

D. $x = 5$

Câu 8: Cho các số thực a, b thỏa mãn: $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$

B. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$

C. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$

D. $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 2x$ là

A. $\frac{x^4}{4} - x^2 + C$

B. $\frac{x^4}{4} + x^2 + C$

C. $\frac{x^4}{4} + C$

D. $x^2 + C$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hình chiếu vuông góc của $A(3; 2; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $H(3; 2; 0)$

B. $H(0; 0; -1)$

C. $H(3; 2; -1)$

D. $H(0; 2; 0)$

Câu 11.

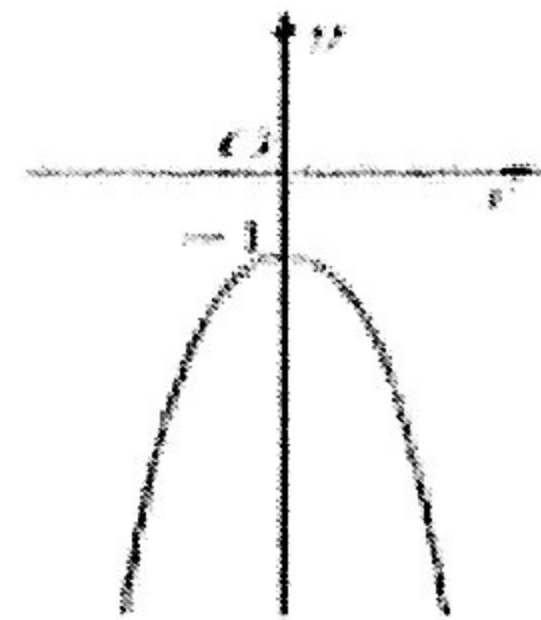
Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào sau đây:

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$

D. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$



Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P): $2x - 3y + z - 2018 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2; 3; -1)$

B. $\vec{n} = (2; 3; 1)$

C. $\vec{n} = (2; -3; 1)$

D. $\vec{n} = (2; -3; -1)$

Câu 13. Phương trình $4^{x^2+2} = 16$ có số nghiệm là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 14. Một khối nón có diện tích toàn phần bằng 10π và diện tích xung quanh bằng 6π . Tính thể tích V của khối nón đó được:

A. $V = 12\pi$

B. $V = 4\pi\sqrt{5}$

C. $V = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$

D. $V = 4\pi$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$; $B(0; 3; 0)$; $C(0; 0; 4)$, mặt phẳng (ABC) có phương trình:

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} + 1 = 0$

B. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$

Câu 16. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng

A. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

B. $y = \frac{x}{x - 1}$

C. $y = \frac{x^4}{x^4 + 1}$

D. $y = \sqrt{x^2 - 4}$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	2	$+\infty$	

Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi

A. $-2 < m < 4$

B. $-2 \leq m \leq 4$

C. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 5}{x + 3}$ trên $[0; 2]$.

- A. $\min_{x \in [0; 2]} y = \frac{-5}{3}$ B. $\min_{x \in [0; 2]} y = \frac{-1}{3}$ C. $\min_{x \in [0; 2]} y = -2$ D. $\min_{x \in [0; 2]} y = -10$

Câu 19. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x+1}$ bằng:

- A. 0 B. 1 C. $\ln 2$ D. $\ln \frac{3}{2}$

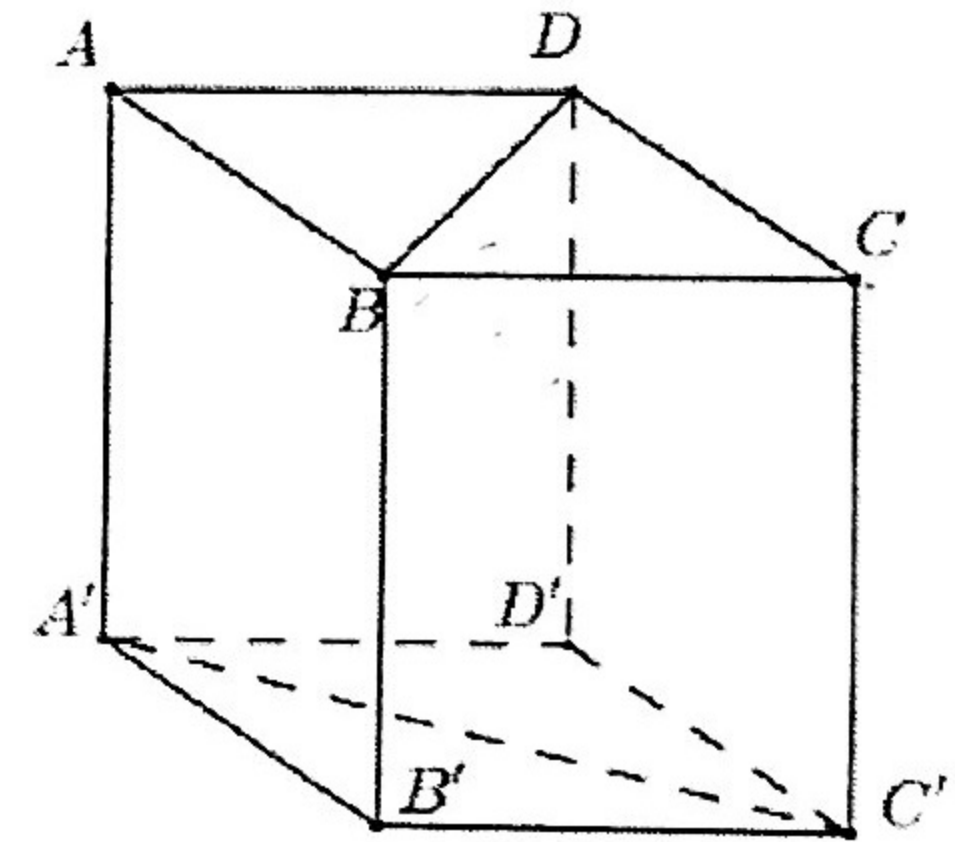
Câu 20. Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tìm số phức $w = i\bar{z} + 3z$ được:

- A. $w = \frac{8}{3}$ B. $w = \frac{10}{3}$ C. $w = \frac{8}{3} + i$ D. $w = \frac{10}{3} + i$

Câu 21.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ thì:

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ B. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$



Câu 22. Thầy Quang thanh toán tiền mua xe bằng các kỳ khoản năm: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 triệu đồng. Kỳ khoản thanh toán 1 năm sau ngày mua. Với lãi suất áp dụng là 8%. Hỏi giá trị chiếc xe của Thầy Quang mua là bao nhiêu?

