\mathrm{d}x$, nếu đặt $t=x^7$ thì I trở thành

A. $I=\int_1^2\frac{1-t}{t\left(1+t\right)}dt.$ **B.** $I=\frac{1}{7}\int_1^2\frac{1-t}{t\left(1+t\right)}dt.$

C. $I=\frac{1}{7}\int_1^{128}\frac{1-t}{t\left(1+t\right)}dt.$ **D.** $I=\int_1^{128}\frac{1-t}{t\left(1+t\right)}dt.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int_1^2\frac{1-x^7}{x\left(1+x^7\right)}dx=\int_1^2\frac{\left(1-x^7\right)x^6}{x^7\left(1+x^7\right)}dx.$

Đặt $t=x^7\Rightarrow dt=7x^6dx\Rightarrow\frac{dt}{7}=x^6dx$

Khi đó $I=\int_1^2\frac{1-x^7}{x\left(1+x^7\right)}dx=\int_1^2\frac{\left(1-x^7\right)x^6}{x^7\left(1+x^7\right)}dx=\frac{1}{7}\int_1^{128}\frac{1-t}{t\left(1+t\right)}dt.$

Câu 123: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $\int_0^1\frac{f'\left(x\right)}{x+1}\mathrm{d}x=1$ và $f\left(1\right)-2f\left(0\right)=2.$ Tính $I=\int_0^1\frac{f\left(x\right)}{\left(x+1\right)^2}\mathrm{d}x.$

A. $I=3.$ **B.** $I=0.$ **C.** $I=1.$ **D.** $I=-1.$

Lời giải

Chọn B

Xét tích phân $\int_0^1\frac{f'\left(x\right)}{x+1}\mathrm{d}x=1.$

Đặt $\begin{cases}u=\frac{1}{x+1}\\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{\left(x+1\right)^2}\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$. Theo công thức tích phân từng phần, ta có:

Theo công thức tích phân từng phần, ta có

$$I=\int_0^1\frac{f'(x)}{x+1}\mathrm{d}x=\frac{f(x)}{x+1}\Big|_0^1-\int_0^1\frac{f(x)}{\left(x+1\right)^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}f(1)-f(0)+\int_0^1\frac{f(x)}{\left(x+1\right)^2}\mathrm{d}x=1+I\Rightarrow I=0$$

Câu 124: Cho $\int_0^9 f\left(x\right)\mathrm{d}x=60$. Tính $I=\int_0^3 f\left(3x\right)\mathrm{d}x$

A. $I=5.$ **B.** $I=10.$ **C.** $I=20.$ **D.** $I=40.$

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=3x\Rightarrow\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x\Rightarrow\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{3}$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0,x=3\Rightarrow t=9.$

Vậy $I=\int_0^9 f\left(t\right)\frac{\mathrm{d}t}{3}=\frac{1}{3}\int_0^9 f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\int_0^9 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}.60=20.$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 125: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên $[1;3]$ và thỏa mãn $\int_1^3 [f(x)+3g(x)]dx=10$ $\int_1^3 [2f(x)-g(x)]dx=6$. Tích phân $I=\int_1^3 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. $I=9$. **B.** $I=6$. **C.** $I=8$. **D.** $I=7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}\int_1^3 [f(x)+3g(x)]dx=10\\ \int_1^3 [2f(x)-g(x)]dx=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\int_1^3 f(x)dx+3\int_1^3 g(x)dx=10\\ 2\int_1^3 f(x)dx-\int_1^3 g(x)dx=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\int_1^3 f(x)dx=4\\ \int_1^3 g(x)dx=2\end{cases}$.

Vậy $I=\int_1^3 [f(x)+g(x)]dx=\int_1^3 f(x)dx+\int_1^3 g(x)dx=4+2=6$.

Câu 126: Cho $\int_0^1 f(x)dx=2$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)\cos 2x\,dx$

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\pi$. **D.** $I=0.5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)\cos 2x dx=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)d(\sin 2x)=\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)dt=\frac{1}{2}\int_0^1 f(x)dx=1$

(với) $t=\sin 2x$.

Câu 127: Biết tích phân $\int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}}dx=\frac{1}{a}\left(2^b-1\right)$ với a,b là các số nguyên dương. Tính $a+b$ là

A. 1100. **B.** 1000. **C.** 900. **D.** 800.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}}dx$

$=\int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{99}}\frac{1}{(2x+1)^2}dx=\frac{1}{9}\int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{99}}d\left(\frac{7x-1}{2x+1}\right)=\frac{1}{9}.\frac{1}{100}\left(\frac{7x-1}{2x+1}\right)\Big|_0^1=\frac{1}{900}\left(2^{100}-1\right)$

Vậy $a+b=1000$.

Câu 128: Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1;2]$. Biết rằng $F(1)=1$, $F(2)=4$, $G(1)=\frac{3}{2}$, $G(2)=2$ và $\int_1^2 f(x)G(x)dx=\frac{67}{12}$. Tính $\int_1^2 F(x)g(x)dx$

A. $\frac{11}{12}$. **B.** $-\frac{11}{12}$. **C.** $\frac{145}{12}$. **D.** $-\frac{145}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = F(x) \\ dv = g(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f(x)\mathrm{d}x \\ v = G(x) \end{cases}$

$\int_1^2 F(x)g(x)\mathrm{d}x = \left(F(x)G(x)\right)\Big|_1^2 - \int_1^2 f(x)G(x)\mathrm{d}x$

$= F(2)G(2) - F(1)G(1) - \int_1^2 f(x)G(x)\mathrm{d}x = 4.2 - 1.\frac{3}{2} - \frac{67}{12} = \frac{11}{12}.$

Câu 129: Tích phân $I = \int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$ **C.** $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2 = 1+x^2 \Rightarrow x\mathrm{d}x = t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2} \\ x = \sqrt{3} \Rightarrow t = 2 \end{cases}$

Ta có $I = \int_{\sqrt{2}}^2 t.t\mathrm{d}t = \int_{\sqrt{2}}^2 t^2\mathrm{d}t = \left(\frac{t^3}{3}\right)\Big|_{\sqrt{2}}^2 = \frac{8-2\sqrt{2}}{3}$

Câu 130: Biết $\int_0^2 2x\ln(1+x)\mathrm{d}x = a.\ln b$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$, b là số nguyên tố. Tính $3a+4b$.

A. 32. **B.** 42. **C.** 21. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Xét $I = \int_0^2 2x\ln(1+x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u = \ln(1+x) \\ \mathrm{d}v = 2x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \frac{1}{1+x}\mathrm{d}x \\ v = x^2 - 1 \end{cases}$.

Ta có: $I = \left(x^2-1\right)\ln(x+1)\Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^2-1}{x+1}\mathrm{d}x = 3\ln 3 - \int_0^2 (x-1)\mathrm{d}x = 3\ln 3 - \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big|_0^2 = 3\ln 3$

Vậy $a = 3,\ b = 3 \Rightarrow 3a+4b = 21.$

Câu 131: Biết $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2+1}\mathrm{d}x = \frac{a\pi}{b}$, với a, b là các số nguyên. Tính $M = a+b$.

A. $M = 3$. **B.** $M = 6$. **C.** $M = 4$. **D.** $M = 7$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $x = \tan t \Rightarrow \mathrm{d}x = \left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$ và $x = \sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}$.

$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+\tan^2 t}{1+\tan^2 t}\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \mathrm{d}t = t\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow a = 1,\ b = 3$ nên $M = 4$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 132: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=1$, $f(e)=1$. Ta có $\int_1^e f'(x).\ln x\,\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=1$. **B.** $I=3$. **C.** $I=4$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Chọn D

Xét $\int_1^e f'(x).\ln x\,\mathrm{d}x$ đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Khi đó $\int_1^e f'(x).\ln x\,\mathrm{d}x=f(x).\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=1-1=0$.

Câu 133: Xét tích phân $I=\int_0^{\pi/3}\frac{\sin 2x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$. Thực hiện phép đổi biến $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây

A. $I=\int_0^{\pi/4}\frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t$. **C.** $I=-\int_0^{\pi/4}\frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t$. **D.** $I=-\int_{\frac{1}{2}}^1\frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $t=\cos x\Rightarrow\mathrm{d}t=-\sin x\,\mathrm{d}x$. Khi $x=0$ thì $t=1$, khi $x=\frac{\pi}{3}$ thì $t=\frac{1}{2}$.

Vậy $I=\int_0^{\pi/3}\frac{\sin 2x}{1+\cos x}dx=\int_0^{\pi/3}\frac{2\sin x\cos x}{1+\cos x}dx=-\int_1^{1/2}\frac{2t}{1+t}dt=\int_{1/2}^1\frac{2t}{1+t}dt$.

Câu 134: Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x-1)\sin 2x\mathrm{d}x$. Tìm đẳng thức đúng?

A. $I=-\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$. **B.** $I=-(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

C. $I=-(x-1)\cos 2x-\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$. **D.** $I=-\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=(x-1)\\ \mathrm{d}v=\sin 2x\mathrm{d}x\end{cases}$, ta có $\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\frac{1}{2}\cos 2x\end{cases}$.

Do đó: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x-1)\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\frac{1}{2}\int_o^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 135: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trong đoạn $[-1;1]$ và $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 2$ Kết quả $I = \int_{-1}^{1} \frac{f(x)}{1+e^x}\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I = 3$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 1$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = -x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}t$. Đổi cận $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = 1 \\ x = 1 \Rightarrow t = -1 \end{cases}$

Ta được: $I = \int_{-1}^{1} \frac{1}{1+e^x} f(x)\mathrm{d}x = -\int_{1}^{-1} \frac{1}{1+e^{-t}} f(-t)\mathrm{d}t = \int_{-1}^{1} \frac{e^t}{1+e^t} f(t)\mathrm{d}t = \int_{-1}^{1} \frac{e^x}{1+e^x} f(x)\mathrm{d}x.$

Do đó: $2I = \int_{-1}^{1} \frac{1}{1+e^x} f(x)\mathrm{d}x + \int_{-1}^{1} \frac{e^x}{1+e^x} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 2 \Rightarrow I = 1$

Câu 136: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-2) = 1$, $\int_{1}^{2} f(2x-4)\mathrm{d}x = 1$. Tính $\int_{-2}^{0} xf'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 1$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = -4$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2x-4 \Rightarrow \mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x$, đổi cận $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = -2 \\ x = 2 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

$1 = \int_{1}^{2} f(2x-4)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-2}^{0} f(t)\mathrm{d}t \Rightarrow \int_{-2}^{0} f(t)\mathrm{d}t = 2 \Rightarrow \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x = 2.$

Đặt $\begin{cases} u = x \Rightarrow \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \Rightarrow v = f(x)' \end{cases}$

Vậy $\int_{-2}^{0} xf'(x)\mathrm{d}x = xf(x)\Big|_{-2}^{0} - \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x = 2f(-2) - 2 = 2.1 - 2 = 0.$

Câu 137: Biết $\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+x^2-1}\mathrm{d}x = \frac{b}{a}\ln 5 - c\ln 2$ với a, b, c là các số nguyên và phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính $P = 3a+2b+c$.

A. 11. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2+1 \Rightarrow xdx = tdt$

Đổi cận: $x = \sqrt{3} \Rightarrow t = 2, x = 2\sqrt{2} \Rightarrow t = 3$.

Khi đó $\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+x^2-1}dx = \int_{2}^{3} \frac{tdt}{t^2+t-2} = \int_{2}^{3} \left(\frac{1}{3}.\frac{1}{t-1} - \frac{2}{3}.\frac{1}{t+2}\right)dt = \left(\frac{1}{3}\ln|t-1| + \frac{2}{3}\ln|t+2|\right)\Big|_{2}^{3}$

$= \left(\frac{1}{3}\ln 2 + \frac{2}{3}\ln 5\right) - \left(\frac{2}{3}\ln 4\right) = \frac{2}{3}\ln 5 - \ln 2.$

Vậy $a = 3, b = 2, c = 1 \Rightarrow 3a+2b+c = 14$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 138: Tính $I=\int\limits_{2}^{2\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $x=\frac{\sqrt{3}}{\sin t}$, $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\setminus\{0\}$. Suy ra $dx=-\frac{\sqrt{3}\cos t}{\sin^2 t}dt$.

Đổi cận: Với $x=2\Rightarrow t=\frac{\pi}{3}$; $x=2\sqrt{3}\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$

Khi đó $I=-\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{\sin t}\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{\sin t}\right)^2-3}}.\frac{\sqrt{3}.\cos t}{\sin^2 t}dt=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sqrt{3}\cos t}{\sin t\sqrt{\frac{3}{\sin^2 t}-3}}.dt=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}dt=t\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$

Câu 139: Cho $\int\limits_{0}^{2}\frac{x+\ln(x+1)}{(x+2)^2}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\ln 3$ (với $a,c\in\mathbb{Z};b,d\in\mathbb{N}^*;\frac{a}{b}\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản). Tính $P=(a+b)(c+d)$.

A. 7. **B.** –3. **C.** 3. **D.** –7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_{0}^{2}\frac{x+\ln(x+1)}{(x+2)^2}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2}\frac{1}{x+2}\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}\frac{2}{(x+2)^2}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\frac{\ln(x+1)}{(x+2)^2}\mathrm{d}x$.

$\int\limits_{0}^{2}\frac{1}{x+2}\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}\frac{2}{(x+2)^2}\mathrm{d}x=\left(\ln|x+2|+\frac{2}{x+2}\right)\Big|_0^2=\ln 2-\frac{1}{2}$.

$I=\int\limits_{0}^{2}\frac{\ln(x+1)}{(x+2)^2}\mathrm{d}x$.

Đặt $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x$

Suy ra $I=\left(\frac{(x+1)\ln(x+1)}{(x+2)}\right)\Big|_0^2-\int\limits_{0}^{2}\frac{1}{(x+2)}\mathrm{d}x=\frac{3}{4}\ln 3-\ln 2$.

Do đó $\int\limits_{0}^{2}\frac{x+\ln(x+1)}{(x+2)^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\ln 3\Rightarrow P=(-1+2)(3+4)=7$.

Câu 140: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_{0}^{1}(x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$ **B.** $I=-12$ **C.** $I=8$ **D.** $I=-8$

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$. Khi đó $I = (x+1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Suy ra $10 = 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -10+2 = -8$

Vậy $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -8$.

Câu 141: Giá trị của $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\mathrm{d}x = \frac{a}{b}\pi$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = ab$.

A. $T = 35$. **B.** $T = 36$. **C.** $T = 12$. **D.** $T = 24$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $x = 3\sin t \Leftrightarrow \mathrm{d}x = 3\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x = 0 \to t = 0$; $x = 3 \to t = \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{9-(3\sin t)^2}.3\cos t\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 9\cos^2 t\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 9.\frac{1+\cos 2t}{2}\mathrm{d}t = \frac{9}{4}\pi$.

Vậy $T = 9.4 = 36$.

Câu 142: Tính $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2+3}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{4\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $x = \sqrt{3}\tan t$, $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$. Suy ra $\mathrm{d}x = \sqrt{3}(1+\tan^2 t)\mathrm{d}t$.

Đổi cận : Với $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

Khi đó $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{3+3\tan^2 \mathrm{t}}.\sqrt{3}(1+\tan^2 \mathrm{t})\mathrm{dt} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{dt} = \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$.

Câu 143: Cho $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x = \frac{a}{3} + b\ln 2 + c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow x = t^2-1 \Rightarrow \mathrm{d}x = 2t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 3 \Rightarrow t = 2$.

Khi đó:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$\int_1^2 \frac{t^2-1}{4+2t}.2t\mathrm{d}t=\int_1^2 \frac{t^3-t}{t+2}\mathrm{d}t=\int_1^2\left(t^2-2t+3-\frac{6}{t+2}\right)\mathrm{d}t=\left(\frac{t^3}{3}-t^2+3t-6\ln|t+2|\right)\Big|_1^2=\frac{7}{3}-12\ln 2+6\ln 3$$

Suy ra $\begin{cases}a=7\\b=-12\\c=6\end{cases}\Rightarrow a+b+c=1.$

Câu 144: Biết rằng $\int_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=\frac{2\pi}{3}+a$. Khi đó a bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $x=2\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$.

Khi đó: $\int_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$

$$=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}4\cos t|\cos t|\mathrm{d}t=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}4\cos^2 t\mathrm{d}t=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}(2+2\cos 2t)\mathrm{d}t=(2t+\sin 2t)\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=\frac{2\pi}{3}+\sqrt{3}.$$

Câu 145: Giả sử a,b,c là các số nguyên thỏa mãn $\int_0^4\frac{2x^2+4x+1}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_1^3(au^4+bu^2+c)\mathrm{d}u$, trong đó $u=\sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S=a+b+c$.

A. $S=0$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Chọn D

$$u=\sqrt{2x+1}\Rightarrow u^2=2x+1\Rightarrow\begin{cases}u\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\x=\frac{u^2-1}{2}\end{cases}$$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=1;\ x=4\Rightarrow u=3.$

Khi đó $\int_0^4\frac{2x^2+4x+1}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x=\int_1^3\frac{2\left(\frac{u^2-1}{2}\right)^2+4\left(\frac{u^2-1}{2}\right)+1}{u}u.\mathrm{d}u=\frac{1}{2}\int_1^3(u^4+2u^2-2).\mathrm{d}u$

Vậy $S=a+b+c=1+2-2=1$.

Câu 146: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(2)=2$ và $f(4)=2018$. Tính $I=\int_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x.$

A. $I=-1008$. **B.** $I=-2018$. **C.** $I=2018$. **D.** $I=1008$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2x\Rightarrow dt=2.dx\Rightarrow dx=\frac{dt}{2}$.

Với $x=1\Rightarrow t=2$, $x=2\Rightarrow t=4$.

Khi đó: $I=\frac{1}{2}\int_2^4 f'(t)dt=\frac{1}{2}\left[f(t)\right]_2^4=\frac{1}{2}\left[f(4)-f(2)\right]=\frac{1}{2}(2018-2)=1008.$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 147: Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{2^{1000}}\frac{\ln x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$, ta được

A. $I=\frac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}}-1001\ln\frac{2}{1+2^{1000}}$.
B. $I=-\frac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}}+1001\ln\frac{2}{1+2^{1000}}$.
C. $I=-\frac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}+\ln\frac{2^{1000}}{1+2^{1000}}$.
D. $I=\frac{1000\ln 2}{1+2^{1000}}-\ln\frac{2^{1000}}{1+2^{1000}}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=\frac{dx}{(x+1)^2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{dx}{x}\\ v=-\frac{1}{x+1}\end{cases}$

$\Rightarrow I=-\frac{\ln x}{x+1}\Big|_1^{2^{1000}}+\int\limits_1^{2^{1000}}\frac{1}{x+1}.\frac{dx}{x}=-\frac{\ln 2^{1000}}{2^{1000}+1}+\int\limits_1^{21000}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)dx=-\frac{1000\ln 2}{2^{1000}+1}+\ln\left|\frac{x}{x=1}\right|\Big|_1^{2^{1000}}$

$=-\frac{1000\ln 2}{2^{1000}+1}+\ln\frac{2^{1000}}{2^{1000}+1}-\ln\frac{1}{2}=-\frac{1000\ln 2}{2^{1000}+1}+\ln\frac{2^{1001}}{2^{1000}+1}=-\frac{\ln 2^{1000}}{1+2^{1000}}+1001\ln\frac{2}{1+2^{1000}}$.

Câu 148: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$ thoả $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2020$. Tính $\int\limits_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}xf(x^2)\mathrm{d}x$.

A. $I=1010$. **B.** $I=2010^2$. **C.** $I=\sqrt{2010}$. **D.** $I=4036$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=\sqrt{2}\Rightarrow t=2$, $x=\sqrt{3}\Rightarrow t=3$.

Suy ra $\int\limits_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}xf(x^2)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_2^3 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.2020=1010$.

Câu 149: Cho $\int\limits_0^3\frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\frac{a}{3}+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 9. **C.** 1. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow t^2=x+1\Rightarrow x=t^2-1\Rightarrow \mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=3\Rightarrow t=2$.

Khi đó: $\int\limits_1^2\frac{t^2-1}{4+2t}.2t\mathrm{d}t$

$=\int\limits_1^2\frac{t^3-t}{t+2}\mathrm{d}t=\int\limits_1^2\left(t^2-2t+3-\frac{6}{t+2}\right)\mathrm{d}t=\left(\frac{t^3}{3}-t^2+3t-6\ln|t+2|\right)\Big|_1^2=\frac{7}{3}-12\ln 2+6\ln 3$

Suy ra $\begin{cases}a=7\\ b=-12\\ c=6\end{cases}\Rightarrow a+b+c=1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 150: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x)=3f(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$. Giá trị của tích phân $I=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. $I=5$ **B.** $I=3$ **C.** $I=2$ **D.** $I=8$

Lời giải

Chọn A

Xét tích phân $J=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$, đặt $x=2t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\mathrm{d}t$.

Với $x=2\Rightarrow t=1,\ x=0\Rightarrow t=0$.

Ta có $J=\int_0^1 f(2t)2\mathrm{d}t=2\int_0^1 f(2t)\mathrm{d}t=2\int_0^1 3f(t)\mathrm{d}t=6\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t=6\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=6$.

Mặt khác, ta có $J=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow I=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=J-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5$.

Câu 151: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$ thoả mãn $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2018$. Tính $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} xf(x^2)\mathrm{d}x$

A. $I=\sqrt{2018}$. **B.** $I=4036$. **C.** $I=1009$. **D.** $I=2018^2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x^2\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=\sqrt{2}\Rightarrow t=2,\ x=\sqrt{3}\Rightarrow t=3$.

Suy ra $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} xf(x^2)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_2^3 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.2018=1009$.

Câu 152: Tính tích phân $I=\int_2^4 \frac{3\mathrm{d}x}{x^2-4x+8}$.

A. $\frac{3\pi}{4}$. **B.** $\frac{3\pi}{8}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int_2^4 \frac{3}{x^2-4x+8}\mathrm{d}x=\int_2^4 \frac{3}{(x-2)^2+4}dx$,

Đặt $x-2=2\tan t, t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow dt=2\left(1+\tan^2 x\right)\mathrm{d}t$.

Đổi cận Với $x=2\Rightarrow t=0$.

Với $x=4\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

Ta có $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6\left(1+\tan^2 t\right)}{4\left(1+\tan^2 t\right)}\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3}{2}\mathrm{d}t=\frac{3}{2}t\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{3\pi}{8}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 153: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f^2(x)-2\sqrt{2}f(x)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]\mathrm{d}x=\frac{2-\pi}{2}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x$

$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[1-\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)\right]\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\sin 2x)\mathrm{d}x=\left(x+\frac{1}{2}\cos 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi-2}{2}$.

Do đó:

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f^2(x)-2\sqrt{2}f(x)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x=\frac{2-\pi}{2}+\frac{\pi-2}{2}=0$

$\Leftrightarrow\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f^2(x)-2\sqrt{2}f(x)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)-\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]^2\mathrm{d}x=0$

Suy ra $f(x)-\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$, hay $f(x)=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$.

Bởi vậy: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x=-\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=0$.

Câu 154: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[0;1]$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\int_0^1\left[2f(x)+3x\right]f(x)\mathrm{d}x-\int_0^1\left[4f(x)+x\right]\sqrt{xf(x)}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{24}$ **B.** $-\frac{1}{12}$ **C.** $-\frac{1}{6}$ **D.** $-\frac{1}{8}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $M=\int_0^1\left[2f^2(x)+3xf(x)-4f(x)\sqrt{xf(x)}-x\sqrt{xf(x)}\right]\mathrm{d}x$

$=\int_0^1\left[-\left(\sqrt{x}-\sqrt{f(x)}\right)\sqrt{f(x)}\left[\left(\sqrt{f(x)}-\sqrt{x}\right)^2+f(x)\right]\right]\mathrm{d}x$

Đặt $a=\sqrt{x}-\sqrt{f(x)}$, $b=\sqrt{f(x)}$ thì

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$$M=\int_0^1\left[-ab\left(a^2+b^2\right)\right]\mathrm{d}x\ge\int_0^1\left[-\frac{(a+b)^2}{4}.\frac{(a+b)^2}{2}\right]\mathrm{d}x\ge\int_0^1-\frac{x^2}{8}\mathrm{d}x=-\frac{1}{24}.$$

Câu 155: Tính $I=\int_0^1\frac{1}{4x^2+4x+4}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{\pi}{4\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int_0^1\frac{1}{4x^2+4x+4}\mathrm{d}x=\int_1^2\frac{1}{(2x+1)^2+3}\mathrm{d}x$.

Đặt $2x+1=\sqrt{3}\tan t$, $-\frac{\pi}{2}<t<\frac{\pi}{2}$. Suy ra $2\mathrm{d}x=\sqrt{3}\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$.

Đổi cận : Với $x=0\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$; $x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{3}$

Khi đó: $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{3+3\tan^2 \mathrm{t}}.\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1+\tan^2 \mathrm{t}\right)\mathrm{d}t=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{2\sqrt{3}}\mathrm{d}t=\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$

Câu 156: Cho tích phân $\int_1^4\frac{\sqrt{25-x^2}}{x}\mathrm{d}x=a+b\sqrt{6}+c\ln\left(\frac{5\sqrt{6}+12}{5\sqrt{6}-12}\right)+d\ln 2$ với a,b,c,d là các số hữu tỉ. Tính tổng $a+b+c+d$.

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{3}{25}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{20}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{25-x^2}\Rightarrow t^2=25-x^2\Rightarrow x\,dx=-t\,dt$

Khi đó:

$$I=\int_1^4\frac{\sqrt{25-x^2}}{x}dx=\int_1^4\frac{\sqrt{25-x^2}}{x^2}xdx=\int_3^{2\sqrt{6}}\frac{t^2}{25-t^2}dt$$

$$=\int_3^{2\sqrt{6}}\left(-1+\frac{25}{25-t^2}\right)dt=\int_3^{2\sqrt{6}}\left(-1+\frac{5}{2(5-t)}+\frac{5}{2(5+t)}\right)dt$$

$$=\left(-t+\frac{5}{2}\ln\left|\frac{5+t}{5-t}\right|\right)\Bigg|_3^{2\sqrt{6}}=3-2\sqrt{6}+\frac{5}{2}\ln\left(\frac{5\sqrt{6}+12}{5\sqrt{6}-12}\right)-5\ln 2.$$

Vậy $a=3, b=-2, c=\frac{5}{2}, d=-5\Rightarrow a+b+c+d=-\frac{3}{2}$.

Câu 157: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(1-3x)\mathrm{d}x=5$, $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính $I=\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$?

A. 11. **B.** –10. **C.** –5. **D.** 9.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A

Ta có $5=\int\limits_0^2 f\left(1-3x\right)=-\frac{1}{3}\int\limits_0^2 f\left(1-3x\right)d\left(1-3x\right)=-\frac{1}{3}\int\limits_1^{-5} f\left(x\right)d\left(x\right)\left(1\right).$

Do $f\left(x\right)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$

Nên ta có $\int\limits_1^{-5} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_1^{-5} f\left(-x\right)\mathrm{d}\left(-x\right)=-\int\limits_{-1}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x$

Thay vào $\left(1\right)$ ta được $\int\limits_{-1}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x=15.$

Vậy $I=\int\limits_1^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^{-1} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}\left(x\right)+\int\limits_{-1}^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-4+15=11.$

Câu 158: Cho $\int\limits_{16}^{55}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}}=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 11$, với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$ **B.** $a+b=3c$ **C.** $a-b=-3c$ **D.** $a-b=-c$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x+9}\Rightarrow t^2=x+9\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x.$

Đổi cận $x=16\Rightarrow t=5,\ x=55\Rightarrow t=8.$

Do đó $\int\limits_{16}^{55}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}}=\int\limits_5^8\frac{2t\mathrm{d}t}{t\left(t^2-9\right)}=2\int\limits_5^8\frac{\mathrm{d}t}{t^2-9}=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|\Big|_5^8$

$f\left(x\right)=x-5^x=\frac{2}{3}\ln 2+\frac{1}{3}\ln 5-\frac{1}{3}\ln 11.$

Vậy $a=\frac{2}{3};b=\frac{1}{3};c=-\frac{1}{3}\Rightarrow a-b=-c.$

Câu 159: $I=\int\limits_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\frac{a+b\sqrt{3}}{24}$. Tính $a+b$?

A. 7. **B.** 5 **C.** -7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=\sin t,\ -\frac{\pi}{2}\le t\le\frac{\pi}{2}$. Suy ra $\mathrm{d}x=\cos t\,\mathrm{d}t.$

Đổi cận: Với $x=0\Rightarrow t=0$; $x=\frac{1}{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$

Khi đó $I=\int\limits_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sin^3 t.\cos t}{\sqrt{1-\sin^2 t}}\mathrm{d}t$

$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sin^2 t.\cos t}{\sqrt{\cos^2 t}}\mathrm{d}t=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sin^3 t.\cos t}{\cos t}\mathrm{d}t=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^3 t\mathrm{d}t$

$=\frac{1}{4}\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\left(3\sin t-\sin 3t\right)\mathrm{d}t=\left(-\frac{3}{4}\cos t+\frac{1}{12}\cos 3t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=-\frac{3\sqrt{3}}{8}+\frac{3}{4}-\frac{1}{12}=\frac{16-9\sqrt{3}}{24}$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Suy ra $a=16, b=-9$. Vậy $a+b=16-9=7$

Câu 160: Tính .

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Đặt , . Suy ra .

Đổi cận : Với ;

Khi đó :

Câu 161: Tìm tất cả các giá trị dương của tham số sao cho .

A. .
B. .
C. .
D. .

Lời giải

Chọn D

Ta có .

Đặt
Khi .

Do đó

.

Bài ra

.

Kết hợp với ta được thỏa mãn.

Câu 162: Biết rằng , với là các số hữu tỉ. Giá trị của bằng

A. **B.** **C.** **D.**

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt

Đổi cận:

Vậy: .

Câu 163: Cho hàm số liên tục trên thỏa mãn . Tính tính phân

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn D

Ta có : .

Đặt

Đổi cận:

Suy ra :

Câu 164: Với mỗi số nguyên dương ta kí hiệu . Tính .

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Xét . Đặt .

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\Rightarrow I_{n+1}=\dfrac{1}{2(n+2)}\left[2(n+1)I_n-I_{n+1}\right]\Rightarrow\dfrac{I_{n+1}}{I_n}=\dfrac{2n+1}{2n+5}\Rightarrow\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{I_{n+1}}{I_n}=1.$

Câu 165: Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\dfrac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$.

A. $\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{1}{4}$. **D.** $-\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $x=\sin t,\ t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$. Suy ra $dx=\cos t dt$.

Đổi cận: Với $x=0\Rightarrow t=0$; $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{4}$

Khi đó: $I=\int\limits_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\dfrac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$

$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin^2 t.\cos t\mathrm{d}t}{\sqrt{1-\sin^2 t}}$

$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin^2 t.\cos t\mathrm{d}t}{\sqrt{\cos^2 t}}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin^2 t.\cos t\mathrm{d}t}{\cos t}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2 t\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(1-\cos 2t)\mathrm{d}t$

$=\dfrac{1}{2}\left(t-\dfrac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{4}$

Câu 166: Biết $\int\limits_1^5\dfrac{1}{1+\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x=a+b\ln 3+c\ln 5\ \ (a,b,c\in Q)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{3x+1}\Rightarrow t^2=3x+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2$; $x=5\Rightarrow t=4$

$\int\limits_1^5\dfrac{1}{1+\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}\int\limits_2^4\dfrac{t}{1+t}\mathrm{d}t=\dfrac{2}{3}\int\limits_2^4(1-\dfrac{1}{1+t})\mathrm{d}t=\dfrac{2}{3}(t-\ln|t+1|)\Big|_2^4=\dfrac{4}{3}-\dfrac{2}{3}\ln 5+\dfrac{2}{3}\ln 3.$

$\Rightarrow a=\dfrac{4}{3},b=\dfrac{2}{3},c=-\dfrac{2}{3}\Rightarrow a+b+c=\dfrac{4}{3}.$

Câu 167: Giả sử a,b,c là các số nguyên thỏa mãn $\int\limits_0^4\dfrac{2x^2+4x+1}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\limits_1^3(au^4+bu^2+c)\mathrm{d}u$, trong đó $u=\sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=3$. **C.** $S=2$. **D.** $S=0$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$u=\sqrt{2x+1}\Rightarrow u^2=2x+1\Rightarrow\begin{cases}u\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\x=\dfrac{u^2-1}{2}\end{cases}$

Khi đó $\int\limits_0^4\dfrac{2x^2+4x+1}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x=\int\limits_1^3\dfrac{2\left(\dfrac{u^2-1}{2}\right)^2+4\left(\dfrac{u^2-1}{2}\right)+1}{u}u.\mathrm{d}u=\dfrac{1}{2}\int\limits_1^3\left(u^4+2u^2-2\right).\mathrm{d}u$

Vậy $S=a+b+c=1+2-2=1$.

Câu 168: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=3x$. Tính $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}\dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$

A. $I=\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=1$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=\dfrac{1}{x}\Rightarrow x=\dfrac{1}{u}\Rightarrow f\left(\dfrac{1}{u}\right)+2f(u)=\dfrac{3}{u}$ hay $f\left(\dfrac{1}{x}\right)+2f(x)=\dfrac{3}{x}$

$\Rightarrow 2f\left(\dfrac{1}{x}\right)+4f(x)=\dfrac{3}{x}.2\Leftrightarrow 2f\left(\dfrac{1}{x}\right)+f(x)+3f(x)=\dfrac{3}{x}.2\Rightarrow 3x+3f(x)=\dfrac{3}{x}.2$

$\Rightarrow 3f(x)=\dfrac{6}{x}-3x\Rightarrow f(x)=\dfrac{2}{x}-x\Rightarrow\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{2}{x^2}-1.$

$\Rightarrow I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}\left(\dfrac{2}{x^2}-1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}.$

Câu 169: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f\left(x^3+3x+1\right)=3x+2,\forall x\in\mathbb{R}\ (*)$. Tính tính phân $I=\int\limits_1^5 xf'(x)\mathrm{d}x.$

A. $\dfrac{33}{4}$. **B.** $\dfrac{17}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** -1761.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=x\Rightarrow\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow v=f(x)\end{cases}$

Suy ra : $I=\int\limits_1^5 xf'(x)\mathrm{d}x=x.f(x)\Big|_1^5-\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=5f(5)-f(1)-\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x$

Từ $(*)$ suy ra: $\begin{cases}x=1\Rightarrow f(5)=5\\x=0\Rightarrow f(1)=2\end{cases}\longrightarrow I=23-\int\limits_1^5 f(t)\mathrm{d}t$

Đặt $t=x^3+3x+1\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}t=\left(3x^2+3\right)\mathrm{d}x\\f(t)=3x+2\end{cases}$

Đổi cận: $t=1\Rightarrow x=0,\ t=5\Rightarrow x=1.$

Suy ra: $I=23-\int\limits_1^5 f(t)\mathrm{d}t=23-J$ với $J=\int\limits_1^5 f(t)\mathrm{d}t.$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Với $J=\int_1^5 f(t)\mathrm{d}t=3\int_0^1(3x+2)(x^2+1)\mathrm{d}x=\frac{59}{4}$.

Suy ra : $I=23-\frac{59}{4}=\frac{33}{4}$.

Câu 170: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^{1} f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $\int_0^2\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$.

A. 75. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 27.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=1-3x\Rightarrow \mathrm{d}t=-3\mathrm{d}x$.

Với $x=0\to t=1$ và $x=2\to t=-5$.

Ta có $\int_0^2\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$

$=\int_0^2 f(1-3x)\mathrm{d}x+\int_0^2 9\mathrm{d}x=\int_1^{-5}\left[f(t)\right]\frac{\mathrm{d}t}{-3}+9x\Big|_0^2=\frac{1}{3}\int_{-5}^{1}\left[f(x)\right]\mathrm{d}x+18=\frac{1}{3}.9+18=21$.

Câu 171: Biết $\int_0^1\frac{(x^2+5x+6)\mathrm{e}^x}{x+2+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x=a\mathrm{e}-b-\ln\frac{a\mathrm{e}+c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S=2a+b+c$.

A. $S=10$. **B.** $S=5$. **C.** $S=9$. **D.** $S=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $I=\int_0^1\frac{(x^2+5x+6)\mathrm{e}^x}{x+2+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x=\int_0^1\frac{(x+2)(x+3)\mathrm{e}^{2x}}{(x+2)\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=(x+2)\mathrm{e}^x\Rightarrow \mathrm{d}t=(x+3)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Đổi cận : $x=0\Rightarrow t=2$, $x=1\Rightarrow t=3\mathrm{e}$.

$I=\int_2^{3\mathrm{e}}\frac{t\mathrm{d}t}{t+1}=\int_2^{3\mathrm{e}}\left(1-\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t=\left(t-\ln|t+1|\right)\Big|_2^{3\mathrm{e}}=3\mathrm{e}-2-\ln\frac{3\mathrm{e}+1}{3}$.

Vậy $a=3$, $b=2$, $c=1\Rightarrow S=9$.

Câu 172: Cho biết $\int_0^{\sqrt{7}}\frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}}\mathrm{d}x=\frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản. Tính $m-7n$

A. 1. **B.** 0. **C.** 91. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt[3]{1+x^2}\Rightarrow t^3=1+x^2\Rightarrow 3t^2\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x\Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{3t^2\mathrm{d}t}{2}$.

Đổi cận:

x	0	$\sqrt{7}$
t	1	2

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

.

.

Câu 173: Tính tích phân được kết quả . Giá trị là

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Đặt .

Đổi cận:

Khi đó . Suy ra .

Do đó .

Câu 174: Biết trong đó là các số nguyên dương và các phân số

là tối giản. Tính .

A. 64. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: .

Đặt: .

Khi đó:

.

Vậy: Dó đó: .

Câu 175: Cho , khi đó khẳng định nào sau đây đúng.

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn D

Ta có: .

Đặt

Đổi cận: Khi thì ; khi thì .

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Xét .

Theo bải thì .

Câu 176: Biết là hàm liên tục trên và . Khi đó bằng.

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Ta có .

Tính , đặt .

Đổi cận ; .

Khi đó .

Vậy .

Câu 177: Cho tích phân , a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của a là

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn D

Đặt , . Đổi cận .

.

Câu 178: Cho có kết quả dạng với , . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. **B.** **C.** **D.**

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt .

Đổi cận: khi thì ; khi thì .

Khi đó .

Vậy .

Câu 179: Cho hàm số liên tục, , và thỏa . Tính .

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn C

Ta có

.

Câu 180: Tính tích phân được kết quả . Giá trị là

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn D

Đặt .

Đổi cận:

Khi đó . Suy ra .

Do đó .

Câu 181: Giá trị của tích phân bằng

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn C

Tính .

Đặt .

Đổi cận: Khi thì ; khi thì .

Do nên

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

.

Câu 182: Khi tính , bằng phép đặt thì được

A. . **B.** .

C. . **D.** .

Lời giải

Chọn D

Đặt

Đổi cận: ;

Khi đó .

Câu 183: Biết , với , là số nguyên tố. Tính .

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn C

Xét .

Đặt .

Ta có .

Vậy .

Câu 184: Cho tích phân với . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Đặt .

Đổi cận:

Khi đó

Do đó .

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 185: Cho hàm số nhận giá trị không âm và có đạo hàm liên tục trên thỏa mãn và . Giá trị của tích phân bằng

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Vậy .

Do . Vậy .

.

Đặt .

Suy ra

Câu 186: Tính (với , là các số thực dương cho trước)

A. . **B.** .

C. . **D.** .

Lời giải

Chọn B

.

Đặt . Đổi cận: ;

Khi đó:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 187: Giá trị của trong đó và là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức .

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn D

Đặt . Đổi cận: .

. Vậy .

Câu 188: Hàm số là hàm số chẵn liên tục trên và . Tính .

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Đặt . Đổi cận: , .

Mặt khác do là hàm số chẵn nên .

Xét , đặt

.

Câu 189: Cho với , , là các số nguyên. Giá trị của bằng

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Đặt .

Đổi cận: ; .

Khi đó:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Suy ra .

Câu 190: Cho tích phân với . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Đặt .

Đổi cận:

Khi đó

Do đó .

Câu 191: Biết với là các số nguyên và . Tính

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Tính A: Đặt

Câu 192: Cho hàm số liên tục trên thỏa mãn và

. Tích phân bằng

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

* Xét

Đặt ; .

Suy ra hay .

* Xét

Đặt .

Suy ra hay .

Vậy .

Câu 193: Cho hàm số thỏa mãn và với mọi . Giá trị của bằng

A. **B.** **C.** **D.**

Lời giải

Chọn B

Ta có:

.

Câu 194: Đổi biến thì tích phân trở thành

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Đặt , khi đó . Đổi cận

.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 195: Cho hàm số liên tục, , và thỏa . Tính

.

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Ta có

.

Câu 196: Tính tích phân được kết quả . Giá trị là

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Đặt .

Đổi cận:

Khi đó

. Suy ra .

Do đó .

Câu 197: Tích phân có giá trị là

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Ta có: .

Đặt . Đổi cận .

.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 198: Cho hàm số liên tục trên đoạn thoả . Tính .

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn D

Đặt . Đổi cận: , .

Suy ra .

Câu 199: Giá trị của tích phân bằng

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn D

Tính .

Đặt .
Đổi cận: Khi thì ; khi thì .
Do nên

.

Câu 200: Tính .

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Ta có:

Đặt , . Suy ra .

Đổi cận : Với ;

Khi đó .

Câu 201: Tính tích phân được kết quả . Giá trị là

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt .

Đổi cận:

Khi đó

. Suy ra .

Do đó .

Câu 202: Biết $I=\int\limits_0^1(2x+3)e^x\mathrm{d}x=ae+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?.

A. $a-b=2$. **B.** $a+2b=1$. **C.** $ab=3$. **D.** $a^3+b^3=28$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=2x+3\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}$.

Khi đó $I=(2x+3)e^x\Big|_0^1-\int\limits_0^1 2e^x\mathrm{d}x=(2x+3)e^x\Big|_0^1-2e^x\Big|_0^1=3e-1$.

Suy ra $a=3,\ b=-1$.

Vậy $a+2b=1$.

Câu 203: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $f(1).g(1)=1,\ f(2).g(2)=2$ và $\int\limits_1^2 g(x).f'(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int\limits_1^2 f(x).g'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-4$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn B

Xét $I=\int\limits_1^2 f(x).g'(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=g'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=g(x)\end{cases}$.

Khi đó $I=f(x).g(x)\Big|_1^2-\int\limits_1^2 g(x).f'(x)\mathrm{d}x=f(2).g(2)-f(1).g(1)-\int\limits_1^2 g(x).f'(x)\mathrm{d}x$

$=2-1-3=-2$.

Câu 204: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\dfrac{1}{3}$ và $f'(x)=x\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\dfrac{7}{6}$ **B.** $-\dfrac{2}{9}$ **C.** $-\dfrac{11}{6}$ **D.** $-\dfrac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D

Từ hệ thức đề cho: $f'(x)=x\left[f(x)\right]^2$ **(1)** $\Rightarrow f'(x)\geq 0\ \forall x\in[1;2]$.

Do đó $f(x)$ là hàm không giảm trên đoạn [1;2], ta có $f(x)\leq f(2)<0\ \forall x\in[1;2]$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chia 2 vế hệ thức (1) cho $\left[f(x)\right]^2 \Rightarrow \dfrac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2} = x, \forall x \in [1;2]$

Lấy tích phân 2 vế trên đoạn [1;2] hệ thức vừa tìm được, ta được:

$$\int_1^2 \frac{f'(x)}{\left[f(x)\right]^2}\mathrm{d}x = \int_1^2 x\mathrm{d}x \Rightarrow \int_1^2 \frac{1}{\left[f(x)\right]^2}\mathrm{d}f(x) = \frac{3}{2} \Rightarrow \left.\frac{-1}{f(x)}\right|_1^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{f(1)} - \frac{1}{f(2)} = \frac{3}{2}$$

Do $f(2) = -\dfrac{1}{3}$ nên suy ra $f(1) = -\dfrac{2}{3}$.

Chú ý: có thể tự kiểm tra các phép biến đổi tích phân trên đây là có nghĩa.

Câu 205: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = 16, \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$.

Tính $I = \int_0^1 xf'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 12$ **B.** $I = 20$ **C.** $I = 7$ **D.** $I = 13$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_0^1 xf'(2x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}xf(2x)\Big|_0^1 - \int_0^1 \dfrac{1}{2}f(2x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}f(2) - \dfrac{1}{4}\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}(2x)$

$I = \dfrac{1}{2}f(2) - \dfrac{1}{4}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}.16 - \dfrac{1}{4}.4 = 7$.

Câu 206: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(2) = 2$ và $f(4) = 2018$. Tính $I = \int_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 1008$. **B.** $I = -2018$. **C.** $I = -1008$. **D.** $I = 2018$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2.dx \Rightarrow dx = \dfrac{dt}{2}$.

Với $x = 1 \Rightarrow t = 2$, $x = 2 \Rightarrow t = 4$.

Khi đó: $I = \dfrac{1}{2}\int_2^4 f'(t)dt = \dfrac{1}{2}\left[f(t)\right]_2^4 = \dfrac{1}{2}\left[f(4) - f(2)\right] = \dfrac{1}{2}(2018 - 2) = 1008$.

Câu 207: Cho tích phân $\int_2^3 \dfrac{1}{x^3 + x^2}\mathrm{d}x = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với a, b, $c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = -\dfrac{7}{6}$. **B.** $S = \dfrac{2}{3}$. **C.** $S = -\dfrac{2}{3}$. **D.** $S = \dfrac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{1}{x^3 + x^2} = \dfrac{1}{x^2(x+1)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x^2} + \dfrac{C}{x+1} = \dfrac{(A+C)x^2 + (A+B)x + B}{x^2(x+1)}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\Rightarrow \begin{cases} B=1 \\ A+B=0 \\ A+C=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=-1 \\ B=1 \\ C=1 \end{cases}$.

Khi đó: $\int\limits_2^3 \frac{1}{x^3+x^2}\mathrm{d}x = \int\limits_2^3 \left(-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x = \left(\ln\left|\frac{x+1}{x}\right|-\frac{1}{x}\right)\Big|_2^3 = -2\ln 3+3\ln 2+\frac{1}{6}$.

$\Rightarrow a=-2,\ b=3,\ c=\frac{1}{6} \Rightarrow S=-2+3+\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$.

Câu 208: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;2]$, thỏa các điều kiện $f(2)=1$ và $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 [f'(x)]^2\mathrm{d}x = \frac{2}{3}$. Giá trị của $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x$:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x \\ v=x \end{cases}$

$\Rightarrow \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = x.f(x)\Big|_0^2 - \int\limits_0^2 x.f'(x)\mathrm{d}x = 2-\int\limits_0^2 x.f'(x)\mathrm{d}x \Rightarrow -\int\limits_0^2 x.f'(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}-2=-\frac{4}{3}$.

Ta lại có: $\int\limits_0^2 \frac{1}{4}x^2\mathrm{d}x = \frac{x^3}{12}\Big|_0^2 = \frac{2}{3}$.

Do đó: $\int\limits_0^2 [f'(x)]^2\mathrm{d}x - \int\limits_0^2 x.f'(x)\mathrm{d}x + \int\limits_0^2 \frac{1}{4}x^2\mathrm{d}x = \frac{2}{3}-\frac{4}{3}+\frac{2}{3} \Leftrightarrow \int\limits_0^2 \left[f'(x)-\frac{1}{2}x\right]^2\mathrm{d}x = 0$

$\Rightarrow f'(x)-\frac{1}{2}x=0$ (vì $\int\limits_0^2 \left[f'(x)-\frac{1}{2}x\right]^2\mathrm{d}x \ge 0$, $\forall x\in[0;2]$)

$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}x^2+C \Rightarrow f(2)=1+C \Leftrightarrow C=0$.

Vậy $f(x)=\frac{1}{4}x^2 \Rightarrow \int\limits_1^2 \frac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 \frac{1}{4}\mathrm{d}x = \frac{1}{4}x\Big|_1^2 = \frac{1}{4}$.

Câu 209: Biết rằng $I=\int\limits_1^e \frac{\ln x}{x\left(\ln^2 x+1\right)}\mathrm{d}x = a\ln 2+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2a+b=1$. **B.** $a-b=1$. **C.** $ab=2$. **D.** $a^2+b^2=4$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\ln^2 x+1 \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{2\ln x}{x}\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{d}t}{2}$. Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \to t=1 \\ x=e \to t=2 \end{cases}$.

Khi đó $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 \frac{\mathrm{d}t}{t} = \frac{1}{2}\ln|t|\Big|_1^2 = \frac{1}{2}\ln 2 \Rightarrow a=\frac{1}{2},\ b=0$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 210: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=3$, $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{f(x)}{\cos x}\mathrm{d}x=1$ và $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left[\sin x.\tan x.f(x)\right]\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\sin x.f'(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{1+3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 6. **C.** $\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\sin x.f'(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=\sin x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\cos x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

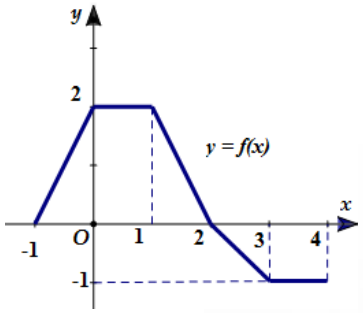
$I=\sin x.f(x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos x.f(x)\mathrm{d}x=\frac{3\sqrt{2}}{2}-I_1$.

$2=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left[\sin x.\tan x.f(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left[\sin^2 x.\frac{f(x)}{\cos x}\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left[\left(1-\cos^2 x\right).\frac{f(x)}{\cos x}\right]\mathrm{d}x$.

$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left[\frac{f(x)}{\cos x}\right]\mathrm{d}x-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos x.f(x)\mathrm{d}x=1-I_1$.

$\Rightarrow I_1=-1\Rightarrow I=\frac{3\sqrt{2}}{2}+1=\frac{3\sqrt{2}+2}{2}$.

Câu 211: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1;4]$ như hình vẽ dưới.



Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=\frac{11}{2}$. **C.** $I=5$. **D.** $I=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi S_1 là diện tích của hình thang giới hạn bởi phần trên $f(x)$ với trục hoành.

Gọi S_2 là diện tích của hình thang giới hạn bởi phần dưới $f(x)$ với trục hoành.

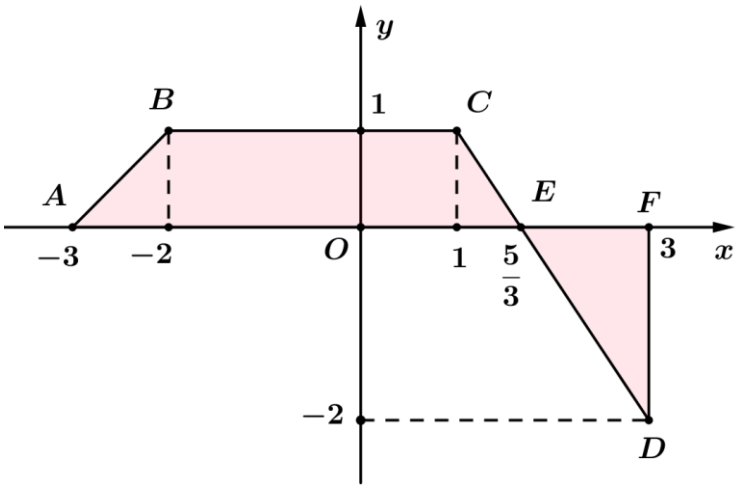
Với $S_1=\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=\frac{(1+3).2}{2}=4$, $S_2=-\int\limits_{2}^{4}f(x)\mathrm{d}x=\frac{(1+2).1}{2}=\frac{3}{2}$.

Ta có: $I=\int\limits_{-1}^{4}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{4}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x-\left(-\int\limits_{2}^{4}f(x)\mathrm{d}x\right)=S_1-S_2=\frac{5}{2}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 212: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ

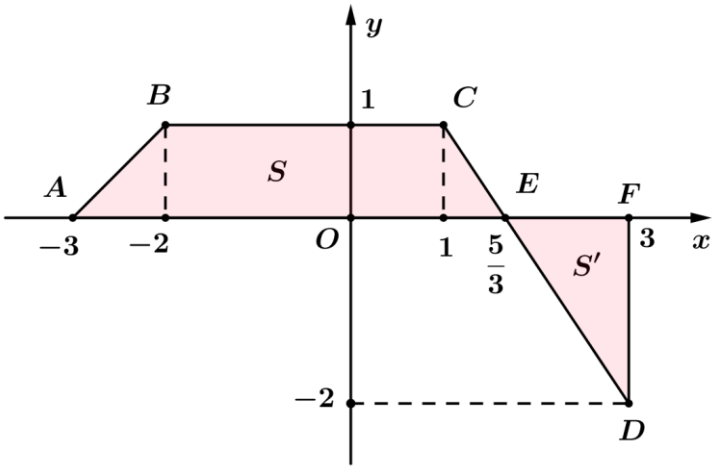
Tính $\int_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x$



A. $\frac{-35}{6}$. **B.** $\frac{35}{6}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{-5}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $E=CD\cap Ox$, ta có $C(1;1)$ và $D(3;-2)$ nên $CD:3x+2y-5=0$.

$\Rightarrow E\left(\frac{5}{3};0\right)$.

Diện tích hình thang $ABCE$ là $S=\frac{1}{2}(BC+AE).1=\frac{1}{2}\left(3+\frac{14}{3}\right).1=\frac{23}{6}$.

Diện tích tam giác DEF là $S'=\frac{1}{2}FE.DF=\frac{1}{2}.\frac{4}{3}.2=\frac{4}{3}$.

Suy ra $\int_{-3}^{3} f(x)dx=\int_{-3}^{\frac{5}{3}} f(x)dx+\int_{\frac{5}{3}}^{3} f(x)dx=S-S'=\frac{23}{6}-\frac{4}{3}=\frac{5}{2}$.

Câu 213: Cho hàm số f liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(x)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}, f(0)=8$ và thoả mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f(x)+1}$. Tính $f\left(\sqrt{3}\right)$.

A. 7. **B.** 3. **C.** 15. **D.** 9.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn C

Từ giả thiết, ta có: $\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+1}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow\int\limits_0^{\sqrt{3}}\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+1}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\sqrt{3}}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\sqrt{f(x)+1}\Big|_0^{\sqrt{3}}=\sqrt{x^2+1}\Big|_0^{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\sqrt{f(\sqrt{3})+1}-\sqrt{f(0)+1}=1$

Do $f(0)=8$ nên ta được $\sqrt{f(\sqrt{3})+1}=4\Leftrightarrow f(\sqrt{3})=15$.

Câu 214: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=2$, $\int\limits_0^1[f'(x)]^2\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_0^1 x^3.f(x)\mathrm{d}x=10$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{2}{285}$ **B.** $\dfrac{194}{95}$ **C.** $\dfrac{584}{285}$ **D.** $\dfrac{116}{57}$

Lời giải

Chọn D

Tính: $I=\int\limits_0^1 x^3.f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=x^3\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{1}{4}x^4\end{cases}$.

Ta có: $I=\dfrac{1}{4}x^4.f(x)\Big|_0^1-\dfrac{1}{4}\int\limits_0^1 x^4f'(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\int\limits_0^1 x^4f'(x)\mathrm{d}x$, (vì $f(1)=2$).

Theo giả thiết: $\int\limits_0^1 x^3.f(x)\mathrm{d}x=10\Rightarrow\int\limits_0^1 x^4f'(x)\mathrm{d}x=-38$

$\Leftrightarrow 8.\int\limits_0^1 x^4f'(x)\mathrm{d}x=-38.8\Leftrightarrow 8.\int\limits_0^1 x^4f'(x)\mathrm{d}x=-38.\int\limits_0^1[f'(x)]^2\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^1\left(8x^4f'(x)+38[f'(x)]^2\right)\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f'(x).[8x^4+38f'(x)]\mathrm{d}x=0$

$\Rightarrow 8x^4+38f'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=-\dfrac{4}{19}x^4\Rightarrow f(x)=-\dfrac{4}{95}x^5+C$.

Với $f(1)=2\Rightarrow C=\dfrac{194}{95}$.

Khi đó: $f(x)=-\dfrac{4}{95}x^5+\dfrac{194}{95}$.

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(-\dfrac{4}{95}x^5+\dfrac{194}{95}\right)\mathrm{d}x=\left(-\dfrac{2}{285}x^6+\dfrac{194}{95}x\right)\Big|_0^1=\dfrac{116}{57}$.

Câu 215: Biết $\int\limits_0^1\dfrac{x^3+3x}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ, tính giá trị của $S=2a+b^2+c^2$.

A. $S=436$. **B.** $S=515$. **C.** $S=-9$. **D.** $S=164$.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có $\int_0^1 \frac{x^3+3x}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x = \int_0^1 \left(x-3+\frac{10x+6}{x^2+3x+2}\right)\mathrm{d}x = \int_0^1 \left(x-3+\frac{10x+6}{x^2+3x+2}\right)\mathrm{d}x$

$= \left(\frac{x^2}{2}-3x\right)\Big|_0^1 + \int_0^1 \left(\frac{14}{x+2}-\frac{4}{x+1}\right)\mathrm{d}x = -\frac{5}{2}+\left(14\ln|x+2|-4\ln|x+1|\right)\Big|_0^1 = -\frac{5}{2}+14\ln 3-18\ln 2.$

$\Rightarrow a=-\frac{5}{2}$, $b=-18$; $c=14$. Vậy $S=2a+b^2+c^2=515$.

Câu 216: Biết $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+4x+7}\mathrm{d}x = a\ln\sqrt{12}+b\ln\sqrt{7}$, với a, b là các số nguyên, khi đó a^3+b^3 bằng

A. -9. **B.** 7. **C.** 0. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x^2+4x+7 \Rightarrow \mathrm{d}t=(2x+4)\mathrm{d}x \Rightarrow (x+2)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=7$; $x=1\Rightarrow t=12$.

$\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+4x+7}\mathrm{d}x = \int_7^{12}\frac{1}{2t}\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\ln|t|\Big|_7^{12} = \frac{1}{2}\ln 12-\frac{1}{2}\ln 7 = \ln\sqrt{12}-\ln\sqrt{7} \Rightarrow a=1;\ b=-1.$

Vậy $a^3+b^3=0$.

Câu 217: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(3)=6$, $\int_0^3 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^3 x^2.f(x)\mathrm{d}x=\frac{154}{3}$. Tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{13}{5}$ **B.** $\frac{53}{5}$ **C.** $\frac{153}{5}$ **D.** $\frac{117}{20}$

Lời giải

Chọn D

Tính $I=\int_0^3 x^2.f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ \mathrm{d}v=x^2\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x \\ v=\frac{1}{3}x^3 \end{cases}$.

Ta có $I=\frac{1}{3}x^3.f(x)\Big|_0^3-\frac{1}{3}\int_0^3 x^3f'(x)\mathrm{d}x = 54-\frac{1}{3}\int_0^3 x^3f'(x)\mathrm{d}x$, (vì) $f(3)=6$.

Theo giả thiết: $\int_0^3 x^2.f(x)\mathrm{d}x=\frac{154}{3} \Rightarrow \frac{154}{3}=54-\frac{1}{3}\int_0^3 x^3f'(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_0^3 x^3f'(x)\mathrm{d}x=8 \Leftrightarrow \int_0^3 x^3f'(x)\mathrm{d}x=4\int_0^3 [f'(x)]^2\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_0^3 \left(x^3f'(x)-4[f'(x)]^2\right)\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow \int_0^3 f'(x)\left[x^3-4f'(x)\right]\mathrm{d}x=0$.

$\Rightarrow x^3-4f'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=\frac{x^3}{4} \Rightarrow f(x)=\frac{x^4}{16}+C$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Với $f(3)=6 \Rightarrow C=\frac{15}{16}$.

Khi đó: $f(x)=\frac{x^4}{16}+\frac{15}{16}$.

Vậy $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^3\left(\frac{1}{16}x^4+\frac{15}{16}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{80}x^5+\frac{15}{16}x\right)\Big|_0^3=\frac{117}{20}$.

Câu 218: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f\left(x^3+x-1\right)+f\left(-x^3-x-1\right)$ $=-6x^6-12x^4-6x^2-2, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $\int_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. 32. **B.** 4. **C.** -36. **D.** -20.

Lời giải

Chọn D

Đặt $a=x^3+x-1$, khi đó ta có $f(a)+f(-a-2)=-6(a+1)^2-2$ (1). Hàm số $f(a)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$.

Lúc đó ycbt trở thành tính giá trị của tích phân $\int_{-3}^{1} f(a)\mathrm{d}a$.

Lấy tích phân hai vế của (1), ta được

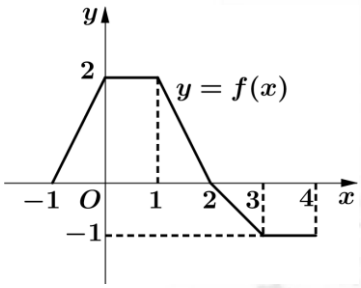
$$\int_{-3}^{1} f(a)\mathrm{d}a+\int_{-3}^{1} f(-a-2)\mathrm{d}a=\int_{-3}^{1}\left(-6(a+1)^2-2\right)\mathrm{d}a=-40 \ (2).$$

Từ tích phân $\int_{-3}^{1} f(-a-2)\mathrm{d}a$ ta đặt $t=-a-2\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}a$. Khi $\begin{cases}a=-3\Rightarrow t=1\\ a=1\Rightarrow t=-3\end{cases}$.

Tích phân trên thành $\int_{-3}^{1} f(t)\mathrm{d}t$, kết hợp với (2)

$\rightarrow 2\int_{-3}^{1} f(a)\mathrm{d}a=-40 \Leftrightarrow \int_{-3}^{1} f(a)\mathrm{d}a=-20.$

Câu 219: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1;4]$ như hình vẽ dưới đây. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.



A. $I=5$. **B.** $I=\frac{11}{2}$. **C.** $I=3$. **D.** $I=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$I=\int_{-1}^{4} f(x)dx=\int_{-1}^{2} f(x)dx+\int_{2}^{4} f(x)dx=\frac{1}{2}(3+1)2-\frac{1}{2}(1+2)1=\frac{5}{2}$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 220: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)+(2x+3)f^2(x)=0$ và $f(0)=\frac{1}{2}$. Tính tổng $S=f(0)+f(1)+f(2)+...+f(2019)=\frac{a}{b}$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ tối giản.

A. $\frac{2019}{2021}$. **B.** $\frac{2020}{2021}$. **C.** $\frac{2019}{2020}$. **D.** $\frac{1010}{2021}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $f'(x)+(2x+3)f^2(x)=0\Leftrightarrow\frac{-f'(x)}{f^2(x)}=2x+3$

$\Rightarrow\int\frac{-f'(x)}{f^2(x)}\mathrm{d}x=\int(2x+3)\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{1}{f(x)}=x^2+3x+C$.

Vì $f(0)=\frac{1}{2}\Rightarrow C=2\Rightarrow f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$

Vậy $S=f(0)+f(1)+f(2)+...+f(2018)+f(2019)$

$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}+\frac{1}{2020}-\frac{1}{2021}$

$=1-\frac{1}{2021}=\frac{2020}{2021}$.

Câu 221: Biết rằng $\int\limits_{-2}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{x+5\sqrt{x+3}+9}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. -5. **B.** 10. **C.** 5. **D.** -10.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{x+3}\Rightarrow t^2=x+3\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=-2\Rightarrow t=1; x=1\Rightarrow t=2$.

Ta có: $\int\limits_{-2}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{x+5\sqrt{x+3}+9}=2\int\limits_{1}^{2}\frac{t\mathrm{d}t}{t^2+5t+6}=2\int\limits_{1}^{2}\left(\frac{3}{t+3}-\frac{2}{t+2}\right)\mathrm{d}t$

$=2\left(3\ln|t+3|\Big|_1^2-2\ln|t+2|\Big|_1^2\right)=-20\ln 2+4\ln 3+6\ln 5$

Suy ra: $a=-20$, $b=4$, $c=6$. Vậy $a+b+c=-10$.

Câu 222: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\int\limits_0^1(x+1)\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^2-1}{4}$ và $f(1)=0$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{\mathrm{e}-1}{2}$. **B.** $\frac{\mathrm{e}}{2}$. **C.** $\mathrm{e}-2$. **D.** $\frac{\mathrm{e}^2}{4}$.

Lời giải

Chọn C

- Tính : $I=\int\limits_0^1(x+1)\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 x\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x=J+K$.

Tính $K=\int\limits_0^1\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = \mathrm{e}^x f(x) \\ \mathrm{d}v = \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \left[\mathrm{e}^x f(x) + \mathrm{e}^x f'(x)\right]\mathrm{d}x \\ v = x \end{cases}$

$\Rightarrow K = \left(x\mathrm{e}^x f(x)\right)\Big|_0^1 - \int_0^1 \left[x\mathrm{e}^x f(x) + x\mathrm{e}^x f'(x)\right]\mathrm{d}x = -\int_0^1 x\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x - \int_0^1 x\mathrm{e}^x f'(x)\mathrm{d}x$

$\left(\text{do } f(1) = 0\right)$

$\Rightarrow K = -J - \int_0^1 x\mathrm{e}^x f'(x)\mathrm{d}x \Rightarrow I = J + K = -\int_0^1 x\mathrm{e}^x f'(x)\mathrm{d}x.$

- Kết hợp giả thiết ta được :

$\begin{cases} \int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^2 - 1}{4} \\ -\int_0^1 x\mathrm{e}^x f'(x)\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^2 - 1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^2 - 1}{4} \quad (1) \\ 2\int_0^1 x\mathrm{e}^x f'(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{\mathrm{e}^2 - 1}{2} \quad (2) \end{cases}$

- Mặt khác, ta tính được : $\int_0^1 x^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^2 - 1}{4}$ (3).

- Cộng vế với vế các đẳng thức (1), (2), (3) ta được:

$\int_0^1 \left(\left[f'(x)\right]^2 + 2x\mathrm{e}^x f'(x) + x^2\mathrm{e}^{2x}\right)\mathrm{d}x = 0$

$\Leftrightarrow \int_o^1 \left(f'(x) + x\mathrm{e}^x\right)^2 \mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \pi\int_o^1 \left(f'(x) + x\mathrm{e}^x\right)^2 \mathrm{d}x = 0$

hay thể tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x) + x\mathrm{e}^x$, trục Ox, các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ khi quay quanh trục Ox bằng 0

$\Rightarrow f'(x) + x\mathrm{e}^x = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x\mathrm{e}^x$

$\Rightarrow f(x) = -\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = (1-x)\mathrm{e}^x + \mathrm{C}.$

- Lại do $f(1) = 0 \Rightarrow \mathrm{C} = 0 \Rightarrow f(x) = (1-x)\mathrm{e}^x$

$\Rightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 (1-x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \left((1-x)\mathrm{e}^x\right)\Big|_0^1 + \int_0^1 \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = -1 + \mathrm{e}^x\Big|_0^1 = \mathrm{e} - 2$

Câu 223: Biết $\int_0^1 \dfrac{x+2}{x^2+4x+7}\mathrm{d}x = a\ln\sqrt{12} + b\ln\sqrt{7}$, với a, b là các số nguyên, khi đó $a^3 + b^3$ bằng

A. 9. **B.** –9. **C.** 7. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = x^2 + 4x + 7 \Rightarrow \mathrm{d}t = (2x+4)\mathrm{d}x \Rightarrow (x+2)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}t.$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 7$; $x = 1 \Rightarrow t = 12$.

$\int_0^1 \dfrac{x+2}{x^2+4x+7}\mathrm{d}x = \int_7^{12} \dfrac{1}{2t}\mathrm{d}t = \dfrac{1}{2}\ln|t|\Big|_7^{12} = \dfrac{1}{2}\ln 12 - \dfrac{1}{2}\ln 7 = \ln\sqrt{12} - \ln\sqrt{7} \Rightarrow a = 1;\ b = -1.$

Vậy $a^3 + b^3 = 0$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 224: Cho $\int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x = \sqrt{a}-\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức a^b+b^a bằng

A. 145. **B.** 32. **C.** 17. **D.** 57.

Lời giải

Chọn C

Tính: $I = \int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt{\frac{x+3}{x+1}}}\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}$.

Đặt $t = \sqrt{\frac{x+3}{x+1}} \Rightarrow 2t\mathrm{d}t = \frac{-2}{(x+1)^2}\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2} = -t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=\sqrt{3}$, $x=1 \Rightarrow t=\sqrt{2}$.

Ta có: $I = \int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt{\frac{x+3}{x+1}}}\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2} = \int\limits_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} \frac{1}{t}(-t)\mathrm{d}t = \int\limits_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \mathrm{d}t = t\Big|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$.

Mà $\int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x = \sqrt{a}-\sqrt{b}$ nên suy ra $a=3$, $b=2$.

Từ đó ta có giá trị $a^b+b^a = 3^2+2^3 = 17$.

Câu 225: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $f(-x)+2019f(x)=2^x, \forall x \in [-1;1]$. Giá trị của $\int\limits_{-1}^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3}{4040\ln 2}$. **B.** $\frac{1}{2019\ln 2}$. **C.** 0 **D.** $\frac{5}{2018\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $f(-x)+2019f(x)=2^x$. (1)

Đặt $u=-x$, phương trình đã cho trở thành $f(u)+2019f(-u)=2^{-u}$

$\Rightarrow f(x)+2019f(-x)=2^{-x}$. (2)

Từ $(1) \Rightarrow f(-x) = \frac{2^{-x}-f(x)}{2019}$ thế vào phương trình (2) ta được

$$f(x)+2019.\frac{2^{-x}-f(x)}{2019} = 2^{-x} \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2019^2-1}\left(2019.2^x-2^{-x}\right).$$

Ta có $\int\limits_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^1 \frac{1}{2019^2-1}\left(2019.2^x-2^{-x}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2019^2-1}.\left[2019.\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{2^{-x}}{\ln 2}\right]\Big|_{-1}^1$

$= \frac{1}{2019^2-1}.\left[\frac{2019}{\ln 2}\left(2-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{\ln 2}\left(\frac{1}{2}-2\right)\right] = \frac{1}{2020.2018}.\frac{2018.3}{2.\ln 2} = \frac{3}{4040.\ln 2}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 226: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-6;6]$; biết $\int_{-3}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_{1}^{2} f(-3x)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int_{0}^{6} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=16$. **C.** $I=-8$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Chọn C

Xét tích phân $\int_{-3}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=4$.

Đặt $-x=t\Rightarrow dx=-dt$.

Đổi cận: khi $x=-3$ thì $t=3$; khi $x=0$ thì $t=0$ do đó $\int_{-3}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=-\int_{3}^{0} f(t)\mathrm{d}t=\int_{0}^{3} f(t)\mathrm{d}t$.

$\Rightarrow \int_{0}^{3} f(t)\mathrm{d}t=4\Rightarrow \int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x=4$

Do hàm số $y=f(x)$ là hàm số lẻ nên $f(-3x)=-f(3x)$.

Do đó $\int_{1}^{2} f(-3x)\mathrm{d}x=-\int_{1}^{2} f(3x)\mathrm{d}x\Rightarrow \int_{1}^{2} f(3x)\mathrm{d}x=-4$.

Xét $\int_{1}^{2} f(3x)\mathrm{d}x=-4$.

Đặt $t=3x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=1$ thì $t=3$; khi $x=2$ thì $t=6$ do đó $\int_{1}^{2} f(3x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_{3}^{6} f(t)\mathrm{d}t=-4$.

$\Rightarrow \int_{3}^{6} f(t)\mathrm{d}t=-12\Rightarrow \int_{3}^{6} f(x)\mathrm{d}x=-12$.

Do đó $\int_{0}^{6} f(x)\mathrm{d}x=\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x+\int_{3}^{6} f(x)\mathrm{d}x=4-12=-8$.

Câu 227: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3f(x)+f(2-x)=2(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x+1}+4$.

Tính tích phân $I=\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $I=2$. **B.** $I=8$. **C.** $I=\mathrm{e}+2$. **D.** $I=\mathrm{e}+4$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thuyết ta có $\int_{0}^{2}\left[3f(x)+f(2-x)\right]\mathrm{d}x=\int_{0}^{2}\left[2(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x+1}+4\right]\mathrm{d}x\ (*)$.

Ta tính $\int_{0}^{2} f(2-x)\mathrm{d}x=-\int_{0}^{2} f(2-x)\mathrm{d}(2-x)=\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Vì vậy $\int_{0}^{2}\left[3f(x)+f(2-x)\right]\mathrm{d}x=4\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Hơn nữa $\int_0^2 2(x-1)e^{x^2-2x+1}dx=\int_0^2 e^{x^2-2x+1}d\left(x^2-2x+1\right)=e^{x^2-2x+1}\Big|_0^2=0$ và $\int_0^2 4dx=8$.

Vậy $4\int_0^2 f(x)dx=8\Rightarrow\int_0^2 f(x)dx=2$

Câu 228: Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{x}{1-x}}dx$ bằng tích phân nào dưới đây?

A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}}2\sin^2 ydy$. **B.** $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin^2 y}{\cos y}dy$. **C.** $\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{\sin^2 x}{\cos x}dx$. **D.** $\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\sin^2 ydy$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=\sin^2 y$ ta có $dx=d\left(\sin^2 y\right)\Leftrightarrow dx=2\sin y.\cos ydy$

Khi $x=0\Rightarrow y=0$ và $x=\frac{1}{2}\Rightarrow y=\frac{\pi}{4}$.

Suy ra $\int_0^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{x}{1-x}}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin y}{\cos y}.2\sin y\cos ydy=\int_0^{\frac{\pi}{4}}2\sin^2 ydy$.

Câu 229: Biết $\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3}=a+b\ln 2+c\ln\frac{5}{3}\left(a,b,c\in\mathbb{Z}\right)$. Tính $T=2a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}dx}{2x+3\sqrt{2x+1}+3}$

$=\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}dx}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}$

$=\int_0^4\frac{2\left(\sqrt{2x+1}+1\right)-\left(\sqrt{2x+1}+2\right)dx}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}=\int_0^4\frac{2dx}{\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}-\int_0^4\frac{dx}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)}$.

Đặt $u=\sqrt{2x+1}\Rightarrow udu=dx$. Với $x=0\Rightarrow u=1$, với $x=4\Rightarrow u=3$.

Suy ra $I=\int_1^3\frac{2udu}{u+2}-\int_1^3\frac{udu}{u+1}=\int_1^3\left(2-\frac{4}{u+2}\right)du-\int_1^3\left(1-\frac{1}{u+1}\right)du$

$=\left(u-4\ln|u+2|+\ln|u+1|\right)\Big|_1^3=2-4\ln\frac{5}{3}+\ln 2$

$\Rightarrow a=2,\ b=1,\ c=1\Rightarrow T=2.1+1-4=1.$

Câu 230: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0)=0$ và $f(x).f'(x)=\cos x.\sqrt{1+f^2(x)},\ \forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $M=5\sqrt{2}$. **B.** $M=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $M=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $M=\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}=\cos x,\ \ \forall x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]\ (1)$

Lấy nguyên hàm hai vế của (1) ta được

$$\int\frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}\mathrm{d}x=\int\cos x\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int\frac{1}{2\sqrt{1+f^2(x)}}\mathrm{d}\left(1+f^2(x)\right)=\int\cos x\mathrm{d}x$$

hay $\sqrt{1+f^2(x)}=\sin x+C$

Mà $f(0)=0$ nên ta có $C=1$.

Từ đó, suy ra $\sqrt{1+f^2(x)}=\sin x+1\Leftrightarrow f(x)=\sqrt{\sin^2 x+2\sin x}$

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{\sin^2 x+2\sin x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right]$ ta có

$f'(x)=\dfrac{\sin 2x+2\cos x}{2\sqrt{\sin^2 x+2\sin x}}>0$, với mọi $x\in\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right]$

Vậy $M=\max\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]}f(x)=f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\sqrt{3}$.

Câu 231: Tính tích phân $I=\int\limits_2^{2\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$I=\int\limits_2^{2\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x=\int\limits_2^{2\sqrt{3}}\frac{x\sqrt{3}}{x^2\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x.$$

Đặt $t=\sqrt{x^2-3}\Leftrightarrow t^2=x^2-3\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x\Leftrightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $\begin{cases}x=2\to t=1\\ x=2\sqrt{3}\to t=3\end{cases}$.

$$I=\int\limits_2^{2\sqrt{3}}\frac{x\sqrt{3}}{x^2\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x=\sqrt{3}\int\limits_1^3\frac{t}{t\left(t^2+3\right)}\mathrm{d}t=\sqrt{3}\int\limits_1^3\frac{1}{t^2+3}\mathrm{d}t.$$

Đặt $t=\sqrt{3}\tan u\Rightarrow\mathrm{d}t=\dfrac{\sqrt{3}}{\cos^2 u}\mathrm{d}x$.

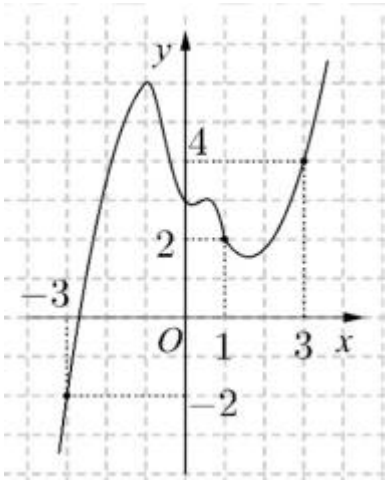
Đổi cận: $\begin{cases}t=1\to u=\dfrac{\pi}{6}\\ t=3\to u=\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$I=\sqrt{3}\int_{1}^{3}\frac{1}{t^2+3}\mathrm{d}t=3.\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{3\left(1+\tan^2 u\right)}.\frac{1}{\cos^2 u}\mathrm{d}u$$

$$=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\left(\frac{1}{\cos^2 u}\right)}.\frac{1}{\cos^2 u}\mathrm{d}u=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}u=u\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}.$$

Câu 232: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ bên dưới



Khi đó tổng $\int_{-2}^{0}f'\left(2x+1\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f'\left(x+1\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$.

Ta có $\int_{-2}^{0}f'\left(2x+1\right)\mathrm{d}x=\int_{-3}^{1}f'\left(t\right)\frac{\mathrm{d}t}{2}=\frac{1}{2}\int_{-3}^{1}f'\left(t\right)\mathrm{d}x=\frac{f\left(1\right)-f\left(-3\right)}{2}=\frac{2-\left(-2\right)}{2}=2$.

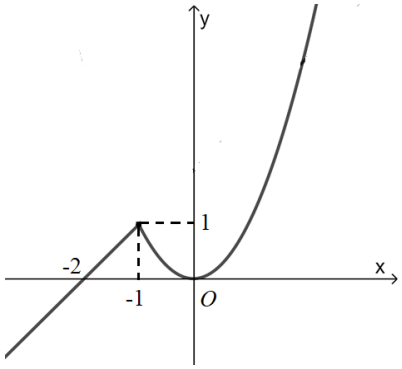
Đặt $t=x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

Ta có $\int_{0}^{2}f'\left(x+1\right)\mathrm{d}x=\int_{1}^{3}f'\left(t\right)\mathrm{d}t=f\left(3\right)-f\left(1\right)=4-2=2$.

Vậy $\int_{-2}^{0}f'\left(2x+1\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f'\left(x+1\right)\mathrm{d}x=2+2=4$.

Câu 233: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị gồm một phần đường thẳng và một phần đường parabol có đỉnh là gốc tọa độ O như hình vẽ. Giá trị của $\int_{-3}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $\frac{26}{3}$. **B.** $\frac{28}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{38}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa và đồ thị ta thấy:

Phần đường thẳng đi qua các điểm $A(-1;1)$ và $B(-2;0)$ nên nó là một phần của đồ thị của hàm số $y=x+2$.

Phần đường parabol có đỉnh là gốc tọa độ $O(0;0)$ và đi qua điểm $A(-1;1)$ nên nó là một phần của đồ thị của hàm số $y=x^2$.

Do đó $f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{khi } x<-1 \\ x^2 & \text{khi } x\geq -1 \end{cases}$

Nên $\int\limits_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-3}^{-1} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{3} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-3}^{-1}(x+2)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{3} x^2\mathrm{d}x=\frac{28}{3}$.

Câu 234: Cho $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2-1}{x^4+1}\mathrm{d}x$, với a, b là các số nguyên $(b>0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{a}{b}=2$. **B.** $\frac{a}{b}=-1$. **C.** $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{a}{b}=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $F(x)=\int\frac{x^2-1}{x^4+1}\mathrm{d}x=\int\frac{1-\frac{1}{x^2}}{x^2+\frac{1}{x^2}}\mathrm{d}x$. Đặt: $t=x+\frac{1}{x}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}t=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x \\ t^2=x^2+\frac{1}{x^2}+2\end{cases}$.

Suy ra: $F(x)=\int\frac{1-\frac{1}{x^2}}{x^2+\frac{1}{x^2}}\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{d}t}{t^2-2}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\int\left(\frac{1}{t-\sqrt{2}}-\frac{1}{t+\sqrt{2}}\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{t-\sqrt{2}}{t+\sqrt{2}}\right|+C$.

$F(x)=\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{t-\sqrt{2}}{t+\sqrt{2}}\right|+C=\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}}{x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}}\right|+C=\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{x^2+1-x\sqrt{2}}{x^2+1+x\sqrt{2}}\right|+C$.

Suy ra: $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2-1}{x^4+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{x^2+1-x\sqrt{2}}{x^2+1+x\sqrt{2}}\right|\Bigg|_0^1=\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln\left|\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}-1\right|$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 235: Tính $I=\int\limits_{a}^{b}\dfrac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\mathrm{d}x$ (với a, b là các số thực dương cho trước).

A. $I=\dfrac{2b}{a^2+b^2}$. **B.** $I=\dfrac{b}{a^2+b}$.

C. $I=\dfrac{(a-1)(b-1)}{\left(a+b^2\right)(a+1)}$. **D.** $I=\dfrac{b}{a+b^2}$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int\limits_{a}^{b}\dfrac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\mathrm{d}x=\int\limits_{a}^{b}\dfrac{\dfrac{a}{x^2}-1}{\left(\dfrac{a}{x}+x\right)^2}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\dfrac{a}{x}+x\Rightarrow \mathrm{d}t=\left(-\dfrac{a}{x^2}+1\right)\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=a\Rightarrow t=1+a;\ x=b\Rightarrow t=\dfrac{a}{b}+b$.

Khi đó: $I=\int\limits_{1+a}^{\frac{a}{b}+b}\dfrac{-1}{t^2}\mathrm{d}t=\dfrac{1}{t}\Big|_{1+a}^{\frac{a}{b}+b}=\dfrac{1}{t}\Big|_{1+a}^{\frac{a+b^2}{b}}=\dfrac{b}{a+b^2}-\dfrac{1}{1+a}=\dfrac{(a-b)(b-1)}{\left(a+b^2\right)(a+1)}$.

Câu 236: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}f(\tan x)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{x^2f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$.

Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}f(\tan x)\mathrm{d}x=4$.

Đặt $t=\tan x\Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x\Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}t}{1+t^2}=\mathrm{d}x$.

Đổi cận:

$x=0\Rightarrow t=0$.

$x=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow t=1$.

$\Rightarrow\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}f(\tan x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{f(\mathrm{t})}{1+t^2}\mathrm{d}t=4$.

$\Rightarrow\int\limits_{0}^{1}\dfrac{f(x)}{1+x^2}\mathrm{d}x=4$.

$\Rightarrow\int\limits_{0}^{1}\dfrac{f(x)}{1+x^2}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\dfrac{x^2f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{f(x)}{1+x^2}\left(1+x^2\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=4+2=6$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 237: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn: $x^2.f^2(x)+(2x-1).f(x)=x.f'(x)-1$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ đồng thời $f(1)=-2$. Tính $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

A. $-\frac{\ln 2}{2}-1$. **B.** $-\ln 2-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{\ln 2}{2}-\frac{3}{2}$. **D.** $-\ln 2-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2.f^2(x)+(2x-1)f(x)=x.f'(x)-1$

$\Leftrightarrow x^2.f^2(x)+2x.f(x)+1=x.f'(x)+f(x)$

$\Leftrightarrow [x.f(x)+1]^2=[x.f(x)]'$

$\Leftrightarrow [x.f(x)+1]^2=[x.f(x)+1]'$

$\Leftrightarrow \frac{[x.f(x)+1]'}{[x.f(x)+1]^2}=1\Rightarrow \frac{-1}{x.f(x)+1}=x+C$

Theo đề bài ta có: $f(1)=-2$ nên $C=0$ suy ra $f(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$

Nên $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2\left(-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{x}-\ln|x|\right)\Big|_1^2=-\ln 2-\frac{1}{2}$.

Câu 238: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=4$, $\int_0^1[f'(x)]^2\mathrm{d}x=5$ và $\int_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{17}{18}$ **B.** $\frac{15}{19}$ **C.** $\frac{17}{4}$ **D.** $\frac{15}{4}$

Lời giải

Chọn D

Tính: $I=\int_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x$. Đặt: $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\frac{1}{2}x^2\end{cases}$

Ta có: $I=\frac{1}{2}x^2.f(x)\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x=2-\frac{1}{2}\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x$, (vì) $f(1)=4$.

Mà: $\int_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\Rightarrow -\frac{1}{2}=2-\frac{1}{2}\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x=5$, (theo giả thiết:) $\int_0^1[f'(x)]^2\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x=\int_0^1[f'(x)]^2\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int_0^1\left(x^2f'(x)-[f'(x)]^2\right)\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int_0^1 f'(x).[x^2-f'(x)]\mathrm{d}x=0$

$\Rightarrow x^2-f'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x^2\Rightarrow f(x)=\frac{1}{3}x^3+C$.

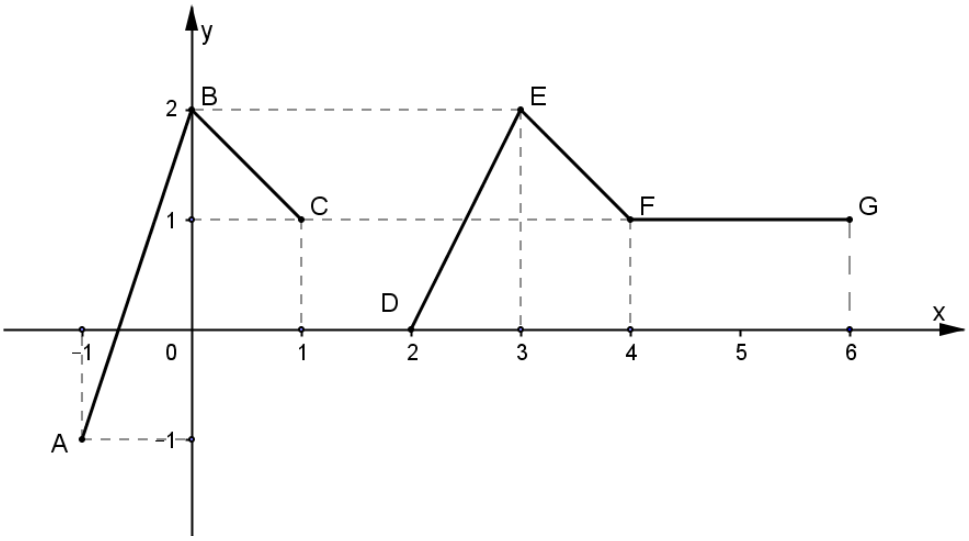
Với $f(1)=4\Rightarrow C=\frac{11}{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Khi đó: $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{11}{3}$.

Vậy $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{11}{3}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{12}x^4+\frac{11}{3}x\right)\Big|_0^1=\frac{15}{4}$.

Câu 239: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xét hàm số $F(x)=\int_4^{\frac{x}{2}} f(t)\mathrm{d}t$. Giá trị $F'(6)$ bằng



A. $F'(6)=0$. **B.** $F'(6)=2$. **C.** $F'(6)=1$. **D.** $F'(6)=6$.

Lời giải

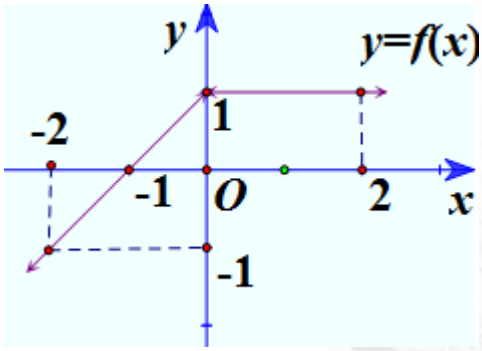
Chọn C

Đặt $h(t)=\int f(t)\mathrm{d}t \Rightarrow h'(t)=f(t)$

Ta có: $F(x)=\int_4^{\frac{x}{2}} f(t)\mathrm{d}t=h\left(\frac{x}{2}\right)-h(4)\Rightarrow F'(x)=\frac{1}{2}h'\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}\right)\Rightarrow F'(6)=\frac{1}{2}f(3)=1$

Câu 240: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.



