

A. NỘI DUNG ÔN TẬP

Chương I. Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác

- Giá trị lượng giác của góc lượng giác
- Công thức lượng giác
- Hàm số lượng giác
- Phương trình lượng giác cơ bản

Chương II. Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân

- Dãy số
- Cấp số cộng
- Cấp số nhân

Chương III. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm

- Mẫu số liệu ghép nhóm
- Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm

Chương IV. Quan hệ song song trong không gian

- Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian
- Hai đường thẳng song song
- Đường thẳng và mặt phẳng song song
- Hai mặt phẳng song song
- Phép chiếu song song

Chương V. Giới hạn. Hàm số liên tục

- giới hạn của dãy số
- Giới hạn của hàm số
- Hàm số liên tục.

B. CÁC BÀI TẬP THAM KHẢO

CHƯƠNG I: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC
BÀI 1: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Nếu một cung tròn có số đo bằng radian là $\frac{5\pi}{4}$ thì số đo bằng độ của cung tròn đó là

- A. 172° . B. 15° . C. 225° . D. 5° .

Câu 2: Góc có số đo 108° đổi ra radian là

- A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 3: Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là

- A. 15° . B. 18° . C. 20° . D. 25°

Câu 4: Đổi sang radian góc có số đo 108° ta được

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Câu 5: Tìm mệnh đề đúng.

- A. $\pi \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)$. B. $\pi \text{ rad} = 1^\circ$. C. $\pi \text{ rad} = 60^\circ$. D. $\pi \text{ rad} = 180^\circ$.

Câu 6: Số đo radian của góc 135° là

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 7: Cung có số đo $\frac{5\pi}{3}$ rad đổi sang đơn vị độ bằng

- A. 300° . B. 5° . C. 600° . D. 270° .

Câu 8: Góc có số đo $-\frac{3\pi}{16}$ có số đo theo độ là

- A. $33^\circ 45'$. B. $-29^\circ 30'$. C. $-32^\circ 55'$. D. $-33^\circ 45'$.

Câu 9: Nếu một góc có số đo $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$ thì số đo của góc đó khi đổi sang đơn vị độ, phút, giây là

- A. 45° . B. 75° . C. 55° . D. 65° .

Câu 10: Một đường tròn có bán kính $R = 10 \text{ cm}$. Độ dài cung 40° trên đường tròn gần bằng:

- A. 7 cm . B. 9 cm . C. 11 cm . D. 13 cm .

Câu 11: Cho đường tròn có bán kính bằng $9(\text{cm})$. Tìm số đo (theo radian) của cung có độ dài $3\pi(\text{cm})$.

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 12: Một đường tròn có bán kính $R = 12 \text{ cm}$. Tính độ dài của cung 60° trên đường tròn gần bằng

- A. 2 cm . B. 4 cm . C. 6.28 cm . D. 12.56 cm .

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = \frac{1}{4}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Khi đó:

- a) $\sin x < 0$ b) $\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$ c) $\tan x = \sqrt{15}$ d) $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Câu 14: Biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau đây trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\widehat{AOM} = 218^\circ$

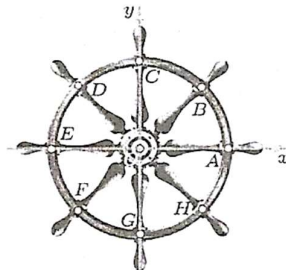
b) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\widehat{AON} = -45^\circ$

c) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\widehat{AOP} = \frac{\pi}{4}$

d) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm $Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thỏa mãn $\widehat{AOQ} = -\frac{\pi}{2}$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Trong hình vẽ bên, ta xem hình ảnh đường tròn trên một bánh lái tàu thủy tương ứng với một đường tròn lượng giác.



Viết công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OB, OA) theo đơn

Câu 16: Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 45 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của quạt là chiều thuận. Sau 3 giây, quạt quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

Câu 17: Kim phút và kim giờ của đồng hồ lớn nhà Bưu điện Thành phố Hà Nội theo thứ tự dài $1,75 \text{ m}$ và $1,26 \text{ m}$. Hỏi trong 15 phút, mũi kim phút vạch nên cung tròn có độ dài bao nhiêu? Cũng câu hỏi đó cho kim giờ.

