

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề kiểm tra có 04 trang

KỲ KIỂM TRA KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
 HỌC SINH LỚP 11 VÀ LỚP 12 CẤP THPT
 NĂM HỌC 2024 – 2025

Môn: TOÁN, Lớp 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên học sinh:..... Số báo danh:.....

Mã đề: 1309

PHẦN I. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 12. B. 7. C. 10. D. 28.

Câu 2. Từ thành phố A đến thành phố B có 4 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 3 con đường đi. Số cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà phải đi qua thành phố B là

- A. 12. B. 21. C. 42. D. 7.

Câu 3. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{a}{3}\right)$ bằng

- A. $1 - \log_3 a$. B. $\frac{\log_3 a}{3}$. C. $1 + \log_3 a$. D. $\log_3 a - 1$.

Câu 4. Điểm thi môn Toán trong Kỳ thi Tốt nghiệp trung học phổ thông của 690 học sinh trường THPT X được thống kê bởi bảng số liệu như sau:

Khoảng điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	15	55	190	290	140

Điểm trung bình môn Toán của mẫu số liệu trên xấp xỉ bằng

- A. 6,4. B. 7,4. C. 5,4. D. 7,0.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. 2. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. -2.

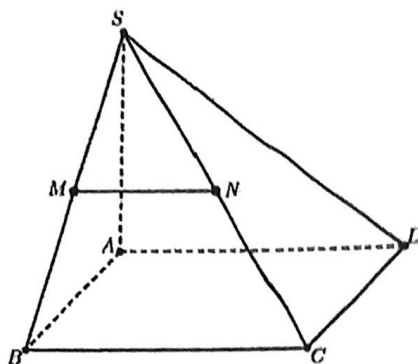
Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (AMD) và (BCD) là đường thẳng nào dưới đây?

- A. CD . B. BC . C. MD . D. MA .

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \frac{4}{\sin x}$ là

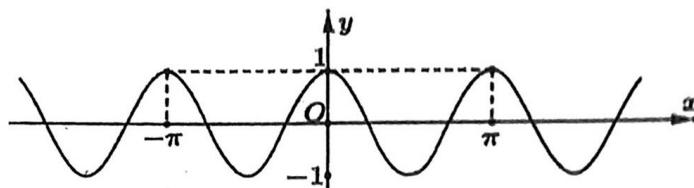
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (SAB). B. (SCD). C. (SBD). D. (SAD).

Câu 9. Cho hàm số $y = \cos 2x$ có đồ thị như hình vẽ:



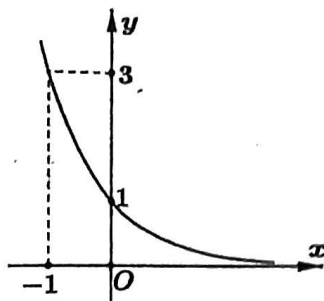
Số nghiệm của phương trình $\cos 2x = \frac{1}{3}$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là

- A. vô số. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 10. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 1}{3^n}$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. -1.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình vẽ?



- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. C. $y = 3^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

Câu 12. Thống kê thời gian hoàn thành một đề thi online của 25 học sinh, ta được bảng sau:

Thời gian (phút)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số học sinh	2	6	10	4	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm nào dưới đây?

- A. [5;10). B. [15;20). C. [25;30). D. [10;15).

PHẦN II. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD , điểm M là trung điểm của đoạn thẳng SC .

a) Đường thẳng AM nằm trong mặt phẳng (SAC) .

- b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC') và (SBD) là đường thẳng SO .
- c) Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là giao điểm của AM và SO .
- d) Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với đường thẳng BD . Mặt phẳng (α) cắt SB tại P . Khi đó $\frac{SP}{SB} = \frac{2}{3}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$.

- a) Giá trị của $f(2)$ bằng 1.
- b) Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ bằng -1 .
- c) Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.
- d) Giá trị của $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{xf(x)} + 1}{x + 1}$ bằng 1.

Câu 3. Giả sử số lượng của một quần thể vi sinh vật tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm (phụ thuộc vào thời gian nuôi cấy) được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{25}{a + e^{-0,8t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ, a là hệ số điều chỉnh mật độ vi sinh vật ban đầu. Biết rằng, tại thời điểm ban đầu $t = 0$ quần thể có 20 vi sinh vật.

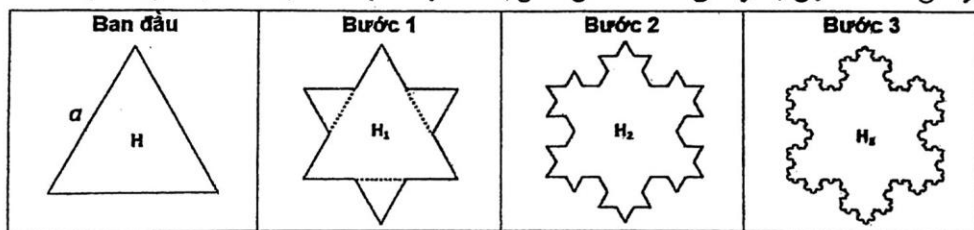
- a) Giá trị của a bằng 0,25.
- b) Sau 2 giờ, quần thể có nhiều hơn 60 vi sinh vật.
- c) Với quy trình nuôi cấy theo mô hình trên thì số lượng vi khuẩn trong quần thể không lớn hơn 100.
- d) Để số lượng vi sinh vật trong quần thể lớn hơn 90 thì cần nuôi cấy ít nhất 6 giờ.