Lời giải

Chọn D

Gọi đường thẳng d_1 có phương trình : $y=ax+b$.

Ta có : $A(0;1), B(-1;0)\in \mathrm{d}_1$

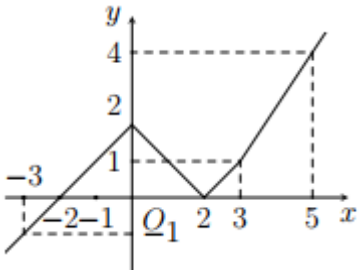
$\Rightarrow \begin{cases}1=b\\0=-a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}\Rightarrow \mathrm{d}_1: y=x+1$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Từ hình vẽ ta có $d_2: y=1$.

Do đó: $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-2}^{0} (x+1)\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} 1\mathrm{d}x = \left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-2}^{0} + x\Big|_{0}^{2} = 2.$

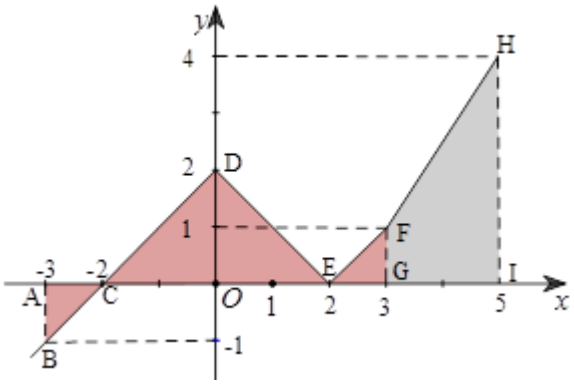
Câu 241: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{3} f(2x-1)\mathrm{d}x$.



A. $I=\frac{9}{2}$. **B.** $I=\frac{7}{2}$. **C.** $I=3$. **D.** $I=\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $t=2x-1 \Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=-1$ thì $t=-3; x=3$ thì $t=5$.

$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\int_{-3}^{5} f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int_{-3}^{-2} f(t)\mathrm{d}t + \frac{1}{2}\int_{-2}^{5} f(t)\mathrm{d}t$.

Mà $\frac{1}{2}\int_{-3}^{-2} f(t)\mathrm{d}t = -\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}$; $\frac{1}{2}\int_{-2}^{5} f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\left(S_{\Delta CDE}+S_{\Delta EFG}+S_{GFHI}\right)$

Ta có: $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta EFG}=\frac{1}{2}$; $S_{\Delta CDE}=\frac{1}{2}OD.CE=\frac{1}{2}.2.4=4$; $S_{GFHI}=\frac{1}{2}(1+4).2=5$.

Vậy $I=\frac{1}{2}\left(S_{\Delta CDE}+S_{GFHI}\right)=\frac{9}{2}$.

Câu 242: Tính tích phân $I=\int_{2}^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int_{2}^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x = \int_{2}^{2\sqrt{3}} \frac{x\sqrt{3}}{x^2\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{x^2-3} \Leftrightarrow t^2=x^2-3 \Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x \Leftrightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đổi cận: $\begin{cases} x=2\to t=1 \\ x=2\sqrt{3}\to t=3 \end{cases}$.

$I=\int\limits_{2}^{2\sqrt{3}}\frac{x\sqrt{3}}{x^2\sqrt{x^2-3}}\mathrm{d}x=\sqrt{3}\int\limits_{1}^{3}\frac{t}{t\left(t^2+3\right)}\mathrm{d}t=\sqrt{3}\int\limits_{1}^{3}\frac{1}{t^2+3}\mathrm{d}t$.

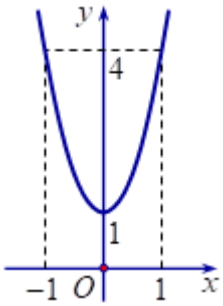
Đặt $t=\sqrt{3}\tan u\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 u}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $\begin{cases} t=1\to u=\frac{\pi}{6} \\ t=3\to u=\frac{\pi}{3} \end{cases}$.

$I=\sqrt{3}\int\limits_{1}^{3}\frac{1}{t^2+3}\mathrm{d}t=3.\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{3\left(1+\tan^2 u\right)}.\frac{1}{\cos^2 u}\mathrm{d}u$

$=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\left(\frac{1}{\cos^2 u}\right)}.\frac{1}{\cos^2 u}\mathrm{d}u=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}u=u\left|\begin{matrix}\frac{\pi}{3}\\ \frac{\pi}{6}\end{matrix}\right.=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$.

Câu 243: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$, $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0\right)$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Biết rằng đồ thị $\left(C\right)$ đi qua gốc tọa độ và có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ cho bởi hình vẽ



Tính giá trị $H=f\left(4\right)-f\left(2\right)$.

A. $H=64$. **B.** $H=58$. **C.** $H=45$. **D.** $H=51$.

Lời giải

Chọn A

Do $f\left(x\right)$ là hàm số bậc ba nên $f'\left(x\right)$ là hàm số bậc hai.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'\left(x\right)$ thì $f'\left(x\right)$ có dạng $f'\left(x\right)=ax^2+1$ với $a>0$. Đồ thị đi qua điểm $A\left(1;4\right)$ nên $a=3$ vậy $f'\left(x\right)=3x^2+1$.

Vậy $H=f\left(4\right)-f\left(2\right)=\int\limits_{2}^{4}f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{2}^{4}\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x=58$.

Câu 244: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ thỏa mãn: $x^2.f^2\left(x\right)+\left(2x-1\right).f\left(x\right)=x.f'\left(x\right)-1$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ đồng thời $f\left(1\right)=-2$. Tính $\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $-\frac{\ln 2}{2}-\frac{3}{2}$. **B.** $-\ln 2-\frac{1}{2}$. **C.** $-\ln 2-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{\ln 2}{2}-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2.f^2(x)+(2x-1)f(x)=x.f'(x)-1$

$\Leftrightarrow x^2.f^2(x)+2x.f(x)+1=x.f'(x)+f(x)$

$\Leftrightarrow \left[x.f(x)+1\right]^2=\left[x.f(x)\right]'$

$\Leftrightarrow \left[x.f(x)+1\right]^2=\left[x.f(x)+1\right]'$

$\Leftrightarrow \frac{\left[x.f(x)+1\right]'}{\left[x.f(x)+1\right]^2}=1\Rightarrow \frac{-1}{x.f(x)+1}=x+C$

Theo đề bài ta có: $f(1)=-2$ nên $C=0$ suy ra $f(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$

Nên $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2\left(-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{x}-\ln|x|\right)\Big|_1^2=-\ln 2-\frac{1}{2}$.

Câu 245: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2xf\left(x^2-2\right)+2f(1-x)=3x^2$. Tính giá trị của tích phân $I=\int_1^{16}\frac{f\left(\sqrt{x}-2\right)}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{9}{2}$. **B.** $I=5$. **C.** $I=3$. **D.** $I=9$.

Lời giải

Chọn C

+) Xét tích phân: $I=\int_1^{16}\frac{f\left(\sqrt{x}-2\right)}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

Đặt $v=\sqrt{x}-2\Rightarrow \mathrm{d}v=\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: Với $x=1\Rightarrow v=-1$ và với $x=16\Rightarrow v=2$.

Khi đó: $I=\int_{-1}^2 f(v)\mathrm{d}v=\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x\ (1)$.

+) Ta có $2xf\left(x^2-2\right)+2f(1-x)=3x^2$

$\Rightarrow \int_{-1}^2 2x.f\left(x^2-2\right)\mathrm{d}x+2\int_{-1}^2 f(1-x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^2 3x^2\,\mathrm{d}x=9\ (2)$.

+) Xét tích phân: $\int_{-1}^2 2x.f\left(x^2-2\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $u=x^2-2\Rightarrow \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: Với $x=-1\Rightarrow u=-1$ và với $x=2\Rightarrow u=2$.

Khi đó: $\int_{-1}^2 2x.f\left(x^2-2\right)\mathrm{d}x=\int_{-1}^2 f(u)\mathrm{d}u=\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=I\ (3)$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

+) Xét tích phân: $\int\limits_{-1}^{2} f(1-x)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=1-x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Đổi cận: Với $x=-1 \Rightarrow t=2$ và với $x=2 \Rightarrow t=-1$.

Khi đó: $\int\limits_{-1}^{2} f(1-x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2} f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=I \ (4)$.

+) Thay $(3),(4)$ vào (2) ta được: $I+2.I=9 \Rightarrow I=3$.

Câu 246: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0;2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2-f(x).f''(x)+[f'(x)]^2=0$. Biết $f(0)=1,\ f(2)=e^6$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. e^3. **B.** $e^{\frac{3}{2}}$. **C.** $e^{\frac{5}{2}}$. **D.** e^2.

Lời giải

Chọn C

Theo bài ra ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0;2] \Rightarrow f(x)\geq f(0)=1>0$

Do đó $f(x)>0 \quad \forall x\in[0;2]$.

Ta có $\left[\dfrac{f'(x)}{f(x)}\right]'=\dfrac{f''(x).f(x)-[f'(x)]^2}{[f(x)]^2}$

Theo đề bài $[f(x)]^2-f(x).f''(x)+[f'(x)]^2=0$

$$\Rightarrow f''(x).f(x)-[f'(x)]^2=[f(x)]^2 \Rightarrow \left[\frac{f'(x)}{f(x)}\right]'=1$$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)}=x+C \Rightarrow \int_0^2 \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x=\int_0^2 (x+C)\mathrm{d}x \Rightarrow \int_0^2 \frac{1}{f(x)}\mathrm{d}(f(x))=\left(\frac{x^2}{2}+Cx\right)\Big|_0^2$$

$$\Rightarrow \ln|f(x)|\Big|_0^2=2+2C \Rightarrow \ln|e^6|-\ln|1|=2+2C \Rightarrow C=2 \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)}=x+2.$$

Do đó $\ln f(x)\Big|_0^1=\left(\dfrac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_0^1 \Rightarrow \ln f(1)=\dfrac{5}{2} \Rightarrow f(1)=e^{\frac{5}{2}}$.

Câu 247: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, biết $x.f(x)\neq -1, \forall x\neq 0$; $f(1)=-2$ và $(x.f(x)+1)^2-x.f'(x)-f(x)=0$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Tính $\int\limits_1^e f(x)\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{1}{e}$. **B.** $\dfrac{1}{e}-2$. **C.** $2-\dfrac{1}{e}$. **D.** $\dfrac{1}{e}-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $[x.f(x)+1]^2-x.f'(x)-f(x)=0 \Leftrightarrow [x.f(x)+1]^2=x.f'(x)+f(x)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x.f'(x)+f(x)}{[x.f(x)+1]^2}=1$ (do) $x.f(x)\neq -1, \forall x\neq 0$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

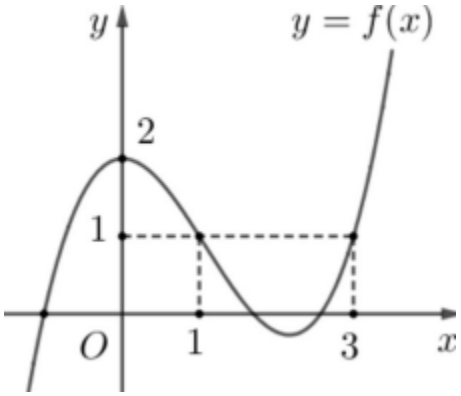
$$\Leftrightarrow\left(\frac{-1}{x.f(x)+1}\right)'=1\Leftrightarrow\frac{-1}{x.f(x)+1}=x+C$$

Do $f(1)=-2$ nên $\frac{-1}{f(1)+1}=C+1\Leftrightarrow 1=C+1\Leftrightarrow C=0$.

Do đó $\frac{-1}{x.f(x)+1}=x\Leftrightarrow x^2.f(x)+x=-1\Leftrightarrow f(x)=\frac{-1-x}{x^2}=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$

Suy ra $\int_1^e f(x)\mathrm{d}x=\int_1^e\left(-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{x}-\ln|x|\right)\Big|_1^e=\frac{1}{e}-2.$

Câu 248: Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Khi đó: $\int_0^1 xf(x)f'(x)\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Tích phân từng phần ta có:

$$\int_0^1 xf(x)f'(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 x\mathrm{d}\left(f^2(x)\right)=\frac{x}{2}f^2(x)\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x.$$

Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên $[0;1]$ ta thấy $2-x\le f(x)\le 2,\forall x\in[0;1](1)$.

Vì đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn nằm trên đường thẳng $y=2-x$ đi qua hai điểm $(0;2);(1;1)$

Vì dấu bằng ở (1) không xảy ra $\forall x\in[0;1]$.

$$\Rightarrow\int_0^1(2-x)^2\mathrm{d}x<\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x<\int_0^1 2^2\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{7}{3}<\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x<4\Rightarrow\int_0^1 xf(x)f'(x)\mathrm{d}x\in\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$$

Câu 249: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$ và $\int_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\int_0^1(x+1)\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x=\frac{e^2-1}{4}$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=2-\mathrm{e}$. **B.** $I=\frac{\mathrm{e}}{2}$. **C.** $I=\mathrm{e}-2$. **D.** $I=\frac{\mathrm{e}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Xét $A=\int_0^1 (x+1)\mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ \mathrm{d}v=(x+1)e^x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x \\ v=x\mathrm{e}^x \end{cases}$

Suy ra $A=x\mathrm{e}^x f(x)\Big|_0^1-\int_0^1 x\mathrm{e}^x f'(x)\mathrm{d}x=-\int_0^1 xe^x f'(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int_0^1 xe^x f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1-e^2}{4}$

Xét $\int_0^1 x^2e^{2x}\mathrm{d}x=e^{2x}\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)\Big|_0^1=\frac{e^2-1}{4}$

Ta có : $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x+2\int_0^1 xe^x f'(x)\mathrm{d}x+\int_0^1 x^2e^{2x}\mathrm{d}x=0 \Leftrightarrow \int_0^1 \left(f'(x)+xe^x\right)^2\mathrm{d}x=0$

Suy ra $f'(x)+xe^x=0,\forall x\in[0;1]$ (do) $\left(f'(x)+xe^x\right)^2\ge 0,\forall x\in[0;1]$

$\Rightarrow f'(x)=-xe^x \Rightarrow f(x)=(1-x)e^x+C$

Do $f(1)=0$ nên $f(x)=(1-x)e^x$

Vậy $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 (1-x)e^x\mathrm{d}x=(2-x)e^x\Big|_0^1=e-2.$

Câu 250: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa $2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$ .Tính $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{16}$. **C.** $\frac{\pi}{20}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^1 \left[2f(x)+3f(1-x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow A+B=C.$

Tính: $C=\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$

Đặt $x=\sin t$ suy ra $\mathrm{d}x=\cos t\,\mathrm{d}t$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$.

Vậy: $C=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t\,\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2t}{2}\,\mathrm{d}t=\left(\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}.$

Tính: $B=\int_0^1 3f(1-x)\,\mathrm{d}x$

Đặt $t=1-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=-1$; $x=1\Rightarrow t=0$.

Vậy: $B=\int_0^1 3f(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^1 3f(x)\,\mathrm{d}x.$

Do đó: $\int_0^1 \left[2f(x)+3f(x)\right]\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow 5\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{20}.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 251: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{8}$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{4}$. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}} f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{1}{2}$. **D.** $I=\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x\mathrm{d}f(x)=\left[f(x)\sin 2x\right]\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}\sin 2x$

$=f\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(2.\frac{\pi}{4}\right)-f(0)\sin(2.0)-2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x$

$=f\left(\frac{\pi}{4}\right)-2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x=-2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x$.

Do đó $2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$.

Mặt khác: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\cos 4x)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}\sin 4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{8}$.

Bởi vậy: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f^2(x)\mathrm{d}x-2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{8}-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{8}$

$\Leftrightarrow\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left[f^2(x)-2f(x)\cos 2x+\cos^2 2x\right]\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left[f(x)-\cos 2x\right]^2\mathrm{d}x=0\Rightarrow f(x)=\cos 2x$.

Nên $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}} f(2x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{8}}\cos 4x\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\sin 4x\Big|_0^{\frac{\pi}{8}}=\frac{1}{4}$.

Câu 252: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ thỏa mãn $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left[f^2(x)-2f(x).(3-x)\right]\mathrm{d}x=-\frac{109}{12}$. Tính $\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{f(x)}{x^2-1}\mathrm{d}x$.

A. $\ln\frac{8}{9}$. **B.** $\ln\frac{5}{9}$. **C.** $\ln\frac{7}{9}$. **D.** $\ln\frac{2}{9}$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn D

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left[f^2(x)-2f(x).(3-x)\right]\mathrm{d}x=-\frac{109}{12}.$$

$$\Leftrightarrow \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left[\left(f(x)-(3-x)\right)^2-(3-x)^2\right]\mathrm{d}x=-\frac{109}{12} \Leftrightarrow \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(f(x)-(3-x)\right)^2\mathrm{d}x-\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(3-x)^2\,\mathrm{d}x=-\frac{109}{12}$$

Mà $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(3-x)^2\,\mathrm{d}x=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(9-6x+x^2\right)\mathrm{d}x=\left(9x-3x^2+\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}=\frac{109}{12}$

Suy ra $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(f(x)-(3-x)\right)^2\mathrm{d}x=0$.

Vì $\left[f(x)-(3-x)\right]^2\ge 0,\ \forall x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ nên $f(x)=3-x,\ \forall x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$.

Vậy $\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{f(x)}{x^2-1}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{3-x}{x^2-1}\mathrm{d}x$

$$=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{1-x+2}{x^2-1}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{1}{2}}\left(\frac{-1}{x+1}+\frac{2}{(x-1)(x+1)}\right)\mathrm{d}x=\left(-\ln|x+1|+\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|\right)\Big|_0^{\frac{1}{2}}=\ln\frac{2}{9}.$$

Câu 253: Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0)=0$ và $f(x).f'(x)=\cos x.\sqrt{1+f^2(x)},\ \forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $M=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $M=\sqrt{3}$. **C.** $M=5\sqrt{2}$. **D.** $M=\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết, ta có $\frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}=\cos x,\ \forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\ (1)$

Lấy nguyên hàm hai vế của (1) ta được

$$\int\frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}\mathrm{d}x=\int\cos x\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int\frac{1}{2\sqrt{1+f^2(x)}}\mathrm{d}\left(1+f^2(x)\right)=\int\cos x\mathrm{d}x$$

hay $\sqrt{1+f^2(x)}=\sin x+C$

Mà $f(0)=0$ nên ta có $C=1$.

Từ đó, suy ra $\sqrt{1+f^2(x)}=\sin x+1 \Leftrightarrow f(x)=\sqrt{\sin^2 x+2\sin x}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{\sin^2 x+2\sin x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$ ta có

$f'(x)=\frac{\sin 2x+2\cos x}{2\sqrt{\sin^2 x+2\sin x}}>0$, với mọi $x\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$

Vậy $M=\max\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]}f(x)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{3}$.

Câu 254: Cho số thực $a>0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0;a]$ thỏa mãn $I_1=\int\limits_0^3\frac{1}{1+f(3-t)}\mathrm{d}t=\int\limits_0^3\frac{1}{1+\frac{1}{f(x)}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\frac{f(x)}{1+f(x)}\mathrm{d}x$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^a\frac{1}{1+f(x)}\mathrm{d}x$?

A. $I=\frac{2a}{3}$. **B.** $I=\frac{a}{3}$. **C.** $I=\frac{a}{2}$. **D.** $I=a$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=a-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Thay vào ta được $I=\int\limits_0^a\frac{1}{1+f(x)}\mathrm{d}x=\int\limits_0^a\frac{1}{1+f(a-t)}\mathrm{d}t=\int\limits_0^a\frac{1}{1+f(a-x)}\mathrm{d}x$.

Suy ra $0=\int\limits_0^a\left[\frac{f(a-x)-f(x)}{(1+f(x))(1+f(a-x))}\right]\mathrm{d}x$, do hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0;a]$. Suy ra $f(a-x)=f(x)$, trên đoạn $[0;a]$.

Mà $f(x).f(a-x)=1\Rightarrow f(x)=1$. Vậy $I=\int\limits_0^a\frac{1}{2}\mathrm{d}x=\frac{a}{2}$.

Câu 255: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$, $\int\limits_0^1 x f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}$ và $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{9}{5}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{4}$. **B.** $I=\frac{3}{4}$. **C.** $I=\frac{1}{5}$. **D.** $I=\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $A=\int\limits_0^1 x f(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow A=\frac{x^2}{2}f(x)\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int\limits_0^1 x^2 f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\int\limits_0^1 x^2 f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\Leftrightarrow\int\limits_0^1 x^2 f'(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{5}$.

Xét $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x-2k\int\limits_0^1 x^2 f'(x)\mathrm{d}x+k^2\int\limits_0^1 x^4\mathrm{d}x=0$ (1) $\Leftrightarrow\frac{9}{5}-2k.\frac{3}{5}+\frac{1}{5}k^2=0\Leftrightarrow k=3$.

(1) trở thành $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x-6\int\limits_0^1 x^2 f'(x)\mathrm{d}x+9\int\limits_0^1 x^4\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int\limits_0^1\left(f'(x)-3x^2\right)^2\mathrm{d}x=0$.

Thấy rằng $\left(f'(x)-3x^2\right)^2\ge 0\Rightarrow\int\limits_0^1\left(f'(x)-3x^2\right)^2\mathrm{d}x\ge 0$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do đó $\int_0^1 \left(f'(x)-3x^2\right)^2 dx = 0 \Leftrightarrow f'(x)-3x^2 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f(x) = \int 3x^2 dx = x^3 + C$

$f(1) = 1 \Rightarrow f(x) = x^3$.

$\Rightarrow I = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$.

Câu 256: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)+(2x+3)f^2(x)=0$ và $f(0)=\frac{1}{2}$. Tính tổng $S = f(0)+f(1)+f(2)+...+f(2019) = \frac{a}{b}$ với $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ tối giản.

A. $\frac{2019}{2021}$. **B.** $\frac{2020}{2021}$. **C.** $\frac{1010}{2021}$. **D.** $\frac{2019}{2020}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $f'(x)+(2x+3)f^2(x)=0 \Leftrightarrow \frac{-f'(x)}{f^2(x)} = 2x+3$

$\Rightarrow \int \frac{-f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (2x+3)dx \Rightarrow \frac{1}{f(x)} = x^2+3x+C$.

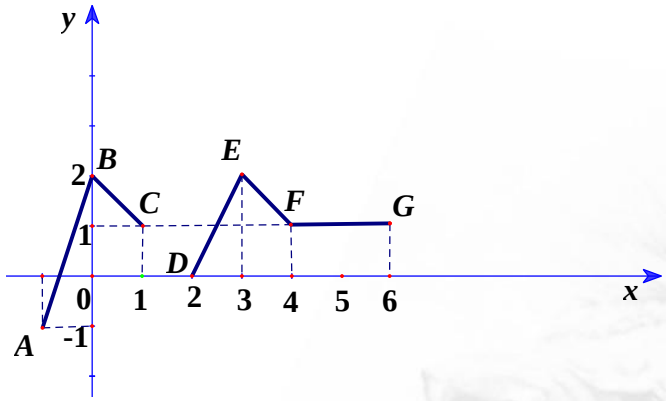
Vì $f(0)=\frac{1}{2} \Rightarrow C = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

Vậy $S = f(0)+f(1)+f(2)+...+f(2018)+f(2019)$

$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2020} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021}$

$= 1 - \frac{1}{2021} = \frac{2020}{2021}$.

Câu 257: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xét hàm số $F(x) = \int_4^{\frac{x}{2}} f(t)dt$. Giá trị $F'(6)$ bằng



A. $F'(6)=0$. **B.** $F'(6)=6$. **C.** $F'(6)=1$. **D.** $F'(6)=2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $G(t) = \int f(t)dt \Rightarrow G'(t) = f(t)$.

Ta có $F(x) = \int_4^{\frac{x}{2}} f(t)dt = G(t)\Big|_4^{\frac{x}{2}} \Rightarrow F(x) = G\left(\frac{x}{2}\right) - G(4)$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\Rightarrow F'(x)=\frac{1}{2}G'\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{2}f\left(\frac{x}{2}\right)\Rightarrow F'(6)=\frac{1}{2}f(3)=1.$

Câu 258: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$ và thỏa mãn $f(2)=0$, $\int_1^2\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=\frac{5}{12}+\ln\frac{2}{3}$ và $\int_1^2\frac{f(x)}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=-\frac{5}{12}+\ln\frac{3}{2}$. Tính tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{3}{4}+2\ln\frac{3}{2}$. **B.** $\ln\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}-2\ln\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}+2\ln\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$\int_1^2\frac{f(x)}{(x+1)^2}dx=-\frac{5}{12}+\ln\frac{3}{2}.$

Đặt $\begin{cases}u=f(x)\Rightarrow \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}\Rightarrow v=-\frac{1}{x+1}\end{cases}$

$\int_1^2\frac{f(x)}{(x+1)^2}dx=-\frac{f(x)}{x+1}\Big|_1^2+\int_1^2\frac{f'(x)}{x+1}dx=\frac{f(1)}{2}-\frac{f(2)}{3}+\int_1^2\frac{f'(x)}{x+1}dx=\frac{f(1)}{2}+\int_1^2\frac{f'(x)}{x+1}dx$

$\Rightarrow\int_1^2\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x+\int_1^2\frac{f'(x)}{2}\mathrm{d}x+\int_1^2\frac{f'(x)}{x+1}\mathrm{d}x=0$

$\Rightarrow\int_1^2\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x-\int_1^2\frac{f'(x)}{2}\mathrm{d}x+\int_1^2\frac{f'(x)}{x+1}\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow\int_1^2\left[\left(f'(x)\right)^2+\frac{f'(x)}{x+1}-\frac{f'(x)}{2}\right]\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow\left(f'(x)\right)^2+\frac{f'(x)}{x+1}-\frac{f'(x)}{2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f'(x)+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{2}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=C\\ f(x)=\frac{x}{2}-\ln|x+1|+C\end{array}\right.$

TH1: $f(x)=C, f(2)=0\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=0$ (loại)

TH2: $f(x)=\frac{x}{2}-\ln|x+1|+C, f(2)=0\Leftrightarrow C=\ln3-1\Rightarrow f(x)=\frac{x}{2}-\ln|x+1|+\ln3-1$

$\int_1^2 f(x)dx=\frac{3}{4}-2\ln\frac{3}{2}.$

Câu 259: Biết tích phân $\int_0^{\ln6}\frac{\mathrm{e}^x}{1+\sqrt{\mathrm{e}^x+3}}\mathrm{d}x=a+b\ln2+c\ln3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=0$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=-1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{\mathrm{e}^x+3}\Rightarrow t^2=\mathrm{e}^x+3\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đổi cận $\begin{cases} x=\ln 6 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=2 \end{cases}$.

Suy ra $\int\limits_0^{\ln 6} \frac{\mathrm{e}^x}{1+\sqrt{\mathrm{e}^x+3}}\mathrm{d}x = \int\limits_2^3 \frac{2t\mathrm{d}t}{1+t}$

$= \int\limits_2^3 \left(2-\frac{2}{1+t}\right)\mathrm{d}t = \left(2t-2\ln|t+1|\right)\Big|_2^3 = (6-2\ln 4)-(4-2\ln 3) = 2-4\ln 2+2\ln 3 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=2 \end{cases}$.

Vậy $T=0$.

Câu 260: Cho $\int\limits_0^1 \frac{x^2e^x+xe^x}{x+e^{-x}}\mathrm{d}x = a.e+b\ln(e+c)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b+c$.

A. $P=0$. **B.** $P=1$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int\limits_0^1 \frac{(x^2+x)\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \frac{(x+1)\mathrm{e}^x.x\mathrm{e}^x}{x\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=x\mathrm{e}^x+1 \Rightarrow \mathrm{d}t=(1+x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=1\Rightarrow t=\mathrm{e}+1$.

Khi đó: $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}+1}\frac{t-1}{t}\mathrm{d}t = \int\limits_1^{\mathrm{e}+1}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t = \left(t-\ln|t|\right)\Big|_1^{\mathrm{e}+1} = \mathrm{e}-\ln(\mathrm{e}+1)$.

Suy ra $a=1$, $b=-1$, $c=1$.

Vậy $P=a+2b+c=0$.

Câu 261: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$, $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=9$ và $\int\limits_0^1 x^3f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=9$ (1)

Tính $\int\limits_0^1 x^3f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ \mathrm{d}v=x^3.\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x \\ v=\frac{x^4}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}=\int\limits_0^1 x^3f(x)\mathrm{d}x = \left(\frac{x^4}{4}.f(x)\right)\Big|_0^1 - \frac{1}{4}\int\limits_0^1 x^4.f'(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{4}-\frac{1}{4}\int\limits_0^1 x^4.f'(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \int\limits_0^1 x^4.f'(x)\mathrm{d}x=-1 \Rightarrow 18\int\limits_0^1 x^4.f'(x)\mathrm{d}x=-18$ (2)

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

- Lại có: $\int\limits_0^1 x^8\mathrm{d}x=\left.\frac{x^9}{9}\right|_0^1=\frac{1}{9}\Rightarrow 81\int\limits_0^1 x^8\mathrm{d}x=9\ \ (3)$

- Cộng vế với vế các đẳng thức (1), (2) và (3) ta được:

$$\int\limits_0^1\left[\left[f'(x)\right]^2+18x^4.f'(x)+81x^8\right]\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int\limits_0^1\left[f'(x)+9x^4\right]\mathrm{d}x=0$$

$$\Leftrightarrow\pi.\int\limits_0^1\left[f'(x)+9x^4\right]\mathrm{d}x=0$$

Hay thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)+9x^4$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=0$, $x=1$ khi quay quanh Ox bằng 0

$$\Rightarrow f'(x)+9x^4=0\Rightarrow f'(x)=-9x^4\Rightarrow f(x)=\int f'(x).\mathrm{d}x=-\frac{9}{5}x^4+C.$$

Lại do $f(1)=1\Rightarrow C=\frac{14}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{9}{5}x^5+\frac{14}{5}$

$$\Rightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(-\frac{9}{5}x^5+\frac{14}{5}\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{3}{10}x^6+\frac{14}{5}x\right)\Big|_0^1=\frac{5}{2}.$$

Câu 262: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x^2+x-2}$; $f(0)=\frac{1}{3}$ và $f(-3)-f(3)=0$. Tính giá trị biểu thức $T=f(-4)+f(-1)-f(4)$.

A. $\frac{1}{3}\ln 2+\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{8}{5}\right)+1$ **C.** $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{4}{5}\right)+1$ **D.** $\ln 80+1$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$f'(x)=\frac{1}{(x-1)(x+2)}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}\right).$$

$$I=f(-3)-f(-4)=\int\limits_{-4}^{-3}f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-1}{x+2}\right|\Big|_{-4}^{-3}=\frac{1}{3}\ln\frac{8}{5}.$$

$$J=f(0)-f(-1)=\int\limits_{-1}^{0}f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-1}{x+2}\right|\Big|_{-1}^{0}=-\frac{2}{3}\ln 2.$$

$$K=f(4)-f(3)=\int\limits_{3}^{4}f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-1}{x+2}\right|\Big|_{3}^{4}=\frac{1}{3}\ln\frac{5}{4}.$$

$$-I-J-K=f(-4)-f(-3)+f(-1)-f(0)+f(3)-f(4)$$

$$=\left[f(-4)+f(-1)-f(4)\right]-f(0)-\left[f(-3)-f(3)\right]$$

$$\longrightarrow f(-4)+f(-1)-f(4)=-I-J-K+f(0)+\left[f(-3)-f(3)\right].$$

$$T=f(-4)+f(-1)-f(4)=-\frac{1}{3}\ln\frac{8}{5}+\frac{2}{3}\ln 2-\frac{1}{3}\ln\frac{5}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\ln 2+\frac{1}{3}$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 263: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện $4x.f(x^2)+3.f(1-x)=\sqrt{1-x^2}$. Tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\frac{\pi}{16}$. **B.** $I=\frac{\pi}{20}$. **C.** $I=\frac{\pi}{6}$. **D.** $I=\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $I_1=\int_0^1 4x.f(x^2).\mathrm{d}x$.

Đặt $t=x^2\Rightarrow \mathrm{d}t=2x.\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=1$

$\Rightarrow I_1=2\int_0^1 f(t).\mathrm{d}t=2\int_0^1 f(x).\mathrm{d}x=2I$.

Xét $I_2=\int_0^1 3f(1-x).\mathrm{d}x$.

Đặt $t=1-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=1\Rightarrow t=0$

$\Rightarrow I_2=-3.\int_1^0 f(t).\mathrm{d}t=3.\int_0^1 f(t).\mathrm{d}t=3.\int_0^1 f(x).\mathrm{d}x=3I$.

Tính $I_3=\int_0^1 \sqrt{1-x^2}.\mathrm{d}x$.

Đặt $x=\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=\cos t.\mathrm{d}t$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow I_3=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t.\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t).\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}$.

- Lại có: $4x.f(x^2)+3.f(1-x)=\sqrt{1-x^2}\Rightarrow\int_0^1\left(4x.f(x^2)+3.f(1-x)\right).\mathrm{d}x=\int_0^1\sqrt{1-x^2}.\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow I_1+I_2=I_3\Rightarrow 5.I=\frac{\pi}{4}\Rightarrow I=\frac{\pi}{20}$.

Câu 264: Cho $\int_1^{\mathrm{e}}\frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\ln\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b+c+d$?

A. 17. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\ln x+2\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}x}{x}$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2$; $x=\mathrm{e}\Rightarrow t=3$. Khi đó:

$I=\int_1^{\mathrm{e}}\frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\int_2^3\frac{2t-3}{t^2}\mathrm{d}t=\int_2^3\left(\frac{2}{t}-\frac{3}{t^2}\right)\mathrm{d}t=\left(2\ln|t|+\frac{3}{t}\right)\Big|_2^3=\ln\frac{9}{4}-\frac{1}{2}$.

Vậy $a+b+c+d=9+4+1+2=16$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 265: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $f(-x)+2019f(x)=2^x, \forall x\in[-1;1]$. Giá trị của $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3}{4040\ln 2}$. **B.** $\frac{1}{2019\ln 2}$. **C.** $\frac{5}{2018\ln 2}$. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $f(-x)+2019f(x)=2^x.\ (1)$

Đặt $u=-x$, phương trình đã cho trở thành $f(u)+2019f(-u)=2^{-u}$

$\Rightarrow f(x)+2019f(-x)=2^{-x}.\ (2)$

Từ $(1)\Rightarrow f(-x)=\frac{2^{-x}-f(x)}{2019}$ thế vào phương trình (2) ta được

$$f(x)+2019.\frac{2^{-x}-f(x)}{2019}=2^{-x}\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2019^2-1}\left(2019.2^x-2^{-x}\right).$$

Ta có $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\frac{1}{2019^2-1}\left(2019.2^x-2^{-x}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2019^2-1}.\left[2019.\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{2^{-x}}{\ln 2}\right]\Big|_{-1}^{1}$

$=\frac{1}{2019^2-1}.\left[\frac{2019}{\ln 2}\left(2-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{\ln 2}\left(\frac{1}{2}-2\right)\right]=\frac{1}{2020.2018}.\frac{2018.3}{2.\ln 2}=\frac{3}{4040.\ln 2}.$

Câu 266: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0)+f(1)=0$. Biết $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x)\cos\pi x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{1}{\pi}$. **B.** $\frac{2}{\pi}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** π.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=\cos\pi x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=-\pi\sin\pi x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

Ta có $\frac{\pi}{2}=\int_0^1 f'(x).\cos\pi x\mathrm{d}x=f(x).\cos\pi x\big|_0^1+\pi\int_0^1 f(x).\sin\pi x\mathrm{d}x$

$=-\left[f(1)+f(0)\right]+\pi\int_0^1 f(x).\sin\pi x\mathrm{d}x\Rightarrow\int_0^1 f(x).\sin\pi\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$

Xét $\int_0^1\left[f(x)+k.\sin\pi x\right]^2\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x+2k.\int_0^1 f(x).\sin\pi x\mathrm{d}x+k^2.\int_0^1\sin^2(\pi x)\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}k^2+2k.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow(k+1)^2=0\Leftrightarrow k=-1.$

Suy ra $\int_0^1\left[f(x)-\sin\pi x\right]^2\mathrm{d}x=0$.

Vậy $f(x)=\sin\pi x\Rightarrow\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\sin\pi x\mathrm{d}x=-\frac{\cos\pi x}{x}\Big|_0^1=\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi}=\frac{2}{\pi}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 267: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x = 4$.

Đặt $t = \tan x \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{\mathrm{d}t}{1+t^2} = \mathrm{d}x$.

Đổi cận:

$x = 0 \Rightarrow t = 0$.

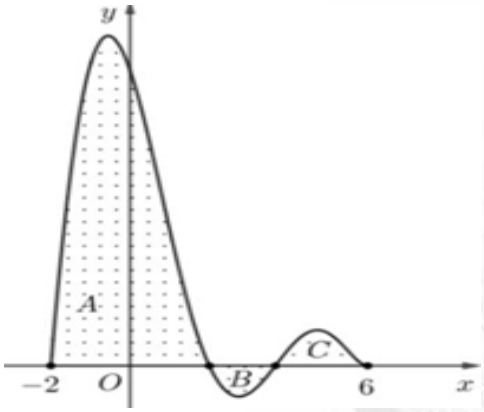
$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$.

$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{f(\mathrm{t})}{1+t^2}\mathrm{d}t = 4$.

$\Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x)}{1+x^2}\mathrm{d}x = 4$.

$\Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x)}{1+x^2}\mathrm{d}x + \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{f(x)}{1+x^2}(1+x^2)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 4+2 = 6$.

Câu 268: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích các hình phẳng A, B, C trong hình vẽ lần lượt bằng $32; 2; 3$. Tích phân $\int_{-2}^{2}\left(f(2x+2)+1\right)dx$ bằng



A. 22,5 **B.** 37 **C.** 20,5 **D.** 19,5

Lời giải

Chọn C

Gọi bốn giao điểm của đồ thị với trục hoành là: $-2; x_1; x_2; 6$, $(-2 < x_1 < x_2 < 6)$.

Theo giả thiết ta có

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\int_{-2}^{2}\left(f\left(2x+2\right)+1\right)dx=\int_{-2}^{2}f\left(2x+2\right)dx+4.$

Đặt $t=2x+2\Rightarrow dt=2dx$; Đổi cận: $x=-2\Rightarrow t=-2;x=2\Rightarrow t=6$

$\Rightarrow\int_{-2}^{2}f\left(2x+2\right)dx=\frac{1}{2}\int_{-2}^{6}f\left(t\right)dt=\frac{1}{2}\left[\int_{-2}^{x_1}f\left(x\right)dx+\int_{x_1}^{x_2}f\left(x\right)dx+\int_{x_2}^{6}f\left(x\right)dx\right]=\frac{1}{2}\left(32-2+3\right)=\frac{33}{2}$

$\Rightarrow\int_{-2}^{2}\left(f\left(2x+2\right)+1\right)dx=\frac{41}{2}=20,5.$

Câu 269: Biết rằng $\int_{-2}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{x+5\sqrt{x+3}+9}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ.

Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 10. **B.** -10. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x+3}\Rightarrow t^2=x+3\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=-2\Rightarrow t=1;x=1\Rightarrow t=2.$

Ta có: $\int_{-2}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{x+5\sqrt{x+3}+9}=2\int_{1}^{2}\frac{t\mathrm{d}t}{t^2+5t+6}=2\int_{1}^{2}\left(\frac{3}{t+3}-\frac{2}{t+2}\right)\mathrm{d}t$

$=2\left(3\ln\left|t+3\right|\Big\|_1^2-2\ln\left|t+2\right|\Big\|_1^2\right)=-20\ln 2+4\ln 3+6\ln 5$

Suy ra: $a=-20$, $b=4$, $c=6$. Vậy $a+b+c=-10$.

Câu 270: Cho $I=\int_{0}^{\sqrt{2}}\left(2-\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x+\int_{\sqrt{2}}^{2}\left(2-x\right)\mathrm{d}x=a+b.\pi$. Chọn kết quả đúng:

A. $a^2+4b^2\geq 5$. **B.** $a+2b=3$. **C.** $a>1$, $b>1$. **D.** $a+b<1$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int_{0}^{\sqrt{2}}\left(2-\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x+\int_{\sqrt{2}}^{2}\left(2-x\right)\mathrm{d}x$

$=\int_{0}^{\sqrt{2}}2\mathrm{d}x+\int_{\sqrt{2}}^{2}\left(2-x\right)\mathrm{d}x-\int_{0}^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$

$=\left(2x\right)\Big|_0^{\sqrt{2}}+\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{\sqrt{2}}^{2}-\int_{0}^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}-\int_{0}^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=3-\int_{0}^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x.$

Đặt $x=2\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases}x=0\to t=0\\ x=\sqrt{2}\to t=\frac{\pi}{4}\end{cases}.$

Ta có $\int_{0}^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$

$=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t\mathrm{d}x=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}4\cos^2 t\mathrm{d}x=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}2\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$=2\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi}{2}+1.$

$\longrightarrow I=3-\frac{\pi}{2}-1=2-\frac{1}{2}.\pi.$

Theo kí hiệu của bài toán ta suy ra $a=2,\ b=-\frac{1}{2}$. Do đó mệnh đề đúng là $a^2+4b^2\geq 5$.

Câu 271: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-6;6]$; biết $\int_{-3}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_{1}^{2} f(-3x)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int_{0}^{6} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=16$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-8$.

Lời giải

Chọn D

Xét tích phân $\int_{-3}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=4$.

Đặt $-x=t\Rightarrow dx=-dt$.

Đổi cận: khi $x=-3$ thì $t=3$; khi $x=0$ thì $t=0$ do đó $\int_{-3}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=-\int_{3}^{0} f(t)\mathrm{d}t=\int_{0}^{3} f(t)\mathrm{d}t$.

$\Rightarrow\int_{0}^{3} f(t)\mathrm{d}t=4\Rightarrow\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x=4$

Do hàm số $y=f(x)$ là hàm số lẻ nên $f(-3x)=-f(3x)$.

Do đó $\int_{1}^{2} f(-3x)\mathrm{d}x=-\int_{1}^{2} f(3x)\mathrm{d}x\Rightarrow\int_{1}^{2} f(3x)\mathrm{d}x=-4$.

Xét $\int_{1}^{2} f(3x)\mathrm{d}x=-4$.

Đặt $t=3x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=1$ thì $t=3$; khi $x=2$ thì $t=6$ do đó $\int_{1}^{2} f(3x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_{3}^{6} f(t)\mathrm{d}t=-4$.

$\Rightarrow\int_{3}^{6} f(t)\mathrm{d}t=-12\Rightarrow\int_{3}^{6} f(x)\mathrm{d}x=-12$.

Do đó $\int_{0}^{6} f(x)\mathrm{d}x=\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x+\int_{3}^{6} f(x)\mathrm{d}x=4-12=-8$.

Câu 272: Cho hàm số f liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(x)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}, f(0)=8$ và thoả mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f(x)+1}$. Tính $f\left(\sqrt{3}\right)$.

A. 9. **B.** 7. **C.** 15. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

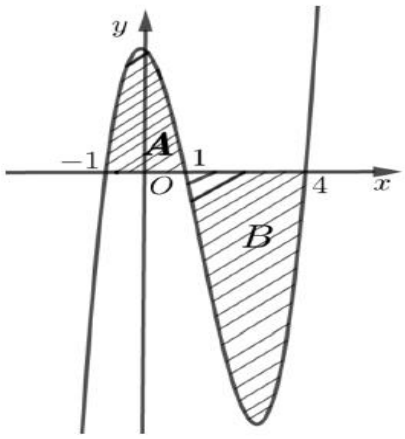
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Từ giả thiết, ta có: $\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+1}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}}\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+1}}\mathrm{d}x=\int_0^{\sqrt{3}}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\sqrt{f(x)+1}\Big|_0^{\sqrt{3}}=\sqrt{x^2+1}\Big|_0^{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\sqrt{f(\sqrt{3})+1}-\sqrt{f(0)+1}=1$

Do $f(0)=8$ nên ta được $\sqrt{f(\sqrt{3})+1}=4\Leftrightarrow f(\sqrt{3})=15$.

Câu 273: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Biết diện tích hai phần A và B lần lượt là $\dfrac{16}{3}$ và $\dfrac{63}{4}$, tính $\displaystyle\int_{-1}^{\frac{3}{2}}f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{253}{24}$. **B.** $-\dfrac{125}{24}$. **C.** $\dfrac{253}{12}$. **D.** $-\dfrac{125}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2x+1\Rightarrow\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$, khi đó:

$$\int_{-1}^{\frac{3}{2}}f(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{-1}^{4}f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_{-1}^{4}f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.\frac{16}{3}+\frac{1}{2}.\left(-\frac{63}{4}\right)=-\frac{125}{24}.$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 274: Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $f(2)=0$, $\int_1^2 (f'(x))^2\,dx=\frac{1}{45}$ và $\int_1^2 (x-1)f(x)\,dx=-\frac{1}{30}$. Tính $I=\int_1^2 f(x)dx$.

A. $I=-\frac{1}{36}$. **B.** $I=\frac{1}{12}$. **C.** $I=-\frac{1}{15}$. **D.** $I=-\frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Xét: $E=\int_1^2 (x-1)f(x)\,dx$. Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ dv=(x-1)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=f'(x)dx\\ v=\frac{(x-1)^2}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow E=\frac{(x-1)^2}{2}.f(x)\Big|_1^2-\int_1^2\frac{(x-1)^2}{2}f'(x)dx=-\int_1^2\frac{(x-1)^2}{2}f'(x)dx\Rightarrow-\int_1^2\frac{(x-1)^2}{2}f'(x)dx=-\frac{1}{30}$

$\Rightarrow\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx=\frac{1}{15}$.

Ta có: $\int_1^2(x-1)^4dx=\frac{1}{5}$ và $\int_1^2(f'(x))^2dx=\frac{1}{45}$.

Ta tìm số k để $\int_1^2\left(f'(x)-k(x-1)^2\right)^2dx=0$.

$\int_1^2\left(f'(x)-k(x-1)^2\right)^2dx=0$

$\Leftrightarrow\int_1^2(f'(x))^2dx-2k\int_1^2f'(x).(x-1)^2dx+k^2\int_1^2(x-1)^4dx=0$

$\Leftrightarrow\frac{1}{45}-2k.\frac{1}{15}+k^2.\frac{1}{5}=0\Leftrightarrow k=\frac{1}{3}$.

Khi đó: $\int_1^2\left(f'(x)-\frac{1}{3}(x-1)^2\right)^2dx=0\Leftrightarrow f'(x)-\frac{1}{3}(x-1)^2=0\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{9}(x-1)^3+C$.

Mà $f(2)=0\Rightarrow C=\frac{-1}{9}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(x-1)^3-\frac{1}{9}\Rightarrow\int_1^2f(x)dx=\int_1^2\left[\frac{1}{9}(x-1)^3-\frac{1}{9}\right]dx=-\frac{1}{12}$.

Câu 275: Biết $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{2}+c+\frac{1}{2}\ln(3\sqrt{2}-3)$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\frac{1}{2}$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=-\frac{1}{2}$. **D.** $P=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x+\sqrt{1+x^2}}$

$=\int_1^{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{1+x^2}}{2x}\right)dx=\left(\frac{1}{2}\ln x+\frac{1}{2}x\right)\Big|_1^{\sqrt{3}}-\int_1^{\sqrt{3}}\frac{x\sqrt{1+x^2}dx}{2x^2}=\frac{1}{2}\ln\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}-I$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Xét $I=\int\limits_{1}^{\sqrt{3}}\frac{x\sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x}{2x^2}$.

Đặt $t=\sqrt{1+x^2}\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

$I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\frac{t^2\mathrm{d}t}{2\left(t^2-1\right)}=\frac{1}{2}\left[t\Big|_{\sqrt{2}}^{2}+\frac{1}{2}\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t\right]=\frac{1}{2}\left[t+\frac{1}{2}\ln\frac{t-1}{t+1}\right]\Big|_{\sqrt{2}}^{2}$

$=\frac{1}{2}\left[2-\sqrt{2}+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right]$

$=\frac{1}{2}\left[2-\sqrt{2}-\frac{1}{2}\ln 3-\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{2}-1\right)^2\right]=\frac{1}{2}\left[2-\sqrt{2}-\ln\sqrt{3}-\ln\left(\sqrt{2}-1\right)\right].$

Vậy: $\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}\frac{\mathrm{d}x}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=\frac{1}{2}\ln\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}-\frac{1}{2}\left[2-\sqrt{2}-\ln\sqrt{3}-\ln\left(\sqrt{2}-1\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln\left(3\sqrt{2}-3\right)$

Vậy $P=a+b+c=-\frac{1}{2}$.

Câu 276: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$, $\int\limits_{0}^{1}\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{9}{5}$ và $\int\limits_{0}^{1}f\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=\frac{2}{5}$. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{4}$. **B.** $I=\frac{3}{4}$. **C.** $I=\frac{3}{5}$. **D.** $I=\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow t^2=x\Rightarrow\mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0;\ x=1\Rightarrow t=1$.

Suy ra $\int\limits_{0}^{1}f\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=2\int\limits_{0}^{1}t.f(t)\mathrm{d}t\Leftrightarrow\int\limits_{0}^{1}t.f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{5}\Leftrightarrow\int\limits_{0}^{1}x.f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}$.

Mặt khác $\int\limits_{0}^{1}x.f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}f(x)\Big|_{0}^{1}-\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x$.

Suy ra $\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{3}{10}\Rightarrow\int\limits_{0}^{1}x^2f'(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{5}$

Ta tính được $\int\limits_{0}^{1}\left(3x^2\right)^2\mathrm{d}x=\frac{9}{5}$.

Do đó $\int\limits_{0}^{1}\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x-2\int\limits_{0}^{1}3x^2f'(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\left(3x^2\right)^2\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int\limits_{0}^{1}\left(f'(x)-3x^2\right)^2\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow f'(x)-3x^2=0\Leftrightarrow f'(x)=3x^2\Leftrightarrow f(x)=x^3+C$.

Vì $f(1)=1$ nên $f(x)=x^3$.

Vậy $I=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}x^3\mathrm{d}x=\frac{1}{4}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 277: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{4}$ **B.** $\frac{7}{5}$ **C.** 1 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết: $\int\limits_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3} \Rightarrow \int\limits_0^1 3x^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$.

Tính: $I = \int\limits_0^1 3x^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases} u = f(x) \\ \mathrm{d}v = 3x^2\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(x)\mathrm{d}x \\ v = x^3 \end{cases}$.

Ta có:

$I = \int\limits_0^1 3x^2 f(x)\mathrm{d}x = x^3 f(x)\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 x^3.f'(x)\mathrm{d}x$

$= 1.f(1) - 0.f(0) - \int\limits_0^1 x^3.f'(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_0^1 x^3.f'(x)\mathrm{d}x$.

Mà: $\int\limits_0^1 3x^2 f(x)\mathrm{d}x = 1 \Rightarrow 1 = -\int\limits_0^1 x^3.f'(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 x^3.f'(x)\mathrm{d}x = -1 \Leftrightarrow 7\int\limits_0^1 x^3.f'(x)\mathrm{d}x = -7 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 7x^3.f'(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x$, (theo giả thiết:) $\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 7$.

$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 \left(7x^3.f'(x) + \left[f'(x)\right]^2\right)\mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f'(x)\left[7x^3 + f'(x)\right]\mathrm{d}x = 0$

$\Rightarrow 7x^3 + f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + C$.

Với $f(1) = 0 \Rightarrow -\frac{7}{4}.1^4 + C = 0 \Rightarrow C = \frac{7}{4}$.

Khi đó: $f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + \frac{7}{4}$.

Vậy: $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \left(-\frac{7}{4}x^4 + \frac{7}{4}\right)\mathrm{d}x = -\frac{7}{4}\left(\frac{x^5}{5} - x\right)\Big|_0^1 = \frac{7}{5}$.

Câu 278: Biết $\int\limits_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{2x+3\sqrt{2x+1}+3} = a + b\ln 2 + c\ln\frac{5}{3}\left(a,b,c\in\mathbb{Z}\right)$. Tính $T = 2a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$I=\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{2x+3\sqrt{2x+1}+3}=\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}=\int_0^4\frac{2\left(\sqrt{2x+1}+1\right)-\left(\sqrt{2x+1}+2\right)\mathrm{d}x}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}$$

$$=\int_0^4\frac{2\mathrm{d}x}{\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}-\int_0^4\frac{\mathrm{d}x}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)}.$$

Đặt $u=\sqrt{2x+1}\Rightarrow u\mathrm{d}u=\mathrm{d}x$.

Với $x=0\Rightarrow u=1$, với $x=4\Rightarrow u=3$.

Suy ra:

$$I=\int_1^3\frac{2u\mathrm{d}u}{u+2}-\int_1^3\frac{u\mathrm{d}u}{u+1}=\int_1^3\left(2-\frac{4}{u+2}\right)\mathrm{d}u-\int_1^3\left(1-\frac{1}{u+1}\right)\mathrm{d}u$$

$$=\left(u-4\ln|u+2|+\ln|u+1|\right)\Big|_1^3=2-4\ln\frac{5}{3}+\ln 2.$$

$\Rightarrow a=2,\ b=1,\ c=1\Rightarrow T=2.1+1-4=1.$

Câu 279: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=\dfrac{1}{2x\sqrt{x}-4x+2\sqrt{x}}$, với $x\ge 0$ và $f(0)=1$. Khi đó $\int_0^{\frac{1}{4}}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $2-2\ln 2$. **B.** $\ln 2-1$. **C.** $2\ln 2-1$. **D.** $2\ln 2-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có :

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int\frac{1}{2x\sqrt{x}-4x+2\sqrt{x}}dx=\int\frac{1}{2\sqrt{x}\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}dx=\int\frac{1}{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)^2}dx.$$

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow dt=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}dx$, khi đó $f(x)=\int\dfrac{dt}{(t-1)^2}=-\dfrac{1}{t-1}+C=-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}+C$.

Vì $f(0)=1\Rightarrow C=0$.

Suy ra $f(x)=-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

$$\int_0^{\frac{1}{4}}f(x)dx=\int_0^{\frac{1}{4}}\left(-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)dx=-\int_0^{\frac{1}{4}}\frac{1}{\sqrt{x}-1}dx.$$

Đặt $t=\sqrt{x}-1\Rightarrow dt=\dfrac{dx}{2\sqrt{x}}\Rightarrow dx=2(t+1)dt$.

Đổi cận $\begin{cases}x=0\to t=-1\\ x=\dfrac{1}{4}\to t=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Khi đó $\int_0^{\frac{1}{4}}f(x)dx=-\int_{-1}^{-\frac{1}{2}}\dfrac{2(t+1)dt}{t}=-\int_{-1}^{-\frac{1}{2}}\left(2+\dfrac{2}{t}\right)dt=-\left(2t+2\ln|t|\right)\Big|_{-1}^{-\frac{1}{2}}=2\ln 2-1.$

Câu 280: Cho hàm số $f(x)$ biết $f(\pi)=0$ và $f'(x)=2\sin x-3\sin^3 x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{f(x)}{\sin^2 x+1}\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $1-\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}-2$. **C.** $\frac{\pi}{4}-1$. **D.** $1-\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có :

$f(x)=\int\left(2\sin x-3\sin^3 x\right)\mathrm{d}x=\int\sin x\left(2-3\sin^2 x\right)\mathrm{d}x=\int\sin x\left(3\cos^2 x-1\right)\mathrm{d}x$

$=-\int\left(3\cos^2 x-1\right)\mathrm{d}(\cos x)=-\cos^3 x+\cos x+C$.

Vì $f(\pi)=0$ nên $-\cos^3\pi+\cos\pi+C=0\Leftrightarrow C=0$.

Vậy $f(x)=-\cos^3 x+\cos x$.

Xét $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{f(x)}{\sin^2 x+1}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x-\cos^3 x}{\sin^2 x+1}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x\left(1-\cos^2 x\right)}{\sin^2 x+1}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x.\sin^2 x}{\sin^2 x+1}\mathrm{d}x$.

Đặt $\sin x=u;\ \mathrm{d}u=\cos x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=0;\ x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow u=1$.

$I=\int_0^1\frac{u^2}{u^2+1}\mathrm{d}u=\int_0^1\left(1-\frac{1}{u^2+1}\right)\mathrm{d}u=u\Big|_0^1-\int_0^1\frac{1}{u^2+1}\mathrm{d}u$.

Xét $J=\int_0^1\frac{1}{u^2+1}\mathrm{d}u$.

Đặt $u=\tan t,\ t\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow\mathrm{d}u=\frac{1}{\cos^2 t}\mathrm{d}t=\left(\tan^2 t+1\right)\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $u=0\Rightarrow t=0;\ u=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

$J=\int_0^1\frac{1}{u^2+1}\mathrm{d}u=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan^2 t+1}{\tan^2 t+1}\mathrm{dt}=t\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{4}$.

Vậy $I=1-J=1-\frac{\pi}{4}$.

Câu 281: Biết $\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{2x+3\sqrt{2x+1}+3}=a+b\ln 2+c\ln\frac{5}{3}\left(a,b,c\in\mathbb{Z}\right)$. Tính $T=2a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{2x+3\sqrt{2x+1}+3}=\int_0^4\frac{\sqrt{2x+1}\mathrm{d}x}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}=\int_0^4\frac{2\left(\sqrt{2x+1}+1\right)-\left(\sqrt{2x+1}+2\right)\mathrm{d}x}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}$

$=\int_0^4\frac{2\mathrm{d}x}{\left(\sqrt{2x+1}+2\right)}-\int_0^4\frac{\mathrm{d}x}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)}$.

Đặt $u=\sqrt{2x+1}\Rightarrow u\mathrm{d}u=\mathrm{d}x$.

Với $x=0\Rightarrow u=1$, với $x=4\Rightarrow u=3$.

Suy ra:

$I=\int_1^3\frac{2u\mathrm{d}u}{u+2}-\int_1^3\frac{u\mathrm{d}u}{u+1}=\int_1^3\left(2-\frac{4}{u+2}\right)\mathrm{d}u-\int_1^3\left(1-\frac{1}{u+1}\right)\mathrm{d}u$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$=\left(u-4\ln|u+2|+\ln|u+1|\right)\Big|_1^3=2-4\ln\frac{5}{3}+\ln 2.$

$\Rightarrow a=2,\ b=1,\ c=1\Rightarrow T=2.1+1-4=1.$

Câu 282: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$, $\int_0^1 x f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}$ và $\int_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{9}{5}$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{4}$. **C.** $I=\frac{4}{5}$. **D.** $I=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $A=\int_0^1 x f(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow A=\frac{x^2}{2}f(x)\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\Leftrightarrow\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{5}.$

Xét $\int_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x-2k\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x+k^2\int_0^1 x^4\mathrm{d}x=0\ (1)\Leftrightarrow\frac{9}{5}-2k.\frac{3}{5}+\frac{1}{5}k^2=0\Leftrightarrow k=3.$

(1) trở thành $\int_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x-6\int_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x+9\int_0^1 x^4\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int_0^1\left(f'(x)-3x^2\right)^2\mathrm{d}x=0.$

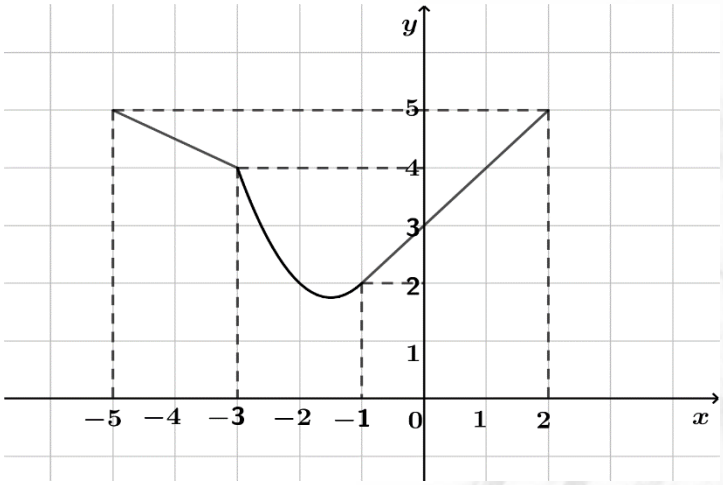
Thấy rằng $\left(f'(x)-3x^2\right)^2\ge 0\Rightarrow\int_0^1\left(f'(x)-3x^2\right)^2\mathrm{d}x\ge 0.$

Do đó $\int_0^1\left(f'(x)-3x^2\right)^2\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow f'(x)-3x^2=0\Leftrightarrow f'(x)=3x^2\Rightarrow f(x)=\int 3x^2\mathrm{d}x=x^3+C$

$f(1)=1\Rightarrow f(x)=x^3.$

$\Rightarrow I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 x^3\mathrm{d}x=\frac{1}{4}.$

Câu 283: Cho hàm số $f(x)$ liên tục có đồ thị như hình bên dưới



Biết $F'(x)=f(x),\ \forall x\in[-5;2]$ và $\int_{-3}^{-1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{14}{3}$. Tính $F(2)-F(-5)$.

A. $-\frac{145}{6}$. **B.** $\frac{145}{6}$. **C.** $-\frac{89}{6}$. **D.** $\frac{89}{6}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

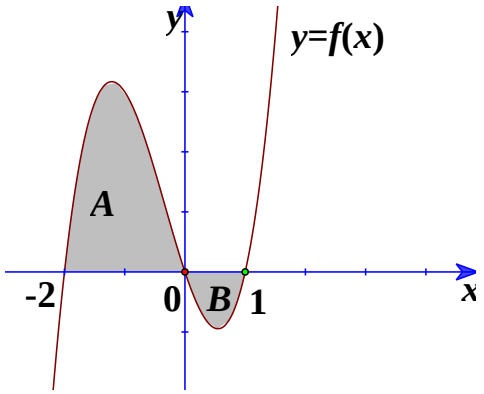
Chọn B

Trên đoạn $[-5;-3]$ ta có $f(x)=\frac{5-x}{2}$; trên đoạn $[-1;2]$ ta có $f(x)=x+3$.

Khi đó: $F(2)-F(-5)=\int_{-5}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

$=\int_{-5}^{-3} f(x)\mathrm{d}x+\int_{-3}^{-1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-5}^{-3}\frac{5-x}{2}\mathrm{d}x+\int_{-3}^{-1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{2}(x+3)\mathrm{d}x=\frac{145}{6}$.

Câu 284: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 12 và 2. Giá trị của $I=\int_{-1}^{-\frac{2}{5}} f(5x+3)\mathrm{d}x$ bằng.



A. 50. **B.** 2. **C.** $\frac{14}{5}$. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có $A=\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x=12$; $B=\int_{0}^{1}-f(x)\mathrm{d}x=2$.

Xét $I=\int_{-1}^{-\frac{2}{5}} f(5x+3)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=5x+3$. Ta có $x=-1\Rightarrow t=-2$, $x=-\frac{2}{5}\Rightarrow t=1$ và $\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\mathrm{d}t$.

Khi đó $I=\int_{-2}^{1} f(t).\frac{1}{5}\mathrm{d}t=\frac{1}{5}\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

Từ giả thiết ta thấy $A-B=\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x=12-2=10$.

Suy ra $I=\frac{1}{5}.10=2$.

Câu 285: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=0$, $\int_{0}^{1}\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=\frac{\pi^2}{8}$ và $\int_{0}^{1}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$. Tính $\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{2}{\pi}$. **B.** $\frac{1}{\pi}$. **C.** π. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ \mathrm{d}v = \cos\dfrac{\pi x}{2}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(x)\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{2}{\pi}\sin\dfrac{\pi x}{2} \end{cases}$

Do đó $\int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi x}{2} f(x)\Big|_0^1 - \frac{2}{\pi}\int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) f'(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) f'(x)\mathrm{d}x = -\frac{\pi}{4}.$

Lại có: $\int_0^1 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow I = \int_0^1 \left(-\frac{2}{\pi}.f'(x)\right)^2 \mathrm{d}x - 2\left(-\frac{2}{\pi}\right)\int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) f'(x)\mathrm{d}x + \int_0^1 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)\mathrm{d}x$

$= \int_0^1 \left(-\frac{2}{\pi}f'(x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{4}{\pi^2}\frac{\pi^2}{8} - \frac{2}{\pi}.\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = 0$

Vì $\left(-\frac{2}{\pi}f'(x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)^2 \geq 0$ trên đoạn $[0;1]$ nên

$\int_0^1 \left(-\frac{2}{\pi}f'(x) - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)^2 \mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{\pi}f'(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right).$

Suy ra $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + C$ mà $f(1) = 0$ do đó $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right).$

Vậy $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\mathrm{d}x = \frac{2}{\pi}.$

Câu 286: Cho hàm số $f(x)$ biết $f(\pi) = 0$ và $f'(x) = 2\sin x - 3\sin^3 x,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin^2 x + 1}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{4} - 1.$ **B.** $1 - \frac{\pi}{4}.$ **C.** $1 - \frac{\pi}{3}.$ **D.** $\frac{3\pi}{4} - 2.$

Lời giải

Chọn B

Ta có :

$f(x) = \int (2\sin x - 3\sin^3 x)\mathrm{d}x = \int \sin x(2 - 3\sin^2 x)\mathrm{d}x = \int \sin x(3\cos^2 x - 1)\mathrm{d}x$

$= -\int (3\cos^2 x - 1)\mathrm{d}(\cos x) = -\cos^3 x + \cos x + C.$

Vì $f(\pi) = 0$ nên $-\cos^3\pi + \cos\pi + C = 0 \Leftrightarrow C = 0.$

Vậy $f(x) = -\cos^3 x + \cos x.$

Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{\sin^2 x + 1}\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x - \cos^3 x}{\sin^2 x + 1}\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x(1 - \cos^2 x)}{\sin^2 x + 1}\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x.\sin^2 x}{\sin^2 x + 1}\mathrm{d}x.$

Đặt $\sin x = u;\ \mathrm{d}u = \cos x\mathrm{d}x.$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 0;\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$I=\int_0^1 \frac{u^2}{u^2+1}\mathrm{d}u=\int_0^1\left(1-\frac{1}{u^2+1}\right)\mathrm{d}u=u\Big|_0^1-\int_0^1\frac{1}{u^2+1}\mathrm{d}u$.

Xét $J=\int_0^1\frac{1}{u^2+1}\mathrm{d}u$.

Đặt $u=\tan t,\ t\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{1}{\cos^2 t}\mathrm{d}t=\left(\tan^2 t+1\right)\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $u=0\Rightarrow t=0;\ u=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

$J=\int_0^1\frac{1}{u^2+1}\mathrm{d}u=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan^2 t+1}{\tan^2 t+1}\mathrm{d}t=t\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{4}$.

Vậy $I=1-J=1-\frac{\pi}{4}$.

Câu 287: Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;a]$ thỏa mãn $\begin{cases}f(x).f(a-x)=1\\ f(x)>0,\forall x\in[0;a]\end{cases}$ và $\int_0^a\frac{\mathrm{d}x}{1+f(x)}=\frac{ba}{c}$, trong đó b, c là hai số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $b+c$ có giá trị thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7;21)$. **B.** $(0;9)$. **C.** $(17;20)$. **D.** $(11;22)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=a-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=a;x=a\Rightarrow t=0$.

Lúc đó $I=\int_0^a\frac{\mathrm{d}x}{1+f(x)}=\int_a^0\frac{-\mathrm{d}t}{1+f(a-t)}=\int_0^a\frac{\mathrm{d}x}{1+f(a-x)}=\int_0^a\frac{\mathrm{d}x}{1+\frac{1}{f(x)}}=\int_0^a\frac{f(x)\mathrm{d}x}{1+f(x)}$

Suy ra $2I=I+I=\int_0^a\frac{\mathrm{d}x}{1+f(x)}+\int_0^a\frac{f(x)\mathrm{d}x}{1+f(x)}=\int_0^a 1\mathrm{d}x=a$

Do đó $I=\frac{1}{2}a\Rightarrow b=1;c=2\Rightarrow b+c=3$.

Câu 288: Biết $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{\mathrm{d}x}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{2}+c+\frac{1}{2}\ln\left(3\sqrt{2}-3\right)$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\frac{1}{2}$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=\frac{5}{2}$. **D.** $P=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{\mathrm{d}x}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=\int_1^{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{1+x^2}}{2x}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{2}\ln x+\frac{1}{2}x\right)\Big|_1^{\sqrt{3}}-\int_1^{\sqrt{3}}\frac{x\sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x}{2x^2}$.

$=\frac{1}{2}\ln\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}-I$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Xét $I=\int\limits_{1}^{\sqrt{3}}\frac{x\sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x}{2x^2}$.

Đặt $t=\sqrt{1+x^2}\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$.

$I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\frac{t^2\mathrm{d}t}{2\left(t^2-1\right)}=\frac{1}{2}\left[t\Big|_{\sqrt{2}}^{2}+\frac{1}{2}\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t\right]=\frac{1}{2}\left[t+\frac{1}{2}\ln\frac{t-1}{t+1}\right]\Big|_{\sqrt{2}}^{2}$

$=\frac{1}{2}\left[2-\sqrt{2}+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right]$

$=\frac{1}{2}\left[2-\sqrt{2}-\frac{1}{2}\ln 3-\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{2}-1\right)^2\right]=\frac{1}{2}\left[2-\sqrt{2}-\ln\sqrt{3}-\ln\left(\sqrt{2}-1\right)\right]$.

Vậy:

$\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}\frac{\mathrm{d}x}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=\frac{1}{2}\ln\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}-\frac{1}{2}\left[2-\sqrt{2}-\ln\sqrt{3}-\ln\left(\sqrt{2}-1\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln\left(3\sqrt{2}-3\right)$

Vậy $P=a+b+c=-\frac{1}{2}$.

Câu 289: Biết rằng $\int\limits_{4}^{a+\sqrt{b}}\frac{1}{\sqrt{-x^2+6x-5}}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{6}$ trong đó a, b là các số nguyên dương và $4<a+\sqrt{b}<5$. Tổng $a+b$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_{4}^{a+\sqrt{b}}\frac{1}{\sqrt{-x^2+6x-5}}\mathrm{d}x=\int\limits_{4}^{a+\sqrt{b}}\frac{1}{\sqrt{4-\left(x-3\right)^2}}\mathrm{d}x$.

Đặt $x-3=2\sin t$, $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, $\mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận $x=4\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$, $x=a+\sqrt{b}\Rightarrow t=\arcsin\frac{a+\sqrt{b}-3}{2}=m$.

$\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{m}\frac{2\cos t}{\sqrt{4-4\sin^2 t}}\mathrm{d}t=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{m}\mathrm{d}t=t\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{m}=m-\frac{\pi}{6}$.

Theo đề ta có $m-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow\arcsin\frac{a+\sqrt{b}-3}{2}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\frac{a+\sqrt{b}-3}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow a+\sqrt{b}=\sqrt{3}+3$.

Do đó $a=3$, $b=3$, $a+b=6$.

Câu 290: Tính $I=\int\limits_{a}^{b}\frac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\mathrm{d}x$ (với a, b là các số thực dương cho trước).

A. $I=\frac{2b}{a^2+b^2}$. **B.** $I=\frac{b}{a^2+b}$.

C. $I=\frac{b}{a+b^2}$. **D.** $I=\frac{(a-1)(b-1)}{(a+b^2)(a+1)}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn D

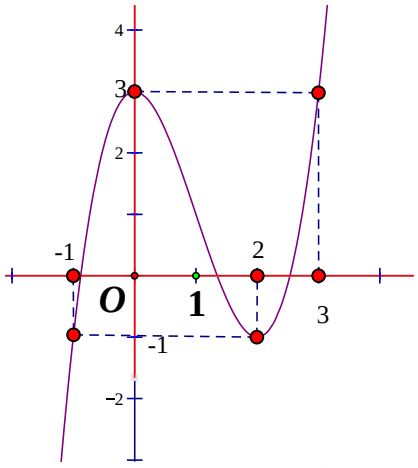
$I=\int\limits_{a}^{b}\dfrac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\mathrm{d}x=\int\limits_{a}^{b}\dfrac{\dfrac{a}{x^2}-1}{\left(\dfrac{a}{x}+x\right)^2}\mathrm{d}x.$

Đặt $t=\dfrac{a}{x}+x\Rightarrow \mathrm{d}t=\left(-\dfrac{a}{x^2}+1\right)\mathrm{d}x.$

Đổi cận: $x=a\Rightarrow t=1+a;\ x=b\Rightarrow t=\dfrac{a}{b}+b.$

Khi đó: $I=\int\limits_{1+a}^{\frac{a}{b}+b}\dfrac{-1}{t^2}\mathrm{d}t=\dfrac{1}{t}\Big|_{1+a}^{\frac{a}{b}+b}=\dfrac{1}{t}\Big|_{1+a}^{\frac{a+b^2}{b}}=\dfrac{b}{a+b^2}-\dfrac{1}{1+a}=\dfrac{(a-b)(b-1)}{\left(a+b^2\right)(a+1)}.$

Câu 291: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hình bên. Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{2}f'\left(2x-1\right)\mathrm{d}x.$



A. $I=1.$ **B.** $I=-1.$ **C.** $I=-2.$ **D.** $I=2.$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta có đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ đi qua các điểm $\left(-1;-1\right),\left(0;3\right),\left(2;-1\right),\left(3;3\right)$ nên hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x^2+3.$

Ta có: $I=\int\limits_{1}^{2}f'\left(2x-1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\limits_{1}^{2}f'\left(2x-1\right)\mathrm{d}\left(2x-1\right)=\dfrac{1}{2}f\left(2x-1\right)\Big|_1^2=\dfrac{1}{2}\left[f\left(3\right)-f\left(1\right)\right]=1$

Câu 292: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f\left(x^3+x-1\right)+f\left(-x^3-x-1\right)=-6x^6-12x^4-6x^2-2,\forall x\in\mathbb{R}.$ Tính tích phân $\int\limits_{-3}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x.$

A. $-36.$ **B.** $4.$ **C.** $32.$ **D.** $-20.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $a=x^3+x-1,$ khi đó ta có $f\left(a\right)+f\left(-a-2\right)=-6\left(a+1\right)^2-2\ \left(1\right).$ Hàm số $f\left(a\right)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lúc đó ycbt trở thành tính giá trị của tích phân $\int\limits_{-3}^{1} f(a)\mathrm{d}a$.

Lấy tích phân hai vế của (1), ta được

$$\int\limits_{-3}^{1} f(a)\mathrm{d}a+\int\limits_{-3}^{1} f(-a-2)\mathrm{d}a=\int\limits_{-3}^{1}\left(-6(a+1)^2-2\right)\mathrm{d}a=-40\ (2).$$

Từ tích phân $\int\limits_{-3}^{1} f(-a-2)\mathrm{d}a$ ta đặt $t=-a-2\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}a$. Khi $\begin{cases}a=-3\Rightarrow t=1\\ a=1\Rightarrow t=-3\end{cases}$.

Tích phân trên thành $\int\limits_{-3}^{1} f(t)\mathrm{d}t$, kết hợp với $(2)\to 2\int\limits_{-3}^{1} f(a)\mathrm{d}a=-40\Leftrightarrow \int\limits_{-3}^{1} f(a)\mathrm{d}a=-20.$

Câu 293: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1;1]$ và thỏa $f(1)=0$, $\left(f'(x)\right)^2+4f(x)=8x^2+16x-8$ với mọi x thuộc $[-1;1]$. Giá trị của $\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{5}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $I=\int\limits_{-1}^{1} 2f(x)\mathrm{d}x$.

Dùng tích phân từng phần, ta có: $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=2\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=2x+2\end{cases}$.

$$I=(2x+2)f(x)\Big|_{-1}^{1}-\int\limits_{-1}^{1}(2x+2)f'(x)\mathrm{d}x=4f(1)-\int\limits_{-1}^{1}(2x+2)f'(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{-1}^{1}(2x+2)f'(x)\mathrm{d}x.$$

Ta có $\left(f'(x)\right)^2+4f(x)=8x^2+16x-8$

$$\Rightarrow\int\limits_{-1}^{1}\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x+2\int\limits_{-1}^{1}2f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}(8x^2+16x-8)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{-1}^{1}\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x-2\int\limits_{-1}^{1}(2x+2)f'(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{1}(2x+2)^2\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}(8x^2+16x-8)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{1}(2x+2)^2\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{-1}^{1}\left[f'(x)-(2x+2)\right]^2\mathrm{d}x=0$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=2x+2\Rightarrow f(x)=x^2+2x+C,\ C\in\mathbb{R}.$$

Mà $f(1)=0\Rightarrow C=-3\Rightarrow f(x)=x^2+2x-3\Rightarrow\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}(x^2+2x-3)\mathrm{d}x=-\frac{5}{3}$.

Câu 294: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[1;+\infty)$, biết $x.f'(x)-2\sqrt{1+\ln x}=0$ và $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{3}$. Tính giá trị của $T=f(e)$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{16}$. **B.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{1-8\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{1+8\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

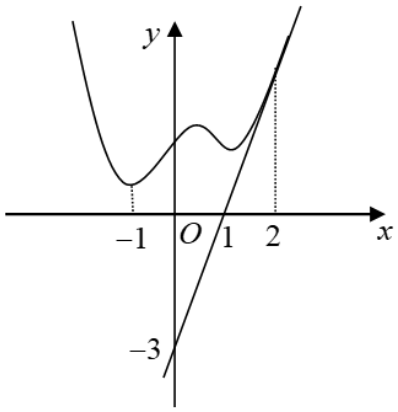
Hàm số $f(x)$ xác định trên $[1;+\infty)$ nên $x.f'(x)-2\sqrt{1+\ln x}=0 \Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{2\sqrt{1+\ln x}}{x}$ (1).

Lấy tích phân hai vế (1) trên đoạn $\left[\dfrac{1}{e};e\right]$, ta được $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e} f'(x)\mathrm{d}x=\int_{\frac{1}{e}}^{e}\dfrac{2\sqrt{1+\ln x}}{x}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow f(e)-f\left(\dfrac{1}{e}\right)=2\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}\sqrt{1+\ln x}\,\mathrm{d}(1+\ln x) \Leftrightarrow f(e)-\dfrac{1}{3}=\left[\dfrac{4}{3}\sqrt{(1+\ln x)^3}\right]_{\frac{1}{e}}^{e}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$

Khi đó $T=f(e)=\dfrac{1+8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 295: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=-1$, có đồ thị như hình vẽ và đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 2. Tính $\displaystyle\int_1^4 f''(x-2)\mathrm{d}x$.



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\displaystyle\int_1^4 f''(x-2)\mathrm{d}x=f'(x-2)\Big|_1^4=f'(2)-f'(-1)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta: y=3x-3$. Suy ra $f'(2)=3$. Lại có $f'(-1)=0$.

Vậy $\displaystyle\int_1^4 f''(x-2)\mathrm{d}x=3$.

Câu 296: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=3$, $\displaystyle\int_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\dfrac{4}{11}$ và $\displaystyle\int_0^1 x^4 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{7}{11}$. Giá trị của $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ là

A. $\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{23}{7}$. **C.** $\dfrac{35}{11}$. **D.** $\dfrac{65}{21}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $\displaystyle\int_0^1 x^4 f(x)dx=\dfrac{7}{11}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = x^4 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x)dx \\ v = \dfrac{x^5}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow \int_0^1 x^4 f(x)dx = \frac{1}{5}x^5 f(x)\Big|_0^1 - \frac{1}{5}\int_0^1 x^5 f'(x)dx = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}\int_0^1 x^5 f'(x)dx = \frac{1}{5}x^5 f(x)\Big|_0^1 - \frac{1}{5}\int_0^1 x^5 f'(x)dx$

(vì $f(1)=3$)

$\Rightarrow \int_0^1 x^5 f'(x)dx = 5\left(\frac{3}{5} - \frac{7}{11}\right) = -\frac{2}{11}.$

Xét $\begin{cases} \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \dfrac{4}{11} \\ \int_0^1 x^5 f'(x)dx = -\dfrac{2}{11} \\ \int_0^1 x^{10}dx = \dfrac{1}{11}x^{11}\Big|_0^1 = \dfrac{1}{11} \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + 4\int_0^1 x^5 f'(x)dx + 4\int_0^1 x^{10}dx = 0$

$\Rightarrow \int_0^1 \left[\left(f'(x) + 2x^5\right)\right]^2 dx = 0 \Rightarrow f'(x) = -2x^5 \Rightarrow f(x) = \frac{-x^6}{3} + C$. Do $f(1)=3 \Rightarrow C = \frac{10}{3}$ nên

$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(\frac{-x^6}{3} + \frac{10}{3}\right)dx = \frac{23}{7}$

Câu 297: Cho hàm số $f(x)$ có $f(\sqrt{2}) = -2$ và $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{6-x^2}}$, $\forall x \in (-\sqrt{6};\sqrt{6})$. Khi đó $\int_0^{\sqrt{3}} f(x).\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{3\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi+2}{4}$. **C.** $\frac{3\pi+6}{4}$. **D.** $-\frac{3\pi+6}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\forall x \in (-\sqrt{6};\sqrt{6}) \Rightarrow f(x) = \int f'(x).\mathrm{d}x = \int \frac{x}{\sqrt{6-x^2}}.\mathrm{d}x$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{6-x^2}}.\mathrm{d}(6-x^2) = -\frac{1}{2}.2\sqrt{6-x^2} + C.$

Mà $f(\sqrt{2}) = -2 \Leftrightarrow -\sqrt{6-2} + C = -2 \Leftrightarrow C = 0.$

Suy ra $f(x) = -\sqrt{6-x^2}$.

Do đó $I = \int_0^{\sqrt{3}} f(x).\mathrm{d}x = -\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{6-x^2}.\mathrm{d}x$.

Đặt $x = \sqrt{6}\sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \sqrt{6}\cos t.\mathrm{d}t$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Suy ra $I=-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{6-6\sin^2 t}.\sqrt{6}.\cos t.\mathrm{d}t=-6\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 t.\mathrm{d}t=-3\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos 2t+1).\mathrm{d}t=-3\left(\frac{1}{2}\sin 2t+t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$

$=-3\left(\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{3\pi+6}{4}$.

Câu 298: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn: $f(1)=0, \int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^1 x^2.f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{7}{5}$. **C.** $I=4$. **D.** $I=\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Xét tích phân $\int\limits_0^1 x^2.f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=x^2\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\frac{x^3}{3}\end{cases}$

$\frac{1}{3}=\int\limits_0^1 x^2.f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}f(x)\Big|_0^1-\frac{1}{3}\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x=-1$

$\int\limits_0^1 x^6\mathrm{d}x=\frac{1}{7}$.

Ta có: $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x+14\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x+49\int\limits_0^1 x^6\mathrm{d}x=0\Rightarrow\int\limits_0^1\left(f'(x)+7x^3\right)^2\mathrm{d}x=0$

Mà $\int\limits_0^1\left(f'(x)+7x^3\right)^2\mathrm{d}x\ge 0$. Dấu "=" xảy ra khi $f'(x)+7x^3=0\Rightarrow f'(x)=-7x^3$

$\Rightarrow f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=-\int 7x^3\mathrm{d}x=-\frac{7x^4}{4}+C$.

$f(1)=0\Rightarrow C=\frac{7}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}$.

$I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}\right)\mathrm{d}x=-\frac{7x^5}{20}\Big|_0^1+\frac{7x}{4}\Big|_0^1=-\frac{7}{20}+\frac{7}{4}=\frac{7}{5}$.

Câu 299: Biết rằng $\int\limits_0^1\frac{\mathrm{d}x}{3x+5\sqrt{3x+1}+7}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. $I=4$. **B.** $I=3$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $A=\int\limits_0^1\frac{\mathrm{d}x}{3x+5\sqrt{3x+1}+7}$.

Đặt $t=\sqrt{3x+1}\Rightarrow t^2=3x+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=1\Rightarrow t=2$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$A=\frac{2}{3}\int_1^2\frac{t\mathrm{d}t}{t^2+5t+6}$$

$$=\frac{2}{3}\int_1^2\frac{t}{(t+2)(t+3)}\mathrm{d}t=\frac{2}{3}\int_1^2\left(\frac{-2}{t+2}+\frac{3}{t+3}\right)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{2}{3}\left(-2\ln|t+2|+3\ln|t+3|\right)\Big|_1^2$$

$$=\frac{2}{3}\left(-2\ln 4+3\ln 5+2\ln 3-3\ln 4\right)=\frac{2}{3}\left(-10\ln 2+2\ln 3+3\ln 5\right)=-\frac{20}{3}\ln 2+\frac{4}{3}\ln 3+2\ln 5.$$

Vậy: $a+b+c=-\frac{20}{3}+\frac{4}{3}+2=-\frac{10}{3}$.

Câu 300: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính

$$I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}f(x)dx.$$

A. $I=6$ **B.** $I=-2$ **C.** $I=0$ **D.** $I=-6$

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=-t$. Khi đó $\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{0}f(x)\mathrm{d}x=\int_{\frac{3\pi}{2}}^{0}f(-t)\mathrm{d}(-t)=-\int_{\frac{3\pi}{2}}^{0}f(-t)\mathrm{d}t=\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}f(-x)\mathrm{d}x$

Ta có: $I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{0}f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x=\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}f(-x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x$

Hay $I=\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}\left(f(-x)+f(x)\right)\mathrm{d}x=\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}\sqrt{2+2\cos 2x}\,\mathrm{d}x=\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}\sqrt{2(1+\cos 2x)}\,\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow I=\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}\sqrt{4\cos^2 x}\,\mathrm{d}x=2\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos x|\mathrm{d}x=2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,\mathrm{d}x-2\int_{\frac{\pi}{2}}^{3\frac{\pi}{2}}\cos x\,\mathrm{d}x$

Vậy $I=2\sin x\,|_0^{\frac{\pi}{2}}-2\sin x\,|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}=6.$

Câu 301: Biết rằng $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{(\sin x+\cos x)^3}\mathrm{d}x=-a+\frac{b}{c}\sqrt{3}$ với a,b,c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $a+b-c$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{(\sin x+\cos x)^3}\mathrm{d}x$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\frac{1}{\sin^2 x}}{(1+\cot x)^3}\mathrm{d}x=-\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cot x)^{-3}\,\mathrm{d}(1+\cot x)=\frac{1}{2}(1+\cot x)^{-2}\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}=-1+\frac{3}{4}\sqrt{3}.$$

Suy ra $a=1, b=3, c=4$. Vậy $a+b-c=0$.

Câu 302: Cho $\int_0^1\frac{(x^2+x)\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x=a.\mathrm{e}+b\ln(\mathrm{e}+c)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b-c$.

A. $P=1$. **B.** $P=0$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int_0^1\frac{(x^2+x)\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x=\int_0^1\frac{(x+1)\mathrm{e}^x x\mathrm{e}^x}{x\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=x\mathrm{e}^x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=(1+x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=1\Rightarrow t=\mathrm{e}+1$.

Khi đó: $I=\int_1^{\mathrm{e}+1}\frac{t-1}{t}\mathrm{d}t=\int_1^{\mathrm{e}+1}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t=\left(t-\ln|t|\right)\Big|_1^{\mathrm{e}+1}=\mathrm{e}-\ln(\mathrm{e}+1)$.

Suy ra: $a=1$, $b=-1$, $c=1$.

Vậy: $P=a+2b-c=-2$.

Câu 303: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(\tan x)=\cos^4 x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{2+\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi+2}{8}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\tan x$. Ta có $\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x=1+t^2\Rightarrow\cos^4 x=\frac{1}{(1+t^2)^2}\Rightarrow f(t)=\frac{1}{(1+t^2)^2}$

$I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\frac{1}{(1+x^2)^2}\mathrm{d}x$.

Đặt $x=\tan u,\left(\frac{-\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \mathrm{d}x=(1+\tan^2 u)\mathrm{d}u$; đổi cận: $x=0\Rightarrow u=0$; $x=1\Rightarrow u=\frac{\pi}{4}$

.