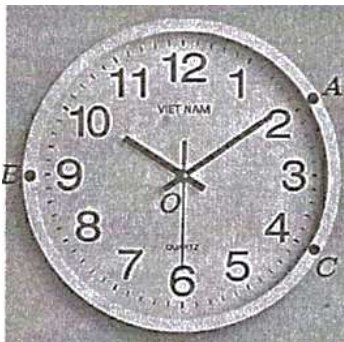
Câu 18: Huyện lỵ Quận Bạ tỉnh Hà Giang và huyện lỵ Cái Nước tỉnh Cà Mau cùng nằm ở 105° kinh đông, nhưng Quận Bạ ở 23° vĩ bắc, Cái Nước ở vĩ độ 9° bắc. Hãy tính độ dài của cung kinh tuyến nối hai huyện lỵ đó (khoảng cách theo đường chim bay), coi Trái Đất có bán kính 6278 km .

Câu 19: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là bao nhiêu?



Câu 20: Một cái đồng hồ treo tường có đường kính bằng 60 cm , ta xem vành ngoài chiếc đồng hồ là một đường tròn với các điểm A, B, C lần lượt tương ứng với vị trí các số $2, 9, 4$.

Tính độ dài các cung nhỏ AB và AC (kết quả tính theo đơn vị centimet và làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 21: Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A , vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất. Giả sử vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong $2h$ theo chiều kim đồng hồ. Khi vệ tinh chuyển động được $3h$, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian), kim phút đi được là bao nhiêu?

BÀI 2: CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Tính $\sin 105^\circ$ ta được:

- A. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. B. $-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. D. $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

Câu 2: Tính $\tan 105^\circ$ ta được:

- A. $-(2+\sqrt{3})$. B. $2+\sqrt{3}$. C. $2-\sqrt{3}$. D. $-(2-\sqrt{3})$.

Câu 3: Rút gọn biểu thức: $\cos 54^\circ \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cos 86^\circ$, ta được:

- A. $\cos 50^\circ$. B. $\cos 58^\circ$. C. $\sin 50^\circ$. D. $\sin 58^\circ$.

Câu 4: Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

Câu 5: Khẳng định nào dưới đây **SAI**?

- A. $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$. B. $\cos 2a = 2\cos a - 1$.
C. $\sin 2a = 2\sin a \cos a$. D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

Câu 6: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Câu 7: Nếu biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b đều là các góc nhọn và dương thì $\sin(a-b)$ là:

A. $\frac{20}{220}$.

B. $-\frac{20}{220}$.

C. $\frac{21}{221}$.

D. $\frac{22}{221}$.

Câu 8: Nếu $\tan x = 0.5$; $\sin y = \frac{3}{5}$ ($0 < y < 90^\circ$) thì $\tan(x + y)$ bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 9: Biểu thức $\frac{3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng:

A. $-\tan^4 \alpha$.

B. $\tan^4 \alpha$.

C. $-\cot^4 \alpha$.

D. $\cot^4 \alpha$.

Câu 10: Nếu $\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ thì giá trị của biểu thức $\frac{\sin x}{2 - 3\cos x}$ bằng.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 11: Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 12: Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\sin C = -\sin(A + B)$. B. $\cos C = \cos(A + B)$. C. $\tan C = \tan(A + B)$. D. $\cot C = -\cot(A + B)$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho biết $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

a) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$

b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}$

c) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$

d) $\cot \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Câu 14: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó:

a) $\cos \alpha < 0$

b) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$

c) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

d) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{48 - \sqrt{3}}{11}$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

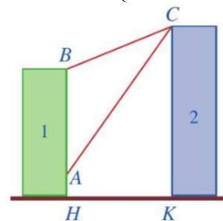
Câu 15: Cho $\cos x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\sin \frac{x}{2}, \cos \frac{x}{2}, \tan \frac{x}{2}, \cot \frac{x}{2}$.

Câu 16: Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$.