- A. 32.412.582 đồng B. 35.412.582 đồng C. 33.412.582 đồng D. 34.412.582 đồng

Câu 23. Số cách xếp 3 người đàn ông, 2 người đàn bà và 1 đứa trẻ ngồi vào ghế xếp quanh một bàn tròn sao cho đứa trẻ ngồi giữa hai người đàn ông là:

- A. 6 B. 72 C. 120 D. 36

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 5 = 0$. Tính khoảng cách d từ $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P) được:

- A. $d = \frac{\sqrt{15}}{3}$ B. $d = \frac{\sqrt{12}}{3}$ C. $d = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. $d = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ACD$ được:

- A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$ (đvtt) B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$ (đvtt) C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ (đvtt) D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ (đvtt)

Câu 26. Hệ số x^9 sau khi khai triển và rút gọn đa thức $f(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14}$ là:

- A. 2901 B. 3001 C. 3010 D. 3003

Câu 27. Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi:

- A. $m = 3$ B. $m = 4$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Câu 28. Hình chóp S. ABCD có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Biết thể tích $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{2}$ (đvtt). Góc giữa SC và mặt đáy bằng:

A. 30° B. 45° C. 90° D. 60°

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{2} = \frac{1-y}{-m} = \frac{2-z}{-3}$ và

$(d_2): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(d_1) \perp (d_2)$ được:

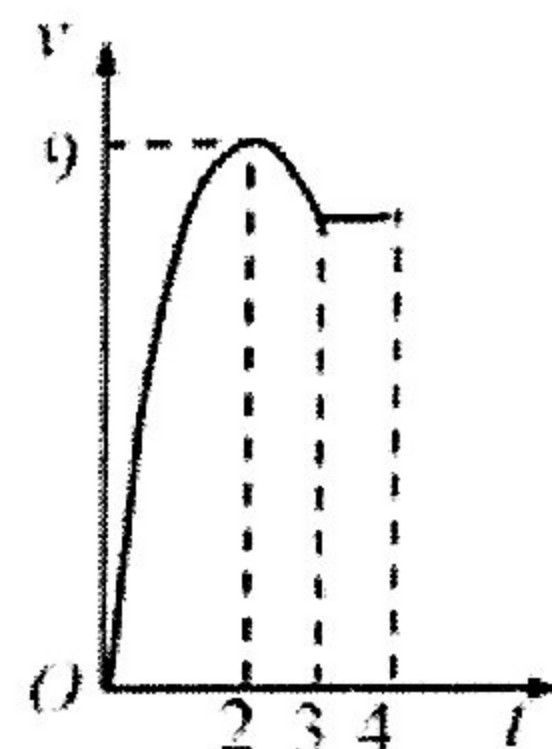
- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = -5$ D. $m = 5$

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$. Tìm m để hàm số có các điểm cực đại, cực tiểu tạo thành một tam giác có diện tích bằng 32 được

- A. $m = 4$ B. $m = -3$ C. $m = 5$ D. $m = 1$

Câu 31.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó được:



- A. $s = 28,5$ (km) B. $s = 27$ (km)
C. $s = 26,5$ (km) D. $s = 24$ (km)

Câu 32. Cho biết $\int_1^2 \ln(9-x^2)dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$, với a, b, c là các số nguyên. Tính

$S = |a| + |b| + |c|$ được:

- A. $S = 34$ B. $S = 13$ C. $S = 18$ D. $S = 26$

Câu 33. Cho hình chóp tứ giác đều S. ABCD, đáy ABCD có tất cả các cạnh bằng a và có tâm O. Gọi M là trung điểm của OA. Tính khoảng cách d từ M đến mặt phẳng (SCD) được:

- A. $d = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ B. $d = a\sqrt{6}$ C. $d = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ D. $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ có nghiệm thực $x \in (0;1)$ là:

- A. $m \leq \frac{1}{4}$ B. $m < \frac{1}{4}$ C. $m > \frac{1}{4}$ D. $m \leq 0$

Câu 35. Tìm số đo ba góc của một tam giác cân biết rằng có số đo của một góc là nghiệm của phương trình: $\cos 2x = \frac{-1}{2}$.

- A. $\left\{\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$ B. $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$ C. $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}; \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right\}$ D. $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}; \left\{\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số $y = x^3 - 27ax$ có cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ:

- A. $a < 0$ B. $a < -1$ C. $-1 < a < 0$ D. $a > 0$

biểu thức $f(3) - f(1)$ bằng:

- A. $\ln 2$ B. $\ln 4$ C. $\ln 3$ D. $2\ln 2$

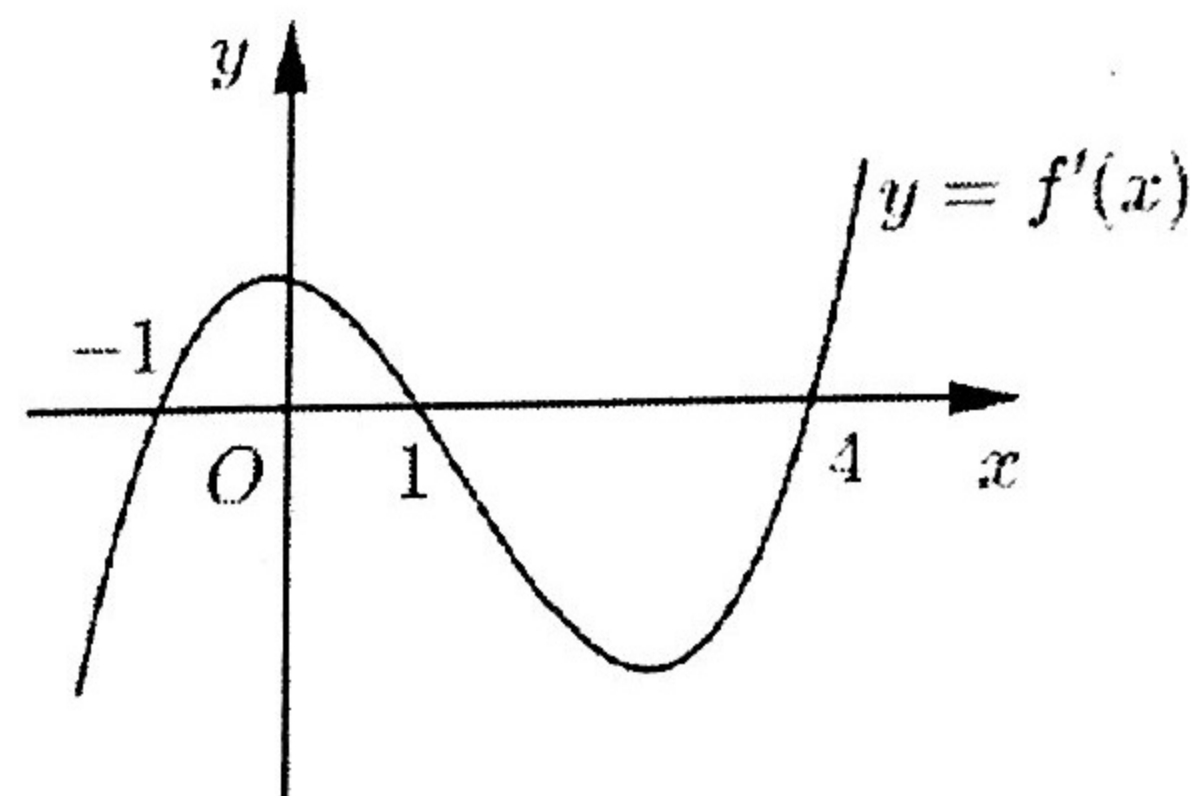
Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$. Mô đun của z là:

- A. $|z| = 3$ B. $|z| = 4$ C. $|z| = 5$ D. $|z| = 6$

Câu 39.