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1+\tan^2 u}{(1+\tan^2 u)^2}\mathrm{d}u=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\left(\frac{1}{\cos^2 u}\right)^2}\cdot\frac{1}{\cos^2 u}\mathrm{d}u=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 u\mathrm{d}u=\left(\frac{1}{2}u+\frac{1}{4}\sin 2u\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{2+\pi}{8}$$

Câu 304: Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $f(2)=0$, $\int_1^2\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{45}$ và $\int_1^2(x-1)f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{30}$. Tính $I=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $I=-\frac{1}{36}$. **B.** $I=-\frac{1}{12}$. **C.** $I=\frac{1}{12}$. **D.** $I=-\frac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Xét: $E=\int_1^2(x-1)f(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=(x-1)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\frac{(x-1)^2}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow E=\frac{(x-1)^2}{2}.f(x)\Big|_1^2-\int_1^2\frac{(x-1)^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x=-\int_1^2\frac{(x-1)^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow-\int_1^2\frac{(x-1)^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{30}$

$\Rightarrow\int_1^2(x-1)^2f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{15}$.

Ta có: $\int_1^2(x-1)^4\mathrm{d}x=\frac{1}{5}$ và $\int_1^2\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{45}$.

Ta tìm số k để $\int_1^2\left(f'(x)-k(x-1)^2\right)^2\mathrm{d}x=0$.

$\int_1^2\left(f'(x)-k(x-1)^2\right)^2\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int_1^2\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x-2k\int_1^2f'(x).(x-1)^2\mathrm{d}x+k^2\int_1^2(x-1)^4\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow\frac{1}{45}-2k.\frac{1}{15}+k^2.\frac{1}{5}=0\Leftrightarrow k=\frac{1}{3}$.

Khi đó: $\int_1^2\left(f'(x)-\frac{1}{3}(x-1)^2\right)^2\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow f'(x)-\frac{1}{3}(x-1)^2=0\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{9}(x-1)^3+C$.

Mà $f(2)=0\Rightarrow C=\frac{-1}{9}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(x-1)^3-\frac{1}{9}\Rightarrow\int_1^2f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2\left[\frac{1}{9}(x-1)^3-\frac{1}{9}\right]\mathrm{d}x=-\frac{1}{12}$.

Câu 305: Cho tích phân $I=\int_0^{2\sqrt{2}}\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x$ và $x=4\sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I=-16\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2t\mathrm{d}t$. **B.** $I=8\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\cos2t)\mathrm{d}t$.

C. $I=8\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1-\cos2t)\mathrm{d}t$. **D.** $I=16\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2t\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $x=4\sin t\Rightarrow\mathrm{d}x=4\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=2\sqrt{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{16-16\sin^2t}.4\cos t\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{4}}4|\cos t|.4\cos t\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{4}}4|\cos t|.4\cos t\mathrm{d}t=16\int_0^{\frac{\pi}{4}}|\cos t|.\cos t\mathrm{d}t$.

Mà vì $t\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ thì $\cos t>0$ nên khi đó $I=16\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2t\mathrm{d}t=8\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\cos2t)\mathrm{d}t$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 306: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0)+f(1)=0$. Biết $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x)\cos\pi x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{1}{\pi}$. **B.** $\frac{2}{\pi}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** π.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=\cos\pi x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=-\pi\sin\pi x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

Ta có $\frac{\pi}{2}=\int_0^1 f'(x).\cos\pi x\mathrm{d}x=f(x).\cos\pi x\big|_0^1+\pi\int_0^1 f(x).\sin\pi x\mathrm{d}x$

$=-\left[f(1)+f(0)\right]+\pi\int_0^1 f(x).\sin\pi x\mathrm{d}x\Rightarrow\int_0^1 f(x).\sin\pi dx=\frac{1}{2}$

Xét $\int_0^1\left[f(x)+k.\sin\pi x\right]^2\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x+2k.\int_0^1 f(x).\sin\pi x\mathrm{d}x+k^2.\int_0^1\sin^2(\pi x)\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}k^2+2k.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow(k+1)^2=0\Leftrightarrow k=-1.$

Suy ra $\int_0^1\left[f(x)-\sin\pi x\right]^2\mathrm{d}x=0$.

Vậy $f(x)=\sin\pi x\Rightarrow\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\sin\pi x\mathrm{d}x=-\frac{\cos\pi x}{x}\Big|_0^1=\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi}=\frac{2}{\pi}$

Câu 307: Biết $\int_0^{\pi}\frac{x\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x=\frac{\pi^a}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính $P=2a+b$

.

A. $P=8$. **B.** $P=12$. **C.** $P=6$. **D.** $P=10$.

Lời giải

Chọn A

Xét tích phân $I=\int_0^{\pi}\frac{x\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x$.

Đặt $x=\pi-t\Rightarrow\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.

Khi $x=0$ thì $t=\pi$.

Khi $x=\pi$ thì $t=0$.

Ta có $I=-\int_{\pi}^0\frac{(\pi-t)\sin^{2018}(\pi-t)}{\sin^{2018}(\pi-t)+\cos^{2018}(\pi-t)}\mathrm{d}t=\int_0^{\pi}\frac{(\pi-x)\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x$

$=\pi\int_0^{\pi}\frac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x-\int_0^{\pi}\frac{x\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x$

$=\pi\int_0^{\pi}\frac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x-I.$

Suy ra $I=\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}\frac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Xét tích phân $J=\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\frac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x$.

Đặt $x=\frac{\pi}{2}-u\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}u$.

Khi $x=\frac{\pi}{2}$ thì $u=0$.

Khi $x=\pi$ thì $t=-\frac{\pi}{2}$.

Nên $J=-\int\limits_{0}^{-\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2018}\left(\frac{\pi}{2}-u\right)}{\sin^{2018}\left(\frac{\pi}{2}-u\right)+\cos^{2018}\left(\frac{\pi}{2}-u\right)}\mathrm{d}u=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\frac{\cos^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x$.

Vì hàm số $f(x)=\frac{\cos^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}$ là hàm số chẵn nên:

$$\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\frac{\cos^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x$$

Từ đó ta có:

$$I=\frac{\pi}{2}\int\limits_{0}^{\pi}\frac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\pi}{2}\left(\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\frac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x\right)$$

$$=\frac{\pi}{2}\left(\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x\right)$$

$$=\frac{\pi}{2}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}{\sin^{2018}x+\cos^{2018}x}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}x=\frac{\pi^2}{4}.$$

Như vậy $a=2$, $b=4$. Do đó $P=2a+b=2.2+4=8$.

Câu 308: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[1;+\infty)$, biết $x.f'(x)-2\sqrt{1+\ln x}=0$ và $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{3}$. Tính giá trị của $T=f(e)$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{16}$. **B.** $\frac{1-8\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{1+8\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f(x)$ xác định trên $[1;+\infty)$ nên $x.f'(x)-2\sqrt{1+\ln x}=0\Leftrightarrow f'(x)=\frac{2\sqrt{1+\ln x}}{x}\ (1)$.

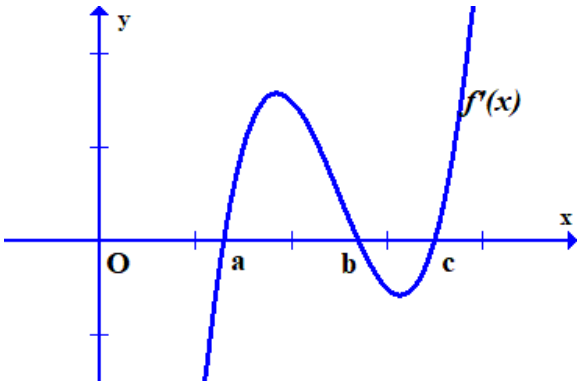
Lấy tích phân hai vế (1) trên đoạn $\left[\frac{1}{e};e\right]$, ta được $\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e}f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{2\sqrt{1+\ln x}}{x}\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$\Leftrightarrow f(e)-f\left(\frac{1}{e}\right)=2\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e}\sqrt{1+\ln x}\,\mathrm{d}(1+\ln x)\Leftrightarrow f(e)-\frac{1}{3}=\left[\frac{4}{3}\sqrt{(1+\ln x)^3}\right]_{\frac{1}{e}}^{e}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$$

Khi đó $T=f(e)=\dfrac{1+8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 309: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như trong hình vẽ bên.

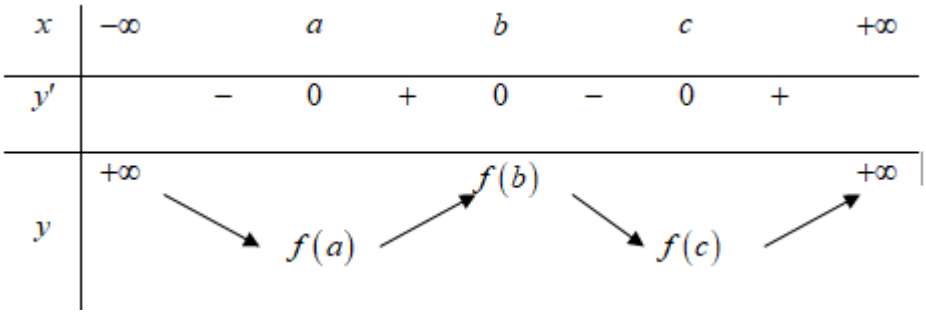


Hỏi phương trình $f(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm biết $f(a)>0$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C



Mặt khác

$$\int\limits_a^b f'(x)\mathrm{d}x>\int\limits_b^c f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow f(x)\big|_a^b>-f(x)\big|_b^c\Leftrightarrow f(b)-f(a)>-f(c)+f(b)\Leftrightarrow f(a)<f(c)$$

Mà $f(a)>0$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 310: Biết rằng $I=\displaystyle\int\limits_1^e\frac{\ln x}{x\left(\ln^2 x+1\right)}\mathrm{d}x=a\ln 2+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $ab=2$. **B.** $a^2+b^2=4$. **C.** $a-b=1$. **D.** $2a+b=1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\ln^2 x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{2\ln x}{x}\mathrm{d}x\Rightarrow\dfrac{\ln x}{x}\mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}t}{2}$. Đổi cận: $\begin{cases}x=1\to t=1\\ x=e\to t=2\end{cases}$.

Khi đó $I=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int\limits_1^2\frac{\mathrm{d}t}{t}=\frac{1}{2}\ln|t|\Big|_1^2=\frac{1}{2}\ln 2\Rightarrow a=\frac{1}{2},\ b=0$.

Câu 311: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $f(2)=3$, $\displaystyle\int\limits_0^2\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=4$ và $\displaystyle\int\limits_0^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$. Tích phân $\displaystyle\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{562}{115}$ **B.** $\frac{266}{115}$ **C.** $\frac{297}{115}$ **D.** $\frac{2}{115}$

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết: $\int_0^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3} \Rightarrow \int_0^2 3x^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$.

Tính: $I = \int_0^2 3x^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases} u = f(x) \\ \mathrm{d}v = 3x^2\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(x)\mathrm{d}x \\ v = x^3 \end{cases}$.

Ta có: $I = \int_0^2 3x^2 f(x)\mathrm{d}x = x^3.f(x)\Big|_0^2 - \int_0^2 x^3.f'(x)\mathrm{d}x = 24 - \int_0^2 x^3.f'(x)\mathrm{d}x$, (vì) $f(2) = 3$

Mà: $I = \int_0^2 3x^2 f(x)\mathrm{d}x = 1 \Rightarrow 1 = 24 - \int_0^2 x^3.f'(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_0^2 x^3.f'(x)\mathrm{d}x = 23 \Leftrightarrow \frac{4}{23}\int_0^2 x^3.f'(x)\mathrm{d}x = 4$

$\Leftrightarrow \frac{4}{23}\int_0^2 x^3.f'(x)\mathrm{d}x = \int_0^2 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x$, (theo giả thiết:) $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 4$

$\Leftrightarrow \int_0^2 \left[\frac{4}{23}x^3.f'(x) - \left[f'(x)\right]^2\right]\mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \int_0^2 f'(x)\left[\frac{4}{23}x^3 - f'(x)\right]\mathrm{d}x = 0$

$\Rightarrow \frac{4}{23}x^3 - f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{4}{23}x^3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{23}x^4 + C$

Với $f(2) = 3 \Rightarrow 3 = \frac{16}{23} + C \Rightarrow C = \frac{53}{23}$.

Khi đó: $f(x) = \frac{1}{23}x^4 + \frac{53}{23}$.

Vậy $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^2 \left(\frac{1}{23}x^4 + \frac{53}{23}\right)\mathrm{d}x = \left(\frac{1}{115}x^5 + \frac{53}{23}x\right)\Big|_0^2 = \frac{562}{115}$.

Câu 312: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 \left(f'(x)\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{4}{3} - \ln 3$ và $\int_0^1 \frac{4f(x)}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x = 2\ln 3 - \frac{8}{3}$. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{f(x)}{4}\mathrm{d}x$ bằng.

A. $-\ln\frac{3}{16}$. **B.** $-\frac{\ln 3}{16}$. **C.** $\frac{4-\ln 3}{3}$. **D.** $\frac{1-3\ln 3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta tính. $\int_0^1 \frac{4f(x)}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x = 2\ln 3 - \frac{8}{3} \Leftrightarrow \int_0^1 \frac{f(x)}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln 3 - \frac{2}{3}$

Đặt: $\begin{cases} u = f(x) \\ \mathrm{d}v = \frac{1}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(x)\mathrm{d}x \\ v = -\frac{1}{2}.\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{2} = \frac{x}{2x+1} \end{cases}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$\frac{1}{2}\ln 3-\frac{2}{3}=\int_0^1\frac{f(x)}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x=-\frac{xf(x)}{2x+1}\Big|_0^1-\int_0^1\frac{xf'(x)}{2x+1}\mathrm{d}x=-\int_0^1\frac{x}{2x+1}f'(x)\mathrm{d}x$$

$$\Rightarrow\int_0^1\frac{x}{2x+1}f'(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\ln 3+\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow 4\int_0^1\frac{x}{2x+1}f'(x)\mathrm{d}x=-2\ln 3+\frac{8}{3}$$

Tính tích phân: $\int_0^1\left(\frac{x}{2x+1}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int_0^1\left(\frac{2x}{2x+1}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int_0^1\left(1-\frac{1}{2x+1}\right)^2\mathrm{d}x$

$$=\frac{1}{4}\int_0^1\left(1-\frac{2}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{4}\left(x-\ln|2x+1|-\frac{1}{2(2x+1)}\right)\Big|_0^1=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\ln 3$$

$$\Rightarrow 4\int_0^1\left(\frac{x}{2x+1}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{4}{3}-\ln 3$$

$$\Rightarrow\int_0^1\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x-4\int_0^1\frac{x}{2x+1}f'(x)\mathrm{d}x+4\int_0^1\left(\frac{x}{2x+1}\right)^2\mathrm{d}x=0$$

$$\Leftrightarrow\int_0^1\left(f'(x)-\frac{2x}{2x+1}\right)^2\mathrm{d}x=0\Rightarrow f'(x)=\frac{2x}{2x+1}=1-\frac{1}{2x+1}$$

$$\Rightarrow f(x)=x-\frac{1}{2}\ln(2x+1)+C \text{ vì } x\in(0;1)$$

Vì $f(1)=0\Rightarrow C=\frac{1}{2}\ln 3-1$

$$\Rightarrow I=\int_0^1\frac{f(x)}{4}\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\int_0^1\left(x-\frac{1}{2}\ln(2x+1)+\frac{1}{2}\ln 3-1\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{4}\int_0^1\left(x+\frac{1}{2}\ln 3-1\right)\mathrm{d}x-\frac{1}{8}\int_0^1\ln(2x+1)\mathrm{d}x$$

$$A=\frac{1}{4}\int_0^1\left(x+\frac{1}{2}\ln 3-1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}\ln 3-x\right)\Big|_0^1=-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\ln 3$$

$$B=\int_0^1\ln(2x+1)\mathrm{d}x \text{ đặt } \begin{cases}u=\ln(2x+1)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{2}{2x+1}\mathrm{d}x\\ x=x\end{cases}$$

$$\Rightarrow B=x\ln(2x+1)\Big|_0^1-\int_0^1\frac{2x}{2x+1}\mathrm{d}x=\ln 3-\left(x-\frac{1}{2}\ln(2x+1)\right)\Big|_0^1=\frac{3}{2}\ln 3-1$$

$$\Rightarrow I=A-\frac{1}{8}B=-\frac{1}{16}\ln 3$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 313: Biết $\int\limits_{-1}^{\sqrt{3}-2}\frac{3x-1}{x^2+4x+5}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\ln 2-\frac{c\pi}{d}$, trong đó a,b,c,d là các số nguyên dương và $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\frac{ac}{bd}$ ta được kết quả.

A. $\frac{8}{7}$. **B.** $\frac{7}{8}$. **C.** $\frac{1}{14}$. **D.** $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$\int\limits_{-1}^{\sqrt{3}-2}\frac{3x-1}{x^2+4x+5}\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{\sqrt{3}-2}\frac{3x-1}{(x+2)^2+1}\mathrm{d}x$.

Đặt $x+2=\tan t\Leftrightarrow x=\tan t-2\left(t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\right)\Rightarrow \mathrm{d}x=\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$.

Đổi cận:

$x=\tan t-2$	-1	$\sqrt{3}-2$
t	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{3(\tan t-2)-1}{1+\tan^2 t}\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\left(3(\tan t-2)-1\right)\mathrm{d}t$

$=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}(3\tan t-7)\mathrm{d}t=3\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\tan t\mathrm{d}t-7\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}t=3\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin t}{\cos t}\mathrm{d}t-7t\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$

$=-3\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}(\cos t)}{\cos t}-\frac{7\pi}{12}$

$=-3\ln|\cos t|\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}-\frac{7\pi}{12}=-3\ln\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{7\pi}{12}=\frac{3}{2}\ln 2-\frac{7\pi}{12}=\frac{a}{b}\ln 2-\frac{c\pi}{d}$.

Suy ra $\frac{a}{b}=\frac{3}{2};\frac{c}{d}=\frac{7}{12}$. Vậy $\frac{ac}{bd}=\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{3}{2}.\frac{7}{12}=\frac{7}{8}$.

Câu 314: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3f(x)+f(2-x)=2(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x+1}+4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ ta được kết quả:

A. $I=\mathrm{e}+4$. **B.** $I=\mathrm{e}+2$. **C.** $I=2$. **D.** $I=8$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thuyết ta có $\int\limits_0^2\left[3f(x)+f(2-x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^2\left[2(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x+1}+4\right]\mathrm{d}x\ (*)$.

Ta tính $\int\limits_0^2 f(2-x)\mathrm{d}x=-\int\limits_0^2 f(2-x)\mathrm{d}(2-x)=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Vì vậy $\int_0^2\left[3f(x)+f(2-x)\right]\mathrm{d}x=4\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Hơn nữa $\int_0^2 2(x-1)e^{x^2-2x+1}\mathrm{d}x=\int_0^2 \mathrm{e}^{x^2-2x+1}\mathrm{d}(x^2-2x+1)=\mathrm{e}^{x^2-2x+1}\Big|_0^2=0$ và $\int_0^2 4\mathrm{d}x=8$.

Vậy $4\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=8\Rightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$

Câu 315: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $f^2(1-x)=(x^2+3)f(x+1)$. Biết rằng $f(x)\neq 0,\forall x\in\mathbb{R}$, tính $I=\int_0^2(2x-1)f''(x)dx$

A. 4. **B.** −4. **C.** 8. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases}f^2(1-x)=(x^2+3),f(x+1)\Rightarrow f^4(1-x)=(x^2+3)^2.f^2(x+1)\ (1)\\ f^2(1+x)=(x^2+3).f(1-x)\ (2)\end{cases}$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f(1-x)=x^2+3=(1-x-1)^2+3$

$\Rightarrow f(x)=(x-1)^2+3$

$\Rightarrow f''(x)=2$

$\Rightarrow I=\int_0^2(4x-2)\mathrm{d}x=(2x^2-2x)\Big|_0^2=4$.

Câu 316: Cho $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{5\sin x+7-\cos x(5+2\sin x)}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\sqrt{a}}\ln\dfrac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương, $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Biểu thức $S=abc$ bằng

A. 48. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{5\sin x+7-\cos x(5+2\sin x)}\mathrm{d}x$

$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x+\cos x)}{1-\sin 2x+5(\sin x-\cos x)+6}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x+\cos x}{(\sin x-\cos x)^2+5(\sin x-\cos x)+6}\mathrm{d}x$.

Đặt: $t=\sin x-\cos x\Rightarrow\mathrm{d}t=(\cos x+\sin x)\mathrm{d}x$. Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=-1\\ x=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow t=0\end{cases}$.

$\longrightarrow I=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\int_{-1}^{0}\dfrac{\mathrm{d}t}{x^2+5x+6}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$=\frac{1}{\sqrt{2}}\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{t+2}-\frac{1}{t+3}\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\frac{t+2}{t+3}\right|\Bigg|_{-1}^{0}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\ln\frac{2}{3}-\ln\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\frac{4}{3}=\frac{1}{\sqrt{a}}\ln\frac{b}{c}$.

Suy ra: $a=2;b=4;c=3$. Vậy $S=abc=2.4.3=24$.

Câu 317: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $\int_1^2(x-1)^2 f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}$, $f(2)=0$ và $\int_1^2\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=7$. Tính tích phân $I=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=-\frac{7}{5}$. **B.** $I=-\frac{7}{20}$. **C.** $I=\frac{7}{20}$. **D.** $I=\frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u=f(x)\Rightarrow \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}v=(x-1)^2\mathrm{d}x\Rightarrow v=\frac{(x-1)^3}{3}$

Ta có $-\frac{1}{3}=\int_1^2(x-1)^2 f(x)\mathrm{d}x=\frac{(x-1)^3}{3}.f(x)\Big|_1^2-\int_1^2\frac{(x-1)^3}{3}f'(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}\int_1^2(x-1)^3 f'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_1^2(x-1)^3 f'(x)\mathrm{d}x=1\Rightarrow-\int_1^2 2.7(x-1)^3 f'(x)\mathrm{d}x=-14$

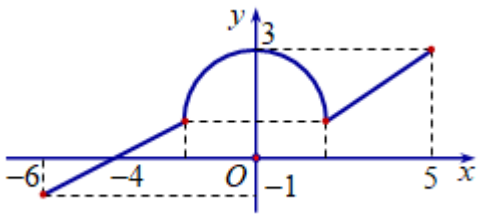
Tính được $\int_1^2 49(x-1)^6\mathrm{d}x=7\Rightarrow\int_1^2\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x-\int_1^2 2.7(x-1)^3 f'(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 49(x-1)^6\mathrm{d}x=0$

$\Rightarrow\int_1^2\left[7(x-1)^3-f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=0\Rightarrow f'(x)=7(x-1)^3\Rightarrow f(x)=\frac{7(x-1)^4}{4}+C$.

Do $f(2)=0\Rightarrow f(x)=\frac{7(x-1)^4}{4}-\frac{7}{4}$.

Vậy $I=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2\left[\frac{7(x-1)^4}{4}-\frac{7}{4}\right]\mathrm{d}x=-\frac{7}{5}$.

Câu 318: Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6;5]$, có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ. Tính giá trị $I=\int_{-6}^{5}\left[f(x)+2\right]\mathrm{d}x$.



A. $I=2\pi+33$. **B.** $I=2\pi+34$. **C.** $I=2\pi+35$. **D.** $I=2\pi+32$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Ta có $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x+2 & \text{khi } -6\le x\le -2\\ 1+\sqrt{4-x^2} & \text{khi } -2\le x\le 2\\ \frac{2}{3}x-\frac{1}{3} & \text{khi } 2\le x\le 5\end{cases}$.

$I=\int\limits_{-6}^{5}\left[f(x)+2\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-6}^{5}f(x)\mathrm{d}x+2\int\limits_{-6}^{5}\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{-6}^{-2}\left(\frac{1}{2}x+2\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{-2}^{2}\left(1+\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{5}\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x+22$

$=\left(\frac{1}{4}x^2+2x\right)\Big|_{-6}^{-2}+J+\left(\frac{1}{3}x^2-\frac{x}{3}\right)\Big|_{2}^{5}+22=J+28.$

Tính $J=\int\limits_{-2}^{2}\left(1+\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x$

Đặt $x=2\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: Khi $x=2$ thì $t=-\frac{\pi}{2}$; khi $x=2$ thì $t=\frac{\pi}{2}$.

$J=\int\limits_{-2}^{2}\left(1+\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x=4+4\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}t=4+2\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}t=4+2\pi$. Vậy $I=32+2\pi$.

Câu 319: Cho $\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}\frac{2\ln x+1}{x\left(\ln x+2\right)^2}\mathrm{d}x=\ln\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b+c+d$?

A. 18. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 17.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\ln x+2\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}x}{x}$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2$; $x=\mathrm{e}\Rightarrow t=3$.

Khi đó: $I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}\frac{2\ln x+1}{x\left(\ln x+2\right)^2}\mathrm{d}x=\int\limits_{2}^{3}\frac{2t-3}{t^2}\mathrm{d}t=\int\limits_{2}^{3}\left(\frac{2}{t}-\frac{3}{t^2}\right)\mathrm{d}t=\left(2\ln|t|+\frac{3}{t}\right)\Big|_{2}^{3}=\ln\frac{9}{4}-\frac{1}{2}$.

Vậy $a+b+c+d=9+4+1+2=16$.

Câu 320: Biết $I=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\frac{\mathrm{d}x}{e^x+2e^{-x}-3}=3\ln a-\ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=ab$.

A. $P=-10$. **B.** $P=10$. **C.** $P=15$. **D.** $P=20$.

Lời giải.

Chọn B

Ta có $I=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\frac{\mathrm{d}x}{e^x+2e^{-x}-3}=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\frac{e^x\mathrm{d}x}{e^{2x}-3e^x+2}$.

Đặt: $t=e^x\Rightarrow \mathrm{d}t=e^x\mathrm{d}x$. Đổi cận: $\begin{cases}x=\ln 3\Rightarrow t=3\\ x=\ln 6\Rightarrow t=6\end{cases}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Khi đó $I=\int_3^6 \frac{1}{t^2-3t+2}\mathrm{d}t=\int_3^6\left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t-1}\right)\mathrm{d}t=\ln\frac{t-2}{t-1}\Big|_3^6=\ln\frac{4}{5}-\ln\frac{1}{2}=\ln\frac{8}{5}=3\ln 2-\ln 5.$

Suy ra $a=2$, $b=5$. Vậy, $P=ab=10$.

Câu 321: Biết tích phân $\int_0^{\ln 6}\frac{\mathrm{e}^x}{1+\sqrt{\mathrm{e}^x+3}}\mathrm{d}x=a+b\ln 2+c\ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{\mathrm{e}^x+3}\Rightarrow t^2=\mathrm{e}^x+3\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Đổi cận $\begin{cases}x=\ln 6\\x=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=3\\t=2\end{cases}$.

$$\int_0^{\ln 6}\frac{\mathrm{e}^x}{1+\sqrt{\mathrm{e}^x+3}}\mathrm{d}x=\int_2^3\frac{2t\mathrm{d}t}{1+t}$$

$$=\int_2^3\left(2-\frac{2}{1+t}\right)\mathrm{d}t=\left(2t-2\ln|t+1|\right)\Big|_2^3=(6-2\ln 4)-(4-2\ln 3)=2-4\ln 2+2\ln 3\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=-4\\c=2\end{cases}.$$

Vậy $T=0$.

Câu 322: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x}\ (1)$

Đặt $t=1-x\Rightarrow x=1-t$, phương trình (1) trở thành $2f(1-t)+3f(t)=\sqrt{t}$

Thay t bởi x ta được phương trình $3f(x)+2f(1-x)=\sqrt{x}\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}2f(x)+3f(1-x)=\sqrt{1-x}\\3f(x)+2f(1-x)=\sqrt{x}\end{cases}$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\left(3\sqrt{x}-2\sqrt{1-x}\right)$$

$$\Rightarrow\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\int_0^1\left(3\sqrt{x}-2\sqrt{1-x}\right)\mathrm{d}x=\frac{3}{5}\int_0^1\sqrt{x}\mathrm{d}x-\frac{2}{5}\int_0^1\sqrt{1-x}\mathrm{d}x$$

*Xét $I=\int_0^1\sqrt{x}\mathrm{d}x$

Đặt $u=\sqrt{x}\Rightarrow u^2=x\Rightarrow\mathrm{d}x=2u\mathrm{d}u$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=0;x=1\Rightarrow u=1$

$$\Rightarrow I=2\int_0^1 u^2\mathrm{d}u=\frac{2u^3}{3}\Big|_0^1=\frac{2}{3}$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

*Xét $J=\int_0^1 \sqrt{1-x}\,dx$

Đặt $v=\sqrt{1-x}\Rightarrow v^2=1-x\Rightarrow dx=-2v\,dv$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow v=1; x=1\Rightarrow v=0$

$\Rightarrow J=-2\int_1^0 v^2\,dv=2\int_0^1 v^2\,dv=\left.\frac{2v^3}{3}\right|_0^1=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{3}{5}.\frac{2}{3}-\frac{2}{5}.\frac{2}{3}=\frac{2}{15}.$

Câu 323: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;2]$, thỏa các điều kiện $f(2)=1$ và $\int_0^2 f(x)\,dx=\int_0^2 [f'(x)]^2\,dx=\frac{2}{3}$. Giá trị của $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2}\,dx$:

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ dv=dx \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} du=f'(x)dx \\ v=x \end{cases}$

$\Rightarrow \int_0^2 f(x)\,dx=x.f(x)\Big|_0^2-\int_0^2 x.f'(x)\,dx=2-\int_0^2 x.f'(x)\,dx\Rightarrow -\int_0^2 x.f'(x)\,dx=\frac{2}{3}-2=-\frac{4}{3}.$

Ta lại có: $\int_0^2 \frac{1}{4}x^2\,dx=\left.\frac{x^3}{12}\right|_0^2=\frac{2}{3}.$

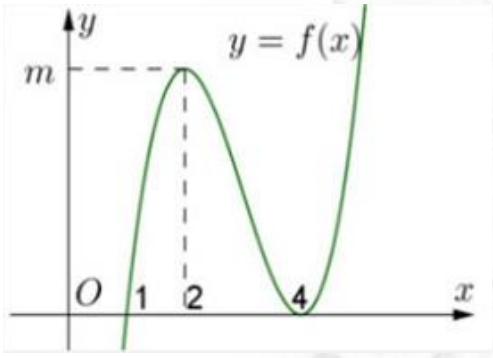
Do đó: $\int_0^2 [f'(x)]^2\,dx-\int_0^2 x.f'(x)\,dx+\int_0^2 \frac{1}{4}x^2\,dx=\frac{2}{3}-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\Leftrightarrow \int_0^2 \left[f'(x)-\frac{1}{2}x\right]^2\,dx=0$

$\Rightarrow f'(x)-\frac{1}{2}x=0$ (vì $\int_0^2 \left[f'(x)-\frac{1}{2}x\right]^2\,dx\ge 0$, $\forall x\in[0;2]$)

$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}x^2+C\Rightarrow f(2)=1+C\Leftrightarrow C=0.$

Vậy $f(x)=\frac{1}{4}x^2\Rightarrow \int_1^2 \frac{f(x)}{x^2}\,dx=\int_1^2 \frac{1}{4}\,dx=\left.\frac{1}{4}x\right|_1^2=\frac{1}{4}.$

Câu 324: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $\int_1^4 |f'(x)|\,dx=12$. Tính $m=f(2)$.



A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 12.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A

Từ đồ thị, ta có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $12=\int_1^4|f'(x)|dx=\int_1^2|f'(x)|dx+\int_2^4|f'(x)|dx \Leftrightarrow 12=\int_1^2 f'(x)dx-\int_2^4 f'(x)dx$

$\Leftrightarrow 12=f(x)\Big|_1^2-f(x)\Big|_2^4 \Leftrightarrow 12=2f(2)-f(1)-f(4) \Leftrightarrow m=6$

Câu 325: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{8}$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{4}$. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}} f(2x)\mathrm{d}x$

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{1}{4}$. **C.** $I=2$. **D.** $I=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{4}$. Đặt $\begin{cases}\sin 2x=u\\ f'(x)\mathrm{d}x=\mathrm{d}v\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2\cos 2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}u\\ f(x)=v\end{cases}$, khi đó

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=\sin 2x.f(x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x$

$=\sin\frac{\pi}{2}.f\left(\frac{\pi}{4}\right)-\sin 0.f(0)-2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x=-2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x$.

Theo đề bài ta có $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x)\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{\pi}{4}\Rightarrow\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{8}$.

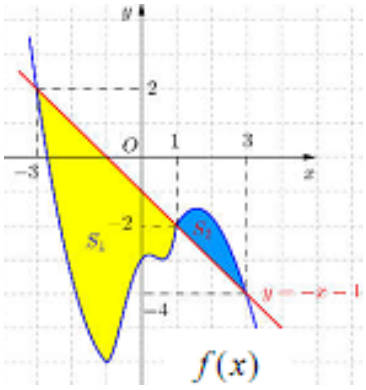
Mặt khác ta lại có $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{8}$.

Do $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left[f(x)-\cos 2x\right]^2\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left[f^2(x)-2f(x).\cos 2x+\cos^2 2x\right]\mathrm{d}x=\left(\frac{\pi}{8}-2\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{8}\right)=0$ nên $f(x)=\cos 2x$.

Ta có $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}}\cos 4x\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\sin 4x\Big|_0^{\frac{\pi}{8}}=\frac{1}{4}$.

Câu 326: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-x-1$ lần lượt là M, m. Tích phân $\int_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $M-m+6$. **B.** $6-m-M$. **C.** $m-M-6$. **D.** $6+m-M$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M=S_1=\int\limits_{-3}^{1}\left(-x-1-f(x)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-3}^{1}(-x-1)\mathrm{d}x-\int\limits_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x=\left(-\dfrac{x^2}{2}-x\right)\Big|_{-3}^{1}=-\int\limits_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x$.

$m=S_2=\int\limits_{1}^{3}\left(f(x)+x+1\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3}(x+1)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x+\left(\dfrac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{1}^{3}=\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x+6$.

$S_1-S_2=-\int\limits_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x-6\Leftrightarrow M-m=-6-\left(\int\limits_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x\right)$

$\Leftrightarrow M-m=-6-\int\limits_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int\limits_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x=m-M+6$

Câu 327: Biết $\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+2.\mathrm{e}^{-x}-3}=3\ln a-\ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=ab$.

A. $P=20$. **B.** $P=15$. **C.** $P=-10$. **D.** $P=10$.

Lời giải

Chọn B

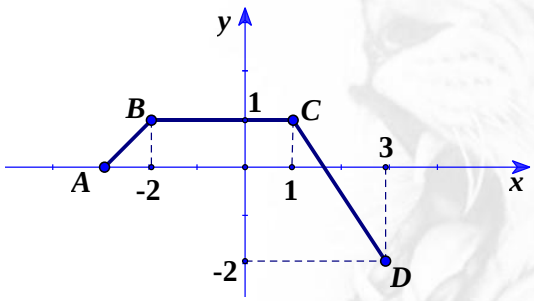
Ta có $I=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+2.\mathrm{e}^{-x}-3}=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6}\dfrac{\mathrm{e}^x\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{2x}+2-3\mathrm{e}^x}$.

Đặt: $t=\mathrm{e}^x\Rightarrow\mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=\ln 3\Rightarrow t=3$, $x=\ln 6\Rightarrow t=6$.

Khi đó $I=\int\limits_{3}^{6}\dfrac{t\mathrm{d}t}{t^2-3t+2}=\int\limits_{3}^{6}\left(\dfrac{1}{t-2}-\dfrac{1}{t-1}\right)\mathrm{d}t=\ln\left|\dfrac{t-2}{t-1}\right|\Big|_{3}^{6}=\ln\dfrac{4}{5}-\ln\dfrac{1}{2}=3\ln 2-\ln 5$.

Suy ra $a=2$, $b=5$. Vậy, $ab=10$.

Câu 328: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



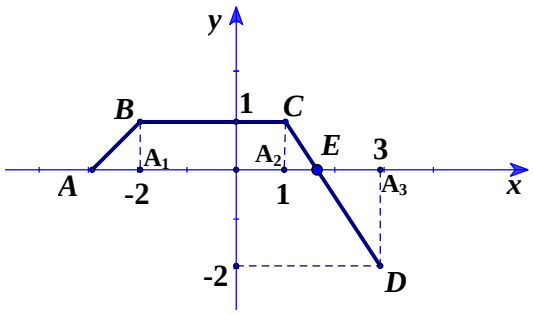
Tính $\int\limits_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{-5}{2}$. **B.** $\frac{35}{6}$. **C.** $\frac{-35}{6}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Phương trình đường thẳng CD đi qua $C(1;1)$ và nhận $\overrightarrow{CD}=(2;-3)$ làm vécto chỉ phương.

Phương trình chính tắc $(CD):\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-3}\Leftrightarrow -3x-2y=-5$.

Đặt $E=(CD)\cap Ox$.

Ta được $\begin{cases}-3x-2y=-5\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{5}{3}\Rightarrow E\left(\frac{5}{3};0\right)\\ y=0\end{cases}$.

Do đó

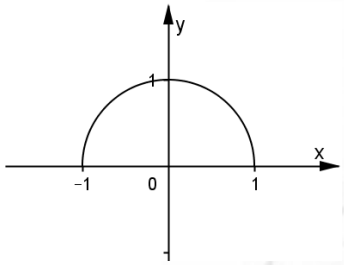
$$\int_{-3}^{3}|f(x)|\mathrm{d}x=\int_{-3}^{-2}|f(x)|\mathrm{d}x+\int_{-2}^{1}|f(x)|\mathrm{d}x+\int_{1}^{\frac{5}{3}}|f(x)|\mathrm{d}x+\int_{\frac{5}{3}}^{3}|f(x)|\mathrm{d}x$$

$$=S_{ABA_1}+S_{A_1BCA_2}+S_{A_2CE}+S_{EDA_3}$$

$$=\frac{1}{2}(1\times1)+(3\times1)+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\times1\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\times2\right)$$

$$=\frac{1}{2}+3+\frac{1}{3}-\frac{4}{3}=\frac{5}{2}.$$

Câu 329: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[-1;1]$ và có đồ thị là nửa đường tròn tâm O bán kính $R=1$, như hình bên. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi^2}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình tròn tâm O bán kính R, được xác định $S=\pi R^2$.

Theo giả thiết $R=1$ nên $S=\pi$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Khi đó, ta có $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}S\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$.

Câu 330: Cho $\int\limits_0^1\frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức a^b+b^a bằng

A. 57. **B.** 145. **C.** 17. **D.** 32.

Lời giải

Chọn C

Tính: $I=\int\limits_0^1\frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\frac{1}{\sqrt{\frac{x+3}{x+1}}}\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}$.

Đặt $t=\sqrt{\frac{x+3}{x+1}}\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\frac{-2}{(x+1)^2}\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}=-t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=\sqrt{3}$, $x=1\Rightarrow t=\sqrt{2}$.

Ta có: $I=\int\limits_0^1\frac{1}{\sqrt{\frac{x+3}{x+1}}}\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}=\int\limits_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}}\frac{1}{t}(-t)\mathrm{d}t=\int\limits_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}\mathrm{d}t=t\Big|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

Mà $\int\limits_0^1\frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ nên suy ra $a=3$, $b=2$.

Từ đó ta có giá trị $a^b+b^a=3^2+2^3=17$.

Câu 331: Biết $\int\limits_0^6\frac{\sqrt{2x+4}\,\mathrm{d}x}{2x+5\sqrt{2x+4}+8}=a+b\ln\frac{5}{3}+c\ln\frac{4}{3}$ $(a,b,c\in\mathbb{Q})$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-4$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=-5$. **D.** $T=-7$.

Lời giải

Chọn B

$I=\int\limits_0^6\frac{\sqrt{2x+4}}{2x+5\sqrt{2x+4}+8}\mathrm{d}x=\int\limits_0^6\frac{2x+4}{2x+4+5\sqrt{2x+4}+4}\mathrm{d}\left(\sqrt{2x+4}\right)$ với $t=\sqrt{2x+4}$.

$\longrightarrow I=\int\limits_2^4\frac{t^2}{t^2+5t+4}\mathrm{d}t$

$=\int\limits_2^4\left(1-\frac{5t+4}{(t+1)(t+4)}\right)\mathrm{d}t=\int\limits_2^4 1\mathrm{d}t+\frac{1}{3}\int\limits_2^4\frac{1}{t+1}\mathrm{d}t-\frac{16}{3}\int\limits_2^4\frac{1}{t+4}\mathrm{d}t=2+\frac{1}{3}\ln\frac{5}{3}-\frac{16}{3}\ln\frac{4}{3}$.

Suy ra $a=2, b=\frac{1}{3}, c=-\frac{16}{3}\Rightarrow a+b+c=-3$.

Câu 332: Cho $\int\limits_0^1\frac{\left(x^2+x\right)\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x=a.\mathrm{e}+b\ln(\mathrm{e}+c)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a+2b-c$.

A. $P=-1$. **B.** $P=0$. **C.** $P=1$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có: $I=\int\limits_0^1\dfrac{\left(x^2+x\right)\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\dfrac{\left(x+1\right)\mathrm{e}^x x\mathrm{e}^x}{x\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=x\mathrm{e}^x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=\left(1+x\right)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1;\ x=1\Rightarrow t=\mathrm{e}+1$.

Khi đó: $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}+1}\dfrac{t-1}{t}\mathrm{d}t=\int\limits_1^{\mathrm{e}+1}\left(1-\dfrac{1}{t}\right)\mathrm{d}t=\left(t-\ln\left|t\right|\right)\Big|_1^{\mathrm{e}+1}=\mathrm{e}-\ln\left(\mathrm{e}+1\right)$.

Suy ra: $a=1,\ b=-1,\ c=1$.

Vậy: $P=a+2b-c=-2$.

Câu 333: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[-1;1\right]$ và thỏa $f\left(1\right)=0$, $\left(f'\left(x\right)\right)^2+4f\left(x\right)=8x^2+16x-8$ với mọi x thuộc $\left[-1;1\right]$. Giá trị của $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $I=\int\limits_{-1}^1 2f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Dùng tích phân từng phần, ta có: $\begin{cases}u=f\left(x\right)\\ \mathrm{d}v=2\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\\ v=2x+2\end{cases}$.

$I=\left(2x+2\right)f\left(x\right)\Big|_{-1}^1-\int\limits_{-1}^1\left(2x+2\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x=4f\left(1\right)-\int\limits_{-1}^1\left(2x+2\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_{-1}^1\left(2x+2\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Ta có $\left(f'\left(x\right)\right)^2+4f\left(x\right)=8x^2+16x-8$

$\Rightarrow\int\limits_{-1}^1\left(f'\left(x\right)\right)^2\mathrm{d}x+2\int\limits_{-1}^1 2f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^1\left(8x^2+16x-8\right)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\limits_{-1}^1\left(f'\left(x\right)\right)^2\mathrm{d}x-2\int\limits_{-1}^1\left(2x+2\right)f'\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^1\left(2x+2\right)^2\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^1\left(8x^2+16x-8\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^1\left(2x+2\right)^2\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\limits_{-1}^1\left[f'\left(x\right)-\left(2x+2\right)\right]^2\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow f'\left(x\right)=2x+2\Rightarrow f\left(x\right)=x^2+2x+C,\ C\in\mathbb{R}$.

Mà $f\left(1\right)=0\Rightarrow C=-3\Rightarrow f\left(x\right)=x^2+2x-3\Rightarrow\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(x^2+2x-3\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{5}{3}$.

Câu 334: Cho $\int\limits_1^2\dfrac{2x-1}{4x^2+4x+1}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\left(\ln a-\ln b\right)+c$, với a,b,c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+10c$ bằng

A. -15. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_1^2\dfrac{2x-1}{4x^2+4x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_1^2\dfrac{2x-1}{\left(2x+1\right)^2}\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $t=2x+1\Rightarrow\begin{cases}2x=t-1\\ \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\end{cases}$

Đổi cận $t=2x+1\Rightarrow\begin{cases}x=1\Rightarrow t=3\\ x=2\Rightarrow t=5\end{cases}$.

Khi đó ta có $\int_1^2\frac{2x-1}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x=\int_3^5\frac{t-2}{2t^2}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left(\int_2^5\frac{\mathrm{d}t}{t}-\int_2^5\frac{2}{t^2}\mathrm{d}t\right)=\left(\frac{1}{2}\ln|t|+\frac{1}{t}\right)\Big|_2^5=\frac{1}{2}(\ln5-\ln2)-\frac{3}{10}$

$\Rightarrow a=5,b=2,c=-\frac{3}{10}\Rightarrow 3a+b+10c=3.5+2-10.\frac{3}{10}=14$.

Câu 335: Biết $\int_{\ln3}^{\ln6}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+2.\mathrm{e}^{-x}-3}=3\ln a-\ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=ab$.

A. $P=20$. **B.** $P=-10$. **C.** $P=10$. **D.** $P=15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\int_{\ln3}^{\ln6}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+2.\mathrm{e}^{-x}-3}=\int_{\ln3}^{\ln6}\frac{\mathrm{e}^x\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{2x}+2-3\mathrm{e}^x}$.

Đặt: $t=\mathrm{e}^x\Rightarrow\mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=\ln3\Rightarrow t=3$, $x=\ln6\Rightarrow t=6$.

Khi đó $I=\int_3^6\frac{t\mathrm{d}t}{t^2-3t+2}=\int_3^6\left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t-1}\right)\mathrm{d}t=\ln\left|\frac{t-2}{t-1}\right|\Big|_3^6=\ln\frac{4}{5}-\ln\frac{1}{2}=3\ln2-\ln5$.

Suy ra $a=2$, $b=5$. Vậy, $ab=10$.

Câu 336: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $[0;3]$; $f(3-x).f(x)=1, f(x)\neq-1$ với mọi $x\in[0;3]$ và $f(0)=\frac{1}{2}$. Tính tích phân: $\int_0^3\frac{x.f'(x)}{[1+f(3-x)]^2.f^2(x)}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(1+f(3-x))^2.f^2(x)$

$=f^2(x)+2.f(3-x).f^2(x)+f^2(3-x).f^2(x)$

$=f^2(x)+2.f(x)+1=(f(x)+1)^2$.

$I=\int_0^3\frac{x.f'(x)}{(1+f(x))^2}\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=\frac{f'(x)}{(1+f(x))^2}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\frac{1}{1+f(x)}\end{cases}$

$I=\frac{-x}{1+f(x)}\Big|_0^3+\int_0^3\frac{dx}{1+f(x)}=\frac{-3}{1+f(3)}+I_1$

$f(0)=\frac{1}{2}\Rightarrow f(3)=2$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đặt $t=3-x\Rightarrow dt=-dx$

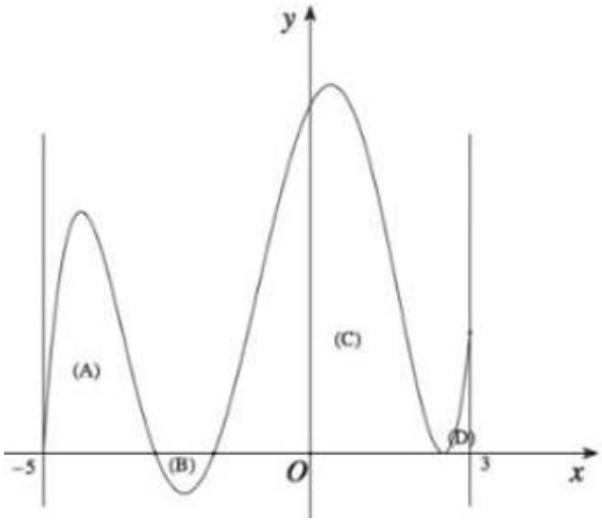
Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=3\\ x=3\Rightarrow t=0\end{cases}$

$$I_1=\int_0^3\frac{\mathrm{d}t}{1+f(3-t)}=\int_0^3\frac{1}{1+\frac{1}{f(x)}}\mathrm{d}x=\int_0^3\frac{f(x)}{1+f(x)}\mathrm{d}x$$

$$2I_1=\int_0^3\frac{1+f(x)}{1+f(x)}\mathrm{d}x=3\Rightarrow I_1=\frac{3}{2}$$

Vậy $I=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$.

Câu 337: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích các hình phẳng (A), (B), (C), (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành lần lượt bằng $6;3;12;2$. Tích phân $\int_{-3}^{1}\left[2f(2x+1)+1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 27. **B.** 25. **C.** 21. **D.** 17.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int_{-3}^{1}\left[2f(2x+1)+1\right]\mathrm{d}x=\int_{-3}^{1}2f(2x+1)\mathrm{d}x+\int_{-3}^{1}\mathrm{d}x$.

□ Từ đồ thị, ta có $\int_{-3}^{1}2f(2x+1)\mathrm{d}x=\int_{-5}^{3}f(t)\mathrm{d}t=6-3+12+2=17$.

□ $\int_{-3}^{1}\mathrm{d}x=x\big|_{-3}^{1}=4$.

Vậy $I=17+4=21$.

Câu 338: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;4]$ và thỏa mãn hệ thức $\begin{cases}f(1)+g(1)=5\\ g(x)=-x.f'(x);\quad f(x)=-x.g'(x)\end{cases}$. Tính $I=\int_1^5\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $\ln 25$ **B.** $5\ln 5$ **C.** $4\ln 2$ **D.** $8\ln 2$

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có $f(x)+g(x)=-x\left[f'(x)+g'(x)\right] \Leftrightarrow \dfrac{f'(x)+g'(x)}{f(x)+g(x)}=-\dfrac{1}{x}$

$\Leftrightarrow \int \dfrac{f'(x)+g'(x)}{f(x)+g(x)}\mathrm{d}x=-\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \Rightarrow \ln\left|f(x)+g(x)\right|=-\ln|x|+C$

Theo giả thiết ta có $C-\ln|1|=\ln\left|f(1)+g(1)\right| \Rightarrow C=\ln 5$.

Do đó $\ln\left|f(x)+g(x)\right|=-\ln|x|+\ln 5=\ln\left(\dfrac{5}{|x|}\right)$

Suy ra $\left[\begin{array}{l} f(x)+g(x)=\dfrac{5}{x} \\ f(x)+g(x)=-\dfrac{5}{x} \end{array}\right.$, vì $f(1)+g(1)=5$ nên $f(x)+g(x)=\dfrac{5}{x}$

$\Rightarrow I=\int\limits_1^5\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_1^5\dfrac{5}{x}\mathrm{d}x=5\ln 5$.

Câu 339: Biết $I=\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\left(\sqrt{4-\dfrac{x^2}{4}}-\dfrac{x^2}{12}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{2\left(a\pi+\sqrt{b}\right)}{3}$. Tính $S=2a+b$.

A. 11. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$I=\dfrac{1}{2}\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x-\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\dfrac{x^2}{12}\mathrm{d}x$.

Xét $I=\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x$. Đặt $x=4\sin t$, với $t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \mathrm{d}x=4\cos t\mathrm{d}t$.

Với $x=-2\sqrt{3} \Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{3}$

Với $x=2\sqrt{3} \Rightarrow t=\dfrac{\pi}{3}$

Khi đó: $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{16-16\sin^2 t}.4\cos t\,\mathrm{d}t=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}16\cos^2 t\,\mathrm{d}t=8\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}t$

$=8\left(t+\dfrac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}=\dfrac{16\pi}{3}+4\sqrt{3}$.

$I=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{16\pi}{3}+4\sqrt{3}\right)-\dfrac{x^3}{36}\Big|_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}=\dfrac{8\pi}{3}+2\sqrt{3}-\left(\dfrac{24\sqrt{3}+24\sqrt{3}}{36}\right)=\dfrac{8\pi}{3}+2\sqrt{3}-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\left(4\pi+\sqrt{3}\right)}{3}$.

Vậy $S=11$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 340: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2},2\right]$ và thỏa mãn $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x$. Tính tích phân $I=\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết, thay x bằng $\frac{1}{x}$ ta được $f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{3}{x}$.

Do đó ta có hệ $\begin{cases}f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x\\ f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{3}{x}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x\\ 4f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{6}{x}\end{cases}\Rightarrow f(x)=\frac{2}{x}-x$

Khi đó $I=\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\int_{\frac{1}{2}}^{2}\left(\frac{2}{x^2}-1\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{-2}{x}-x\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^{2}=\frac{3}{2}$.

Câu 341: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, biết $x.f(x)\neq -1,\forall x\neq 0;$ $f(1)=-2$ và $\left(x.f(x)+1\right)^2-x.f'(x)-f(x)=0$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Tính $\int_{1}^{e}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{e}$. **B.** $\frac{1}{e}-1$. **C.** $\frac{1}{e}-2$. **D.** $2-\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left[x.f(x)+1\right]^2-x.f'(x)-f(x)=0\Leftrightarrow\left[x.f(x)+1\right]^2=x.f'(x)+f(x)$

$\Leftrightarrow\frac{x.f'(x)+f(x)}{\left[x.f(x)+1\right]^2}=1(\text{do})\,x.f(x)\neq -1,\forall x\neq 0$.

$\Leftrightarrow\left(\frac{-1}{x.f(x)+1}\right)'=1\Leftrightarrow\frac{-1}{x.f(x)+1}=x+C$

Do $f(1)=-2$ nên $\frac{-1}{f(1)+1}=C+1\Leftrightarrow 1=C+1\Leftrightarrow C=0$.

Do đó $\frac{-1}{x.f(x)+1}=x\Leftrightarrow x^2.f(x)+x=-1\Leftrightarrow f(x)=\frac{-1-x}{x^2}=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}$

Suy ra $\int_{1}^{e}f(x)\mathrm{d}x=\int_{1}^{e}\left(-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{x}-\ln|x|\right)\Big|_{1}^{e}=\frac{1}{e}-2.$

Câu 342: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=\frac{1}{2x\sqrt{x}-4x+2\sqrt{x}}$, với $x\geq 0$ và $f(0)=1$. Khi đó $\int_{0}^{\frac{1}{4}}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $2-2\ln 2$. **B.** $2\ln 2-2$. **C.** $\ln 2-1$. **D.** $2\ln 2-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có :

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int\frac{1}{2x\sqrt{x}-4x+2\sqrt{x}}dx=\int\frac{1}{2\sqrt{x}\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}dx=\int\frac{1}{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)^2}dx.$$

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow dt=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$, khi đó $f(x)=\int\frac{dt}{(t-1)^2}=-\frac{1}{t-1}+C=-\frac{1}{\sqrt{x}-1}+C$.

Vì $f(0)=1\Rightarrow C=0$.

Suy ra $f(x)=-\frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

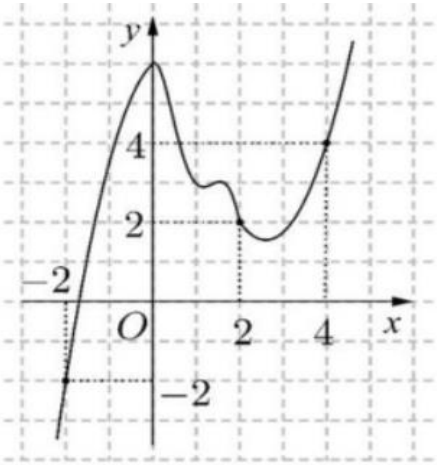
$$\int_0^{\frac{1}{4}}f(x)dx=\int_0^{\frac{1}{4}}\left(-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)dx=-\int_0^{\frac{1}{4}}\frac{1}{\sqrt{x}-1}dx.$$

Đặt $t=\sqrt{x}-1\Rightarrow dt=\frac{dx}{2\sqrt{x}}\Rightarrow dx=2(t+1)dt$.

Đổi cận $\begin{cases}x=0\to t=-1\\ x=\frac{1}{4}\to t=-\frac{1}{2}\end{cases}$.

Khi đó $\int_0^{\frac{1}{4}}f(x)dx=-\int_{-1}^{-\frac{1}{2}}\frac{2(t+1)dt}{t}=-\int_{-1}^{-\frac{1}{2}}\left(2+\frac{2}{t}\right)dt=-\left(2t+2\ln|t|\right)\Big|_{-1}^{-\frac{1}{2}}=2\ln 2-1$.

Câu 343: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới



Khi đó tổng $\int_0^4 f'(x-2)\mathrm{d}x+\int_0^2 f'(x+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** 6. **D.** −2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số có $f(-1)=-2, f(2)=2, f(4)=4$.

Đặt $t=x-2\Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{d}x$ và $\int_0^4 f'(x-2)\mathrm{d}x=\int_{-2}^2 f'(t)\mathrm{d}t=f(2)-f(-2)=2-(-2)=4$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $t=x+2\Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{d}x$ và $\int\limits_0^2 f'(x+2)\mathrm{d}x=\int\limits_2^4 f'(t)\mathrm{d}t=f(4)-f(2)=4-2=2$.

Vậy $\int\limits_0^4 f'(x-2)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 f'(x+2)\mathrm{d}x=6$.

Câu 344: Biết rằng $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{(\sin x+\cos x)^3}dx=-a+\dfrac{b}{c}\sqrt{3}$ với a,b,c nguyên dương và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $a+b-c$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$$I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{(\sin x+\cos x)^3}dx=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\frac{1}{\sin^2 x}}{(1+\cot x)^3}dx=-\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cot x)^{-3}d(1+\cot x)$$

$$=\frac{1}{2}(1+\cot x)^{-2}\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}=-1+\frac{3}{4}\sqrt{3}.$$

Suy ra $a=1, b=3, c=4$. Vậy $a+b-c=0$.

Câu 345: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $f(2)=6$, $\int\limits_0^2[f'(x)]^2\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^2 x.f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{17}{2}$. Tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Lời giải

Chọn A

Tính: $I=\int\limits_0^2 x.f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{1}{2}x^2\end{cases}$

Ta có: $I=\dfrac{1}{2}x^2.f(x)\Big|_0^2-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x=12-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x$, (vì) $f(2)=6$.

Theo giả thiết: $\int\limits_0^2 x.f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{17}{2}\Rightarrow\dfrac{17}{2}=12-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x=7$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^2 x^2f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2[f'(x)]^2\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^2\left(x^2f'(x)-[f'(x)]^2\right)\mathrm{d}x=0$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$\Leftrightarrow \int\limits_0^2 f'(x).\left[x^2 - f'(x)\right]\mathrm{d}x = 0$

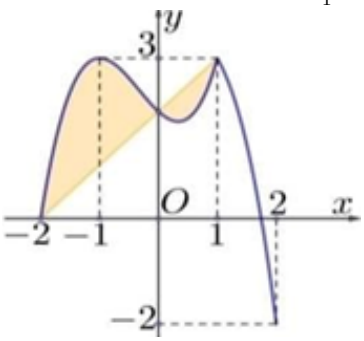
$\Rightarrow x^2 - f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 + C$.

Với $f(2) = 6 \Rightarrow C = \frac{10}{3}$.

Khi đó: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{10}{3}$.

Vậy $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{10}{3}\right)\mathrm{d}x = \left(\frac{1}{12}x^4 + \frac{10}{3}x\right)\Big|_0^2 = 8$.

Câu 346: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích của miền tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int\limits_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x = \frac{14}{3}$. Tính giá trị của $I = \int\limits_1^e \frac{f(\ln x)}{x}dx$.



A. $\frac{25}{12}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{12}{25}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{37}{12} = \int\limits_{-2}^1 \left|f(x) - (x+2)\right|\mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^0 \left(f(x) - x - 2\right)\mathrm{d}x - \int\limits_0^1 \left(f(x) - x - 2\right)\mathrm{d}x$

$= \int\limits_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{2} = \frac{31}{6} - \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{25}{12}$

$\Rightarrow I = \int\limits_1^e \frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x = \int\limits_1^e f(\ln x)\mathrm{d}(\ln x) = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{25}{12}$.

Câu 347: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 4$, $\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x = 36$ và $\int\limits_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{5}$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{5}{6}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết: $\int\limits_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{5} \Rightarrow \int\limits_0^1 5x.f(x)\mathrm{d}x = 1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Tính: $I=\int\limits_0^1 5x.f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases}u=f\left(x\right)\\ \mathrm{d}v=5x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{5}{2}x^2\end{cases}$.

Ta có: $I=\int\limits_0^1 5x.f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{5}{2}x^2.f\left(x\right)\Big|_0^1-\dfrac{5}{2}\int\limits_0^1 x^2.f'\left(x\right)\mathrm{d}x$

$=\dfrac{5}{2}.f\left(1\right)-\dfrac{5}{2}\int\limits_0^1 x^2.f'\left(x\right)\mathrm{d}x=10-\dfrac{5}{2}\int\limits_0^1 x^2.f'\left(x\right)\mathrm{d}x$, (vì) $f\left(1\right)=4$

Mà: $I=\int\limits_0^1 5x.f\left(x\right)\mathrm{d}x=1\Rightarrow 1=10-\dfrac{5}{2}\int\limits_0^1 x^2.f'\left(x\right)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int\limits_0^1 x^2.f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{18}{5}$

$\Leftrightarrow 10\int\limits_0^1 x^2.f'\left(x\right)\mathrm{d}x=36\Leftrightarrow 10\int\limits_0^1 x^2.f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left[f'\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$, (theo giả thiết:)

$\int\limits_0^1\left[f'\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x=36$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^1\left[10x^2.f'\left(x\right)-\left[f'\left(x\right)\right]^2\right]\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f'\left(x\right)\left[10x^2-f'\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=0$

$\Rightarrow 10x^2-f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=10x^2\Rightarrow f\left(x\right)=\dfrac{10x^3}{3}+C$

Với $f\left(1\right)=4\Rightarrow 4=\dfrac{10.1}{3}+C\Rightarrow C=\dfrac{2}{3}$.

Khi đó: $f\left(x\right)=\dfrac{10x^3}{3}+\dfrac{2}{3}$.

Vậy: $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(\dfrac{10x^3}{3}+\dfrac{2}{3}\right)\mathrm{d}x=\left(\dfrac{5x^4}{6}+\dfrac{2}{3}x\right)\Big|_0^1=\dfrac{3}{2}$.

Câu 348: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f\left(2\right)=16,\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_0^1 x.f'\left(2x\right)\mathrm{d}x$.

A. 13. **B.** 7. **C.** 20. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2x\Rightarrow\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$. Với $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=1\Rightarrow t=2\end{cases}$.

Suy ra: $I=\int\limits_0^2\dfrac{t}{2}f'\left(t\right)\dfrac{\mathrm{d}t}{2}=\dfrac{1}{4}\int\limits_0^2 tf'\left(t\right)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{4}\int\limits_0^2 xf'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f\left(x\right)\end{cases}$.

Ta có $I=\dfrac{1}{4}\left[xf\left(x\right)\Big|_0^2-\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x\right]=\dfrac{1}{4}\left[2f\left(2\right)-0f\left(0\right)-4\right]=\dfrac{1}{4}\left(2.16-4\right)=7$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 349: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} e^x+m & \text{khi } x\ge 0 \\ 2x\sqrt{3+x^2} & \text{khi } x<0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = ae+b\sqrt{3}+c$, $(a,b,c\in Q)$. Tổng $a+b+3c$ bằng

A. -19. **B.** -10. **C.** -17. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(e^x+m)=m+1 \\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(2x\sqrt{3+x^2}\right)=0 \end{cases}$, và $f(0)=m+1$.

Vì hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục tại $x=0$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=f(0)$ hay $m+1=0\Leftrightarrow m=-1$.

Khi đó $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0} 2x\sqrt{3+x^2}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}(e^x-1)\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{-1}^{0}\sqrt{3+x^2}\mathrm{d}(3+x^2)+\int\limits_{0}^{1}(e^x-1)\mathrm{d}x$

$=\frac{2}{3}(3+x^2)\sqrt{3+x^2}\Big|_{-1}^{0}+(e^x-x)\Big|_{0}^{1}=e+2\sqrt{3}-\frac{22}{3}$.

Suy ra $a=1$, $b=2$, $c=-\frac{22}{3}$.

Vậy tổng $a+b+3c=-19$.

Câu 350: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\int\limits_{0}^{1} xf(4x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_{0}^{4} x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 14. **C.** -16. **D.** $\frac{31}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int_0^1 xf(4x)dx=1$.

Đặt: $t=4x\Rightarrow\int_0^4\frac{1}{4}t.f(t).\frac{1}{4}dt=1\Rightarrow\int_0^4 t.f(t)dt=16\Rightarrow\int_0^4 x.f(x)dx=16$.

Xét $I=\int_0^4 x^2 f'(x)dx=\int_0^4 x^2 df(x)$

Suy ra: $I=x^2.f(x)\Big|_0^4-\int_0^4 2x.f(x)dx=4^2 f(4)-2.16=-16$.

Câu 351: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-\ln 2;\ln 2]$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\frac{1}{e^x+1}$.

Biết $\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2} f(x)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$ $(a;b\in\mathbb{Q})$. Tính $P=a+b$.

A. $P=\frac{1}{2}$. **B.** $P=-2$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-1$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A

Gọi $I=\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2} f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=-x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Đổi cận: Với $x=-\ln 2 \Rightarrow t=\ln 2$; Với $x=\ln 2 \Rightarrow t=-\ln 2$.

Ta được $I=-\int\limits_{\ln 2}^{-\ln 2} f(-t)\mathrm{d}t=\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2} f(-t)\mathrm{d}t=\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2} f(-x)\mathrm{d}x$.

Khi đó: $2I=\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2} f(-x)\mathrm{d}x==\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2}\left[f(x)+f(-x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2}\frac{1}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$.

Xét $\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2}\frac{1}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$. Đặt $u=\mathrm{e}^x \Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$

Đổi cận: Với $x=-\ln 2 \Rightarrow u=\frac{1}{2}$; $x=\ln 2 \Rightarrow u=2$.

Ta được $\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2}\frac{1}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2}\frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x+1\right)}\mathrm{d}x=\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2}\frac{1}{u(u+1)}\mathrm{d}u=\int\limits_{-\ln 2}^{\ln 2}\left(\frac{1}{u}-\frac{1}{u+1}\right)\mathrm{d}u=\left(\ln|u|-\ln|u+1|\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^{2}=\ln 2$

Vậy ta có $a=\frac{1}{2}$, $b=0 \Rightarrow a+b=\frac{1}{2}$.

Câu 352: Cho số thực a và hàm số $f(x)=\begin{cases}2x & \text{khi } x\le 0\\ a\left(x-x^2\right) & \text{khi } x>0\end{cases}$. Tính $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{a}{6}-1$. **B.** $\frac{2a}{3}-1$. **C.** $\frac{a}{6}+1$. **D.** $\frac{2a}{3}+1$.

Lời giải

Chọn A

$\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$

$=\int_{-1}^{0} 2x\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{1} a\left(x-x^2\right)\mathrm{d}x=\left(x^2\right)\Big|_{-1}^{0}+a\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{0}^{1}=-1+a\left(\frac{1}{6}\right)=\frac{a}{6}-1.$

Câu 353: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4;4]$ biết $\int\limits_{-2}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{1}^{2} f(-2x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=10$. **D.** $I=-10$.

Lời giải

Chọn B

Xét tích phân $\int\limits_{-2}^{0} f(-x)\mathrm{d}x=2$. Đặt $-x=t \Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Đổi cận: $\begin{cases} x=-2 \to t=2 \\ x=0 \to t=0 \end{cases}$ do đó $\int\limits_{-2}^{0} f(-x)\mathrm{d}x = -\int\limits_{2}^{0} f(t)\mathrm{d}t = \int\limits_{0}^{2} f(t)\mathrm{d}t \Rightarrow \int\limits_{0}^{2} f(t)\mathrm{d}t = 2$

$\Rightarrow \int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$.

Do hàm số $y=f(x)$ là hàm số lẻ nên $f(-2x)=-f(2x)$.

Do đó $\int\limits_{1}^{2} f(-2x)\mathrm{d}x = -\int\limits_{1}^{2} f(2x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int\limits_{1}^{2} f(2x)\mathrm{d}x = -4$.

Xét $\int\limits_{1}^{2} f(2x)\mathrm{d}x$.

Đặt $2x=t \Rightarrow \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: khi $x=1$ thì $t=2$; khi $x=2$ thì $t=4$ do đó $\int\limits_{1}^{2} f(2x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_{2}^{4} f(t)\mathrm{d}t = -4$

$\Rightarrow \int\limits_{2}^{4} f(t)\mathrm{d}t = -8 \Rightarrow \int\limits_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -8$.

Do $I = \int\limits_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 2-8 = -6$.

Câu 354: Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tính $I = \int\limits_{-2}^{2} \frac{f(x)}{2^x+1}\mathrm{d}x$.

A. $I=10$. **B.** $I=\frac{10}{3}$. **C.** $I=20$. **D.** $I=5$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=-x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=-2 \Rightarrow t=2$, $x=2 \Rightarrow t=-2$.

$I = \int\limits_{-2}^{2} \frac{f(t)}{2^{-t}+1}\mathrm{d}t = \int\limits_{-2}^{2} \frac{2^t}{2^t+1} f(t)\mathrm{d}t = \int\limits_{-2}^{2} \frac{2^x}{2^x+1} f(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow 2I = \int\limits_{-2}^{2} \frac{f(x)}{2^x+1}\mathrm{d}x + \int\limits_{-2}^{2} \frac{2^x}{2^x+1} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x + 10$

Mặt khác do $f(x)$ là hàm số chẵn nên $f(-x)=f(x)$.

Xét $J = \int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, đặt $t=-x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$

$\Rightarrow J = \int\limits_{0}^{2} f(-t)\mathrm{d}t = \int\limits_{0}^{2} f(-x)\mathrm{d}x = \int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 10 \Rightarrow 2I = 20 \Rightarrow I = 10$.

Câu 355: Cho $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}+x}\mathrm{d}x = \pi\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{c}$, với $a,b,c \in \mathbb{N}$, $b<15$. Khi đó $a+b+c$ bằng:

A. 11. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}+x}\mathrm{d}x=\underbrace{\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{1+x^2}\sin x\mathrm{d}x}_{I_1}-\underbrace{\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}x\sin x\mathrm{d}x}_{I_2}$$

Ta nhận thấy $\sqrt{1+x^2}\sin x$ là hàm lẻ nên $I_1=0$

$\begin{cases}u=x\Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x.\ \text{Choïn } v=-\cos x\end{cases}$

$$I_2=-x\cos x\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}+\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\cos x\mathrm{d}x=-\frac{\pi\sqrt{2}}{8}-\frac{\pi\sqrt{2}}{8}+\sin x\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}=-\frac{\pi\sqrt{2}}{4}+\sqrt{2}$$

Suy ra $I=\frac{\pi\sqrt{2}}{4}-\sqrt{2}=\pi\sqrt{\frac{2}{16}}-\sqrt{2}=\pi\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{2}$

Vậy $a+b+c=11$

Câu 356: Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\pi^2}\sqrt{x}\sin\sqrt{x}\mathrm{d}x=a\pi^2+b\ \ (a,b\in\mathbb{Z})$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\frac{a}{b}\in(-1;0)$ **B.** $a-b=6$ **C.** $a^2-b=-4$ **D.** $\frac{a}{b}<-3$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0$, $x=\pi^2\Rightarrow t=\pi$.

$\Rightarrow I=\int\limits_0^{\pi}2t^2\sin t\mathrm{d}t=2\int\limits_0^{\pi}x^2\sin x\mathrm{d}x$.

Đặt $u=x^2\Rightarrow du=2x\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x\Rightarrow v=-\cos x$.

$\Rightarrow\int\limits_0^{\pi}x^2\sin x\mathrm{d}x=-x^2\cos x\Big|_0^{\pi}+\int\limits_0^{\pi}2x\cos x\mathrm{d}x=\pi^2+2\left(x\sin x+\cos x\right)\Big|_0^{\pi}=\pi^2-4$

$\Rightarrow I=2\pi^2-8$. Ta có $a=2$, $b=-8\Rightarrow\frac{a}{b}=-\frac{1}{4}\in(-1;0)$.

Câu 357: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{1}f\left(|2x-1|\right)\mathrm{d}x$

A. $I=4$ **B.** $I=\frac{3}{2}$ **C.** $I=8$ **D.** $I=6$

Lời giải

Chọn A

$$I=\int\limits_{-1}^{1}f\left(|2x-1|\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{2}}f(1-2x)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}f(2x-1)\mathrm{d}x=I_1+I_2.$$

Xét $I_1=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{2}}f(1-2x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{\frac{1}{2}}f(1-2x)\mathrm{d}(1-2x)=\frac{1}{2}\int\limits_0^3 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Xét $I_2=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}f\left(2x-1\right)\mathrm{d}\left(2x-1\right)=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{1}f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$

Vậy $I=I_1+I_2=4$.

Câu 358: Cho hàm số $f\left(x\right),f\left(-x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f\left(x\right)+3f\left(-x\right)=\frac{1}{4+x^2}$. Tính $I=\int_{-2}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{\pi}{20}$. **B.** $I=\frac{-\pi}{10}$. **C.** $I=\frac{\pi}{10}$. **D.** $I=\frac{-\pi}{20}$.

Lời giải

Chọn A

Tính $\int_{-2}^{2}f\left(-x\right)\mathrm{d}x$

Đặt $t=-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$

Đổi cận

x	-2	2
t	2	-2

$\Rightarrow\int_{-2}^{2}f\left(-x\right)\mathrm{d}x=-\int_{2}^{-2}f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int_{-2}^{2}f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int_{-2}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$

$2f\left(x\right)+3f\left(-x\right)=\frac{1}{4+x^2}$

$\Rightarrow\int_{-2}^{2}\left(2f\left(x\right)+3f\left(-x\right)\right)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}\frac{1}{4+x^2}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int_{-2}^{2}5f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}\frac{1}{4+x^2}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int_{-2}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\int_{-2}^{2}\frac{1}{4+x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{5}.\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right)\Big|_{-2}^{2}=\frac{1}{10}.\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{20}$

Câu 359: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(0;3\right)$ và $\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x=2;\int\limits_{0}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x=8$. Giá trị của tích phân $\int\limits_{-1}^{1}f\left(\left|2x-1\right|\right)\mathrm{d}x=?$

A. 3 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_{-1}^{1}f\left(\left|2x-1\right|\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{2}}f\left(1-2x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x=I+J$

Tính $I=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{2}}f\left(1-2x\right)\mathrm{d}x$

Đặt $t=1-2x\Rightarrow \mathrm{d}t=-2\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=-1\Rightarrow t=3;x=\frac{1}{2}\Rightarrow t=0$

$\Rightarrow I=-\frac{1}{2}\int\limits_{3}^{0}f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{3}f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.8=4$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Tính $J=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x$

Đặt $t=2x-1\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=\frac{1}{2}\Rightarrow t=0; x=1\Rightarrow t=1$

$\Rightarrow J=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{1} f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.2=1$

Vậy $\int\limits_{-1}^{1} f\left(\left|2x-1\right|\right)\mathrm{d}x=I+J=4+1=5$.

Câu 360: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f\left(2\right)=16$ và $\int\limits_{0}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int\limits_{0}^{4} xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 56. **C.** 112. **D.** 144.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\frac{x}{2}\Rightarrow x=2t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=0 \\ x=4\Rightarrow t=2 \end{cases}$. Do đó $\int\limits_{0}^{4} xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2} 4tf'\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2} 4xf'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=4x \\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=4\mathrm{d}x \\ v=f\left(x\right) \end{cases}$.

$\rightarrow \int\limits_{0}^{2} 4xf'\left(x\right)\mathrm{d}x=\left[4xf\left(x\right)\right]\Big|_{0}^{2}-\int\limits_{0}^{2} 4f\left(x\right)\mathrm{d}x=8f\left(2\right)-4\int\limits_{0}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=8.16-4.4=112.$

Câu 361: Cho $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{0}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$, $\int\limits_{0}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{1} f\left(\left|2x+1\right|\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=3$. **C.** $I=4$. **D.** $I=6$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u=2x+1\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}u$. Khi $x=-1$ thì $u=-1$. Khi $x=1$ thì $u=3$.

Nên $I=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{3} f\left(\left|u\right|\right)\mathrm{d}u=\frac{1}{2}\left(\int\limits_{-1}^{0} f\left(\left|u\right|\right)\mathrm{d}u+\int\limits_{0}^{3} f\left(\left|u\right|\right)\mathrm{d}u\right)=\frac{1}{2}\left(\int\limits_{-1}^{0} f\left(-u\right)\mathrm{d}u+\int\limits_{0}^{3} f\left(u\right)\mathrm{d}u\right)$.

Xét $\int\limits_{0}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$. Đặt $x=-u\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}u$.

Khi $x=0$ thì $u=0$. Khi $x=1$ thì $u=-1$.

Nên $4=\int\limits_{0}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_{0}^{-1} f\left(-u\right)\mathrm{d}u=\int\limits_{-1}^{0} f\left(-u\right)\mathrm{d}u$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6\Rightarrow\int\limits_0^3 f(u)\mathrm{d}u=6$.

Nên $I=\frac{1}{2}\left(\int\limits_{-1}^0 f(-u)\mathrm{d}u+\int\limits_0^3 f(u)\mathrm{d}u\right)=\frac{1}{2}(4+6)=5$.

Câu 362: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $\int\limits_{-1}^1 f(|4x-1|)\mathrm{d}x$

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_{-1}^1 f(|4x-1|)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{4}} f(|4x-1|)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{4}}^1 f(|4x-1|)\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{4}} f(1-4x)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{4}}^1 f(4x-1)\mathrm{d}x=I+J.$

+) Xét $I=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{4}} f(1-4x)\mathrm{d}x.$

Đặt $t=1-4x\Rightarrow dt=-4dx;$

Với $x=-1\Rightarrow t=5; x=\frac{1}{4}\Rightarrow t=0.$

$I=\int\limits_{-1}^{\frac{1}{4}} f(1-4x)\mathrm{d}x=\int\limits_5^0 f(t)\left(-\frac{1}{4}\mathrm{d}t\right)=\frac{1}{4}\int\limits_0^5 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{4}\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x=1.$

+) Xét $J=\int\limits_{\frac{1}{4}}^1 f(4x-1)\mathrm{d}x.$

Đặt $t=4x-1\Rightarrow dt=4dx;$

Với $x=1\Rightarrow t=3; x=\frac{1}{4}\Rightarrow t=0.$

$J=\int\limits_{\frac{1}{4}}^1 f(4x-1)\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 f(t)\left(\frac{1}{4}\mathrm{d}t\right)=\frac{1}{4}\int\limits_0^3 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{4}\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=2.$

Vậy $\int\limits_{-1}^1 f(|4x-1|)\mathrm{d}x=3$

Câu 363: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(6x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^6 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{107}{3}$. **B.** -36. **C.** 34. **D.** 24.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn B

Theo bài ra: $\int\limits_0^1 xf\left(6x\right)\mathrm{d}x=1$.

Đặt $t=6x\Rightarrow \mathrm{d}t=6\mathrm{d}x$.

Đổi cận:

x	0	1
t	0	6

Do đó: $\int\limits_0^1 xf\left(6x\right)\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow \int\limits_0^6 \frac{1}{6}t.f\left(t\right)\frac{\mathrm{d}t}{6}=1\Leftrightarrow \frac{1}{36}\int\limits_0^6 t.f\left(t\right)\mathrm{d}t=1\Leftrightarrow \int\limits_0^6 t.f\left(t\right)\mathrm{d}t=36$.

Tính $I=\int\limits_0^6 x^2f'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=x^2 \\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2x\,\mathrm{d}x \\ v=f\left(x\right) \end{cases}$

$\Rightarrow I=x^2f\left(x\right)\Big|_0^6-\int\limits_0^6 2xf\left(x\right)\mathrm{d}x=36f\left(6\right)-2\int\limits_0^6 xf\left(x\right)\mathrm{d}x=36.1-2.36=-36$.

Câu 364: Cho $f\left(x\right)$ là hàm số chẵn trên đoạn $\left[-a;a\right]$ và $k>0$. Giá trị tích phân $\int\limits_{-a}^a \frac{f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\int\limits_0^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $2\int\limits_{-a}^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $2\int\limits_0^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$ **D.** $\int\limits_{-a}^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_{-a}^a \frac{f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x=\int\limits_{-a}^0 \frac{f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x+\int\limits_0^a \frac{f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x$.

Xét tích phân $\int\limits_{-a}^0 \frac{f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=-x\Leftrightarrow x=-t$

$\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x\Leftrightarrow -\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

Đổi cận:

$x=-a\Rightarrow t=a$

$x=0\Rightarrow t=0$

Khi đó, $\int\limits_{-a}^0 \frac{f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x=\int\limits_a^0 \frac{f\left(-t\right)}{1+\mathrm{e}^{k(-t)}}\left(-\mathrm{d}t\right)=\int\limits_0^a \frac{f\left(t\right)}{1+\mathrm{e}^{-kt}}\mathrm{d}t=\int\limits_0^a \frac{\mathrm{e}^{kt}.f\left(t\right)}{1+\mathrm{e}^{kt}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^a \frac{\mathrm{e}^{kx}.f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x$

Do đó, $\int\limits_{-a}^a \frac{f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^a \frac{\mathrm{e}^{kx}.f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x+\int\limits_0^a \frac{f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^a \frac{\left(\mathrm{e}^{kx}+1\right)f\left(x\right)}{1+\mathrm{e}^{kx}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$

Câu 365: Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^1 \left|2^x-2^{-x}\right|dx$.

A. $\ln 2$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $\frac{2}{\ln 2}$. **D.** $\frac{1}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$I=\int\limits_{-1}^{1}\left|2^x-2^{-x}\right|dx$ ta có $2^x-2^{-x}=0\Rightarrow x=0$.

$\Rightarrow I=\int\limits_{-1}^{1}\left|2^x-2^{-x}\right|dx=\int\limits_{-1}^{0}\left|2^x-2^{-x}\right|dx+\int\limits_{0}^{1}\left|2^x-2^{-x}\right|dx=\left|\int\limits_{-1}^{0}\left(2^x-2^{-x}\right)dx\right|+\left|\int\limits_{0}^{1}\left(2^x-2^{-x}\right)dx\right|$

$=\left|\left(\frac{2^x+2^{-x}}{\ln 2}\right)\Big|_{-1}^{0}\right|+\left|\left(\frac{2^x+2^{-x}}{\ln 2}\right)\Big|_{0}^{1}\right|=\frac{1}{\ln 2}$.

Câu 366: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=6$. Kết quả của $\int\limits_{-1}^{1}\frac{f(x)}{1+2018^x}\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét tích phân $\int\limits_{-1}^{1}\frac{f(x)}{1+2018^x}\mathrm{d}x$. Đặt $x=-t\to\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$; $\begin{cases}x=-1\Rightarrow t=1\\x=1\Rightarrow t=-1\end{cases}$.

$\int\limits_{-1}^{1}\frac{f(x)}{1+2018^x}\mathrm{d}x=-\int\limits_{1}^{-1}\frac{f(-t)}{1+2018^{-t}}\mathrm{d}t=\int\limits_{-1}^{1}\frac{f(t)}{1+\frac{1}{2018^t}}\mathrm{d}t=\int\limits_{-1}^{1}\frac{2018^t.f(t)}{1+2018^t}\mathrm{d}t=\int\limits_{-1}^{1}\frac{2018^x f(x)}{1+2018^x}\mathrm{d}x$.

Vậy $\int\limits_{-1}^{1}\frac{f(x)}{1+2018^x}\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{1}\frac{2018^x f(x)}{1+2018^x}\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=6$.

Do đó $\int\limits_{-1}^{1}\frac{f(x)}{1+2018^x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.6=3$.

Câu 367: Cho a là số thực dương, tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{a}|x|\mathrm{d}x$ theo a.

A. $I=\frac{\left|3a^2-1\right|}{2}$. **B.** $I=\frac{a^2+2}{2}$. **C.** $I=\frac{a^2+1}{2}$. **D.** $I=\frac{-2a^2+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $a>0$ nên $I=-\int\limits_{-1}^{0}x\,dx+\int\limits_{0}^{a}x\,dx=\frac{1}{2}+\frac{a^2}{2}=\frac{1+a^2}{2}$

Câu 368: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3)=1$ và $\int\limits_{0}^{1}xf(3x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_{0}^{3}x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. –9. **B.** 7. **C.** $\frac{25}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=3x\Rightarrow\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x\Rightarrow\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Suy ra $1=\int\limits_0^1 xf\left(3x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{9}\int\limits_0^3 tf\left(t\right)\mathrm{d}t\Leftrightarrow\int\limits_0^3 tf\left(t\right)\mathrm{d}t=9$.

Đặt $\begin{cases}u=f\left(t\right)\\ \mathrm{d}v=t\mathrm{d}t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=f'\left(t\right)\mathrm{d}t\\ v=\frac{t^2}{2}\end{cases}$.

$\Rightarrow\int\limits_0^3 tf\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{t^2}{2}f\left(t\right)\Big|_0^3-\int\limits_0^3\frac{t^2}{2}f'\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{9}{2}f\left(3\right)-\frac{1}{2}\int\limits_0^3 t^2f'\left(t\right)\mathrm{d}t$.

$\Leftrightarrow 9=\frac{9}{2}-\frac{1}{2}\int\limits_0^3 t^2f'\left(t\right)\mathrm{d}t\Leftrightarrow\int\limits_0^3 t^2f'\left(t\right)\mathrm{d}t=-9$.

Vậy $\int\limits_0^3 x^2f'\left(x\right)\mathrm{d}x=-9$.

Câu 369: Cho tích phân $\int\limits_1^5\left|\frac{x-2}{x+1}\right|dx=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tính P = abc.

A. $P=18$ **B.** $P=-18$ **C.** $P=-36$ **D.** $P=0$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_1^5\left|\frac{x-2}{x+1}\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_1^2\frac{x-2}{x+1}\mathrm{d}x+\int\limits_2^5\frac{x-2}{x+1}\mathrm{d}x$

$=-\int\limits_1^2\left(1-\frac{3}{x+1}\right)\mathrm{d}x+\int\limits_2^5\left(1-\frac{3}{x+1}\right)\mathrm{d}x$

$=-\left(x-3\ln\left|x+1\right|\right)\Big|_1^2+\left(x-3\ln\left|x+1\right|\right)\Big|_2^5$

$=-\left(2-3\ln 3\right)+1-3\ln 2+5-3\ln 6-2+3\ln 3=2-6\ln 2+3\ln 3$

Vậy $a=2,b=-6,c=3\Rightarrow P=abc=-36$.

Câu 370: Cho $y=f\left(x\right)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$. Giá trị của $\int\limits_{-2}^2\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Do $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1\Rightarrow\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$ và $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$

$\Rightarrow\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$.

Mặt khác $\int\limits_{-2}^2\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^0\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x+\int\limits_0^2\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x$ và $y=f\left(x\right)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow f\left(-x\right)=f\left(x\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Xét $I=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x$. Đặt $t=-x\Rightarrow dx=-dt$

$\Rightarrow I=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x=-\int\limits_{2}^{0}\frac{f(-t)}{3^{-t}+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}\frac{f(-t)}{\frac{1}{3^t}+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^t f(t)}{3^t+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^x f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x$

$\Rightarrow\int\limits_{-2}^{2}\frac{f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\frac{f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^x f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\frac{f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2}\frac{(3^x+1)f(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x=3.$

Câu 371: Cho số thực $m>1$ thỏa mãn $\int\limits_{1}^{m}|2mx-1|dx=1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $m\in(2;4)$. **B.** $m\in(1;3)$. **C.** $m\in(3;5)$. **D.** $m\in(4;6)$.

Lời giải

Chọn B

Do $m>1\Rightarrow 2m>2\Rightarrow\frac{1}{2m}<1$.

Do đó với $m>1, x\in[1;m]\Rightarrow 2mx-1>0$.

Vậy $\int\limits_{1}^{m}|2mx-1|dx=\int\limits_{1}^{m}(2mx-1)dx=\left(mx^2-x\right)\Big|_{1}^{m}=m^3-m-m+1=m^3-2m+1.$

Từ đó theo bài ra ta có $m^3-2m+1=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Do $m>1$ vậy $m=\sqrt{2}$.

Câu 372: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_{0}^{1}f(2x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{0}^{2}f(6x)\mathrm{d}x=14$. Tính $\int\limits_{-2}^{2}f(5|x|+2)\mathrm{d}x$.

A. 32. **B.** 34. **C.** 36. **D.** 30.

Lời giải

Chọn A

+ Xét $\int\limits_{0}^{1}f(2x)\mathrm{d}x=2$.

Đặt $u=2x\Rightarrow\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x;\ x=0\Rightarrow u=0;\ x=1\Rightarrow u=2$.

Nên $2=\int\limits_{0}^{1}f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{2}f(u)\mathrm{d}u\Rightarrow\int\limits_{0}^{2}f(u)\mathrm{d}u=4$.