Câu 4. Cho hình H là một tam giác đều cạnh a . Người ta lần lượt thực hiện các bước như sau:

* **Bước 1:** Chia mỗi cạnh của hình H thành ba đoạn thẳng bằng nhau. Trên mỗi đoạn thẳng ở giữa, dựng một tam giác đều nằm ngoài hình H , sau đó xóa bỏ đoạn ở giữa, ta được hình H_1 (tham khảo hình vẽ).

* **Bước 2:** Tiếp tục lặp lại quá trình trên với mỗi cạnh của hình H_1 ta được hình H_2 .

Sau nhiều bước thực hiện như trên, ta được một hình giống như bông tuyết, gọi là *bông tuyết Von Koch*



- a) Độ dài mỗi cạnh của hình H_1 là $\frac{a}{3}$.
- b) Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì độ dài mỗi cạnh của hình H_{n-1} gấp 3 lần độ dài mỗi cạnh của hình H_n .
- c) Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là số cạnh của các hình $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$. Khi đó, dãy số $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 4$.
- d) Chu vi của hình *bông tuyết Von Koch* H_{16} lớn hơn 100 lần chu vi của hình H .

PHẦN III. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Anh An gửi 100 triệu vào ngân hàng với kì hạn 1 năm và hưởng lãi suất 5,4%/năm theo thể thức lãi kép. Sau khi gửi được tròn 9 tháng, anh cần dùng đến 100 triệu trên để sửa nhà. Nhân viên ngân hàng đã đưa ra cho anh hai phương án như sau:

* **Phương án 1:** Anh rút hết tiền trước kì hạn. Khi đó toàn bộ số tiền anh gửi sẽ được tính lãi với lãi suất không kì hạn là 0,2%/năm (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng).

* **Phương án 2:** Anh thế chấp sổ tiết kiệm đó để vay ngân hàng 100 triệu. Khi đó, toàn bộ số tiền vay sẽ phải chịu lãi suất 8%/năm (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng). Đủ kì hạn 1 năm của khoản tiền gửi, anh sẽ rút hết tiền và trả hết nợ cho ngân hàng.

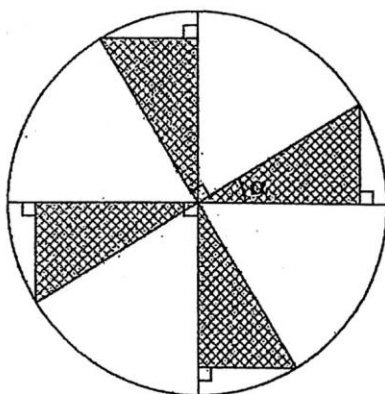
Nếu làm theo phương án 2 thì anh được lợi bao nhiêu triệu đồng so với phương án 1 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 2. Bất phương trình $\log_2(2x-1) < \log_2(14-x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 9$ và $u_7 = 17$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 4. Trong kỳ thi vấn đáp, bạn Bình phải bốc thăm ngẫu nhiên và trả lời 3 chủ đề trong số 10 chủ đề đã được chuẩn bị trước. Bạn Bình chỉ chuẩn bị được 7 trong 10 chủ đề trên. Xác suất để Bình bốc được ít nhất hai chủ đề trong những chủ đề đã chuẩn bị bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 5. Một khu phố có kế hoạch tu sửa một sân chơi hình tròn, bán kính 10m. Theo bản thiết kế dự kiến thi công (như hình vẽ), người ta lát gạch trang trí ở phần kẻ sọc (với $0^\circ < \alpha < 45^\circ$) và phần còn lại đổ xi măng. Chi phí lát gạch là 1 triệu đồng/ m^2 và chi phí đổ xi măng là 300 nghìn đồng/ m^2 (giả sử phần chi phí khác không đáng kể). Hỏi góc α lớn nhất là bao nhiêu độ để chi phí tu sửa không lớn hơn 150 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 6. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng SB và điểm N thuộc đoạn thẳng SC sao cho $NS = 2NC$. Phép chiếu song song lên mặt phẳng (SCD) theo phương chiếu BD biến điểm M thành điểm P . Phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương chiếu SA biến tam giác MNP thành hình T . Khi đó diện tích hình T bằng bao nhiêu?

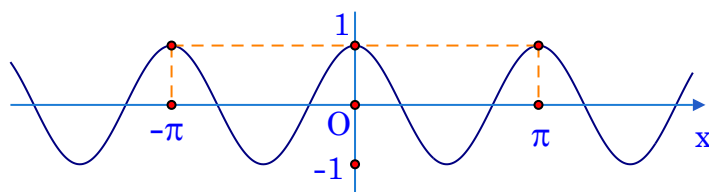
----- **HẾT** -----

- Học sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên học sinh:..... Số báo danh:..... Mã đề: 1308

PHẦN I. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = \cos 2x$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm của phương trình $\cos 2x = \frac{1}{3}$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là

- A.** 4. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 6.

