

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d): $y = x + 2m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt.

Câu 2 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\sqrt{2} \cos 2x + \sin x - \cos x = 0$.

b) Giải bất phương trình: $3^{2x+1} - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + 1 < 0$.

Câu 3 (0,5 điểm). Cho số phức z thỏa mãn: $(1+i)z = 14 - 2i$. Tìm mô đun của số phức z .

Câu 4 (1,0 điểm). Giải bất phương trình: $4x + 9 \leq x^2 + 3\sqrt{x^2 + 5} + 2\sqrt{8x - 3x^2}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^3 \left(e^x - \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} \right) dx$

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BC = 2AB$. Mặt bên SAB là một tam giác vuông cân tại A và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và SC , biết $SA = a$.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(5;3), B(-4;6)$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Đường thẳng qua I và song song với AB cắt BC tại $F\left(-\frac{11}{4}; \frac{9}{4}\right)$. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;-3), B(1;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 2 = 0$. Gọi C là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ điểm C và viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

Câu 9 (0,5 điểm). Một lớp khối 12 có 26 học sinh giỏi, trong đó có 10 học sinh giỏi là học sinh nam, 16 học sinh giỏi là học sinh nữ và lớp trưởng là học sinh giỏi nữ, bí thư chi đoàn là học sinh giỏi nam. Nhà trường cử 4 học sinh giỏi của lớp đi dự hội nghị tổng kết năm học. Tính xác suất sao cho trong số 4 học sinh được chọn chỉ có 1 cán bộ lớp (lớp trưởng hoặc bí thư), có cả học sinh giỏi nam và học sinh giỏi nữ.

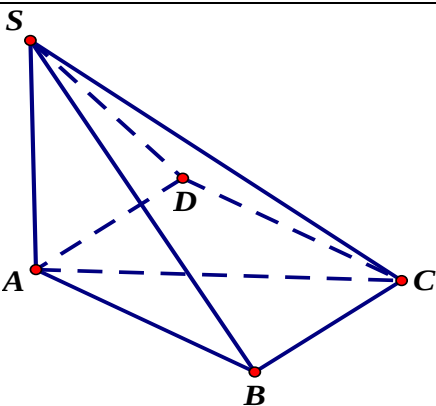
Câu 10 (1,0 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

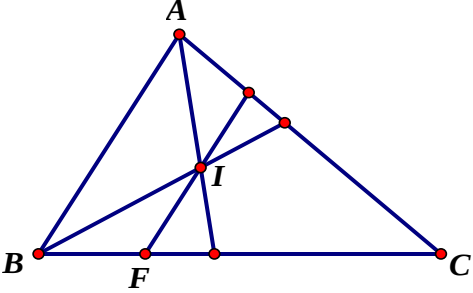
$$P = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 4y^2 + 2x + 1} + 3x(3x - 4y) + \frac{20y^2 - 9y + 42}{5}.$$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu	Nội dung	Điểm												
1	a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ * Tập xác định: $D = R \setminus \{-2\}$ * Sự biến thiên: +) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị. $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị.	0,25												
	+) $y' = \frac{1}{(x+2)^2} > 0 \forall x \neq -2 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2); (-2; +\infty)$. Không có cực trị.	0,25												
	+) Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	$+\infty$	y'	+		+	y	2	$+\infty$	2	0,25
	x	$-\infty$	-2	$+\infty$										
	y'	+		+										
	y	2	$+\infty$	2										
* Đồ thị:	0,25													
b) Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+3}{x+2} = x+2m$ $\Leftrightarrow 2x+3 = (x+2m)(x+2) \quad (x \neq -2)$	0,25													
$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 4m - 3 = 0(1)$	0,25													
Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x \neq -2$	0,25													
$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 3 > 0 \\ (-2)^2 + 2m(-2) + 4m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ Vậy với $m \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ thì (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt .	0,25													
2	a) Giải phương trình: $\sqrt{2} \cos 2x + \sin x - \cos x = 0$ Phương trình $\Leftrightarrow \cos 2x = \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x = -x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. Thu gọn ta được: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}$.	0,25												
	b) Giải bất phương trình: $3^{2x+1} - 4.\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + 1 < 0$. Bpt $\Leftrightarrow 3.3^{2x} - 4.3^x + 1 < 0$ Đặt $t = 3^x, t > 0$.	0,25												