+ Xét $\int\limits_{0}^{2}f(6x)\mathrm{d}x=14$.

Đặt $v=6x\Rightarrow\mathrm{d}v=6\mathrm{d}x;\ x=0\Rightarrow v=0;\ x=2\Rightarrow v=12$.

Nên $14=\int\limits_{0}^{2}f(6x)\mathrm{d}x=\frac{1}{6}\int\limits_{0}^{12}f(v)\mathrm{d}v\Rightarrow\int\limits_{0}^{12}f(v)\mathrm{d}v=84$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

+ Xét $\int\limits_{-2}^{2} f\left(5|x|+2\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0} f\left(5|x|+2\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2} f\left(5|x|+2\right)\mathrm{d}x$.

□ Tính $I_1=\int\limits_{-2}^{0} f\left(5|x|+2\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=5|x|+2$.

Khi $-2<x<0$, $t=-5x+2\Rightarrow \mathrm{d}t=-5\mathrm{d}x$; $x=-2\Rightarrow t=12$; $x=0\Rightarrow t=2$.

$I_1=\dfrac{-1}{5}\int\limits_{12}^{2} f\left(t\right)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{5}\left[\int\limits_{0}^{12} f\left(t\right)\mathrm{d}t-\int\limits_{0}^{2} f\left(t\right)\mathrm{d}t\right]=\dfrac{1}{5}\left(84-4\right)=16$.

□ Tính $I_1=\int\limits_{0}^{2} f\left(5|x|+2\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=5|x|+2$.

Khi $0<x<2$, $t=5x+2\Rightarrow \mathrm{d}t=5\mathrm{d}x$; $x=2\Rightarrow t=12$; $x=0\Rightarrow t=2$.

$I_2=\dfrac{1}{5}\int\limits_{2}^{12} f\left(t\right)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{5}\left[\int\limits_{0}^{12} f\left(t\right)\mathrm{d}t-\int\limits_{0}^{2} f\left(t\right)\mathrm{d}t\right]=\dfrac{1}{5}\left(84-4\right)=16$.

Vậy $\int\limits_{-2}^{2} f\left(5|x|+2\right)\mathrm{d}x=32$.

Câu 373: Cho $f\left(x\right), f\left(-x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f\left(x\right)+3f\left(-x\right)=\dfrac{1}{x^2+4}$. Biết $I=\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)dx=\dfrac{\pi}{m}$. Khi đó giá trị của m là

A. $m=20$. **B.** $m=2$. **C.** $m=5$. **D.** $m=10$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f\left(x\right), f\left(-x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f\left(x\right)+3f\left(-x\right)=\dfrac{1}{x^2+4}$

Nên ta có: $\int\limits_{-2}^{2}\left(2f\left(x\right)+3f\left(-x\right)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+4}$ (1)

Đặt $K=\int\limits_{-2}^{2}\left(2f\left(x\right)+3f\left(-x\right)\right)\mathrm{d}x=2\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x+3\int\limits_{-2}^{2} f\left(-x\right)\mathrm{d}x$

Đặt $-x=t\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$; $f\left(-x\right)=f\left(t\right)$, $x=-2\Rightarrow t=2$; $x=2\Rightarrow t=-2$

Do đó $\int\limits_{-2}^{2} f\left(-x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{2}^{-2} f\left(t\right).\left(-\mathrm{d}t\right)=\int\limits_{-2}^{2} f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow K=2\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x+3\int\limits_{-2}^{2} f\left(-x\right)\mathrm{d}x=2\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x+3\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=5\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ (2)

Đặt $J=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+4}$; $x=2\tan\alpha, \alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$,

Ta có: $\mathrm{d}x=\mathrm{d}\left(2\tan\alpha\right)=\dfrac{2\,\mathrm{d}\alpha}{\cos^2\alpha}=2\left(1+\tan^2\alpha\right)\mathrm{d}\alpha$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Với $\begin{cases} x=-2\Rightarrow \alpha=-\dfrac{\pi}{4} \\ x=2\Rightarrow \alpha=\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$.

Do đó $J=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{2\left(1+\tan^2\alpha\right)}{4\tan^2\alpha+4}\mathrm{d}\alpha=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{2}=\dfrac{1}{2}\alpha\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi}{4}\ (3)$

Từ (1), (2) và (3), ta có $K=J\Rightarrow 5\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{20}$

Mà theo giả thiết, $I=\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{m}$ nên $\dfrac{\pi}{m}=\dfrac{\pi}{20}\Rightarrow m=20$.

Chú ý: *Có thể tính nhanh* $\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+4}$ *bằng công thức:* $\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\dfrac{1}{a}\arctan\dfrac{x}{a}+C$

Từ đó: $\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+4}=\dfrac{1}{2}\arctan\dfrac{x}{2}+C$

$\Rightarrow\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+4}=\dfrac{1}{2}\arctan\dfrac{x}{2}\Big|_{-2}^{2}=\dfrac{1}{2}\left(\arctan 1-\arctan(-1)\right)=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\pi}{4}-\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right]=\dfrac{\pi}{4}$

Câu 374: Biết $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\ln(\sin x+\cos x)}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\dfrac{a}{b}\ln 2+\dfrac{\pi}{c}$ với a, b, c là các số nguyên. Khi đó, $\dfrac{bc}{a}$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** -6. **C.** $-\dfrac{8}{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} u=\ln(\sin x+\cos x) \\ \mathrm{d}v=\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x \\ v=\tan x \end{cases}$.

Khi đó: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\ln(\sin x+\cos x)}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x.\ln(\sin x+\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan x.\dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$

Đặt $J=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan x.\dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\tan x-\tan^2 x}{\tan x+1}\mathrm{d}x$

Đặt $\tan x=t\Rightarrow dt=\left(1+\tan^2 x\right)dx\Rightarrow dx=\dfrac{dt}{1+t^2}$. Với $x=0\to t=0$ và $x=\dfrac{\pi}{4}\to t=1$

Ta có : $J=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{t-t^2}{(t+1).(t^2+1)}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{(t+1)-(1+t^2)}{(1+t).(1+t^2)}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{\mathrm{d}t}{1+t^2}-\int\limits_{0}^{1}\dfrac{\mathrm{d}t}{t+1}=\dfrac{\pi}{4}-\ln 2$.

Vậy $I=\ln\sqrt{2}-\dfrac{\pi}{4}+\ln 2=\dfrac{3}{2}\ln 2-\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow\dfrac{bc}{a}=-\dfrac{8}{3}$.

---------- **HẾT** ----------

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chủ đề 03. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a$, $x=b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức:

A. $S_H=\int_a^b|f(x)|\mathrm{d}x-\int_a^b|g(x)|\mathrm{d}x$.

B. $S_H=\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

C. $S_H=\left|\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x\right|$.

D. $S_H=\int_a^b|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi (H) là hình giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a, x=b\ (a<b)$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức

A. $\int_a^b|f(x)|\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

D. $\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình (H) được tính theo công thức $S=\int_a^b|f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b\ (a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=2\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi^2\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lờigiải

Chọn C

Theo lý thuyết.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi (H) là hình giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a$, $x=b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức:

A. $S_H=\int_a^b|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

B. $S_H=\int_a^b|f(x)|\mathrm{d}x-\int_a^b|g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S_H=\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

D. $S_H=\left|\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Chọn A

Diện tích hình (H) được tính theo công thức $S_H=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$

Câu 5: Cho hàm số $y=\pi^x$ có đồ thị (C). Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=2$, $x=3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức

A. $V=\pi^3\int_2^3\pi^x\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_2^3\pi^{2x}\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_3^2\pi^{2x}\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_2^3\pi^x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức $V=\pi\int_2^3\left(\pi^x\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_2^3\pi^{2x}\mathrm{d}x$.

Câu 6: Cắt một vật thể ϑ bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=a$ và $x=b$ $(a<b)$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm x $(a\le x\le b)$ cắt ϑ theo thiết diện có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó phần vật thể ϑ giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) có thể tích V bằng

A. $V=\int_a^bS^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_a^bS(x)\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^bS^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_a^bS(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

$V=\int_a^bS(x)\mathrm{d}x$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-2)^2-1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-2)^2-1$ và trục Ox.

Xét phương trình $(x-2)^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Ta có: $S=\int_1^2\left|(x-2)^2-1\right|\mathrm{d}x=\int_1^2\left|x^2-4x+3\right|\mathrm{d}x=\left|\int_1^2\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x\right|=\frac{2}{3}$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ và $y=\sqrt[3]{x}$ là

A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{1}{14}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta có $\sqrt{x}=\sqrt[3]{x}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Nên $S=\int_0^1\left|\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}\right|dx=\left|\int_0^1(\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})dx\right|=\left|\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}\right)\right|_0^1=\frac{1}{12}$.

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\int_0^2\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x$.

B. $V=\int_0^2\left(x^2+3\right)^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_0^2\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int_0^2\left(x^2+3\right)^2\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối tròn xoay khi quay (H) xung quanh trục Ox là: $V=\pi\int_0^2\left(x^2+3\right)^2\mathrm{d}x$.

Câu 10: Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\tan x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{4}$ quanh trục hoành là

A. $V=\frac{\pi}{4}$.

B. $V=\frac{\sqrt{\pi}}{4}$.

C. $V=\frac{\pi\ln 2}{2}$.

D. $V=\frac{\pi^2}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x=-\pi\ln\left|\cos x\right|\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi\ln 2}{2}$

.

Câu 11: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le\pi)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V=2\sqrt{3}$.

B. $V=2\pi\sqrt{3}$.

C. $V=3\pi$.

D. $V=3$.

Lời giải

Chọn A

$V=\int_0^{\pi}S(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}\left(2\sqrt{\sin x}\right)^2\frac{\sqrt{3}}{4}.\mathrm{d}x=2\sqrt{3}$.

Câu 12: Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và x.

A. 26.

B. $\frac{2178}{5}$.

C. $\frac{2178\pi}{5}$.

D. 26π.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$V=\int_1^3 S(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 3x^2.\mathrm{d}x=26$.

Câu 13: Tính diện tích của những hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2; y=x^3$

A. $\frac{7}{9}$. **B.** $\frac{8}{11}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3=x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Với $x\in[0;1]$, ta có: $x^2\geq x^3$.

Vậy $S=\int_0^1\left(x^2-x^3\right)\mathrm{d}x=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\right]_0^1=\frac{1}{12}$.

Câu 14: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0, x=0, x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\int_0^2 3^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int_0^2 3^x\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_0^2 3^{2x}\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^2 3^x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $S=\int_0^2\left|3^x\right|\mathrm{d}x=\int_0^2 3^x\mathrm{d}x$.

Câu 15: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=x^3+2, y=0, x=0$, $x=1$. Tính thể tích tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V=9\pi$. **B.** $V=18\pi$. **C.** $V=15\pi$. **D.** $V=30\pi$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức ta có $V=\pi\int_0^1\left(x^3+2\right)^2\mathrm{d}x=\frac{36\pi}{7}(dvtt)$

Câu 16: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$

A. $S=\frac{343}{12}$. **B.** $S=\frac{937}{12}$. **C.** $S=\frac{793}{4}$. **D.** $S=\frac{397}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ giao điểm của hai đường cong là nghiệm của phương trình;

$$-x^3+12x=-x^2 \Leftrightarrow -x^3+12x+x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-3 \\ x=0 \end{array}\right.$$

$$S=\int_{-3}^0\left|-x^3+12x+x^2\right|\mathrm{d}x+\int_0^4\left|-x^3+12x+x^2\right|\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-3}^0\left(x^3-12x-x^2\right)\mathrm{d}x+\int_0^4\left(-x^3+12x+x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{99}{4}+\frac{160}{3}=\frac{937}{12}.$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 17: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=(x-2)^2$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=32\pi$. **B.** $V=\dfrac{32}{5}$. **C.** $V=\dfrac{32\pi}{5}$. **D.** $V=\dfrac{32}{5\pi}$.

Lời giải

Chọn C

$$V=\pi\int_0^2(x-2)^4\,\mathrm{d}x=\pi.\left.\frac{(x-2)^5}{5}\right|_0^2=\frac{32\pi}{5}.$$

Câu 18: Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi $y=\sqrt{\dfrac{1}{x}}$ và ba đường thẳng $y=0, x=1, x=e$ quanh trục Ox.

A. 1. **B.** π. **C.** 4π. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn B

$$V=\pi\int_1^e\left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_1^e\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\pi(dvtt)$$

Câu 19: Tính thể tích khối trong xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0, x=2$ và $x=4$ quay quanh trục Ox.

A. 6. **B.** 2π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức ta có: $V=\pi\int_2^4\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi.\left.\frac{x^2}{2}\right|=6\pi(dvtt).$

Câu 20: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1$; $x=4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V=\pi\int_1^4 x\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_1^4\left|\sqrt{x}\right|\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_1^4\sqrt{x}\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_1^4 x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox, $x=a$ và $x=b$ được tính bởi công thức $V=\pi\int_a^b\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x$.

Suy ra: $V=\pi\int_1^4\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_1^4 x\mathrm{d}x$

Câu 21: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, $y=0$, $x=-4$, $x=1$

A. $S=15$. **B.** $S=38$. **C.** $S=9$. **D.** $S=23$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C): y=x^2-2x$ và $(d): y=0$ là:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
VT		$+$	0	$-$	0	$+$	

Diện tích cần tìm:

$$S=\int_{-4}^{1}\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x=\int_{-4}^{0}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x-\int_{0}^{1}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{-4}^{0}-\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{0}^{1}=38.$$

Câu 22: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (0\le x\le 2)$ là một nửa hình tròn có đường kính là $\sqrt{5}x$.

A. $\frac{5\pi}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{20\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$V=\int_0^2 S(x)\mathrm{d}x=\int_0^2\frac{1}{2}.\pi.\left(\frac{\sqrt{5}x}{2}\right)^2.\mathrm{d}x=\frac{5\pi}{3}.$$

Câu 23: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ và $y=x^3-4x^2+2x+1$ là

A. 3. **B.** $\frac{37}{13}$. **C.** $\frac{37}{12}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2x^3-3x^2+1=x^3-4x^2+2x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=1\end{array}\right.$

$$S=\int_{-2}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|\mathrm{d}x$$

$$=\left|\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{-2}^{0}\right|+\left|\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{0}^{1}\right|=\frac{37}{12}.$$

Câu 24: Vật thể B giới hạn bởi mặt phẳng có phương trình $x=0$, $x=2$. Cắt vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x, $(0\le x\le 2)$ thì được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2-x)$. Thể tích vật thể B là

A. $\frac{2}{3}\pi$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$V=\int_0^2 S(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 x^2(2-x).\mathrm{d}x=\frac{4}{3}.$$

Câu 25: Cho hình phẳng $(\hbar)$ giới hạn bởi $y=x^2-2x, y=0, x=0, x=1$. Tính thể tích tròn xoay tạo thành khi quay $(\hbar)$ quanh trục hoành

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{8\pi}{15}$. **B.** $\frac{4\pi}{15}$. **C.** 4π. **D.** $\frac{8\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$V=\pi\int_0^1\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\left(x^4-4x^3+4x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^5}{5}-x^4+\frac{4x^3}{3}\right)\Big|_0^1=\frac{8\pi}{15}(dvtt)$

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^2+4x-3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=3$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V=\int_1^3\left|x^2-4x+3\right|^2\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_1^3\left|x^2-4x+3\right|\mathrm{d}x$.

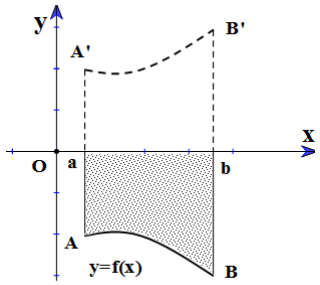
C. $V=\int_1^3\left|x^2-4x+3\right|\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^2\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích cần tìm là: $V=\pi\int_1^3\left(-x^2+4x-3\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)^2\mathrm{d}x$.

Câu 27: Kí hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số liên tục $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ như trong hình vẽ bên. Khẳng định nào **sai**?



A. $S=\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int_a^b\left(-f(x)\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=f(x)$ liên tục và nhận giá trị không dương trên đoạn $[a;b]$

Nên $S=\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int_a^b\left(-f(x)\right)\mathrm{d}x$

Câu 28: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^2$ và trục Ox

A. 11. **B.** $\frac{31}{3}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{34}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^2$ và trục Ox.

Xét phương trình $4x-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Ta có $S=\int_0^4\left|4x-x^2\right|dx=\left|\int_0^4(4x-x^2)dx\right|=\left|(2x^2-\frac{x^3}{3})\right|_0^4=\frac{32}{3}$.

Câu 29: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1,x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình vuông có cạnh là $5x$.

A. $V=\frac{650}{3}\pi$. **B.** $V=\frac{650}{3}$. **C.** $V=30250\pi$. **D.** $V=20$.

Lời giải

Chọn B

$V=\int_1^3 S(x)\mathrm{d}x=\int_1^3(5x)^2.dx=\frac{650}{3}$.

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1$ và $y=x$ là:

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^2=x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Ta có diện tích hình phẳng cần tính là: $S=\int_0^1\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\right|_0^1=\frac{1}{6}$.

Câu 31: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=\mathrm{e}^x,y=0,x=0,x=1$. Tính thể tích tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

A. $\pi\left(e^2-1\right)$. **B.** $\frac{\left(e^2-1\right)}{2}$. **C.** $\frac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}$. **D.** $\frac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$V=\pi\int_0^1\left(\mathrm{e}^x\right)^2\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\cdot e^{2x}\Big|_0^1=\frac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}(dvtt)$

Câu 32: Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=\frac{\pi}{3}$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0\le x\le\frac{\pi}{3}\right)$ ta được thiết diện là một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $2x$ và $\cos x$. Thể tích vật thể B bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi+3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi-3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi-3}{6}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn D

$V=\int_0^{\frac{\pi}{3}}S(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{2}.2x.\cos x\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{3}}x.\cos x\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{3}\pi-3}{6}$.

Câu 33: Tính diện tích của những hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-6)^2$; $y=6x-x^2$

A. 63 **B.** 72 **C.** 35 **D.** 47

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $(x-6)^2=6x-x^2\Leftrightarrow x^2-9x+18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=3\end{array}\right.$

Với $x\in[3;6]$, ta có: $(x-6)^2<6x-x^2$

Vậy $S=\int_3^6\left(6x-x^2-x^2+12x-36\right)dx=\int_3^6\left(-2x^2+18x-36\right)dx=\left[-\frac{2}{3}x^3+9x^2-36x\right]_3^6=63$

Câu 34: Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 1)$ là một hình vuông có cạnh $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

A. π. **B.** $\frac{8\pi}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$V=\int_0^1 S(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2.\mathrm{d}x=\frac{8}{3}$.

Câu 35: Cho phần vật thể $(\Im)$ giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể $(\Im)$ bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$, ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của vật thể $(\Im)$.

A. $V=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$. **C.** $V=\sqrt{3}$. **D.** $V=4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$V=\int_0^2 S(x)\mathrm{d}x=\int_0^2\left(\sqrt{2-x}\right)^2\frac{\sqrt{3}}{4}.\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $S=13$. **B.** $S=\frac{81}{12}$. **C.** $S=\frac{37}{12}$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Ta có $x^3-x=x-x^2\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=1\end{array}\right.$

Ta có $S=\left|\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x\right|=\frac{37}{12}$.

Câu 37: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y=2-x^2$ và đường thẳng $y=-x$ là

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2-x^2=-x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$ và $2-x^2\geq -x,\forall x\in[-1;2]$

Nên $S=\int_{-1}^{2}\left(2+x-x^2\right)\mathrm{d}x=\left(2x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{2}=\frac{9}{2}$.

Câu 38: Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(1\leq x\leq 3\right)$ thì được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

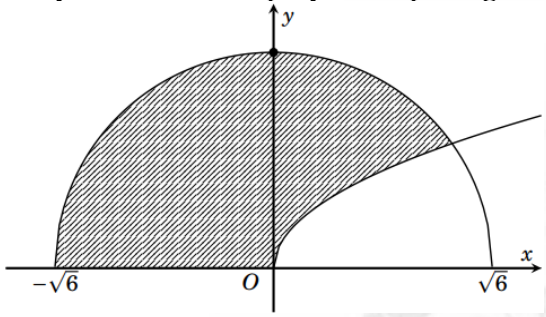
A. $32+2\sqrt{15}$. **B.** $\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$. **C.** $\frac{124\pi}{3}$. **D.** $\frac{124}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$V=\int_1^3 S(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}.\mathrm{d}x=\frac{124}{3}$.

Câu 39: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{6-x^2}$ $\left(-\sqrt{6}\leq x\leq\sqrt{6}\right)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox.



A. $V=8\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$. **B.** $V=8\pi\sqrt{6}-\frac{22\pi}{3}$.

C. $V=8\pi\sqrt{6}-2\pi$. **D.** $V=4\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

Cung tròn khi quay quanh Ox tạo thành một khối cầu có thể tích $V=\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{6}\right)^3=8\pi\sqrt{6}$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Thể tích nửa khối cầu là $V_1 = 4\pi\sqrt{6}$.

Xét phương trình: $\sqrt{x} = \sqrt{6-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = \sqrt{6-x^2} \\ x = 0,\ x = 2 \end{cases}$ quanh Ox là $V_2 = \pi\int_0^2 \left(6 - x^2 - x\right)\mathrm{d}x = \dfrac{22\pi}{3}$.

Vậy thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V = V_1 + V_2 = 4\pi\sqrt{6} + \dfrac{22\pi}{3}$.

Cách 2.

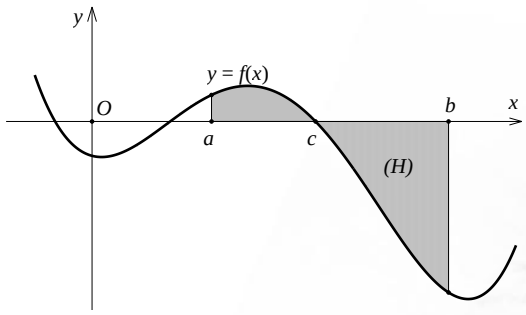
Cung tròn khi quay quanh Ox tạo thành khối cầu có thể tích $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\sqrt{6}\right)^3 = 8\pi\sqrt{6}$

Xét phương trình: $\sqrt{x} = \sqrt{6-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} y = \sqrt{6-x^2} \\ y = 0 \end{cases}$ quanh Ox là $V_2 = \pi\int_0^2 x\mathrm{d}x + \pi\int_2^{\sqrt{6}} \left(6 - x^2\right)\mathrm{d}x = 2\pi + \dfrac{12\sqrt{6} - 28}{3}\pi = 4\pi\sqrt{6} - \dfrac{22\pi}{3}$.

Vậy thể tích vật thể tròn xoay là $V = V_1 - V_2 = 8\pi\sqrt{6} - \left(4\pi\sqrt{6} - \dfrac{22\pi}{3}\right) = 4\sqrt{6}\pi + \dfrac{22\pi}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ có đồ thị như hình bên và $c \in [a;b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = a$, $x = b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $S = \int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

B. $S = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x - \int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) \ge 0$, $\forall x \in [a;c]$ và $f(x) \le 0$, $\forall x \in [c;b]$ nên diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x = \int_a^c \left|f(x)\right|\mathrm{d}x + \int_c^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x - \int_c^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\mathrm{d}x.$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 41: Thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-x-6$ và trục hoành quay quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $\pi\int_0^1\left(x^4-2x^3-11x^2+12x+36\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_{-2}^3\left(x^4-2x^3-11x^2+12x+36\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_0^1\left(x^2-x-6\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_{-2}^3\left(x^2-x-6\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-2\end{array}\right.$

Vậy $V_{Ox}=\pi\int_{-2}^3\left(x^2-x-6\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_{-2}^3\left(x^4-2x^3-11x^2+12x+36\right)\mathrm{d}x$

Câu 42: Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{x}$, $y=0$, $x=1$, $x=a$, $(a>1)$ quay xung quanh trục Ox.

A. $V=\left(1-\dfrac{1}{a}\right)\pi$. **B.** $V=\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\pi$. **C.** $V=\left(1+\dfrac{1}{a}\right)$. **D.** $V=\left(1-\dfrac{1}{a}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$V=\pi\int_1^a\left(\dfrac{1}{x}\right)^2\mathrm{d}x=-\pi\dfrac{1}{x}\Big|_1^a=-\pi\left(\dfrac{1}{a}-1\right)\Leftrightarrow V=\left(1-\dfrac{1}{a}\right)\pi$.

Câu 43: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}, y=0, x=1, x=e$ là $S=a\sqrt{2}+b$. Khi đó giá trị a^2+b^2?

A. 2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{20}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm : $S=\int_1^e\left|\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\right|\mathrm{d}x=\int_1^e\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\mathrm{d}x$,

Đặt $t=\sqrt{1+\ln x}\Leftrightarrow t^2=1+\ln x\Leftrightarrow 2t\,\mathrm{d}t=\dfrac{\mathrm{d}x}{x}$. Đổi cận : $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=1\\x=e\Rightarrow t=\sqrt{2}\end{cases}$

Khi đó : $S=\int_1^{\sqrt{2}}2t^2\,\mathrm{d}t=\dfrac{4}{3}.\sqrt{2}-\dfrac{2}{3}$ hay $a=\dfrac{4}{3}, b=\dfrac{2}{3}$. Vậy $a^2+b^2=\dfrac{20}{9}$.

Câu 44: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$ là một nửa hình tròn đường kính $\sqrt{5}x^2$.

A. $V=8\sqrt{5}\pi$. **B.** $V=2\sqrt{5}\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=4\sqrt{5}\pi$.

Lời giải

Chọn C

$R=\dfrac{\sqrt{5}x^2}{2}$, diện tích nửa hình tròn là $S=\dfrac{\pi.R^2}{2}=\dfrac{\pi.\left(\dfrac{\sqrt{5}x^2}{2}\right)^2}{2}=\pi.\dfrac{5x^4}{8}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$V=\int_0^2 S.dx=\int_0^2\left(\pi.\frac{5x^4}{8}\right).dx=\pi\int_0^2\left(\frac{5x^4}{8}\right).dx=\pi\left(\frac{x^5}{8}\right)\Big|_0^2=4\pi.$$

Câu 45: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y=x^2-x-2$ và các tiếp tuyến của (P) tại các giao điểm của (P) với trục hoành bằng:

A. $\frac{63}{4}$. **B.** $\frac{117}{8}$. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{63}{8}$.

Lời giải

Chọn C

$y=x^2-x-2\Rightarrow y'=2x-1$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với Ox:

$$x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\Rightarrow y'(-1)=-3\\x=2\Rightarrow y'(2)=3\end{array}\right.$$

Tại $M(-1;0)$, phương trình tiếp tuyến: $y=-3x-3$

Tại $N(2;0)$, phương trình tiếp tuyến: $y=3x+6$

Tìm các hoành độ giao điểm:

$x^2-x-2=-3x-3\Leftrightarrow x=-1$

$x^2-x-2=3x-6\Leftrightarrow x=2$

$-3x-3=3x-6\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

Diện tích:

$$S=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}\left|x^2-x-2-(-3x-3)\right|\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{2}\left|x^2-x-2-(3x-6)\right|\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(x+1)^2\,\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{2}(x-2)^2\,\mathrm{d}x=\frac{(x+1)^3}{3}\Big|_{-1}^{\frac{1}{2}}+\frac{(x-2)^3}{3}\Big|_{\frac{1}{2}}^{2}=\frac{9}{4}.$$

Câu 46: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. $V=\int_0^3 2x\sqrt{9-x^2}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_0^3\left(x+2\sqrt{9-x^2}\right)\mathrm{d}x$.

C. $V=4\pi\int_0^3\left(9-x^2\right)\mathrm{d}x$. **D.** $V=2\int_0^3\left(x+2\sqrt{9-x^2}\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích của hình chữ nhật là $S(x)=x.2\sqrt{9-x^2}$.

Thể tích vật thể là $V=\int_0^3 2x\sqrt{9-x^2}\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 47: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nhánh đường cong $y=x^2\left(x\ge 0\right)$, đường thẳng $y=3-2x$ và trục hoành bằng

A. $\frac{23}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2=3-2x\left(x\ge 0\right)\Leftrightarrow x=1$.

$x^2=0\Leftrightarrow x=0$.

$3-2x=0\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$.

Diện tích: $S=\int\limits_0^1\left|x^2-0\right|\mathrm{d}x+\int\limits_1^{\frac{3}{2}}\left|3-2x-0\right|\mathrm{d}x=\frac{7}{12}$

Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}7-4x^2 & \text{khi}\quad 0\le x\le 1\\ 4-x^2 & \text{khi}\quad x>1\end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và các đường thẳng $x=0,\ x=3,\ y=0$.

A. 10. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** 9.

Lời giải

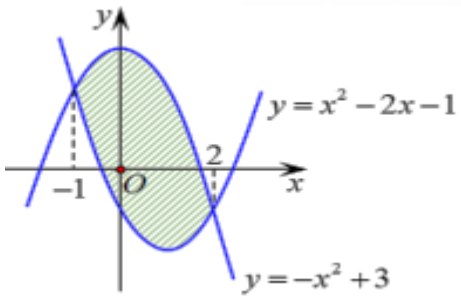
Chọn D

Xét các phương trình hoành độ giao điểm: $\begin{cases}4-x^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\notin\left(1;+\infty\right)\\ x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow x=2\\ 7-4x^2=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}\notin\left[0;1\right]\end{cases}$.

$\Rightarrow S=\int\limits_0^1\left|7-4x^2\right|\mathrm{d}x+\int\limits_1^2\left|4-x^2\right|\mathrm{d}x+\int\limits_2^3\left|4-x^2\right|\mathrm{d}x$

$=\int\limits_0^1\left(7-4x^2\right)\mathrm{d}x+\int\limits_1^2\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x+\int\limits_2^3\left(x^2-4\right)\mathrm{d}x=7-1+\frac{16}{3}-\frac{11}{3}-3+\frac{16}{3}=10$.

Câu 49: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int\limits_{-1}^2\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_{-1}^2\left(2x-2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^2\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_{-1}^2\left(-2x+2\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A

Ta có $S=\int\limits_{-1}^{2}\left|\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$

Câu 50: Thể tích khối tròn xoay trong không gian $Oxyz$, giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0;x=\pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $x\left(0\le x\le\pi\right)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là:

A. $V=2$. **B.** $V=\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=2\pi$.

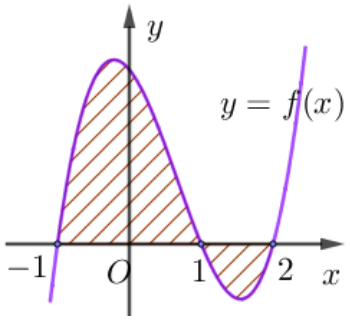
Lời giải

Chọn D

Diện tích thiết diện là: $S\left(x\right)=\pi.\sin x$.

Thể tích của vật thể tạo thành: $V=\int\limits_{0}^{\pi}S\left(x\right)\,\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{0}^{\pi}\sin x\,\mathrm{d}x=2\pi$.

Câu 51: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right),y=0,x=-1,x=2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

$S=\int\limits_{-1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$

Nhìn hình ta thấy hàm số $f\left(x\right)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $\left[-1;1\right]$

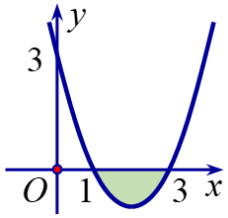
nên $\int\limits_{-1}^{1}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x$; hàm số $f\left(x\right)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $\left[1;2\right]$

nên $\int\limits_{1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$

Vậy $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\,\mathrm{d}x$

Câu 52: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và có đồ thị như hình bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục Ox. Quay hình phẳng D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $V=\frac{1}{3}\int_1^3\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x$.

B. $V=\int_1^3\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi^2\int_1^3\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int_1^3\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $x=1$, $x=3$ nên thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D quanh trục Ox được tính theo công thức $V=\pi\int_1^3\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x$

Câu 53: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=\sqrt{x}$. Khối tròn xoay tạo ra khi (H) quay quanh Ox có thể tích là.

A. $\pi\int_0^1\left(x-x^4\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

B. $\pi\int_0^1\left(\sqrt{x}-x^2\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

C. $\pi\int_0^1\left(x^2-\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

D. $\pi\int_0^1\left(x^4-x\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

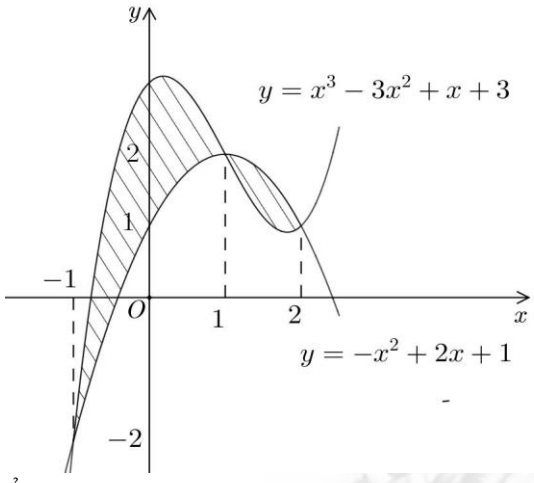
Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2=\sqrt{x}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Suy ra $V=\pi\int_0^1\left|\left(x^2\right)^2-\left(\sqrt{x}\right)^2\right|\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\left|x^4-x\right|\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\left(x-x^4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 54: Cho đồ thị hai hàm số $y=x^3-3x^2+x+3$ và $y=-x^2+2x+1$ như hình sau



Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-1}^1\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x+\int_1^2\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

B. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x$.

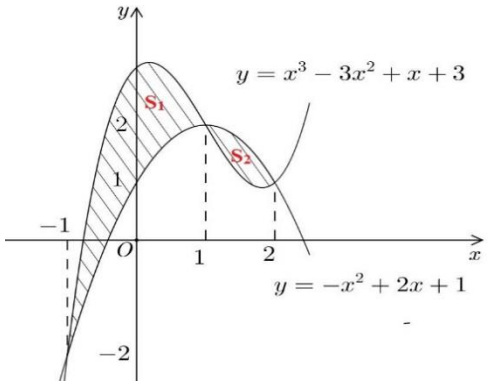
C. $\int\limits_{-1}^{1}\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_{-1}^{2}\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Chia phần diện tích S cần tính thành 2 phần S_1 và S_2 như hình vẽ sau



+ ***Phần*** S_1: phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+x+3$, $g(x)=-x^2+2x+1$ và các đường thẳng $x=-1$, $x=1$.

$\longrightarrow S_1=\int\limits_{-1}^{1}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x$.

+ ***Phần*** S_2: phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+x+3$, $g(x)=-x^2+2x+1$ và các đường thẳng $x=1$, $x=2$.

$\longrightarrow S_2=\int\limits_{1}^{2}\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{2}\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x$.

Vậy $S=S_1+S_2=\int\limits_{-1}^{1}\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 55: Diện tích miền phẳng giới hạn bởi parabol $y=\dfrac{x^2}{2}$ và đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính $2\sqrt{2}$ thuộc khoảng nào sau đây.

A. $(5;6)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(7;8)$. **D.** $(6;7)$.

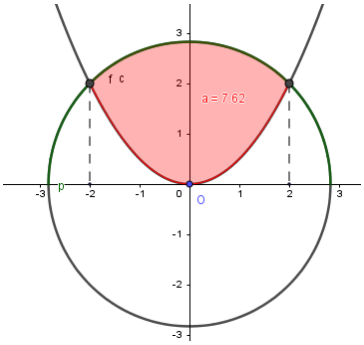
Lời giải

Chọn C

Phương trình đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $2\sqrt{2}$ là : $x^2+y^2=8$.

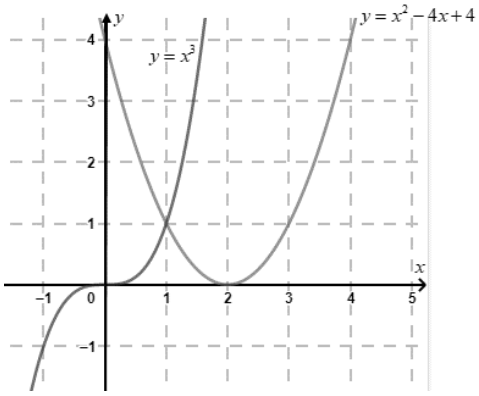
Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường tròn : $x^2+\dfrac{x^4}{4}=8\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Vậy diện tích hình phẳng là : $S=\int\limits_{-2}^{2}\left(\sqrt{8-x^2}-\dfrac{x^2}{2}\right)dx\approx 7,616518641.$

Câu 56: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=x^3$, $y=x^2-4x+4$ và trục Ox (tham khảo hình vẽ) được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x-\int\limits_1^2\left(x^2-4x+4\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x+\int\limits_1^2\left(x^2-4x+4\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_0^2\left|x^3-\left(x^2-4x+4\right)\right|\mathrm{d}x$.

D. $-\int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x+\int\limits_1^2\left(x^2-4x+4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta thấy hình phẳng cần tính diện tích gồm 2 phần:

Phần 1: Hình phẳng giới hạn bởi $y=x^3$, trục Ox, $x=0$, $x=1$.

Phần 2: Hình phẳng giới hạn bởi $y=x^2-4x+4$, trục Ox, $x=1$, $x=2$.

Do đó diện tích cần tính là $S=\int\limits_0^1\left|x^3\right|\mathrm{d}x+\int\limits_1^2\left|x^2-4x+4\right|\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x+\int\limits_1^2\left(x^2-4x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 57: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3-x;y=2x$ và các đường $x=1;\ x=-1$ được xác định bởi công thức:

A. $S=\left|\int\limits_{-1}^1\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=\int\limits_{-1}^0\left(x^3-3x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-1}^0\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1\left(x^3-3x\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{-1}^1\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích hình phẳng là $S=\int\limits_{-1}^1\left|\left(x^3-x\right)-\left(2x\right)\right|\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^1\left|x^3-3x\right|\,\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

x	-1		0		1
x^3-3x		+	0	−	

Do đó dựa vào bảng ta có: $S=\int\limits_{-1}^{0}\left(x^3-3x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x$.

Câu 58: Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=x\left(1-x\right)$ và $y=x^3-x$ có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình:

$$x\left(1-x\right)=x^3-x\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\\x=1\end{array}\right.$$

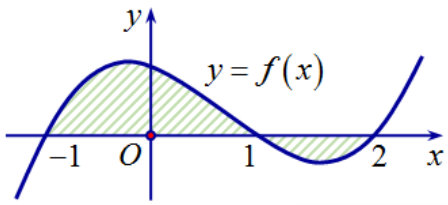
Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=x\left(1-x\right)$ và $y=x^3-x$.

$$S=\int\limits_{-2}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|\mathrm{d}x$$

$$=\int\limits_{-2}^{0}\left|x^3+x^2-2x\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|\mathrm{d}x$$

$$=\left|\int\limits_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x\right|=\frac{8}{3}+\frac{5}{12}=\frac{37}{12}\text{(đvdt).}$$

Câu 59: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S=\int\limits_{-1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int\limits_{-1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

$$S=\int\limits_{-1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}\left[f\left(x\right)-0\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}\left[0-f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x.$$

Câu 60: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đường $y=x^2-2x$, trục hoành. Tính thể tích V hình tròn xoay sinh ra khi quay $\left(H\right)$ quanh trục Ox.

A. $V=\frac{4\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{15\pi}{8}$. **C.** $V=\frac{7\pi}{8}$. **D.** $V=\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.\longrightarrow V_{Ox}=\pi\int\limits_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{16\pi}{15}.$

Câu 61: Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $x=\sqrt{y^2+1}$, trục tung và các đường thẳng $y=0, y=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục tung có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{4}{3}$. **B.** $V=\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=2$.

Lời giải

Chọn B

$V=\pi\int\limits_0^1\left(\sqrt{y^2+1}\right)^2\mathrm{d}y=\pi\int\limits_0^1\left(y^2+1\right)\mathrm{d}y=\pi\left(\dfrac{y^3}{3}+y\right)\Big|_0^1=\dfrac{4\pi}{3}.$

Câu 62: Thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành quay quanh trục Ox là

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{15}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{16\pi}{15}$.

Lời giải

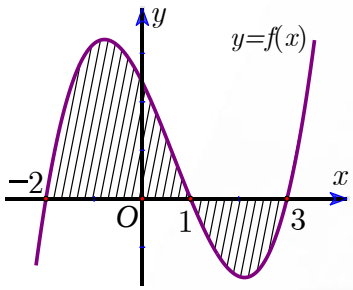
Chọn D

$x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

$\longrightarrow V=\pi\int\limits_1^3\left(x^2-4x+3\right)^2\mathrm{d}x$

$=\pi\int\limits_1^3\left(x^4-8x^3+22x^2-24x+9\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\dfrac{x^5}{5}-2x^4+\dfrac{22x^3}{3}-12x^2+9x\right)\Big|_1^3=\dfrac{16\pi}{15}.$

Câu 63: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi cá đường $y=f(x), y=0, x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int\limits_{-2}^1 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int\limits_{-2}^1 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{-2}^1 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $S=-\int\limits_{-2}^1 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $S=\int\limits_{-2}^3\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=S=\int\limits_{-2}^1\left|f(x)\right|\mathrm{d}x+\int\limits_1^3\left|f(x)\right|\mathrm{d}x.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do $f(x)\ge 0$ với $\forall x\in[-2;1]$ và $f(x)\le 0$ với $\forall x\in[1;3]$ nên $S=\int\limits_{-2}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 64: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3\sqrt{x}-x$ và đường thẳng $y=\frac{1}{2}x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $\frac{56}{5}$. **B.** $\frac{57}{5}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** $\frac{25}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $3\sqrt{x}-x=\frac{1}{2}x\Leftrightarrow x=0\vee x=4$.

Khi đó $V_{Ox}=\left|\int\limits_{0}^{4}\left[\left(3\sqrt{x}-x\right)^2-\frac{1}{4}x^2\right]\mathrm{d}x\right|=\frac{56}{5}$.

Câu 65: Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x+1$, $y=0$, $x=1$, $x=t\ (t>1)$. Tìm t để $S(t)=10$.

A. $t=14$. **B.** $t=4$. **C.** $t=13$. **D.** $t=3$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1. Ta có: $S(t)=\int\limits_{1}^{t}\left|2x+1\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{t}(2x+1)\,\mathrm{d}x$.

Suy ra $S(t)=\left(x^2+x\right)\Big|_1^t=t^2+t-2$.

Do đó $S(t)=10\Leftrightarrow t^2+t-2=10\Leftrightarrow t^2+t-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\t=-4\ (L)\end{array}\right.$. Vậy $t=3$.

Câu 66: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C):y=-x^2+4x$ và đường thẳng $(d):y=x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

A. $V=\frac{108\pi}{10}$. **B.** $V=\frac{81\pi}{10}$. **C.** $V=\frac{108\pi}{5}$. **D.** $V=\frac{81\pi}{5}$.

Lời giải

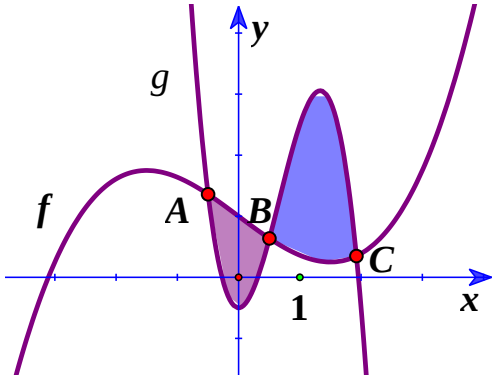
Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm $-x^2+4x=x\Leftrightarrow x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Ta có $V=\pi\int\limits_{0}^{3}\left|\left(-x^2+4x\right)^2-x^2\right|\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{0}^{3}\left|x^4-8x^3+15x^2\right|\mathrm{d}x=\frac{108\pi}{5}$.

Câu 67: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị giao nhau như hình vẽ. Gọi a,b,c lần lượt là hoành độ của các điểm. Hãy chọn khẳng định **sai** về diện tích S của phần tô mầu trên hình bên.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $S=\int_a^c\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\left|\int_a^c\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

C. $S=\left|\int_a^b\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x\right|+\left|\int_b^c\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

D. $S=\int_a^b\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_b^c\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S=\int_a^c\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\left|\int_a^b\left(f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_b^c\left(f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x\right|$

$=\int_a^b\left(f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x+\int_b^c\left(g(x)-f(x)\right)\mathrm{d}x$.

Câu 68: Một bác thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x+1}$ và trục Ox quay quanh trục Ox. Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm, khi đó thể tích của lọ là

A. $8\pi\ \mathrm{dm}^3$. **B.** $\frac{15}{2}\pi\ \mathrm{dm}^3$. **C.** $\frac{15}{2}\ \mathrm{dm}^3$. **D.** $\frac{14}{3}\pi\ \mathrm{dm}^3$.

Lời giải

Chọn B

Đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là $2\,\mathrm{dm}$ và $4\,\mathrm{dm}$ nên bán kính lần lượt là

$1\,\mathrm{dm}$ và $2\,\mathrm{dm}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=\sqrt{x+1}=1\\y=\sqrt{x+1}=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Thể tích của lọ là: $V=\pi\int_0^3\left(\sqrt{x+1}\right)^2dx=\pi\int_0^3(x+1)dx=\pi\left[\frac{x^2}{2}+x\right]_0^3=\frac{15}{2}\pi\left(\mathrm{dm}^3\right)$.

Câu 69: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2;\ y=\frac{x^2}{27};y=\frac{27}{x}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S=\int_0^3\left|x^2-\frac{27}{x}\right|\mathrm{d}x+\int_3^9\left|\frac{27}{x}-\frac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_0^3\left|x^2-\frac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x+\int_3^9\left|\frac{27}{x}-\frac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_0^3\left|x^2-\frac{27}{x}\right|\mathrm{d}x+\int_3^9\left|x^2-\frac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_0^3\left|\frac{27}{x}-\frac{x^2}{27}\right|\mathrm{d}x+\int_3^9\left|\frac{27}{x}-x^2\right|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn B

$x^2 = \dfrac{x^2}{27} \Leftrightarrow x = 0$

$\dfrac{x^2}{27} = \dfrac{27}{x} \Leftrightarrow x = 9$

$\dfrac{27}{x} = x^2 \Leftrightarrow x = 3$

Diện tích: $S = \int\limits_0^3 \left| x^2 - \dfrac{x^2}{27} \right| \mathrm{d}x + \int\limits_3^9 \left| \dfrac{27}{x} - \dfrac{x^2}{27} \right| \mathrm{d}x$.

Câu 70: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$ và $y = 4x - 2$. Khi đó thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là:

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{224}{15}\pi$. **C.** $\dfrac{248\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{1016\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 1 = 4x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

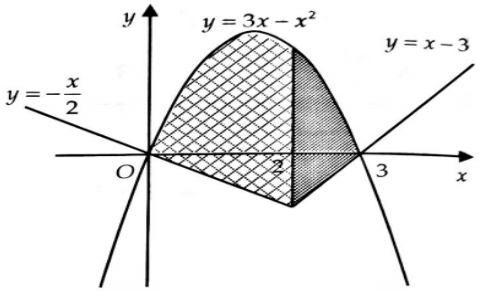
$V = \pi \int\limits_1^3 \left(\left(4x - 2\right)^2 - \left(x^2 + 1\right)^2 \right) \mathrm{d}x = \dfrac{224}{15}\pi$.

Câu 71: Hình phẳng giới hạn bởi $y = 3x - x^2$ và $y = \begin{cases} -\dfrac{x}{2} & \text{khi } x \le 2 \\ x - 3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ có diện tích là

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C



Tìm các hoành độ giao điểm:

$3x - x^2 = -\dfrac{x}{2} \ (x \le 2) \Leftrightarrow x = 0$

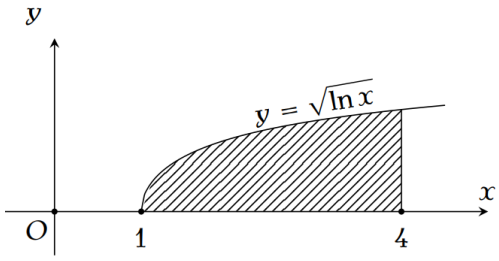
$3x - x^2 = x - 3 \ (x > 2) \Leftrightarrow x = 3$

$x - 3 = -\dfrac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2$

Diện tích: $S = \int\limits_0^2 \left(3x - x^2 + \dfrac{x}{2} \right) \mathrm{d}x + \int\limits_2^3 \left(3x - x^2 - x + 3 \right) \mathrm{d}x = 6$.

Câu 72: Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $\pi\left(4\ln 4-3\right)$. **B.** $\pi\left(4\ln 2-3\right)$. **C.** $4\pi\ln 2-3\pi$. **D.** $4\pi\ln 4-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V_{Ox}=\pi\int_1^4\left|\left(\sqrt{\ln x}\right)^2\right|\mathrm{d}x=\pi\int_1^4\ln x\,\mathrm{d}x=\pi\left(x\ln x-x\right)\Big|_1^4=\pi\left(4\ln 4-3\right)$.

Câu 73: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=(32+\sqrt{5})\pi$. **B.** $V=\dfrac{124}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **D.** $V=32+2\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{3x^2-2}\Rightarrow t^2=3x^2-2\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=6x\mathrm{d}x\Rightarrow t\mathrm{d}t=3x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=1$, $x=3\Rightarrow t=5$.

Khi đó $V=\int_1^5 t.t.\mathrm{d}t=\left(\frac{1}{3}t^3\right)\Big|_1^5=\frac{124}{3}$.

Câu 74: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-1$, trục hoành và đường thẳng $x=4$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $S=1$ **B.** $V=\dfrac{7\pi}{3}$ **C.** $V=\dfrac{7}{6}$ **D.** $V=\dfrac{7\pi}{6}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{x}-1=0\Leftrightarrow x=1$.

$$V=\pi\int_1^4\left(\sqrt{x}-1\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_1^4\left(x-2\sqrt{x}+1\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^2}{2}-\frac{4}{3}x\sqrt{x}+x\right)\Big|_1^4=\frac{7\pi}{6}.$$

Câu 75: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$. Gọi D_1 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Gọi D_2 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}f(x)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Quay các hình phẳng D_1, D_2 quanh trục Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_1=3V_2$. **B.** $V_2=3V_1$. **C.** $V_1=9V_2$. **D.** $V_2=9V_1$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_1=\pi\int\limits_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x$ và $V_2=\pi\int\limits_0^1\left[\frac{1}{3}f(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{1}{9}\pi\int\limits_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x$.

Vậy $V_2=\frac{1}{9}V_1$ hay $V_1=9V_2$.

Câu 76: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=-x^2+4$ và $y=-x+2$?

A. $\frac{5}{7}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 9. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$-x^2+4=-x+2\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$$

Khi đó: $S=\int\limits_{-1}^{2}\left|\left(-x^2+4\right)-\left(-x+2\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}\left(-x^2+x+2\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_{-1}^{2}=\frac{9}{2}$.

Câu 77: Cho hình thang $S:\begin{cases}y=3x\\y=x\\x=0\\x=1\end{cases}$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi nó xoay quanh Ox.

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** $8\pi^2$. **D.** $\frac{8\pi^2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hình thang giới hạn bởi các đường: $y=3x$; $y=x$; $x=0$; $x=1$.

Ta có: $V=\pi\left|\int\limits_0^1(3x)^2\mathrm{d}x-\int\limits_0^1(x)^2\mathrm{d}x\right|=\frac{8}{3}\pi$.

Câu 78: Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $x=y^2-2y$, trục tung, đường thẳng $y=0$ và $y=1$quanh trục tung bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{8\pi}{15}$. **C.** $\frac{16\pi}{15}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$V=\pi\int\limits_0^1\left(y^2-2y\right)^2\mathrm{d}y=\pi\int\limits_0^1\left(y^4-4y^3+4y^2\right)\mathrm{d}y=\pi.\left(\frac{y^5}{5}-y^4+\frac{4y^3}{3}\right)\Big|_0^1=\pi.\left(\frac{1}{5}-1+\frac{4}{3}\right)=\frac{8\pi}{15}.$$

Câu 79: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$ là

A. $\frac{e^2+1}{4}$. **B.** $\frac{e^2-1}{4}$. **C.** $\frac{e^2-1}{2}$. **D.** $\frac{e^2+1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

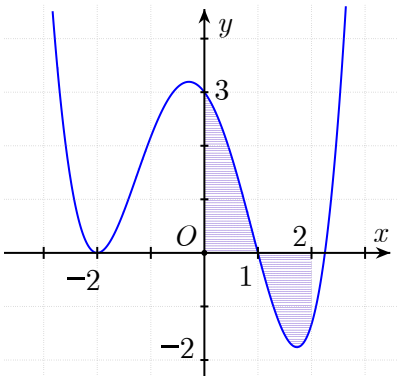
Phương trình hoành độ của đường cong $y=x\ln x$ và trục hoành là

$$x\ln x=0\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ \ln x=0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}x=0\Leftrightarrow x=1.\\ x=1\end{array}\right.\end{cases}$$

Vậy diện tích hình phẳng là $S=\int_1^e\left|x\ln x\right|\mathrm{d}x=\int_1^e x\ln x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{x^2}{2}\end{cases}\longrightarrow S=\dfrac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e-\dfrac{1}{2}\int_1^e x\mathrm{d}x=\dfrac{e^2}{2}-\dfrac{x^2}{4}\Big|_1^e=\dfrac{e^2+1}{4}$.

Câu 80: Cho hàm số Oxy liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ (phần tô đen) là



A. $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\left|\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x\right|$.

C. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

D. $-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có:

$$S=\int_0^2\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left[f(x)-0\right]\mathrm{d}x+\int_1^2\left[0-f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 81: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2-3x+1$ và đường thẳng $y=x+1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_0^4\left(x^2+4x\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int_0^4\left(x^2-4x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_0^4\left(-x^2-2x\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_0^4\left(-x^2+4x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

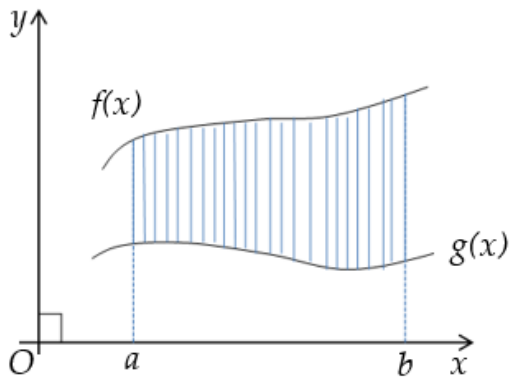
Phương trình hoành độ giao điểm của $y=x^2-3x+1$ và $y=x+1$ là:

$$x^2-3x+1=x+1\Leftrightarrow x^2-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=4\end{array}\right.$$

$$\longrightarrow S=\int_0^4\left|x^2-4x\right|\mathrm{d}x=\int_0^4\left(-x^2+4x\right)\mathrm{d}x\ (\text{do } x^2-4x\le 0 \text{ với mọi } x\in[0;4]).$$

Câu 82: Công thức nào sau đây dung để tính hình phẳng S phần gạch của hình vẽ dưới đây:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $S=\int_a^b g(x)\mathrm{d}x-\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|-\left|\int_a^b g(x)\mathrm{d}x\right|$.

C. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Chọn $S=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$.

Câu 83: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=1$, $x=4$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(1\le x\le 4)$ là tam giác đều có cạnh là $\sqrt{x}-1$.

A. $\frac{5\sqrt{3}}{24}$.

B. $\frac{5\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{7\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

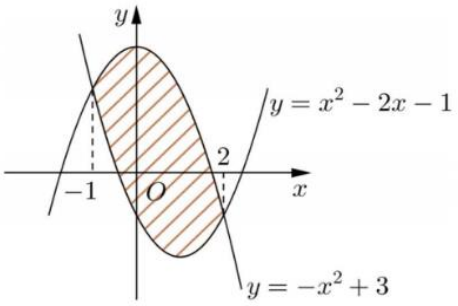
Lời giải

Chọn C

Diện tích thiết diện là: $S(x)=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{x}-1\right)^2$.

Thể tích của vật thể tạo thành: $V=\int_1^4 S(x)\,\mathrm{d}x=\int_1^4 \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{x}-1\right)^2\mathrm{d}x=\frac{7\sqrt{3}}{24}$.

Câu 84: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\mathrm{d}x$

B. $\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)\mathrm{d}x$

C. $\int_{-1}^{2}(2x-2)\mathrm{d}x$

D. $\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\mathrm{d}x$

Lời giải

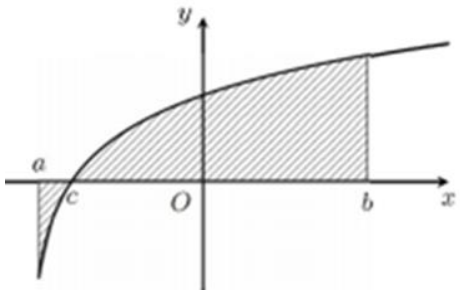
Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là:

$$S=\int_{-1}^{2}\left|\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left|-2x^2+2x+4\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x.$$

Câu 85: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b(a<b)$ *(phần tô đậm trong hình vẽ)*. Tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S=-\int_{a}^{c}f(x)\mathrm{d}x+\int_{c}^{b}f(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int_{a}^{c}f(x)\mathrm{d}x+\int_{c}^{b}f(x)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int_{a}^{b}\left|f(x)\mathrm{d}x\right|.$ **D.** $S=\int_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x.$

Lời giải

Chọn A

Ta có : $s=\int_{a}^{b}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{a}^{c}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x+\int_{c}^{b}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=-\int_{a}^{c}f(x)\mathrm{d}x+\int_{c}^{b}f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 86: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $x=e^y$, trục tung và các đường thẳng $y=0$, $y=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục tung có thể tích V bằng bao nhiêu?

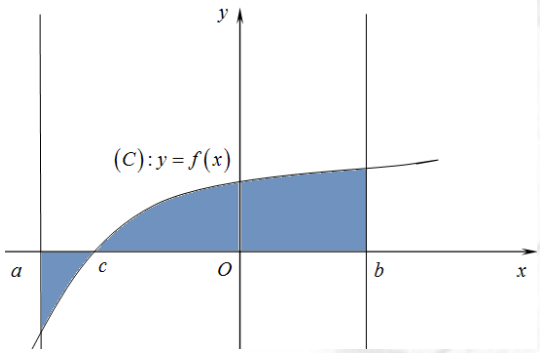
A. $V=\dfrac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}.$ **B.** $V=\dfrac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}.$ **C.** $V=\dfrac{\pi e^2}{3}.$ **D.** $V=\dfrac{e^2-1}{2}.$

Lời giải

Chọn B

$$V=\pi\int_{0}^{1}\mathrm{e}^{2y}\mathrm{d}y=\pi\frac{\mathrm{e}^{2y}}{2}\Big|_{0}^{1}=\frac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$$

Câu 87: Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có:

$S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x=\int_a^c \left[0-f(x)\right]\mathrm{d}x+\int_c^b \left[f(x)-0\right]\mathrm{d}x=-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 88: Cho hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, $y=-x+2$ và trục hoành. Thể tích của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình H quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào?

A. $V=\pi\int_0^2\left[\sqrt{x}+(x-2)\right]^2\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi\left[\int_0^1 x\mathrm{d}x+\int_1^2(-x+2)^2\mathrm{d}x\right]$.

C. $V=\pi\left[\int_0^2 x\mathrm{d}x+\int_0^2(-x+2)^2\mathrm{d}x\right]$.

D. $V=\pi\int_0^2\left[\sqrt{x}=(x-2)^2\right]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt{x}=-x+2\Leftrightarrow x=1$.

$\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$.

$-x+2=0\Leftrightarrow x=2$.

Khi đó: $V=\pi\left[\int_0^1\sqrt{x}^2\mathrm{d}x+\int_1^2(-x+2)^2\mathrm{d}x\right]$.

Câu 89: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $xy=4$, $x=0$, $y=1$ và $y=4$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung là

A. $V=10\pi$.

B. $V=12\pi$.

C. $V=8\pi$.

D. $V=16\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích V của khối tròn là $V=\pi\int_1^4\left(\frac{4}{y}\right)^2\mathrm{d}y=\pi\int_1^4\frac{16}{y^2}\mathrm{d}y=\pi\left(-\frac{16}{y}\right)\Big|_1^4=12\pi$.

Câu 90: Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0\le x\le 2)$ ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của phần vật thể B.

A. $V=\sqrt{3}$.

B. $V=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $V=4\sqrt{3}$.

D. $V=\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$V=\int_0^2\frac{\left(x\sqrt{2-x}\right)^2\sqrt{3}}{4}dx=\frac{\sqrt{3}}{4}\int_0^2 x^2(2-x)dx=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 91: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, $y=0$, $x=-10$, $x=10$.

A. $S=\frac{2008}{3}$. **B.** $S=\frac{2000}{3}$. **C.** $S=2008$. **D.** $S=2000$.

Lời giải

Chọn A

$$x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
VT		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\rightarrow S=\int_{-10}^{10}\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-10}^{0}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x-\int_0^2\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x+\int_2^{10}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{-10}^{0}-\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_0^2+\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_2^{10}=\frac{1300}{3}+\frac{4}{3}+\frac{704}{3}=\frac{2008}{3}.$$

Câu 92: Tính thể tích V của khối tròn xoay trong không gian $Oxyz$, giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$, $x=\pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x;0;0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$.

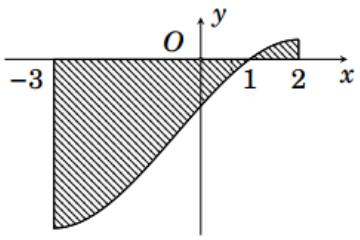
A. $V=4\pi$. **B.** $V=\pi$. **C.** $V=2$. **D.** $V=2\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Ta có $V_{Ox}=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}y^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\pi}\sin x\,\mathrm{d}x=\pi\left(-\cos x\right)\Big|_0^{\pi}=\pi\left(-\cos\pi+\cos 0\right)=2\pi$

Câu 93: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-3$, $x=2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a=\int_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x$, $b=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng.



A. $S=a+b$. **B.** $S=-a-b$. **C.** $S=b-a$. **D.** $S=a-b$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Ta có $S=\int\limits_{-3}^{2}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-3}^{1}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-a+b$.

Câu 94: Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $x=\sqrt{y}$, hai đường thẳng $y=1$, $y=2$ và trục tung. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục tung.

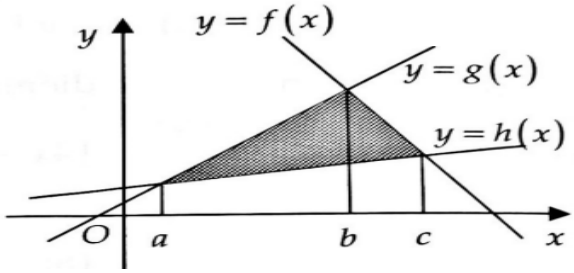
A. 3π. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$V=\pi\int\limits_{1}^{2}y\,\mathrm{d}y=\left.\frac{\pi y^2}{2}\right|_1^2=\frac{3\pi}{2}$.

Câu 95: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đồ thị hàm số $y=f(x)$; $y=g(x)$; $y=h(x)$ (phần tô màu trong hình vẽ).



Khi đó khẳng định nào đúng?

A. $S=\int\limits_{a}^{b}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[f(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

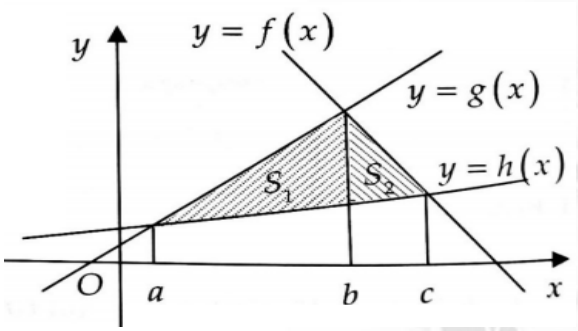
B. $S=\int\limits_{a}^{b}\left[f(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[g(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{a}^{b}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[g(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{a}^{b}\left[g(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[f(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

Lời giải

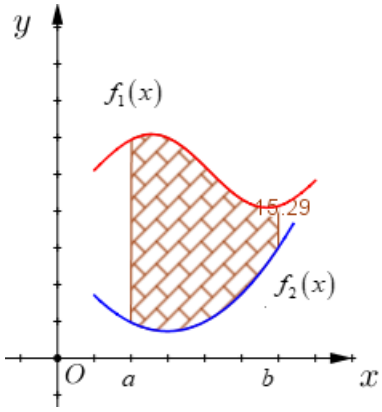
Chọn D



$S=S_1+S_2=\int\limits_{a}^{b}\left[g(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_{b}^{c}\left[f(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x$.

Câu 96: Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $V=\pi\int_a^b\left[f_1^2(x)-f_2^2(x)\right]\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi\int_a^b\left[f_2^2(x)-f_1^2(x)\right]\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^b\left[f_1^2(x)-f_2^2(x)\right]\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int_a^b\left[f_1(x)-f_2(x)\right]^2\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Do $f_1(x)>f_2(x)\forall x\in(a;b)$ nên $V=\pi\int_a^b\left[f_1(x)-f_2(x)\right]^2\mathrm{d}x$

Câu 97: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x};\ y=2-x;\ y=0$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{13}{3}$.

C. $\frac{1}{6}+\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$\sqrt{x}=2-x\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\ x=(2-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow x=1$

$\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$

$2-x=0\Leftrightarrow x=2$

Diện tích: $S=\int_0^1\left|\sqrt{x}-(2-x)\right|\mathrm{d}x+\int_1^2\left|2-x\right|\mathrm{d}x$

$=\left|\int_0^1\left(\sqrt{x}-2+x\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_1^2(2-x)\mathrm{d}x\right|=\left|\frac{2x\sqrt{x}}{3}-2x+\frac{x^2}{2}\right|_0^1+\left|\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\right|_1^2=\frac{4}{3}$.

Câu 98: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$; $y=6-x$ và trục hoành.

A. $\frac{22}{3}$.

B. $\frac{23}{3}$.

C. $\frac{16}{3}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}\ (C)$ với trục hoành là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}y=\sqrt{x}\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\end{cases}\Rightarrow(C)\cap Ox=O(0;0).$$

Tọa độ giao điểm của $y=6-x\ (\Delta)$ với trục hoành là: $(\Delta)\cap Ox=A(6;6)$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Tọa độ giao điểm của $y=\sqrt{x}(C)$ và $y=6-x(\Delta)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y=6-x \\ y=\sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-x=\sqrt{x} \\ y=\sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow (C)\cap\Delta=B(4;2).$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_0^4 \left|\sqrt{x}\right| \mathrm{d}x+\int_4^6 \left|6-x\right| \mathrm{d}x=\frac{22}{3}$.

Câu 99: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=\sqrt{x}.e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

A. $V=e^2-1$. **B.** $V=\frac{1}{4}\pi\left(e^2-1\right)$. **C.** $V=\frac{1}{4}\pi e^2-1$. **D.** $V=\pi\left(e^2-1\right)$.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt{x}.e^{x^2}=0\Leftrightarrow x=0$.

Khi đó $V=\pi\int_0^1\left(\sqrt{x}.e^{x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^1 xe^{2x^2}\mathrm{d}x=\pi\frac{1}{4}\int_0^1 e^{2x^2}\mathrm{d}(2x^2)=\pi\frac{1}{4}e^{2x^2}\Big|_0^1=\frac{1}{4}\pi(e^2-1)$.

Câu 100: Công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P):y=x^2$ và đường thẳng $d:y=2x$ quay xung quanh Ox là

A. $\pi\int_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$ **B.** $\pi\int_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$

C. $\pi\int_0^2 4x^2\mathrm{d}x-\pi\int_0^2 x^4\mathrm{d}x$ **D.** $\pi\int_0^2 4x^2\mathrm{d}x+\pi\int_0^2 x^4\mathrm{d}x$

Lời giải

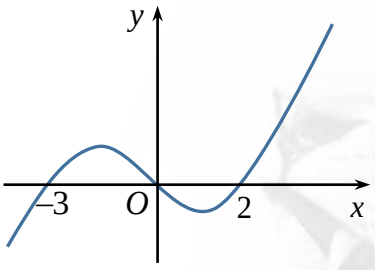
Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2=2x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có trên $(0;2)$ ta có $2x>x^2$

Nên $V=\pi\int_0^2 4x^2\mathrm{d}x-\pi\int_0^2 x^4\mathrm{d}x$.

Câu 101: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số trên với trục hoành là:

A. $S=\int_{-3}^2 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-3}^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-3}^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^{-3} f(x)\mathrm{d}x+\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có: $f(x)>0\ \ \forall x\in(-3;0)$ và $f(x)<0\ \ \forall x\in(0;2)$.

$$S=\int_{-3}^{2}|f(x)|\mathrm{d}x=S=\int_{-3}^{0}|f(x)|\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}|f(x)|\mathrm{d}x=S=\int_{-3}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\int_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 102: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x^2;\ y=\dfrac{x^2}{4};\ y=\dfrac{54}{x}$ bằng

A. $-\dfrac{63}{2}+54\ln 2$. **B.** $54\ln 2$. **C.** $\dfrac{63}{2}-54\ln 2$. **D.** $\dfrac{63}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$2x^2=\dfrac{x^2}{4}\Leftrightarrow x=0$.

$2x^2=\dfrac{54}{x}\Leftrightarrow x=3$.

$\dfrac{x^2}{4}=\dfrac{54}{x}\Leftrightarrow x=6$.

Diện tích:

$$S=\int_{0}^{3}\left|2x^2-\frac{x^2}{4}\right|\mathrm{d}x+\int_{3}^{6}\left|\frac{54}{x}-\frac{x^2}{4}\right|\mathrm{d}x=\left|\int_{0}^{3}\left(2x^2-\frac{x^2}{4}\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{3}^{6}\left(\frac{54}{x}-\frac{x^2}{4}\right)\mathrm{d}x\right|$$

$$=\left|\frac{7x^3}{12}\right|_0^3\Bigg|+\left|\left(54\ln x-\frac{x^3}{12}\right)\right|_3^6\Bigg|=54\ln 2.$$

Câu 103: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$ là tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\cos x+\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích thiết diện là: $S(x)=\left(2\sqrt{\cos x+\sin x}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}(\cos x+\sin x)$.

Thể tích của vật thể tạo thành: $V=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{3}(\sin x+\cos x)\mathrm{d}x=\sqrt{3}(\sin x-\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=2\sqrt{3}$.

Câu 104: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $x=\sqrt{2+\cos y}$, trục tung và các đường thẳng $y=0, y=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục tung có thể tích V bằng

A. $V=\pi+1$. **B.** $V=(\pi-1)\pi$. **C.** $V=\pi-1$. **D.** $V=(\pi+1)\pi$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sqrt{2+\cos y}\right)^2 dy=\pi\left(2y+\sin y\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi\left(\pi+1\right)$$

Câu 105: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $x=y^2+2, x=0, y=1, y=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Oy. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\int_1^2\left(y^2+2\right)^2 \mathrm{d}y$.

B. $V=\int_1^2\left(y^2+2\right)\mathrm{d}y$.

C. $V=\pi\int_1^2\left(y^2+2\right)^2 \mathrm{d}y$.

D. $V=\pi\int_1^2\left(y^2+2\right)\mathrm{d}y$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V=\pi\int_1^2\left(y^2+2\right)^2 \mathrm{d}y$.

Câu 106: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-2$, $y=0$ và $x=9$ quay xung quanh trục Ox. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A. $V=\frac{11\pi}{6}$.

B. $V=\frac{7\pi}{11}$.

C. $V=\frac{7}{6}$.

D. $V=\frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

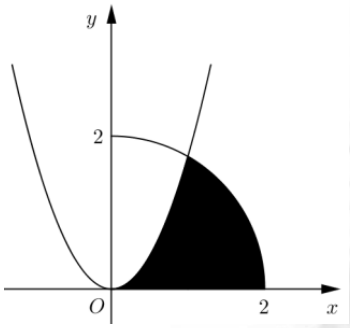
$\sqrt{x}-2=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4$.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là:

$$V=\pi\int_4^9\left(\sqrt{x}-2\right)^2 \mathrm{d}x$$

$$=\pi\int_4^9\left(x-4\sqrt{x}+4\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^2}{2}-\frac{8x\sqrt{x}}{3}+4x\right)\Big|_4^9=\pi\left(\frac{81}{2}-72+36\right)-\pi\left(\frac{16}{2}-\frac{64}{3}+16\right)=\frac{11\pi}{6}.$$

Câu 107: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với) $0\le x\le 2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$

C. $\frac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm giữa và cung tròn ta được

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

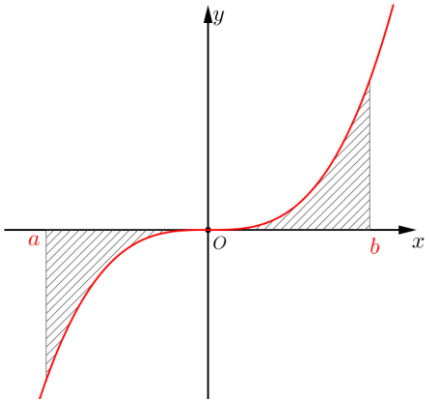
$$\sqrt{3}x^2=\sqrt{4-x^2}\Leftrightarrow x=\pm1 \text{ với } 0\le x\le 2 \text{ nên ta có } x=1$$

Ta có diện tích $S=\int\limits_0^1\sqrt{3}x^2\mathrm{d}x+\int\limits_1^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x^3\Big|_0^1+\int\limits_1^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\int\limits_1^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$

Đặt: $x=2\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$; đổi cận $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}\\ x=2\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow S=\frac{\sqrt{3}}{3}+2\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$$

Câu 108: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C):y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ (như hình vẽ dưới đây). Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D. đúng trong các phương án A, B, C, D cho dưới đây?



A. $S_D=-\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S_D=-\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S_D=\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S_D=\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_D=\int\limits_a^b|f(x)|\mathrm{d}x=\int\limits_a^0|f(x)|\mathrm{d}x+\int\limits_0^b|f(x)|\mathrm{d}x$.

Vì $f(x)\le 0,\forall x\in[a;0], f(x)\ge 0,\forall x\in[0;b]$ nên:

$$S_D=\int\limits_a^0(-f(x))\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 109: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng và $x=4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 4)$ thì được thiết diện là một hình lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

A. $V=63\sqrt{3}$.

B. $V=126\sqrt{3}\pi$.

C. $V=63\sqrt{3}\pi$.

D. $V=126\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Diện tích thiết diện lục giác là: $S(x)=6.\dfrac{(2x)^2\sqrt{3}}{4}=6x^2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích vật thể theo yêu cầu bằng: $V=\int_1^4 S(x)\mathrm{d}x=\int_1^4\left(6x^2\sqrt{3}\right)\mathrm{d}x=2x^3\sqrt{3}\Big|_1^4=126\sqrt{3}$.

Câu 110: Cho hình phẳng A giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=\mathrm{e}^{-x}$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình A quanh trục hoành là.

A. $\pi\left(\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}-\dfrac{\mathrm{e}^{-2}}{2}+1\right)$. **B.** $\pi\left(\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}-\dfrac{\mathrm{e}^{-2}}{2}-1\right)$. **C.** $\pi\left(\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}+\dfrac{\mathrm{e}^{-2}}{2}-1\right)$. **D.** $\pi\left(\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}+\dfrac{\mathrm{e}^{-2}}{2}+1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của $y=\mathrm{e}^x$ và $y=\mathrm{e}^{-x}$ là $x=0$.

$$V=\pi\left|\int_0^1\left(\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{-2x}\right)\mathrm{d}x\right|=\pi\left|\left(\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}+\frac{\mathrm{e}^{-2x}}{2}\right)\Big|_0^1\right|=\pi\left(\frac{\mathrm{e}^2}{2}+\frac{\mathrm{e}^{-2}}{2}-1\right).$$

Câu 111: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{3x}$; $y=6-x$ và trục Ox. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S=\int_0^6\left(6-x-\sqrt{3x}\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^6\left(\sqrt{3x}-6+x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_0^3(6-x)\mathrm{d}x+\int_3^6\sqrt{3x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^3\sqrt{3x}\,\mathrm{d}x+\int_3^6(6-x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{3x}=6-x\Leftrightarrow\begin{cases}6-x\ge 0\\3x=(6-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow x=3$$

$\sqrt{3x}=0\Leftrightarrow x=0$

$6-x=0\Leftrightarrow x=6$

Diện tích: $S=\int_0^3\left|\sqrt{3x}\right|dx+\int_3^6\left|6-x\right|dx=\int_0^3\sqrt{3x}dx+\int_3^6(6-x)dx$.

Câu 112: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $x=2y-y^2$, $x=0, y=2, y=0$. Quay (H) quanh trục tung tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A. $\pi\int_0^2\left(2y-y^2\right)\mathrm{d}y$. **B.** $\int_0^2\left(2y-y^2\right)\mathrm{d}y$. **C.** $\pi\int_0^2\left(2y-y^2\right)^2\mathrm{d}y$. **D.** $\int_0^2\left(2y-y^2\right)^2\mathrm{d}y$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức ta chọn $V=\pi\int_0^2\left(2y-y^2\right)^2\mathrm{d}y$

Câu 113: Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành.

A. $\dfrac{34\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{35\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{31\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành

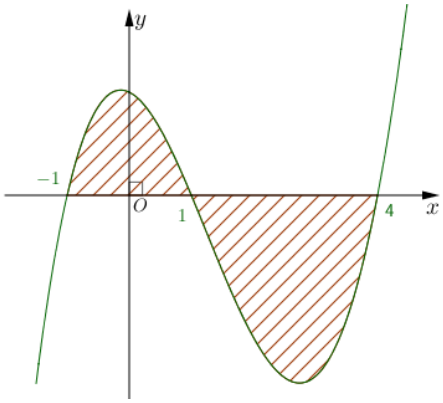
$\sqrt{4x-x^2}=0\Leftrightarrow 4x-x^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là :

$V=\pi\int\limits_0^4\left(\sqrt{4x-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^4\left(4x-x^2\right)\mathrm{d}x=\dfrac{32}{3}\pi$.

Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là $\dfrac{32}{3}\pi$.

Câu 114: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: hàm số $\begin{cases} f(x)\geq 0\,\forall x\in[-1;1] \\ f(x)\leq 0\,\forall x\in[1;4] \end{cases}$, nên:

$S=\int\limits_{-1}^{4}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$. Chọn Chọn A

Câu 115: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $x=\sqrt{2+\sin y}$, trục tung và các đường thẳng $y=0$, $y=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục tung có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=2\pi(\pi+1)$.

B. $V=2(\pi+1)$.

C. $V=2\pi$.

D. $V=2\pi^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=\pi\int\limits_0^{\pi}\left(\sqrt{2+\sin y}\right)^2\mathrm{d}y=\pi\int\limits_0^{\pi}\left(2+\sin y\right)dy=\pi\left(2y-\cos y\right)\Big|_0^{\pi}=2\pi^2$.

Câu 116: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=-x$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành nhận giá trị nào sau đây:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $V=\dfrac{41\pi}{2}$. **B.** $V=\dfrac{38\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{40\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{41\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{x}=-x\Leftrightarrow\begin{cases}-x\ge 0\\ x=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=0$.

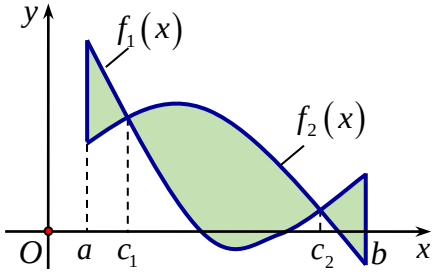
Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_{Ox}=\pi\int\limits_0^4\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x$.

Xét phương trình $x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.$.

Do đó $V_{Ox}=\pi\int\limits_0^1\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x+\pi\int\limits_1^4\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^1\left(-x^2+x\right)\mathrm{d}x+\pi\int\limits_1^4\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x$.

$=\pi\left(-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1+\pi\left(\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}\right)\Big|_1^4=\dfrac{41\pi}{3}$ (đvtt).

Câu 117: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ (tham khảo hình vẽ dưới). Công thức tính diện tích của hình (H) là



A. $S=\int\limits_a^b f_2(x)\mathrm{d}x-\int\limits_a^b f_1(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b\left|f_1(x)+f_2(x)\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_a^b\left|f_1(x)-f_2(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_a^b\left(f_1(x)-f_2(x)\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S=\int\limits_a^b\left|f_1(x)-f_2(x)\right|\mathrm{d}x$

Câu 118: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x$; $y=3$; $y=1-2x$

A. $3\ln 3+2e-5$. **B.** $3\ln 3-1$. **C.** $5-3\ln 3$. **D.** $3\ln 3-5$.

Lời giải

Chọn B

Tìm các hoành độ giao điểm:

$e^x=3\Leftrightarrow x=\ln 3$

$3=1-2x\Leftrightarrow x=-1$

$e^x=1-2x\Leftrightarrow e^x+2x-1=0\Leftrightarrow x=0$ (vì $f(x)=e^x+2x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $x=0$ là một nghiệm của phương trình) $e^x+2x-1=0$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Diện tích: $S=\int\limits_{-1}^{0}\left|3-1+2x\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{\ln 3}\left|3-e^{x}\right|\mathrm{d}x=\left|\int\limits_{-1}^{0}\left(2-2x\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_{0}^{\ln 3}\left(3-e^{x}\right)\mathrm{d}x\right|=3\ln 3-1.$

Câu 119: Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0;x=1$ biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x,\left(0\le x\le 1\right)$ thì được thiết diện là hình vuông có cạnh bằng $\left(x+1\right)$.

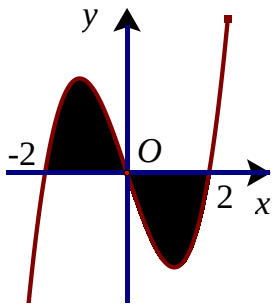
A. $V=\dfrac{3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** $V=\dfrac{7}{3}$. **D.** $V=\dfrac{7\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=\int\limits_{0}^{1}S\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}\left(x+1\right)^{2}\mathrm{d}x=\left.\dfrac{\left(x+1\right)^{3}}{3}\right|_{0}^{1}=\dfrac{8}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{7}{3}.$

Câu 120: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là



A. $\left|\int\limits_{-2}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$. **B.** $\left|\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$.

C. $\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\left|\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải

Chọn D

$\int\limits_{-2}^{2}\left|f\left(x\right)\right|dx=\int\limits_{-2}^{0}\left|f\left(x\right)\right|dx+\int\limits_{0}^{2}\left|f\left(x\right)\right|dx=\left|\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)dx\right|+\left|\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)dx\right|.$

Câu 121: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^{2}$ và trục Ox

A. $\dfrac{32}{3}$. **B.** $\dfrac{31}{3}$. **C.** $\dfrac{34}{3}$. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^{2}$ và trục Ox.

Xét phương trình $4x-x^{2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Ta có $S=\int\limits_{0}^{4}\left|4x-x^{2}\right|dx=\left|\int\limits_{0}^{4}(4x-x^{2})dx\right|=\left|(2x^{2}-\dfrac{x^{3}}{3})\right|_{0}^{4}=\dfrac{32}{3}$.

Câu 122: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đồ thị hàm số $y=-x^{2}+3x;\ y=x+1;\ y=-x+4$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Lời giải

Chọn C

$-x^2+3x=x+1\Leftrightarrow -x^2+2x-1=0\Leftrightarrow x=1$.

$-x^2+3x=-x+4\Leftrightarrow -x^2+4x-4=0\Leftrightarrow x=2$.

$x+1=-x+4\Leftrightarrow 2x-3=0\Leftrightarrow x=32$.

Diện tích: $S=\int\limits_{1}^{\frac{3}{2}}\left|-x^2+3x-x-1\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{3}{2}}^{2}\left|-x^2+3x+x-4\right|\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{1}^{\frac{3}{2}}(x-1)^2\,\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{3}{2}}^{2}(x-2)^2\,\mathrm{d}x=\dfrac{(x-1)^3}{3}\Big|_{1}^{\frac{3}{2}}+\dfrac{(x-2)^3}{3}\Big|_{\frac{3}{2}}^{2}=\dfrac{1}{12}$.

Câu 123: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$.

A. $S=\dfrac{397}{4}$. **B.** $S=\dfrac{793}{4}$. **C.** $S=\dfrac{937}{12}$. **D.** $S=\dfrac{343}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm 2 đường cong:

$-x^3+12x=-x^2\Leftrightarrow x\left(x^2-x-12\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\\x=4\end{array}\right.$.

$\Rightarrow S=\int\limits_{-3}^{4}\left|x^3-x^2-12x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-3}^{0}\left|x^3-x^2-12x\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{4}\left|x^3-x^2-12x\right|\mathrm{d}x$

$=\left|\int\limits_{-3}^{0}\left(x^3-x^2-12x\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_{0}^{4}\left(x^3-x^2-12x\right)\mathrm{d}x\right|$

$=\left|\left(\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{x^3}{3}-6x^2\right)\Big|_{-3}^{0}\right|+\left|\left(\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{x^3}{3}-6x^2\right)\Big|_{0}^{4}\right|=\left|\dfrac{-99}{4}\right|+\left|\dfrac{-160}{3}\right|=\dfrac{937}{12}$.

Câu 124: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2$ và đường thẳng $y=2x$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{20\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{64\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

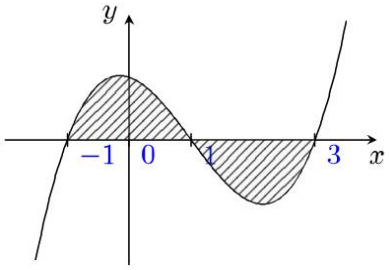
$x^2=2x\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Do $x^2-2x<0$ với $0<x<2$ nên $2x-x^2>0$ với $0<x<2$.

$\longrightarrow V=\pi\int\limits_{0}^{2}\left(\left(2x\right)^2-\left(x^2\right)^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\dfrac{4}{3}x^3-\dfrac{x^5}{5}\right)\Big|_{0}^{2}=\dfrac{64\pi}{15}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 125: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}x+1$ và trục hoành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $S=2\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-1}^3 |f(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=2\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành là

$$\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=3\end{array}\right..$$

Từ hình vẽ, ta thấy $f(x)>0,\ \forall x\in(-1;1)$ và $f(x)<0,\ \forall x\in(1;3)$.

Do đó $S=\int_{-1}^3 |f(x)|\mathrm{d}x=\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Vậy $S=2\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ là mệnh đề sai.

Câu 126: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=2x^2+x+1$ và $y=x^2+3$

A. 4.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $2x^2+x+1=x^2+3\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

$$S=\int_{-2}^1 \left|\left(2x^2+x+1\right)-\left(x^2+3\right)\right|\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-2}^1 \left|x^2+x-2\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^1 \left(-x^2-x+2\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left(-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_{-2}^1=\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2\right)-\left(\frac{8}{3}-2-4\right)=\frac{9}{2}.$$

Vậy diện tích hình phẳng là: $S=\frac{9}{2}$ (đvdt).

Câu 127: Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=\sqrt{y}$,

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$y=-x+2$ và $x=0$ quay quanh trục Ox có giá trị là kết quả nào sau đây?

A. $V=\dfrac{32}{15}\pi$. **B.** $V=\dfrac{3}{2}\pi$. **C.** $V=\dfrac{11}{6}\pi$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} x=\sqrt{y} \\ y=-x+2 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x^2\,(x\ge 0) \\ y=-x+2 \\ x=0 \end{cases}$

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2=-x+2 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\,(nhaän) \\ x=-2\,(loaïi) \end{array}\right.$

Thể tích vật tròn xoay sinh ra khi hình (H) quay quanh trục Ox là:

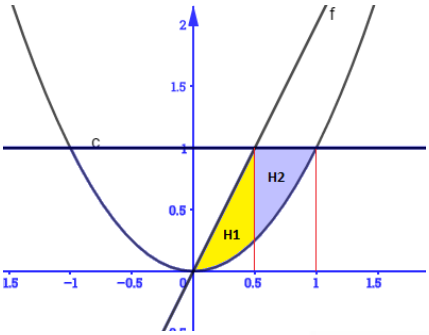
$$V=\pi\int_0^1\left(\left(-x+2\right)^2-\left(x^2\right)^2\right)\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\left(x^2-4x+4-x^4\right)\mathrm{d}x=\frac{32}{15}\pi\,(\text{đvtt}).$$

Câu 128: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $y=2x$; $y=x^2$; $y=1$ trên miền $x\ge 0$; $y\le 1$

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{1}{3}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{5}{12}$

Lời giải

Chọn D



Phương trình hoành độ giao điểm $x^2=1\Rightarrow x=1;\ 2x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

Hình phẳng cần tính được tạo từ hai hình (H_1) và (H_2)

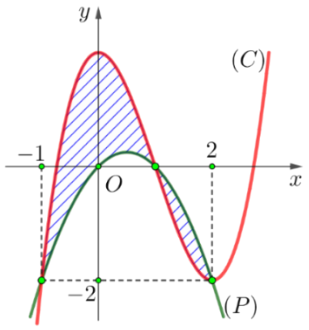
Trong đó $(H_1)\begin{cases} y=2x \\ y=x^2 \\ x=0;\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow S_1=\int_0^{\frac{1}{2}}\left|2x-x^2\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{24}.$

Và $(H_2)=\begin{cases} y=1 \\ y=x^2 \\ x=\dfrac{1}{2};\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow S_2=\int_{\frac{1}{2}}^1\left|1-x^2\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{24}.$

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là $S=S_1+S_2=\dfrac{5}{24}+\dfrac{5}{24}=\dfrac{5}{12}$.