Câu 2. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 1}{3^n}$ bằng

- A.** -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 3. Thống kê thời gian hoàn thành một đề thi online của 25 học sinh, ta được bảng sau:

Thời gian (phút)	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$
Số học sinh	2	6	10	4	3

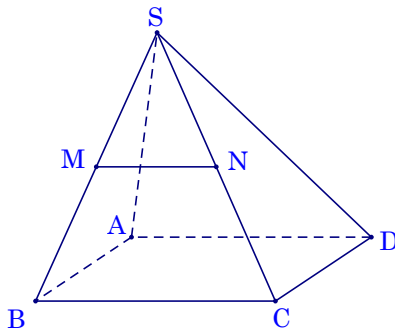
Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm nào dưới đây?

- A.** $[5; 10)$. **B.** $[25; 30)$. **C.** $[10; 15)$. **D.** $[15; 20)$.

Câu 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (AMD) và (BCD) là đường thẳng nào dưới đây?

- A.** BC. **B.** MA. **C.** MD. **D.** CD.

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A.** (SBD). **B.** (SAB). **C.** (SAD). **D.** (SCD).

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \frac{4}{\sin x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

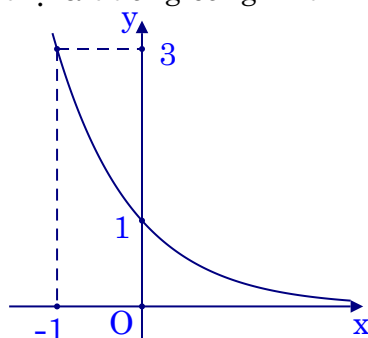
Câu 7. Điểm thi môn Toán trong Kỳ thi Tốt nghiệp trung học phổ thông của 690 học sinh trường THPT X được thống kê bởi bảng số liệu như sau:

Khoảng điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh	15	55	190	290	140

Điểm trung bình môn Toán của mẫu số liệu trên xấp xỉ bằng

A. 6,4. **B.** 7,4. **C.** 5,4. **D.** 7,0.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình vẽ?



A. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **B.** $y = 3^x$. **C.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y = \log_3 x$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. 28. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 7.

Câu 11. Từ thành phố A đến thành phố B có 4 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 3 con đường đi. Số cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà phải đi qua thành phố B là

A. 21. **B.** 42. **C.** 7. **D.** 12.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{a}{3}\right)$ bằng

A. $1 + \log_3 a$. **B.** $\log_3 a - 1$. **C.** $\frac{\log_3 a}{3}$. **D.** $1 - \log_3 a$.

PHẦN II. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$

a) Giá trị của $f(2)$ bằng 1.

b) Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ bằng -1.

c) Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

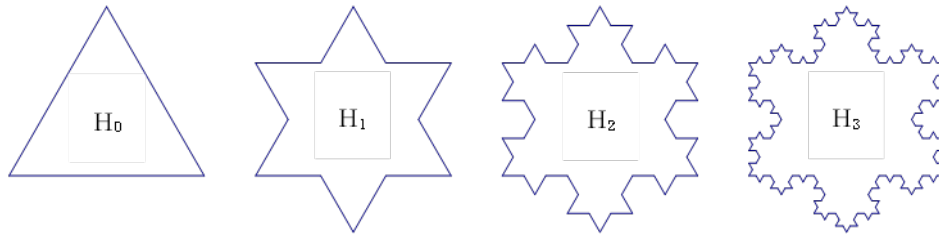
d) Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{xf(x)+1}}{x+1}$ bằng 1.

Câu 2. Cho hình H_0 là một tam giác đều cạnh a . Người ta lần lượt thực hiện các bước như sau:

* Bước 1: Chia mỗi cạnh của hình H_0 thành ba đoạn thẳng bằng nhau. Trên mỗi đoạn thẳng ở giữa, dựng một tam giác đều nằm ngoài hình H_0 , sau đó xóa bỏ đoạn ở giữa, ta được hình H_1 (tham khảo hình vẽ).

* Bước 2: Tiếp tục lặp lại quá trình trên với mỗi cạnh của hình H_1 , ta được hình H_2 .

Sau nhiều bước thực hiện như trên, ta được một hình giống như bông tuyết, gọi là bông tuyết Von Koch.



a) Độ dài mỗi cạnh của hình H_1 là $\frac{a}{3}$.

b) Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì độ dài mỗi cạnh của hình H_{n-1} gấp 3 lần độ dài mỗi cạnh của hình H_n .

c) Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là số cạnh của các hình $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$. Khi đó, dãy số $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 4$.

d) Chu vi của hình bông tuyết Von Koch H_{16} lớn hơn 100 lần chu vi của hình H_0 .

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang cân, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD, điểm M là trung điểm của đoạn thẳng SC.

a) Đường thẳng AM nằm trong mặt phẳng (SAC).

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO.

c) Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là giao điểm của AM và SO.

d) Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với đường thẳng BD. Mặt phẳng

(α) cắt SB tại P. Khi đó $\frac{SP}{SB} = \frac{2}{3}$.