Câu 17: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

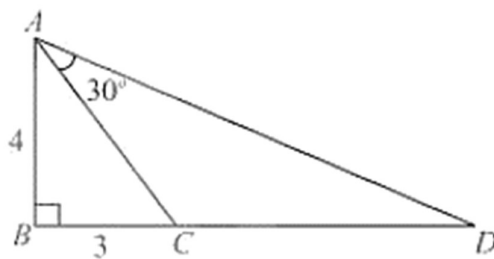
Câu 18: Rút gọn $C = \tan 3x - \tan x - \frac{2 \sin x}{\cos 3x}$

Câu 19: Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được (Hình 18). Hãy tính số đo góc ACB (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư thứ hai là $CK = 32$ m, $AH = 6$ m, $BH = 24$ m (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).



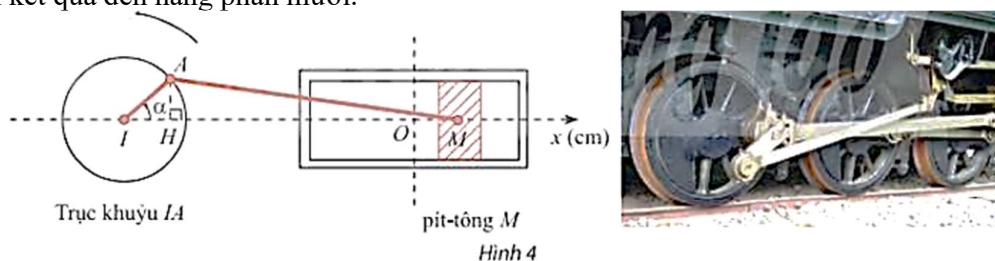
Hình 19

Câu 20: Trong Hình 3, tam giác ABC vuông tại B và có hai cạnh góc vuông là $AB = 4, BC = 3$. Về điểm D nằm trên tia đối của tia CB thỏa mãn $\widehat{CAD} = 30^\circ$. Tính $\tan \widehat{BAD}$, từ đó tính độ dài cạnh CD .



Hình 3

- Câu 21:** Trong Hình 4, pit-tông M của động cơ chuyển động tịnh tiến qua lại dọc theo xi-lanh làm quay trục khuỷu IA . Ban đầu I, A, M thẳng hàng. Cho α là góc quay của trục khuỷu, O là vị trí của pit-tông khi $\alpha = \frac{\pi}{2}$ và là hình chiếu của A lên Ix . Trục khuỷu IA rất ngắn so với độ dài thanh truyền AM nên có thể xem như độ dài MH không đổi và gần bằng MA .
- a) Biết $LA = 8$ cm, viết công thức tính tọa độ x_M của điểm M trên trục Ox theo α .
- b) Ban đầu $\alpha = 0$. Sau 1 phút chuyển động, $x_M = -3$ cm. Xác định x_M sau 2 phút chuyển động. Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



Hình 4

BÀI 3: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $[-1; +\infty)$. D. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $y = \cos x + 5$. B. $y = \tan x + \cot x$. C. $y = \sin(-x)$. D. $y = \sin x - \cos x$.

Câu 3: Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(0; \pi)$. B. $(\pi; 2\pi)$. C. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. D. $(-\pi; 0)$.

Câu 4: Tìm mệnh đề đúng.

- A. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.
- B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.
- C. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.
- D. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 5: Chọn khẳng định sai.

- A. Hàm số $y = \tan x + \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
- B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
- C. Hàm số $y = \cot x + \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .
- D. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 6: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $y = \sin x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $y = \cos x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

C. $y = \sin x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(0; \frac{2\pi}{3}\right)$.

D. $y = \tan x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

Câu 7: Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều nghịch biến.

B. Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều đồng biến.

C. Hàm số $y = -\sin 2x$ nghịch biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ đồng biến.

D. Hàm số $y = -\sin 2x$ đồng biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ nghịch biến.

Câu 8: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = x \cdot \sin x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = 1 - \sin x$.

D. $y = \cos x \cdot \sin x$.

Câu 9: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin x - 1}$?

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos x} + \cot x$?