Câu 129: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{11}{12}$. **C.** $\frac{37}{12}$. **D.** $\frac{7}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị của hai hàm số trên ta viết được phương trình của hai đồ thị dựa vào các điểm đặc biệt

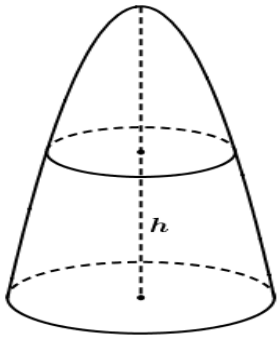
Cụ thể $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$ và $(P): y = -x^2 + x$

Khi đó diện tích phần tô đậm là:

$$S = \int_{-1}^{2} \left| x^3 - 3x^2 + 2 - \left(-x^2 + x\right) \right| \mathrm{d}x$$

$$= \int_{-1}^{2} \left| x^3 - 2x^2 - x + 2 \right| \mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \left(x^3 - 2x^2 - x + 2 \right) \mathrm{d}x - \int_{1}^{2} \left(x^3 - 2x^2 - x + 2 \right) \mathrm{d}x = \frac{37}{12}$$

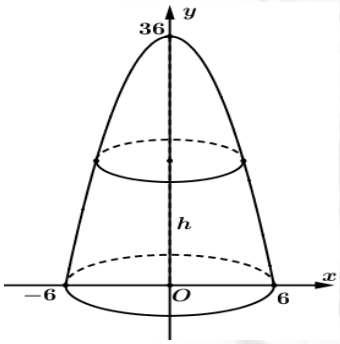
Câu 130: Trên mặt bàn, có một cái bánh kem hình chuông úp ngược. Mỗi lát cắt của bánh song song với mặt bàn đều là hình tròn, lát cắt dọc đi qua đỉnh bánh có dạng đồ thị của một parabol. Người ta muốn cắt ngang cái bánh để chia nó thành hai phần có thể tích bằng nhau. Biết rằng bánh cao $36\,\text{cm}$ và bán kính đường tròn đáy là $6\,\text{cm}$. Hỏi nhát cắt cần tìm có độ cao h so với mặt bàn là bao nhiêu cm?



A. $h = 18$. **B.** $h = 36 - 9\sqrt{2}$. **C.** $h = 36 - 18\sqrt{2}$. **D.** $h = 18 - 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do bánh cao 36cm và bán kính đáy là 6cm nên parabol có đỉnh $I(0;36)$ và cắt Ox tại $A(6;0)$ và $B(-6;0) \Rightarrow$ parabol có dạng $y=-x^2+36$.

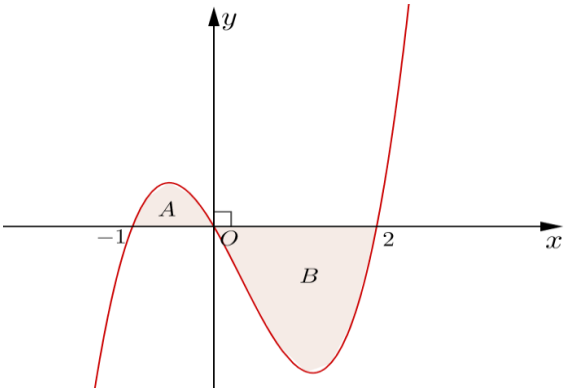
Thể tích bánh $V=\pi\int\limits_0^{36}(36-y)\mathrm{d}y=\pi\left(36y-\dfrac{y^2}{2}\right)\Big|_0^{36}=648\pi(\text{cm})^3$.

Thể tích của phần dưới khi bị cắt một đường qua độ cao $h\ (0<h<36)$.

$V'=\pi\int\limits_0^{h}(36-y)\mathrm{d}y=-\pi\dfrac{1}{2}(36-y)^2\Big|_0^{h}=\left(36h-\dfrac{h^2}{2}\right)\pi$.

Khi đó ta có $\left(36h-\dfrac{h^2}{2}\right)\pi=\dfrac{648\pi}{2}\Leftrightarrow-\dfrac{h^2}{2}+36h-324=0\Rightarrow h=36-18\sqrt{2}$.

Câu 131: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Diện tích các hình phẳng A, B lần lượt là $\dfrac{5}{12}$ và $\dfrac{8}{3}$. Biết $f(-1)=\dfrac{19}{12}$, tính $f(2)$.



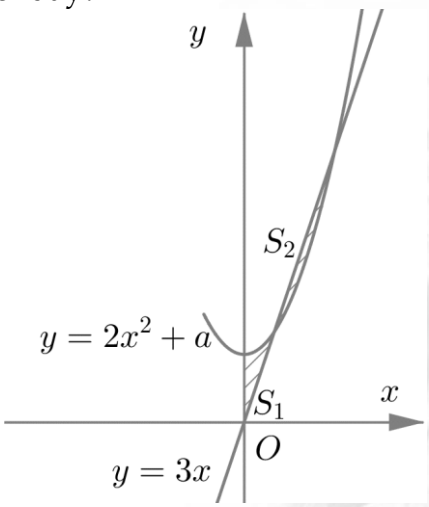
A. $f(2)=0$. **B.** $f(2)=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $f(2)=3$. **D.** $f(2)=\dfrac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_{-1}^{2}f'(x)dx=S_A-S_B\Leftrightarrow f(2)-f(-1)=\dfrac{5}{12}-\dfrac{8}{3}\Leftrightarrow f(2)-\dfrac{19}{12}=-\dfrac{9}{4}\Leftrightarrow f(2)=-\dfrac{2}{3}$

Câu 132: Cho đường thẳng $y=3x$ và parabol $2x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{10};1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2+a=3x \Leftrightarrow 2x^2-3x+a=0$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=9-8a>0\\ \frac{a}{2}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a<\frac{9}{8}\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<a<\frac{9}{8}$.

Ta được nghiệm của phương trình là $x=\frac{3\pm\sqrt{9-8a}}{4}$.

Ta có $S_1=S_2 \Leftrightarrow \int\limits_0^{\frac{3-\sqrt{9-8a}}{4}}\left(2x^2+a-3x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_{\frac{3-\sqrt{9-8a}}{4}}^{\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}}\left(2x^2+a-3x\right)\mathrm{d}x$.

$\Leftrightarrow \int\limits_0^{\frac{3-\sqrt{9-8a}}{4}}\left(2x^2+a-3x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{3-\sqrt{9-8a}}{4}}^{\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}}\left(2x^2+a-3x\right)\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^{\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}}\left(2x^2-3x+a\right)\mathrm{d}x=0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+ax\right)\Big|_0^{\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}}=0$

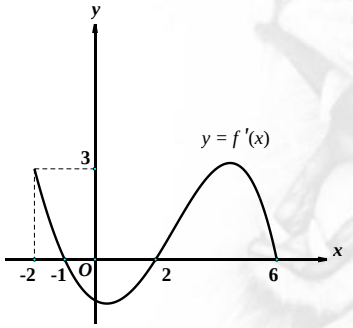
$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)^3-\frac{2}{3}\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)^2+a\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)\left[\frac{2}{3}\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)^2-\frac{2}{3}\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)+a\right]=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}=0\ (vn)\\ \frac{2}{3}\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)^2-\frac{2}{3}\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)+a=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)^2-\frac{2}{3}\left(\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}\right)+a=0 \xrightarrow[\text{Shift Solve}]{\text{CASIO}} a=\frac{27}{32}$

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $f(0)<f(-1)$. **B.** $f(-2)<f(2)$. **C.** $f(-2)<f(-1)$. **D.** $f(2)<f(6)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như sau:

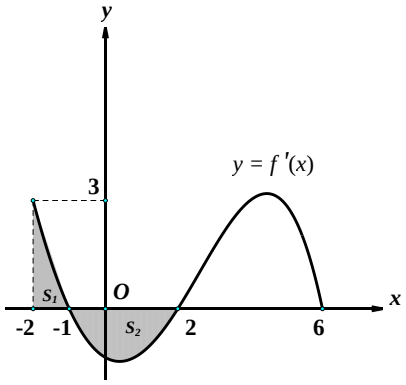
x	-2		-1		2		6
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(2)$	↗	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(-2)<f(-1)$; $f(2)<f(6)$ nên loại phương án **A**, **B**

Trên khoảng $(-1;0)$ hàm số $f(x)$ nghịch biến nên $f(-1)>f(0)$ nên loại phương án **C**

So sánh $f(-2)$ và $f(2)$:

Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm như trên hình vẽ. Ta có:



$$S_1=\int_{-2}^{-1}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{-1}f'(x)dx=f(-1)-f(-2).$$

$$S_2=\int_{-1}^{2}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=-\int_{-1}^{2}f'(x)\mathrm{d}x=f(-1)-f(2).$$

Từ đồ thị ta thấy $S_1<S_2$

nên $f(-1)-f(-2)<f(-1)-f(2)\Leftrightarrow f(-2)>f(2)$.

Câu 134: Cho phần vật thể $(\mathfrak{I})$ giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể $(\mathfrak{I})$ bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$, ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể $(\mathfrak{I})$.

A. $V=\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=4\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích thiết diện: $S_{\Delta}=\dfrac{x^2(2-x)\sqrt{3}}{4}$.

$$V_{\mathfrak{I}}=\int_0^2\frac{x^2(2-x)\sqrt{3}}{4}\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{3}}{4}\int_0^2x^2(2-x)\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{3}}{4}\int_0^2x^2(2-x)\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{4}x^4\right)\Bigg|_0^2=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 135: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $xy=4$, $x=0$, $y=1$ và $y=4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung.

A. $V=8\pi$. **B.** $V=10\pi$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=12\pi$.

Lời giải

Chọn D

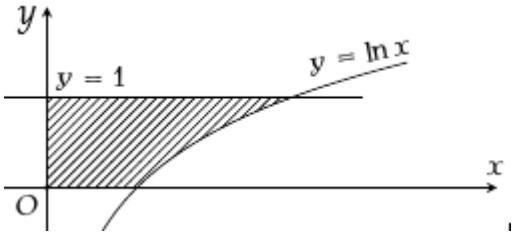
Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Với $y\neq 0$, ta có: $xy=4\Leftrightarrow x=\dfrac{4}{y}$.

Ta có thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung là

$$V=\pi\int_1^4\left(\frac{4}{y}\right)^2\mathrm{d}y=\pi\int_1^4\frac{16}{y^2}\mathrm{d}y=\pi\left(-\frac{16}{y}\right)\Big|_1^4=12\pi.$$

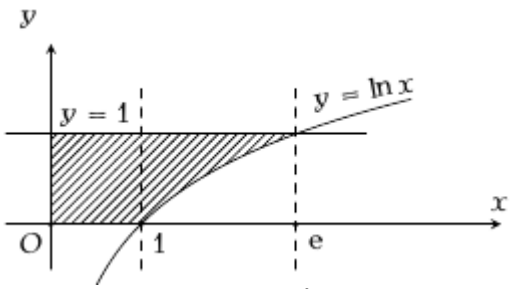
Câu 136: Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox bằng



A. $(\mathrm{e}+1)\pi$. **B.** 2π. **C.** $\mathrm{e}\pi$. **D.** π.

Lời giải

Chọn B



Ta có $1=\ln x\Leftrightarrow x=e$. Chia vật thể bởi mặt phẳng $x=1$ thì vật thể chia thành 2 phần:

◊ ***Phần 1:*** là khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases}y=1\\y=0\\x=0,x=1\end{cases}$, quanh Ox.

Phần này có thể tích là: $V_1=\pi\int_0^1 1^2\,\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\mathrm{d}x=\pi x\big|_0^1=\pi.$

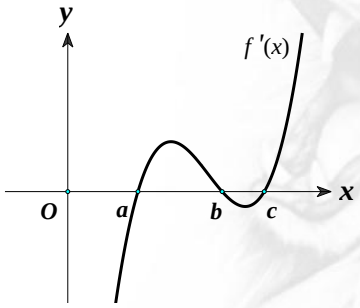
◊ ***Phần 2:*** là khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases}y=1\\y=\ln x\\x=1,x=e\end{cases}$, quanh Ox.

Phần này có thể tích là:

$$V_2=\pi\int_1^e\left|\ln^2 x-1^2\right|\mathrm{d}x=\pi\int_1^{\mathrm{e}}\left(1-\ln^2 x\right)\mathrm{d}x=\pi\left[x-\left(x\ln^2 x-2x\ln x+2x\right)\right]\Big|_1^{\mathrm{e}}=\pi$$

Vậy thể tích vật thể là $V=V_1+V_2=2\pi$.

Câu 137: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như trong hình vẽ bên.



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $f(a)<f(c)$. **B.** $f(a)>f(c)$. **C.** $f(a)>f(b)$. **D.** $f(b)<f(c)$.

Lời giải

Chọn A

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(a)$	↗	$f(b)$	↘	$f(c)$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(b)>f(c)$, $f(a)<f(b)$ nên loại phương án **B**, **C**

Mặt khác

$$\int_a^b |f'(x)|\mathrm{d}x > \int_b^c |f'(x)|\mathrm{d}x \Rightarrow f(x)\Big|_a^b > -f(x)\Big|_b^c \Leftrightarrow f(b)-f(a)>-f(c)+f(b) \Leftrightarrow f(a)<f(c)$$

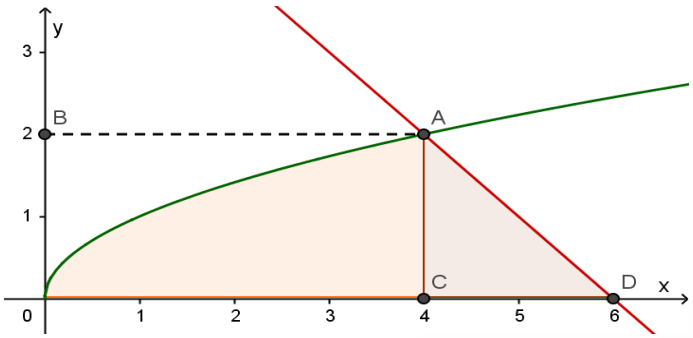
Vậy $f(a)<f(c)$ là mệnh đề đúng.

Câu 138: Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=\sqrt{x}, y=6-x$ và trục hoành.

A. $4\sqrt{6}-18$. **B.** $\dfrac{8\pi}{3}$. **C.** 8π. **D.** $\dfrac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng tổng thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng OAC quanh trục Ox với thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng ACD quanh trục Ox.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng OAC quanh trục Ox bằng:

$$V_1=\pi\int_0^4\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\frac{1}{2}x^2\Big|_0^4=8\pi$$

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng ACD quanh trục Ox.

$$V_2=\frac{1}{3}\pi AC^2.CD=\frac{8\pi}{3}$$

Thể tích cần tìm là: $V=V_1+V_2=\dfrac{32\pi}{3}$.

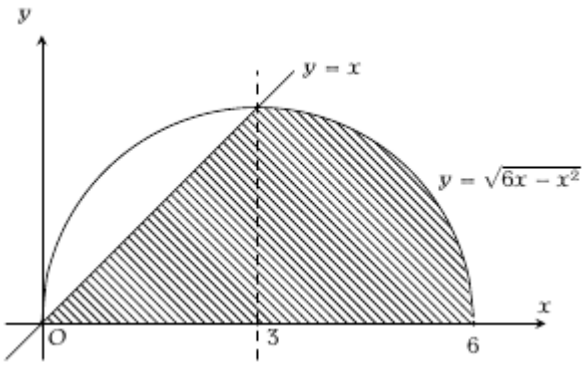
Câu 139: Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox bằng.

A. 26π. **B.** 27π. **C.** 25π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Ta có $x=\sqrt{6x-x^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$ và $\sqrt{6x-x^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=6 \end{array}\right.$.

Chia vật thể bởi mặt phẳng $x=3$ thì vật thể chia thành 2 phần:

◊ ***Phần 1:*** là khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} y=x \\ y=0 \\ x=0, x=3 \end{cases}$, quanh Ox.

Phần này có thể tích là: $V_1=\pi\int_0^3 x^2\,\mathrm{d}x=\pi\int_0^3 x^2\,\mathrm{d}x=\pi\dfrac{x^3}{3}\Big|_0^3=9\pi.$

◊ ***Phần 2:*** là khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} y=\sqrt{6x-x^2} \\ y=0 \\ x=3, x=6 \end{cases}$, quanh Ox

Phần này có thể tích là: $V_2=\pi\int_3^6\left(\sqrt{6x-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_3^6\left(6x-x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(3x^2-\dfrac{x^3}{3}\right)\Big|_3^6=18\pi.$

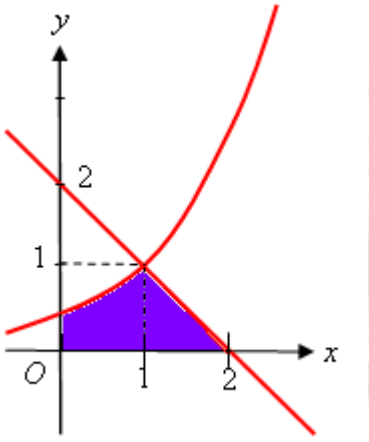
Vậy thể tích vật thể là $V=V_1+V_2=27\pi$.

Câu 140: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\mathrm{e}^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y=2-x$ với $x\geq 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{1}{3}+\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2\mathrm{e}^2}$. **B.** $V=\dfrac{\pi\left(5\mathrm{e}^2-3\right)}{6\mathrm{e}^2}$. **C.** $V=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}}\pi$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2\mathrm{e}^2}$

Lời giải

Chọn B



Phương trình hoành độ giao điểm của $y=\mathrm{e}^{x-1}$ và $y=2-x$:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

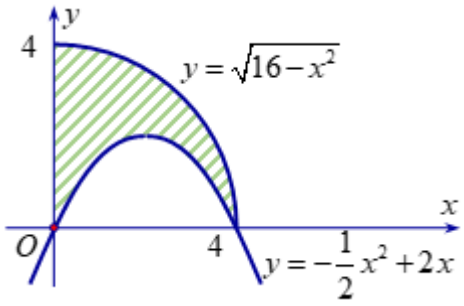
$$e^{x-1}=2-x\Leftrightarrow x=1.$$

(Vì $y=e^{x-1}$ là hàm đồng biến và $y=2-x$ là hàm nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ nên phương trình có tối đa 1 nghiệm. Mặt khác $x=1$ thỏa mãn pt nên đó là nghiệm duy nhất của pt đó).

Đường thẳng $y=2-x$ cắt trục hoành tại $x=2$.

$$V=\pi\int_0^1\left(e^{x-1}\right)^2dx+\pi\int_1^2\left(2-x\right)^2dx=\pi e^{2x-2}\Big|_0^1+\pi\left(\frac{x^3}{3}-2x+4\right)\Big|_1^2=\frac{\pi\left(5e^2-1\right)}{6e^2}$$

Câu 141: Cho hình phẳng D giới hạn bởi parabol $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{16-x^2}$, với $(0\le x\le 4)$, trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích của hình D.



A. $4\pi-\frac{16}{3}$. **B.** $8\pi-\frac{16}{3}$. **C.** $4\pi+\frac{16}{3}$. **D.** $2\pi-\frac{16}{3}$.

Lời giải

ChọnD

Diện tích hình phẳng D là $S=\int_0^4\left(\sqrt{16-x^2}-\left(-\frac{1}{2}x^2+2x\right)\right)dx$.

Xét tích phân $I=\int_0^4\sqrt{16-x^2}dx$

Đặt $x=4\sin t$, $t\in\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

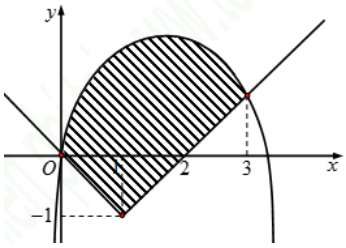
Khi đó $I=\int dt\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{16-16\sin^2 t}.4\cos t dt=16\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t dt=16\left(\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)=4\pi$.

$J=\int_0^4\left(-\frac{1}{2}x^2+2x\right)dx=\left(-\frac{1}{6}x^3+x^2\right)_0^4=\frac{16}{3}$.

Vậy $S=4\pi-\frac{16}{3}$.

Câu 142: Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y=\frac{10}{3}x-x^2$, $y=\begin{cases}-x & \text{khi } x\le 1\\ x-2 & \text{khi } x>1\end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $\frac{14}{3}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** $\frac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=-x$ và $y=x-2$ là: $-x=x-2\Leftrightarrow x=1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int_0^1\left(\frac{10}{3}x-x^2+x\right)\mathrm{d}x+\int_1^3\left(\frac{10}{3}x-x^2-x+2\right)\mathrm{d}x.$$

$$\Leftrightarrow S=\int_0^1\left(\frac{13}{3}x-x^2\right)\mathrm{d}x+\int_1^3\left(\frac{7}{3}x-x^2+2\right)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow S=\int_0^1\left(\frac{13}{3}x-x^2\right)\mathrm{d}x+\int_1^3\left(\frac{7}{3}x-x^2+2\right)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow S=\left(\frac{13}{6}x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1+\left(\frac{7}{6}x^2-\frac{x^3}{3}+2x\right)\Big|_1^3=\frac{13}{2}.$$ $2\cos x-\sqrt{3}=0$

Câu 143: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$, $x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le\pi)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sin 2x$.

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{\pi}{6}+2$. **C.** $\frac{\pi}{8}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}+1$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le\pi)$, a là cạnh góc vuông của tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sin 2x$.

Ta có: $a^2+a^2=(\sin 2x)^2\Rightarrow a^2=\frac{1}{2}(\sin 2x)^2$

$$S(x)=\frac{1}{2}a^2=\frac{1}{4}(\sin 2x)^2.$$

Vậy thể tích vật thể là: $V=\int_0^{\pi}S(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}\frac{1}{4}(\sin 2x)^2\,\mathrm{d}x=\frac{1}{8}\int_0^{\pi}(1-\cos 4x)\mathrm{d}x$

$$=\frac{1}{8}\left(x-\frac{\sin 4x}{4}\right)\Big|_{x=0}^{x=\pi}=\frac{\pi}{8}.$$

Câu 144: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ xung quanh trục hoành.Khi đó V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 400 **B.** 335 **C.** 550 **D.** 670

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Lời giải

Chọn B

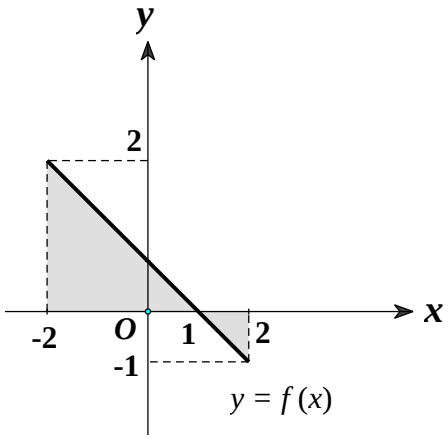
Quay elip đã cho xung quanh trục hoành chính là quay hình phẳng:

$(H)=\left\{y=4\sqrt{1-\frac{x^2}{25}}, y=0, x=-5, x=5\right\}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay xung quanh trục hoành là:

$V=\pi\int_{-5}^{5}\left(16-\frac{16x^2}{25}\right)dx=\pi\left(16x-\frac{16x^3}{75}\right)\Big|_{-5}^{5}=\frac{320\pi}{3}\simeq 335{,}1$

Câu 145: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục và có một nguyên hàm là $F(x)$ trên $[-2;1]$ đồng thời $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi số nào sau đây là số dương?



A. $F(2)-F(0)$ **B.** $F(-2)-F(1)$. **C.** $F(2)-F(-2)$. **D.** $F(2)-F(1)$.

Lời giải

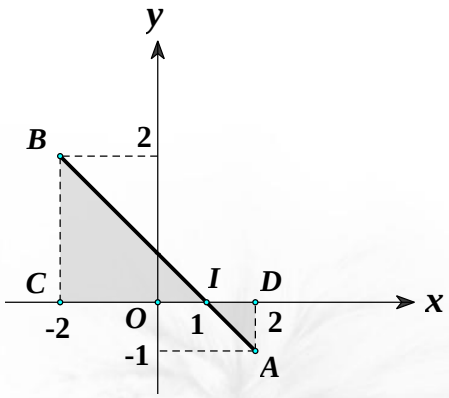
Chọn C

$S_{\Delta CIB}=\int_{-2}^{1}f(x)dx=F(1)-F(-2)>0$ nên loại **B**

$S_{\Delta IDA}=\int_{1}^{2}-f(x)dx=F(1)-F(2)>0$ nên loại **C**

$\int_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=\int_{1}^{2}-f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow F(1)-F(0)=F(1)-F(2)\Leftrightarrow F(0)=F(2)$ nên loại **D**



Mặt khác ta có $S_{\Delta CIB}>S_{\Delta DIA}\Leftrightarrow\int_{-2}^{1}f(x)dx>\int_{1}^{2}-f(x)dx$

$\Leftrightarrow F(1)-F(-2)>F(1)-F(2)\Leftrightarrow F(-2)<F(2)\Leftrightarrow F(2)-F(-2)>0$

Vậy $F(2)-F(-2)$ là số dương.

Câu 146: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{m^2-x^2}$ (m là tham số khác 0) và trục hoành. Khi (H) quay xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích V. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $V<1000\pi$.

A. 18 **B.** 21 **C.** 20 **D.** 19

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong và trục hoành là:

$\sqrt{m^2-x^2}=0\Leftrightarrow x=\pm m$ Thể tích vật thể tròn xoay cần tính là:

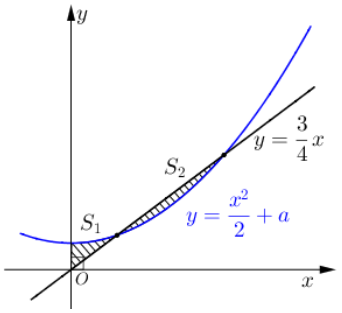
$$V=\pi\int\limits_{-|m|}^{|m|}(m^2-x^2)dx=\pi(m^2x-\frac{1}{3}x^3)\Big|_{-|m|}^{|m|}=\frac{4\pi m^2|m|}{3}$$

$$V=\pi\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan^2 x dx=\pi\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\sin^2 x\mathrm{d}(\tan x)=\pi\int\limits_{0}^{1}\frac{t^2}{t^2+1}dt=\pi\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$$

Ta có: $V<1000\pi\Leftrightarrow\frac{4\pi m^2|m|}{3}<1000\pi\Leftrightarrow|m|^3<750\Leftrightarrow-\sqrt[3]{750}<m<\sqrt[3]{750}$.

Ta có $\sqrt[3]{750}\simeq 9,08$ và $m\neq 0$. Vậy có 18 giá trị nguyên của m.

Câu 147: Cho đường thẳng $y=\frac{3}{4}x$ và parabol $y=\frac{1}{2}x^2+a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+a=0\Leftrightarrow 2x^2-3x+4a=0$.

Theo đề bài phương trình có hai nghiệm $0<x_1<x_2$ thỏa mãn $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{3}{2} & (*)\\ x_1x_2=2a & (**)\end{cases}$.

$S_1-S_2=0$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{0}^{x_1}\left|\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+a\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{x_1}^{x_2}\left|\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+a\right|\mathrm{d}x=0$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_{0}^{x_2}\left|\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{4}x+a\right|\mathrm{d}x=0$$

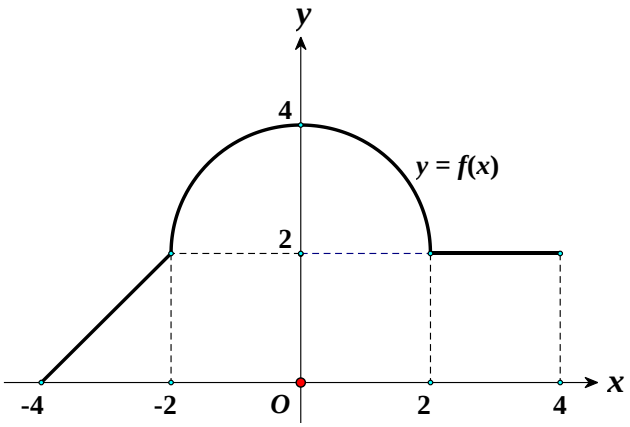
$$\Leftrightarrow\left|\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{8}x^2+ax\right|\Big|_0^{x_2}=0\Leftrightarrow\left|\frac{1}{6}x_2^3-\frac{3}{8}x_2^2+ax_2\right|=0\Rightarrow a=-\frac{x_2^2}{6}+\frac{3x_2}{8}\ (***).$$

Từ $(*)\Rightarrow x_1=\frac{3}{2}-x_2$, thay vào $(**)\Rightarrow\left(\frac{3}{2}-x_2\right)x_2=-\frac{x_2^2}{3}+\frac{3x_2}{4}\Leftrightarrow\frac{2x_2^2}{3}-\frac{3x_2}{4}=0\Rightarrow x_2=\frac{9}{8}$

$\xrightarrow{(***)}a=\frac{27}{128}$. Vậy $a\in\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 148: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-4;4]$ như hình vẽ. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, tính giá trị của $S=F(4)-F(-4)$.



A. $S=14+2\pi$. **B.** $S=14+4\pi$. **C.** $S=14$. **D.** $S=6+2\pi$.

Lời giải

Chọn A

$$S=F(4)-F(-4)=\int_{-4}^{4}f(x)\mathrm{d}x=\int_{-4}^{-2}f(x)\mathrm{d}x+\int_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int_{2}^{4}f(x)\mathrm{d}x$$

Trong đó:

$$\int_{-4}^{-2}f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.2.2=2$$

$$\int_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=2.4+\frac{1}{2}\pi.2^2=8+2\pi$$

$$\int_{2}^{4}f(x)\mathrm{d}x=2.2=4$$

Vậy $S=14+2\pi$.

Câu 149: Biết diện tích hình phẳng giới bởi các đường $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0$, $x=a$ (với $a\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{1}{2}\left(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{51}{50},\frac{11}{10}\right)$. **B.** $\left(1,\frac{51}{50}\right)$. **C.** $\left(\frac{7}{10},1\right)$. **D.** $\left(\frac{11}{10};\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin x<\cos x$ với $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $\sin x>\cos x$ với $x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$

Diện tích hình phẳng giới bởi $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0,x=a$ với $a\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ là

$$S=\int_{0}^{a}\left|\sin x-\cos x\right|\mathrm{d}x=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\left|\sin x-\cos x\right|\mathrm{d}x+\int_{\frac{\pi}{4}}^{a}\left|\sin x-\cos x\right|\mathrm{d}x$$

$$=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}(\cos x-\sin x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{\pi}{4}}^{a}(\sin x-\cos x)\mathrm{d}x$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x+\int_{\frac{\pi}{4}}^{a}\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{a}$$

$$=\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{4}\right)-\sqrt{2}\left(\cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)-\cos 0\right)$$

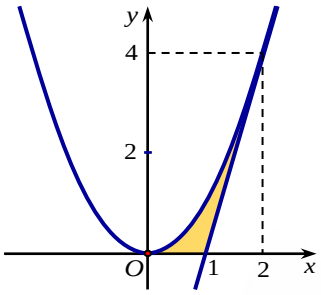
$$=\sqrt{2}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\sqrt{2}\left(\cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)-1\right)=2\sqrt{2}-1-\sqrt{2}\cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)$$

Theo bài ra $S=\dfrac{-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}-1-\sqrt{2}\cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\Rightarrow a-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{12}\Rightarrow a=\frac{\pi}{3}\approx 1{,}047\Rightarrow a\in\left(\frac{51}{50},\frac{11}{10}\right).$$

Câu 150: Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc với Parabol đó tại điểm $A(2;4)$, như hình vẽ bên. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng



A. $\dfrac{32\pi}{5}$. **B.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{22\pi}{5}$. **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Parabol có đỉnh là gốc tọa độ như hình vẽ và đi qua $A(2;4)$ nên có phương trình $y=x^2$.

Tiếp tuyến của Parabol đó tại $A(2;4)$ có phương trình là $y=4(x-2)+4=4x-4$.

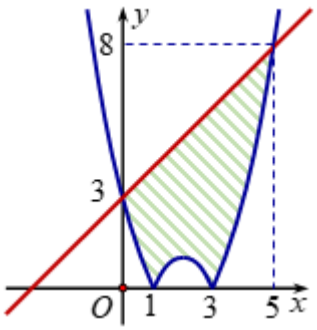
Suy ra thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V=\pi\int_0^2\left(x^2\right)^2\mathrm{d}x-\pi\int_1^2(4x-4)^2\mathrm{d}x$.

$$\int_0^2\left(x^2\right)^2\mathrm{d}x=\frac{x^5}{5}\Big|_0^2=\frac{32}{5};\ \int_1^2(4x-4)^2\mathrm{d}x=16\int_1^2\left(x^2-2x+1\right)\mathrm{d}x=16\left(\frac{x^3}{3}-x^2+x\right)\Big|_1^2=\frac{16}{3}.$$

Vậy $V=\pi\int_0^2\left(x^2\right)^2\mathrm{d}x-\pi\int_1^2(4x-4)^2\mathrm{d}x=\pi\left(\dfrac{32}{5}-\dfrac{16}{3}\right)=\dfrac{16\pi}{15}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 151: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\left|x^2-4x+3\right|$, $y=x+3$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng $\frac{a}{3b}$. Tính $a+b^2$



A. 113. **B.** 118. **C.** 145. **D.** 112.

Lời giải

ChọnB

Diện tích của (H) là

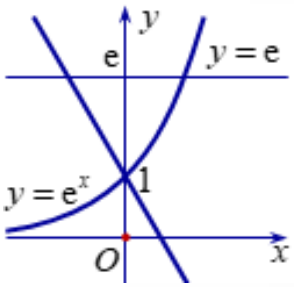
$$S=\int_0^5\left|\left|x^2-4x+3\right|-(x+3)\right|\mathrm{d}x=\int_0^5\left(x+3-\left|x^2-4x+3\right|\right)\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^5(x+3)\mathrm{d}x-\left[\int_0^1\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x-\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x+\int_3^5\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x\right]$$

$$=\left(\frac{x^2}{2}+3x\right)\Big|_0^5-\left[\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)\Big|_0^1-\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)\Big|_1^3+\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)\Big|_3^5\right]$$

$$=\frac{55}{2}-\left(\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+\frac{20}{3}\right)=\frac{109}{6}=\frac{109}{3.2}\Rightarrow a=109;b=2\Rightarrow a+b^2=109+4=113.$$

Câu 152: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=\mathrm{e}$, $y=\mathrm{e}^x$ và $y=(1-\mathrm{e})x+1$ (tham khảo hình vẽ bên).



Diện tích hình phẳng (H) là

A. $S=\mathrm{e}+\frac{3}{2}$. **B.** $S=\mathrm{e}+\frac{1}{2}$. **C.** $S=\frac{\mathrm{e}-1}{2}$. **D.** $S=\frac{\mathrm{e}+1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $y=\mathrm{e}^x$ với $y=\mathrm{e}$ là $\mathrm{e}^x=\mathrm{e}\Leftrightarrow x=1$.

Phương trình hoành độ giao điểm $y=\mathrm{e}^x$ với $y=(1-\mathrm{e})x+1$ là $\mathrm{e}^x=(1-\mathrm{e})x+1\Leftrightarrow x=0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y=\mathrm{e}$ với đường thẳng $y=(1-\mathrm{e})x+1$ là.

$\mathrm{e}=(1-\mathrm{e})x+1\Leftrightarrow x=-1$.

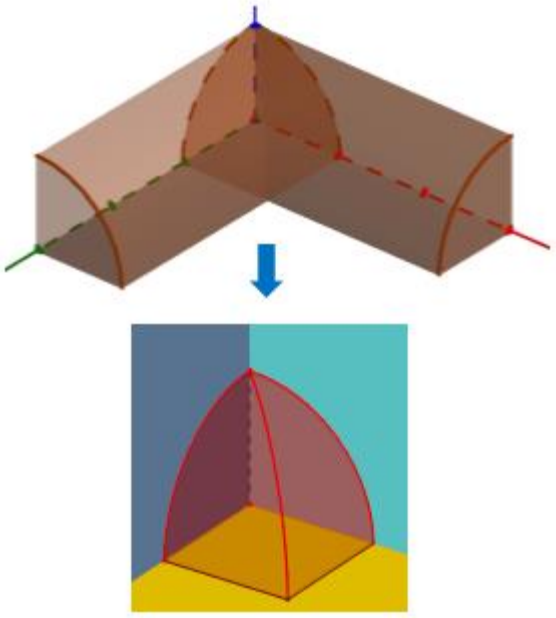
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Diện tích hình phẳng (H) là

$$=\left|\int_{-1}^{0}\left(\mathrm{e}-(1-\mathrm{e})x-1\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{0}^{1}\left(\mathrm{e}-\mathrm{e}^{x}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left((\mathrm{e}-1)x-\frac{(1-\mathrm{e})x^{2}}{2}\right)\Big|_{-1}^{0}\right|+\left|\left(\mathrm{e}x-\mathrm{e}^{x}\right)\Big|_{0}^{1}\right|=\frac{\mathrm{e}+1}{2}.$$

Câu 153: Gọi (H) là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ có bán kính a, hai trục hình trụ vuông góc với nhau. Xem hình vẽ bên. Tính thể tích của (H).

A. $V_{(H)}=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V_{(H)}=\frac{\pi a^3}{4}$. **C.** $V_{(H)}=\frac{3a^3}{4}$. **D.** $V_{(H)}=\frac{2a^3}{3}$.

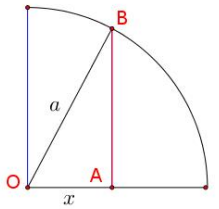


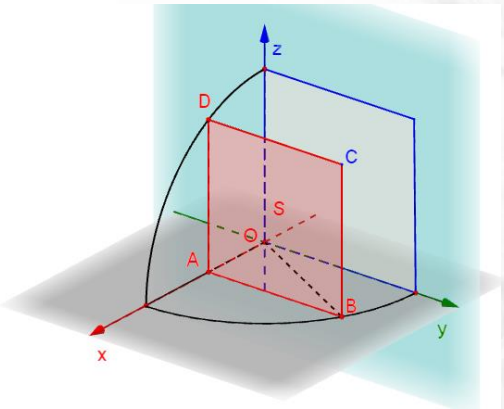
Lời giải

Chọn D

Ta gọi trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó phần giao (H) là một vật thể có đáy là một phần tư hình tròn tâm O bán kính a, thiết diện của mặt phẳng vuông góc với trục Ox là một hình vuông có diện tích $S(x)=a^2-x^2$

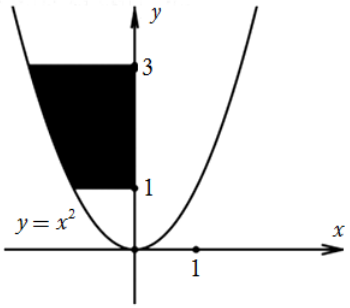
Thể tích khối (H) là $\int_0^a S(x)dx=\int_0^a\left(a^2-x^2\right)dx=\frac{2a^3}{3}$.





Câu 154: Tính diện tích hình phẳng được bôi đen trong hình bên:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $S=2\sqrt{3}-\frac{2}{3}$. **B.** $S=\frac{23}{8}$. **C.** $S=\frac{28}{3}$. **D.** $S=3\sqrt{2}-\frac{1}{3}$.

Lời giải

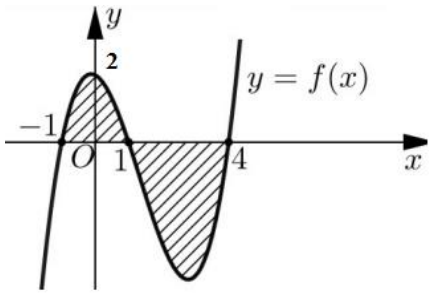
Chọn A

Ta có $x^2=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$, mà $x<0$ nên $x=-\sqrt{3}$.

$x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$, mà $x<0$ nên $x=-1$.

Ta có $S=\int\limits_{-\sqrt{3}}^{0}\left(3-x^2\right)dx-\int\limits_{-1}^{0}\left(1-x^2\right)dx=\left(3x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-\sqrt{3}}^{0}-\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{0}=2\sqrt{3}-\frac{2}{3}$.

Câu 155: Cho hàm số $y=f(x)$ là một hàm số bậc ba. Gọi S là diện tích giới hạn bởi các đường $y=f(x);y=0;\ x=-1;x=4$ *(như hình vẽ).*



Khi đó diện tích S nhận giá trị

A. $S=\frac{253}{24}$. **B.** $S=\frac{253}{12}$. **C.** $S=\frac{235}{24}$. **D.** $S=\frac{235}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta có $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x=-1;x=1;\ x=4$.

Mà $f(x)$ là hàm bậc ba nên $f(x)=a(x+1)(x-1)(x-4)$

Cho $x=0$ suy ra $4a=2\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$

Do đó $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)(x-1)(x-4)$

Nên diện tích S giới hạn bởi các đường $y=f(x),y=0,x=-1$ và $x=4$ là

$S=\int_{-1}^{4}\left|\frac{1}{2}(x+1)(x-1)(x-4)\right|dx=\frac{253}{24}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

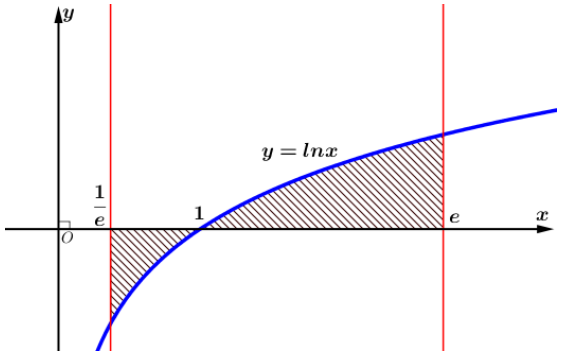
Câu 156: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\ln x$, $x=e$, $x=\frac{1}{e}$ và trục hoành

A. $S=2-\frac{2}{e}$ (đvdt). **B.** $S=2+\frac{2}{e}$ (đvdt).

C. $S=1-\frac{1}{e}$ (đvdt). **D.** $S=1+\frac{1}{e}$ (đvdt).

Lời giải

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm: $\ln x=0\Leftrightarrow x=1$.

Khi đó diện tích S của hình phẳng là:

$$S=-\int_{\frac{1}{e}}^{1}\ln x\mathrm{d}x+\int_{1}^{e}\ln x\mathrm{d}x=-I_1+I_2 \text{ với } I_1=\int_{\frac{1}{e}}^{1}\ln x\mathrm{d}x \text{ và } I_2=\int_{1}^{e}\ln x\mathrm{d}x.$$

*Tính $I_1=\int_{\frac{1}{e}}^{1}\ln x\mathrm{d}x$

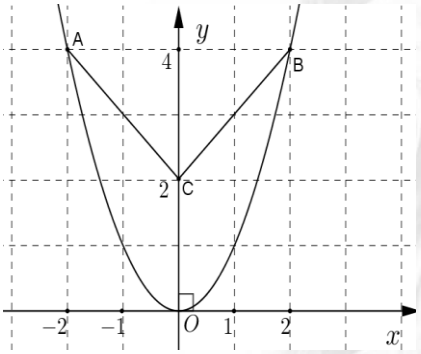
Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$, ta có

$$I_1=\int_{\frac{1}{e}}^{1}\ln x\mathrm{d}x=\left(x\ln x\right)\Big|_{\frac{1}{e}}^{1}-\int_{\frac{1}{e}}^{1}\frac{1}{x}.x\mathrm{d}x=\left(x\ln x\right)\Big|_{\frac{1}{e}}^{1}-x\Big|_{\frac{1}{e}}^{1}=-\frac{1}{e}\ln\frac{1}{e}-\left(1-\frac{1}{e}\right)=\frac{2}{e}-1.$$

*Tương tự $I_2=\int_{1}^{e}\ln x\mathrm{d}x=\left(x\ln x\right)\Big|_{1}^{e}-\int_{1}^{e}\frac{1}{x}.x\mathrm{d}x=\left(x\ln x\right)\Big|_{1}^{e}-x\Big|_{1}^{e}=e-\left(e-1\right)=1.$

Vậy diện tích của hình phẳng cần tìm là: $S=-I_1+I_2=1-\frac{2}{e}+1=2-\frac{2}{e}$ (đvdt).

Câu 157: Tính diện tích của S phần hình phẳng giới hạn bởi đường Parabol đi qua gốc toạ độ và hai đoạn thẳng AC và BC như hình vẽ bên?



Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $S=9$. **B.** $S=\frac{25}{6}$ **C.** $S=\frac{20}{3}$. **D.** $S=\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có đường Parabol có phương trình $y=x^2$.

Đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình $y=x+2$

Vì các hàm số trên chẵn trên tập xác định nên đồ thị các hàm số trên đều nhận trục tung làm trục đối xứng nên chia hình phẳng trên bởi trục tung ta được 2 hình phẳng có diện tích bằng nhau. Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S=2\int_0^2(x+2-x^2)dx=\frac{20}{3}$

Câu 158: Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C):x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

A. $V=6\pi$. **B.** $V=3\pi^2$. **C.** $V=6\pi^3$. **D.** $V=6\pi^2$.

Lời giải

Chọn D

$(C):x^2+(y-3)^2=1\Leftrightarrow(y-3)^2=1-x^2\Rightarrow y=3\pm\sqrt{1-x^2}$.

$(y-3)^2=1-x^2\geq 0\Rightarrow -1\leq x\leq 1$.

Thể tích của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C):x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

$$V=\pi\int_{-1}^{1}\left[3+\sqrt{1-x^2}\right]^2dx-\pi\int_{-1}^{1}\left[3-\sqrt{1-x^2}\right]^2dx.=12\pi\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}dx.$$

Đặt $x=\sin t\Rightarrow dx=\cos t dt$. Đổi cận $x=-1\Rightarrow t=-\frac{\pi}{2}$, $x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$.

$$V=12\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t dt=12\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t dt=12\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2t\right)dt$$

$$=12\pi.\left(\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=6\pi^2.$$

Câu 159: Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=\sqrt{x}.e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

A. $V=e^2-1$. **B.** $V=\frac{1}{4}\pi e^2-1$. **C.** $V=\pi(e^2-1)$. **D.** $V=\frac{1}{4}\pi(e^2-1)$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành là nghiệm của phương trình $\sqrt{x}.e^{x^2}=0\Leftrightarrow x=0$.

Khi đó thể tích của khối tròn xoay được tạo thành là:

$$V=\pi\int_0^1\left(\sqrt{x}.e^{x^2}\right)^2dx=\pi\int_0^1 xe^{2x^2}dx=\pi\frac{1}{4}\int_0^1 e^{2x^2}d(2x^2)=\pi\frac{1}{4}e^{2x^2}\Big|_0^1=\frac{1}{4}\pi(e^2-1).$$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 160: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}\cos\frac{x}{2}$, $y=0, x=\frac{\pi}{2}$, $x=\pi$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A. $V=\frac{1}{16}\left(3\pi^2-4\pi-8\right)$. **B.** $V=\frac{\pi}{16}\left(3\pi^2-4\pi-8\right)$.

C. $V=\frac{\pi}{8}\left(3\pi^2+4\pi-8\right)$. **D.** $V=\frac{\pi}{6}\left(3\pi^2+4\pi-8\right)$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\sqrt{x}\cos\frac{x}{2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}x\left(\cos\frac{x}{2}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}x\left(1+\cos x\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[x\left(x+\sin x\right)\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}x+\sin x\mathrm{d}x\right]=\frac{\pi}{2}\left[x\left(x+\sin x\right)\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}-\left(\frac{x^2}{2}-\cos x\right)\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right]=\frac{\pi}{16}\left(3\pi^2-4\pi-8\right).$$

Câu 161: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-3$ và $x=3$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(-3\le x\le 3\right)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{81-x^4}$.

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{1944}{5}$. **C.** $\frac{1499}{5}$. **D.** $\frac{1333}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi độ dài cạnh tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{81-x^4}$ là $\frac{\sqrt{81-x^4}}{\sqrt{2}}$

Ta có diện tích thiết diện được cho bằng: $S(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{81-x^4}}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{4}\left(81-x^4\right)$

Thể tích vật thể cần tìm là: $V=\int_{-3}^{3}S(x).dx=\int_{-3}^{3}\frac{1}{4}\left(81-x^4\right)dx=\frac{1944}{5}$.

Câu 162: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-2$, $y=0$ và $x=9$ quay xung quanh trục Ox. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A. $V=\frac{7}{6}$. **B.** $V=\frac{7\pi}{11}$. **C.** $V=\frac{11\pi}{6}$. **D.** $V=\frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}-2$ và trục hoành:

$\sqrt{x}-2=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4$.

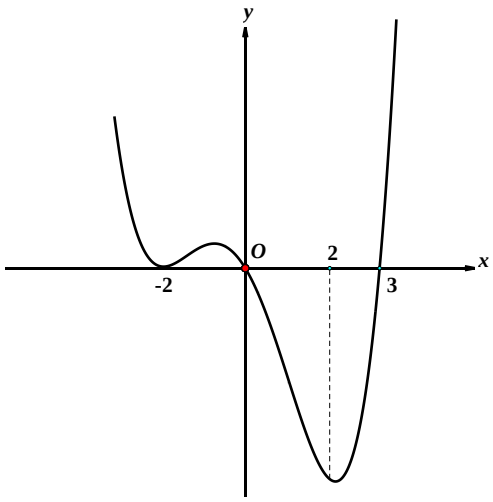
Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$$V=\pi\int_4^9\left(\sqrt{x}-2\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_4^9\left(x-4\sqrt{x}+4\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^2}{2}-\frac{8x\sqrt{x}}{3}+4x\right)\Bigg|_4^9$$

$$=\pi\left(\frac{81}{2}-72+36\right)-\pi\left(\frac{16}{2}-\frac{64}{3}+16\right)=\frac{11\pi}{6}.$$

Câu 163: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ như hình bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây là đúng.

A. $f(0)<f(3)$. **B.** $f(3)<f(4)$ **C.** $f(2)<f(-2)$. **D.** $f(-2)<f(3)$.

Lời giải

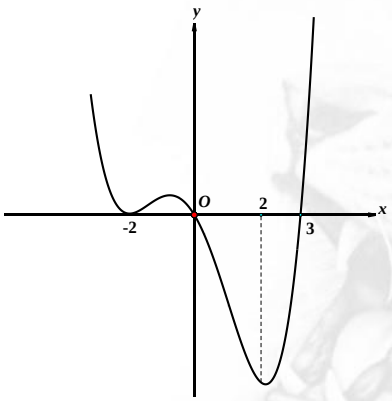
Chọn C

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$f(0)$	↘	$f(3)$	↗	$+\infty$

Dễ thấy phương án **B** và **D** là mệnh đề sai.

Nhận xét:



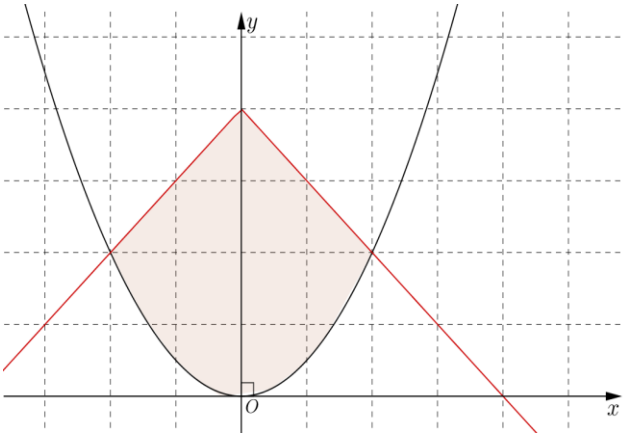
$$\int_{-2}^{0}f'(x)\mathrm{d}x<\int_{0}^{2}-f'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(0)-f(-2)<f(0)-f(2)\Leftrightarrow f(-2)>f(2)$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Tương tự ta cũng thấy $f(-2)>f(3)$.

Nên mệnh đề $f(2)<f(-2)$ là mệnh đề đúng.

Câu 164: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường $y=4-|x|$ và $y=\frac{x^2}{2}$.



A. $S=\frac{28}{3}$. **B.** $S=\frac{22}{3}$. **C.** $S=\frac{25}{3}$. **D.** $S=\frac{26}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Giao điểm của hai đồ thị là nghiệm phương trình:

$$4-|x|=\frac{x^2}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{x^2}{2}+x-4=0\ (khi\ x\ge 0)\\ \frac{x^2}{2}-x-4=0\ (khi\ x<0)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-2\end{array}\right.$$

Vì các hàm số trên chẵn trên tập xác định nên đồ thị các hàm số trên đều nhận trục tung làm trục đối xứng nên chia hình phẳng trên bởi trục tung ta được 2 hình phẳng có diện tích bằng nhau. Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S=2\int_0^2(4-|x|-\frac{x^2}{2})dx=\frac{28}{3}$

Câu 165: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\frac{3+(x-2)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích $V=\pi\left[a+b\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)\right]$, trong đó a,b là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=3$. **B.** $a-2b=7$. **C.** $a+b=5$. **D.** $a-2b=5$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của hình phẳng D là

$$V=\pi\int_0^1 y^2dx=\pi\int_0^1\frac{3+(x-2)e^x}{xe^x+1}dx=\pi\int_0^1\frac{3+xe^x-2e^x}{xe^x+1}dx=\pi\int_0^1\frac{1+xe^x+2-2e^x}{xe^x+1}dx$$

$$=\pi\int_0^1 dx+\pi\int_0^1\frac{2(1-e^x)}{xe^x+1}dx=\pi+\pi\int_0^1\frac{2(1-e^x)}{xe^x+1}dx=\pi+K.$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Với $K=2\pi\int_0^1\frac{1-e^x}{xe^x+1}\mathrm{d}x=2\pi\int_0^1\frac{\frac{1}{e^x}-1}{x+\frac{1}{e^x}}\mathrm{d}x$.

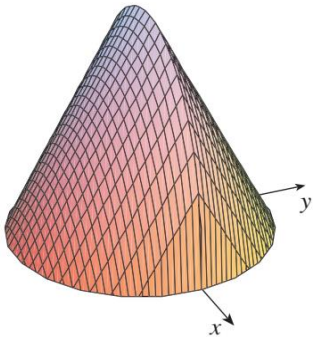
Đặt $u=x+\frac{1}{e^x}\Rightarrow \mathrm{d}u=\left(1-\frac{1}{e^x}\right)\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=1;\ x=1\Rightarrow u=1+\frac{1}{e}$.

$\Rightarrow K=-2\pi\int_1^{1+\frac{1}{e}}\frac{\mathrm{d}u}{u}=-2\pi.\ln|u|\Big|_1^{1+\frac{1}{e}}=-2\pi\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)$.

Vậy $V=\pi-2\pi\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)=\pi\left[1-2.\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)\right]$.

Từ đó ta suy ra được $\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}\Rightarrow a-2b=5$.

Câu 166: Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích V của vật thể đó.



A. $V=\sqrt{3}$. **B.** $V=3\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\pi$.

Lời giải

Chọn C

Tại vị trí có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ thì tam giác thiết diện có cạnh là $2\sqrt{1-x^2}$.

Do đó tam giác thiết diện có diện tích $S(x)=\left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2\frac{\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}\left(1-x^2\right)$.

Vậy thể tích V của vật thể là: $\int_{-1}^1\sqrt{3}\left(1-x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 167: Cho số dương a thỏa mãn hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y=ax^2-2$ và $y=4-2ax^2$ có diện tích bằng 16. Giá trị của a bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $ax^2-2=4-2ax^2\Leftrightarrow 3ax^2-6=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{2}{a}}$.

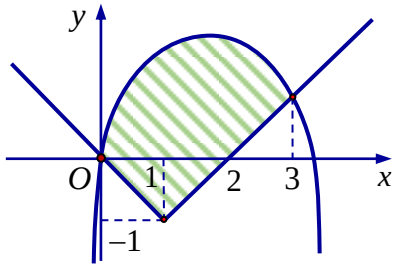
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=ax^2-2$ và $y=4-2ax^2$ là

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$$S=\int_{-\sqrt{\frac{2}{a}}}^{\sqrt{\frac{2}{a}}}\left|3ax^2-6\right|\mathrm{d}x=\left|\int_{-\sqrt{\frac{2}{a}}}^{\sqrt{\frac{2}{a}}}\left(3ax^2-6\right)\mathrm{d}x\right|=\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{a}}.$$

Theo giả thiết $S=16\Leftrightarrow\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{a}}=16\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$.

Câu 168: Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y=\frac{10}{3}x-x^2$, $y=\begin{cases}-x & \text{khi } x\le 1\\ x-2 & \text{khi } x>1\end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?



$2\cos x-\sqrt{3}=0$

A. $\frac{11}{6}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=-x$ và $y=x-2$ là $-x=x-2\Leftrightarrow x=1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int_0^1\left(\frac{10}{3}x-x^2+x\right)\mathrm{d}x+\int_1^3\left(\frac{10}{3}x-x^2-x+2\right)\mathrm{d}x.$$

$$\Leftrightarrow S=\int_0^1\left(\frac{13}{3}x-x^2\right)\mathrm{d}x+\int_1^3\left(\frac{7}{3}x-x^2+2\right)\mathrm{d}x$$

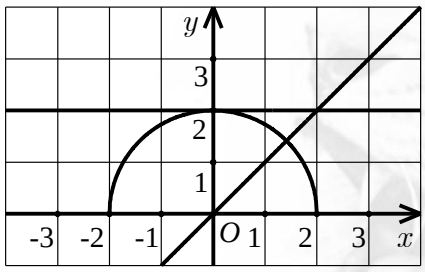
$$\Leftrightarrow S=\left(\frac{13}{6}x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1+\left(\frac{7}{6}x^2-\frac{x^3}{3}+2x\right)\Big|_1^3=\frac{13}{2}.$$ $2\cos x-\sqrt{3}=0$

Câu 169: Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x^2}$, $y=2$, $y=x$ có diện tích là $S=a+b.\pi$. Chọn kết quả đúng.

A. $a+2b=3$. **B.** $a^2+4b^2\ge 5$. **C.** $a+b<1$. **D.** $a>1$, $b>1$.

Lời giải

Chọn B



Các phương trình hoành độ giao điểm:

$$*\ \sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ 4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ x=\sqrt{2}.\end{cases}$$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

* $\sqrt{4-x^2}=2 \Leftrightarrow x=0$.

* $x=2$.

Diện tích cần tính là: $S=\int\limits_0^{\sqrt{2}}\left(2-\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\left(2-x\right)\mathrm{d}x$

$=\int\limits_0^{\sqrt{2}}2\mathrm{d}x+\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\left(2-x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$

$=\left(2x\right)\Big|_0^{\sqrt{2}}+\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{\sqrt{2}}^{2}-\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}-\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=3-\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$.

Đặt $x=2\sin t \Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases}x=0\to t=0\\ x=\sqrt{2}\to t=\frac{\pi}{4}\end{cases}$.

Ta có $\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t\,\mathrm{d}t$

$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}4\cos^2 t\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}2\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}t=2\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi}{2}+1$.

Vậy $S=3-\frac{\pi}{2}-1=2-\frac{1}{2}.\pi$.

Theo kí hiệu của bài toán ta suy ra $a=2$, $b=-\frac{1}{2}$. Do đó mệnh đề đúng là $a^2+4b^2\ge 5$

.

Câu 170: Cho $\left(P\right)$ là đồ thị của hàm số $y=x^2-4x+3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\left(P\right)$ và các tiếp tuyến của $\left(P\right)$ kẻ từ điểm $A\left(2;-5\right)$ là:

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn C

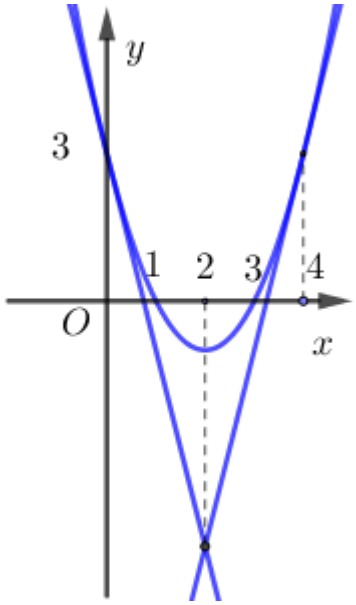
Đường thẳng bất kỳ đi qua $A\left(2;-5\right)$ và có hệ số góc k là $\left(\Delta\right):y=k\left(x-2\right)-5$. Để $\left(\Delta\right)$ là tiếp tuyến của $\left(P\right)$ thì hệ sau có nghiệm

$\begin{cases}x^2-4x+3=k\left(x-2\right)-5\\ 2x-4=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-4x+3=\left(2x-4\right)\left(x-2\right)-5\\ 2x-4=k\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-4x=0\\ 2x-4=k\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{cases}x=0\\ k=-4\end{cases}\right.$
$\left.\begin{cases}x=4\\ k=4\end{cases}\right.$

Vậy có hai tiếp của $\left(P\right)$ đi qua điểm $A\left(2;-5\right)$ là $\left(\Delta_1\right):y=-4x+3$ và $\left(\Delta_2\right):y=4x-13$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Dựa vào đồ thị, ta có $S=S_1+S_2$ với $S_1=\int\limits_0^2\left[\left(x^2-4x+3\right)-\left(-4x+3\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 x^2\mathrm{d}x=\dfrac{8}{3}$

và $S_2=\int\limits_2^4\left[\left(x^2-4x+3\right)-\left(4x-13\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_2^4\left(x^2-8x+16\right)\mathrm{d}x=\dfrac{8}{3}$. Như vậy $S=\dfrac{16}{3}$.

Câu 171: **Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=a\sin x+b\cos x$ (với a, b là các hằng số thực dương), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=\pi$. Nếu vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox có thể tích bằng $\dfrac{5\pi^2}{2}$ và $f'(0)=2$ thì $2a+5b$ bằng**

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích của vật thể là

$$V=\pi\int\limits_0^{\pi}\left(a\sin x+b\cos x\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^{\pi}\left(a^2\sin^2x+b^2\cos^2x+2ab\sin x\cos x\right)\mathrm{d}x$$

$$=\pi\int\limits_0^{\pi}\left(a^2\frac{1-\cos 2x}{2}+b^2\frac{1+\cos 2x}{2}+ab\sin 2x\right)\mathrm{d}x$$

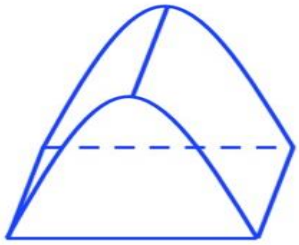
$$=\pi\left[a^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}\right)+b^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}\right)-\frac{ab}{2}\cos 2x\right]_0^{\pi}=\pi\left(a^2+b^2\right)\frac{\pi}{2}.$$

Theo giả thiết ta có $a^2+b^2=5(1)$.

Ta có $f'(x)=a\cos x-b\sin x\Rightarrow f'(0)=a$. Theo giả thiết ta có $a=2$ và $b=1$. Ta được $2a+5b=9$.

Câu 172: Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12A dự định dựng một cái lều trại có hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 5 mét, chiều dài 10 mét, đỉnh trại cách nền 5 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong trại.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

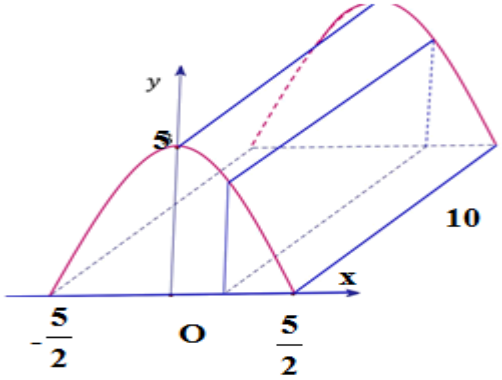


A. $\frac{100}{3}$ m^3. **B.** 100π m^3. **C.** $\frac{70}{3}\pi$ m^3. **D.** $\frac{200}{3}$ m^3.

Lời giải

Chọn D

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Giả sử phương trình của parabol là $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Ta có parabol có đỉnh là $(0;5)$ và đi qua điểm $\left(\frac{5}{2};0\right)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} b = 0 \\ c = 5 \\ \frac{25}{4}a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-4}{5} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{-4}{5}x^2 + 5.$$

Cắt vật thể bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(\frac{-5}{2} \le x \le \frac{5}{2}\right)$, ta thấy thiết diện thu được là một hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{-4}{5}x^2 + 5$ mét và chiều dài bằng 10 mét. Diện tích thiết diện thu được là

$$10\left(\frac{-4}{5}x^2 + 3\right) = -8x^2 + 30.$$

Vậy thể tích phần không gian bên trong trại là $\int_{\frac{-5}{2}}^{\frac{5}{2}} \left(-8x^2 + 30\right) dx = \frac{200}{3}\left(\text{m}^3\right)$.

Câu 173: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(-1 \le x \le 2)$ là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{9 - x^2}$.

A. $\frac{1333}{4}\pi$. **B.** $\frac{978\pi}{5}$. **C.** $\frac{2019}{5}\pi$. **D.** $\frac{987\pi}{7}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích thiết diện được cho bằng: $S(x)=\pi.r^2=\pi\left(9-x^2\right)$

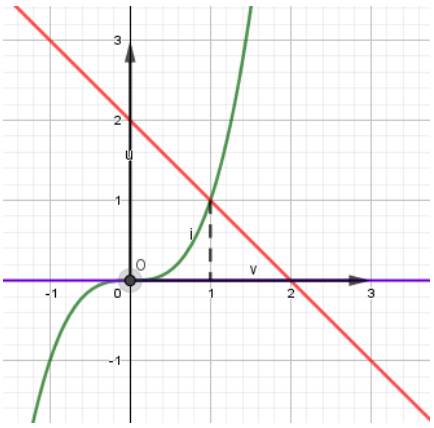
Thể tích vật thể cần tìm là: $V=\int\limits_{-1}^{2}S(x).dx=\int\limits_{-1}^{2}\pi.\left(9-x^2\right)^2dx=\dfrac{978}{5}\pi$.

Câu 174: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=x^3$, $y=-x+2$, $y=0$ quanh trục Ox là:

A. $V=\dfrac{10\pi}{21}(đvtt)$. **B.** $V=\dfrac{\pi}{3}(đvtt)$. **C.** $V=\dfrac{\pi}{7}(đvtt)$. **D.** $V=\dfrac{4\pi}{21}(đvtt)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi V là thể tích cần tìm, ta có $V=\pi\int\limits_{0}^{1}\left(x^3\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_{1}^{2}\left(-x+2\right)^2\mathrm{d}x$.

* Xét tích phân $I_1=\pi\int\limits_{0}^{1}\left(x^3\right)^2\mathrm{d}x=\pi.\dfrac{x^7}{7}\Big|_0^1=\pi\left(\dfrac{1}{7}-0\right)=\dfrac{\pi}{7}$.

* Xét tích phân $I_2=\pi\int\limits_{1}^{2}\left(-x+2\right)^2\mathrm{d}x=\pi.\left(\dfrac{x^3}{3}-2x^2+4x\right)\Big|_1^2$

$=\pi\left(\dfrac{2^3}{3}-2.2^2+4.2\right)-\pi\left(\dfrac{1^3}{3}-2.1^2+4.1\right)=\dfrac{\pi}{3}$.

Vậy $V=\pi\int\limits_{0}^{1}\left(x^3\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_{1}^{2}\left(-x+2\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{7}+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{10\pi}{21}$.

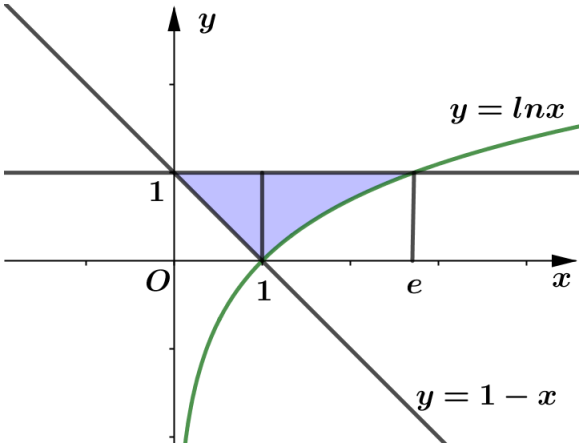
Câu 175: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị các hàm số $y=\ln x$, $y=1$, $y=1-x$.

A. $S=\mathrm{e}+\dfrac{1}{2}$. **B.** $S=\mathrm{e}-\dfrac{1}{2}$. **C.** $S=\mathrm{e}+\dfrac{3}{2}$. **D.** $S=\mathrm{e}-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

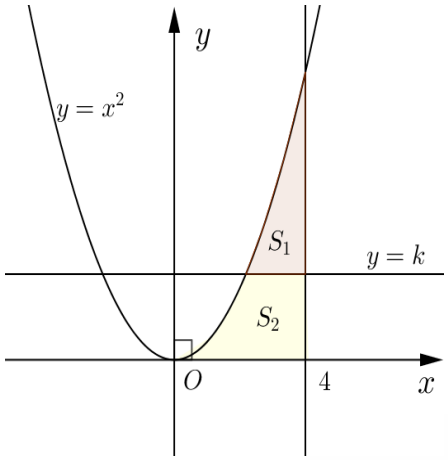
Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Ta có $S=\int_0^1\left[1-\left(1-x\right)\right]\mathrm{d}x+\int_1^{\mathrm{e}}\left(1-\ln x\right)\mathrm{d}x=\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^1+\left.x\left(1-\ln x\right)\right|_1^{\mathrm{e}}-\int_1^{\mathrm{e}}x\mathrm{d}\left(1-\ln x\right)$

$=\frac{1}{2}-1-\int_1^{\mathrm{e}}x.\frac{-1}{x}\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}+\left.x\right|_1^{\mathrm{e}}=-\frac{1}{2}+\left(\mathrm{e}-1\right)=\mathrm{e}-\frac{3}{2}.$

Câu 176: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=0$, $x=0$, $x=4$. Đường thẳng $y=k\ (0<k<16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1=S_2$



A. $k=5$. **B.** $k=3$. **C.** $k=8$ **D.** $k=4$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2=k\Rightarrow x=\sqrt{k}$

- $S_1+S_2=\int_0^4x^2dx=\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^4=\frac{64}{3}.$
- $S_1=\int_{\sqrt{k}}^4\left(x^2-k\right)dx=\left.\left(\frac{x^3}{3}-kx\right)\right|_{\sqrt{k}}^4=-4k+\frac{2k\sqrt{k}}{3}+\frac{64}{3}.$

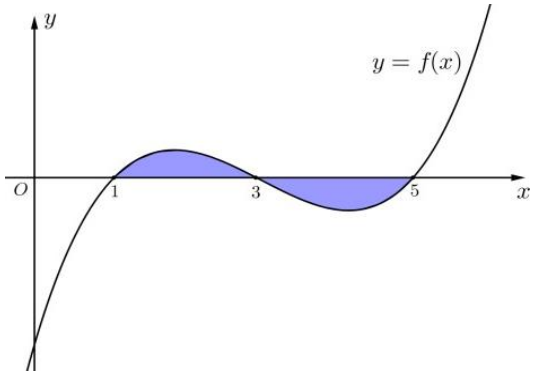
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow S_1=\frac{1}{2}\left(S_1+S_2\right)\Leftrightarrow-4k+\frac{2k\sqrt{k}}{3}+\frac{64}{3}=\frac{32}{3}\Leftrightarrow2k\sqrt{k}-12k+32=0\ (1)$

Đặt $t=\sqrt{k}\left(0<t<k\right)$ thì phương trình (1) trở thành $2t^3-12t^2+32=0\Rightarrow t=2$

Với $t=2$ thì $k=4$.

Câu 177: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng tô đậm bằng 1. Giá trị của $a+2b+3c+4d$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. 8. **B.** −8. **C.** −1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ lần lượt là $(1;0);(3;0);(5;0)$ nên ta có

$$\begin{cases} a+b+c+d=0 \\ 27a+9b+3c+d=0 \\ 125a+25b+5c+d=0 \end{cases} (1)$$

Đặt $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{ax^4}{4}+\frac{bx^3}{3}+\frac{cx^2}{2}+dx=F(x).$

Ta có $F(3)=\frac{81}{4}a+9b+\frac{9}{2}c+3d;F(1)=\frac{a}{4}+\frac{b}{3}+\frac{c}{2}+d;F(5)=\frac{625}{4}a+\frac{125}{3}b+\frac{25}{2}c+5d.$

Diện tích hình phẳng tô đậm

$$S=\int_1^5|f(x)|\mathrm{d}x=1$$

$$\Leftrightarrow\int_1^3|f(x)|\mathrm{d}x+\int_3^5|f(x)|\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x-\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=1$$

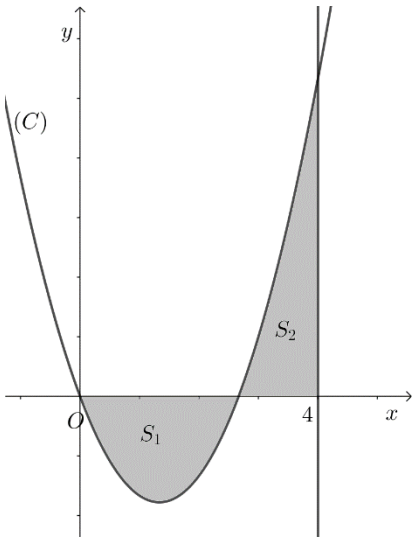
$$\Leftrightarrow F(3)-F(1)-F(5)+F(3)=1\Leftrightarrow 2F(3)-F(1)-F(5)=1\Leftrightarrow -116a-24b-4c=1.(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ sau

$$\begin{cases} a+b+c+d=0 \\ 27a+9b+3c+d=0 \\ 125a+25b+5c+d=0 \\ -116a-24b-4c=1 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=\frac{1}{8} \\ b=\frac{-9}{8} \\ c=\frac{23}{8} \\ d=\frac{-15}{8} \end{cases}$$ Khi đó $a+2b+3c+4d=-1.$

Câu 178: Cho hàm số $y=x^2-mx$ $(0<m<4)$ có đồ thị (C). Gọi S_1+S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1=S_2$ là

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $m=\dfrac{10}{3}$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\dfrac{8}{3}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox là: $x^2-mx=0$

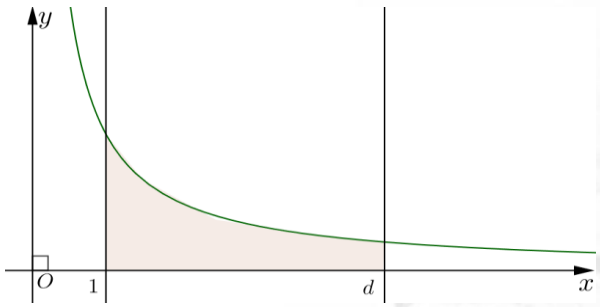
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=m\end{array}\right.(0<m<4)$

$$S_1=\int_0^m\left|x^2-mx\right|\mathrm{d}x=\int_0^m\left(mx-x^2\right)\mathrm{d}x=\left(m\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^m=\frac{m^3}{6}.$$

$$S_2=\int_m^4\left|x^2-mx\right|\mathrm{d}x=\int_m^4\left(x^2-mx\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{x^3}{3}-m\frac{x^2}{2}\right)\Big|_m^4=\frac{64}{3}-8m+\frac{m^3}{6}.$$

Ta có: $S_1=S_2\Leftrightarrow 8m-\dfrac{64}{3}=0\Leftrightarrow m=\dfrac{8}{3}$.

Câu 179: Tìm d để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\dfrac{2}{x}$, $Ox; x=1; x=d, (d>1)$ bằng 2:



A. $d=e^2$. **B.** $d=e$. **C.** $d=e+1$. **D.** $d=2e$.

Lời giải

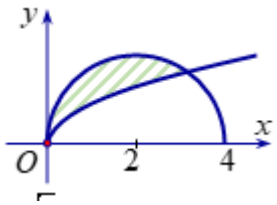
Chọn A

Ta có: $S=\int_1^d\dfrac{2}{x}dx=2\ln|x|\Big|_1^d=2\ln|d|$

Để $S=2$ thì $2\ln|d|=2\Leftrightarrow|d|=e$. Suy ra $d=e$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 180: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{x}$ và nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4x-x^2}$ (với) $0\le x\le 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\dfrac{8\pi-9\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{10\pi-15\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{10\pi-9\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{4\pi+15\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn A

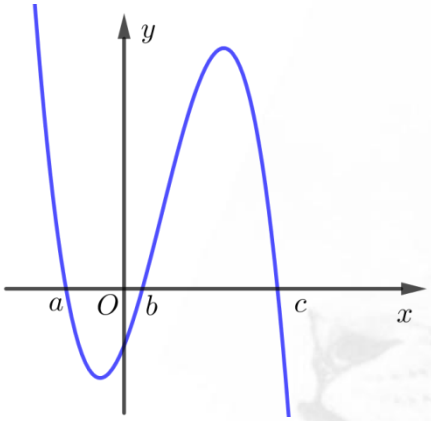
Ta có $\sqrt{4x-x^2}=\sqrt{x}\Leftrightarrow x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

$\rightarrow S=\int\limits_0^3\left(\sqrt{4x-x^2}-\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\sqrt{4x-x^2}\mathrm{d}x-\int\limits_0^3\sqrt{x}\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\sqrt{4-(x-2)^2}\mathrm{d}x-2\sqrt{3}$.

Đặt $x-2=2\sin t, t\in\left[\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$. Khi $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{2}\\ x=3\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$.

Suy ra $S=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}2\sqrt{1-\sin^2 t}.2\cos t\mathrm{d}t-2\sqrt{3}=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}2(1+\cos 2t)\mathrm{d}t-2\sqrt{3}=(2t+\sin 2t)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}}-2\sqrt{3}$.

Câu 181: Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (H) là $V=\pi\int\limits_0^1\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x-\pi\int\limits_0^1\left(x^2\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{3\pi}{10}$ Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ



(1): $f(c)>f(a)>f(b)$.

(2): $f(c)>f(b)>f(a)$.

(3): $f(a)>f(b)>f(c)$.

(4): $f(a)>f(b)$.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Lời giải

Chọn D

Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $f'(x)$ và trục hoành nằm bên dưới và bên trên Ox. Khi đó $S_1 = \int_a^b \left|f'(x)\right|\mathrm{d}x = -\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x = -f(x)\Big|_a^b = f(a) - f(b)$

Tương tự $S_2 = f(c) - f(a)$. Quan sát đồ thị $f'(x)$ ta có $S_2 > S_1 > 0$ $\Rightarrow f(c) - f(b) > f(a) - f(b)$ do đó $f(c) > f(a) > f(b)$.

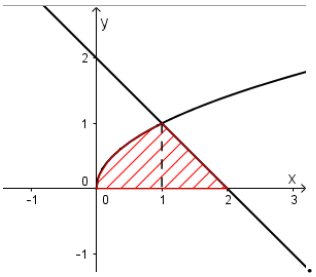
Vậy (1) và (4) đúng.

Câu 182: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$; $y = 2 - x$ và $y = 0$.

A. π. **B.** $\frac{5\pi}{6}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = \sqrt{x}$ và $y = 2 - x$ ta có.

$$\sqrt{x} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \ge 0 \\ x = (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x = 1.$$

Ta có $V = \pi\int_0^1 x\mathrm{d}x + \pi\int_1^2 (2-x)^2\,\mathrm{d}x = \pi\frac{x^2}{2}\Big|_0^1 + \pi\frac{(2-x)^3}{-3}\Big|_1^2 = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 183: Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành.

A. $\frac{34\pi}{3}$. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** $\frac{35\pi}{3}$. **D.** $\frac{31\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $4x - x^2 \ge 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 4$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành

$$\sqrt{4x - x^2} = 0 \Leftrightarrow 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$$

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là :

$$V = \pi\int_0^4 \left(\sqrt{4x - x^2}\right)^2\mathrm{d}x = \pi\int_0^4 (4x - x^2)\mathrm{d}x = \frac{32}{3}\pi.$$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

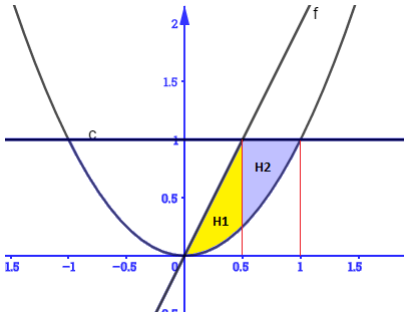
Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là $\frac{32}{3}\pi$.

Câu 184: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $y=2x; y=x^2; y=1$ trên miền $x\ge 0, y\le 1$:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Phương trình hoành độ giao điểm $x^2=1\Rightarrow x=1;\ 2x=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Hình phẳng cần tính được tạo từ hai hình (H_1) và (H_2)

Trong đó $(H_1)\begin{cases} y=2x \\ y=x^2 \\ x=0;\ x=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow S_1=\int_0^{\frac{1}{2}}\left|2x-x^2\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{24}$.

Và $(H_2)=\begin{cases} y=1 \\ y=x^2 \\ x=\frac{1}{2};\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow S_2=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left|1-x^2\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{24}$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là $S=S_1+S_2=\frac{5}{24}+\frac{5}{24}=\frac{5}{12}$.

Câu 185: Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi phép quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0$, $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$.

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** 10π. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} 0=\sqrt{x}\Rightarrow x=0 \\ 0=x-2\Rightarrow x=2 \\ \sqrt{x}=x-2\Rightarrow x=4 \end{cases}$.

Dựa vào hoành độ giao điểm của ba đường ta có diện tích hình phẳng gồm hai phần.

Phần thứ nhất giới hạn bởi $y=\sqrt{x}$, $y=0$ và $x=0; x=2$. Phần thứ hai giới hạn bởi $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$ và $x=2; x=4$.

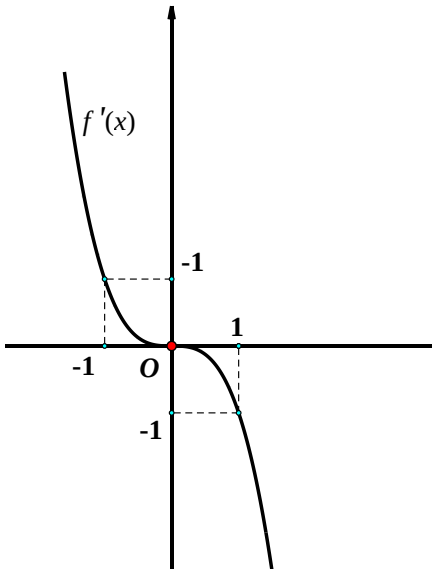
Thể tích vật thể bằng:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$V=\pi\int_0^2\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int_2^4\left|\left(x-2\right)^2-\sqrt{x}^2\right|\mathrm{d}x=\pi\int_0^2 x\mathrm{d}x+\pi\int_2^4\left(x-\left(x-2\right)^2\right)\mathrm{d}x$$

$$=\pi\frac{x^2}{2}\Big|_0^2+\pi\left(\frac{x^2}{2}-\frac{\left(x-2\right)^3}{3}\right)\Big|_2^4=\frac{16\pi}{3}.$$

Câu 186: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'\left(x\right)$ như hình bên dưới.



Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+\frac{1}{2}x^2$ trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

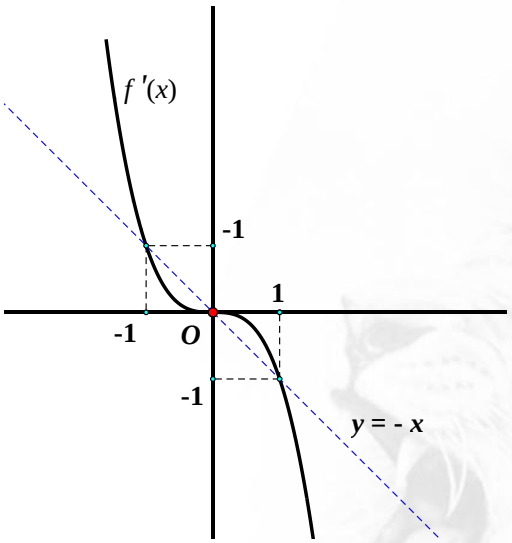
A. $g\left(1\right)<g\left(0\right)$. **B.** $g\left(0\right)<g\left(-1\right)$. **C.** $f\left(3\right)<f\left(4\right)$ **D.** $f\left(2\right)<f\left(-2\right)$.

Lời giải

Chọn A

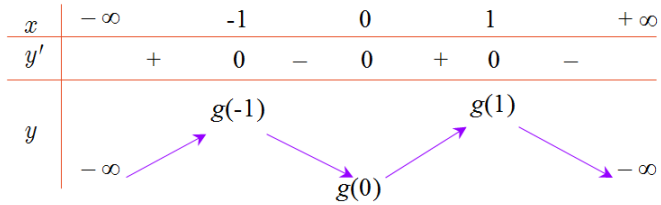
Ta có $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)+x=f'\left(x\right)-\left(-x\right)$

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=-x$



Xét tương giao của hai đồ thị $y=f'\left(x\right)$ và $y=-x$ theo hình vẽ ta được nghiệm của $g'\left(x\right)$ là $x=-1,\ x=0$ và $x=1$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Câu 187: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$ quanh trục Ox là:

A. $V=\pi\mathrm{e}(đvtt)$. **B.** $V=\pi(\mathrm{e}+1)(đvtt)$.

C. $V=\pi(\mathrm{e}-1)(đvtt)$. **D.** $V=\pi(\mathrm{e}-2)(đvtt)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\ln x=0\Leftrightarrow x=1$.

Gọi V là thể tích cần tìm, ta có $V=\pi\int\limits_1^{\mathrm{e}}(\ln x)^2\,\mathrm{d}x$.

Xét tích phân $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\ln^2 x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln^2 x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=\dfrac{2\ln x}{x}\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$ theo công thức tích phân từng phần ta được:

$I=x.\ln^2 x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\int\limits_1^{\mathrm{e}}2\ln x\mathrm{d}x=\mathrm{e}-2\int\limits_1^{\mathrm{e}}\ln x\mathrm{d}x$

* Xét tích phân $I_1=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\ln x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$ theo công thức tích phân từng phần ta được:

$I_1=x.\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\int\limits_1^{\mathrm{e}}\mathrm{d}x=\mathrm{e}-x\Big|_1^{\mathrm{e}}=1\Rightarrow I=\mathrm{e}-2\Rightarrow V=\pi(\mathrm{e}-2)$.

Câu 188: Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=\dfrac{\pi}{3}$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{3}\right)$ ta được thiết diện là một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $2x$ và $\cos x$. Thể tích vật thể B bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi+3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi-3}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi-3}{3}$.

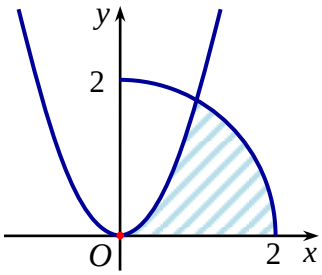
Lời giải

Chọn C

Thể tích vật thể B là $V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}x\cos x\mathrm{d}x=x\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\sin x\mathrm{d}x=x\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}+\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\dfrac{\sqrt{3}\pi-3}{6}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

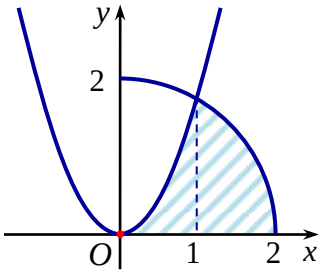
Câu 189: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với) $0\le x\le 2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục hoành bằng



A. $\frac{43}{15}\pi$. **B.** $\frac{34}{15}\pi$. **C.** $\frac{43}{12}\pi$. **D.** $\frac{32\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y=\sqrt{3}x^2$ và cung tròn $y=\sqrt{4-x^2}$ (với) $0\le x\le 2$ là

$\sqrt{4-x^2}=\sqrt{3}x^2\Leftrightarrow 4-x^2=3x^4\ q=2\ \Leftrightarrow x=1$ (vì) $0\le x\le 2$.