Câu 4. Giả sử số lượng của một quần thể vi sinh vật tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm (phụ thuộc vào thời gian nuôi cấy) được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{25}{a + e^{-0,8t}}$, trong

đó thời gian t được tính bằng giờ, a là hệ số điều chỉnh mật độ vi sinh vật ban đầu. Biết rằng, tại thời điểm ban đầu $t = 0$ quần thể có 20 vi sinh vật.

a) Giá trị của a bằng 0,25.

b) Sau 2 giờ, quần thể có nhiều hơn 60 vi sinh vật.

c) Với quy trình nuôi cấy theo mô hình trên thì số lượng vi khuẩn trong quần thể không lớn hơn 100.

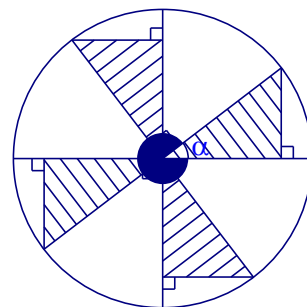
d) Để số lượng vi sinh vật trong quần thể lớn hơn 90 thì cần nuôi cấy ít nhất 6 giờ.

PHẦN III. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng 6. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng SB và điểm N thuộc đoạn thẳng SC sao cho $NS = 2NC$. Phép chiếu song song lên mặt phẳng (SCD) theo phương chiếu BD biến điểm M thành điểm P. Phép chiếu song song lên mặt phẳng (ABCD) theo phương chiếu SA biến tam giác MNP thành hình T. Khi đó diện tích hình T bằng bao nhiêu?

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 9$ và $u_7 = 17$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một khu phố có kế hoạch tu sửa một sân chơi hình tròn, bán kính 10m. Theo bản thiết kế dự kiến thi công (như hình vẽ), người ta lát gạch trang trí ở phần kẻ sọc (với $0^\circ < \alpha < 45^\circ$) và phần còn lại đổ xi măng. Chi phí lát gạch là 1 triệu đồng/ m^2 và chi phí đổ xi măng là 300 nghìn đồng/ m^2 (giả sử phần chi phí khác không đáng kể). Hỏi góc α lớn nhất là bao nhiêu độ để chi phí tu sửa không lớn hơn 150 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Câu 4. Trong kỳ thi vấn đáp, bạn Bình phải bốc thăm ngẫu nhiên và trả lời 3 chủ đề trong số 10 chủ đề đã được chuẩn bị trước. Bạn Bình chỉ chuẩn bị được 7 trong 10 chủ đề trên. Xác suất để Bình bốc được ít nhất hai chủ đề trong những chủ đề đã chuẩn bị bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 5. Anh An gửi 100 triệu vào ngân hàng với kì hạn 1 năm và hưởng lãi suất 5,4%/năm theo thể thức lãi kép. Sau khi gửi được tròn 9 tháng, anh cần dùng đến 100 triệu trên để sửa nhà. Nhân viên ngân hàng đã đưa ra cho anh hai phương án như sau:

* **Phương án 1:** Anh rút hết tiền trước kì hạn. Khi đó toàn bộ số tiền anh gửi sẽ được tính lãi với lãi suất không kì hạn là 0,2%/năm (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng).

* **Phương án 2:** Anh thế chấp sổ tiết kiệm đó để vay ngân hàng 100 triệu. Khi đó, toàn bộ số tiền vay sẽ phải chịu lãi suất 8%/năm (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng). Đủ kì hạn 1 năm của khoản tiền gửi, anh sẽ rút hết tiền và trả hết nợ cho ngân hàng.

Nếu làm theo phương án 2 thì anh được lợi bao nhiêu triệu đồng so với phương án 1 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Bất phương trình $\log_2(2x - 1) < \log_2(14 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

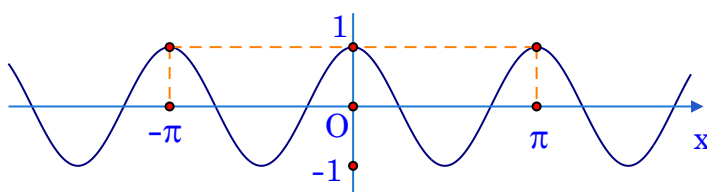
--- HẾT ---

Họ, tên học sinh:..... Số báo danh:..... Mã đề: 1308

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = \cos 2x$ có đồ thị như hình vẽ:



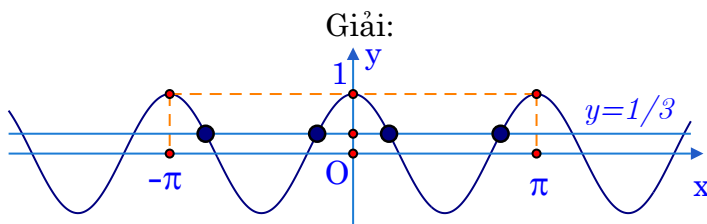
Số nghiệm của phương trình $\cos 2x = \frac{1}{3}$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là

A. 4.

B. 2.

C. vô số.

D. 6.



Đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = \cos 2x$ tại 4 điểm trên đoạn $[-\pi; \pi]$ nên phương trình $\cos 2x = \frac{1}{3}$ có 4 nghiệm trên đoạn $[-\pi; \pi]$. Chọn A

Câu 2. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 1}{3^n}$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Giải:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 1}{3^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1} = 0. \text{ Chọn D}$$

Câu 3. Thống kê thời gian hoàn thành một đề thi online của 25 học sinh, ta được bảng sau:

Thời gian (phút)	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$
Số học sinh	2	6	10	4	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm nào dưới đây?