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $(-\infty; 1]$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $[-1; 1] \setminus \{0\}$.

Câu 11: Xét hàm số $y = \cos x$ với $x \in [-\pi; \pi]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\pi; 0)$ và đồng biến trên $(0; \pi)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\pi; 0)$ và $(0; \pi)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\pi; 0)$ và nghịch biến trên $(0; \pi)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\pi; 0)$ và $(0; \pi)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \sin x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \tan x - x$. Khi đó:

a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

b) $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

c) $f(-x) = -f(x)$

d) Hàm số đối xứng với nhau qua trục Oy

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = 2 \cos x + 1$ và $g(x) = \sin x + \tan x$. Khi đó:

a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.

c) Tập xác định hàm số $g(x): D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

d) Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Tìm tập xác định của các hàm số sau.

a) $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ b) $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ c) $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ d) $y = \frac{\tan 3x}{\cos x}$

Câu 16: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số sau: $y = \tan x + 2 \sin x$

Câu 17: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số: $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$.

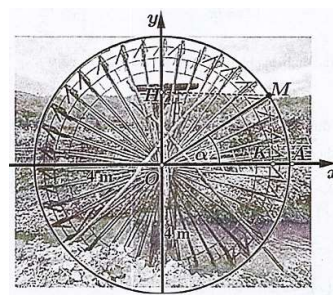
Câu 18: Tìm x để hàm số $y = 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 19: Cho các hàm số sau: $f(x) = 3 \sin^3 x$; $g(x) = -5 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$. Khi đó:

a) Tìm tập xác định hàm số.

b) Xác định tính chẵn lẻ của hàm số

Câu 20: Một cái guồng nước có vành kim loại ngoài cùng là một đường tròn tâm O , bán kính là $4m$. Xét chất điểm M thuộc đường tròn đó và góc $\alpha = (OA, OM)$. Giả sử mực nước lúc đang xét là tiếp xúc với đường tròn $(O; 4)$ và guồng nước quay theo chiều dương (ngược chiều kim đồng hồ). Biết rằng guồng nước quay hết một vòng sau 40 giây ($t = 0$ giây khi điểm M trùng A). Hỏi thời điểm nào (trong 1 vòng quay đầu tiên) thì điểm M ở vị trí cao nhất so với mặt nước?



Câu 21: Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày

thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và

$0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Phương trình $\sin 2x = \frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

C. $x = \frac{k\pi}{2}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 3: Phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ có một nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{4}$.

B. $x = \frac{\pi}{6}$.

C. $x = \frac{\pi}{3}$.

D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 4: Phương trình nào sau đây có nghiệm?

A. $\cos x = -\frac{3}{2}$.

B. $\sin x = \sqrt{2}$.

C. $\tan x = 3$.

D. $\cos^2 x - 3 = 0$.

Câu 5: Giải phương trình $\tan(2x) = \tan 80^\circ$. Kết quả thu được là

A. $x = 80^\circ + k180^\circ$.

B. $x = 40^\circ + k90^\circ$.

C. $x = 40^\circ + k45^\circ$.

D. $x = 40^\circ + k180^\circ$.

Câu 6: Phương trình $\cot(x+45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là (với $k \in \mathbb{Z}$)

- A. $15^\circ + k180^\circ$. B. $30^\circ + k180^\circ$. C. $45^\circ + k180^\circ$. D. $60^\circ + k180^\circ$.

Câu 7: Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi giá trị tham số m thỏa mãn.

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $m > 1$. D. $m < -1$.

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình: $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$ là:

- A. $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 10: Chọn đáp án **sai** trong các câu sau:

- A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.
C. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k\pi$. D. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 11: Giải phương trình $\cot 2x = \cot 20^\circ$.

- A. $x = 10^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = 10^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 20^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = 20^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12: Phương trình $\cot 3x = \cot x$ có các nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$

c) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$

Câu 14: Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (*). Khi đó

a) Phương trình (*) tương đương $\cot 3x = \cot\left(\frac{-\pi}{6}\right)$

b) Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng $\frac{-5\pi}{9}$

d) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin x \sin\left(x - \frac{\pi}{18}\right) = 0$

Câu 16: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \cos 2x - 8 \cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$.