Cho hàm số $y = f(x)$ có hàm số $f'(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y = f(-x)$ đồng biến trong khoảng:

- A. $(-\infty; -5)$
B. $(-\infty; -4)$
C. $(-1; 1)$
D. $(-3; -1)$



Câu 40. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $2x + y = \frac{5}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}.$$

- A. $P_{\min}$ không tồn tại B. $P_{\min} = \frac{65}{4}$ C. $P_{\min} = 5$ D. $P_{\min} = \frac{34}{5}$

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1; 0; 0)$; $B(0; 1; 0)$; $C(0; 0; 1)$; $D(0; 0; 0)$. Hỏi có bao nhiêu điểm cách đều 4 mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

- A. 4 B. 2 C. 1 D. 8

Câu 42. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n \\ u_1 = 2 \end{cases}, n \geq 1$. Số hạng tổng quát của dãy là:

- A. $u_n = 2^n$ B. $u_n = 2^{n-1}$ C. $u_n = 2n$ D. $u_n = 2^{n+1}$

Câu 43. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $\log_{\sqrt{2}}(x - 1) = \log_2(mx - 8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là:

- A. 3 B. 4 C. 5 D. Vô số

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 3$ B. $T = 5$ C. $T = 2$ D. $T = 4$

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$ B. $V = a^3$ C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = |z + i| + |z - 2 - i|$$

A. $\max T = 8\sqrt{2}$.

B. $\max T = 8$.

C. $\max T = 4\sqrt{2}$.

D. $\max T = 4$.

Câu 47. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 5$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+m}{1} = \frac{z-2m}{-3}$ cắt (S) tại hai điểm phân

biệt A, B sao cho độ dài AB lớn nhất

A. $m = \frac{-1}{2}$

B. $m = \pm \frac{1}{3}$

C. $m = \frac{1}{2}$

D. $m = 0$

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , chọn ngẫu nhiên một điểm mà tọa độ là các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn hay bằng 4. Nếu các điểm có cùng xác suất được chọn như nhau, vậy thì xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 là:

A. $\frac{13}{81}$

B. $\frac{15}{81}$

C. $\frac{13}{32}$

D. $\frac{11}{16}$

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$. Tìm a và b biết rằng $f'(0) = -22$ và $\int_0^1 f(x)dx = 5$:

A. $a = -2, b = -8$

B. $a = 2, b = 8$

C. $a = 8, b = 2$

D. $a = -8, b = -2$

--- Hết ---

Câu 1. Đáp án C.

Với $z = 2 - 3i$ thì $\bar{z} = 2 + 3i$

Câu 2. Đáp án C.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - 2}{1 + \frac{3}{x}} = \frac{-2}{1} = -2$$

Câu 3. Đáp án A.

Liệt kê các phần tử của A: $A = \{x \in \mathbb{Z} : -3 \leq x \leq 3\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Câu 4. Đáp án D.

$$V = Bh$$

Câu 5. Đáp án B.

Câu 6. Đáp án C.

Câu 7. Đáp án A.

Câu 8. Đáp án A.

$$\text{Vì } 1 < a < b \text{ nên } 0 < \log_b a < 1, \log_a b > 1 \Rightarrow \frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$$

Câu 9. Đáp án B.

$$\int (x^3 + 2x) dx = \frac{x^4}{4} + x^2 + C$$

Câu 10. Đáp án A.

(Oxy) có phương trình: $z = 0$. Đường thẳng d đi qua A vuông góc với (Oxy) có phương trình:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

Khi đó hình chiếu vuông góc H của A trên (Oxy) là giao điểm của d với (Oxy) nên $H(3; 2; 0)$

Câu 11. Đáp án D

Câu 12. Đáp án C.

Câu 13. Đáp án A.

$$\text{Ta có } 4^{x^2+2} = 16 \Leftrightarrow 4^{x^2+2} = 4^2 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 14. Đáp án C.

Diện tích xung quanh và toàn phần của khối nón là:

$$S_{xq} = \pi rl; S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$$

Khi đó, ta có hệ

$$\begin{cases} \pi rl = 6\pi \\ \pi rl + \pi r^2 = 10\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \pi rl = 6\pi \\ \pi r^2 = 4\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} rl = 6 \\ r^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = 3 \\ r = 2 \end{cases}$$

Đường cao của khối nón:

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

Do vậy thể tích khối nón là:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi \sqrt{5}$$

Câu 15. Đáp án D.

Mặt phẳng (ABC) là mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(2; 0; 0); B(0; 3; 0); C(0; 0; 4)$ nên có phương trình

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$$

Câu 16. Đáp án B

Xét đáp án A: $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x + 2)}{x + 1} = x + 2 (x \neq -1)$ nên các hàm số ở đáp án A, C và D đều không có tiệm cận đứng.

Với hàm số $y = \frac{x}{x - 1}$, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x - 1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x - 1} = -\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 17. Đáp án A

Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m < 4$.

Câu 18. Đáp án A

Ta có hàm số $y = \frac{x^2 - 5}{x + 3}$ liên tục trên $[0; 2]$, $y' = \frac{(x + 3)^2 - 4}{(x + 3)^2}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 2 \\ x + 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 2] \\ x = -3 \notin [0; 2] \end{cases}$$

$$\text{Nên } \min_{x \in [0; 2]} y = \min \{y(0), y(2)\} = \frac{-5}{3}.$$

Câu 19. Đáp án C

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{x + 1} = \ln|x + 1| \Big|_0^1 = \ln 2$$

Câu 20. Đáp án A

$$w = i\bar{z} + 3z = i\left(1 + \frac{1}{3}i\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}i\right) = i - \frac{1}{3} + 3 - i = \frac{8}{3}.$$

Câu 21. Đáp án B

Ta có $A'C'$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên $(A'B'C'D')$ nên $\alpha = \widehat{AA'C'}$.

$$\text{Do vậy: } \tan \alpha = \frac{CC'}{A'C'} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 22. Đáp án A

Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua là 5.000.000 đồng, qua năm 2 sẽ thanh toán là 6.000.000 đồng, qua năm 3 sẽ thanh toán là: 10.000.000 đồng và qua năm 4 sẽ thanh toán là 20.000.000 đồng. Các khoản tiền này đã có lãi trong đó. Do đó, giá trị chiếc xe bằng tổng các khoản tiền lúc chưa có lãi. Gọi V_0 là tiền ban đầu mua chiếc xe. Giá trị của chiếc xe là

$$V_0 = 5.1,08^{-1} + 6.1,08^{-2} + 10.1,08^{-3} + 20.1,08^{-4} = 32.412.582 \text{ đồng.}$$

Câu 23. Đáp án D

Chọn đĩa trẻ làm gốc để xếp. Sau khi chọn cho đĩa trẻ vị trí bất kỳ trong 6 ghế:

+) chọn 1 người đàn ông thứ nhất xếp ngồi cạnh đĩa trẻ có C_3^1 cách xếp chỗ ngồi.