A. $[5; 10)$.

B. $[25; 30)$.

C. $[10; 15)$.

D. $[15; 20)$.

Giải:

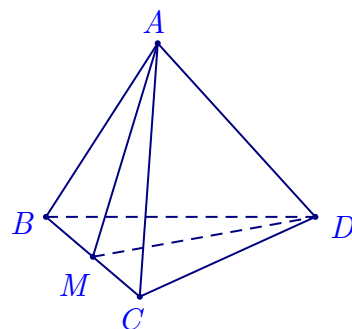
Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 10, thuộc nhóm $[15;20)$. Chọn C

Câu 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (AMD) và (BCD) là đường thẳng nào dưới đây?

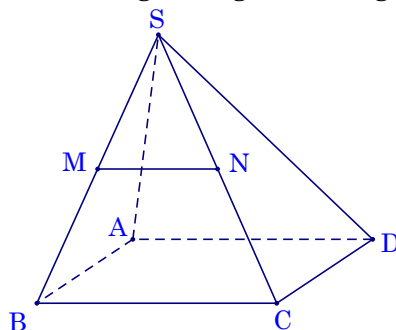
- A. BC. B. MA. C. MD. D. CD.

Giải:

Quan sát hình vẽ ta thấy giao tuyến của hai mặt phẳng (AMD) và (BCD) là đường thẳng MD. Chọn C



Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (SBD). B. (SAB). C. (SAD). D. (SCD).

Giải:

Do $MN \parallel BC, BC \parallel AD \Rightarrow MN \parallel AD$. Lại có $MN \not\subset (SAD) \Rightarrow MN \parallel (SAD)$. Chọn C

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \frac{4}{\sin x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Giải:

Điều kiện xác định: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$, suy ra tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. Chọn A

Câu 7. Điểm thi môn Toán trong Kỳ thi Tốt nghiệp trung học phổ thông của 690 học sinh trường THPT X được thống kê bởi bảng số liệu như sau:

Khoảng điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	15	55	190	290	140

Điểm trung bình môn Toán của mẫu số liệu trên xấp xỉ bằng

- A. 6,4. B. 7,4. C. 5,4. D. 7,0.

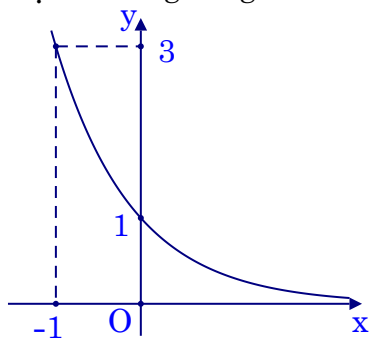
Giải:

Khoảng điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Giá trị đại diện	1	3	5	7	9
Số học sinh	15	55	190	290	140

Giá trị trung bình môn Toán của mẫu số liệu trên bằng

$$\bar{x} = \frac{15.1 + 55.3 + 190.5 + 290.7 + 140.9}{690} \approx 6,4. \text{ Chọn A}$$

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình vẽ?



- A.** $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **B.** $y = 3^x$. **C.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **D.** $y = \log_3 x$.

Giải:

Đồ thị hàm số có dạng đặc trưng của hàm số mũ, nghịch biến nên chọn C

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A.** $-\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Giải:

$$q = \frac{u_3}{u_2} = \frac{6}{3} = 2. \text{ Chọn B}$$

Câu 10. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

- A.** 28. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 7.

Giải:

$$u_3 = 3 \cdot 3 + 1 = 10. \text{ Chọn B}$$

Câu 11. Từ thành phố A đến thành phố B có 4 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 3 con đường đi. Số cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà phải đi qua thành phố B là

- A.** 21. **B.** 42. **C.** 7. **D.** 12.

Giải:

Theo quy tắc nhân, có $4 \cdot 3 = 12$ cách. Chọn D

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{a}{3}\right)$ bằng

- A.** $1 + \log_3 a$. **B.** $\log_3 a - 1$. **C.** $\frac{\log_3 a}{3}$. **D.** $1 - \log_3 a$.

Giải:

$$\log_3\left(\frac{a}{3}\right) = \log_3 a - \log_3 3 = \log_3 a - 1. \text{ Chọn B}$$

PHẦN II. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn Đúng hoặc Sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$

- a)** Giá trị của $f(2)$ bằng 1.

b) Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ bằng -1.

c) Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

d) Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{xf(x)+1}}{x+1}$ bằng 1.