Câu 17: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$;

Câu 18: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos 2x = 0$;

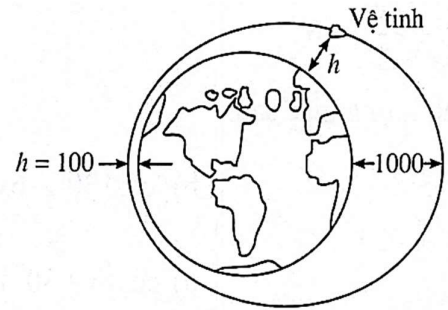
Câu 19: Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ (*).

Câu 20: Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sqrt{2} - 2 \sin(45^\circ - 2x) = 0$.

Câu 21: Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ). Độ cao h (tính bằng kilômét) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức

$$h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t. \text{ Trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng phút}$$

kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km . Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó?



CHƯƠNG II: DÃY SỐ, CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5: DÃY SỐ

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 2$ và $u_n = \frac{u_{n-1} + 1}{2}$ với mọi $n \geq 2$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là:

A. $2; 1; \frac{3}{2}$.

B. $2; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}$.

C. $2; \frac{3}{2}; \frac{5}{4}$.

D. $2; \frac{3}{2}; 2$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:

A. $3^n \cdot 3$.

B. $3^n + 3$.

C. $3^n + 1$.

D. $3(n+1)$.

Câu 3: Trong các dãy số (u_n) được xác định như sau, dãy số giảm là:

A. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$.

B. $u_n = n^3$.

C. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$.

D. $u_n = \sqrt{n}$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \cos n$. Dãy số (u_n) là:

A. Dãy số tăng.

B. Dãy số giảm.

C. Dãy số bị chặn.

D. Dãy số bị chặn dưới, không bị chặn trên.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

A. 51,2.

B. 51,3.

C. 51,1.

D. 102,3.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^{n+1} \sqrt{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_8 = 3$.

B. $u_8 = -3$.

C. $u_8 = \sqrt{8}$.

D. $u_8 = -\sqrt{8}$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) cho bởi công thức tổng quát $u_n = 3 + 4n^2$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_5 bằng

A. 103.

B. 23.

C. 503.

D. -97.

Câu 8: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tính u_{n+1} ?

A. $u_{n+1} = 3^n + 3$.

B. $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

C. $u_{n+1} = 3^n + 1$.

D. $u_{n+1} = 3(n+1)$.

Câu 9: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = 2n$.

C. $u_n = n^3 - 1$.

D. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 1$. Dãy số (u_n) là dãy số

A. Bị chặn trên bởi 1.

B. Giảm.

C. Bị chặn dưới bởi 2.

D. Tăng.

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+2}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. Dãy số (u_n) là dãy số giảm và bị chặn.

B. Dãy số (u_n) là dãy số tăng và bị chặn trên.

C. Dãy số (u_n) là dãy số giảm và không bị chặn dưới.

D. Dãy số (u_n) là dãy số tăng và không bị chặn trên.

Câu 12: Cho dãy số (U_n) có số hạng tổng quát $U_n = \frac{n-1}{n+2}, (n \in \mathbb{N}^*)$. Số hạng thứ 100 của dãy số là

A. $U_{100} = \frac{33}{34}$.

B. $U_{100} = \frac{37}{34}$.

C. $U_{100} = \frac{39}{34}$.

D. $U_{100} = \frac{35}{34}$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Khi đó:

a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$

b) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$

c) $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 86 của dãy số (u_n)

d) $-\frac{99}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n)

Câu 14: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2023; u_2 = 2024 \\ 2u_{n+1} = u_n + u_{n+2} \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khi đó:

a) Dãy $(v_n): v_n = u_n - u_{n-1}$ là dãy không đổi.

b) Biểu thị u_n qua u_{n-1} ta được $u_n = u_{n-1} + 1$

c) Ta có $u_3 = 2025$

d) Ta có $u_{2024} = 4044$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Tính tổng 6 số hạng đầu của dãy số (u_n) , biết $u_n = 3n - 1$.