Thể tích của khối tròn xoay cần tìm là

$$V=\pi\int_0^1\left(\sqrt{3}x^2\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int_1^2\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2\mathrm{d}x$$

$$=\pi\int_0^1 3x^4\mathrm{d}x+\pi\int_1^2\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x$$

$$=\pi\left(\frac{3}{5}x^5\right)\Big|_0^1+\pi\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2$$

$$=\pi\frac{3}{5}+\pi\frac{5}{3}=\frac{34\pi}{15}$$

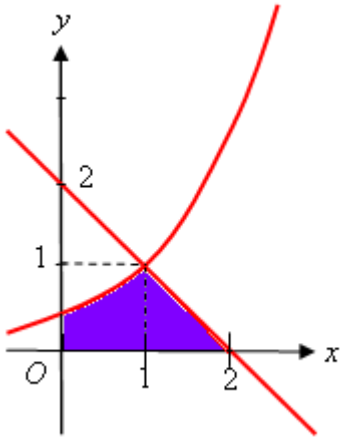
Câu 190: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y=2-x$ với $x\ge 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V=\frac{1}{2}+\frac{e-1}{e}\pi$. **B.** $V=\frac{\pi\left(5e^2-3\right)}{6e^2}$. **C.** $V=\frac{1}{2}+\frac{e^2-1}{2e^2}$. **D.** $V=\frac{1}{3}+\frac{e^2-1}{2e^2}$.

Lời giải

Chọn A

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y=e^{x-1}$ và đường thẳng $y=2-x$:
$e^{x-1}=2-x\Leftrightarrow x=1$.
Đường thẳng $y=2-x$ cắt trục hoành tại $x=2$.

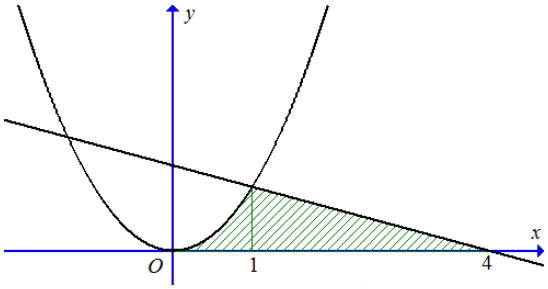
$$V=\pi\int_0^1\left(e^{x-1}\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int_1^2\left(2-x\right)^2\mathrm{d}x=\pi e^{2x-2}\Big|_0^1+\pi\left(\frac{x^3}{3}-2x+4\right)\Big|_1^2=\frac{\pi\left(5e^2-1\right)}{6e^2}.$$

Câu 191: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ và trục hoành.

A. $\frac{11}{6}$. **B.** $\frac{61}{3}$. **C.** $\frac{39}{2}$. **D.** $\frac{343}{162}$.

Lời giải

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y=x^2$, $y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ là

$$x^2=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\Leftrightarrow 3x^2+x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\frac{4}{3}\end{array}\right.\cdot$$

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ với trục hoành là $x=4$.
Hoành độ giao điểm của parabol $y=x^2$ với trục hoành là $x=0$.
Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_0^1 x^2\,\mathrm{d}x+\int_1^4\left(-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}\Big|_0^1+\left(-\frac{1}{6}x^2+\frac{4}{3}x\right)\Big|_1^4=\frac{11}{6}.$$

Câu 192: Cho hàm số $y=4-x^4$ có đồ thị (C), khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn (C) và trục Ox, quanh trục Oy có thể tích là

A. $V=\frac{16\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{32\pi}{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

C. $V=\dfrac{\left(16-2\left(4-\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^{\pi}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{1024\sqrt{2}\pi}{45}$.

Lời giải

Chọn A

Do tính đối xứng nên thể tích cần tìm bằng thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $x=\sqrt[4]{4-y}$, trục Oy và hai đường thẳng $y=0$, $y=4$ quanh trục Oy.

$$V=\pi\int_0^4\sqrt{4-y}\mathrm{d}y=\frac{-2\pi}{3}\left(4-y\right)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^4=\frac{16\pi}{3}$$

Câu 193: Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$; $x=4$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x\ (0\le x\le 4)$ ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(2x+1)\mathrm{e}^x$. Thể tích vật thể (T) bằng

A. $15e^8$. **B.** $2\pi\mathrm{e}^8$. **C.** $31e^8$. **D.** $2\mathrm{e}^8$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $S(x)$ là diện tích của thiết diện, ta có $S(x)=(2x+1)^2\mathrm{e}^{2x}$.

Thể tích vật thể (T) là $V=\int_0^4 S(x)\mathrm{d}x=\int_0^4(2x+1)^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=(2x+1)^2\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=4(2x+1)\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}\end{cases}$.

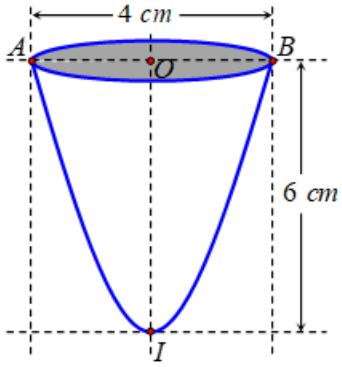
$$V=\frac{1}{2}(2x+1)^2\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^4-2\int_0^4(2x+1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\frac{81}{2}\mathrm{e}^8-\frac{1}{2}-2\int_0^4(2x+1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x.$$

Đặt $\begin{cases}u=2x+1\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}\end{cases}$.

$$V=\frac{81}{2}\mathrm{e}^8-\frac{1}{2}-(2x+1)\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^4+\int_0^4\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=3\mathrm{e}^4+\left(\frac{1}{4}\mathrm{e}^{2x}\right)\Big|_0^4=31e^8\ (\text{đvtt})$$

Câu 194: Có một vật thể là hình tròn xoay có hình dạng giống một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là $4cm$ và chiều cao là $6cm$. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V\left(cm^3\right)$ của vật thể đã cho.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $V=\frac{72}{5}\pi$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=12$. **D.** $V=\frac{72}{5}$.

Lời giải

Chọn B

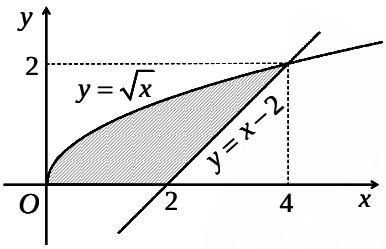
Chọn gốc tọa độ O trùng với đỉnh I của parabol (P), trục Oy trùng với trục đối xứng của hình.

Vì parabol (P) đi qua các điểm $A(-2;6), B(2;6)$ và $I(0;0)$ nên parabol (P) có phương trình $y=\frac{3}{2}x^2$.

Ta có $y=\frac{3}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2=\frac{2}{3}y$.

Khi đó thể tích của vật thể đã cho là $V=\pi\int_0^6\left(\frac{2}{3}y\right)dy=12\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 195: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Xét các hình phẳng (H_1): $\begin{cases}y=\sqrt{x}\\y=0\\x=0,\ x=4\end{cases}$ và (H_2): $\begin{cases}y=x-2\\y=0\\x=2,\ x=4\end{cases}$.

Ta có $\begin{cases}(H)=(H_1)\setminus(H_2)\\(H)\cup(H_2)=(H_1)\end{cases}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do đó $S(H)=S(H_1)-S(H_2)=\int_0^4\sqrt{x}\mathrm{d}x-\int_2^4(x-2)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\Big|_0^4-\left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_2^4=\frac{16}{3}-2=\frac{10}{3}$

Cách khác: Ta có $(H):\begin{cases}x=y^2\\x=y+2\\y=0,\ y=2\end{cases}$. Suy ra $S(H)=\int_0^2\left|y^2-(y+2)\right|\mathrm{d}y=\frac{10}{3}$.

Câu 196: Tính diện tích S_D của hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y=\left|\frac{\ln x}{x}\right|$, trục hoành Ox và các đường $x=\frac{1}{\mathrm{e}}$; $x=2$?

A. $S_D=\frac{1}{2}\ln^2 2-\frac{1}{2}$. **B.** $S_D=\frac{1}{2}\left(1+\ln^2 2\right)$.

C. $S_D=\frac{1}{2}\left(1-\ln^2 2\right)$. **D.** $S_D=\frac{1}{2}(1+\ln 2)$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S_D=\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{2}\left|\frac{\ln x}{x}\right|\mathrm{d}x=\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1}\left|\frac{\ln x}{x}\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left|\frac{\ln x}{x}\right|\mathrm{d}x$$

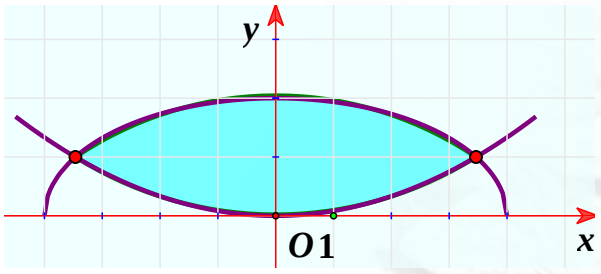
$$=-\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1}\frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x=-\frac{(\ln x)^2}{2}\Big|_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1}+\frac{(\ln x)^2}{2}\Big|_{1}^{2}=\frac{1}{2}+\frac{(\ln 2)^2}{2}=\frac{1}{2}\left(1+\ln^2 2\right).$$

Câu 197: Hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{12}$ và đường cong có phương trình $y=\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng

A. $\frac{2\left(4\pi+\sqrt{3}\right)}{3}$. **B.** $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}+\pi}{6}$. **D.** $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm là

$$\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}=\frac{x^2}{12}\Leftrightarrow 4-\frac{x^2}{4}=\frac{x^4}{144}\Leftrightarrow\frac{x^4}{144}+\frac{x^2}{4}-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=12\\x^2=-48\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{3}.$$

Diện tích hình phẳng (H) là $S=\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\left(\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}-\frac{x^2}{12}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x-\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\frac{x^2}{12}\mathrm{d}x$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Xét $I=\int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x$. Đặt $x=4\sin t$, với $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \mathrm{d}x=4\cos t\mathrm{d}t$.

Với $\begin{cases}x=-2\sqrt{3}\Rightarrow t=-\frac{\pi}{3}\\ x=2\sqrt{3}\Rightarrow t=\frac{\pi}{3}\end{cases}$

Khi đó: $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{16-16\sin^2 t}.4\cos t\,\mathrm{d}t=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}16\cos^2 t\,\mathrm{d}t=8\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}t$

$=8\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{16\pi}{3}+4\sqrt{3}$.

Vậy: $S=\frac{1}{2}\left(\frac{16\pi}{3}+4\sqrt{3}\right)-\frac{x^3}{36}\Big|_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}=\frac{8\pi}{3}+2\sqrt{3}-\left(\frac{24\sqrt{3}+24\sqrt{3}}{36}\right)=\frac{2\left(4\pi+\sqrt{3}\right)}{3}$.

Câu 198: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0\le x\le\pi\right)$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V=2\pi\sqrt{3}$ **B.** $V=3\pi$ **C.** $V=2\sqrt{3}$ **D.** $V=3$

Lời giải

Chọn C

Diện tích tam giác đều $S\left(x\right)=\frac{\sqrt{3}\left(2\sqrt{\sin x}\right)^2}{4}=\sqrt{3}\sin x$.

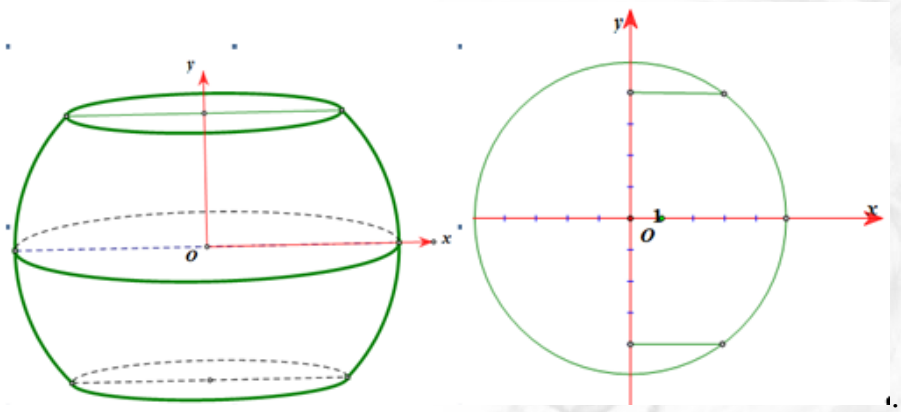
Vậy thể tích $V=\int\limits_0^{\pi}S\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\pi}\sqrt{3}\sin x\mathrm{d}x=2\sqrt{3}$.

Câu 199: Người thợ gốm làm cái chum từ một khối cầu có bán kính 5 dm bằng cách cắt bỏ hai chỏm cầu đối nhau. Tính thể tích của cái chum biết chiều cao của nó bằng 6 dm (*quy tròn 2 chữ số thập phân*).

A. 414,69 dm^3. **B.** 135,02 dm^3. **C.** 428,74 dm^3. **D.** 104,67 dm^3.

Lời giải

Chọn A



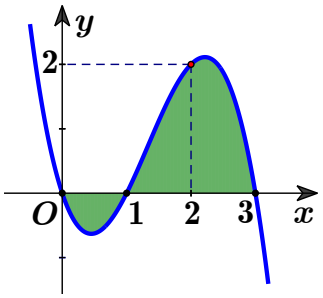
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $x=\sqrt{25-y^2}$, trục tung và hai đường thẳng $y=-3$, $y=3$. Khi quay hình phẳng (H) quanh trục tung ta được hình dạng cái chum.

Vậy thể tích cái chum là: $V=\pi\int\limits_{-3}^{3}\left(\sqrt{25-y^2}\right)^2\mathrm{d}y=\pi\int\limits_{-3}^{3}\left(25-y^2\right)\mathrm{d}y=132\pi$.

Câu 200: Cho $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng được tô đậm.



A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{37}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $y=ax^3+bx^2+cx+d, a\neq 0$

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm $O(0;0), A(1;0), B(3;0), C(2;2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}0=a.0^3+b.0^2+c.0+d\\0=a.1^3+b.1^2+c.1+d\\0=a.3^3+b.3^2+c.3+d\\2=a.2^3+b.2^2+c.2+d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=0\\27a+9b+3c=0\\8a+4b+2c=2\\d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=-3\\d=0\end{cases}$$

$\Rightarrow y=-x^3+4x^2-3x$

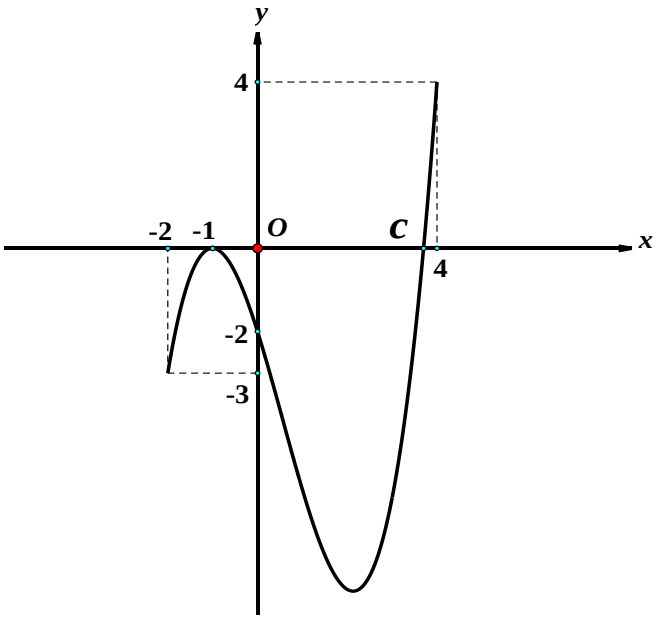
Do đó

$$S=\int\limits_0^1\left|-x^3+4x^2-3x\right|\mathrm{d}x+\int\limits_1^3\left|-x^3+4x^2-3x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(x^3-4x^2+3x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3\left(-x^3+4x^2-3x\right)\mathrm{d}x$$

$S=\frac{37}{12}$.

Câu 201: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ như hình bên dưới. Biết rằng $f'(x)$ có hai nghiệm là 0 và c trên đoạn $[-2;4]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $f(4)>f(-1)$. **B.** $f(1)>f(c)$. **C.** $f(4)>f(c)$. **D.** $f(-2)>f(-1)$.

Lời giải

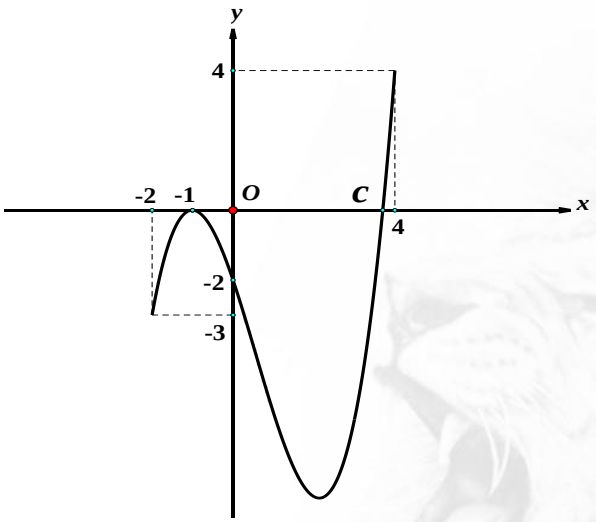
Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ như sau:

x	-2		-1		c		4
y'		$-$		0		$+$	
y	$f(-2)$	↘	$f(-1)$	↗	$f(c)$	↗	$f(4)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(-2)>f(-1)$, $f(4)>f(c)$ nên loại **B**, **C**

Nhận xét $1<c$ và hàm $f(x)$ nghịch biến trên $(-2;c)$ nên $f(1)>f(c)$ do đó loại **D**



Ta có $S_2>S_3$ nên $\int_{-1}^{c}-f'(x)\mathrm{d}x>\int_{c}^{4}f'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(-1)-f(c)>f(4)-f(c) \Leftrightarrow f(-1)>f(4)$

Vậy $f(4)>f(-1)$ là mệnh đề sai.

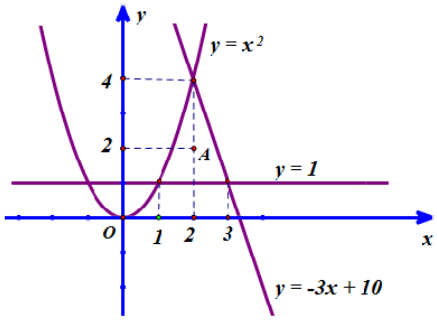
Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 202: Gọi D là miền phẳng có diện tích nhỏ nhất giới hạn bởi các đường $y=-3x+10$, $y=1$, $y=x^2$ sao cho điểm $A(2;2)$ nằm trong D. Khi cho D quay quanh trục Ox ta được vật thể tròn xoay có thể tích là.

A. 12π $(đvtt)$. **B.** $\frac{25}{3}\pi$ $(đvtt)$. **C.** $\frac{56}{5}\pi$ $(đvtt)$. **D.** 11π $(đvtt)$.

Lời giải

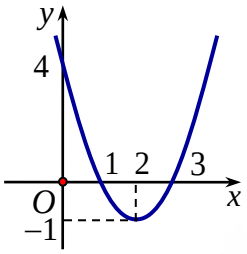
Chọn C



Ta có $V=\pi\int_1^2\left(x^4-1\right)\mathrm{d}x+\pi\int_2^3\left[\left(-3x+10\right)^2-1\right]\mathrm{d}x$.

$=\pi\left(\frac{x^5}{5}-x\right)\Big|_1^2+\pi\left[-\frac{(10-3x)^3}{9}-x\right]\Big|_2^3=\frac{26\pi}{5}+6\pi=\frac{56\pi}{5}$.

Câu 203: Cho parabol (P) có đồ thị như hình vẽ:



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với trục hoành.

A. 4. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có phương trình của parabol là $y=x^2-4x+3$.

Parabol (P) cắt Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $x=1$, $x=3$.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với trục hoành ta có

$$S=\int_1^3\left|x^2-4x+3\right|\mathrm{d}x=\left|\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)\Big|_1^3\right|=\frac{4}{3}.$$

Câu 204: Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình tròn $(C):(x+2)^2+(y-5)^2\le 1$ quanh trục Ox.

A. $V=20\pi^2$. **B.** $V=3\pi^2$. **C.** $V=10\pi$. **D.** $V=10\pi^2$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Chọn D

Tịnh tiến (C) theo $\vec{v}=(2;0)$ ta được hình tròn $(C'):x^2+(y-5)^2\le 1$.

Xét $x^2+(y-5)^2=1\Rightarrow y=5\pm\sqrt{1-x^2}$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quanh (C') quanh trục Ox là:

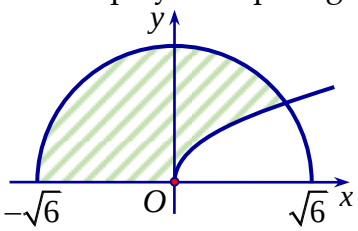
$$V=\pi\int_{-1}^{1}\left[\left(5+\sqrt{1-x^2}\right)^2-\left(5-\sqrt{1-x^2}\right)^2\right]\mathrm{d}x=20\pi\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $x=\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=\cos t\mathrm{d}t$. Đổi cận $x=-1\Rightarrow t=-\frac{\pi}{2}$, $x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$.

$$V=20\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t\mathrm{d}t=20\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}t=20\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2t\right)\mathrm{d}t$$

$$=20\pi.\left(\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=10\pi^2.$$

Câu 205: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{6-x^2}$ $\left(-\sqrt{6}\le x\le\sqrt{6}\right)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox.



A. $V=8\pi\sqrt{6}-2\pi$ **B.** $V=8\pi\sqrt{6}-\frac{22\pi}{3}$ **C.** $V=4\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$ **D.** $V=8\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$

Lời giải

Chọn C

Cung tròn khi quay quanh Ox tạo thành một khối cầu có thể tích

$$V=\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{6}\right)^3=8\pi\sqrt{6}.$$

Thể tích nửa khối cầu là $V_1=4\pi\sqrt{6}$.

Xét phương trình: $\sqrt{x}=\sqrt{6-x^2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x^2+x-6=0\end{cases}\Leftrightarrow x=2$.

Thể tích khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt{6-x^2}$ và $x=0$, $x=2$ quanh Ox là $V_2=\pi\int_0^2\left(6-x^2-x\right)\mathrm{d}x=\frac{22\pi}{3}$.

Vậy thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V=V_1+V_2=4\pi\sqrt{6}+\frac{22\pi}{3}$.

Cách 2. Cung tròn khi quay quanh Ox tạo thành một khối cầu có thể tích

$$V_1=\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{6}\right)^3=8\pi\sqrt{6}.$$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

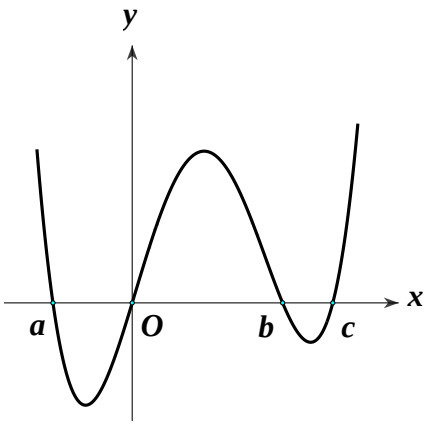
Xét phương trình: $\sqrt{x}=\sqrt{6-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2+x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$.

Thể tích khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt{6-x^2}$ và $y=0$ quanh Ox là

$$V_2=\pi\int_0^2 x\mathrm{d}x+\pi\int_2^{\sqrt{6}}\left(6-x^2\right)\mathrm{d}x=2\pi+\frac{12\sqrt{6}-28}{3}\pi=4\pi\sqrt{6}-\frac{22\pi}{3}.$$

Vậy thể tích vật thể tròn xoay là $V=V_1-V_2=8\pi\sqrt{6}-\left(4\pi\sqrt{6}-\frac{22\pi}{3}\right)=4\sqrt{6}\pi+\frac{22\pi}{3}$.

Câu 206: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Biết phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt a, 0, b, c với $a<0<b<c$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(a)<f(0)$. **B.** $f(c)>f(b)$. **C.** $f(c)>f(a)$. **D.** $f(a)>f(b)$.

Lời giải

Chọn C

x	a		0		b		c
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$f(a)$	↘	$f(0)$	↗	$f(b)$	↘	$f(c)$

Dựa vào bảng biến thiên: $f(a)>f(0)$ và $f(b)>f(c)$ nên loại phương án B và D

Lại có $\int_a^0\left[-f'(x)\right]dx<\int_0^b f'(x)dx \Leftrightarrow f(a)-f(0)<f(b)-f(0) \Leftrightarrow f(a)<f(b)$ nên loại A.

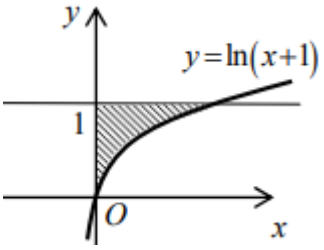
Nhận xét: $\int_a^0\left[-f'(x)\right]dx<\int_0^b f'(x)dx-\int_b^c -f'(x)dx$

$\Leftrightarrow f(a)-f(0)<f(b)-f(0)+f(c)-f(b) \Rightarrow f(a)<f(c)$.

Vậy $f(c)>f(a)$ là mệnh đề đúng.

Câu 207: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\ln(x+1)$, đường thẳng $y=1$ và trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ).

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Diện tích của (H) bằng

A. $\mathrm{e}-2$. **B.** $\mathrm{e}-1$. **C.** $\ln 2$. **D.** 1.

Lời giải

ChọnC

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y=\ln(x+1)$ và đường thẳng $y=1$ là $\ln(x+1)=1\Leftrightarrow x=\mathrm{e}-1$.

Diện tích của (H) là $S=\int_0^{\mathrm{e}-1}\ln(x+1)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln(x+1)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x\\ v=x+1\end{cases}$. Khi đó $S=(x+1)\ln(x+1)\Big|_0^{\mathrm{e}-1}-\int_0^{\mathrm{e}-1}\mathrm{d}x=\mathrm{e}-(\mathrm{e}-1)=1$.

Câu 208: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=-\pi$, $x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x $(-\pi\le x\le\pi)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\cos x+2$.

A. $\dfrac{7\pi}{6}+1$. **B.** $\dfrac{7\pi}{6}+2$. **C.** $\dfrac{9\pi}{8}$. **D.** $\dfrac{9\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x $(-\pi\le x\le\pi)$, a là cạnh góc vuông của tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\cos x+2$.

Ta có: $a^2+a^2=(\cos x+2)^2\Rightarrow a^2=\dfrac{1}{2}(\cos x+2)^2$.

$S(x)=\dfrac{1}{2}a^2=\dfrac{1}{4}(\cos x+2)^2$.

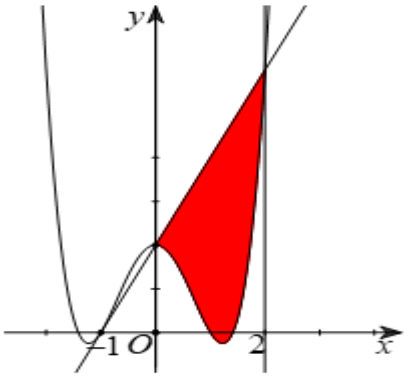
$V=\int_0^{\pi}S(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}\dfrac{1}{4}(\sin x+2)^2\mathrm{d}x$

$=\dfrac{1}{4}\int_{-\pi}^{\pi}(\cos^2x+4\cos x+4)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\int_{-\pi}^{\pi}\left(\dfrac{1+\cos 2x}{2}+4\cos x+4\right)\mathrm{d}x$

$=\dfrac{1}{8}\int_{-\pi}^{\pi}(\cos 2x+8\cos x+9)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{8}\left(\dfrac{\sin 2x}{2}+8\sin x+9x\right)\Big|_{x=-\pi}^{x=\pi}=\dfrac{9\pi}{4}$.

Câu 209: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\dfrac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai đường thẳng $x=-1;\ x=0$ có diện tích bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4ax^3+2bx \Rightarrow d: y=(-4a-2b)(x+1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $(-4a-2b)(x+1)=ax^4+bx^2+c\,(1)$.

Phương trình (1) phải cho 2 nghiệm là $x=0,\ x=2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a-2b=c \\ -12a-6b=16a+4b+c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a-2b-c=0\,(2) \\ 28a+10b+c=0\,(3) \end{cases}.$$

Mặt khác, diện tích phần tô màu là $\frac{28}{5}=\int_0^2\left[(-4a-2b)(x+1)-ax^4-bx^2-c\right]\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{5}=4(-4a-2b)-\frac{32}{5}a-\frac{8}{3}b-2c \Leftrightarrow \frac{112}{5}a+\frac{32}{3}b+2c=-\frac{28}{5}\,(4).$$

Giải hệ 3 phương trình (2), (3) và (4) ta được $a=1,\ b=-3,\ c=2$.

Khi đó, $(C): y=x^4-3x^2+2,\ d: y=2(x+1)$.

Diện tích cần tìm là $S=\int_{-1}^{0}\left[x^4-3x^2+2-2(x+1)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0}\left(x^4-3x^2-2x\right)dx=\frac{1}{5}$.

Câu 210: Diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x,\ y=-x+3,\ y=1$ bằng

A. $\frac{1}{\ln 2}+3$. **B.** $\frac{1}{\ln 2}+1$. **C.** $\frac{1}{\ln 2}-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{\ln 2}+2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=2^x+x-3$, suy ra $f'(x)=2^x\ln 2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $f(x)$ đồng biến.

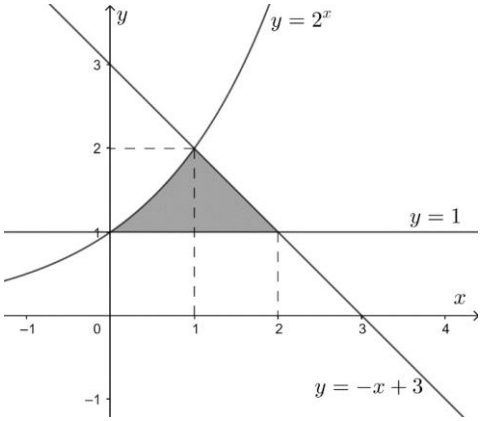
Mà $f(1)=0$ nên $2^x=-x+3\Leftrightarrow 2^x+x-3=0\Leftrightarrow x=1$.

Ta có $-x+3=1\Leftrightarrow x=2$.

Ta có $2^x=1\Leftrightarrow x=0$.

Ta có đồ thị các hàm đã cho như sau:

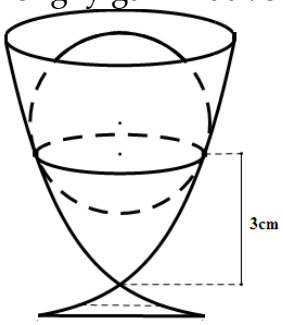
Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Vậy diện tích miền hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_0^1\left(2^x-1\right)\mathrm{d}x+\int_1^2\left(-x+3-1\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{2^x}{\ln 2}-x\right)\Big|_0^1+\left(-\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_1^2=\frac{1}{\ln 2}-\frac{1}{2}.$$

Câu 211: Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay 1 phần đồ thị của hàm số $y=2^x$ xung quanh trục Oy. Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết đường tròn giao tuyến của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly $3\,\text{cm}$ (như hình vẽ). Thể tích nước có trong ly gần nhất với giá trị nào sau đây?



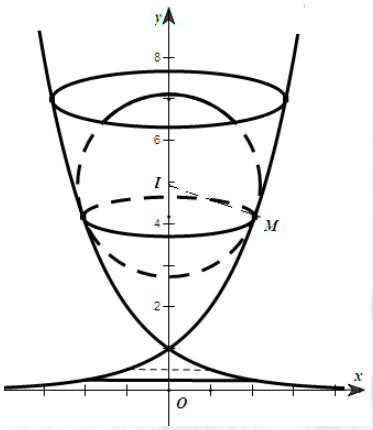
A. $30\,\text{cm}^3$. **B.** $50\,\text{cm}^3$. **C.** $40\,\text{cm}^3$. **D.** $60\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường cong đã cho tại M.

Xét thiết diện qua trục chiếc ly trong Oxy.



Tọa độ tiếp điểm của đường tròn và $y=2^x$ là $M(2;4)$.

Phương trình tiếp tuyến t_M của đường cong $y=2^x$ tại điểm $M(2;4)$ là: $y=4\ln 2.(x-2)+4$.

Vì đường tròn $(I;R)$ tiếp xúc với đường cong $y=2^x$ tại điểm $M(2;4)$ nên $IM\perp t_M\Rightarrow IM: y=-\frac{1}{4\ln 2}(x-2)+4$.

Do đó $IM\cap Oy=I\left(0;4+\frac{1}{2\ln 2}\right)\Rightarrow R=IM=\sqrt{4+\frac{1}{4\ln^2 2}}$.

Thể tích viên bi bằng: $V_B=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{4+\frac{1}{4\ln^2 2}}\right)^3\simeq 35{,}128$.

Chiều cao chiếc ly tính từ mặt đế bằng $h=y_I+R=4+\frac{1}{2\ln 2}+\sqrt{4+\frac{1}{4\ln^2 2}}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Thể tích chiếc ly đựng nước bằng thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x \Leftrightarrow x=\log_2 y$, $x=0$, $y=1$, $y=h$ và bằng: $V_L=\pi\int\limits_1^{4+\frac{1}{2\ln 2}+\sqrt{4+\frac{1}{4\ln^2 2}}}\left(\log_2 y\right)^2 dy \simeq 67,658$.

Thể tích nước có trong ly bằng: $V_N=V_L-V_B \simeq 32,5\text{cm}^3$.

Câu 212: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục tung một elip có phương trình $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 670. **B.** 400. **C.** 335. **D.** 550.

Lời giải

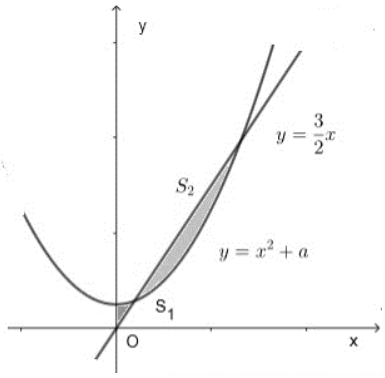
Chọn A

Ta có $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1 \Leftrightarrow x=\pm\frac{4}{5}\sqrt{25-y^2}$.

Do elip nhận Ox,Oy làm các trục đối xứng nên thể tích V cần tính bằng 2 lần thể tích hình sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $x=\frac{4}{5}\sqrt{25-y^2}$, $x=0$ và các đường thẳng $y=0, y=5$ quay xung quanh Oy.

$V=2.\pi\int\limits_0^5\left(\frac{4}{5}\sqrt{25-y^2}\right)^2 dy \approx 335,2$.

Câu 213: Cho đường thẳng $y=\frac{3}{2}x$ và parabol $y=x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{9}{20};\frac{1}{2}\right)$ **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{9}{16}\right)$ **C.** $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$ **D.** $\left(0;\frac{2}{5}\right)$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+a=\frac{3}{2}x \Leftrightarrow 2x^2-3x+2a=0$

Để phương trình có 2 nghiệm dương thì $\begin{cases}a>0\\ \Delta>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ a<\frac{9}{16}\end{cases}$.

Gọi hai nghiệm đó là $0<x_1<x_2$ thì $x_2=\frac{3+\sqrt{9-16a}}{4}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

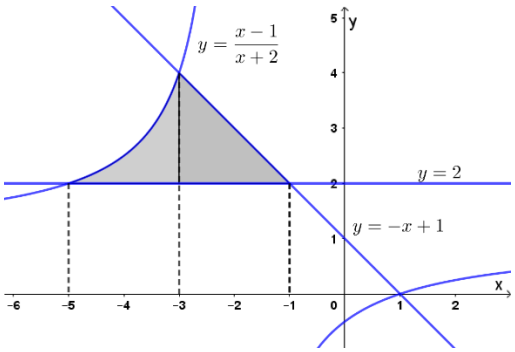
Để $S_1 = S_2$ khi và chỉ khi $\int_0^{x_2}\left(x^2+a-\frac{3}{2}x\right)dx=0$

Ta có: $\int_0^{x_2}\left(x^2+a-\frac{3}{2}x\right)\mathrm{d}x=0 \Leftrightarrow \frac{x_2^3}{3}+ax_2-\frac{3}{4}x_2^2=0$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{3+\sqrt{9-16a}}{4}\right)^3}{3}+a\cdot\frac{3+\sqrt{9-16a}}{4}-\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{3+\sqrt{9-16a}}{4}\right)^2=0$$

Giải nhanh bằng máy tính cho kết quả $x=0,421875$ thuộc khoảng $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$.

Câu 214: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y=2$, $y=-x+1$ (phần tô đậm trong hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng (H).



A. $S=8-3\ln 3$. **B.** $S=3\ln 3$ **C.** $S=-4+3\ln 3$. **D.** $S=8+3\ln 3$.

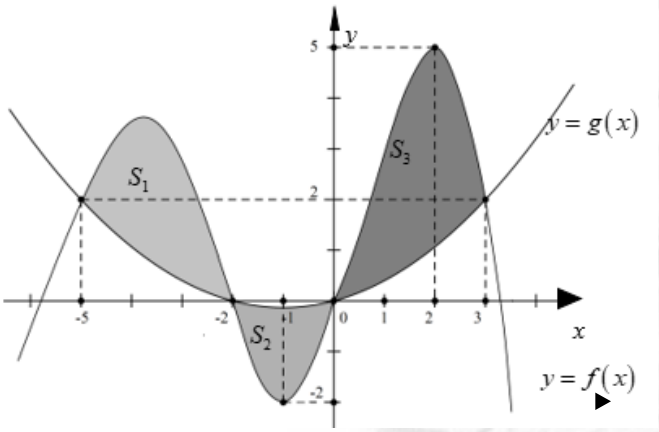
Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, diện tích hình phẳng (H) là: $S=\int_{-5}^{-3}\left(\frac{x-1}{x+2}-2\right)\mathrm{d}x+\int_{-3}^{-1}(-x+1-2)\mathrm{d}x$

$$=\int_{-5}^{-3}\left(-1-\frac{3}{x+2}\right)\mathrm{d}x+\int_{-3}^{-1}(-x-1)\mathrm{d}x=\left(-x-3\ln|x+2|\right)\Big|_{-5}^{-3}-\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-3}^{-1}=3\ln 3.$$

Câu 215: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng $S_1;S_2;S_3$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và đường parabol $y=g(x)=ax^2+bx+c$ lần lượt là m,n,p.



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Tích phân $\int_{-5}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $m-n+p+\frac{208}{45}$. **B.** $m-n+p-\frac{208}{45}$.

C. $-m+n-p+\frac{208}{45}$ **D.** $-m+n-p-\frac{208}{45}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A(-2;0), O(0;0), B(3;2)$ thuộc đồ thị hàm số $y=g(x)$.

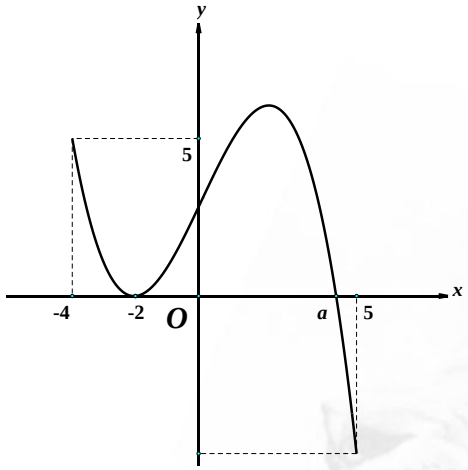
$$\Rightarrow \begin{cases} 4a-2b+c=0 \\ c=0 \\ 9a+3b+c=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{2}{15} \\ b=\frac{4}{15} \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow (P): y=g(x)=\frac{2}{15}x^2+\frac{4}{15}x.$$

$$I=\int_{-5}^{3} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-5}^{3}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{-5}^{3} g(x)\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-5}^{-2}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{-2}^{0}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{0}^{3}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{-5}^{3}\left(\frac{2}{15}x^2+\frac{4}{15}x\right)\mathrm{d}x$$

$$=S_1-S_2+S_3+\frac{208}{45}=m-n+p+\frac{208}{45}.$$

Câu 216: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-4;5]$ như hình bên dưới. Biết rằng $f'(x)$ có hai nghiệm là -2 và a trên đoạn $[-4;5]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. $f(0)>f(-2)$. **B.** $f(a)>f(5)$. **C.** $f(5)>f(-2)$. **D.** $f(0)>f(5)$.

Lời giải

Chọn D

x	-4		-2		0		a		5
y'		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
y	$f(-4)$	↗	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↘	$f(a)$	↘	$f(5)$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do đó $f(0)>f(-2)$, và $f(a)>f(5)$ là mệnh đề đúng nên loại **A**, **B**

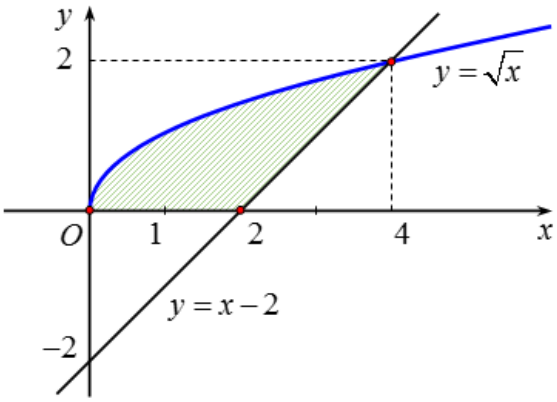
Mặt khác ta có

$\int_{-2}^{a} f'(x)dx > \int_{a}^{5} -f'(x)dx \Leftrightarrow f(a)-f(-2)>f(a)-f(5) \Leftrightarrow f(-2)<f(5)$ nên loại **C**

Ta cũng có $\int_{0}^{a} f'(x)dx > \int_{a}^{5} -f'(x)dx \Leftrightarrow f(a)-f(0)>f(a)-f(5) \Leftrightarrow f(0)<f(5)$.

Như vậy $f(0)>f(5)$ là mệnh đề sai.

Câu 217: Cho hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$ và trục hoành. Tìm công thức tính thể tích của vật thể sinh ra khi cho hình H quay quanh trục hoành.



A. $V=\pi\left[\int_0^4 x\mathrm{d}x-\int_2^4 (x-2)^2\,\mathrm{d}x\right]$.

B. $V=\pi\left[\int_0^4 x\mathrm{d}x+\int_2^4 (x-2)^2\,\mathrm{d}x\right]$.

C. $V=\pi\left[\int_0^2 x\mathrm{d}x+\int_2^4 (x-2)^2\,\mathrm{d}x\right]$.

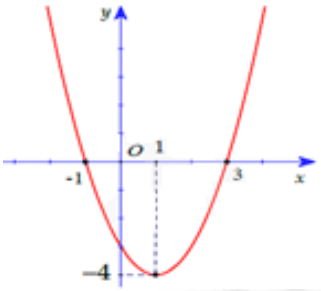
D. $V=\pi\left[\int_0^2 x\mathrm{d}x-\int_2^4 (x-2)^2\,\mathrm{d}x\right]$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $V_1:\begin{cases} y=\sqrt{x} \\ y=0 \\ x=0 \\ x=4 \end{cases}$ và $V_2:\begin{cases} y=x-2 \\ y=0 \\ x=2 \\ x=4 \end{cases}$ $\Rightarrow V=V_1-V_2=\pi\left[\int_0^4 x\mathrm{d}x-\int_2^4 (x-2)^2\,\mathrm{d}x\right]$.

Câu 218: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R};a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=-9$ tại điểm có hoành độ dương và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tìm phần nguyên của giá trị diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành?



A. 35.

B. 2.

C. 29.

D. 27.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn C

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy đồ thị hàm số $y=f'(x)$ đi qua 3 điểm $(-1;0),(3,0),(1,-4)$ ta tìm được: $a=\frac{1}{3};b=-1;c=-3$.

$\rightarrow f'(x)=x^2-2x-3\Rightarrow f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+C$.

Do (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=-9$ tại điểm có hoành độ dương nên ta có:

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1;x=3\Rightarrow x=3.$$

Như vậy (C) đi qua điểm $(3;-9)$ ta tìm được $C=0\Rightarrow f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x$.

Xét phương trình trình hoành độ giao điểm và trục hoành:

$\frac{1}{3}x^3-x^2-3x=0\Leftrightarrow x=0;x=\frac{3\pm3\sqrt{5}}{2}$.

$S=\int\limits_{\frac{3-3\sqrt{5}}{2}}^{\frac{3+3\sqrt{5}}{2}}\left|\frac{1}{3}x^3-x^2-3x\right|dx=29,25.$

Câu 219: Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ là một hình vuông có cạnh $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

A. $\frac{16}{3}$ **B.** π **C.** $\frac{16\pi}{3}$ **D.** $\frac{8}{3}$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của vật thể (T) là:

$$V=\int\limits_{-1}^{1}\left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2dx=4\int\limits_{-1}^{1}(1-x^2)dx=4.\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{1}=4\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\right)=\frac{16}{3}.$$

Câu 220: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=xe^{\frac{x}{2}}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ xung quanh trục Ox là

A. $V=\pi(e-2)$. **B.** $V=\pi^2e$. **C.** $V=\frac{9\pi}{4}$. **D.** $V=e-2$.

Lời giải

Chọn A

* Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức: $V=\pi\int\limits_0^1\left(xe^{\frac{x}{2}}\right)^2dx=\pi\int\limits_0^1x^2e^xdx$.

* Xét tích phân $I=\int\limits_0^1x^2e^xdx$.

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\dv=e^xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=2xdx\\v=e^x\end{cases}$ theo công thức tích phân từng phần ta được:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

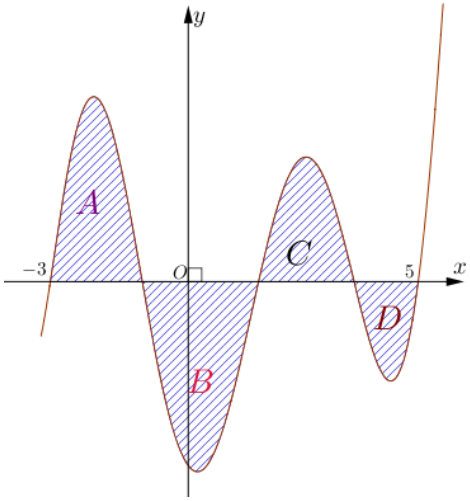
$I=\int\limits_0^1 x^2\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=x^2\mathrm{e}^x\Big|_0^1-\int\limits_0^1 2x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}-\int\limits_0^1 2x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$

* Xét tích phân $I_1=\int\limits_0^1 2x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=2x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=2\mathrm{d}x\\ v=\mathrm{e}^x\end{cases}$ theo công thức tích phân từng phần ta được:

$I_1=\int\limits_0^1 2x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=2x\mathrm{e}^x\Big|_0^1-\int\limits_0^1 2\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=2\mathrm{e}-\left(2\mathrm{e}^x\right)\Big|_0^1=2\Rightarrow I=\mathrm{e}-2\Rightarrow V=\pi\left(\mathrm{e}-2\right)$.

Câu 221: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên đoạn $\left[-3;5\right]$ như hình vẽ sau. Biết các miền A,B,C,D có diện tích lần lượt là $20,25,18$ và 11. Tích phân $I=\int\limits_{-1}^1\left(2x+4\right)\left[1+f\left(x^2+4x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng



A. $I=74$. **B.** $I=10$. **C.** $I=2$. **D.** $I=8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\int\limits_{-1}^1\left(2x+4\right)\left[1+f\left(x^2+4x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^1\left(2x+4\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^1\left(2x+4\right)f\left(x^2+4x\right)\mathrm{d}x=I_1+I_2$.

+) $I_1=\int\limits_{-1}^1\left(2x+4\right)\mathrm{d}x=\left(x^2+4x\right)\Big|_{-1}^1=8$.

+) Tính $I_2=\int\limits_{-1}^1\left(2x+4\right)f\left(x^2+4x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=x^2+4x\Rightarrow\mathrm{d}t=\left(2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $\begin{cases}x=-1\rightarrow t=-3\\ x=1\ \ \rightarrow t=5\end{cases}$

Ta có $I_2=\int\limits_{-3}^5 f\left(t\right)\mathrm{d}t=A-B+C-D=20-25+18-11=2$.

Vậy $I=I_1+I_2=10$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 222: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox

A. $V=(e^2-5)\pi$. **B.** $V=(4-2e)\pi$. **C.** $V=4-2e$. **D.** $V=e^2-5$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)e^x=0\Leftrightarrow x=1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_0^1\left[2(x-1)e^x\right]^2dx=4\pi\int_0^1(x-1)^2e^{2x}dx.$$ Đặt $\begin{cases}u=(x-1)^2\\dv=e^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2(x-1)dx\\v=\dfrac{e^{2x}}{2}\end{cases}$

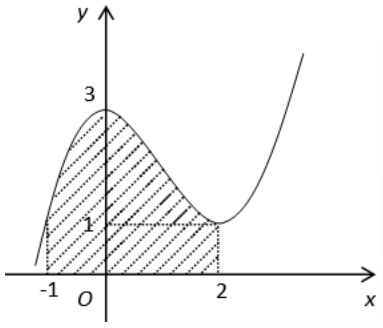
$$\Rightarrow V=4\pi(x-1)^2\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-4\pi\int_0^1 2(x-1)\frac{e^{2x}}{2}dx=4\pi(x-1)^2\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-4\pi\int_0^1(x-1)e^{2x}dx$$

Gọi $I_1=\int_0^1(x-1)e^{2x}dx$. Đặt $\begin{cases}u=x-1\Rightarrow du=dx\\dv=e^{2x}dx\Rightarrow v=\dfrac{e^{2x}}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow I_1=4\pi(x-1)\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-4\pi\int_0^1\frac{e^{2x}}{2}dx=2\pi-\pi e^{2x}\Big|_0^1=2\pi-\pi e^2+\pi=3\pi-\pi e^2$$

Vậy $V=4\pi(x-1)^2\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-I_1=-2\pi-(3\pi-\pi e^2)=\pi(e^2-5)$.

Câu 223: Tính diện tích S của miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+c$, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ và trục hoành (miền gạch chéo) cho trong hình dưới đây.



A. $S=\frac{52}{8}$. **B.** $S=\frac{51}{8}$. **C.** $S=\frac{50}{8}$. **D.** $S=\frac{53}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases}f(x)=ax^3+bx^2+c\\x=-1\\x=2\\Ox\end{cases}$ được chia thành hai phần:

Miền D_1 là hình chữ nhật có hai kích thước lần lượt là 1 và $3\Rightarrow S_1=3$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

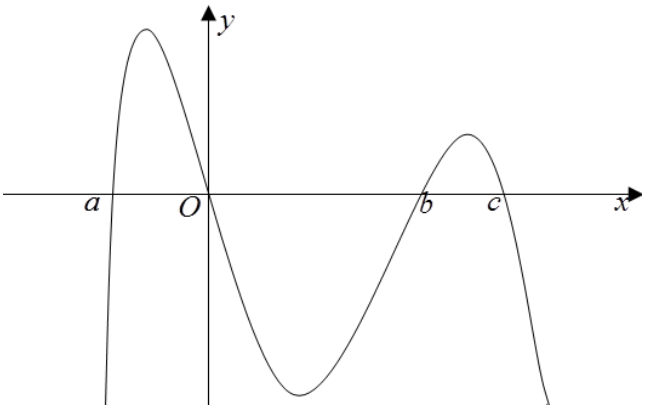
Miền D_2 gồm: $\begin{cases} f(x)=ax^3+bx^2+c \\ y=1 \\ x=-1; x=2 \end{cases}$.

Dễ thấy (C) đi qua $A(-1;1)$, $B(0;3)$, $C(2;1)$ nên đồ thị (C) có phương trình $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+3$.

$\Rightarrow S_2=\int_{-1}^{2}\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+3-1\right)dx=\frac{27}{8}$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là $S=S_1+S_2=\frac{51}{8}$.

Câu 224: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt $a,0,b,c$ với $a<0<b<c$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $f(c)>f(0)$. **B.** $f(a)>f(0)$. **C.** $f(b)>f(c)$. **D.** $f(a)>f(b)$.

Lời giải

Chọn D

Bảng biến thiên của $y=f(x)$:

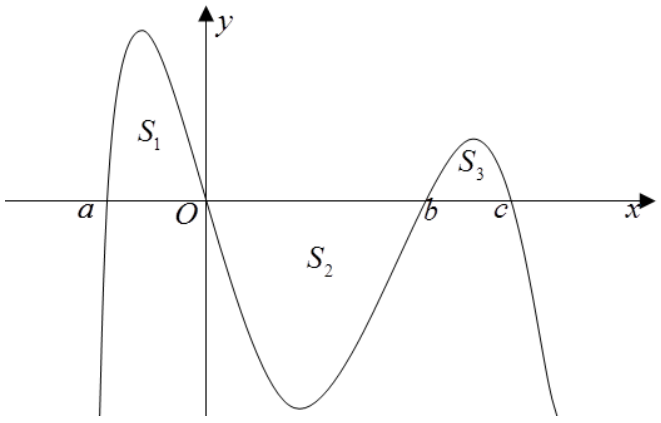
x	$-\infty$		a		0		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(a)$	↗	$f(0)$	↘	$f(b)$	↗	$f(c)$	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta loại phương án **A** và **B**

Nhận xét $f(c)>f(b)$ (1)

Ta gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là các phần diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành như hình bên.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



$S_2 > S_1 + S_3 \Leftrightarrow -\int_0^b f'(x)\mathrm{d}x > \int_a^0 f'(x)\mathrm{d}x + \int_b^c f'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow -f(x)\Big|_0^b > f(x)\Big|_a^0 + f(x)\Big|_b^c$

$\Leftrightarrow f(0) - f(b) > f(0) - f(a) + f(c) - f(b)$

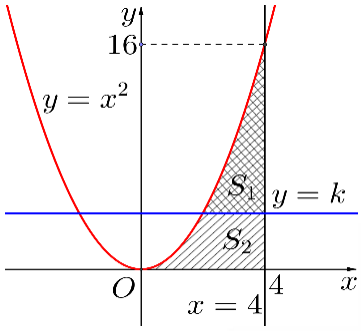
$\Rightarrow f(a) > f(c)\,(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $f(a) > f(b)$.

Phương án **D** sai bởi vì:

$S_2 > S_3 \Leftrightarrow \int_0^b -f'(x)\mathrm{d}x > \int_b^c f'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(0) - f(b) > f(c) - f(b) \Leftrightarrow f(0) > f(c)$

Câu 225: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $y = k\ (0 < k < 16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1 = S_2$.



A. 4. **B.** $2\sqrt[3]{4}$. **C.** $4\sqrt[3]{2}$. **D.** $4\sqrt[3]{4}$.

Lời giải

Chọn A

Với $x \ge 0$ ta có $y = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{y}$.

Khi đó $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_0^{16} \left(4 - \sqrt{y}\right)dy = 2\int_0^{k} \left(4 - \sqrt{y}\right)dy$

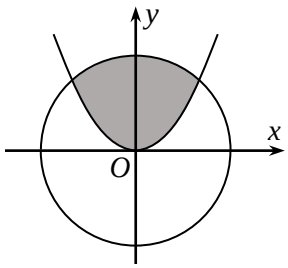
$\Leftrightarrow \left(4y - \frac{2}{3}y\sqrt{y}\right)\Big|_0^{16} = 2\left(4y - \frac{2}{3}y\sqrt{y}\right)\Big|_0^{k}$

$\Leftrightarrow \frac{64}{3} = 2\left(4k - \frac{2}{3}k\sqrt{k}\right) \Leftrightarrow k\sqrt{k} - 6k + 16 = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{k} - 2\right)\left(k - 4\sqrt{k} - 8\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 4 \\ k = 16 + 8\sqrt{3}\ (\text{loai}) \end{array}\right.$. Vậy $k = 4$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 226: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2$ và đường tròn $x^2+y^2=2$ (phần tô đậm trong hình bên). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.



A. $V=\dfrac{22\pi}{15}$. **B.** $V=\dfrac{\pi}{5}$. **C.** $V=\dfrac{5\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{44\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

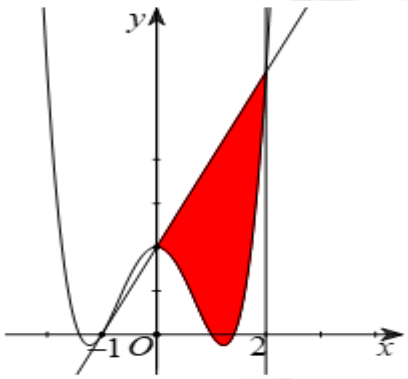
Với $y=x^2$ thay vào phương trình đường tròn ta được $x^2+x^4=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=1\\x^2=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Hơn nữa $x^2+y^2=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=-\sqrt{2-x^2}\\y=\sqrt{2-x^2}\end{array}\right.$.

Thể tích cần tìm chính là thể tích vật thể tròn xoay $(H_1):\begin{cases}y=\sqrt{2-x^2}\\x=-1\\x=1\\Ox\end{cases}$ quay quanh Ox bỏ đi phần thể tích $(H_2):\begin{cases}y=x^2\\x=-1\\x=1\\Ox\end{cases}$ quay quanh Ox.

Do đó $V=\pi\left[\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(\sqrt{2-x^2}\right)^2\mathrm{d}x-\int_{-1}^{1}\left(x^2\right)^2\mathrm{d}x\right]=\dfrac{44\pi}{15}$.

Câu 227: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0;\ x=2$ có diện tích bằng $\dfrac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).



Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai đường thẳng $x=-1;\ x=0$ có diện tích bằng

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=4ax^3+2bx \Rightarrow d: y=(-4a-2b)(x+1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $(-4a-2b)(x+1)=ax^4+bx^2+c\,(1)$.

Phương trình (1) phải cho 2 nghiệm là $x=0,\ x=2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a-2b=c \\ -12a-6b=16a+4b+c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a-2b-c=0\,(2) \\ 28a+10b+c=0\,(3) \end{cases}.$$

Mặt khác, diện tích phần tô màu là $\frac{28}{5}=\int_0^2\left[(-4a-2b)(x+1)-ax^4-bx^2-c\right]\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{5}=4(-4a-2b)-\frac{32}{5}a-\frac{8}{3}b-2c \Leftrightarrow \frac{112}{5}a+\frac{32}{3}b+2c=-\frac{28}{5}\,(4).$$

Giải hệ 3 phương trình (2), (3) và (4) ta được $a=1,\ b=-3,\ c=2$.

Khi đó, $(C): y=x^4-3x^2+2,\ d: y=2(x+1)$.

Diện tích cần tìm là $S=\int_{-1}^{0}\left[x^4-3x^2+2-2(x+1)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0}\left(x^4-3x^2-2x\right)dx=\frac{1}{5}$.

Câu 228: Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Đươc đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).

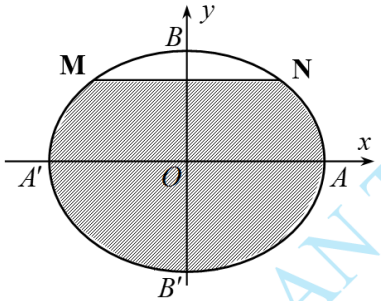


A. $V=1{,}19\mathrm{m}^3$. **B.** $V=1{,}52\mathrm{m}^3$. **C.** $V=1{,}31\mathrm{m}^3$. **D.** $V=1{,}27\mathrm{m}^3$.

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Theo đề bài ta có phương trình của Elip là $\frac{x^2}{\frac{1}{4}}+\frac{y^2}{\frac{4}{25}}=1$.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của đầu với elip.

Gọi S_1 là diện tích của Elip ta có $S_1=\pi ab=\pi\frac{1}{2}.\frac{2}{5}=\frac{\pi}{5}$.

Gọi S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi Elip và đường thẳng MN.

Theo đề bài chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là $0{,}6\text{m}$ nên ta có phương trình của đường thẳng MN là $y=\frac{1}{5}$.

Mặt khác từ phương trình $\frac{x^2}{\frac{1}{4}}+\frac{y^2}{\frac{4}{25}}=1$ ta có $y=\frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}$.

Do đường thẳng $y=\frac{1}{5}$ cắt Elip tại hai điểm M, N có hoành độ là $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ và $\frac{\sqrt{3}}{4}$ nên

$$S_2=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\left(\frac{4}{5}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}-\frac{1}{5}\right)\mathrm{d}x=\frac{4}{5}\int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}\mathrm{d}x-\frac{\sqrt{3}}{10}.$$

Tính $I=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}}\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}\mathrm{d}x$. Đặt $x=\frac{1}{2}\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: Khi $x=\frac{-\sqrt{3}}{4}$ thì $t=-\frac{\pi}{3}$; Khi $x=\frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t=\frac{\pi}{3}$.

Khi đó $I=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\cos^2 t\mathrm{d}t=\frac{1}{8}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos 2t)\mathrm{d}t=\frac{1}{8}\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Vậy $S_2=\frac{4}{5}\frac{1}{8}\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{10}=\frac{\pi}{15}-\frac{\sqrt{3}}{20}$.

Thể tích của dầu trong thùng là $V=\left(\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{15}+\frac{\sqrt{3}}{20}\right).3\approx 1{,}52$.

Câu 229: Một chiếc ô tô chuyển động với vận tốc $v(t)\ (\text{m/s})$, có gia tốc $a(t)=v'(t)=\frac{3}{t+1}\ (\text{m/s}^2)$. Biết vận tốc của ô tô tại giây thứ 6 bằng $6\ (\text{m/s})$. Tính vận tốc của ô tô tại giây thứ 20

A. $v=3\ln 3$. **B.** $v=3\ln 3+6$. **C.** $v=26$. **D.** $v=14$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $v(t)=\int a(t)\mathrm{d}t=\int\frac{3}{t+1}=3\ln|t+1|+C$.

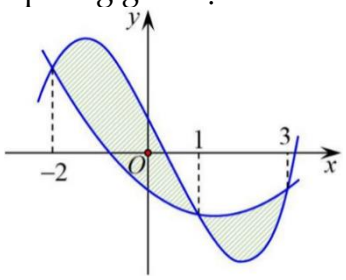
Lại có: $v(6)=6\Leftrightarrow 3\ln 7+c=6\Leftrightarrow c=6-3\ln 7$.

Suy ra $v(20)=3\ln 21+6-3\ln 7=3\ln 3+6$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Vậy vận tốc của ôtô tại giây thứ 20 bằng $3\ln 3+6$.

Câu 230: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+\frac{3}{4}$ và $g(x)=dx^2+ex-\frac{3}{4}$, $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2; 1; 3 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{125}{24}$. **B.** $\frac{253}{48}$. **C.** $\frac{253}{24}$. **D.** $\frac{125}{48}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là:

$ax^3+bx^2+cx+\frac{3}{4}=dx^2+ex-\frac{3}{4}\Leftrightarrow ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x+\frac{3}{2}=0$.

Đặt $h(x)=ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x+\frac{3}{2}$

Dựa vào đồ thị ta có $h(x)=ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x+\frac{3}{2}$ có ba nghiệm là $x=-2$; $x=1; x=3$.

Với $x=-2$ ta có $-8a+4(b-d)-2(c-e)=-\frac{3}{2}$, (1).

Với $x=1$ ta có $a+(b-d)+(c-e)=-\frac{3}{2}$, (2).

Với $x=3$ ta có $27a+9(b-d)+3(c-e)=-\frac{3}{2}$, (3).

Từ $(1),(2)$ và (3) ta có $\begin{cases}-8a+4(b-d)-2(c-e)=-\frac{3}{2}\\ a+(b-d)+(c-e)=-\frac{3}{2}\\ 27a+9(b-d)+3(c-e)=-\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{4}\\ b-d=-\frac{1}{2}\\ c-e=-\frac{5}{4}\end{cases}$.

Hay ta có

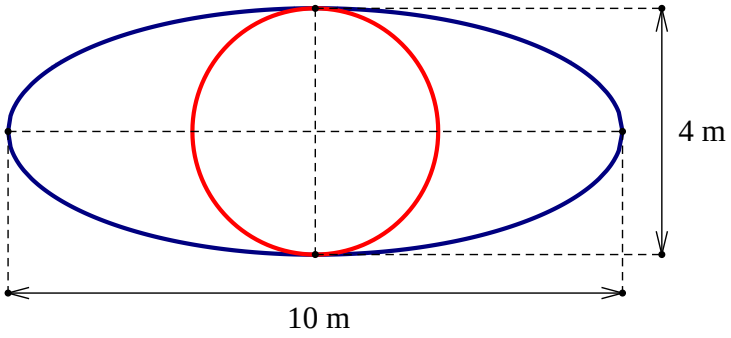
$S=\int_{-2}^{3}\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1}\left|\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{3}\left|\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}\right|\mathrm{d}x=\frac{63}{16}+\frac{4}{3}$

$=\frac{253}{48}$.

Câu 231: Để trang trí cho một lễ hội đầu xuân, từ một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn là 10 m,chiều dài trục nhỏ là 4 m, Ban tổ chức vẽ một đường tròn có đường kính bằng độ dài trục nhỏ và có tâm trùng với tâm của elip như hình vẽ. Trên hình tròn người ta trồng hoa với giá 100.000 đồng/m^2, phần còn lại của mảnh vườn người ta trồng cỏ với

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

giá 60.000 đồng/m² (biết giá trồng hoa và trồng cỏ bao gồm cả công và cây). Hỏi ban tổ chức cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và cỏ? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 2387000 đồng. **B.** 2388000 đồng. **C.** 2639000 đồng. **D.** 2638000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Elip có độ dài trục lớn bằng 10 m và độ dài trục nhỏ là 4 m $\Rightarrow 2a=10\Rightarrow a=5$;

$2b=4\Rightarrow b=2$.

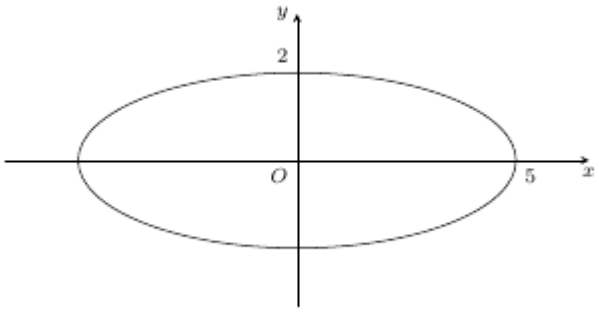
Đường tròn có đường kính bằng độ dài trục nhỏ $\Rightarrow 2r=2b=4\Rightarrow r=2$.

$\Rightarrow$Tổng số tiền T mà ban tổ chức cần để trồng hoa trên hình tròn và trồng cỏ trên phần còn lại của mảnh vườn là $T=\left(\pi r^2\right)\times 100.000+\left[\pi ab-\pi r^2\right]\times 60.000\approx 2388000$ đồng.

Cách 2:

Theo giả thiết ta có $\begin{cases}2a=10\\2b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\b=2.\end{cases}$

Phương trình chính tắc của Elip là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$. Chọn hệ trục như hình vẽ bên dưới.



Khi đó diện tích của Elip là $S_1=4\int_0^5\frac{2}{5}\sqrt{25-x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{8}{5}\int_0^5\sqrt{25-x^2}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $x=5\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=5\cos t\mathrm{d}t$.

Khi đó $S_1=40\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}x=20\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos 2t+1\right)\mathrm{d}x=20\left(\frac{1}{2}\sin 2t+t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=10\pi$.

Đường tròn có đường kính bằng độ dài trục nhỏ nên $2r=4\Leftrightarrow r=2$.

Do đó diện tích đường tròn là $S_2=\pi r^2=4\pi$.

Vậy số tiền T cần tìm là $T=S_2\times 100.000+\left[S_1-S_2\right]\times 60.000\approx 2388000$ đồng.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 232: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\ln x}, y=0, x=1$ và $x=k(k>1)$. Gọi V_k là thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quay trục Ox. Biết rằng $V_k=\pi$, hãy chọn khẳng định đúng?

A. $4<k<5$. **B.** $3<k<4$. **C.** $1<k<2$. **D.** $2<k<3$.

Lời giải

Chọn D

$V_k=\pi\int\limits_1^k \ln x dx$

$=\pi\left(x\ln x|_1^k-\int\limits_1^k x d\ln x\right)=\pi\left(x\ln x|_1^k-\int\limits_1^k x.\frac{1}{x}dx\right)=\pi\left(x\ln x-x\right)|_1^k=\pi\left(k\ln k-k+1\right)$.

Mà $V_k=\pi\Rightarrow k\ln k-k=0\Leftrightarrow \ln k=1\Leftrightarrow k=e\approx 2,7$.

Câu 233: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}(C)$, $x=4(d)$ và trục hoành quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

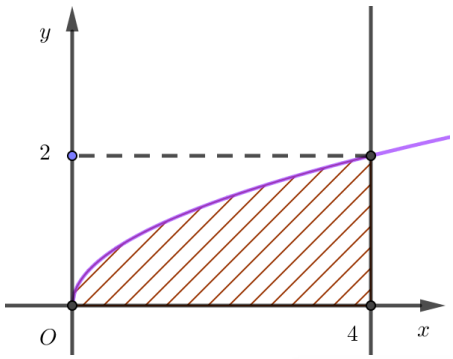
A. $\frac{32\pi}{5}$. **B.** $\frac{128\pi}{5}$. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** 32π.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(C)\cap Ox=O(0;0)$, $(C)\cap d=A(4;2)$.

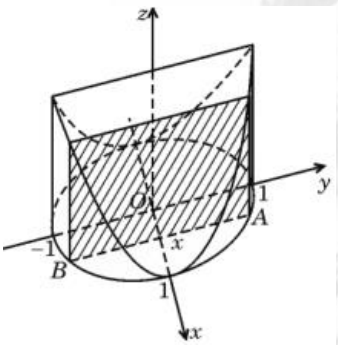
Hình phẳng (H) như hình vẽ:



$y=\sqrt{x}\Rightarrow x=y^2$.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là: $V=\pi\int\limits_0^2 4^2dy-\pi\int\limits_0^2\left(y^2\right)^2dy=\frac{128\pi}{5}$.

Câu 234: Tính thể tích vật thể có đáy là một hình tròn giới hạn bởi đường tròn có phương trình $x^2+y^2=1$ và mỗi thiết diện vuông góc với trục Ox là một hình vuông (tham khảo hình vẽ bên).



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\frac{13}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{14}{3}$. **D.** $\frac{17}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2+y^2=1\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{1-x^2}$, với $-1\le x\le 1$.

Vật thể (T) cần tính thể tích được giới hạn bởi mặt phẳng $(\alpha): x=-1$ và $(\beta): x=1$.

Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x, $x\in[0;1]$ ta được thiết diện là hình vuông cạnh $AB=2\sqrt{1-x^2}$.

Diện tích thiết diện là $S(x)=AB^2=4(1-x^2)$.

Thể tích vật thể là: $V=\int_{-1}^{1}S(x)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}4(1-x^2)\mathrm{d}x=4\left(x-\frac{1}{3}x^3\right)\Big|_{-1}^{1}=\frac{16}{3}$.

Vậy $V=\frac{16}{3}$ (ñvtt).

Câu 235: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y=x\ln x, y=0, x=1, x=e$. Cho hình (H) quay xung quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{\pi}{a}(be^3-2)$. Tìm $a+b$

A. 32. **B.** 20. **C.** 28. **D.** 34.

Lời giải

Chọn A

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là:

$V=\pi\int_1^e(x\ln x)^2dx=\pi\int_1^e x^2\ln^2 xdx$

Dùng tích phân từng phần đặt

$$\begin{cases}u=\ln^2 x\\ \mathrm{d}v=x^2\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{2\ln x}{x}\mathrm{d}x\\ v=\frac{x^3}{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow V=\pi\left(\frac{x^3\ln^2 x}{3}\Big|_1^e-\frac{2}{3}\int_1^e x^2\ln x\,\mathrm{d}x\right)=\pi\left(\frac{e^3}{3}-\frac{2}{3}\int_1^e x^2\ln x\,\mathrm{d}x\right)$$

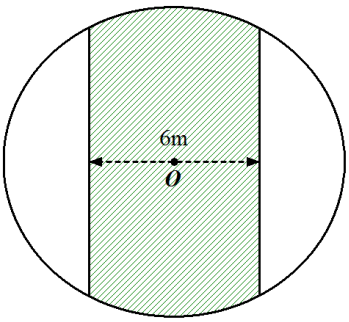
$$\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=x^2\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=\frac{x^3}{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow V=\pi\left[\frac{e^3}{3}-\frac{2}{3}\left(\frac{x^3\ln x}{3}\Big|_1^e-\frac{1}{3}\int_1^e x^2\mathrm{d}x\right)\right]=\pi\left[\frac{e^3}{9}+\frac{2}{9}\left(\frac{x^3}{3}\Big|_1^e\right)\right]=\frac{\pi}{27}(5e^3-2)$$

$\Rightarrow a=27, b=5\Rightarrow a+b=32$.

Câu 236: Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng $6m$ nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó?

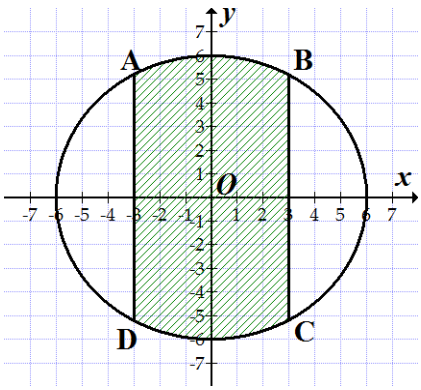
Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. 8 412 322 đồng. **B.** 4 821 232 đồng. **C.** 4 821 322 đồng. **D.** 3 142 232 đồng.

Lời giải

Chọn C



Đặt hệ trục Oxy như hình vẽ.

Phương trình đường tròn $x^2+y^2=36 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{36-x^2}$.

Diện tích phần trồng cây: $S=2\int\limits_{-3}^{3}\sqrt{36-x^2}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $x=6\sin t,\ t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow \mathrm{d}x=6\cos t\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases} x=-3\Rightarrow t=-\frac{\pi}{6} \\ x=3\Rightarrow t=\frac{\pi}{6} \end{cases}$.

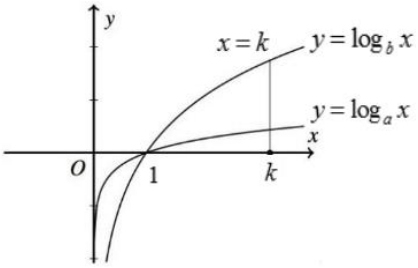
$$S=2\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{36-36\sin^2 t}.6\cos t.\mathrm{d}t$$

$$=72\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 t.\mathrm{d}t=36\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\left(1+\cos 2t\right).\mathrm{d}t=36\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=12\pi+18\sqrt{3}.$$

Số tiền cần để trồng cây là: $70000.S\approx 4\,821\,322$ đồng.

Câu 237: Cho hai số thực dương a, b khác 1 và đồ thị các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ như hình vẽ bên. Gọi d là đường thẳng song song với trục Oy và cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ $x=k\left(k>1\right)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\log_a x$, d và trục hoành, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\log_b x$, d và trục hoành. Biết $S_1=4S_2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $a=b^4$. **B.** $b=a^4$. **C.** $b=a^4\ln 2$. **D.** $a=b^4\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

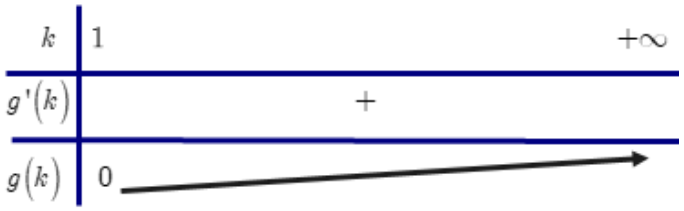
$S_1=\int_1^k \log_a x\,\mathrm{d}x$; $S_2=\int_1^k \log_b x\,\mathrm{d}x$

Ta có: $S_1=4S_2 \Leftrightarrow \int_1^k\left(\log_a x-4\log_b x\right)\mathrm{d}x=0 \Leftrightarrow \int_1^k\left(\frac{1}{\ln a}\ln x-\frac{4}{\ln b}\ln x\right)\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow\left(\frac{1}{\ln a}-\frac{4}{\ln b}\right)\left(x\ln x-x\right)\Big|_1^k=0\Leftrightarrow\left(\frac{1}{\ln a}-\frac{4}{\ln b}\right)\left[\left(k\ln k-k\right)+1\right]=0\ (*)$

Xét hàm số $g(k)=k\ln k-k+1$ với $k>1$.

$g'(k)=\ln k>0,\ \forall k>1$.



$\Rightarrow g(k)>0\,\forall k>1$

hay $k\ln k-k+1>0\,\forall k>1$

phương trình $(*)\Leftrightarrow\frac{1}{\ln a}-\frac{4}{\ln b}=0\Leftrightarrow\ln b-4\ln a=0\Leftrightarrow\ln b=\ln a^4\Leftrightarrow b=a^4$.

Câu 238: Đặt S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=4-x^2$, trục hoành và đường thẳng $x=-2$, $x=m$, $(-2<m<2)$. Tìm số giá trị của tham số m để $S=\frac{25}{3}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S=\int_{-2}^{m}\left|4-x^2\right|\mathrm{d}x=\frac{25}{3}$.

Phương trình $4-x^2=0\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Bài ra $-2<m<2$ nên trên $(-2;m)$ thì $4-x^2=0$ vô nghiệm.

$\int_{-2}^{m}\left|4-x^2\right|\mathrm{d}x=\frac{25}{3}\Leftrightarrow\left|\int_{-2}^{m}\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x\right|=\frac{25}{3}\Leftrightarrow\left|\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-2}^{m}\right|=\frac{25}{3}$

$\Leftrightarrow\left|\left(4m-\frac{m^3}{3}\right)-\left(-8+\frac{8}{3}\right)\right|=\frac{25}{3}\Leftrightarrow\left|4m-\frac{m^3}{3}+\frac{16}{3}\right|=\frac{25}{3}$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4m-\frac{m^3}{3}+\frac{16}{3}=\frac{25}{3}\\4m-\frac{m^3}{3}+\frac{16}{3}=-\frac{25}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{3}m^3-4m+3=0\\\frac{1}{3}m^3-4m-\frac{41}{3}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^3-12m+9=0\\m^3-12m-41=0\end{array}\right.(1)$$

Xét hàm số $f(m)=m^3-12m$, với $m\in(-2;2)$ có

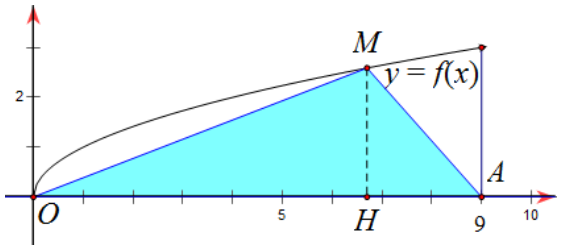
$$f'(m)=3m^2-12=3(m^2-4)<0,\ \forall m\in(-2;2).$$

Do đó $f(m)$ nghịch biến trên $(-2;2)\Rightarrow f(m)<f(-2)=16\Rightarrow m^3-12m-41<0$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow m^3-12m+9=0\Leftrightarrow(m-3)(m^2+3m-3)=0\Rightarrow m=\frac{\sqrt{21}-3}{2}$ thỏa mãn.

Vậy chỉ có $m=\frac{\sqrt{21}-3}{2}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 239: Cho đồ thị $(C):y=f(x)=\sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), đường thẳng $x=9$ và trục Ox. Cho điểm M thuộc đồ thị (C) và điểm $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox, V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh trục Ox. Biết rằng $V_1=2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM.



A. $S=\frac{4}{3}$. **B.** $S=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $S=3$. **D.** $S=\frac{27\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_1=\pi\int_0^9\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{81\pi}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của M lên trục Ox, đặt $OH=m$ (với) $0<m\le 9$, ta có $M\left(m;\sqrt{m}\right)$, $MH=\sqrt{m}$ và $AH=9-m$.

Suy ra $V_2=\frac{1}{3}\pi.MH^2.OH+\frac{1}{3}\pi.MH^2.AH=\frac{1}{3}\pi.MH^2.OA=3m\pi$.

Theo giả thiết, ta có $V_1=2V_2$ nên $\frac{81\pi}{2}=6m\pi\Leftrightarrow m=\frac{27}{4}$. Do đó $M\left(\frac{27}{4};\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Từ đó ta có phương trình đường thẳng OM là $y=\frac{2\sqrt{3}}{9}x$.

Diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM là

$$S=\int_0^{\frac{27}{4}}\left(\sqrt{x}-\frac{2\sqrt{3}}{9}x\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{2}{3}x\sqrt{x}-\frac{\sqrt{3}}{9}x^2\right)\Big|_0^{\frac{27}{4}}=\frac{27\sqrt{3}}{16}.$$

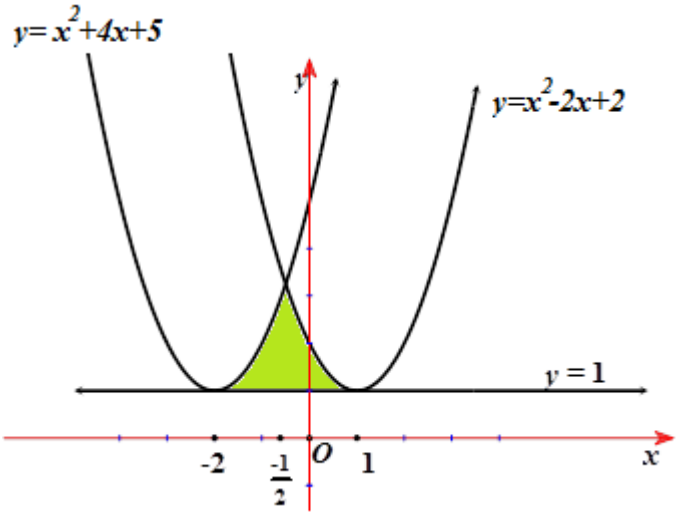
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 240: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=x^2-2x+2$; $y=x^2+4x+5$; $y=1$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{9}{4}$

Lời giải

Chọn D



Hoành độ giao điểm của 2 parabol đã cho là nghiệm của phương trình:

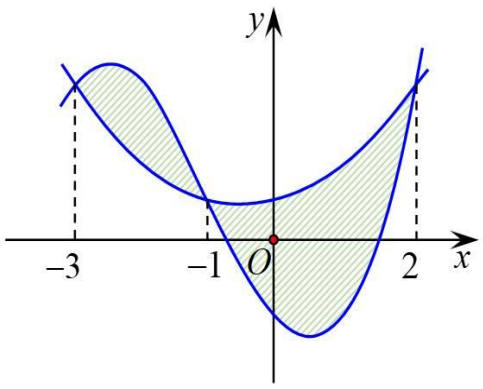
$$x^2-2x+2=x^2+4x+5, \text{ cho ta } x=\frac{-1}{2}.$$

Parabol $(P): y=x^2-2x+2$ có tọa độ cực tiểu là $(1;1)$ và

Parabol $(P): y=x^2+4x+5$ có tọa độ cực tiểu là $(-2;1)$.

Diện tích cần tìm là: $S=\int\limits_{-2}^{\frac{-1}{2}}\left(x^2+4x+5-1\right)dx+\int\limits_{\frac{-1}{2}}^{1}\left(x^2-2x+2-1\right)dx=\frac{9}{4}$.

Câu 241: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\frac{1}{2}\ (a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3;-1;2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{253}{12}$ **B.** $\frac{253}{48}$ **C.** $\frac{125}{12}$ **D.** $\frac{125}{48}$

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

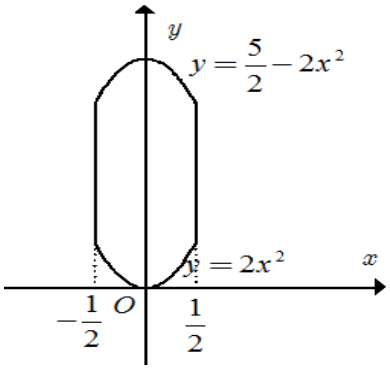
Vì phương trình $f(x)-g(x)=0$ có 3 nghiệm $-3;-1;2$ nên

$f(x)-g(x)=a(x+3)(x-2)(x+1)$.

So sánh hệ số tự do ta được $-6a=-\dfrac{3}{2} \Rightarrow a=\dfrac{1}{4}$.

Do đó $S=\int_{-3}^{2}\left|\dfrac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)\right|\mathrm{d}x=\dfrac{253}{48}$.

Câu 242: Sơ đồ dưới đây phác thảo của một khung cửa sổ. Diện tích S của cửa sổ được tính bởi công thức nào sau đây?



A. $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{5}{2}-4x^2\right)\mathrm{d}x$ **B.** $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}2x^2\,\mathrm{d}x$

C. $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left|\dfrac{5}{2}-2x^2\right|\mathrm{d}x$ **D.** $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(1-4x^2\right)\mathrm{d}x$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$ thì đồ thị hàm số $y_1=\dfrac{5}{2}-2x^2$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y_2=2x^2$.

Do đó $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{5}{2}-2x^2-2x^2\right)\mathrm{d}x=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{5}{2}-4x^2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 243: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $x=\sqrt{\dfrac{3+(y-2)e^y}{ye^y+1}}$, trục tung và hai đường thẳng $y=0, y=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục tung có thể tích $V=\pi\left[a+b\ln\left(1+\dfrac{1}{e}\right)\right]$, trong đó a, b là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a-2b=5$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a+b=3$. **D.** $a-2b=7$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của hình phẳng D là

$V=\pi\int_0^1 x^2\mathrm{d}y=\pi\int_0^1\dfrac{3+(y-2)e^y}{ye^y+1}\mathrm{d}y$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$$=\pi\int_0^1\frac{3+ye^y-2e^y}{ye^y+1}\mathrm{d}y$$

$$=\pi\int_0^1\frac{1+ye^y+2-2e^y}{ye^y+1}\mathrm{d}y=\pi\int_0^1\mathrm{d}y+\pi\int_0^1\frac{2\left(1-e^y\right)}{ye^y+1}\mathrm{d}y=\pi+\pi\int_0^1\frac{2\left(1-e^y\right)}{ye^y+1}\mathrm{d}y=\pi+K.$$

Với $K=2\pi\int_0^1\frac{1-e^y}{ye^y+1}\mathrm{d}y=2\pi\int_0^1\frac{\frac{1}{e^y}-1}{y+\frac{1}{e^y}}\mathrm{d}y$.

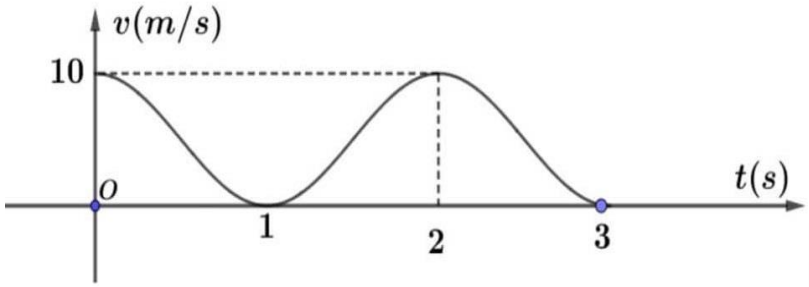
Đặt $u=y+\frac{1}{e^y}\Rightarrow \mathrm{d}u=\left(1-\frac{1}{e^y}\right)\mathrm{d}y$. Đổi cận: $y=0\Rightarrow u=1;\ y=1\Rightarrow u=1+\frac{1}{e}$.

$\Rightarrow K=-2\pi\int_1^{1+\frac{1}{e}}\frac{\mathrm{d}u}{u}=-2\pi.\ln|u|\Big|_1^{1+\frac{1}{e}}=-2\pi\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)$.