Giải:

Đ S Đ S

(a) $f(2) = 1$. Đúng

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) = 1$. Sai

(c) Ta có $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$ liên tục trên các khoảng xác định $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$

Do $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1 = f(2)$ nên hàm số liên tục tại $x = 2$, vậy hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$. Đúng

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{xf(x)+1}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x \cdot \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} + 1}}{x+1}$. Do $x+1 < 0$ khi $x \rightarrow -\infty$ nên

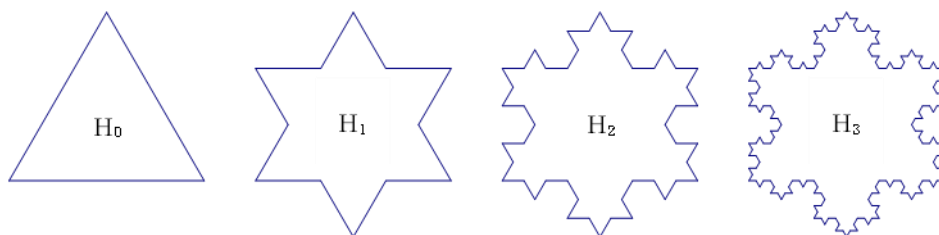
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{xf(x)+1}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{(x-2)(x+1)^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{\frac{1 - \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x^3}}{\left(1 - \frac{2}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2}} \right) = -1. \text{ Sai}$$

Câu 2. Cho hình H_0 là một tam giác đều cạnh a . Người ta lần lượt thực hiện các bước như sau:

* Bước 1: Chia mỗi cạnh của hình H_0 thành ba đoạn thẳng bằng nhau. Trên mỗi đoạn thẳng ở giữa, dựng một tam giác đều nằm ngoài hình H_0 , sau đó xóa bỏ đoạn ở giữa, ta được hình H_1 (tham khảo hình vẽ).

* Bước 2: Tiếp tục lặp lại quá trình trên với mỗi cạnh của hình H_1 , ta được hình H_2 .

Sau nhiều bước thực hiện như trên, ta được một hình giống như bông tuyết, gọi là bông tuyết Von Koch.



a) Độ dài mỗi cạnh của hình H_1 là $\frac{a}{3}$.

b) Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì độ dài mỗi cạnh của hình H_{n-1} gấp 3 lần độ dài mỗi cạnh của hình H_n .

c) Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là số cạnh của các hình $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$. Khi đó, dãy số $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 4$.

d) Chu vi của hình bông tuyết Von Koch H_{16} lớn hơn 100 lần chu vi của hình H_0 .

Giải:

Đ Đ Đ S

(a) Độ dài mỗi cạnh của hình H_1 là $\frac{a}{3}$. Đúng

(b) Độ dài mỗi cạnh của hình H_{n-1} gấp 3 lần độ dài mỗi cạnh của hình H_n . Đúng

(c) Số cạnh của hình H_n gấp 4 lần số cạnh của hình $H_{n-1}, \forall n \geq 2$. Do đó dãy số $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 4$. Đúng

(d) Do mỗi cạnh của H_n bằng $\frac{1}{3}$ cạnh của H_{n-1} và số cạnh của H_n bằng 4 lần cạnh của H_{n-1}

nên chu vi của H_n sẽ bằng $\frac{4}{3}$ chu vi của H_{n-1} . Khi đó chu vi của các bông tuyết

$H_0, H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$ lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{4}{3}$.

Chu vi bông tuyết Von Koch H_{16} bằng chu vi $H_0 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{16} \approx 99,77(\text{chu vi } H_0)$. Sai

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang cân, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD, điểm M là trung điểm của đoạn thẳng SC.

a) Đường thẳng AM nằm trong mặt phẳng (SAC).

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO.

c) Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là giao điểm của AM và SO.

d) Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với đường thẳng BD. Mặt phẳng

(α) cắt SB tại P. Khi đó $\frac{SP}{SB} = \frac{2}{3}$.

Giải:

Đ D S S

(a) $AM \subset (SAC)$. Đúng

(b) (SAC) và (SBD) có S là điểm chung. Do $AC \cap BD = O$ suy ra O cũng là điểm chung của hai mặt phẳng. Vậy

$(SAC) \cap (SBD) = SO$. Đúng

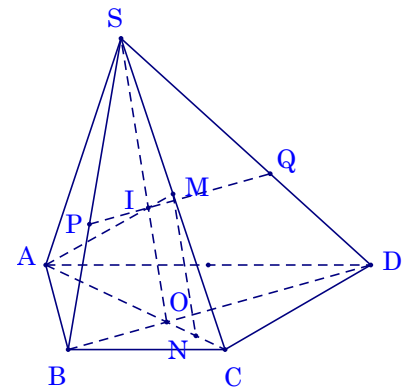
(c) Trong mặt phẳng (SAC), $AM \cap SO = I$,

do $SO \subset (SBD) \Rightarrow AM \cap (SBD) = I$. Đúng

(d) Gọi N là trung điểm của OC. Theo định lý Talet ta có

$$\frac{OA}{OC} = \frac{AD}{BC} = 2 \Rightarrow OA = 4ON \Rightarrow \frac{OI}{MN} = \frac{AO}{AN} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Lại có } SO = 2MN = \frac{10}{4}IO = \frac{5}{2}IO \Rightarrow SI = \frac{3}{5}SO \Rightarrow \frac{SP}{SB} = \frac{SI}{SO} = \frac{3}{5}. \text{ Sai}$$



Câu 4. Giả sử số lượng của một quần thể vi sinh vật tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm (phụ thuộc vào thời gian nuôi cấy) được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{25}{a + e^{-0,8t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ, a là hệ số điều chỉnh mật độ vi sinh vật ban đầu. Biết rằng, tại thời điểm ban đầu $t = 0$ quần thể có 20 vi sinh vật.

a) Giá trị của a bằng 0,25.

b) Sau 2 giờ, quần thể có nhiều hơn 60 vi sinh vật.

c) Với quy trình nuôi cấy theo mô hình trên thì số lượng vi khuẩn trong quần thể không lớn hơn 100.

d) Để số lượng vi sinh vật trong quần thể lớn hơn 90 thì cần nuôi cấy ít nhất 6 giờ.