+) chọn 1 người đàn ông thứ hai xếp ngồi cạnh đĩa trẻ có C_2^1 cách xếp chỗ ngồi.

+) còn 3 người còn lại có $3!$ cách xếp chỗ ngồi.

Vậy có số cách xếp là: $C_3^1 C_2^1 3! = 36$.

Câu 24. Đáp án C

$$\text{Ta có } d = d(M, (P)) = \frac{|1 - 2 + 1 - 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

Câu 25. Đáp án D

Ta chứng minh được tam giác ACD vuông cân tại C và $CA = AD = a\sqrt{2}$, suy ra $S_{\Delta ACD} = a^2$.
 Gọi H là trung điểm của AB. Vì tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên
 $SH \perp (ABCD), SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 26. Đáp án D

Ta có: $f(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14} = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^k + \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k + \dots + \sum_{k=0}^{14} C_{14}^k x^k$

Nên hệ số x^9 sau khi khai triển và rút gọn đa thức bằng:

$$C_9^9 + C_{10}^9 + \dots + C_{14}^9 = 3003.$$

Câu 27. Đáp án B

Đặt $t = 2^x > 0$. Phương trình trở thành: $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (1).

Bài toán đưa về tìm điều kiện để (1) có 2 nghiệm $t_1 > 0, t_2 > 0$ sao cho

$$t_1 \cdot t_2 = 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^3 = 8.$$

Giả sử (1) có 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện trên thì $2m = 8 \Rightarrow m = 4$.

Với $m = 4$ ta có: (1) $\Leftrightarrow t^2 - 8t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 4 - 2\sqrt{2} \\ t_2 = 4 + 2\sqrt{2} \end{cases}$. Hai nghiệm t_1, t_2 đều thỏa mãn điều

kiện trên. Vậy $m = 4$.

Câu 28. Đáp án D

Theo đề bài ta có $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABCD). Suy ra góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) chính là góc giữa SC và AC cũng chính là góc $\widehat{SCA} = \alpha$.

Xét tam giác ABC vuông tại B, có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác SAC: vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$.

$$\tan \alpha = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan \alpha = \sqrt{3}a \tan \alpha.$$

Khi đó thể tích của khối chóp S. ABCD là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}\sqrt{3}a \tan \alpha \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3} \tan \alpha$$

$$V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{a^3\sqrt{6}}{3} \tan \alpha = a^3\sqrt{2} \Leftrightarrow \tan \alpha = \sqrt{3} \Leftrightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Theo giả thiết, ta có

Câu 29. Đáp án A

Đường thẳng $(d_1), (d_2)$ có véc tơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (2; -m; -3); \vec{u}_2 = (1; 1; 1)$

$$(d_1) \perp (d_2) \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 30. Đáp án A

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

Hàm số có cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$ (*)

$$\text{Khi đó: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 : y = 2m \\ x = \sqrt{m} : y = 2m - m^2 \\ x = -\sqrt{m} : y = 2m - m^2 \end{cases}.$$

Đồ thị có các điểm cực đại, cực tiểu là $A(0; 2m); B(\sqrt{m}, 2m - m^2); C(-\sqrt{m}, 2m - m^2)$

Tam giác ABC có độ dài đường cao xuất phát từ A là $h = d(A, BC) = m^2$, $BC = 2\sqrt{m}$ nên

$$S_{\Delta ABC} = 32 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m^2 \cdot 2\sqrt{m} = 32 \Leftrightarrow m^{\frac{5}{2}} = 32 = 2^5 \Leftrightarrow \sqrt{m} = 2 \Leftrightarrow m = 4 \text{ (thỏa mãn (*))}.$$

Vậy $m = 4$.

Câu 31. Đáp án B

Trước hết xác định hàm vận tốc $v(t)$:

Gọi parabol (P) có dạng $y = at^2 + bt + c$ ($a \neq 0$). Vì (P) đi qua gốc tọa độ nên $c = 0$. Đỉnh I của (P)

có tọa độ $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ nên suy ra

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ \frac{-\Delta}{4a} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ -(b^2 - 4ac) = 36a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ -16a^2 = 36a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-9}{4} \\ b = 9 \end{cases}$$

Hay $y = \frac{-9}{4}t^2 + 9t$. Do đó vận tốc $v(t)$ của vật xác định bởi công thức sau:

$$v(t) = \begin{cases} \frac{-9}{4}t^2 + 9t & \text{khi } 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{27}{4} & \text{khi } 3 < t \leq 4 \end{cases}$$

Do đó quãng đường mà vật di chuyển được trong 4 giờ là:

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^3 \left(\frac{-9}{4}t^2 + 9t \right) dt + \int_3^4 \frac{27}{4} dt = 27.$$

Câu 32. Đáp án B

$$\text{Xét } I = \int_1^2 \ln(9 - x^2) dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln(9 - x^2) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{-2x}{9 - x^2} dx \\ v = x \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } I = x \ln(9 - x^2) \Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{2x^2}{9 - x^2} dx$$

$$= \int_1^2 \frac{2(x^2 - 9) + 18}{9 - x^2} dx = 2 \ln 5 - 3 \ln 2 - 2 \int_1^2 dx + \int_1^2 \frac{18}{(3 - x)(3 + x)} dx$$

$$= 2 \ln 5 - 3 \ln 2 - 2 \int_1^2 dx + 3 \int_1^2 \left(\frac{1}{3 + x} + \frac{1}{3 - x} \right) dx = 2 \ln 5 - 3 \ln 2 - 2 + 3 \ln \left| \frac{3 + x}{3 - x} \right| \Big|_1^2$$

$$= 5 \ln 5 - 6 \ln 2 - 2. \text{ Suy ra } a = 5; b = -6; c = -2. \text{ Vậy } S = 13.$$

Câu 33. Đáp án D

Kẻ $OH \perp CD$ ($H \in CD$), kẻ $OK \perp SH$ ($K \in SH$). Ta chứng minh được $OK \perp (SCD)$.

$$\text{Vì } \frac{MO}{MC} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{3}{2} d(O, (SCD)) = \frac{3}{2} OK.$$

$$\text{Trong tam giác vuông SOH ta có: } OK = \frac{\sqrt{OH^2 \cdot OS^2}}{\sqrt{OH^2 + OS^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Vậy } d(M, (SCD)) = \frac{3}{2} OK = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 34. Đáp án A

Đặt $t = \log_2 x$. Vì $x \in (0; 1) \Rightarrow t \in D = (-\infty; 0)$. Phương trình trở thành:

$$m = -1 - 1(=1(1)) \quad (1)$$

Lập bảng biến thiên của hàm $y = f(t)$ trên D tìm được $\max_{t \in D} f(t) = \frac{1}{4}$, ta có:

Phương trình đã cho có nghiệm thực $x \in (0;1) \Leftrightarrow (1)$ có nghiệm thực $t \in D$

$$\Leftrightarrow m \leq \max_{t \in D} f(t) = \frac{1}{4}$$

Câu 35. Đáp án D

Đầu tiên giải phương trình:

$$\cos 2x = \frac{-1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k \cdot \pi (k \in \mathbb{Z}) \quad (1)$$

Vì số đo góc của một tam giác là nghiệm của (1) nên x nhận các giá trị: $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}$.