	Ta được bất phương trình: $3t^2 - 4t + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < t < 1$ Khi đó: $\frac{1}{3} < 3^x < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 0$.	0,25
3	Ta có $(1+i)z = 14 - 2i \Leftrightarrow z = \frac{14-2i}{1+i} \Leftrightarrow z = 6-8i$ $\Rightarrow z = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10$.	0,25 0,25
4	Điều kiện : $0 \leq x \leq \frac{8}{3}$ Áp dụng bất đẳng thức Cô si, ta có: $3\sqrt{x^2+5} \leq \frac{x^2+14}{2}; 2\sqrt{8x-3x^2} \leq \frac{8x-3x^2+4}{2}$ Suy ra : $3\sqrt{x^2+5} + 2\sqrt{8x-3x^2} \leq \frac{-2x^2+8x+18}{2} = -x^2+4x+9$ $\Rightarrow 4x+9 \leq x^2+3\sqrt{x^2+5}+2\sqrt{8x-3x^2} \leq 4x+9$ Dấu "=" xảy ra khi $x = 2$. Thử lại, $x = 2$ là nghiệm của bất phương trình.	0,25 0,25 0,25 0,25
5	Ta có: $I = \int_0^3 \left(e^x - \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} \right) dx = \int_0^3 e^x dx - \int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx$ +) $I_1 = \int_0^3 e^x dx = e^x \Big _0^3 = e^3 - 1$ +) $I_2 = \int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx$ Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2tdt$ Đổi cận: $x=0 \rightarrow t=1; x=3 \rightarrow t=2$. $I_2 = \int_1^2 \frac{(t^2-1)^2}{t} 2tdt = 2 \int_1^2 (t^4 - 2t^2 + 1) dt = \frac{76}{15}$. Vậy $I = e^3 - \frac{91}{15}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
6	 Do $SA \perp AB, (SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC)$ $AB = SA = a, BC = 2AB = 2a$. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} a \cdot 2a = a^2$. $\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a \cdot a^2 = \frac{1}{3} a^3$.	0,25 0,25
	Dựng hình bình hành $ABCD$. Do $ABC = 90^\circ$ nên $ABCD$ là hình chữ nhật. Suy ra: $CD = a; AD = 2a$. Có: $AC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow SC^2 = a^2 + 5a^2 = 6a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{6}$ $SD^2 = SA^2 + AD^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow SD = a\sqrt{5}$. $\cos DCS = \frac{CD^2 + SC^2 - SD^2}{2CD \cdot SC} = \frac{a^2 + 6a^2 - 5a^2}{2 \cdot a \cdot a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6} > 0$. Suy ra: $\cos(AB, SC) = \frac{\sqrt{6}}{6}$.	0,25 0,25

