

Bài 1. (5,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos x$.
b) Cho các số thực a, b lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a(ab^2) = 5$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{ab}(a^5b^2)$.

Bài 2. (4,0 điểm)

- a) Giải bất phương trình $16^x - 5 \cdot 12^x + 4 \cdot 9^x \leq 0$.
b) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt[3]{7-x}}{x+1} & \text{nếu } x \neq -1 \\ 1 & \text{nếu } x = -1 \end{cases}$ tại điểm $x = -1$.

Bài 3. (2,0 điểm) Một đội tuyển học sinh giỏi môn Toán có 12 học sinh, trong đó có 3 bạn có tên là Học, Sinh, Giải. Xếp tùy ý 12 học sinh đó vào một dãy có 12 chiếc ghế được đánh số từ 1 đến 12. Mỗi ghế được đánh một số, không có hai ghế nào được đánh số giống nhau. Mỗi ghế chỉ có đúng một học sinh ngồi và không có học sinh nào không ngồi vào ghế. Tính xác suất của biến cố A: "Số ghế của Sinh bằng trung bình cộng số ghế của Học và số ghế của Giải". Biết rằng, trong 12 học sinh đó không có hai học sinh nào có tên trùng nhau và 12 chiếc ghế được xếp thành một hàng ngang.

Bài 4. (4,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD .

- a. Chứng minh SC vuông góc với mặt phẳng (AHK) .
b. Tính sin của góc tạo bởi đường thẳng CD và mặt phẳng (AHK) .

Bài 5. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$.

Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến lần lượt cắt hai trục Ox, Oy tại A, B sao cho tam giác OAB vuông cân.

Bài 6. (2,0 điểm)

- a) Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = 3u_n - 2, \forall n \geq 1$. Tìm công thức tổng quát của dãy số đã cho.
b) Cho dãy số nguyên dương (x_n) là một dãy tăng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:
i. Số hạng đầu tiên x_1 không chia hết cho 5.
ii. Hiệu $x_{n+1}^3 - x_n^3$ luôn chia hết cho 5^n với mọi $n \geq 1$.
Chứng minh rằng $x_{n+1}^3 - x_n^3 > 125^n, \forall n \geq 1$.

Bài 7. (1,0 điểm). Xác định tất cả các đa thức $P(x)$ hệ số thực thỏa mãn

$$P(x^2) + P(y^2) + P(z^2) = 2[P(xy) + P(yz) + P(zx)]$$

với mọi $x, y, z \in \mathbb{R}$ và $x + y + z = 0$.