Khi đó các góc của tam giác cân là: $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right\}; \left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \right\}$

Câu 36. Đáp án D

Ta có $y' = 3x^2 - 27a$. Hàm số có cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a > 0$ (*)

$$\text{Khi đó: } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 27a = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9a \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3\sqrt{a} \\ x = -3\sqrt{a} \end{cases}$$

Tọa độ các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số là

$$A(3\sqrt{a}; -54a\sqrt{a}); B(-3\sqrt{a}; 54a\sqrt{a}).$$

Tọa độ A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ nên AB đi qua gốc tọa độ O.

Vậy $a > 0$.

Câu 37. Đáp án A

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C. f(0) = 2018 \Rightarrow C = 2018.$$

Hay $f(x) = \ln|x+1| + 2018$. Do đó

$$f(3) - f(1) = \ln 4 + 2018 - (\ln 2 + 2018) = \ln 4 - \ln 2 = \ln 2.$$

Câu 38. Đáp án C

Gọi số phức cần tìm là $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

$$(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20 \Leftrightarrow (-3 + 4i)(x + yi) + (x - yi) = -20 + 4i$$

$$\Leftrightarrow -2x - 4y + (4x - 4y)i = -20 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 20 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 4 + 3i \Rightarrow |z| = 5.$$

Câu 39. Đáp án D

+) Xác định các điểm cực trị (các điểm là nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$), các khoảng đơn điệu của đồ thị hàm số $y = f(x)$, từ đó lập BBT của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

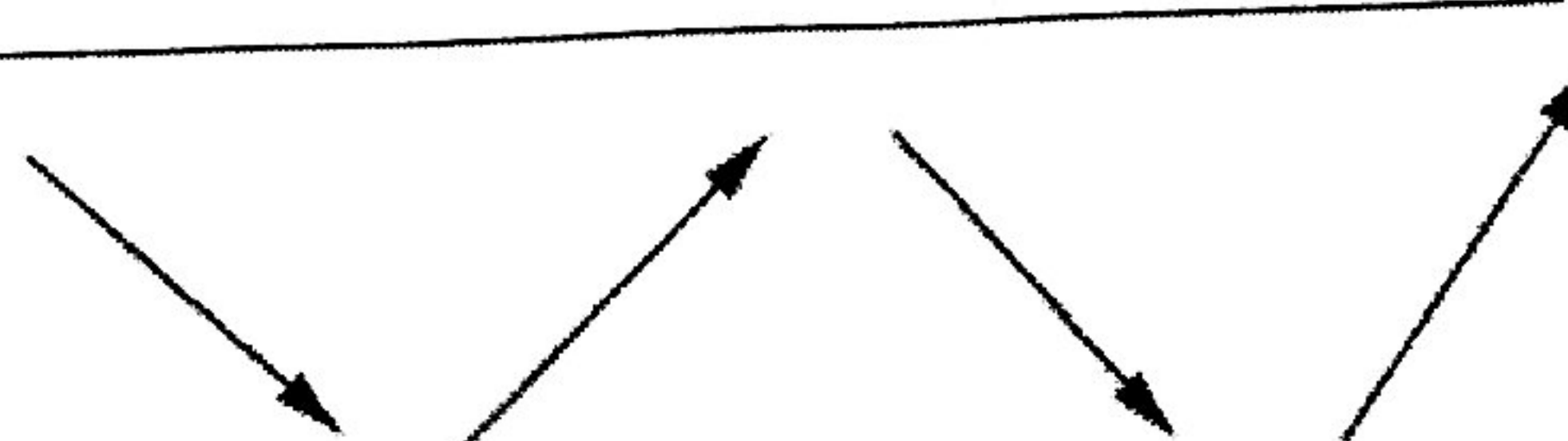
+) Từ BBT của đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra BBT của đồ thị hàm số $y = f(-x)$ bằng cách lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$ qua trục tung.

+) Nhận xét đồ thị hàm số $y = f(2-x)$ và $y = f(-x)$ có các khoảng đơn điệu giống nhau và rút ra kết luận.

Cách giải :

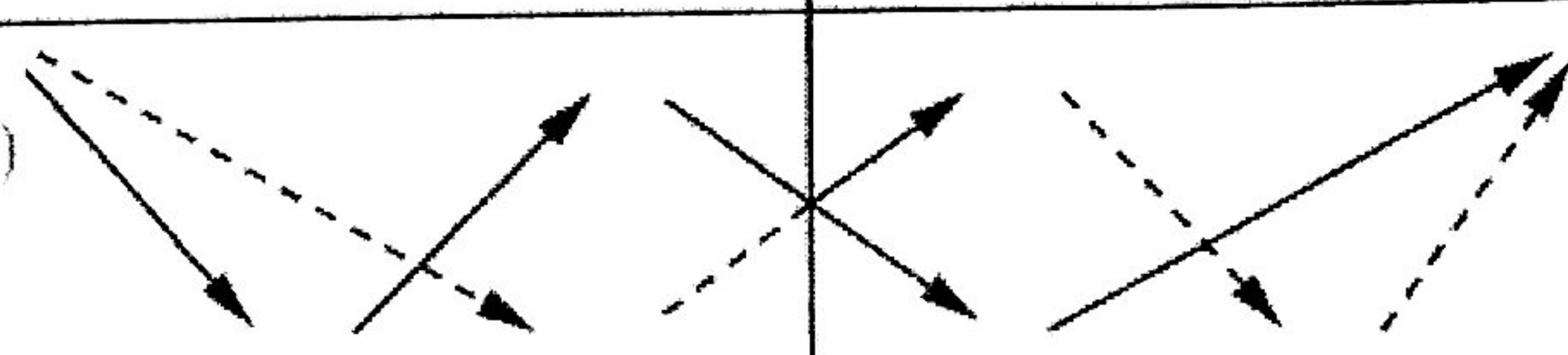
Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ như sau :

x	$-\infty$	-1		1		4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$							



Ta có nhận xét đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f(-x)$ đối xứng nhau qua trục tung nên ta có BBT của đồ thị hàm số $y = f(-x)$ như sau :

x	$-\infty$	-4	-1	0	1	4	$+\infty$
$f'(x)$			0		0	0	
$f(-x)$							



Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên $(-3; -1)$.

Câu 40. Đáp án C.

Từ giả thiết $2x + y = \frac{5}{4} \Rightarrow 4y = 5 - 8x \Rightarrow P = \frac{2}{x} + \frac{1}{5 - 8x}$

Vì $x > 0, y > 0$ nên ta có $0 < x < \frac{5}{8}$.