	Gọi (d) là đường thẳng qua A và vuông góc với (P). Ta có: $\vec{n}_p = (2; 1; -2)$ là véc tơ chỉ phương của (d). Phương trình (d): $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$	0,25
7	Gọi $C(3+2t; -1+t; -3-2t)$. Có $C \in (P) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow C(1; -2; -1)$. Ta có: $\vec{AB} = (-2; 1; 2), \vec{AC} = (-2; -1; 2) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (4; 0; 4)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC). Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $4(x-1) + 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow x + z = 0$.	0,25
	 Ta có: $IF \parallel AB \Rightarrow \angle ABI = \angle BIF, \angle ABI = \angle IBF$ Suy ra: Tam giác BFI cân tại F $\Rightarrow BF = FI$ $\vec{AB} = (-9; 3) \Rightarrow \vec{n} = (1; 3)$ là véc tơ pháp tuyến của FI. Phương trình FI: $\left(x + \frac{11}{4}\right) + 3\left(y - \frac{9}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 4 = 0$	0,25
8	Gọi $I(4-3y; y)$. Ta có: $BF = FI \Leftrightarrow BF^2 = FI^2 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(-\frac{15}{4}\right)^2 = \left(3y - \frac{27}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{4}\right)^2$ $\Leftrightarrow y = 1; y = \frac{7}{2} \Rightarrow I\left(-\frac{13}{2}; \frac{7}{2}\right) \text{ (loại)}, I(1; 1)$.	0,25
	Phương trình BI: $x + y - 2 = 0$. Gọi F' là điểm đối xứng của F qua BI. Ta tìm được $F'\left(-\frac{1}{4}; \frac{19}{4}\right)$. Khi đó phương trình AB: $x + 3y - 14 = 0$	0,25
	Phương trình AC: $3x + y + 6 = 0$. Tọa độ điểm C(1; -9).	0,25
9	Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử "Chọn 4 học sinh trong 26 học sinh". Ta có $n(\Omega) = C_{26}^4$. Gọi A là biến cố "chọn được 4 học sinh có đúng 1 cán bộ lớp và có cả học sinh nam và học sinh nữ". + TH1: Chọn lớp trưởng và 1 nữ, 2 nam. Có: $C_{15}^1 \cdot C_9^2$ cách. + TH2: Chọn lớp trưởng và 2 nữ, 1 nam. Có: $C_{15}^2 \cdot C_9^1$ cách. + TH3: Chọn bí thư và 1 nữ, 2 nam. Có: $C_9^2 \cdot C_{15}^1$ cách. + TH4: Chọn bí thư và 2 nữ, 1 nam. Có: $C_9^1 \cdot C_{15}^2$ cách. Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{15}^1 \cdot C_9^2 + C_{15}^2 \cdot C_9^1 + C_9^2 \cdot C_{15}^1 + C_9^1 \cdot C_{15}^2}{C_{26}^4} = \frac{297}{1495}$.	0,25
10	$P = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 4y^2 + 2x + 1} + 3x(3x - 4y) + \frac{20y^2 - 9y + 42}{5}$ Ta có: $P = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(-x-1)^2 + (2y)^2} + (3x-2y)^2 - \frac{9}{5}y + \frac{42}{5}$ Đặt $\vec{u} = (x-1; y), \vec{v} = (-x-1; 2y) \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} = (-2; 3y)$	0,25

	Có: $\left \vec{u} \right + \left \vec{v} \right \geq \left \vec{u} + \vec{v} \right = \sqrt{4 + 9y^2} \text{ ; } (3x - 2y)^2 \geq 0.$ Khi đó: $P \geq \sqrt{4 + 9y^2} - \frac{9}{5}y + \frac{42}{5}.$	0,25					
	Xét hàm số: $f(y) = \sqrt{4 + 9y^2} - \frac{9}{5}y + \frac{42}{5}$ $f'(y) = \frac{9y}{\sqrt{4 + 9y^2}} - \frac{9}{5} = \frac{9(5y - \sqrt{4 + 9y^2})}{5\sqrt{4 + 9y^2}} \text{ ; } f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}; f'(0) < 0; f'(1) > 0.$ Bảng biến thiên: <table><tr><td>y</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr><tr><td>$f'(y)$</td><td>$- \qquad 0 \qquad +$</td></tr><tr><td>$f(y)$</td><td> </ </td></tr></table>	y	$\frac{1}{2}$	$f'(y)$	$- \qquad 0 \qquad +$	$f(y)$	</
y	$\frac{1}{2}$						
$f'(y)$	$- \qquad 0 \qquad +$						
$f(y)$	</						

- HẾT -