Giải:

Đ S Đ S

(a) $t = 0$ quần thể có 20 vi sinh vật nên $20 = \frac{25}{a+1} \Rightarrow a = \frac{25}{20} - 1 = 0,25$. Đúng

(b) Sau 2 giờ, ta có $P(2) = \frac{25}{0,25 + e^{-0,8 \times 2}} \approx 55,3 < 60$. Sai

(c) $P(t) = \frac{25}{0,25 + e^{-0,8t}} < \frac{25}{0,25} = 100$. Đúng

(d) $P(t) > 90 \Leftrightarrow \frac{25}{0,25 + e^{-0,8t}} > 90 \Leftrightarrow 0,25 + e^{-0,8t} < \frac{25}{90} \Leftrightarrow e^{-0,8t} < \frac{1}{36} \Leftrightarrow t > 4,479$ nên chỉ cần nuôi 5

giờ là đã vượt 90 vi sinh vật. Sai

PHẦN III. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng 6. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng SB và điểm N thuộc đoạn thẳng SC sao cho $NS = 2NC$. Phép chiếu song song lên mặt phẳng (SCD) theo phương chiếu BD biến điểm M thành điểm P. Phép chiếu song song lên mặt phẳng (ABCD) theo phương chiếu SA biến tam giác MNP thành hình T. Khi đó diện tích hình T bằng bao nhiêu?

Giải:

ĐS: 7,5

Phép chiếu song song lên mặt phẳng (SCD) theo phương chiếu BD biến điểm M thành điểm P là trung điểm của SD.

Phép chiếu song song lên mặt phẳng (ABCD) theo phương chiếu SA biến tam giác MNP thành tam giác EFK, với E, K là trung điểm các đoạn AB, AD tương ứng, còn $F \in AC$ và $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{2}{3}$.

Giả sử $EK \cap AC = I$ ta có $AI = \frac{1}{4}AC \Rightarrow AI = \frac{3}{8}AF$

Ta có

$$\frac{S_{\Delta FEK}}{S_{\Delta AEK}} = \frac{FI}{AI} = \frac{5}{3} \Rightarrow S_{\Delta FEK} = \frac{5}{3}S_{\Delta AEK} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{8}S_{ABCD} = \frac{5}{24} \cdot 6^2 = 7,5$$

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 9$ và $u_7 = 17$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng bao nhiêu?

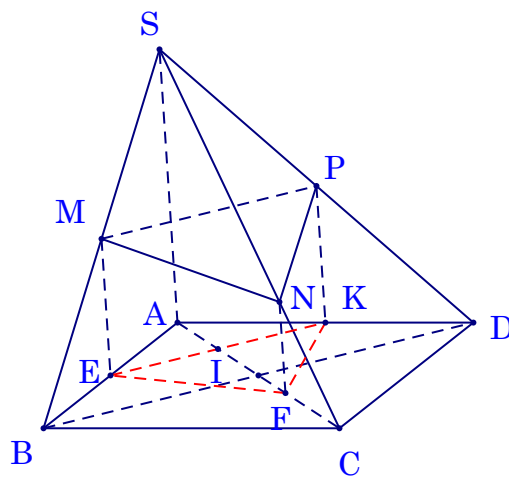
Giải:

ĐS: 480

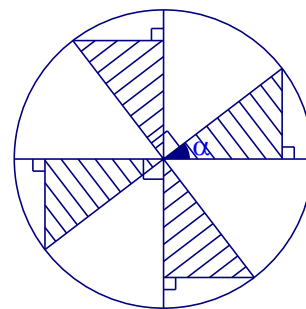
Công sai $d = \frac{17-9}{4} = 2 \Rightarrow u_1 = u_3 - 2d = 9 - 4 = 5$

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 3$$

Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng $S_{20} = \sum_{x=1}^{20} (2x + 3) = 480$.



Câu 3. Một khu phố có kế hoạch tu sửa một sân chơi hình tròn, bán kính 10m. Theo bản thiết kế dự kiến thi công (như hình vẽ), người ta lát gạch trang trí ở phần kẻ sọc (với $0^\circ < \alpha < 45^\circ$) và phần còn lại đổ xi măng. Chi phí lát gạch là 1 triệu đồng/ m^2 và chi phí đổ xi măng là 300 nghìn đồng/ m^2 (giả sử phần chi phí khác không đáng kể). Hỏi góc α lớn nhất là bao nhiêu độ để chi phí tu sửa không lớn hơn 150 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



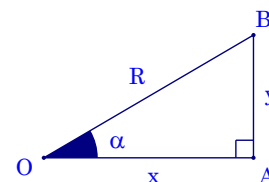
Giải:

ĐS: 26

Xét tam giác vuông OAB như hình bên, ta có

$$x = R \cos \alpha; y = R \sin \alpha$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot AB = \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4} R^2 \sin 2\alpha$$



Áp dụng vào bài toán

$$\text{Diện tích phần lát gạch là: } 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 10^2 \cdot \sin 2\alpha = 100 \cdot \sin 2\alpha$$