Xét hàm số $P = \frac{2}{x} + \frac{1}{5 - 8x}, x \in \left(0; \frac{5}{8}\right)$. Lập bảng biến thiên ta kết luận được $P_{\min} = 5$ khi

$$x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow V_1 = V_{S.AB'M} + V_{S.AD'M} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}. \text{ Do đó } V_2 = \frac{2}{3} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_2 = 2V_1.$$

Câu 41: Đáp án D

Các mặt phẳng có phương trình: $(ABC): x + y + z - 1 = 0$; $(BCD): x = 0$; $(CDA): y = 0$; $(DAB): z = 0$.

Gọi $M(a; b; c)$ là điểm cách đều 4 mặt phẳng trên. Khi đó ta có:

$$\frac{|a + b + c - 1|}{\sqrt{3}} = |a| = |b| = |c| \quad (1)$$

$$|a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}; |b| = |c| \Leftrightarrow \begin{cases} b = c \\ b = -c \end{cases}$$

$$* \text{ Nếu } a = b = c: (1) \Leftrightarrow |3a - 1| = \sqrt{3}|a| \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 1 = \sqrt{3}a \\ 3a - 1 = -\sqrt{3}a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3 - \sqrt{3}} = b = c \\ a = \frac{1}{3 + \sqrt{3}} = b = c \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 * \text{ Nếu } a = b = -c: (1) &\Leftrightarrow |a-1| = \sqrt{3}|a| \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = \sqrt{3}a \\ a-1 = -\sqrt{3}a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{1-\sqrt{3}} = b = -c \\ a = \frac{1}{1+\sqrt{3}} = b = -c \end{cases} \\
 * \text{ Nếu } a = -b = -c: (1) &\Leftrightarrow |-a-1| = \sqrt{3}|a| \Leftrightarrow \begin{cases} a+1 = \sqrt{3}a \\ a+1 = -\sqrt{3}a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = -b = -c \\ a = \frac{1}{-\sqrt{3}-1} = -b = -c \end{cases} \\
 * \text{ Nếu } a = -b = c: (1) &\Leftrightarrow |a-1| = \sqrt{3}|a| \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = \sqrt{3}a \\ a-1 = -\sqrt{3}a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{1-\sqrt{3}} = -b = c \\ a = \frac{1}{1+\sqrt{3}} = -b = c \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy có 8 điểm M cần tìm.

Câu 42: Đáp án A

Chứng minh bằng quy nạp ta có $u_n = 2^n, n \geq 1$.

Câu 43. Đáp án A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 1 & (1) \\ mx - 8 > 0 & (2) \end{cases}$$

Phương trình trở thành:

$$\log_2(x-1)^2 = \log_2(mx-8) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 9 = mx \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x + 9}{x} = m \quad (3)$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x^2 - 2x + 9}{x} = x + \frac{9}{x} - 2 \text{ trên } D = (1; +\infty).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2}. f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in D \\ x = -3 \notin D \end{cases}. \text{ Lập bảng biến thiên của hàm } f(x) \text{ trên } D. \text{ Dựa}$$

vào bảng biến thiên ta có:

Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt

$$\Leftrightarrow (3) \text{ có 2 nghiệm thực phân biệt thuộc } D$$

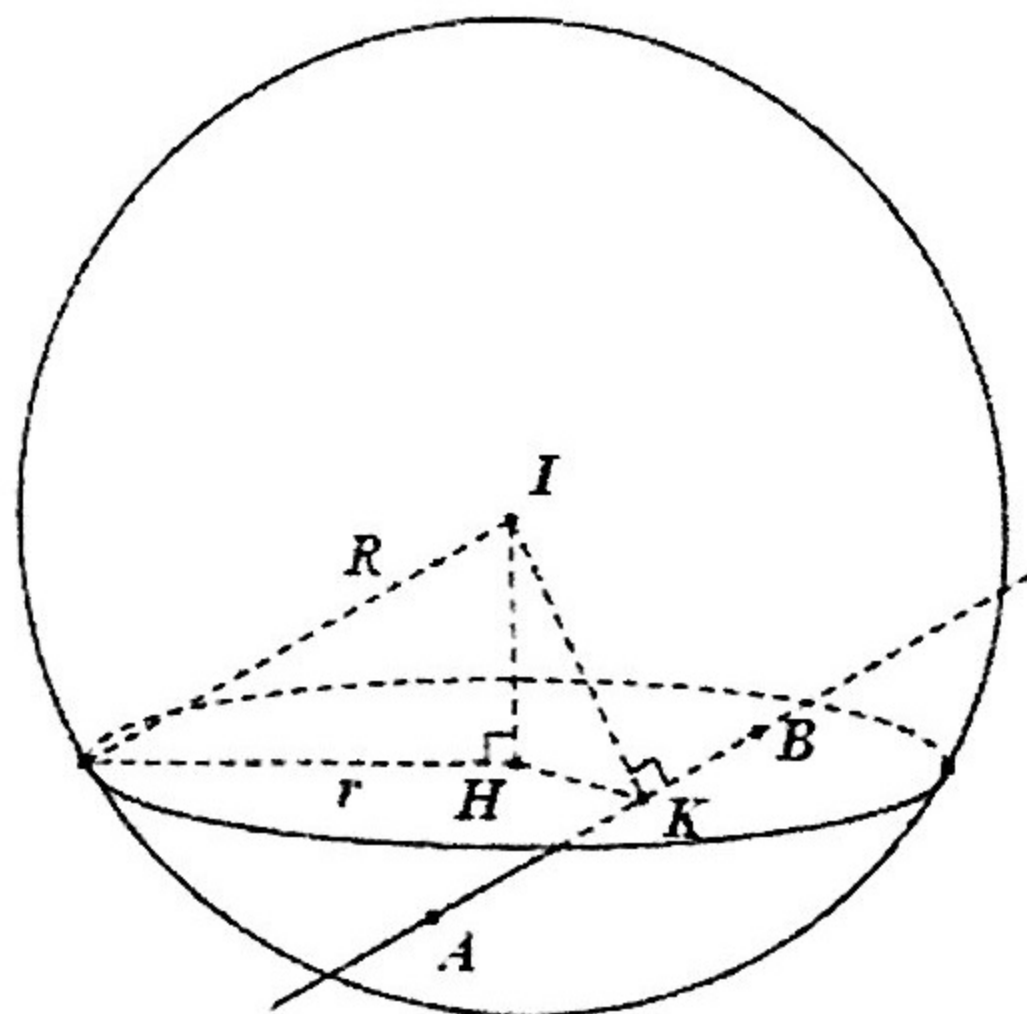
$$\Leftrightarrow 4 < m < 8 \quad (4)$$

Các giá trị nguyên của m thỏa mãn (4) là: $m = 5, m = 6, m = 7$.

Vậy đáp án A là đúng

Câu 44. Đáp án A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 5$. Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (a; b; c), (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$. Theo giả thiết $B(0; 1; 0) \in (P): b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.



Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -6) = -3(1; -1; 2)$, phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases}$

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến, K là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB, H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P).