Vậy $V=\pi-2\pi\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)=\pi\left[1-2.\ln\left(1+\frac{1}{e}\right)\right]$.

Từ đó ta suy ra được $\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}\Rightarrow a-2b=5$.

Câu 244: Một chất điểm chuyển động trong 3 giây với vận tốc $v=a\cos(\pi t)+b\ (m/s)$ (trong đó t là biến thời gian, a, b là các hằng số) có đồ thị là một đường hình sin như hình vẽ bên. Tính quãng đường S mà chất điểm đi được sau 3 giây (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $S=29{,}93\ m$. **B.** $S=27{,}93\ m$. **C.** $S=15\ m$. **D.** $S=17\ m$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có:

$t=0\Rightarrow v=10\Rightarrow a+b=10\ (1)$.

$t=1\Rightarrow v=0\Rightarrow -a+b=0\ (2)$.

Giải hệ phương trình (1) và (2), ta được $a=b=5$.

Vậy quãng đường mà chất điểm đi được sau 3 giây là:

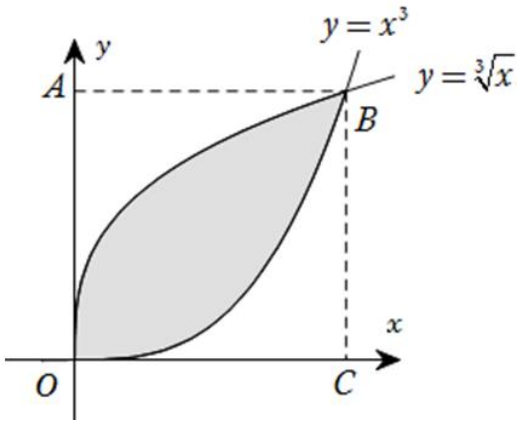
$$S=\int_0^3 v\mathrm{d}t=\int_0^3\left[5\cos(\pi t)+5\right]\mathrm{d}t=\frac{5}{\pi}\sin(\pi t)\Big|_0^3+15=15\ (m).$$

Câu 245: Cho một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ như hình vẽ. Sau khi tọa độ hóa, ta có $O(0;0)$, $A(0;1)$, $B(1;1)$, $C(1;0)$ và hai đường cong trong hình lần lượt là đồ thị hàm

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

số $y=x^3$ và $y=\sqrt[3]{x}$. Tính tỷ số diện tích của phần tô đậm so với diện tích phần còn lại của hình vuông.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{5}{4}$ **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** 1



Lời giải

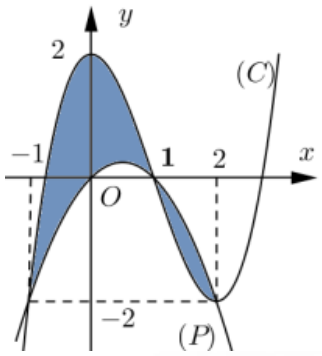
Chọn D

Diện tích hình vuông có cạnh bằng 1 là $S_1=1^2=1\,\text{m}^2$.

Diện tích phần tô đậm : $S_2=\int_0^1\left|\sqrt[3]{x}-x^3\right|\text{d}x=\frac{1}{2}\text{m}^2$.

Do đó diện tích phần còn lại : $\Delta S=S_1-S_2=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\text{m}^2\Rightarrow\frac{S_2}{\Delta S}=1$.

Câu 246: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần **tô đậm** của hình vẽ có diện tích bằng



A. $\frac{14}{3}$. **B.** $\frac{37}{12}$. **C.** $\frac{27}{5}$. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị hàm bậc ba và đồ thị hàm bậc hai cắt trục tung tại các điểm có tung độ lần lượt là $y=2;y=0$ nên ta xét hai hàm số là $f(x)=ax^3+bx^2+cx+2$, $g(x)=mx^2+nx$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $ax^3+bx^2+cx+2=mx^2+nx$

$\Leftrightarrow ax^3+(b-m)x^2+(c-n)x+2=0$.

Hai đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ $x=-1;x=1;x=2$, nên ta có :

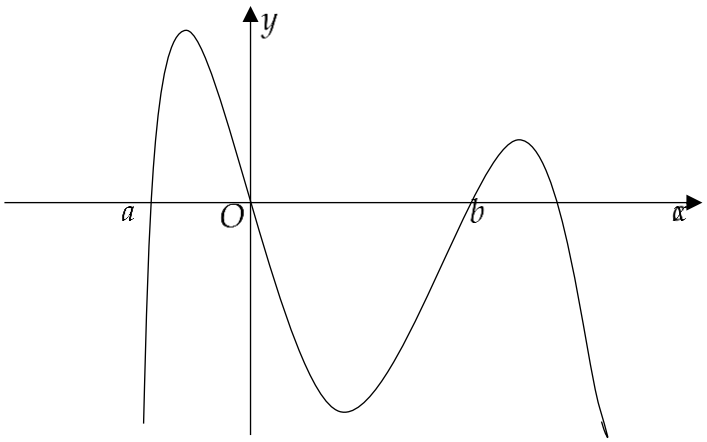
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$\begin{cases} -a+(b-m)-(c-n)+2=0 \\ a+(b-m)+(c-n)+2=0 \\ 8a+4(b-m)+2(c-n)+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b-m=-2 \\ c-n=-1 \end{cases}.$$

Suy ra $f(x)-g(x)=x^3-2x^2-x+2$.

Vậy diện tích phần tô đậm là: $S=\int_{-1}^{2}\left|x^3-2x^2-x+2\right|\mathrm{d}x=\frac{37}{12}$.

Câu 247: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt $a,0,b,c$ với $a<0<b<c$. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $f(a)>f(c)>f(b)$ **B.** $f(a)>f(b)>f(c)$

C. $f(c)>f(a)>f(b)$ **D.** $f(b)>f(a)>f(c)$

Lời giải

Chọn A

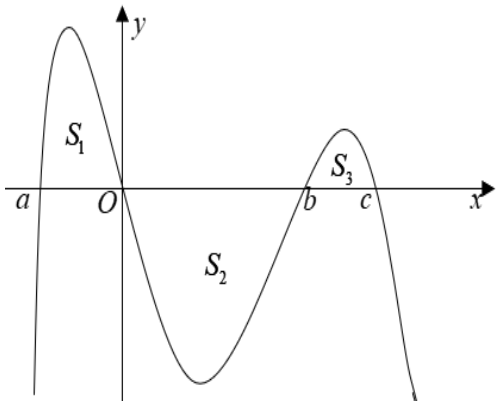
Bảng biến thiên của $y=f(x)$:

x	$-\infty$		a		0		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(a)$	↗	$f(0)$	↘	$f(b)$	↗	$f(c)$	↘	$-\infty$

Do đó ta có $f(c)>f(b)$ (1)

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Ta gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là các phần diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành như hình bên.



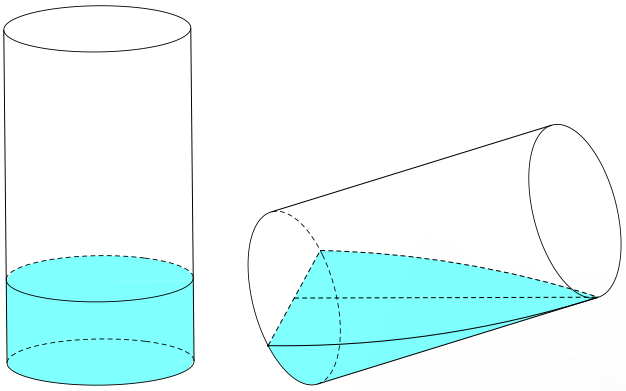
$$S_2 > S_1 + S_3 \Leftrightarrow -\int_0^b f'(x)\,dx > \int_a^0 f'(x)\,dx + \int_b^c f'(x)\,dx \Leftrightarrow -f(x)\Big|_0^b > f(x)\Big|_a^0 + f(x)\Big|_b^c$$

$$\Leftrightarrow f(0) - f(b) > f(0) - f(a) + f(c) - f(b)$$

$$\Rightarrow f(a) > f(c)\ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $f(a) > f(c) > f(b)$.

Câu 248: Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là $6\,\text{cm}$, chiều cao lòng cốc là $10\,\text{cm}$ đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.

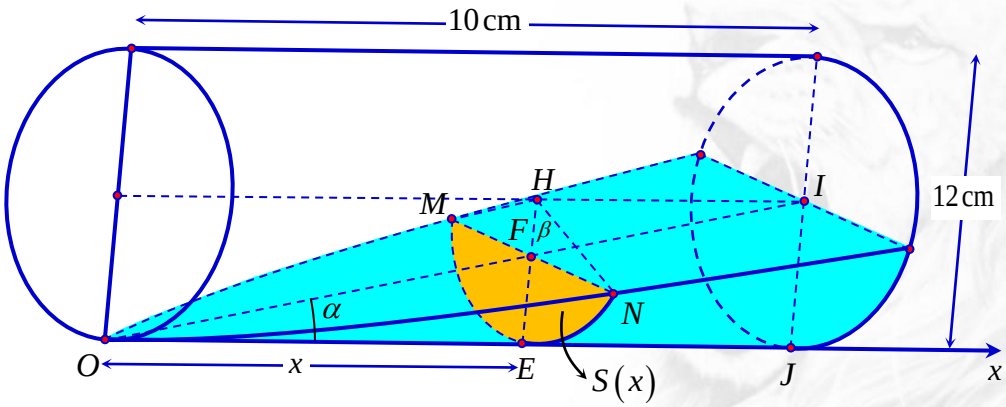


A. $120\,\text{cm}^3$. **B.** $240\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $120\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $240\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn D

Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện do mặt phẳng có phương vuông góc với trục Ox với khối nước, mặt phẳng này cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $h \ge x \ge 0$.

Gọi $IOJ = \alpha, FHN = \beta, OE = x$

$\tan\alpha = \dfrac{IJ}{OJ} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{EF}{OE} \Rightarrow EF = \dfrac{6x}{10} \Rightarrow HF = 6 - \dfrac{6x}{10}$.

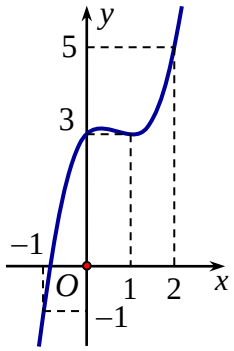
$\cos\beta = \dfrac{HF}{HN} = \dfrac{6 - \dfrac{6x}{10}}{6} = 1 - \dfrac{x}{10}$; $\beta = \arccos\left(1 - \dfrac{x}{10}\right)$

$S(x) = S_{(hinhquat)} - S_{HMN} = \dfrac{1}{2}HN^2.2\beta - \dfrac{1}{2}HM.HN.\sin 2\beta$

$\Rightarrow S(x) = 6^2 \arccos\left(1 - \dfrac{x}{10}\right) - \dfrac{1}{2}.6.6.2\left(1 - \dfrac{x}{10}\right)\sqrt{1 - \left(1 - \dfrac{x}{10}\right)^2}$

$\Rightarrow V = \int_0^{10} S(x)\,dx = \int_0^{10}\left(36\arccos\left(1 - \dfrac{x}{10}\right) - 36\left(1 - \dfrac{x}{10}\right)\sqrt{1 - \left(1 - \dfrac{x}{10}\right)^2}\right)dx = 240$.

Câu 249: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình 2 dưới đây.



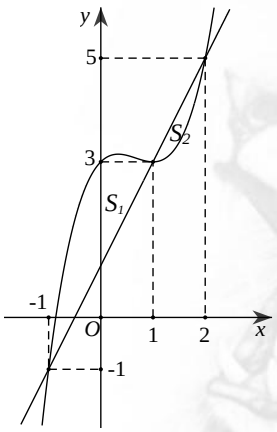
Lập hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $g(1) = g(2)$. **B.** $g(1) > g(2)$. **C.** $g(-1) > g(1)$. **D.** $g(-1) = g(1)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $h(x) = f'(x) - (2x+1)$. Khi đó hàm số $h(x)$ liên tục trên các đoạn $[-1;1]$, $[1;2]$ và có $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = h(x)$.



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=-1 \\ x=1 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$S_1=\int\limits_{-1}^{1}\left|f'(x)-(2x+1)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}\left[f'(x)-(2x+1)\right]\mathrm{d}x=g(x)\Big|_{-1}^{1}=g(1)-g(-1)$.

Vì $S_1>0$ nên $g(1)>g(-1)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$S_2=\int\limits_{1}^{2}\left|f'(x)-(2x+1)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{2}\left[(2x+1)-f'(x)\right]\mathrm{d}x=-g(x)\Big|_{1}^{2}=g(1)-g(2)$.

Vì $S_2>0$ nên $g(1)>g(2)$.

Câu 250: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^3(C)$, $y=-x+2(d)$ và trục hoành quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

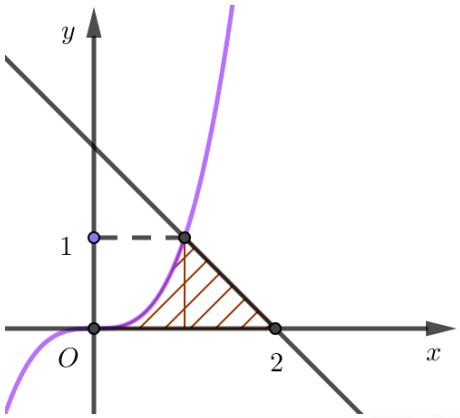
A. $\frac{7\pi}{3}$. **B.** $\frac{5\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(C)\cap Ox=O(0;0)$, $d\cap Ox=A(2;0)$, $(C)\cap d=B(1;1)$.

Hình phẳng (H) như hình vẽ:

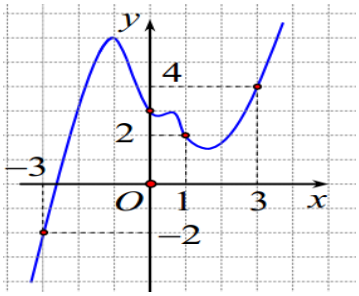


$y=x^3\Rightarrow x=\sqrt[3]{y}$, $y=-x+2\Rightarrow x=2-y$.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là: $V=\pi\int\limits_{0}^{1}(2-y)^2\,dy-\pi\int\limits_{0}^{1}\left(\sqrt[3]{y}\right)^2\,dy=\frac{5\pi}{3}$.

Câu 251: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(1)=6$ và $g(x)=f(x)-\frac{(x+1)^2}{2}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Kết luận nào sau đây là **đúng**?

A. Phương trình $g(x)=0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3;3]$.

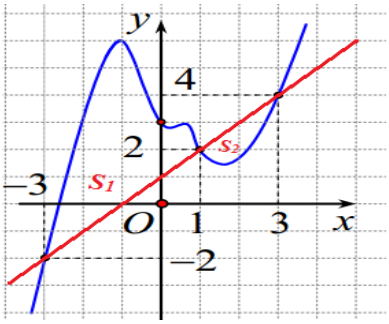
B. Phương trình $g(x)=0$ không có nghiệm thuộc $[-3;3]$.

C. Phương trình $g(x)=0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3;3]$.

D. Phương trình $g(x)=0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3;3]$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $g(x)=f(x)-\dfrac{(x+1)^2}{2} \Rightarrow g'(x)=f'(x)-(x+1)$.

Vẽ đường thẳng $y=x+1$ trên cùng một hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y=f'(x)$ (như hình vẽ bên).

Từ đồ thị ta thấy $g'(x)=f'(x)-(x+1)>0,\ \forall x\in(-3;1)$ (do đường cong nằm phía trên đường thẳng), $g'(x)=f'(x)-(x+1)<0,\ \forall x\in(1;3)$ (do đường cong nằm phía dưới đường thẳng).

Ta có: $g(1)=f(1)-\dfrac{(1+1)^2}{2}=6-2=4$.

Bảng biến thiên:

Dựa vào đồ thị ta thấy: diện tích S_1 lớn hơn 4 (trong phần bên trái có nhiều hơn 4 ô, mỗi ô có diện tích bằng)1, do đó:

$$4<S_1=\int_{-3}^{1} g'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow 4<g(x)\Big|_{-3}^{1} \Leftrightarrow 4<g(1)-g(-3) \Leftrightarrow g(-3)<0.$$

x	-3		1		3
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗	4	↘	

Mặt khác: diện tích $=R\tan 30°$ nhỏ hơn 4 (trong phần bên phải có ít hơn 4 ô), do đó

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$4 > S_2 = -\int_1^3 g'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow 4 > -g(x)\Big|_1^3 \Leftrightarrow 4 > g(1) - g(3) \Leftrightarrow g(3) > 0$.

Vậy phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc đoạn $[-3;3]$ (nghiệm này nằm trong khoảng) $(-3;1)$.

Câu 252: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 (C_1)$, $y = \frac{1}{4}x^2 (C_2)$ và $x = 2 (d)$ quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

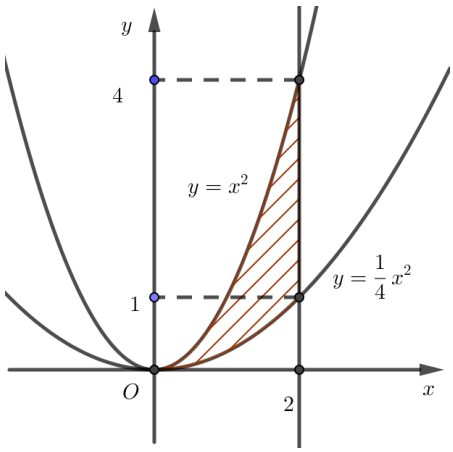
A. $\frac{14\pi}{3}$. **B.** 6π. **C.** 8π. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(C_1) \cap (C_2) = O(0;0)$, $d \cap (C_1) = A(2;4)$, $(C_2) \cap d = B(2;1)$.

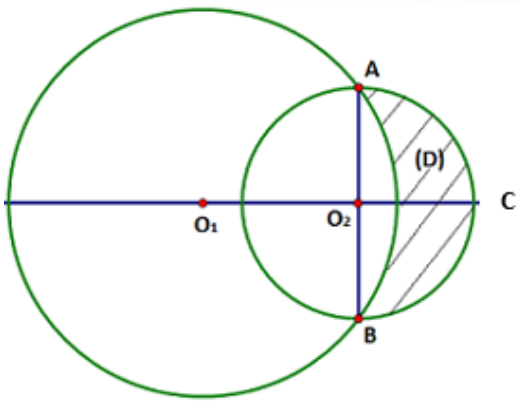
Hình phẳng (H) như hình vẽ:



$y = \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow x^2 = 4y$.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là: $V = \pi\int_0^1 4y\mathrm{d}y + \pi\int_1^4 (2)^2\mathrm{d}y - \pi\int_0^4 y\mathrm{d}y = 6\pi$.

Câu 253: Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2;3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

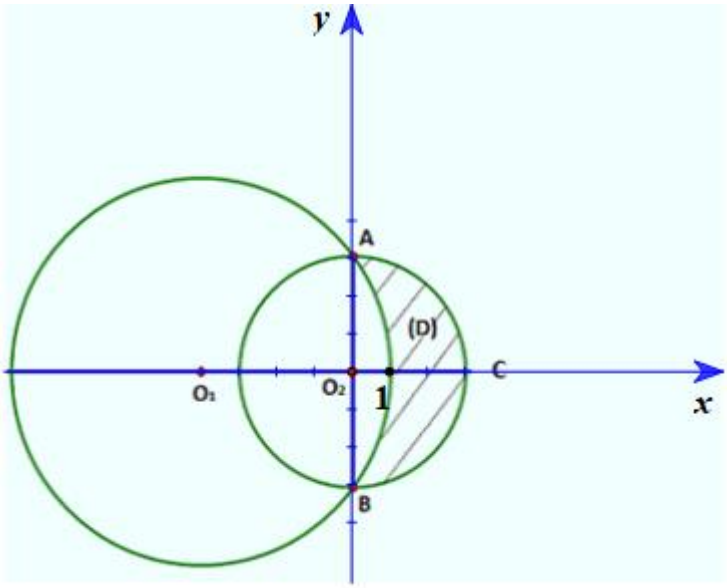


Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $V=\dfrac{68\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{40\pi}{3}$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=\dfrac{14\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ tọa độ Oxy với $O_2\equiv O$, $O_2C\equiv Ox$, $O_2A\equiv Oy$.

Cạnh $O_1O_2=\sqrt{O_1A^2-O_2A^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4\Rightarrow O_1=(-4;0)\Rightarrow (O_1):(x+4)^2+y^2=25$.

Phương trình đường tròn (O_2): $x^2+y^2=9$.

Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{25-(x+4)^2}$, trục Ox, $x=0$, $x=1$.

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{9-x^2}$, trục Ox, $x=0$, $x=3$.

Phần hình phẳng giới hạn bởi các đường trên có tính đối xứng qua trục Ox, khi đó thể tích V cần tính chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox.

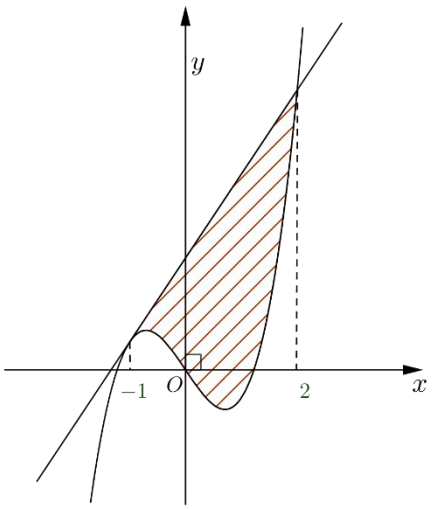
Ta có $V_2=\dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{2}{3}\pi.3^3=18\pi$.

Lại có $V_1=\pi\displaystyle\int_0^1 y^2dx=\pi\int_0^1\left[25-(x+4)^2\right]dx=\pi\left[25x-\dfrac{(x+4)^3}{3}\right]\Big|_0^1=\dfrac{14\pi}{3}$.

Do đó $V=V_2-V_1=18\pi-\dfrac{14\pi}{3}=\dfrac{40\pi}{3}$.

Câu 254: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại điểm B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo) bằng

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $\frac{25}{4}$. **D.** $\frac{13}{2}$..

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua gốc tọa độ O nên ta có $c=0$

Ta có: $f'(x)=3x^2+2ax+b$, $f'(-1)=-2a+b+3$, $f(-1)=a-b-1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1:

$$y=(-2a+b+3)(x+1)+a-b-1\Leftrightarrow y=(-2a+b+3)x-a+2$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) và tiếp tuyến:

$$x^3+ax^2+bx=(-2a+b+3)x-a+2\ (1)$$

Vì tiếp tuyến cắt đồ thị hàm số tại điểm $x=2$ nên ta có:

$$8+4a+2b=-4a+2b+6-a+2\Rightarrow a=0$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $x=-1$; $y=(b+3)x+2$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) tại điểm $x=-1$ và đồ thị hàm số (C): $S=\int_{-1}^{2}\left[(b+3)x+2-x^3-bx\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}(-x^3+3x+2)\mathrm{d}x=\frac{27}{4}$

Câu 255: Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28cm, trục nhỏ 25cm. Biết cứ 1000cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

A. 183000 đồng. **B.** 180000 đồng. **C.** 185000 đồng. **D.** 190000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Đường elip có trục lớn 28cm, trục nhỏ 25cm có phương trình $\frac{x^2}{14}+\frac{y^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2}=1$

$$\Leftrightarrow y^2=\left(\frac{25}{2}\right)^2\left(1-\frac{x^2}{14^2}\right)\Leftrightarrow y=\pm\frac{25}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{14^2}}.$$

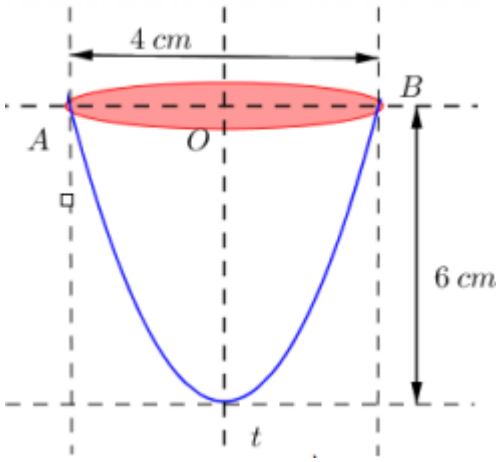
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Do đó thể tích quả dưa là $V=\pi\int\limits_{-14}^{14}\left(\frac{25}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{14^2}}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2\int\limits_{-14}^{14}\left(1-\frac{x^2}{14^2}\right)^2\mathrm{d}x$

$=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2.\left(x-\frac{x^3}{3.14^2}\right)\Big|_{-14}^{14}=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2.\frac{56}{3}=\frac{8750\pi}{3}\text{cm}^3$.

Do đó tiền bán nước thu được là $\frac{8750\pi.20000}{3.1000}\approx 183259$ đồng.

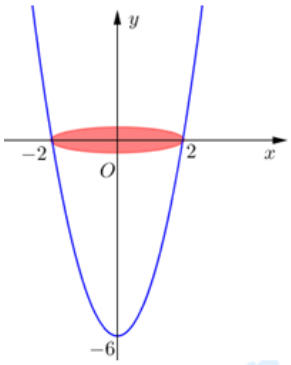
Câu 256: Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây:



Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng qua trục đối xứng là một Parabol. Tính thể tích $V(cm^3)$ của vật thể đã cho

A. $V=12$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=\frac{72\pi}{5}$. **D.** $V=\frac{72}{5}$

Lời giải



Chọn B

Thể tích của vật là thể tích khối tròn xoay khi quay hình giới hạn bởi các đường $x=\sqrt{\frac{2y+12}{3}}, x=0, y=-6, y=0$ quanh trục tung.

Khi đó $V=\pi\int\limits_{-6}^{0}\frac{2y+12}{3}dy=\pi\left(\frac{1}{3}y^2+4y\right)\Big|_{-6}^{0}=12\pi$.

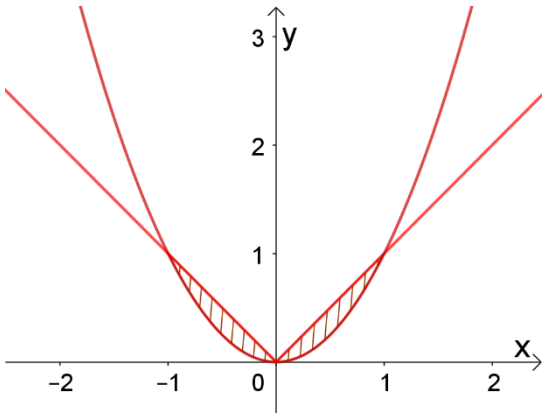
Câu 257: Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=|x|$ và $y=x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{4\pi}{15}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{2\pi}{15}$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm $|x|=x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=0 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y=1 \end{array}\right.$.

Ta có đồ thị hai hàm số $y=|x|$ và $y=x^2$ đều đối xứng qua Oy nên hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=|x|$ và $y=x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $x=y$ và $x=\sqrt{y}$ quay xung quanh trục Oy.

Thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là:

$$V=\pi\int_0^1 |y-y^2|\mathrm{d}y=\pi\int_0^1 \left(y-y^2\right)\mathrm{d}y=\pi.\left(\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{3}y^3\right)\Big|_0^1=\frac{\pi}{6}.$$

Câu 258: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\frac{8}{x}(C)$, $x=2(d_1), x=4(d_2)$ và trục hoành quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

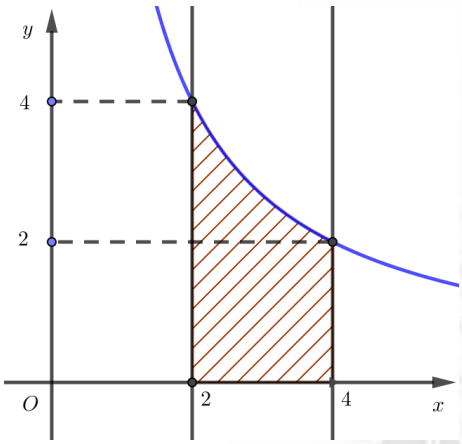
A. 16π. **B.** 32π. **C.** 24π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(C)\cap d_1=A(2;4)$, $(C)\cap d_2=B(4;2)$.

Hình phẳng (H) như hình vẽ:

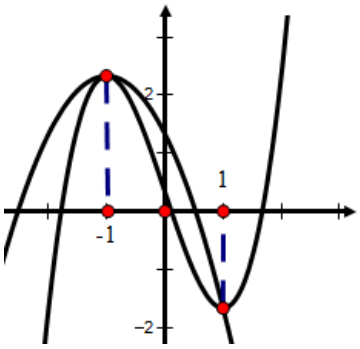


$y=\frac{8}{x}\Rightarrow x=\frac{8}{y}$.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là: $V=\pi\int_0^2 (4)^2\,dy+\pi\int_2^4\left(\frac{8}{y}\right)^2 dy-\pi\int_0^4 2^2\,dy=32\pi$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Câu 259: Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C) và $y=mx^2+nx+p\ (m,n,p\in\mathbb{R})$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực trị tại $x=\pm1$ nên ta có

$$\begin{cases}y'(1)=0\\y'(-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b+3=0\\-2a+b+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=-3\end{cases}.$$

Hàm số $y=mx^2+nx+p$ đạt cực đại tại $x=-1$ và (P) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ $x=\pm1$ nên ta có

$$\begin{cases}-2m+n=0\\1+a+b+c=m+n+p\\-1+a-b+c=m-n+p\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-2\\m=-1\\p-c=1\end{cases}$$

Suy ra $S=\int\limits_{-1}^{1}\left(mx^2+nx+p-x^3-ax^2-bx-x\right)dx=\int\limits_{-1}^{1}\left(-x^3-x^2+x+1\right)dx=\dfrac{4}{3}\in(1;2)$.

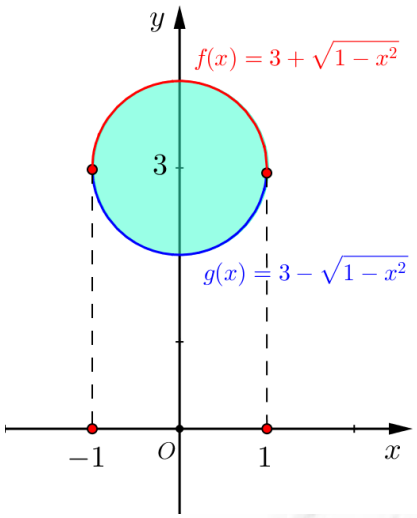
Câu 260: Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C):x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

A. $V=6\pi$. **B.** $V=6\pi^2$. **C.** $V=6\pi^3$. **D.** $V=3\pi^2$.

Lời giải

Chọn B

$x^2+(y-3)^2=1\Leftrightarrow y=3\pm\sqrt{1-x^2}$.



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$V=\pi\int_{-1}^{1}\left[\left(3+\sqrt{1-x^2}\right)^2-\left(3-\sqrt{1-x^2}\right)^2\right]\mathrm{d}x=12\pi\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $x=\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=\cos t.\mathrm{d}t$. Với $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}\\ x=-11\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$.

$$\Rightarrow V=12\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}.\cos t\mathrm{d}t=12\pi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}t=6\pi^2.$$

Câu 261: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2x-1}}{2x+1}$, trục hoành, hai đường thẳng $x=1$, $x=2$. Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi cho hình (H) quay xung quanh trục Ox bằng $V=\pi\left(\ln\dfrac{\sqrt{a}}{3}+b\right)$, (trong đó a, b là các số hữu tỷ). Khi đó $a.b$ bằng

A. $-\dfrac{10}{3}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

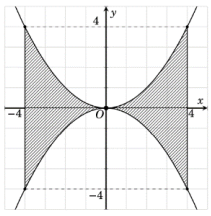
Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi (H) quay xung quanh trục Ox là

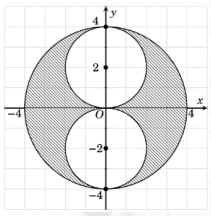
$$V=\pi\int_{1}^{2}\left(\frac{\sqrt{2x-1}}{2x+1}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_{1}^{2}\frac{2x-1}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x=\pi\int_{1}^{2}\left[\frac{1}{2x+1}-\frac{2}{(2x+1)^2}\right]\mathrm{d}x$$

$$=\pi\left(\frac{1}{2}\ln(2x+1)+\frac{1}{2x+1}\right)\Bigg|_1^2=\pi\left(\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}-\frac{2}{15}\right)=\pi\left(\ln\frac{\sqrt{15}}{3}-\frac{2}{15}\right)$$

$$\Rightarrow a=15, b=-\frac{2}{15}\Rightarrow a.b=-2.$$

Câu 262: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (H_1) là hìnhphẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{x^2}{4}$, $y=-\dfrac{x^2}{4}$, $x=-4$, $x=4$ và hình (H_2) là hình gồm các điểm $(x;y)$ thỏa: $x^2+y^2\le 16$, $x^2+(y-2)^2\ge 4$ $x^2+(y+2)^2\ge 4$





Cho (H_1) và (H_2) quay quanh trục Oy ta được các vật thể có thể tích lần lượt là V_1, V_2 .Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $V_1=\dfrac{2}{3}V_2$ **B.** $V_1=2V_2$ **C.** $V_1=\dfrac{1}{2}V_2$ **D.** $V_1=V_2$

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

• Thể tích khối trụ bán kính $r=4$, chiều cao $h=8$ là: $V=\pi r^2 h=\pi.4^2.8=128\pi$.

• Thể tích giới hạn bởi Parabol $y=\frac{x^2}{4}$, trục tung, đường thẳng $y=4$ quay quanh Oy là:

$\Rightarrow V_{(P)}=\pi\int_0^4 x^2\mathrm{d}y=\pi\int_0^4 4y\mathrm{d}y=32\pi$.

Suy ra thể tích (H_1) là: $V_1=V-2.V_{(P)}=128\pi-2.32\pi=64\pi$.

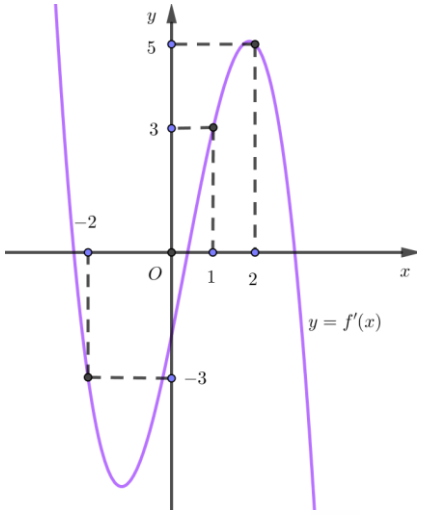
• Thể tích khối cầu bán kính $R=4$: $V_L=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{256}{3}\pi$.

• Thể tích khối cầu bán kính $r=2$: $V_N=\frac{4}{3}\pi 2^3=\frac{32}{3}\pi$

Suy ra thể tích (H_2) là: $V_2=V_L-2.V_N=\frac{256\pi}{3}-\frac{2.32\pi}{3}=64\pi$.

Vậy $r=2$: $V_1=V_2$.

Câu 263: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $g(1)>g(2)>g(-2)$. **B.** $g(-2)>g(2)>g(1)$.

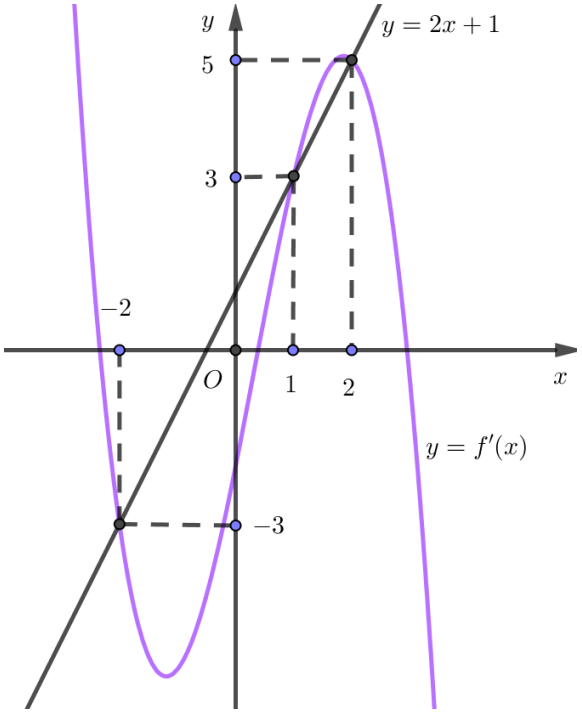
C. $g(-2)>g(1)>g(2)$. **D.** $g(2)>g(-2)>g(1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x)=f'(x)-2x-1$, $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=2x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗	$g(-2)$	↘	$g(1)$	↗	$g(2)$	↘	

Từ bảng biến thiên suy ra $g(1)<g(-2)$ và $g(1)<g(2)$ (1).

Mặt khác quan sát đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy

$$\int_{-2}^{1}\left[2x+1-f'(x)\right]dx>\int_{1}^{2}\left[f'(x)-(2x+1)\right]dx$$

$$\Rightarrow -\int_{-2}^{1}g'(x)dx>\int_{1}^{2}g'(x)dx$$

$$\Rightarrow -g(x)\Big|_{-2}^{1}>g(x)\Big|_{1}^{2}$$

$$\Rightarrow -g(1)+g(-2)>g(2)-g(1)\Rightarrow g(-2)>g(2)\ (2).$$

Từ $(1),(2)\Rightarrow g(-2)>g(2)>g(1)$.

Câu 264: Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(x-a)^2+y^2=b^2;\ a>b>0$ và các đường thẳng $y=-\dfrac{b}{2}$ và $y=\dfrac{b}{2}$ xung quanh trục Oy là

A. $\dfrac{3}{4}\pi^2ab^2$. **B.** $\pi ab^2\left(\dfrac{2}{3}\pi+\sqrt{3}\right)$. **C.** $\pi ab^2\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{3}{4}\right)$. **D.** π^2ab^2.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn B

Ta có: $(x-a)^2+y^2=b^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a+\sqrt{b^2-y^2} \\ x=a-\sqrt{b^2-y^2} \end{array}\right.$.

Thể tích vật tròn xoay tạo bởi hình gạch chéo quay xung quanh trục Oy là:

$$V=\pi\int\limits_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\left[\left(a+\sqrt{b^2-y^2}\right)^2-\left(a-\sqrt{b^2-y^2}\right)^2\right]\mathrm{d}y=\pi\int\limits_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}4a\sqrt{b^2-y^2}\,\mathrm{d}y=4a\pi\int\limits_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\sqrt{b^2-y^2}\,\mathrm{d}y$$

Đặt $y=b\sin t,\ \left(t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\right)\Rightarrow \mathrm{d}y=b\cos t\mathrm{d}t$.

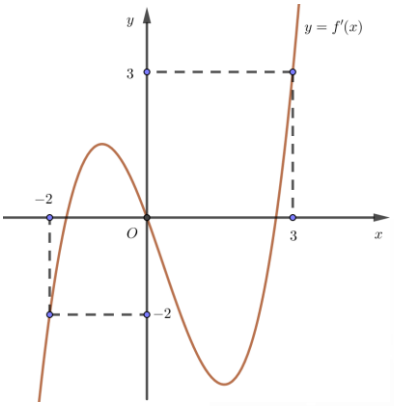
Đổi cận: $y=-\frac{b}{2}\Rightarrow t=-\frac{\pi}{6};\ y=\frac{b}{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$.

$$V=4a\pi\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{b^2-b^2\sin^2 t}\,b\cos t\mathrm{d}t=4ab^2\pi\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 t\mathrm{d}t=4ab^2\pi\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{1+\cos 2t}{2}\mathrm{d}t$$

$$=2ab^2\pi\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}$$

$$=2ab^2\pi\left[\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)-\left(-\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\right]=\pi ab^2\left(\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}\right).$$

Câu 265: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x)=2f(x)-x^2$.

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $g(3)>g(-2)>g(0)$.

B. $g(0)>g(-2)>g(3)$.

C. $g(0)>g(3)>g(-2)$.

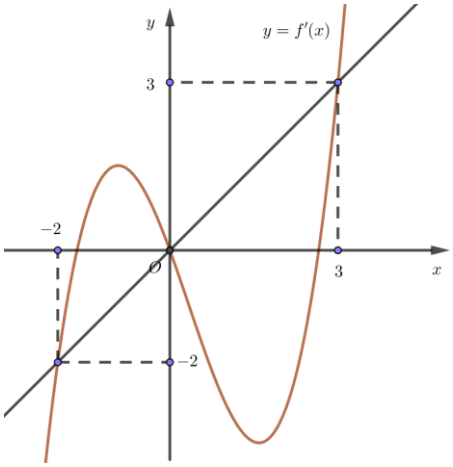
D. $g(-2)>g(0)>g(3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x)=2f'(x)-2x,\ g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	$g(-2)$	↗	$g(0)$	↘	$g(3)$	↗	

Từ bảng biến thiên suy ra $g(0)>g(-2), g(0)>g(3)(1)$.

Mặt khác quan sát đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy

$$\int_{-2}^{0}\left[f'(x)-x\right]dx<\int_{0}^{3}\left[x-f'(x)\right]dx$$

$$\Rightarrow \int_{-2}^{0} g'(x)dx<-\int_{0}^{3} g'(x)dx$$

$$\Rightarrow g(x)\Big|_{-2}^{0}<-g(x)\Big|_{0}^{3}$$

$$\Rightarrow g(0)-g(-2)<-g(3)+g(0)$$

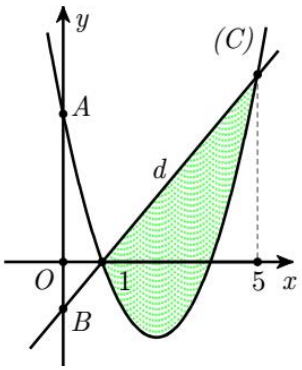
$$\Rightarrow g(-2)>g(3)\ (2).$$

Từ $(1),(2)\Rightarrow g(0)>g(-2)>g(3)$.

Câu 266: Cho các hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ và $g(x)=mx+n$ có đồ thị lần lượt là đường cong (C) và đường thẳng (d) như hình vẽ. Biết $AB=5$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng (d) (phần tô màu) là $S=\frac{p}{q}$ (trong đó $p,q\in\mathbb{N}^*,)(p;q)=1$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $p>11q$. **B.** $p-q=20$. **C.** $p+q=35$. **D.** $pq=69$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A(0;c)\in(C)$, $B(0;n)\in(d)$ và $AB=5\Leftrightarrow c-n=5\ (c>n)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$ax^2+bx+c=mx+n\Leftrightarrow ax^2+(b-m)x+c-n=0\Leftrightarrow ax^2+(b-m)x+5=0\ (*)$.

Lại có hoành độ giao điểm của (C) và (d) là $x=1$ và $x=5$ nên $(*)$ có dạng:

$a(x-1)(x-5)=0\Leftrightarrow ax^2-6ax+5a=0$.

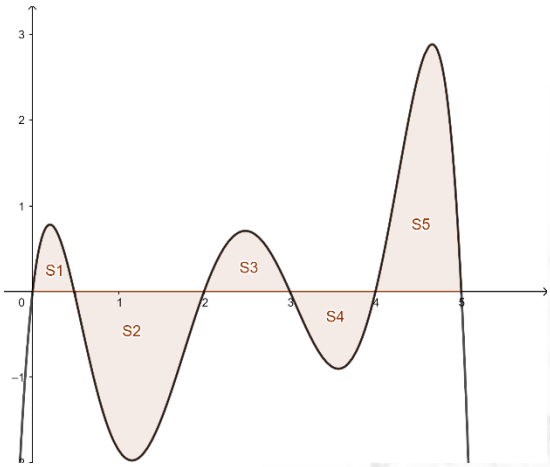
Đồng nhất hệ số ta được $a=1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (d) là $S=\int_1^5\left|(x-1)(x-5)\right|\mathrm{d}x=\frac{32}{3}$.

Suy ra $p=32$, $q=3\Rightarrow p+q=35$.

Câu 267: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết diện tích $S_1=2$, $S_2=11$, $S_3=3$, $S_4=4$, $S_5=12$.

Tích phân $\int_{-6}^{1}\left[f(|x+1|)+x+1\right]\mathrm{d}x$ có giá trị bằng?



A. 18. **B.** $\frac{35}{2}$. **C.** $-\frac{35}{2}$. **D.** -18.

Lời giải

Chọn C

$\int_{-6}^{1}\left[f(|x+1|)+x+1\right]\mathrm{d}x=\int_{-6}^{1}f(|x+1|)\mathrm{d}x+\int_{-6}^{1}(x+1)\mathrm{d}x$

Có $\int_{-6}^{1}f(|x+1|)\mathrm{d}x=\int_{-6}^{-1}f(-x-1)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{1}f(x+1)\mathrm{d}x$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Xét $\int\limits_{-6}^{-1} f\left(-x-1\right)\mathrm{d}x$

Đặt $-x-1=t\Rightarrow -\mathrm{d}x=\mathrm{d}t$

x	-6	-1
t	5	0

Có $\int\limits_{-6}^{-1} f\left(-x-1\right)dx=-\int\limits_{5}^{0} f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{5} f\left(t\right)\mathrm{d}t=2-11+3-4+12=2$

Xét $\int\limits_{-1}^{1} f\left(x+1\right)\mathrm{d}x$

Đặt $x+1=t\Rightarrow \mathrm{d}x=\mathrm{d}t$

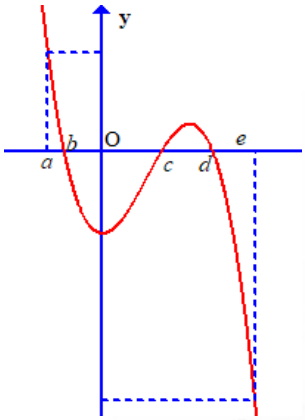
x	-1	1
t	0	2

Có $\int\limits_{-1}^{1} f\left(x+1\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2} f\left(t\right)\mathrm{d}t=2-11=-9$

Xét $\int\limits_{-6}^{1}\left(x+1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{-21}{2}$

Vậy $\int\limits_{-6}^{1}\left[f\left(\left|x+1\right|\right)+x+1\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-6}^{1} f\left(\left|x+1\right|\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{-6}^{1}\left(x+1\right)\mathrm{d}x=2-9-\dfrac{21}{2}=\dfrac{-35}{2}$

Câu 268: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Biết hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là $b, c, d\ \left(a<b<c<d<e\right)$ như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[a;e\right]$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $M+m=f\left(b\right)+f\left(a\right)$.

B. $M+m=f\left(d\right)+f\left(a\right)$.

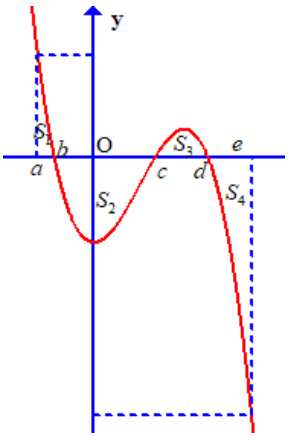
C. $M+m=f\left(d\right)+f\left(c\right)$.

D. $M+m=f\left(b\right)+f\left(e\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[a;e]$ ta có bảng biến thiên của hàm $y=f(x)$ trên đoạn $[a;e]$ như sau

x	a		b		c		d		e
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(a)$	↗	$f(b)$	↘	$f(c)$	↗	$f(d)$	↘	$f(e)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $M=\max\{f(b),\ f(d)\}$, $m=\min\{f(a),\ f(c),f(e)\}$

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$.

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=b,\ x=c$.

Gọi S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=c,\ x=d$.

Gọi S_4 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=d,\ x=e$.

Dựa vào hình vẽ ta có

$$S_2>S_3\Leftrightarrow -\int_b^c f'(x)\mathrm{d}x>\int_c^d f'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow -\left[f(c)-f(b)\right]>f(d)-f(c)\Leftrightarrow f(b)>f(d).$$

Suy ra $M=f(b)$.

$$S_2>S_1\Leftrightarrow -\int_b^c f'(x)\mathrm{d}x>\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(b)-f(c)>f(b)-f(a)\Leftrightarrow f(a)>f(c)$$

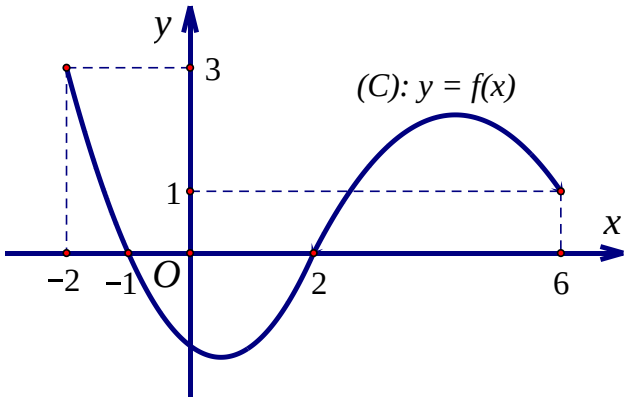
$$S_4>S_3\Leftrightarrow -\int_d^e f'(x)\mathrm{d}x>\int_c^d f'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(d)-f(e)>f(d)-f(c)\Leftrightarrow f(c)>f(e)$$

Suy ra $m=f(e)$.

Vậy $M+m=f(b)+f(e)$.

Câu 269: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $f(-2)<f(2)<f(-1)<f(6)$ **B.** $f(-2)<f(-1)<f(2)<f(6)$

C. $f(2)<f(-2)<f(-1)<f(6)$ **D.** $f(6)<f(2)<f(-2)<f(-1)$

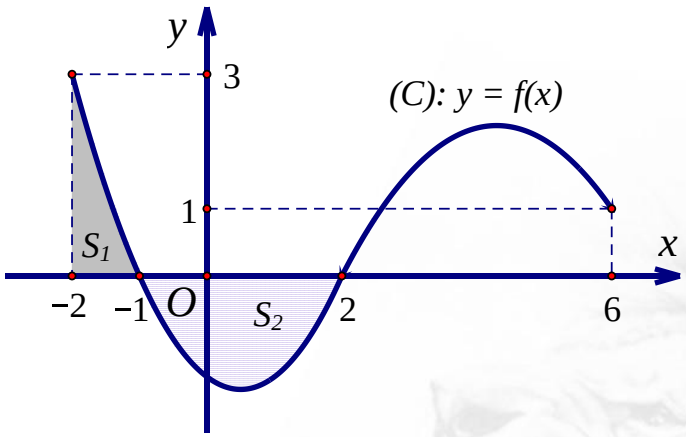
Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như sau

x	-2		-1		2		6
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(2)$	↗	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(-2)<f(-1) \\ f(2)<f(-1) \\ f(2)<f(6) \end{cases}$ nên A, D sai.



Chỉ cần so sánh $f(-2)$ và $f(2)$ nữa là xong.

Gọi $\cos CAB=\dfrac{AC}{AB}\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$, S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm như trên hình vẽ.

Ta có:

$S_1=\int\limits_{-2}^{-1}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{-1}f'(x)dx=f(-1)-f(-2).$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$S_2=\int\limits_{-1}^{2}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-1}^{2}f'(x)\mathrm{d}x=f(-1)-f(2).$

Dựa vào đồ thị ta thấy $S_1<S_2$ nên $f(-1)-f(-2)<f(-1)-f(2)\Leftrightarrow f(-2)>f(2).$

Câu 270: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2-6x+12$ và các tiếp tuyến tại các điểm $A(1;7)$ và $B(-1;19)$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=2x-6$.

Gọi tiếp tuyến tại điểm $A(1;7)$ là d_1

Suy ra d_1: $y=y'(1)(x-1)+7=-4x+11$.

Gọi tiếp tuyến tại điểm $B(-1;19)$ là d_2

Suy ra d_2: $y=y'(-1)(x+1)+19=-8x+11$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm giữa d_1 và parabol là:

$$x^2-6x+12=-4x+11\Leftrightarrow x=1.$$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm giữa d_2 và parabol là:

$$x^2-6x+12=-8x+11\Leftrightarrow x=-1.$$

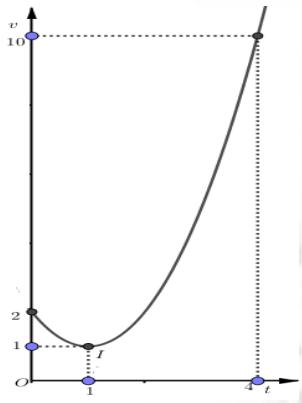
Ta có phương trình hoành độ giao điểm giữa d_2 và d_1 là:

$$-4x+11=-8x+11\Leftrightarrow x=0.$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S=\int\limits_{-1}^{0}\left|x^2-6x+12+8x-11\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\left|x^2-6x+12+4x-11\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}.$$

Câu 271: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.



A. $s=8$ (km). **B.** $s=\frac{40}{3}$ (km). **C.** $s=\frac{46}{3}$ (km). **D.** $s=6$ (km).

Lời giải

Chọn B

Hàm biểu diễn vận tốc có dạng $v(t)=at^2+bt+c$. Dựa vào đồ thị ta có:

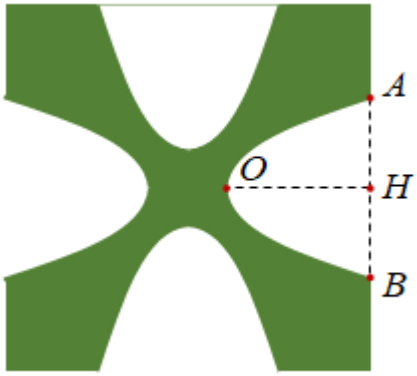
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$\begin{cases} c=2 \\ \dfrac{-b}{2a}=1 \\ a+b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow v(t)=t^2-2t+2.$$

Với $t=4 \Rightarrow v(4)=10$ (thỏa mãn).

Từ đó $s=\int_0^4 (t^2-2t+2)dt=\dfrac{40}{3}(km)$.

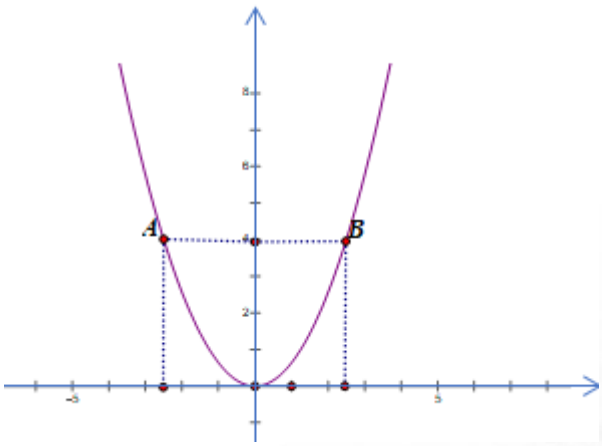
Câu 272: Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB=5$ cm, $OH=4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



A. $\dfrac{160}{3}\text{cm}^2$. **B.** $\dfrac{140}{3}\text{cm}^2$. **C.** $\dfrac{14}{3}\text{cm}^2$. **D.** 50 cm^2.

Lời giải

Chọn B



Chon hệ trục tọa độ sao cho O là gốc tọa độ OH thuộc Oy, Ox vuông góc với OH tại O chiều dương hướng từ A đến B. Khi đó ta có $B\left(\dfrac{5}{2};4\right)$. Giả sử parabol (P) đi qua O, A, B nhận O làm đỉnh có dạng: $y=ax^2+bx+c$

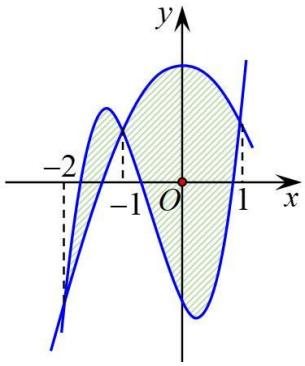
Dễ dàng ta có hệ phương trình $\begin{cases} O\in(P) \\ \dfrac{-b}{2a}=0 \\ B\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ b=0 \\ a=\dfrac{16}{25} \end{cases}$. Do đó $y=\dfrac{16}{25}x^2$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Gọi diện tích hình phẳng giới hạn các đường $y=\frac{16}{25}x^2, y=4, x=\frac{-5}{2}, x=\frac{5}{2}$, là S_1. Khi đó ta có: $S_1=\int\limits_{-2,5}^{2,5}\left(4-\frac{16}{25}x^2\right)\text{dx}=\left(4\text{x}-\frac{16}{75}x^3\right)\Big|_{-2,5}^{2,5}=\frac{40}{3}$

Do đó diện tích hình hoa văn là: $S=10^2-\frac{40}{3}.4=\frac{140}{3}\left(cm^2\right)$.

Câu 273: Cho hai hàm số $f(x)=ax^2+bx^2+cx-2$ và $g(x)=dx^2+ex+2$ $(a, b, c, d,) e\in\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{13}{2}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{37}{6}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là

$ax^3+bx^2+cx-2=dx^2+3x+2\Leftrightarrow a^3+(b-d)x^2+(c-e)x-4=0.\ (*)$

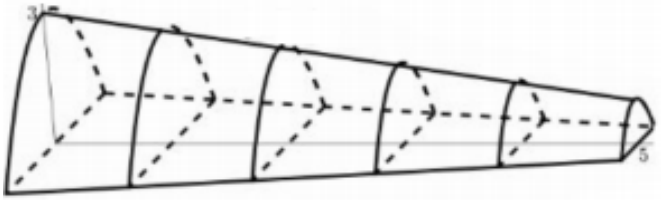
Do đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ba điểm suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm $x=-2; x=-1; x=1$. Ta được

$ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-4=k(x+2)(x+1)(x-1)$.

Khi đó $-4=-2k\Rightarrow k=2$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là $\int\limits_{-2}^{1}\left|2(x+2)(x+1)(x-1)\right|\text{dx}=\frac{37}{6}$.

Câu 274: Cho một mô hình $3-D$ mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.



Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài $5(cm)$; khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao của parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y=3-\frac{2}{5}x(cm)$, với $x(cm)$ là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị) cm^3 không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. 31 **B.** 29 **C.** 27 **D.** 33

Lời giải

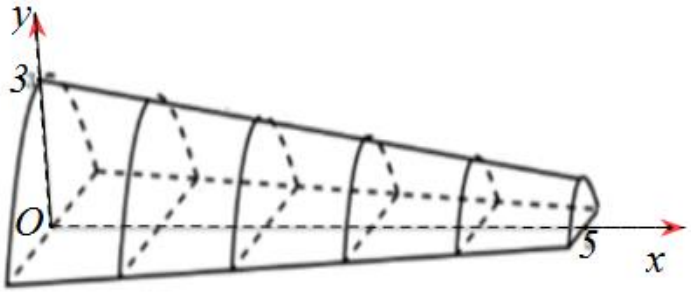
Chọn B

Thiết diện là parabol có chiều cao $h=3-\frac{2}{5}x(cm)$,

Vậy độ dài cạnh đáy là $a=2h=2\left(3-\frac{2}{5}x\right)(cm)$

Khi đó, diện tích thiết diện là $S(x)=\frac{2}{3}ah=\frac{4}{3}\left(3-\frac{2}{5}x\right)^2$.

Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Ta có, thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình là:

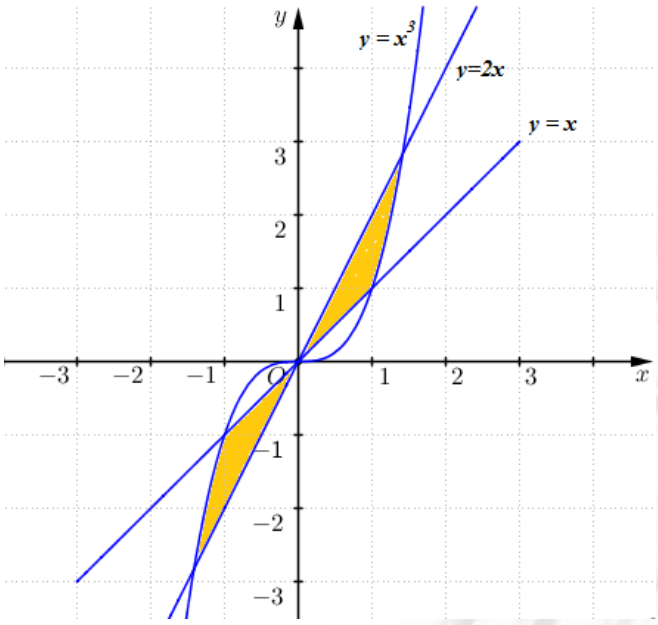
$V=\int_0^5 S(x)\mathrm{d}x=\int_0^5 \frac{4}{3}\left(3-\frac{2}{5}x\right)^2\mathrm{d}x=\frac{260}{9}\approx 29(cm^3)$.

Câu 275: Tính diện tích của những hình phẳng được giới hạn bởi các đường cong $y=x^3$; $y=x$, $y=2x$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3=x\Leftrightarrow x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$x^3=2x\Leftrightarrow x\left(x^2-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

Vì các đồ thị đối xứng qua O, nên ta chỉ xét phần có $x>0$

* Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=2x$ và $y=x^3$ là:

$$S_1=\int_0^{\sqrt{2}}\left(2x-x^3\right)\mathrm{d}x=\left(x^2-\frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^{\sqrt{2}}=1$$

* Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=x$ và $y=x^3$ là:

$$S_2=\int_0^1\left(x-x^3\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^1=\frac{1}{4}$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường là:

$S=2\left(S_1-S_2\right)=\frac{3}{2}$

Câu 276: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x\left(d_1\right), y=-x+4\left(d_2\right)$ và trục hoành quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

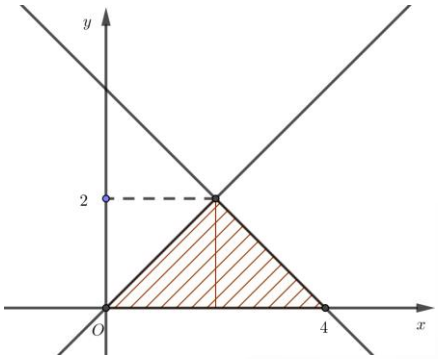
A. 8π. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d_1\cap Ox=O(0;0)$, $d_2\cap Ox=A(4;0)$, $d_1\cap d_2=B(2;2)$.

Hình (H) như hình vẽ:



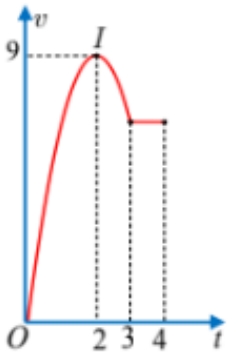
$d_2: y=-x+4\Rightarrow x=4-y$.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là: $V=\pi\int_0^2\left(4-y\right)^2dy-\pi\int_0^2y^2dy=\pi\int_0^2\left(16-8y\right)dy=16\pi$

.

Câu 277: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(\mathrm{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\mathrm{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình bên.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi vật bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường S mà vật đi được trong 4 giờ đó.

A. $S=26,5\text{km}$. **B.** $S=28,5\text{km}$. **C.** $S=24\text{km}$. **D.** $S=27\text{km}$.

Lời giải

Chọn D

Trong khoảng thời gian từ $t_1=0\text{ h}\to t_2=3\text{ h}$ vật chuyển động với vận tốc: $v=at^2+bt+c=f(t)\ (\text{km/h})$. Do đồ thị đi qua điểm $O(0;0)$ và có đỉnh $I(2;9)$, suy ra

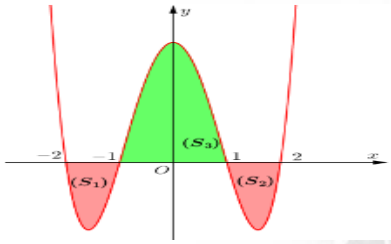
$$\begin{cases} c=0 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \\ f(2)=4a+2b+c=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=-\dfrac{9}{4}\Rightarrow v=f(t)=-\dfrac{9}{4}t^2+9t. \\ b=9 \end{cases}$$

Khi đó tại $t_2=3\text{h}$ thì vận tốc $v=\dfrac{27}{4}(\text{km/h})$.

Vận tốc từ thời điểm $t_2=3\text{ h}\to t_3=4\text{ h}$ là: $v=\dfrac{27}{4}(\text{km/h})$.

Vậy quãng đường vật đi được trong 4 giờ là $s=\int_0^3\left(-\dfrac{9}{4}t^2+9t\right)dt+\int_3^4\dfrac{27}{4}dt=27(\text{km})$.

Câu 278: Cho hàm $y=F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$, biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;\ 2]$ như hình vẽ ở bên dưới và có diện tích $S_1=S_2=\dfrac{22}{15}$, $S_3=\dfrac{76}{15}$. Giá trị của biểu thức $F(2)+F(1)-F(-1)-F(-2)$ bằng



A. $I=\dfrac{18}{5}$. **B.** $I=-\dfrac{32}{15}$. **C.** $I=\dfrac{32}{15}$. **D.** $I=\dfrac{36}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F(2)-F(1)=\int_1^2 f(x)\text{d}x=-S_2=-\dfrac{22}{15}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$F(1)-F(-1)=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=S_3=\frac{76}{15}$.

$F(-1)-F(-2)=\int_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x=-S_1=-\frac{22}{15}$.

Vậy có :

$F(2)-F(1)+2\left[F(1)-F(-1)\right]+F(-1)-F(-2)=-\frac{22}{15}+2.\frac{76}{15}-\frac{22}{15}=\frac{108}{15}$

$\Leftrightarrow F(2)+F(1)-F(-1)-F(-2)=\frac{108}{15}=\frac{36}{5}$.

Câu 279: Một tàu hỏa đang chạy với vận tốc $200\,m/s$ thì người lái tàu đạp phanh, từ đó tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=200-20t\,(m/s)$. Hỏi thời gian tàu đi được quãng đường $750\,m$ (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) ít hơn bao nhiêu giây so với lúc tàu dừng hẳn?

A. $5s$. **B.** $10s$. **C.** $15s$. **D.** $8s$.

Lời giải

Chọn A

Khi tàu dừng hẳn, vận tốc $v=0\Rightarrow 200-20t=0\Leftrightarrow t=10$.

Suy ra, thời gian để tàu dừng hẳn (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) là $t=10s$.

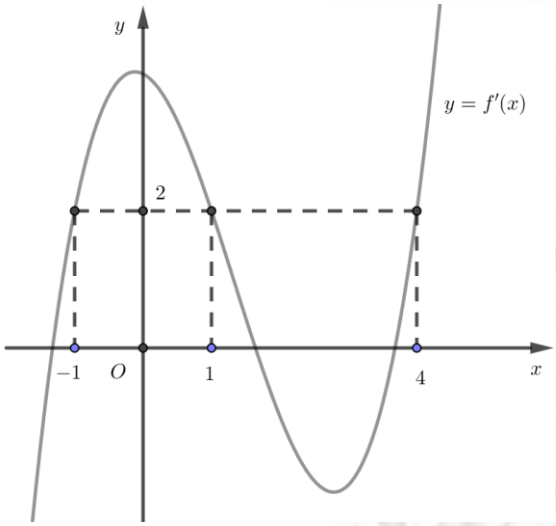
Giả sử thời gian tàu đi được quãng đường $750\,m$ (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) là: $x\,(0<x<10)$.

Ta có: $\int_0^x (200-20t)\mathrm{d}t=750\Leftrightarrow \left(200t-10t^2\right)\Big|_0^x=750$.

$\Leftrightarrow -10x^2+200x-750=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=15\,(\mathrm{l}) \\ x=5\,(n)\end{array}\right.$.

Khi đó thời gian tàu đi được quãng đường $750\,m$ (kể từ lúc bắt đầu đạp phanh) ít hơn giây so với lúc tàu dừng hẳn là $t'=10-5=5\,(s)$.

Câu 280: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x)=f(x)-2x$.

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

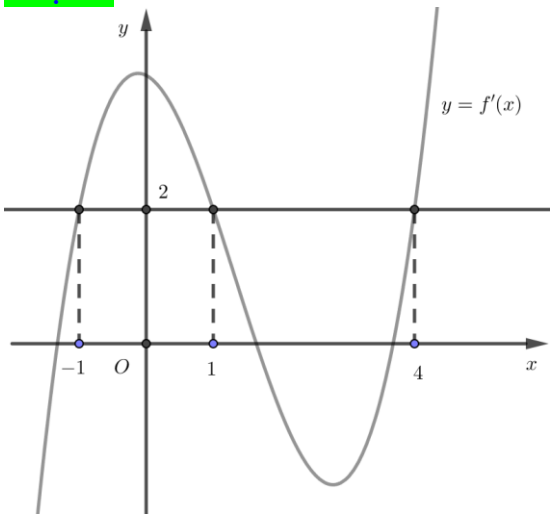
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $g(-1)>g(1)>g(4)$. **B.** $g(1)>g(-1)>g(4)$.

C. $g(4)>g(-1)>g(1)$. **D.** $g(1)>g(4)>g(-1)$.

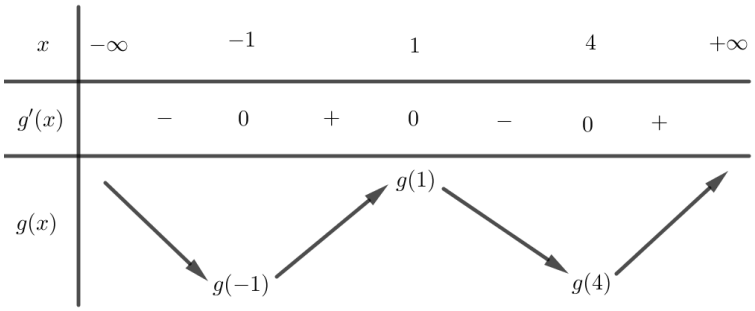
Lời giải

Chọn B



Ta có: $g'(x)=f'(x)-2$; $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:



Từ bảng biến thiên suy ra $g(1)>g(-1), g(1)>g(4)$ (1).

Mặt khác quan sát đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy: $\int\limits_{-1}^{1}\left(f'(x)-2\right).dx<\int\limits_{1}^{4}\left(2-f'(x)\right).dx$

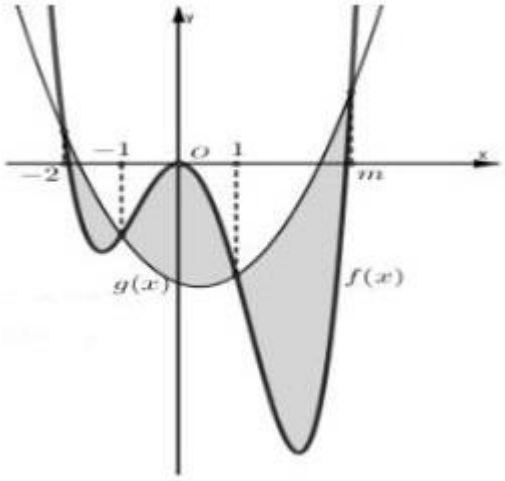
$\Rightarrow \int\limits_{-1}^{1}g'(x).dx<-\int\limits_{1}^{4}g'(x).dx \Rightarrow g(x)\Big|_{-1}^{1}<-g(x)\Big|_{1}^{4} \Rightarrow g(1)-g(-1)<-g(4)+g(1)$

$\Rightarrow g(-1)>g(4)$ (2).

Từ $(1),(2)\Rightarrow g(1)>g(-1)>g(4)$.

Câu 281: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với $a\neq 0$ và $g(x)=px^2+qx-3$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc tọa độ và cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại điểm có hoành độ lần lượt là -2; -1; 1 và m. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)-g(x)$ tại điểm có hoành độ $x=-2$ có hệ số góc bằng $-\frac{15}{2}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ (phần được tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của hình (H) bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $\frac{1553}{240}$. **B.** $\frac{1553}{60}$. **C.** $\frac{1553}{30}$. **D.** $\frac{1553}{120}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x)=f(x)-g(x)=ax^4+bx^3+(c-p)x^2+(d-q)x+(e+3)$.

$h'(x)=4ax^3+3bx^2+2(c-p)x+(d-q)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow h(x)=0\Leftrightarrow ax^4+bx^3+(c-p)x^2+(d-q)x+(e+3)=0.$$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc tọa độ và cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại điểm có hoành độ lần lượt là $-2;-1;1$ và m nên $f(0)=h(-2)=h(-1)=h(1)=h(m)=0$

Khi đó: $\begin{cases} e=0 \\ 16a-8b+4(c-p)-2(d-q)=-3 \\ a-b+(c-p)-(d-q)=-3\ (2) \\ a+b+(c-p)+(d-q)=-3\ (3) \\ am^4+bm^3+(c-p)m^2+(d-q)m+(e+3)=0\ (4) \end{cases}$

Mặt khác, tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)-g(x)$ tại điểm có hoành độ $x=-2$ có hệ số góc bằng $-\frac{15}{2}$ nên $h'(-2)=-32a+12b-4(c-p)+(d-q)=-\frac{15}{2}$ (5)

Từ $(1);(2);(3);(5)$ ta được $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \\ c-p=-\frac{7}{2} \\ d-q=\frac{1}{2} \end{cases}$

Thay vào (4):

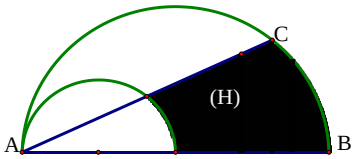
$$\frac{1}{2}m^4-\frac{1}{2}m^3-\frac{7}{2}m^2+\frac{1}{2}m+3=0\Leftrightarrow(m-3)(m-1)(m+1)(m+2)=0\Leftrightarrow m=3\,(\text{do})\ m>1$$

Ngoài ra, ta có $h(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{2}x^3-\frac{7}{2}x^2+\frac{1}{2}x+3$

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$$\to S=\int_{-2}^{3}\left|h(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{-1}\left|h(x)\right|\mathrm{d}x+\int_{-1}^{1}\left|h(x)\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{3}\left|h(x)\right|\mathrm{d}x=\left|-\frac{113}{120}\right|+\left|\frac{58}{15}\right|+\left|-\frac{122}{15}\right|=\frac{1553}{120}.$$

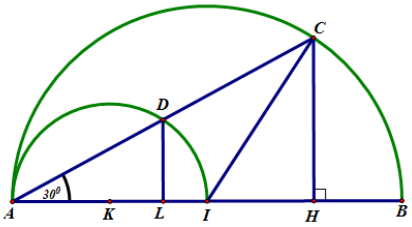
Câu 282: Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 8π và $BAC=30°$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.



A. $\frac{220}{3}\pi$. **B.** $4\pi^2$. **C.** $\frac{98}{3}\pi$. **D.** $\frac{224}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi V_1, V_2, V_3, V_4 lần lượt là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác AHC, ALD và đa giác LID, HBC quanh AB. Gọi R, r lần lượt là bán kính đường tròn lớn và nhỏ.

Ta có: $2.8\pi=\pi R^2\Rightarrow R=4$ và $r=2$.

Vì ΔIHC vuông tại $H, CIH=60°$ có

$$\begin{cases} CH=IC\sin 60^\circ=4.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3} \\ IH=\sqrt{IC^2-CH^2}=\sqrt{16-12}=2 \\ AL=\dfrac{1}{2}AH=3 \end{cases}$$

Khi đó $\begin{cases} V_1=\dfrac{1}{3}AH.\pi CH^2=\dfrac{1}{3}.6.\pi.12=24\pi \\ V_2=\dfrac{1}{3}AL.\pi DL^2=\dfrac{1}{3}.3.\pi.3=3\pi \end{cases}$

Giả sử nửa trên đường tròn lớn tâm $I(0;0), R=4$ nên có phương trình: $y=\sqrt{16-x^2}$.

Khi đó $V_4=\pi\int_2^4\left(\sqrt{16-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\left(16x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_2^4=\frac{40}{3}\pi$.

Giả sử nửa trên đường tròn nhỏ tâm $K(0;0), R=2$ nên có phương trình: $y=\sqrt{4-x^2}$.

Khi đó $V_3=\pi\int_1^2\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2=\frac{5}{3}\pi$.

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$$V=\left(V_1+V_4\right)-\left(V_2+V_3\right)=\left(24\pi+\frac{40}{3}\pi\right)-\left(3\pi+\frac{5}{3}\pi\right)=\frac{98}{3}\pi.$$

Câu 283: Tìm số thực a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+2ax+3a^2}{1+a^6}$ và $y=\frac{a^2-ax}{1+a^6}$ có diện tích lớn nhất.

A. 2. **B.** $\sqrt[3]{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$\frac{x^2+2ax+3a^2}{1+a^6}=\frac{a^2-ax}{1+a^6}\Leftrightarrow x^2+3ax+2a^2=0\Leftrightarrow\left(x+a\right)\left(x+2a\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-a\\x=-2a\end{array}\right.$$

+ Nếu $a=0$ thì diện tích hình phẳng $S=0$.

+ Nếu $a>0$ thì $S=\int\limits_{-2a}^{-a}\left|\frac{x^2+3ax+2a^2}{1+a^6}\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-2a}^{-a}\frac{x^2+3ax+2a^2}{1+a^6}\mathrm{d}x=\frac{1}{6}.\frac{a^3}{1+a^6}$.

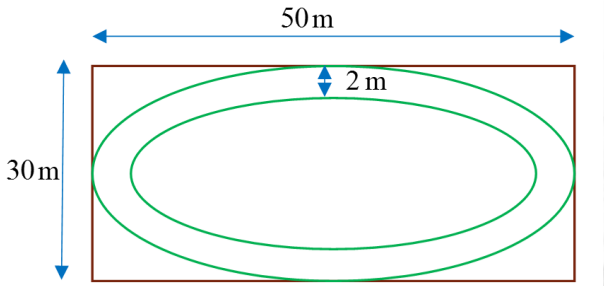
+ Nếu $a<0$ thì $S=\int\limits_{-a}^{-2a}\left|\frac{x^2+3ax+2a^2}{1+a^6}\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-a}^{-2a}\frac{x^2+3ax+2a^2}{1+a^6}\mathrm{d}x=-\frac{1}{6}.\frac{a^3}{1+a^6}$.

Do đó, với $a\neq0$ thì $S=\frac{1}{6}.\frac{|a|^3}{1+|a|^6}\le\frac{1}{6}.\frac{|a|^3}{2|a|^3}=\frac{1}{12}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|a|^3=1\Leftrightarrow a=\pm1$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai hàm đã cho có diện tích lớn nhất khi $a=1$.

Câu 284: Một sân chơi dành cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 50 m và chiều rộng là 30 m, người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là 2 m. Kinh phí mỗi m² làm đường là 600000 đồng. Tính số tiền làm con đường đó (làm tròn đến hàng nghìn).



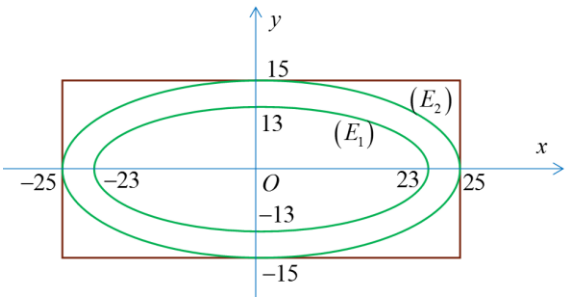
A. 143.257.000 đồng **B.** 234.765.000 đồng **C.** 119.380.000 đồng **D.** 243.123.000 đồng

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Gọi (E_1) là elip lớn, (E_2) là elip nhỏ, ta có:

$(E_1): \frac{x^2}{25^2}+\frac{y^2}{15^2}=1 \Rightarrow y=\frac{3}{5}\sqrt{25^2-x^2} \Rightarrow$ diện tích của elip lớn là $S_1=2.\frac{3}{5}\int_{-25}^{25}\sqrt{25^2-x^2}dx$.

$(E_2): \frac{x^2}{23^2}+\frac{y^2}{13^2}=1 \Rightarrow y=\frac{13}{23}\sqrt{23^2-x^2} \Rightarrow$ diện tích của elip nhỏ là

$S_2=2.\frac{13}{23}\int_{-25}^{25}\sqrt{23^2-x^2}dx$.

Diện tích của con đường là $S=S_1-S_2$.

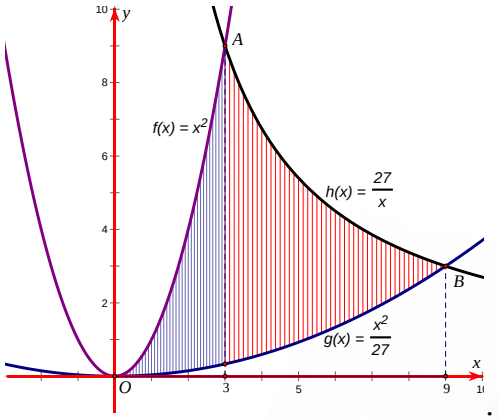
Do đó số tiền đầu tư là $S.600000\approx 143257000$ đồng

Câu 285: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2$, $y=\frac{x^2}{27}$, $y=\frac{27}{x}$.

A. $S=27\ln 3-\frac{26}{3}$. **B.** $S=27\ln 3$. **C.** $S=234$. **D.** $S=\frac{26}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Tìm giao điểm giữa các đồ thị:

$O(0;0):\begin{cases}y=f(x)=x^2\\ y=g(x)=\frac{x^2}{27}\end{cases}$; $B(9;0):\begin{cases}y=g(x)=\frac{x^2}{27}\\ y=h(x)=\frac{27}{x}\end{cases}$, $A(3;0):\begin{cases}y=h(x)=\frac{27}{x}\\ y=f(x)=x^2\end{cases}$.

Vậy diện tích $S=\int_0^3\left(x^2-\frac{x^2}{27}\right)dx+\int_3^9\left(\frac{27}{x}-\frac{x^2}{27}\right)dx=\frac{26}{3}+\left(27\ln 3-\frac{26}{3}\right)=27\ln 3$.

Câu 286: Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0, x=\frac{\pi}{6}$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc Ox tại điểm có hoành độ x là một đường tròn có bán kính bằng $R(x)=\frac{1}{\sqrt{1+\sin x}}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

A. $\dfrac{\sqrt{3}+3}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{-\sqrt{3}+3}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}+3}{3}$. **D.** $\dfrac{-\sqrt{3}+3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích thiết diện: $S(x)=\pi R^2=\dfrac{\pi}{1+\sin x}$

$$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\mathrm{d}x}{1+\sin x}=\pi\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\mathrm{d}x}{\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)^2}=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}}{\left(1+\tan\frac{x}{2}\right)^2}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\left(1+\tan^2\frac{x}{2}\right)}{\left(1+\tan\frac{x}{2}\right)^2}\mathrm{d}x.$$

Đặt $t=1+\tan\dfrac{x}{2}\Rightarrow 2\mathrm{d}t=\left(1+\tan^2\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1;\ x=\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow t=3-\sqrt{3}$.

$$V=\pi\int_1^{3-\sqrt{3}}\frac{2\mathrm{d}t}{t^2}=-\frac{2\pi}{t}\Big|_1^{3-\sqrt{3}}=\frac{-\sqrt{3}+3}{3}\pi.$$

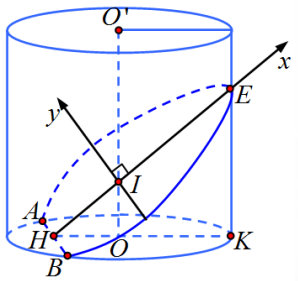
Câu 287: Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$, $OO'=4R$. Trên đường tròn $(O;R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB=R\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc $60°$, (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. **B.** $\left(\dfrac{4\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **C.** $\left(\dfrac{4\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **D.** $\left(\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I, H, K, E là các điểm như hình vẽ.



* Ta có: $IHO=60°$

$$OH^2=OB^2-BH^2=R^2-\frac{3R^2}{4}=\frac{R^2}{4}\Rightarrow OH=\frac{R}{2}\Rightarrow OI=OH.\tan 60°=\frac{R\sqrt{3}}{2},$$

$IH=\dfrac{OH}{\cos 60°}=R$, $\Delta IOH\sim\Delta EKH$ nên ta có: $\dfrac{IE}{IH}=\dfrac{OK}{OH}=2\Rightarrow IE=2R$.

* Chọn hệ trục tọa độ Ixy như hình vẽ ta có elip (E) có nửa độ dài trục lớn là

$a=IE=2R$ và (E) đi qua $A\left(-R;\dfrac{R\sqrt{3}}{2}\right)$ nên (E) có phương trình là $(E):\dfrac{x^2}{4R^2}+\dfrac{y^2}{R^2}=1$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

* Diện tích của thiết diện là $S=2\int\limits_{-R}^{2R}R\sqrt{1-\frac{x^2}{4R^2}}\mathrm{d}x=2R\int\limits_{-R}^{2R}\sqrt{1-\frac{x^2}{4R^2}}\mathrm{d}x$

* Xét tích phân: $I=\int\limits_{-R}^{2R}\sqrt{1-\frac{x^2}{4R^2}}\mathrm{d}x$, đặt $x=2R.\sin t;\ t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ ta được

$$I=\frac{R}{2}\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\cos 2t\right)\mathrm{d}t=\frac{R}{2}\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{8}\right)R\Rightarrow S=\left(\frac{4\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2.$$

Câu 288: Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0,x=\frac{\pi}{3}$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc Ox tại điểm có hoành độ x có diện tích là $S(x)=\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}$.

A. $\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x\mathrm{d}x}{\sin x+\cos x}$$

Xét thêm tích phân liên kết là $T=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\cos x\mathrm{d}x}{\sin x+\cos x}$.

Ta có $V+T=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{(\sin x+\cos x)\mathrm{d}x}{\sin x+\cos x}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}x=x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\pi}{3}\ (1)$

Xét tích phân $V-T=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{(\sin x-\cos x)\mathrm{d}x}{\sin x+\cos x}$.

Đặt: $t=\sin x+\cos x\to\mathrm{d}t=(\cos x-\sin x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow(\sin x-\cos x)\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.

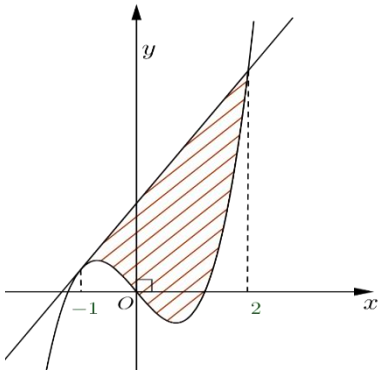
Đổi cận $\begin{cases}x=0\to t=1\\ x=\frac{\pi}{3}\to t=\frac{\sqrt{3}+1}{2}\cdot\end{cases}$

Suy ra $V-T=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{(\sin x-\cos x)\mathrm{d}x}{\sin x+\cos x}=\int\limits_1^{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}\frac{-\mathrm{d}t}{t}=-\ln|t|\Big|_1^{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}=-\ln\frac{\sqrt{3}+1}{2}\ (2)$.

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}V+T=\frac{\pi}{3}\\ V-T=-\ln\frac{\sqrt{3}+1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}V=\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{3}+1}{2}\\ T=\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{3}+1}{2}\end{cases}$.

Câu 289: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại điểm B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo) bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** $\frac{13}{2}$.. **D.** $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua gốc tọa độ O nên ta có $c=0$

Ta có: $f'(x)=3x^2+2ax+b$, $f'(-1)=-2a+b+3$, $f(-1)=a-b-1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1:

$$y=(-2a+b+3)(x+1)+a-b-1\Leftrightarrow y=(-2a+b+3)x-a+2$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) và tiếp tuyến:

$$x^3+ax^2+bx=(-2a+b+3)x-a+2\ (1)$$

Vì tiếp tuyến cắt đồ thị hàm số tại điểm $x=2$ nên ta có:

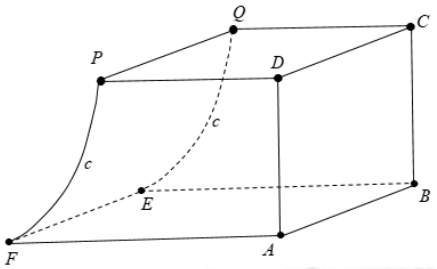
$$8+4a+2b=-4a+2b+6-a+2\Rightarrow a=0$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $x=-1$; $y=(b+3)x+2$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) tại điểm $x=-1$ và (C):

$$S=\int_{-1}^{2}\left[(b+3)x+2-x^3-bx\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}(-x^3+3x+2)\mathrm{d}x=\frac{27}{4}$$

Câu 290: Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên. Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5cm$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE=3,5cm$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF. Thể tích của chi tiết máy bằng

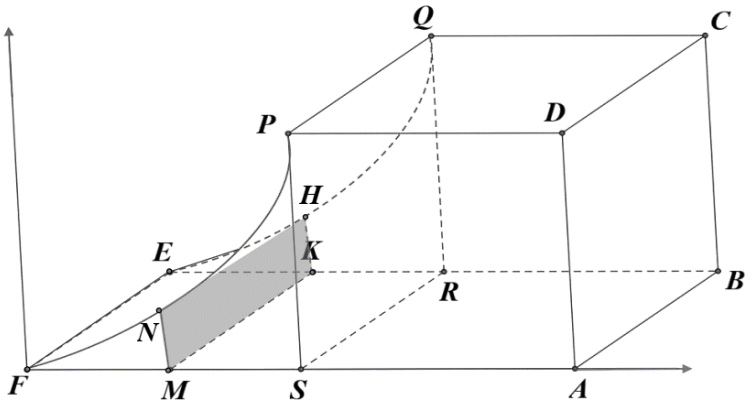


A. $\frac{395}{24}cm^3$. **B.** $\frac{125}{8}cm^3$. **C.** $\frac{50}{3}cm^3$. **D.** $\frac{425}{24}cm^3$.

Lời giải

Chọn D

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Gọi hình chiếu của P,Q trên AF và BE là R và S. Vật thể được chia thành hình lập phương $ABCD.PQRS$ có cạnh $2,5cm$, thể tích $V_1=\frac{125}{8}cm^3$ và phần còn lại có thể tích V_2. Khi đó thể tích vật thể $V=V_1+V_2=\frac{125}{8}+V_2$.