Diện tích phần đổ bê tông bằng diện tích hình tròn – diện tích lát gạch

$$= \pi \cdot 10^2 - 100 \sin 2\alpha = 100 \cdot (\pi - \sin 2\alpha)$$

$$\text{Chi phí tu sửa là } 100 \cdot \sin 2\alpha + 100 \cdot (\pi - \sin 2\alpha) \cdot 0,3 = 30\pi + 70 \sin 2\alpha \text{ (triệu đồng)}$$

Để chi phí tu sửa không lớn hơn 150 triệu đồng ta phải có

$$30\pi + 70 \sin 2\alpha \leq 150 \Leftrightarrow \sin 2\alpha \leq \frac{150 - 30\pi}{70}$$

Do $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ nên $0^\circ < 2\alpha < 90^\circ$, do đó $\sin 2\alpha \leq \frac{150 - 30\pi}{70} \Leftrightarrow 2\alpha < 52,793^\circ \Rightarrow \alpha \leq 26,397^\circ$. Do yêu cầu chi phí tu sửa không lớn hơn 150 triệu đồng nên α làm tròn xuống.

Đáp số 26°

Câu 4. Trong kỳ thi vấn đáp, bạn Bình phải bốc thăm ngẫu nhiên và trả lời 3 chủ đề trong số 10 chủ đề đã được chuẩn bị trước. Bạn Bình chỉ chuẩn bị được 7 trong 10 chủ đề trên. Xác suất để Bình bốc được ít nhất hai chủ đề trong những chủ đề đã chuẩn bị bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Giải:

ĐS: 0,82

$$\text{Số phần tử của không gian mẫu: } n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$$

Gọi A là biến cố Bình bốc được ít nhất 2 trong 7 chủ đề đã chuẩn bị

$$\text{TH1. Bốc 2 chủ đề đã chuẩn bị và 1 chủ đề không chuẩn bị: } C_7^2 \cdot 3 = 63 \text{ cách}$$

$$\text{TH2. Bốc 2 chủ đề đã chuẩn bị: } C_7^3 = 35 \text{ cách}$$

$$\Rightarrow n(A) = 63 + 35 = 98.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{98}{120} \approx 0,82.$$

Câu 5. Anh An gửi 100 triệu vào ngân hàng với kì hạn 1 năm và hưởng lãi suất 5,4%/năm theo thể thức lãi kép. Sau khi gửi được tròn 9 tháng, anh cần dùng đến 100 triệu trên để sửa nhà. Nhân viên ngân hàng đã đưa ra cho anh hai phương án như sau:

* **Phương án 1:** Anh rút hết tiền trước kì hạn. Khi đó toàn bộ số tiền anh gửi sẽ được tính lãi với lãi suất không kì hạn là $0,2\%/năm$ (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng).

* **Phương án 2:** Anh thế chấp sổ tiết kiệm đó để vay ngân hàng 100 triệu. Khi đó, toàn bộ số tiền vay sẽ phải chịu lãi suất $8\%/năm$ (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng). Đủ kì hạn 1 năm của khoản tiền gửi, anh sẽ rút hết tiền và trả hết nợ cho ngân hàng.

Nếu làm theo phương án 2 thì anh được lợi bao nhiêu triệu đồng so với phương án 1 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Giải:

ĐS: 3,34

Theo phương án 1 ta có thể thức lãi kép kì hạn 1 tháng, lãi suất là $0,2\% / năm \Leftrightarrow \frac{1}{60}\% / tháng$.

Khi đó số tiền cả gốc lẫn lãi thu về là $100 \cdot \left(1 + \frac{1}{6000}\right)^9 \approx 100,1501$ triệu, lãi 0,1501 triệu

Theo phương án 2 ta có thể thức lãi kép kì hạn 1 năm, lãi suất là $5,4\% / năm$.

Khi đó số tiền cả gốc lẫn lãi thu về sau 1 năm là $100 \cdot \left(1 + \frac{5,4}{100}\right) = 105,4$ triệu

Nhưng do anh vay thế chấp 100 triệu với lãi kép kì hạn 1 tháng, lãi suất là $8\% / năm \Leftrightarrow \frac{2}{3}\% / tháng$. Nên khi đến kì hạn một năm thì thời gian vay là 3 tháng, nên số tiền nợ ngân hàng là $100 \cdot \left(1 + \frac{2}{300}\right)^3 \approx 102,0134$ triệu. Như vậy sau khi rút tiền trả nợ ngân hàng anh còn lãi là

$105,4 - 102,0134 = 3,3866$ triệu.

Phương án hai có lợi hơn phương án 1 là $3,3866 - 0,1501 = 3,2365$, làm tròn đến hàng phần trăm là 3,24 triệu.

Câu 6. Bất phương trình $\log_2(2x - 1) < \log_2(14 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Giải:

ĐS: 4

Điều kiện $\frac{1}{2} < x < 14$

Khi đó bất phương trình tương đương $2x - 1 < 14 - x \Leftrightarrow x < 5$.

Kết hợp điều kiện ta có $\frac{1}{2} < x < 5$. Do x nguyên nên có 4 nghiệm nguyên thỏa mã là $\{1; 2; 3; 4\}$.

--- HẾT ---