Ta có: $K \in AB \Rightarrow K(t; 1-t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t-1; -t-1; 2t-3)$

$IK \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IK} = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (0; -2; -1)$

$$r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = \sqrt{25 - d^2(I, (P))} = \sqrt{25 - IH^2}$$

Ta có: r đạt min $\Leftrightarrow$ IH đạt min.

Mà $IH \leq IK \Rightarrow IH_{\max} \Leftrightarrow H \equiv K \Rightarrow (P) \perp IK \Rightarrow \vec{n}_P$ và $\overrightarrow{IK}$ cùng phương

$$\Rightarrow \vec{n}_P = k\overrightarrow{IK} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -2k \\ c = -k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ k = -1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

Suy ra: $T = a + b + c = 0 + 2 + 1 = 3$.

Câu 45. Đáp án D.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh SB. Suy ra $AH \perp SB$ (1). Mặt khác

$BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (2)

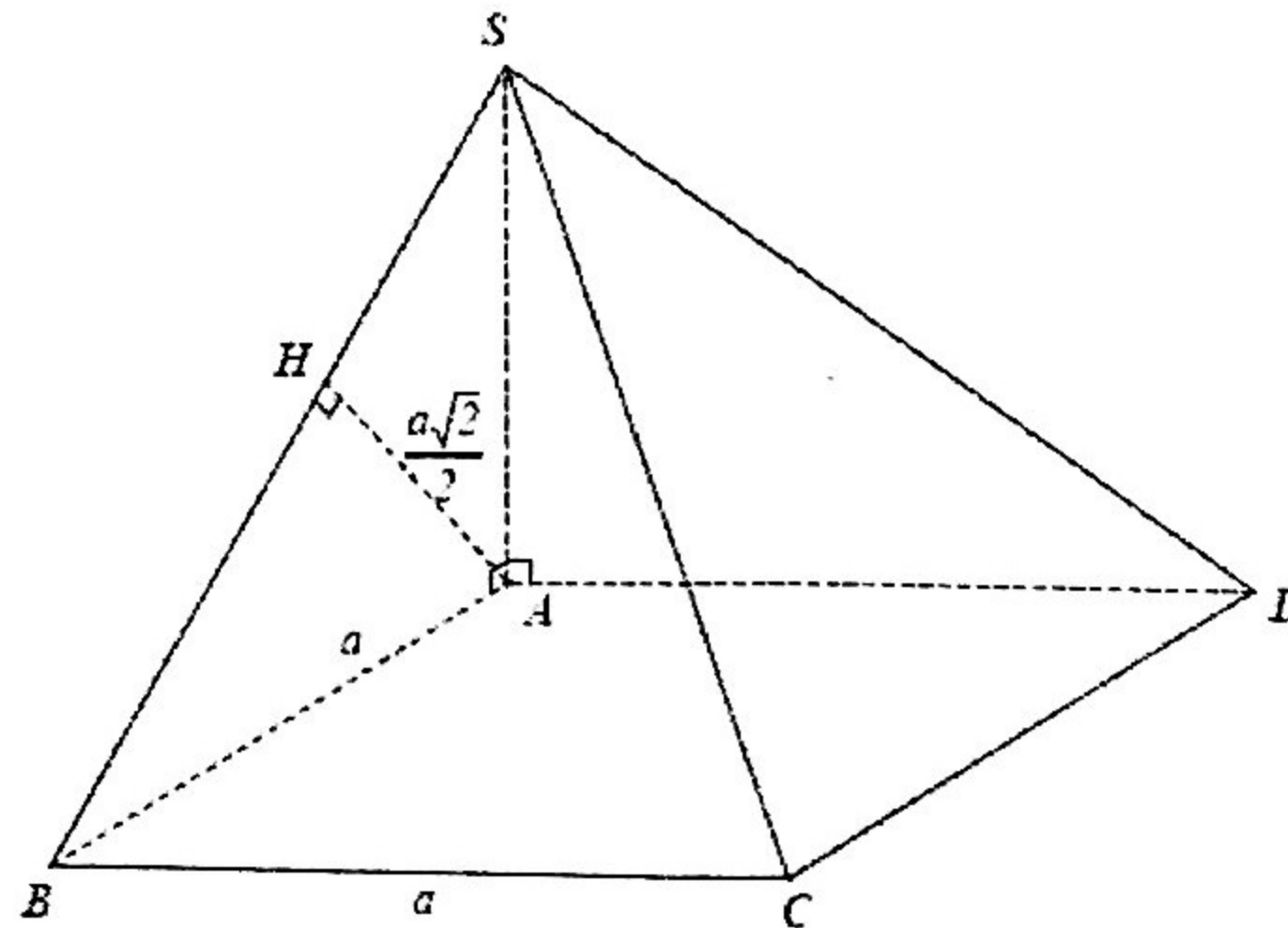
Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta

có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = \frac{AH \cdot AB}{\sqrt{AB^2 - AH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}}} = a.$$

$$\text{Vậy: } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$



Câu 46. Đáp án D.

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$, ta có

$$|z-1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |x-1+yi| = \sqrt{2} \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2x + 1 (*)$$

$$\text{Lại có } T = |z+i| + |z-2-i| = |x+(y+1)i| + |x-2+(y-1)i|$$

$$= \sqrt{x^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + 2y + 1} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5}$$

Kết hợp với (*), ta được:

$$T = \sqrt{2x + 2y + 2} + \sqrt{6 - 2x - 2y} = \sqrt{2(x+y) + 2} + \sqrt{2 - 2(x+y)}$$

Đặt $t = x + y$, khi đó $T = f(t) = \sqrt{2t + 2} + \sqrt{6 - 2t}; t \in [-1; 1]$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1}{\sqrt{2t+2}} - \frac{1}{\sqrt{6-2t}}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow \max_{t \in [-1; 1]} f(t) = f(1) = 4.$$

Câu 47. Đáp án B.