Đặt hệ trục $Oxyz$ sao cho O trùng với F, Ox trùng với FA, Oy trùng với tia Fy song song với AD.

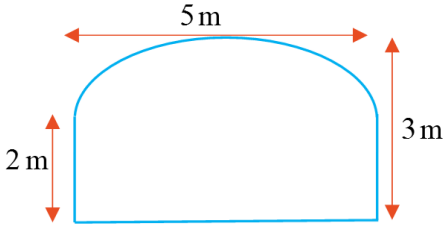
Khi đó Parabol (P) có phương trình dạng $y=ax^2$, đi qua điểm $P\left(1;\frac{5}{2}\right)$ do đó $a=\frac{5}{2}\Rightarrow y=\frac{5}{2}x^2$.

Cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với Ox và đi qua điểm $M(x;0;0),0\le x\le 1$ ta được thiết diện là hình chữ nhật $MNHK$ có cạnh là $MN=\frac{5}{2}x^2$ và $MK=\frac{5}{2}$ do đó diện tích $S(x)=\frac{25}{4}x^2$

Áp dụng công thức thể tích vật thể ta có $V_2=\int_0^1\frac{25}{4}x^2dx=\frac{25}{12}$

Từ đó $V=\frac{125}{8}+\frac{25}{12}=\frac{425}{24}cm^3$

Câu 291: Ông Hưng muốn làm một cánh cổng bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ dưới đây, biết đường cong phía trên là một parabol. Giá 1m^2 là 300.000 đồng.



Hỏi ông Hưng phải trả bao nhiêu tiền để làm cánh cổng sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn)?

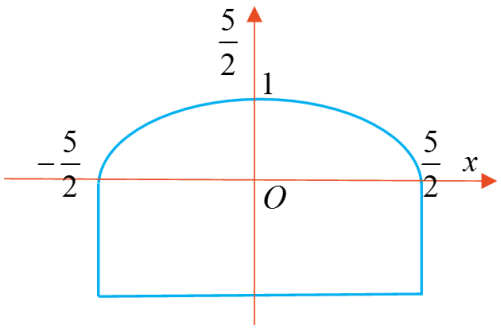
A. 4.000.000 đồng **B.** 1.600.000 đồng **C.** 5.800.000 đồng **D.** 3.900.000 đồng

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Diện tích cánh cổng = diện tích hình chữ nhật + diện tích phần parabol $y=-\frac{4}{25}x^2+1$

Diện tích hình chữ nhật là $S_1=2.5=10\ \text{m}^2$.

Diện tích parabol: $S_2=\int\limits_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}}\left(-\frac{4}{25}x^2+1\right)dx=\frac{10}{3}\text{m}^2$.

Vậy diện tích cánh cổng là $S=S_1+S_2=\frac{40}{3}\text{m}^2$.

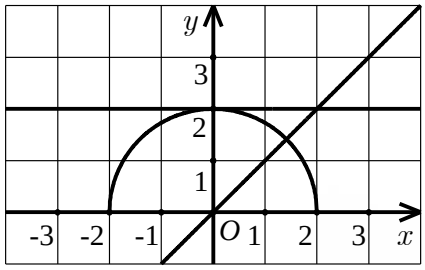
Số tiền phải trả là $\frac{40}{3}.300000=4000000$ đồng.

Câu 292: Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x^2}$, $y=2$, $y=x$ có diện tích là $S=a+b.\pi$. Chọn kết quả đúng:

A. $a+2b=3$. **B.** $a^2+4b^2\geq 5$. **C.** $a>1,\ b>1$. **D.** $a+b<1$.

Lời giải

Chọn B



Các phương trình hoành độ giao điểm:

* $\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\x=\sqrt{2}.\end{cases}$

* $\sqrt{4-x^2}=2\Leftrightarrow x=0$.

* $x=2$.

Diện tích cần tính là: $S=\int\limits_0^{\sqrt{2}}\left(2-\sqrt{4-x^2}\right)\text{d}x+\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\left(2-x\right)\text{d}x$

$=\int\limits_0^{\sqrt{2}}2\text{d}x+\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\left(2-x\right)\text{d}x-\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\text{d}x$

$=\left(2x\right)\Big|_0^{\sqrt{2}}+\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{\sqrt{2}}^{2}-\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\text{d}x=2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}-\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\text{d}x=3-\int\limits_0^{\sqrt{2}}\sqrt{4-x^2}\text{d}x$.

Đặt $x=2\sin t\Rightarrow \text{d}x=2\cos t\text{d}t$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=\sqrt{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

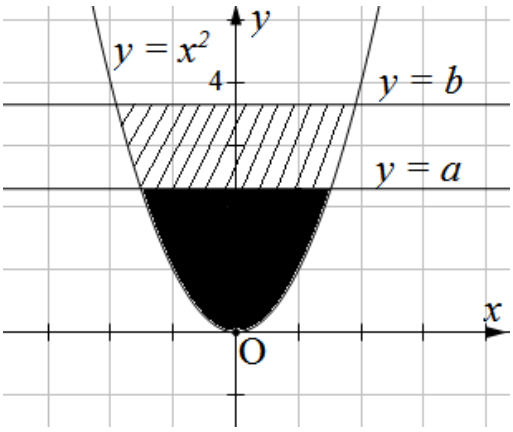
Ta có $\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4-x^2}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 4\cos^2 t\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2(1+\cos 2t)\,dx$

$= 2\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}+1.$

Vậy $S = 3-\frac{\pi}{2}-1 = 2-\frac{1}{2}.\pi$.

Theo kí hiệu của bài toán ta suy ra $a=2$, $b=-\frac{1}{2}$. Do đó mệnh đề đúng là $a^2+4b^2 \ge 5$

Câu 293: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y=x^2$ và hai đường thẳng $y=a$, $y=b$ $(0<a<b)$ (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y=a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y=b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1 = 2S_2$?



A. $b=\sqrt[3]{6}a$. **B.** $b=\sqrt[3]{2}a$. **C.** $b=\sqrt[3]{4}a$. **D.** $b=\sqrt[3]{3}a$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y=x^2$ với đường thẳng $y=b$ là $x^2=b \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{b}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y=x^2$ với đường thẳng $y=a$ là $x^2=a \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{a}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $y=b$ là

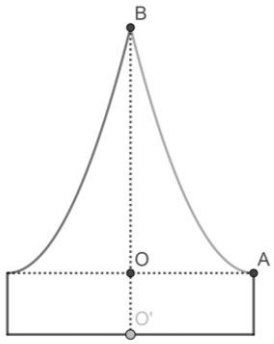
$$S = 2\int_0^{\sqrt{b}} \left(b-x^2\right)dx = 2\left(bx-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{\sqrt{b}} = 2\left(b\sqrt{b}-\frac{b\sqrt{b}}{3}\right) = \frac{4b\sqrt{b}}{3}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $y=a$ (phần tô màu đen) là $S_1 = 2\int_0^{\sqrt{a}} \left(a-x^2\right)dx = 2\left(ax-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{\sqrt{a}} = 2\left(a\sqrt{a}-\frac{a\sqrt{a}}{3}\right) = \frac{4a\sqrt{a}}{3}.$

Do đó $S=2S_1 \Leftrightarrow \frac{4b\sqrt{b}}{3} = 2.\frac{4a\sqrt{a}}{3} \Leftrightarrow \left(\sqrt{b}\right)^3 = 2\left(\sqrt{a}\right)^3 \Leftrightarrow \sqrt{b} = \sqrt[3]{2}\sqrt{a} \Leftrightarrow b = \sqrt[3]{4}a$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 294: Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO'=5$ cm, $OA=10$ cm, $OB=20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của chiếc mũ bằng



A. $\frac{2500\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$ **B.** $\frac{2750\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$ **C.** $\frac{2250\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$ **D.** $\frac{2050\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$

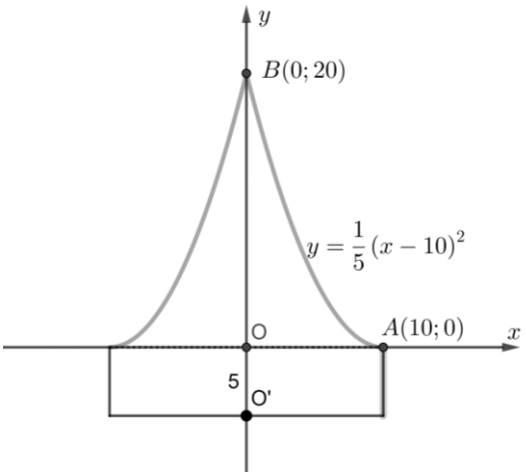
Lời giải

Chọn A

Ta gọi thể tích của chiếc mũ là V.

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $OA=10$ cm và đường cao $OO'=5$ cm là V_1

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Oy là V_2.



Ta có $V=V_1+V_2$

$V_1=5.10^2\pi=500\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Do parabol có đỉnh A nên nó có phương trình dạng $(P):y=a(x-10)^2$.

Vì (P) qua điểm $B(0;20)$ nên $a=\frac{1}{5}$.

Do đó, $(P):y=\frac{1}{5}(x-10)^2$. Từ đó suy ra $x=10-\sqrt{5y}$ (do) $x<10$.

Suy ra $V_2=\pi\int_0^{20}\left(10-\sqrt{5y}\right)^2\text{dy}=\pi\left(3000-\frac{8000}{3}\right)=\frac{1000}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Do đó $V=V_1+V_2=\frac{1000}{3}\pi+500\pi=\frac{2500}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 295: Cho parabol $(P):y=x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB=2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất S_{max} của S.

A. $S_{max}=\frac{2018^3}{3}$. **B.** $S_{max}=\frac{2018^3}{6}$. **C.** $S_{max}=\frac{2018^3+1}{6}$. **D.** $S_{max}=\frac{2018^3-1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $A(a;a^2)$; $B(b;b^2)(b>a)$ sao cho $AB=2018$.

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

Phương trình đường thẳng d là: $y=(a+b)x-ab$. Khi đó

$S=\int_a^b\left|(a+b)x-ab-x^2\right|\mathrm{d}x=\int_a^b\left(\left(a+b\right)x-ab-x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{6}\left(b-a\right)^3$.

Vì $AB=2018\Leftrightarrow\left(b-a\right)^2+\left(b^2-a^2\right)^2=2018^2\Leftrightarrow\left(b-a\right)^2\left(1+\left(b+a\right)^2\right)=2018^2$.

$\Rightarrow\left(b-a\right)^2\le 2018^2\Rightarrow\left|b-a\right|=b-a\le 2018\Rightarrow S\le\frac{2018^3}{6}$.

Vậy $S_{\max}=\frac{2018^3}{6}$ khi $a=-1009$ và $b=1009$.

Câu 296: Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t)=7t\ (\mathrm{m/s})$. Đi được $5\ (\mathrm{s})$ người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-35\ (\mathrm{m/s^2})$. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?

A. 102.5 mét. **B.** 87.5 mét. **C.** 105 mét. **D.** 96.5 mét.

Lời giải

Chọn C

Quãng đường ô tô đi được trong $5\ (\mathrm{s})$ đầu là $s_1=\int_0^5 7t\mathrm{d}t=7\frac{t^2}{2}\Big|_0^5=87{,}5$ (mét).

Phương trình vận tốc của ô tô khi người lái xe phát hiện chướng ngại vật là $v_{(2)}(t)=35-35t$ (m/s).

Khi xe dừng lại hẳn thì $v_{(2)}(t)=0\Leftrightarrow 35-35t=0\Leftrightarrow t=1$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi phanh gấp đến khi dừng lại hẳn là

$s_2=\int_0^1\left(35-35t\right)\mathrm{d}t=\left(35t-35\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^1=17.5$ (mét).

Vậy quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là $s=s_1+s_2=87.5+17.5=105$ (mét).

Câu 297: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\frac{4}{x}(C)$, $y=x(d_1)$, $y=4(d_2)$ quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

A. $\frac{44\pi}{3}$. **B.** $\frac{47\pi}{3}$. **C.** 15π. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

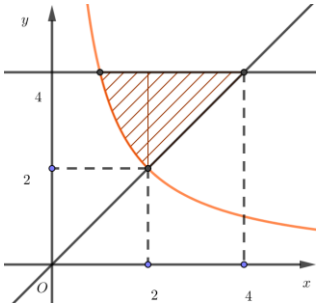
Lời giải

Chọn A

Ta có: $(C)\cap d_1=\{A(2;2);B(-2;-2)\}$, $(C)\cap d_2=D(1;4)$, $d_1\cap d_2=E(4;4)$.

Hình phẳng (H) như hình vẽ:

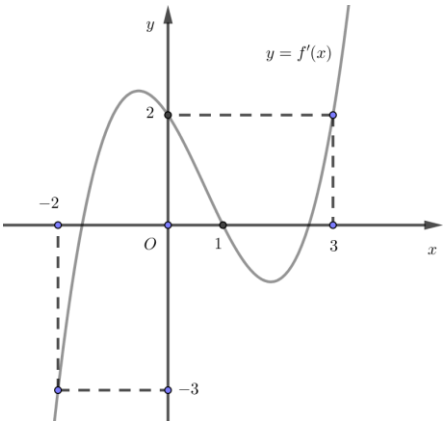
Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



$y=\frac{4}{x}\Rightarrow x=\frac{4}{y}$.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là: $V=\pi\int_2^4 y^2dy-\pi\int_2^4\left(\frac{4}{y}\right)^2dy=\frac{44\pi}{3}$.

Câu 298: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x)=2f(x)-x^2+2x$.

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $g(1)<g(-2)<g(3)$.

B. $g(-2)<g(1)<g(3)$.

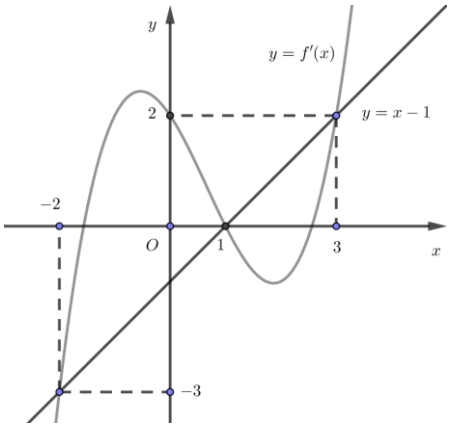
C. $g(3)<g(-2)<g(1)$.

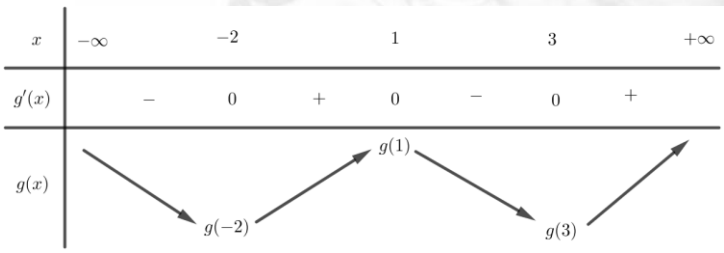
D. $g(-2)<g(3)<g(1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x)=2f'(x)-2x+2$, $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x=3\end{array}\right.$.





Từ bảng biến thiên suy ra $g(1)>g(-2), g(1)>g(3)$ (1).

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

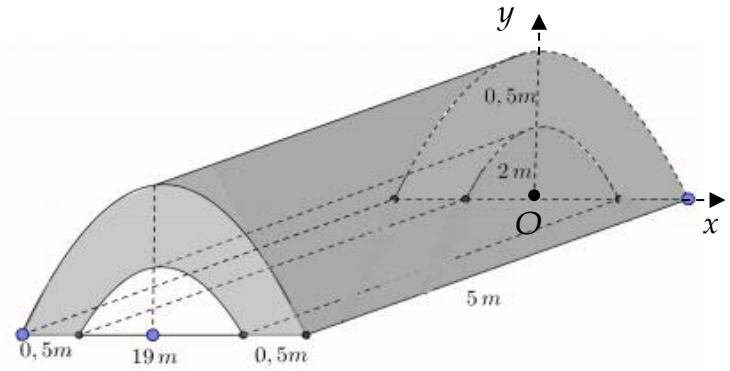
Mặt khác qua sát đồ thị ta thấy $\int_{-2}^{1}\left[f'(x)-(x-1)\right].dx>\int_{1}^{3}\left[x-1-f'(x)\right].dx$

$\Rightarrow \int_{-2}^{1} g'(x).dx>-\int_{1}^{2} g'(x).dx \Rightarrow g(x)\Big|_{-2}^{1}>-g(x)\Big|_{1}^{3} \Rightarrow g(1)-g(-2)>-g(3)+g(1)$

$\Rightarrow g(-2)<g(3)\,(2).$

Từ $(1),(2)\Rightarrow g(-2)<g(3)<g(1).$

Câu 299: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).

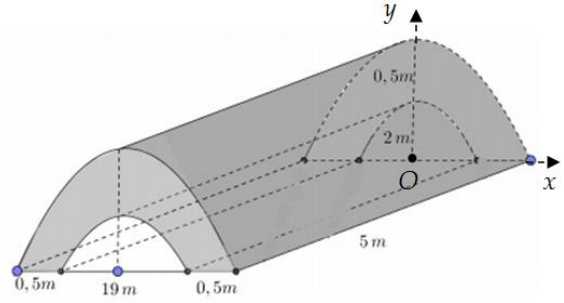


A. $40\,\text{m}^3$. **B.** $21\,\text{m}^3$. **C.** $19\,\text{m}^3$. **D.** $18\,\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y=a_1x^2+b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2};0\right), B(0;2)$

Nên ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases}0=a.\left(\frac{19}{2}\right)^2+2\\2=b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=-\frac{8}{361}\\b_1=2\end{cases}\Rightarrow(P_1): y=-\frac{8}{361}x^2+2.$

Gọi $(P_2): y=a_2x^2+b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10;0), D\left(0;\frac{5}{2}\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases}0=a_2.(10)^2+\frac{5}{2}\\\frac{5}{2}=b_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_2=-\frac{1}{40}\\b_2=\frac{5}{2}\end{cases}\Rightarrow(P_2): y=-\frac{1}{40}x^2+\frac{5}{2}.$

Ta có thể tích của bê tông là: $V=5.2\left[\int_0^{10}\left(-\frac{1}{40}x^2+\frac{5}{2}\right)dx-\int_0^{\frac{19}{2}}\left(-\frac{8}{361}x^2+2\right)dx\right]=40\,\text{m}^3.$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 300: Gọi V là thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\sqrt{a}$ và $y=\sqrt{a(2-a)x}$, $0<a<2$, khi quay quanh trục Ox. Giá trị của a để V đạt giá trị lớn nhất là

A. $a=\frac{3}{2}$. **B.** $a=\frac{1}{2}$. **C.** $a=1$. **D.** $a=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình : $\sqrt{a(2-a)x}=x\sqrt{a}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2-a\end{array}\right.$

$V=\pi\int\limits_0^{2-a}\left|ax^2-a(2-a)x\right|\mathrm{d}x=-\pi\int\limits_0^{2-a}\left(ax^2-a(2-a)x\right)\mathrm{d}x$.

$V=-\pi\left(\frac{a}{3}x^3-a(2-a)\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^{2-a}=\frac{\pi}{6}a(2-a)^3$, $0<a<2$.

Xét hàm số $f(a)=a(2-a)^3$, $0<a<2$.

$f'(a)=(2-a)^2(2-4a)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2(l)\\a=\frac{1}{2}\end{array}\right.$

x	0		$\frac{1}{2}$		2
$f'(a)$		$+$	0	$-$	
$f(a)$		↗		↘	

Hàm số có 1 cực trị duy nhất tại $a=\frac{1}{2}$ và là điểm cực đại. Do đó giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $a=\frac{1}{2}$.

Vậy khi $a=\frac{1}{2}$ thì V đạt giá trị lớn nhất.

Câu 301: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x^2+1$. Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) tại điểm A có hoành độ $x_A=a$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) và (C) bằng $\frac{27}{4}$, các giá trị của a thỏa mãn đẳng thức nào?

A. $2a^2-a-1=0$. **B.** $a^2-a-2=0$. **C.** $a^2-2a=0$. **D.** $a^2+2a-3=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình d: $y=(3a^2-6a)(x-a)+a^3-3a^2+1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) với (d):

$x^3-3x^2+1=(3a^2-6a)(x-a)+a^3-3a^2+1\Leftrightarrow(x-a)^2(x+2a-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=3-2a\end{array}\right.$.

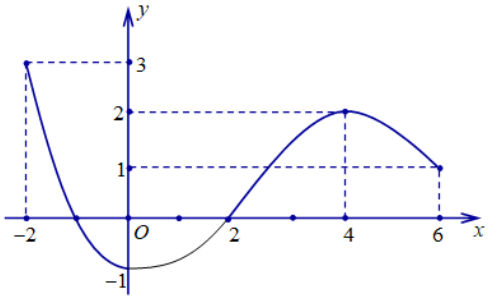
Diện tích hình phẳng cần tính là:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$$S=\left|\int_{a}^{3-2a}\left(x^3-3x^2-\left(3a^2-6a\right)x+2a^3-3a^2\right)\mathrm{d}x\right|=\frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{-27}{4}a^4+27a^3-\dfrac{81}{2}a^2+27a=0\\ \dfrac{-27}{4}a^4+27a^3-\dfrac{81}{2}a^2+27a-\dfrac{27}{2}=0\left(vn\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\\ a=0\end{array}\right..$$

Câu 302: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-2;6\right]$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



A. $\max\limits_{\left[-2;6\right]}y=f\left(-2\right)$. **B.** $\max\limits_{\left[-2;6\right]}y=f\left(-1\right)$. **C.** $\max\limits_{\left[-2;6\right]}y=f\left(2\right)$. **D.** $\max\limits_{\left[-2;6\right]}y=f\left(6\right)$.

Lời giải

Chọn D

x	-2		-1		2		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(2)$	↗	$f(6)$

Từ bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{\left[-2;6\right]}y=\max\left\{f\left(-1\right);f\left(6\right)\right\}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$ và $x=2$ là

$$S_1=-\int_{-1}^{2}f'\left(x\right)\mathrm{d}x=-f\left(x\right)\Big|_{-1}^{2}=f\left(-1\right)-f\left(2\right).$$

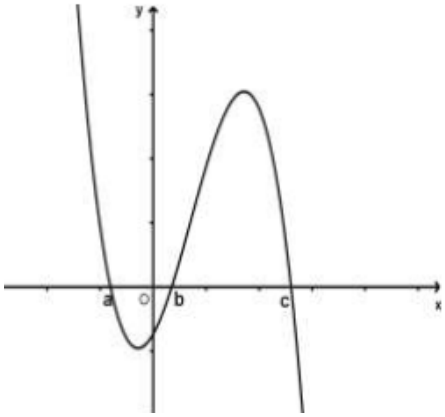
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=2$ và $x=6$ là

$$S_2=\int_{2}^{6}f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)\Big|_{2}^{6}=f\left(6\right)-f\left(2\right).$$

Từ hình vẽ suy ra $S_2>S_1\Rightarrow f\left(6\right)-f\left(2\right)>f\left(-1\right)-f\left(2\right)\Leftrightarrow f\left(6\right)>f\left(-1\right)$.

Câu 303: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $y=f'\left(x\right)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281



A. $f(c)>f(a)>f(b)$ **B.** $f(c)>f(b)>f(a)$

C. $f(b)>f(a)>f(c)$ **D.** $f(a)>f(b)>f(c)$

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$f(a)$	↘	$f(b)$	↗	$f(c)$	↘	

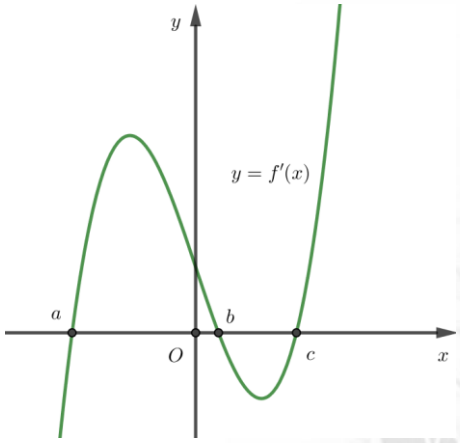
Từ đó suy ra $f(a)>f(b)$, $f(c)>f(b)$. **(1)**

Mặt khác, từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta cũng có:

$$\int_b^c f'(x)\mathrm{d}x>-\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(c)-f(b)>-f(b)+f(a) \Leftrightarrow f(c)>f(a). \textbf{ (2)}$$

Từ **(1)** và **(2)** suy ra $f(c)>f(a)>f(b)$.

Câu 304: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên:



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

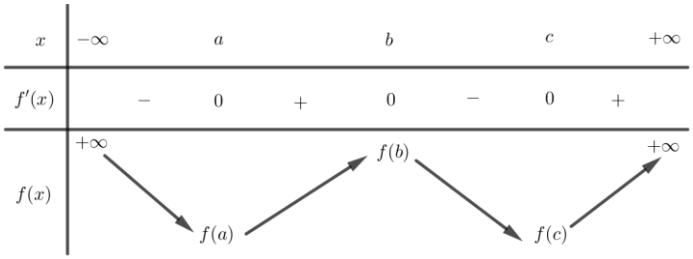
A. $f(c)>f(b)>f(a)$. **B.** $f(b)>f(a)>f(c)$.

C. $f(b)>f(c)>f(a)$. **D.** $f(a)>f(b)>f(c)$.

Lời giải

Chọn C

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Từ bảng biến thiên ta suy ra $f(b)>f(a), f(b)>f(c)\ (1)$.

Mặt khác quan sát đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ với trục hoành từ a đến b lớn hơn phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ với trục hoành từ b đến c

$$\Rightarrow \int_a^b f'(x).dx > -\int_b^c f'(x).dx \Rightarrow f(x)\Big|_a^b > -f(x)\Big|_b^c \Rightarrow f(b)-f(a)>-f(c)+f(b)$$

$\Rightarrow f(a)<f(c)\ (2)$.

Từ (1) và $(2) \Rightarrow f(b)>f(c)>f(a)$.

Câu 305: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{1}{2}(x^2-4x+3)$ và hai tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(3;-2)$ là

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\frac{1}{2}(2x-4)=x-2$.

Gọi $(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Khi đó, $y_0=\frac{1}{2}(x_0^2-4x_0+3)$ và $y'(x_0)=x_0-2$.

Phương trình của tiếp tuyến của (C) tại điểm có tọa độ $(x_0;y_0)$ là

$$y=(x_0-2)(x-x_0)+\frac{1}{2}(x_0^2-4x_0+3).$$

Vì tiếp tuyến đi qua điểm $M(3;-2)$ nên

$$-2=(x_0-2)(3-x_0)+\frac{1}{2}(x_0^2-4x_0+3)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1\Rightarrow y=-x+1\\ x_0=5\Rightarrow y=3x-11\end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm

$$S=\left|\int_1^3\left[\frac{1}{2}(x^2-4x+3)-(-x+1)\right]dx\right|+\left|\int_3^5\left[\frac{1}{2}(x^2-4x+3)-(3x-11)\right]dx\right|=\frac{8}{3}.$$

Câu 306: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2(C)$, $y=2x(d)$ quay xung quanh trục Oy. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành.

A. $\frac{7\pi}{3}$. **B.** $\frac{8\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** 2π.

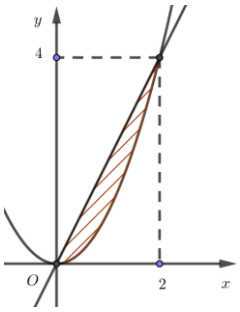
Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

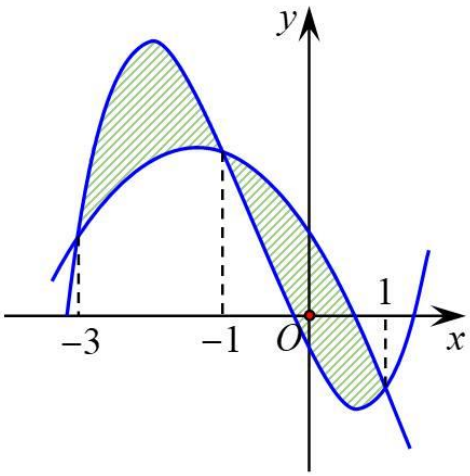
Ta có $(C)\cap d=\{O(0;0);A(2;4)\}$.

Hình phẳng (H) như hình vẽ:



Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là: $V=\pi\int\limits_0^4 ydy-\pi\int\limits_0^4\left(\frac{y}{2}\right)^2 dy=\frac{8\pi}{3}$.

Câu 307: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-\frac{1}{2}$ và $g(x)=dx^2+ex+1$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3;-1;1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{9}{2}$. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x)-g(x)=a(x+3)(x+1)(x-1)$.

Suy ra $a(x+3)(x+1)(x-1)=ax^3+(b-d)x^2+(c-d)x-\frac{3}{2}$

Xét hệ số tự do suy ra: $-3a=-\frac{3}{2}\Rightarrow a=\frac{1}{2}$.

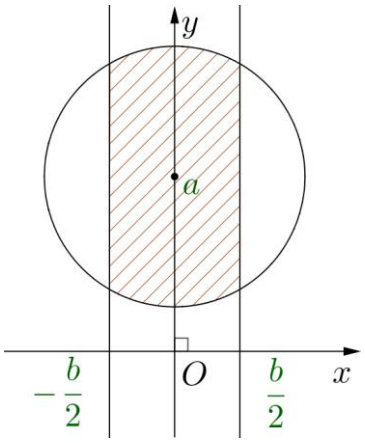
Do đó: $f(x)-g(x)=\frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-1)$.

Diện tích bằng: $S=\int\limits_{-3}^{-1}\left[f(x)-g(x)\right]dx+\int\limits_{-1}^{1}\left[g(x)-f(x)\right]dx$

$\Leftrightarrow S=\frac{1}{2}\int\limits_{-3}^{-1}(x+3)(x+1)(x-1)dx-\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}(x+3)(x+1)(x-1)dx=4$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 308: Hình gạch chéo được giới hạn bởi đường tròn $x^2+(y-a)^2=b^2;\ a>b>0$ và các đường thẳng $x=-\frac{b}{2}$ và $x=\frac{b}{2}$. Thể tích vật tròn xoay tạo bởi hình gạch chéo quay xung quanh trục Ox là



A. π^2ab^2. **B.** $\pi ab^2\left(\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}\right)$. **C.** $\pi ab^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{3}{4}\right)$. **D.** $\frac{3}{4}\pi^2ab^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2+(y-a)^2=b^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=a+\sqrt{b^2-x^2}\\y=a-\sqrt{b^2-x^2}\end{array}\right.$.

Thể tích vật tròn xoay tạo bởi hình gạch chéo quay xung quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\left[\left(a+\sqrt{b^2-x^2}\right)^2-\left(a-\sqrt{b^2-x^2}\right)^2\right]\mathrm{d}x=\pi\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}4a\sqrt{b^2-x^2}\,\mathrm{d}x=4a\pi\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\sqrt{b^2-x^2}\,\mathrm{d}x$$

Đặt $x=b\sin t,\ \left(t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\right)\Rightarrow\mathrm{d}x=b\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=-\frac{b}{2}\Rightarrow t=-\frac{\pi}{6};\ x=\frac{b}{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$.

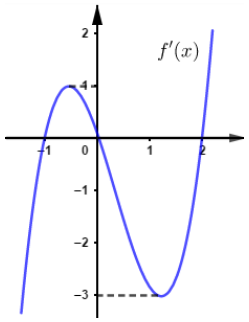
$$V=4a\pi\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{b^2-b^2\sin^2t}\,b\cos t\mathrm{d}t=4ab^2\pi\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\cos^2t\mathrm{d}t=4ab^2\pi\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{1+\cos2t}{2}\mathrm{d}t$$

$$=2ab^2\pi\left(t+\frac{\sin2t}{2}\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}$$

$$=2ab^2\pi\left[\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)-\left(-\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\right]=\pi ab^2\left(\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}\right).$$

Câu 309: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào trong các phương án A,B,C,D dưới đây là đúng?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

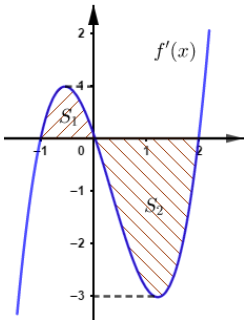


A. $f(0)>f(-1)>f(2)$.
B. $f(2)>f(-1)>f(0)$.
C. $f(0)>f(2)>f(-1)$.
D. $f(-1)>f(0)>f(2)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi S_1, S_2 là diện tích của các phần giới hạn như hình vẽ.



Ta có: $S_1=\int\limits_{-1}^{0} f'(x)\mathrm{d}x=f(0)-f(-1)>0\Rightarrow f(0)>f(-1)$.

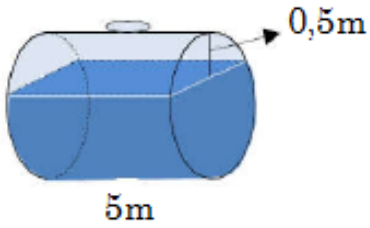
$S_2=-\int\limits_{0}^{2} f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{2}^{0} f'(x)\mathrm{d}x=f(0)-f(2)>0\Rightarrow f(0)>f(2)$.

Mà $S_1<S_2\Leftrightarrow f(0)-f(-1)<f(0)-f(2)\Leftrightarrow f(-1)>f(2)$.

Vậy $f(0)>f(-1)>f(2)$.

Câu 310: Một bồn hình trụ chứa dầu được đặt nằm ngang, có chiều dài 5m, bán kính đáy 1m, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta rút dầu trong bồn tương ứng với 0,5m của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn.

A. $8,307\,m^3$ **B.** $114,923\,m^3$ **C.** $11,781\,m^3$ **D.** $12,637\,m^3$

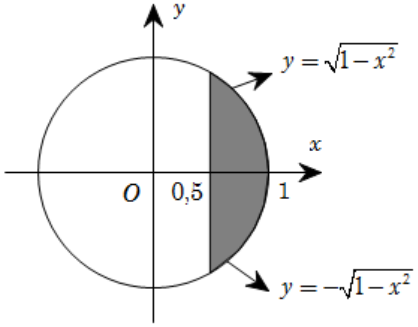


Lời giải

Chọn D

Thể tích của bồn (hình trụ) đựng dầu là: $V_1=\pi r^2h=\pi.1^2.5=5\pi\mathrm{m}^3$.

Chọn hệ tục tọa độ như hình vẽ, gốc tọa độ gắn với tâm của mặt đáy.



Đường tròn đáy có bán kính bằng 1 nên có phương trình $x^2+y^2=1$.

Suy ra $y=\pm\sqrt{1-x^2}$.

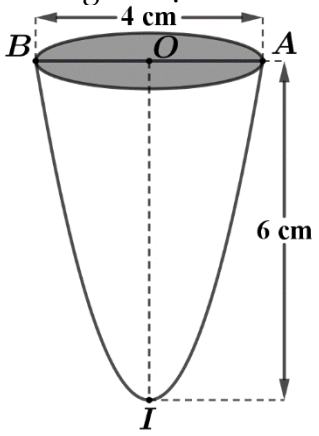
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Diện tích phần hình tròn đáy bị mất: $S=2\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x\approx 0,61\mathrm{m}^2$.

Thể tích phần dầu bị rút ra ngoài: $V_2=S\times h=2\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x\times 5\approx 3,07\mathrm{m}^3$.

Vậy thể tích của khối dầu còn lại trong bồn: $V=V_1-V_2\approx 12,637\mathrm{m}^3$.

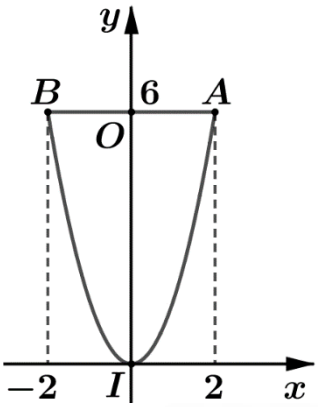
Câu 311: Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ bên. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4 cm và chiều cao là 6 cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một Parabol. Thể tích của vật thể đã cho bằng



A. $12\pi\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$. **B.** $12\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$. **C.** $\frac{72}{5}\pi\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$. **D.** $\frac{72}{5}\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn A



Xét phần mặt cắt và chọn hệ trục Ixy như hình vẽ. (trong đó I là gốc tọa độ).

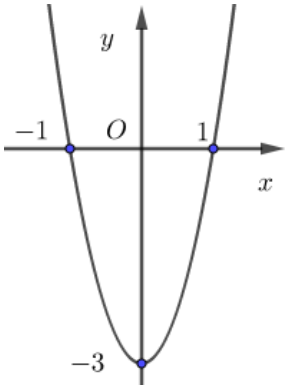
Khi đó Parabol (P) đi qua các điểm $A(2;6)$, $B(-2;6)$ và $I(0;0)$ nên Parabol (P) có phương trình: $y=\frac{3}{2}x^2\longrightarrow x^2=\frac{2y}{3}$.

Khi đó thể tích của vật thể đã cho là:

$V=\pi\int\limits_0^6 x^2\mathrm{d}y=\pi\int\limits_0^6\left(\frac{2}{3}y\right)\mathrm{d}y=12\pi\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$.

Câu 312: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0;a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $f'(x)$ là parabol như hình vẽ bên.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

A. $S=\frac{21}{4}$. **B.** $S=\frac{27}{4}$. **C.** $S=\frac{5}{4}$. **D.** $S=9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$

Ta thấy đồ thị hàm số $f'(x)$ là một Parabol như hình vẽ bên có đỉnh $I(0;-3)$ và qua điểm $A(1;0) \Rightarrow b=0;c=-3;a=1$

$\Rightarrow y=f(x)=x^3-3x+d$.

Do (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ âm

$\Rightarrow$hoành độ tiếp điểm là nghiệm âm của phương trình $3x^2-3=0\Rightarrow x=-1\Rightarrow$ tiếp điểm là $B(-1;d+2)$.

$\Rightarrow$phương trình tiếp tuyến $y=2+d$ trùng với đường thẳng $y=4\Rightarrow d=2$

$\Rightarrow y=f(x)=x^3-3x+2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là:

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành là

$$\int_{-2}^{1}\left|x^3-3x+2\right|dx=\int_{-2}^{1}\left(x^3-3x+2\right)dx=\frac{27}{4}.$$

Câu 313: Một thùng chứa rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên dưới có hai đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường Elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, độ dài trục bé bằng 6 dm. Hỏi chiếc thùng gỗ đó đựng được bao nhiêu lít rượu?

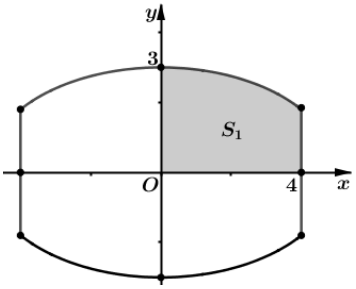


Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{1416\pi}{25}$ (lít). **B.** $\frac{1616\pi}{25}$ (lít). **C.** $\frac{1516\pi}{25}$ (lít). **D.** $\frac{1316\pi}{25}$ (lít).

Lời giải

Chọn A



Elip có $a=5,\ b=3$. Suy ra $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Chọn hệ trục tọa độ đi qua hai trục của thùng rượu như hình vẽ.

Vì thùng rượu có tính đối xứng nên thể tích thùng rượu gấp hai lần thể tích khối tròn xoay khi quay hình S_1 quanh trục Ox.

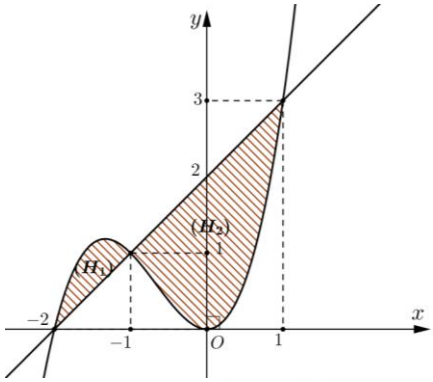
Thể tích cần tính: $V=2\times\pi\int\limits_0^4\frac{225-9x^2}{25}\mathrm{d}x=\frac{1416\pi}{25}$.

Câu 314: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2$ và $y=x+2$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{162}{35}$. **B.** $V=\frac{648\pi}{105}$. **C.** $V=\frac{776\pi}{105}$. **D.** $V=\frac{442}{105}$.

Lời giải

Chọn C



Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2$ và $y=x+2$:

$$x^3+2x^2=x+2\Leftrightarrow x^3+2x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=-2\end{array}\right..$$

Hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2$ và $y=x+2$ là phần gạch chéo và được chia thành hai hình (H_1) và (H_2) (như hình vẽ).

Thể tích V_1 của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H_1) quanh trục Ox là:

$$V_1=\pi\int\limits_{-2}^{-1}\left[\left(x^3+2x^2\right)^2-\left(x+2\right)^2\right]\mathrm{d}x.$$

Thể tích V_2 của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H_2) quanh trục Ox là:

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

$V_2=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left[\left(x+2\right)^2-\left(x^3+2x^2\right)^2\right]\mathrm{d}x$.

Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là:

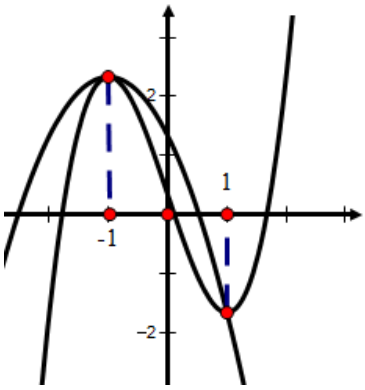
$V=V_1+V_2=\pi\int\limits_{-2}^{-1}\left[\left(x^3+2x^2\right)^2-\left(x+2\right)^2\right]\mathrm{d}x+\pi\int\limits_{-1}^{1}\left[\left(x+2\right)^2-\left(x^3+2x^2\right)^2\right]\mathrm{d}x$

$=\pi\int\limits_{-2}^{-1}\left(x^6+4x^5+4x^4-x^2-4x-4\right)\mathrm{d}x-\pi\int\limits_{-1}^{1}\left(x^6+4x^5+4x^4-x^2-4x-4\right)\mathrm{d}x$

$=\pi\left(\frac{x^7}{7}+\frac{2x^6}{3}+\frac{4x^5}{5}-\frac{x^3}{3}-2x^2-4x\right)\Big|_{-2}^{-1}-\pi\left(\frac{x^7}{7}+\frac{2x^6}{3}+\frac{4x^5}{5}-\frac{x^3}{3}-2x^2-4x\right)\Big|_{-1}^{1}$

$=\pi\left(\frac{72}{35}-\frac{152}{105}\right)-\pi\left(-\frac{496}{105}-\frac{72}{35}\right)=\frac{776\pi}{105}$ (đvtt).

Câu 315: Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị (C) và $y=mx^2+nx+p\left(m,n,p\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Căn cứ đồ thị ta thấy

+ Hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực trị tại $x=\pm1$ nên ta có

$$\begin{cases}y'(1)=0\\y'(-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b+3=0\\-2a+b+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=-3\end{cases}.$$

+ Hàm số $y=mx^2+nx+p$ đạt cực đại tại $x=-1$ và (P) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ $x=\pm1$ nên ta có

$$\begin{cases}-2m+n=0\\1+a+b+c=m+n+p\\-1+a-b+c=m-n+p\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-2\\m=-1\\p-c=1\end{cases}$$

Suy ra $S=\int\limits_{-1}^{1}\left(mx^2+nx+p-x^3-ax^2-bx-x\right)dx=\int\limits_{-1}^{1}\left(-x^3-x^2+x+1\right)dx=\frac{4}{3}\in(1;2)$

Câu 316: Cho (P) là đồ thị của hàm số $y=x^2-4x+3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và các tiếp tuyến của (P) kẻ từ điểm $A(2;-5)$ là:

Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$.. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

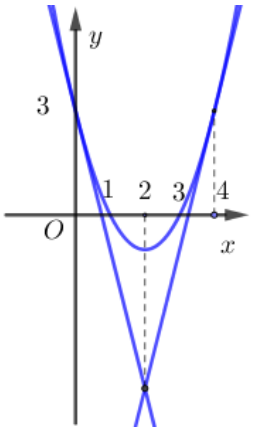
Chọn A

Đường thẳng bất kỳ đi qua $A(2;-5)$ và có hệ số góc k là $(\Delta): y=k(x-2)-5$.

Để (Δ) là tiếp tuyến của (P) thì hệ sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^2-4x+3=k(x-2)-5 \\ 2x-4=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+3=(2x-4)(x-2)-5 \\ 2x-4=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x=0 \\ 2x-4=k \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ k=-4 \end{cases} \\ \begin{cases} x=4 \\ k=4 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy có hai tiếp của (P) đi qua điểm $A(2;-5)$ là $(\Delta_1): y=-4x+3$ và $(\Delta_2): y=4x-13$.



Dựa vào đồ thị, ta có $S=S_1+S_2$ với $S_1=\int_0^2\left[\left(x^2-4x+3\right)-\left(-4x+3\right)\right]dx=\int_0^2 x^2dx=\frac{8}{3}$

và $S_2=\int_2^4\left[\left(x^2-4x+3\right)-\left(4x-13\right)\right]dx=\int_2^4\left(x^2-8x+16\right)dx=\frac{8}{3}$. Như vậy $S=\frac{16}{3}$.

Câu 317: Một ôtô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t)=6t(m/s)$. Đi được 10 s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ôtô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-60(m/s^2)$. Tính quãng đường S đi được của ôtô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $330(m)$. **B.** $350(m)$. **C.** $400(m)$. **D.** $300(m)$.

Lời giải

Chọn A

Trong $10s$, đầu tiên ôtô đi được quãng đường $\int_0^{10} v(t)dt=\int_0^{10} 6tdt=3t^2\Big|_0^{10}=300(m)$.

Khi đi được $10s$, vận tốc ôtô đó đạt được là $v(10)=60(m/s)$.

Thời điểm vật bắt đầu phanh gấp, vật chuyển động với vận tốc:

$\int -60dt=-60t+C(m)$.

Khi $t=10s$, vật đang chuyển động với vận tốc $60(m/s)\Rightarrow -60t+C=60\Rightarrow C=660$.

Khi dừng hẳn $v(t)=0(m/s)\Rightarrow -60t+660=0\Leftrightarrow t=11(s)$.

Nên quãng đường từ lúc bắt đầu phanh gấp đến khi dừng hẳn là:

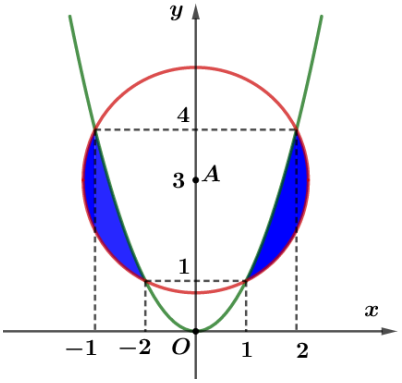
Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

$\int_{10}^{11} v(t)\mathrm{d}t = \int_{10}^{11} (-60t+660)\mathrm{d}t = \left(-30t^2+660t\right)\Big|_{10}^{11} = 30(m)$.

Vậy quãng đường S đi được của ôtô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là

$S = 300+30 = 330(m)$.

Câu 318: Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường tròn (C) có tâm $A(0\,;\,3)$ bán kính bằng $\sqrt{5}$ như hình vẽ. Diện tích phần được tô đậm giữa (C) và (P) gần nhất với số nào dưới đây.



A. 1,77. **B.** 3,54. **C.** 3,44. **D.** 1,51.

Lời giải

Chọn A

Do tính chất đối xứng ta chỉ cần xét phần tô đậm giữa (C) và (P) với $x \ge 0$.

+ Từ $(P): y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$ và $(C): x^2 + (y-3)^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5-(y-3)^2}$

+ Phương trình tung độ giao điểm của hai đồ thị

$$\sqrt{y} = \sqrt{5-(y-3)^2} \Leftrightarrow y = 5-(y-3)^2 \Leftrightarrow y^2-5y+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=4 \end{array}\right.$$

Diện tích phần được tô đậm giữa (C) và (P) với $x \ge 0$ là:

$$S_1 = \int_1^4 \left|\sqrt{5-(y-3)^2} - \sqrt{y}\right|\mathrm{d}y = \int_1^4 \left(\sqrt{5-(y-3)^2} - \sqrt{y}\right)\mathrm{d}y = \int_1^4 \sqrt{5-(y-3)^2}\,\mathrm{d}y - \int_1^4 \sqrt{y}\,\mathrm{d}y.$$

Trong đó $\int_1^4 \sqrt{5-(y-3)^2}\,\mathrm{d}y \approx 5.92699$.

$$\int_1^4 \sqrt{y}\,\mathrm{d}y = \frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}}\Big|_1^4 = \frac{2}{3}(8-1) = \frac{14}{3}.$$

Do đó $S_1 \approx 5.92699 - \frac{14}{3} \approx 1.26032$.

Suy ra diện tích phần được tô đậm giữa (C) và (P) là: $S \approx 2.52065$.

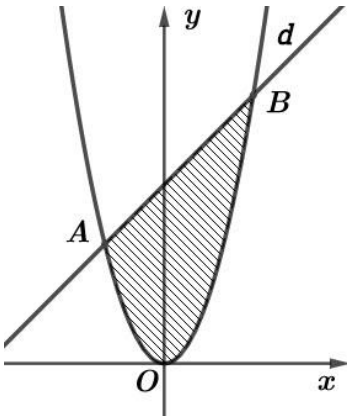
Câu 319: Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2019$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất S_{max} của S.

A. $S_{max} = \frac{2019^3}{6}$. **B.** $S_{max} = \frac{2019^3+1}{6}$. **C.** $S_{max} = \frac{2019^3-1}{6}$. **D.** $S_{max} = \frac{2019^3}{3}$.

Lời giải

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Chọn A



Giả sử $A(a;a^2)$; $B(b;b^2),(b>a)$ sao cho $AB=2019$.

Phương trình đường thẳng d là: $y=(a+b)x-ab$. Khi đó

$$S=\int_a^b\left|(a+b)x-ab-x^2\right|\mathrm{d}x=\int_a^b\left((a+b)x-ab-x^2\right)\mathrm{d}x=\left((a+b)\frac{x^2}{2}-abx-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_a^b=\frac{1}{6}(b-a)^3.$$

Vì $AB=2019\Leftrightarrow(b-a)^2+\left(b^2-a^2\right)^2=2019^2\Leftrightarrow(b-a)^2\left(1+(b+a)^2\right)=2019^2\,(*)$.

$$\Rightarrow(b-a)^2\le 2019^2\Rightarrow|b-a|=b-a\le 2019\Rightarrow S\le\frac{2019^3}{6}.$$

Vậy $S_{\max}=\frac{2019^3}{6}$ khi $b=-a$ và từ (*) ta suy ra $a=-\frac{2019}{2},b=\frac{2019}{2}$.

Câu 320: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường: $y=x-\pi,y=\sin x,x=0$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục hoành và $V=p\pi^4\,(p\in\mathbb{Q})$ Giá trị của $24p$ bằng:

A. 8 **B.** 4 **C.** 12 **D.** 24

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $x-\pi=\sin x\Leftrightarrow x-\pi-\sin x=0\,(*)$

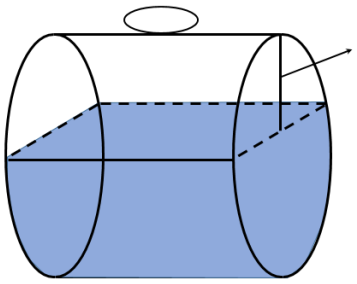
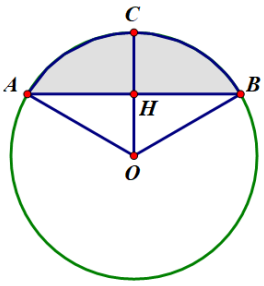
Xét hàm số: $f(t)=t-\pi-\sin t$, có: $f'(t)=1-cost\ge 0,\forall t\in\mathbb{R}\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Mà $(*)\Leftrightarrow f(x)=f(\pi)\Rightarrow(*)\Leftrightarrow x=\pi$. Do $\begin{cases}\sin x\ge 0\\ x-\pi\le 0\\ |x-\pi|\ge\sin x\end{cases},\forall x\in[0;\pi]$

Nên thể tích cần tìm là: $V=\left|\pi\int_0^{\pi}(x-\pi)^2dx\right|=\left|\pi\frac{(x-\pi)^3}{3}\Big|_0^{\pi}\right|=\frac{\pi^4}{3}\Rightarrow p=\frac{1}{3}\Rightarrow 24p=8.$

Câu 321: Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5m$, có bán kính đáy $1m$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5m$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị) m^3.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

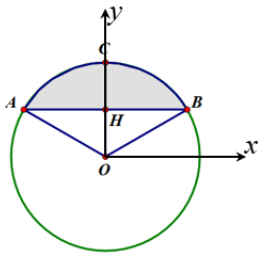
A. $12,637\left(m^3\right)$. **B.** $114,923\left(m^3\right)$. **C.** $11,781\left(m^3\right)$. **D.** $8,307\left(m^3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của bồn chứa dầu là $V = B.h = 5\pi\left(m^3\right)$.

Gọi V_1 là thể tích phần dầu bị rút ra.



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Ta có diện tích phần tô đậm là

$$S = 2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\sqrt{1-x^2}-\frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x = 2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{1-x^2}.\mathrm{d}x - 2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}dx = 2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{1-x^2}.\mathrm{d}x - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

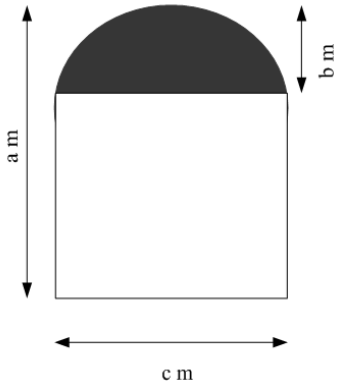
$$= 2\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t.\mathrm{d}t - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 t.\mathrm{d}t - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy thể tích phần dầu bị rút ra là $V_1 = \int_0^5\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\mathrm{d}x = \left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right).5$.

Vậy thể tích phần dầu còn lại trong bồn là $V_2 = V - V_1 = 5\pi - \left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)5 \approx 12.637\left(m^3\right)$.

Câu 322: Muốn trang trí lên tường bức tranh có hình dạng như hình vẽ dưới đây, phần phía trên là một parabol. Biết $a = 2,5\text{m}$, $b = 0,5\text{m}$, $c = 2\text{m}$. Biết số tiền một mét vuông là 600.000 đồng. Số tiền cần phải thanh toán là:

A. 2.000.000 đồng. **B.** 3.100.000 đồng. **C.** 2.600.000 đồng. **D.** 2.800.000 đồng.



Gv. Lê Minh Tâm - 093.337.6281

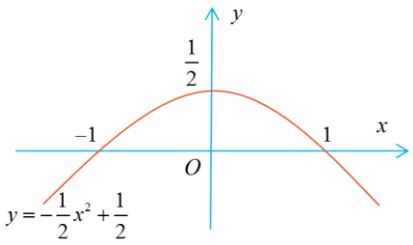
Lời giải

Chọn D

Diện tích bức tranh = diện tích hình vuông + diện tích parabol.

Diện tích hình vuông $S_1 = 2.2 = 4\ \text{m}^2$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:

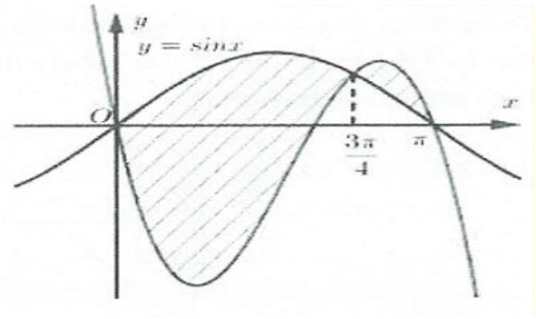


Diện tích parabol: $S_2 = \int_{-1}^{1}\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}\right)dx = \frac{3}{2}\text{m}^2$.

Suy ra diện tích khung cửa $S = S_1 + S_2 = \frac{14}{3}\text{m}^2$.

Khi đó số tiền cần phải trả: $T = \frac{14}{3}.600000 = 2800000$ đồng.

Câu 323: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $g\left(\frac{3\pi}{4}\right) < g(\pi) < g(0)$.

B. $g(0) < g(\pi) < g\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

C. $g(\pi) < g(0) < g\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

D. $g\left(\frac{3\pi}{4}\right) < g(0) < g(\pi)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = f'(x) - \sin x \Rightarrow \int g'(x)\text{d}x = \int\left[f'(x) - \sin x\right]\text{d}x$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$

x	$-\infty$		0		$\frac{3\pi}{4}$		π		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(0)$	↘	$g(\frac{3\pi}{4})$	↗	$g(\pi)$	↘	$-\infty$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $S_1=\int\limits_0^{\frac{3\pi}{4}}\left[\sin x-f(x)\right]\mathrm{d}x=-\int\limits_0^{\frac{3\pi}{4}}g'(x)\mathrm{d}x=g(0)-g\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

$S_2=\int\limits_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi}\left[f(x)-\sin x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi}g'(x)\mathrm{d}x=g(\pi)-g\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

Dựa vào hình vẽ ta có $S_1>S_2\Rightarrow g(0)>g(\pi)$. Do đó $g\left(\frac{3\pi}{4}\right)<g(\pi)<g(0)$.

Câu 324: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y=x-\pi$, $y=\sin x$ và $x=0$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục hoành và $V=p\pi^4$, $(p\in\mathbb{Q})$. Giá trị của $24p$ bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

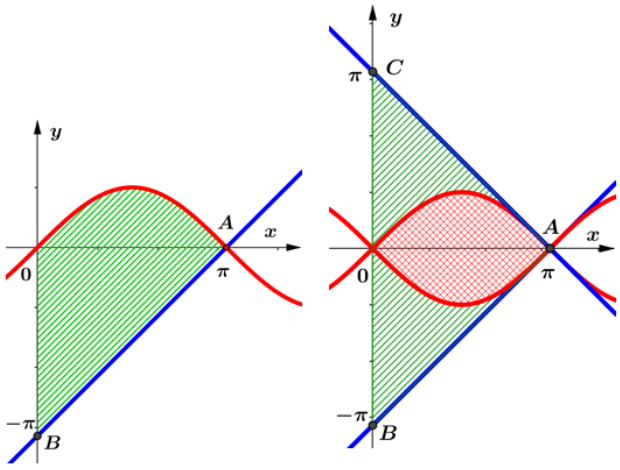
Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x-\pi$ và $y=\sin x$:

$$x-\pi=\sin x\Leftrightarrow x-\pi-\sin x=0\ (1).$$

Ta thấy $x=\pi$ là một nghiệm của phương trình (1).

Xét hàm số $f(x)=x-\pi-\sin x\Rightarrow f'(x)=1-\cos x\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow f(x)$đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $x=\pi$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(x)=0$.



Xét hàm số $g(x)=\pi-x-\sin x$, $x\in(0;\pi)$.

$g'(x)=-1-\cos x<0$, $\forall x\in(0;\pi)$, suy ra $g(x)=\pi-x-\sin x$ nghịch biến trên $(0;\pi)$.

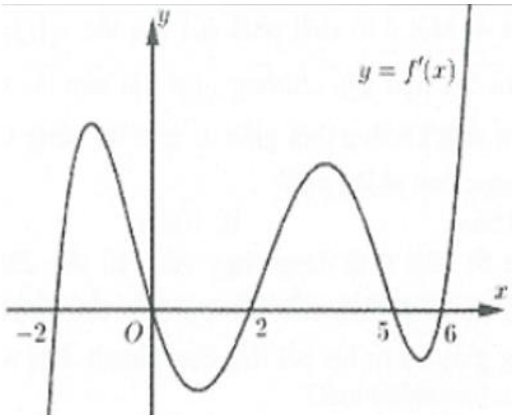
$\forall x\in(0;\pi):g(x)>g(\pi)\Rightarrow\pi-x-\sin x>\pi-\pi-\sin\pi=0\Rightarrow\pi-x>\sin x\ (2)$.

Do đó thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành là thể tích của khối nón khi quay tam giác vuông OAB quanh trục hoành.

$V=\frac{1}{3}.\pi.OB^2.OA=\frac{1}{3}\pi.\pi^2.\pi=\frac{1}{3}\pi^4\Rightarrow p=\frac{1}{3}$. Vậy $24p=24.\frac{1}{3}=8$.

Câu 325: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Đặt $M=\max\limits_{[-2;6]}f(x),m=\min\limits_{[-2;6]}f(x)$, $T=M+m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $T=f(0)+f(-2)$. **B.** $T=f(5)+f(6)$.

C. $T=f(0)+f(2)$. **D.** $T=f(5)+f(-2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng biến thiên của $y=f(x)$ như sau

x	-2		0		2		5		6
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↗		↘		↗		↘	

Ta có $S_1=\int\limits_2^0 f'(x)\mathrm{d}x=f(0)-f(2)>0$, $S_2=\int\limits_2^5 f'(x)\mathrm{d}x=f(5)-f(2)>0$.

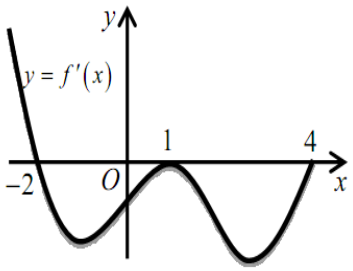
Do $S_2>S_1\Rightarrow f(5)>f(0)\Rightarrow M=f(5)$.

$S_3=\int\limits_{-2}^0 f'(x)\mathrm{d}x=f(0)-f(-2)>0$, $S_4=\int\limits_6^5 f'(x)\mathrm{d}x=f(5)-f(6)>0$.

Do $S_3>S_4\Rightarrow f(0)-f(-2)>f(5)-f(6)\Rightarrow f(6)-f(-2)>f(5)-f(0)>0$, suy ra $f(-2)<f(6)\Rightarrow m=f(-2)$.

Vậy $T=f(5)+f(-2)$.

Câu 326: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ và $[1;4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho $f(1)=3$. Giá trị biểu thức $f(-2)+f(4)$ bằng

A. 21. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Theo giả thiết ta có $\int\limits_{-2}^{1}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=9$ và $\int\limits_{1}^{4}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=12$.

Dựa vào đồ thị ta có: $\int\limits_{-2}^{1}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-2}^{1}f'(x)\mathrm{d}x=-f(x)\Big|_{-2}^{1}=-f(1)+f(-2)$

$\Rightarrow -f(1)+f(-2)=9$.

Tương tự ta có $-f(4)+f(1)=12$.

Như vậy $\left[-f(1)+f(-2)\right]-\left[-f(4)+f(1)\right]=-3\Leftrightarrow f(-2)+f(4)-2f(1)=-3$

$\Leftrightarrow f(-2)+f(4)-6=-3\Leftrightarrow f(-2)+f(4)=3$.

Câu 327: Cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2).

A. $V=\dfrac{\pi R^3}{2}$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\dfrac{2\pi R^3}{5}$. **D.** $V=\dfrac{5\pi R^3}{12}$.

Lời giải

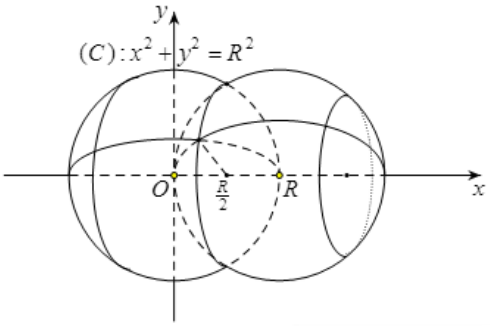
Chọn D

Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ

Khối cầu $S(O,R)$ chứa một đường tròn lớn là $(C):x^2+y^2=R^2$

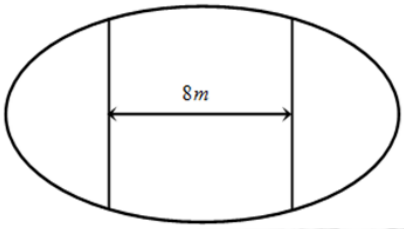
Dựa vào hình vẽ, thể tích cần tính là

$$V=2\pi\int\limits_{\frac{R}{2}}^{R}\left(R^2-x^2\right)\mathrm{d}x=2\pi\left(R^2x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{\frac{R}{2}}^{R}=\frac{5\pi R^3}{12}.$$



Câu 328: Ông Bình có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 12 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 40.000 đồng/m^2. Hỏi ông Bình cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)

A. 3.673.000 đồng **B.** 4.056.000 đồng **C.** 3.568.000 đồng **D.** 5.437.000 đồng

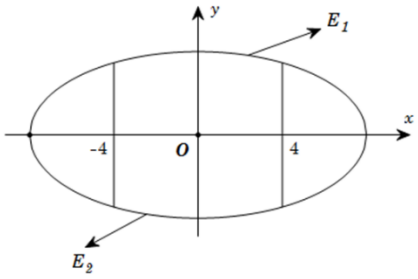


Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



Giả sử elip có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Từ giả thiết, ta có $2a=16\Rightarrow a=8$ và $2b=12\Rightarrow b=6$.

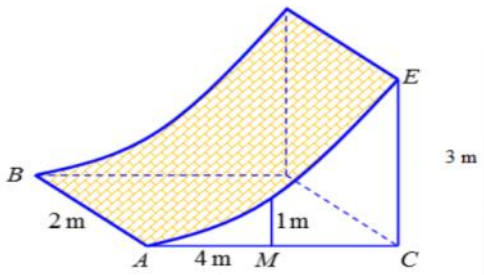
Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1\Rightarrow\left[\begin{array}{ll} y=\frac{3}{4}\sqrt{64-x^2} & (E_1) \\ y=-\frac{3}{4}\sqrt{64-x^2} & (E_2)\end{array}\right.$.

Khi đó diện tích dải vườn được giới hạn bởi các đường (E_1), (E_2), $x=-4$ và $x=4$.

Do đó $S=2\int_{-4}^{4}\frac{3}{4}\sqrt{64-x^2}\,\mathrm{d}x=3\int_{0}^{4}\sqrt{64-x^2}\,\mathrm{d}x=96\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\mathrm{m}^2$.

Vậy số tiền mà ông Bình cần là $T=96\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right).40000\approx 3673000$.

Câu 329: Chướng ngại vật "tường cong" trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tong có chiều cao từ mặt đất lên là $3m$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB=2m$. Giao diện của mặt tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC=4m, CE=3m$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm AC thì đường cong có độ cao $1m$ (xem hình bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối đường cong đó.

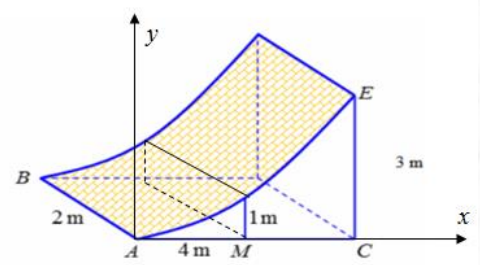


A. $9,3m^3$. **B.** $9,5m^3$. **C.** $10,5m^3$. **D.** $10m^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, gốc tọa độ tại**A.**



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Vì cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất nên gọi phương trình parabol có dạng $y=ax^2+bx+c$.

Parabol đi qua $(0;0),(2;1),\ (4;3)$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} c=0 \\ 4a+2b=1 \\ 16a+4b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=\frac{1}{8} \\ b=\frac{1}{4} \end{cases}$.

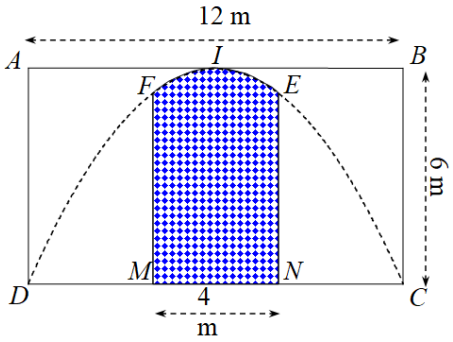
Phương trình parabol: $y=\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{4}x$.

Cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 4\right)$, ta được thiết diện là hình chữ nhật có hai cạnh là $a=2$ và $b=\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{4}x$.

Diện tích của thiết diện là $S(x)=a.b=2.\left(\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{4}x\right)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x$.

Vậy thể tích vật thể là $V=\int_0^4 S(x)dx=\int_0^4\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x\right)dx=\frac{28}{3}\approx 9,3$.

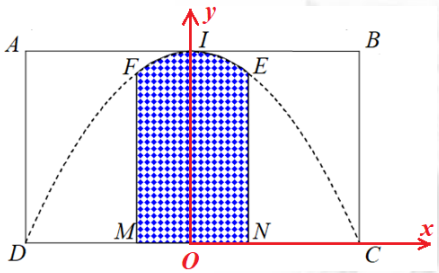
Câu 330: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEIF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC=6\ m$, chiều dài $CD=12\ m$ (*hình vẽ bên*). Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật có $MN=4\ m$; cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C,D. Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/m^2. Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?



A. 20.400.000 đồng. **B.** 20.800.000 đồng.
C. 20.600.000 đồng. **D.** 21.200.000 đồng.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là trung điểm MN. Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.
Khi đó, ta có phương trình đường parabol đỉnh $I(0;6)$

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

và đi qua hai điểm $C(6;0)$, $D(-6;0)$ là $(P): y=6-\frac{1}{6}x^2$.

Diện tích bức tranh là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol (P), trục Ox và hai đường thẳng $x=-2$, $x=2$. Khi đó

$$S=\int_{-2}^{2}\left|6-\frac{1}{6}x^2\right|dx=\int_{-2}^{2}\left(6-\frac{1}{6}x^2\right)dx=\frac{208}{9}\,(m^2).$$

Vậy, số tiền công ty X cần dùng để làm bức tranh là

$$T=900.000\times\frac{208}{9}=20.800.000\,(\text{đồng}).$$

Câu 331: Xác định $a>0$ sao cho diện tích giới hạn bởi hai parabol: $y=\frac{4a^2-2ax-x^2}{1+a^4}$, $y=\frac{x^2}{1+a^4}$ có giá trị lớn nhất.

A. $a=\sqrt[4]{3}$. **B.** $a=\sqrt[4]{5}$. **C.** $a=\sqrt[3]{4}$. **D.** $a=\sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol:

$$\frac{4a^2-2ax-x^2}{1+a^4}=\frac{x^2}{1+a^4}\Leftrightarrow 2x^2+2ax-4a^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2a\\x=a\end{array}\right.$$

Diện tích cần tìm là: $S=\int_{-2a}^{a}\left|\frac{4a^2-2ax-x^2}{1+a^4}-\frac{x^2}{1+a^4}\right|dx=-\frac{2}{1+a^4}\int_{-2a}^{a}\left(x^2+ax-2a^2\right)dx$

$$=-\frac{2}{1+a^4}\left(\frac{x^3}{3}+\frac{ax^2}{2}-2a^2x\right)\Bigg|_{-2a}^{a}=9.\frac{a^3}{1+a^4}.$$

Xét hàm số: $f(a)=9.\frac{a^3}{1+a^4}$, $a\in(0;+\infty)$. Ta có: $f'(a)=9.\frac{3a^2-a^6}{(1+a^4)^2}$.

$$f'(a)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\notin(0;+\infty)\\a=-\sqrt[4]{3}\notin(0;+\infty)\\a=\sqrt[4]{3}\in(0;+\infty)\end{array}\right.$$

. Từ đó ta có bảng biến thiên:

a	0		$\sqrt[4]{3}$		$+\infty$
$f'(a)$		$+$	0	$-$	
$f(a)$	0	↗	$f(\sqrt[4]{3})$	↘	0

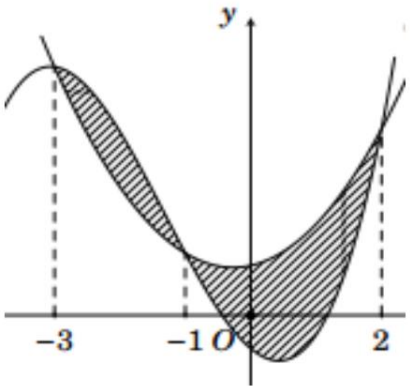
Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $a=\sqrt[4]{3}$.

Nhận xét: Có thể đánh giá như sau: $1+a^4=1+\frac{a^4}{3}+\frac{a^4}{3}+\frac{a^4}{3}\geq 4\sqrt[4]{\left(\frac{a^4}{3}\right)^3}=\frac{4\sqrt[4]{3}}{3}a^3$

Suy ra $f(a)=9.\frac{a^3}{1+a^4}\leq 9\frac{a^3}{\frac{4\sqrt[4]{3}}{3}a^3}=\frac{27}{4\sqrt[4]{3}}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow 1=\frac{a^4}{3}\Leftrightarrow a^4=3\Leftrightarrow a=\sqrt[4]{3}$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Câu 332: Người ta dự định trồng hoa Lan Ý để trang trí vào phần tô đậm (như hình vẽ). Biết rằng phần tô đậm là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx-\frac{1}{2}$ và $y=g(x)=dx^2+ex+1$ trong đó $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng $-3;-1;2$, chi phí trồng hoa là 800000 đồng/$1m^2$ và đơn vị trên các trục được tính là 1 mét. Số tiền trồng hoa gần nhất với số nào sau đây? (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng).



A. 4217000 đồng. **B.** 422000 đồng. **C.** 4220000 đồng. **D.** 2083000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}=0.\ (*)$$

Vì hai đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng $-3;-1;2$ nên phương trình (*) có các nghiệm là $x=-3;\ x=-1$ và $x=2$. Do đó, ta có

$$ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}=a(x+3)(x+1)(x-2),\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

Cho $x=0$ ta được $-\frac{3}{2}=-6a\Leftrightarrow a=\frac{1}{4}$.

Diện tích phần trồng hoa là

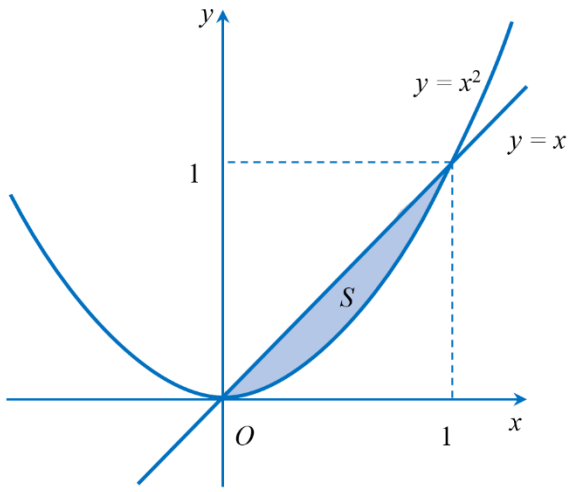
$$S=\int_{-3}^{2}\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-3}^{2}\left|\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)\right|\mathrm{d}x=\frac{253}{48}\ (m^2).$$

Số tiền trồng hoa là $T=800000.S=4216666,667$ (đồng).

Làm tròn đến đơn vị nghìn đồng ta được 4217000 đồng.

Câu 333: Cho các đồ thị hàm số: $(\Delta):y=x$ và $(P):y=x^2$ như hình vẽ. Tính thể tích khi quay phần diện tích màu xám (S) quanh (Δ).

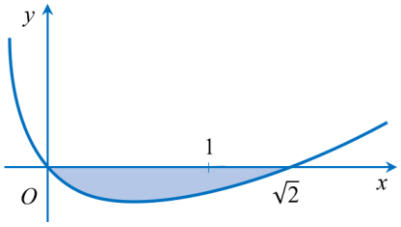
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. $\frac{\pi\sqrt{2}}{30}$. **B.** $\frac{\pi}{10\sqrt{2}}$. **C.** $a=30\sqrt{2}\pi$. **D.** $\frac{\pi}{30\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D



Chọn phép quay tâm O, góc quay $-45°$.

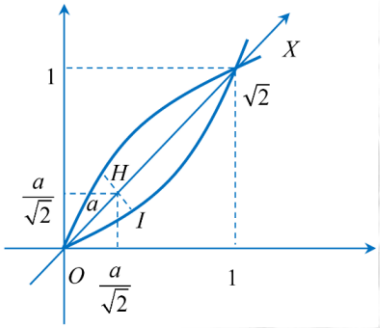
Đổi tọa độ: $\begin{cases} x' = x\cos(-45°) - y\sin(-45°) \\ y' = x\sin(-45°) + y\cos(-45°) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x\frac{\sqrt{2}}{2} + y\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y' = -x\frac{\sqrt{2}}{2} + y\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{x'-y'}{\sqrt{2}} \\ y = \frac{x'+y'}{\sqrt{2}} \end{cases}$.

Phép quay trên biến (P) thành

$$(P'): \frac{x+y}{\sqrt{2}} = \left(\frac{x-y}{\sqrt{2}}\right)^2 \Leftrightarrow y^2 - \left(2x+\sqrt{2}\right)y + x^2 - \sqrt{2}x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = \frac{2x+\sqrt{2}+\sqrt{8\sqrt{2}x+2}}{2} \\ y = \frac{2x+\sqrt{2}-\sqrt{8\sqrt{2}x+2}}{2} \end{array}\right.$$

Vậy $V_{(S)} = \pi\int_0^{\sqrt{2}}\left(\frac{2x+\sqrt{2}-\sqrt{8\sqrt{2}x+2}}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{\pi}{30\sqrt{2}}$.

Cách 2:



Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Đặt $OH=a\ (0\le a\le\sqrt{2})$. Khi đó $H=\left(\frac{a}{\sqrt{2}};\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$.

Phương trình đường thẳng qua H và vuông góc với (Δ): $y=-x+a\sqrt{2}\ (\Delta')$.

Gọi I là giao điểm của (Δ') và (P) thì $I=\left(\frac{-1+\sqrt{1+4a\sqrt{2}}}{2};\frac{1+2a\sqrt{2}-\sqrt{1+4a\sqrt{2}}}{2}\right)$.

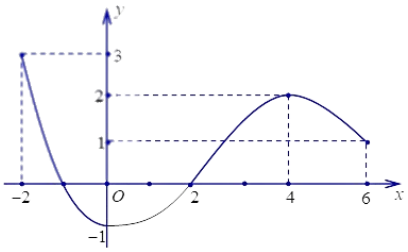
Từ đó $HI^2=\frac{1}{2}\left(1+a\sqrt{2}-\sqrt{1+4a\sqrt{2}}\right)^2$.

Trọn trục OX trùng với (Δ). Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với OX tại điểm có hoành độ $X=a\ (0\le a\le\sqrt{2})$ thì (P) cắt vật thể tròn xoay theo một thiết diện là một hình tròn có bán kính $R=HI$.

Diện tích thiết diện $S(X)=\pi HI^2=\pi.\frac{1}{2}\left(1+X\sqrt{2}-\sqrt{1+4X\sqrt{2}}\right)^2$.

Do đó thể tích vật thể là $V=\int_0^{\sqrt{2}}S(X)\mathrm{d}X=\int_0^{\sqrt{2}}\frac{\pi}{2}\left(1+X\sqrt{2}-\sqrt{1+4X\sqrt{2}}\right)^2\mathrm{d}X=\frac{\pi}{30\sqrt{2}}$.

Câu 334: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



A. $\max\limits_{[-2;6]}y=f(2)$. **B.** $\max\limits_{[-2;6]}y=f(-1)$. **C.** $\max\limits_{[-2;6]}y=f(-2)$. **D.** $\max\limits_{[-2;6]}y=f(6)$.

Lời giải

Chọn D

x	-2		-1		2		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(2)$	↗	$f(6)$

Từ bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{[-2;6]}y=\max\{f(-1);f(6)\}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$, trục hoành, $x=-1$ và $x=2$ là

$$S_1=-\int_{-1}^{2}f'(x)\mathrm{d}x=-f(x)\Big|_{-1}^{2}=f(-1)-f(2).$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$, trục hoành, $x=2$ và $x=6$ là

$$S_2=\int_{2}^{6}f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_{2}^{6}=f(6)-f(2).$$

Từ hình vẽ suy ra $S_2>S_1\Rightarrow f(6)-f(2)>f(-1)-f(2)\Leftrightarrow f(6)>f(-1)$.

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

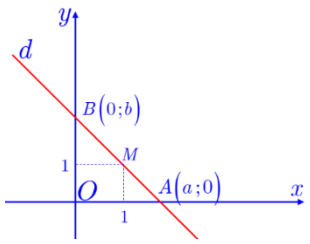
Câu 335: Gọi d là đường thẳng đi qua $M(1;1)$ có hệ số góc âm. Giả sử d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A, B. Quay tam giác OAB quanh trục Oy thu được khối tròn xoay có thể tích V. Giá trị nhỏ nhất của V bằng

A. 3π. **B.** $\frac{9\pi}{4}$. **C.** 2π. **D.** $\frac{5\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Vì d cắt Ox, Oy tại hai điểm $A(a;0)$ $B(0;b)$ Suy ra $d: \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

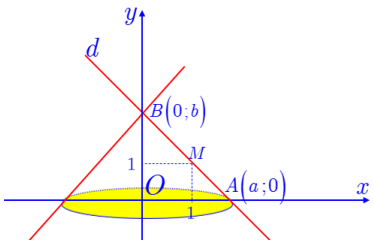


d qua $M(1;1)$ suy ra $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$ với $a,b>1$.

Thể tích khối tròn xoay quay tam giác OAB quanh trục Oy là

$V=\frac{1}{3}\pi hr^2=\frac{1}{3}\pi b.a^2$

Tìm giá nhỏ nhất của V có 2 cách



Cách 1. Sử dụng bất đẳng thức

Ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq \underbrace{\frac{1}{2a}+\frac{1}{2a}+\frac{1}{b}}_{AM-GM}\geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{2a}\frac{1}{2a}\frac{1}{b}}=3\sqrt[3]{\frac{1}{4a^2b}}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\geq \sqrt[3]{\frac{1}{4a^2b}} \Leftrightarrow \frac{1}{27}\geq \frac{1}{4a^2b} \Leftrightarrow a^2b\geq \frac{27}{4}$

Suy ra $V_{\min}=\frac{1}{3}\pi\frac{27}{4}=\frac{9}{4}\pi$ đạt được khi $\frac{1}{2a}=\frac{1}{b}\Leftrightarrow b=2a$ và $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1\Rightarrow a=\frac{3}{2}, b=3$

Cách 2. Sử dụng hàm số

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1\Rightarrow b=\frac{a}{a-1}$.

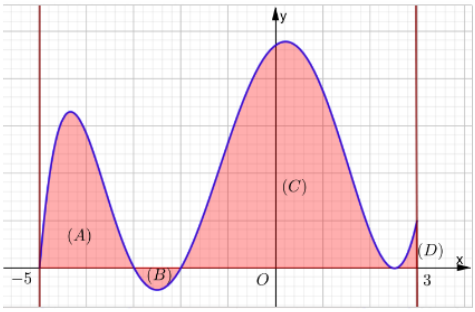
$V=\frac{1}{3}\pi a^2b=\frac{1}{3}\pi\frac{a^3}{a-1}.f(a)=\frac{a^3}{a-1}, f'(a)=\frac{2a^3-3a^2}{(a-1)^2}; f'(a)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0(L) \\ a=\frac{3}{2} \end{array}\right.$

a	1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(a)$		$-$	0	$+$	
$f(a)$		↘	$\frac{9}{4}$	↗	

Suy ra $V_{\min}=\frac{9}{4}\pi$ khi $a=\frac{3}{2}, b=3$.

Câu 336: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích các hình phẳng (A), (B), (C), (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành lần lượt bằng 6; 3; 12; 2. Tích phân $\int_{-3}^{1}\left(2f(2x+1)+1\right)dx$ bằng

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281



A. 21. **B.** 17. **C.** 25. **D.** 27.

Lời giải

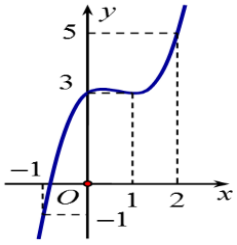
Chọn A

Ta có $I=\int\limits_{-3}^{1}\left(2f\left(2x+1\right)+1\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-3}^{1}f\left(2x+1\right)\mathrm{d}\left(2x+1\right)+\int\limits_{-3}^{1}\mathrm{d}x=\int\limits_{-5}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x+4$.

Mặt khác dựa vào hình vẽ ta có $\int\limits_{-5}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x=6-3+12+2=17$.

Vậy $I=\int\limits_{-3}^{1}\left[2f\left(2x+1\right)+1\right]\mathrm{d}x=17+4=21$.

Câu 337: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây.



Lập hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

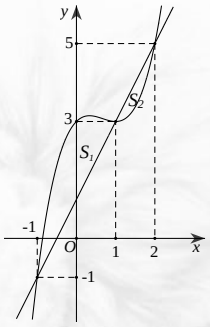
A. $g\left(1\right)>g\left(2\right)$. **B.** $g\left(1\right)=g\left(2\right)$. **C.** $g\left(-1\right)=g\left(1\right)$. **D.** $g\left(-1\right)>g\left(1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $h\left(x\right)=f'\left(x\right)-\left(2x+1\right)$.

Khi đó hàm số $h\left(x\right)$ liên tục trên các đoạn $\left[-1;1\right]$, $\left[1;2\right]$ và có $g\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=h\left(x\right)$.



Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases}x=-1\\x=1\\y=f'\left(x\right)\\y=2x+1\end{cases}$ là

$S_1=\int\limits_{-1}^{1}\left|f'\left(x\right)-\left(2x+1\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}\left[f'\left(x\right)-\left(2x+1\right)\right]\mathrm{d}x=g\left(x\right)\Big|_{-1}^{1}=g\left(1\right)-g\left(-1\right)$.

Vì $S_1>0$ nên $g\left(1\right)>g\left(-1\right)$.

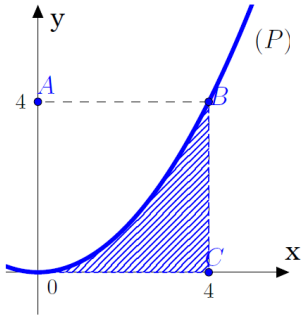
Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$S_2=\int_1^2\left|f'(x)-(2x+1)\right|\mathrm{d}x=\int_1^2\left[(2x+1)-f'(x)\right]\mathrm{d}x=-g(x)\Big|_1^2=g(1)-g(2)$.

Vì $S_2>0$ nên $g(1)>g(2)$.

Câu 338: Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi parabol (P) có đỉnh tại O. Gọi S là hình phẳng không bị gạch (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho phần S quay quanh trục Ox.



A. $V=\dfrac{128\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{64\pi}{5}$. **C.** $V=\dfrac{256\pi}{5}$. **D.** $V=\dfrac{128\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có parabol (P) có đỉnh O và đi qua điểm $B(4;4)$ có phương trình $y=\dfrac{1}{4}x^2$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (phần gạch chéo) khi quay quanh trục Ox là: $V_1=\pi\int_0^4\left(\dfrac{1}{4}x^2\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{64\pi}{5}$

Thể tích khối trụ khi quay hình vuông $OABC$ quanh cạnh OC là:

$V_2=\pi r^2h=\pi.4^2.4=64\pi$.

Suy ra thể tích V của khối tròn xoay khi cho phần S quay quanh trục Ox là

$V=V_2-V_1=64\pi-\dfrac{64\pi}{5}=\dfrac{256\pi}{5}$.

---------- HẾT ----------

Gv. Lê Minh Tâm – 093.337.6281