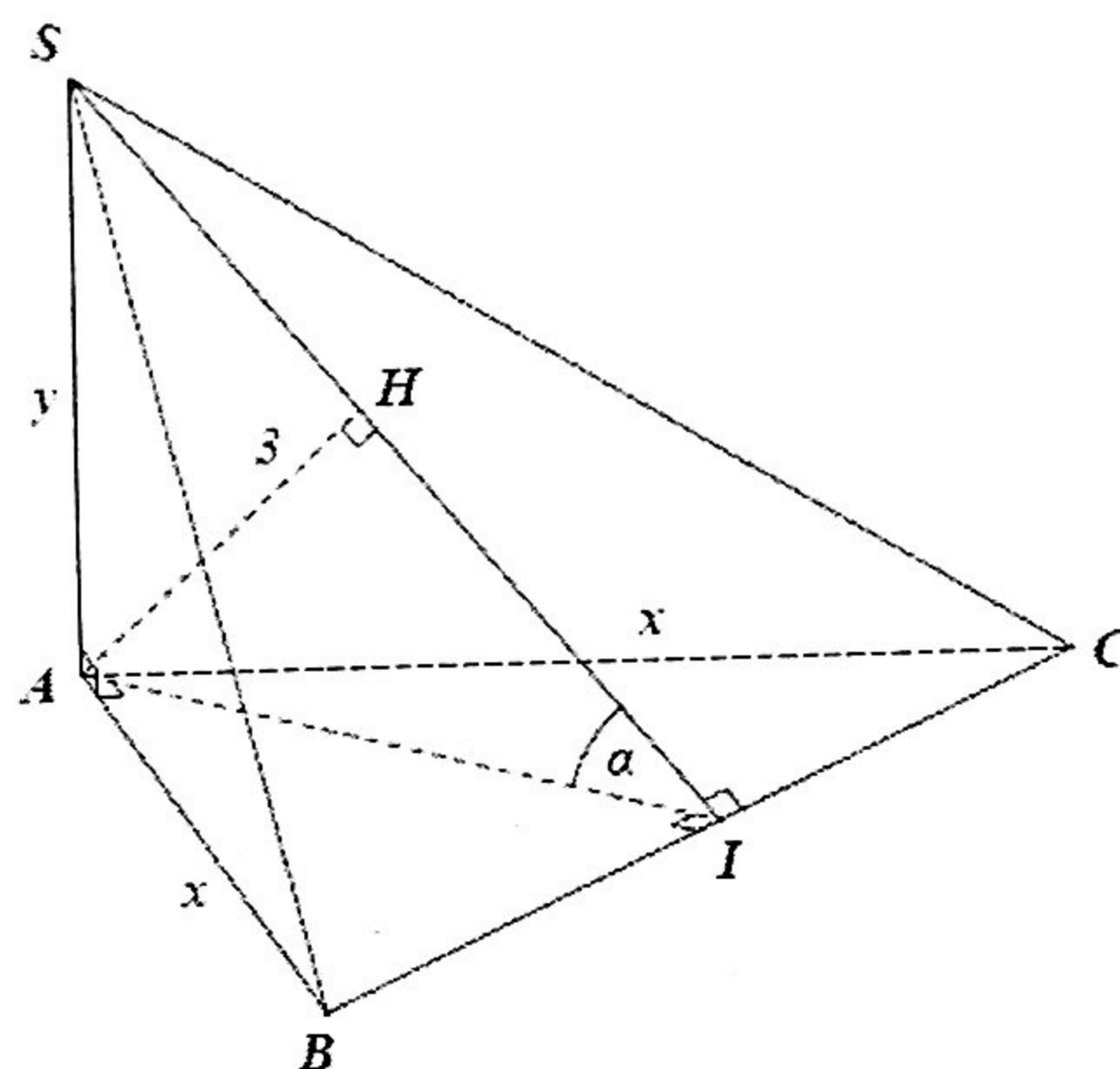
Đặt $AB = AC = x$ ($x > 0$), $SA = y$ ($y > 0$). Gọi I là trung điểm của cạnh BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên SI (1).

Ta có:

$$BC \perp AI, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH, BC \perp SI \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $d(A, (SBC)) = AH = 3$;

Góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc giữa SI và AI cũng bằng góc $\widehat{SIA} = \alpha$.



Ta có:

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x^4 y^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{27} \geq \sqrt[3]{\frac{1}{x^4 y^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^4 y^2} \geq 27 \Leftrightarrow x^2 y \geq 81\sqrt{3}.$$

$$\text{Mặt khác: } V = \frac{1}{6} SA \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{6} x^2 y \geq \frac{27\sqrt{3}}{2} \cdot V_{\min} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = y = 3\sqrt{3}$$

Suy ra:

$$AI = \frac{BC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}; SI \cdot AH = SA \cdot AI \Leftrightarrow SI = \frac{SA \cdot AI}{AH} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy: } \cos \alpha = \frac{AI}{SI} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 48. Đáp án D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 0)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Gọi H là hình chiếu của I trên Δ .

Tọa độ H thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - 3z + 2 = 0 \\ x = 1 + 2t \\ y = -m + t \\ z = 2m - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{m}{2} - \frac{2}{7} \\ x = m + \frac{3}{7} \\ y = \frac{-m}{2} - \frac{2}{7} \\ z = \frac{m}{2} + \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow H\left(m + \frac{3}{7}, \frac{-m}{2} - \frac{2}{7}, \frac{m}{2} + \frac{6}{7}\right)$$

Khi đó $\overline{IH} = \left(m + \frac{3}{7}, \frac{-m}{2} - \frac{2}{7}, \frac{m}{2} + \frac{6}{7}\right)$.

Ta có $IH^2 + \frac{AB^2}{4} = R^2 = 5$. Nên AB lớn nhất $\Leftrightarrow$ IH nhỏ nhất.

$$\text{Mà } IH^2 = \left(m + \frac{3}{7}\right)^2 + \left(\frac{-m}{2} - \frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{m}{2} + \frac{6}{7}\right)^2 = \frac{3}{2}m^2 + \frac{189}{49} \geq \frac{189}{49}.$$

Vậy IH nhỏ nhất khi $m = 0$.

Câu 49. Đáp án A.

Gọi A là biến cố cần tính xác suất.

*Tính số phần tử của không gian mẫu n:

Gọi điểm $M(x, y)$ thỏa mãn: $x, y \in \mathbb{Z}, |x| \leq 4, |y| \leq 4$ nên

$$x = -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$$

$$y = -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$$

$$\text{Suy ra } n = 9 \cdot 9 = 81$$

*Tính số phần tử thuận lợi cho biến cố A: Gọi các điểm $N(x, y)$:

$$x, y \in \mathbb{Z}, ON \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x, y \in \mathbb{Z} \\ x = 0; \pm 1; \pm 2 \\ y^2 \leq 4 - x^2 \end{cases}$$

+) Nếu chọn $x = 0$ (có 1 cách chọn). Suy ra chọn $y = 0; \pm 1; \pm 2$ (5 cách chọn). Do đó có 5 cách chọn.

+) Nếu chọn $x = \pm 1$ (có 2 cách chọn). Suy ra chọn $y: y^2 \leq 3$ hay $y = 0; \pm 1$ (3 cách chọn). Do đó có 3 cách chọn.

+) Nếu chọn $x = \pm 2$ (có 2 cách chọn). Suy ra chọn $y: y^2 \leq 0$ $y = 0$ (1 cách chọn). Do đó có 1 cách chọn.

Vậy tất cả có $5 + 6 + 2 = 13$ cách chọn. Suy ra $m = 13$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{13}{81}.$$

Câu 50. Đáp án C.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{-3a}{(x+1)^2} + be^x(1+x). f'(0) = -22 \Leftrightarrow -3a + b = -22 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx = 5 &\Leftrightarrow \int_0^1 \left(a(x+1)^{-3} + bxe^x \right) dx = 5 \Leftrightarrow \frac{a}{-2(x+1)^2} \Big|_0^1 + b(xe^x - e^x) \Big|_0^1 = 5 \\ &\Leftrightarrow \frac{3}{8}a + b = 5 \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra $a = 8, b = 2$.