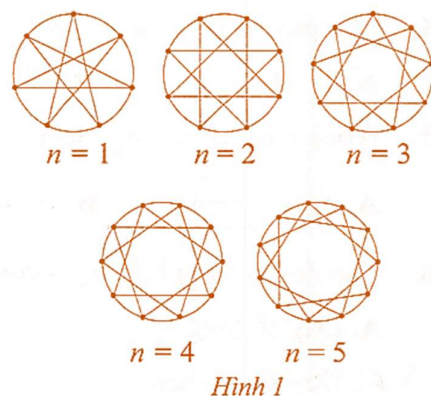
Câu 16: Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 2$ và $u_n = \sqrt{2 + u_{n-1}^2}$ với mọi $n \geq 2$. Viết năm số hạng đầu của dãy số và dự đoán công thức của số hạng tổng quát u_n .

Câu 17: Dự đoán công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$

Câu 18: Cho dãy số (u_n) được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Tìm u_{2026} ?

Câu 19: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. Xác định tính tăng, giảm của dãy.

Câu 20: Với mỗi số nguyên dương n , lấy $n+6$ điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như Hình 1. Gọi u_n là số đo góc ở đỉnh tính theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao thì ta được dãy số (u_n) .



Hình 1

Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

Câu 21: Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Tính giá trị còn lại của chiếc máy photocopy đó sau mỗi năm, trong khoảng thời gian 5 năm kể từ khi mua.

BÀI 6: CẤP SỐ CỘNG

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = 1 - 3n$. C. $u_n = 3^n + 1$. D. $u_n = 3 + n^2$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = \frac{1}{3}$; $u_8 = 26$. Công sai d của cấp số cộng đó là:

- A. $\frac{11}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{3}{11}$.

Câu 3: Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng. Ba số hạng đó lần lượt là:

- A. 7; 12; 17. B. 6; 10; 14. C. 8; 13; 18. D. 6; 12; 18.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 + u_7 = 19$. Giá trị của $u_2 + u_{10}$ là:

- A. 38. B. 29. C. 12. D. 19.

Câu 5: Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = -5$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng đó là:

- A. -410. B. -205. C. 245. D. -230.

Câu 6: Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

- A. 7; 12; 17, B. 6; 10; 14. C. 8; 13; 18. D. 6; 12; 18.

Câu 7: Cho a, b, c theo thứ tự này là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết $a + b + c = 15$. Giá trị của b bằng

- A. 10. B. 8. C. 5. D. 6.

Câu 8: Bốn số $x, -2, y, 6$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x = -6; y = 3$. B. $x = -5; y = 3$. C. $x = -6; y = 2$. D. $x = -5; y = 2$.

Câu 9: Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là:

- A. $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$. B. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$. D. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Câu 10: Cho hai số -3 và 23. Xen kẽ giữa hai số đã cho n số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai $d = 2$. Tìm n .

- A. $n = 12$. B. $n = 13$. C. $n = 14$. D. $n = 15$.

Câu 11: Tìm công sai d của cấp số cộng hữu hạn biết số hạng đầu $u_1 = 10$ và số hạng cuối $u_{21} = 50$.

- A. $d = 3$. B. $d = 2$. C. $d = 4$. D. $d = -2$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4; u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. $u_{10} = -31$. B. $u_{10} = -23$. C. $u_{10} = -20$. D. $u_{10} = 15$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho dãy số hữu hạn gồm các số hạng: $-1; 2; 5; 8; 11; 14; 17$. Khi đó:

- a) Dãy số đã cho là không phải cấp số cộng.
b) Số hạng $u_1 = -1$
c) Nếu dãy số đã cho là một cấp số cộng thì công sai của cấp số cộng là $d = 2$
b) Tổng tất cả số hạng của dãy số bằng 56

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

- a) Công thức cho số hạng tổng quát $u_n = 1 + \frac{n}{3}$
b) 5 là số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho
c) $\frac{15}{4}$ một số hạng của cấp số cộng đã cho
d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Cho các dãy số có số hạng tổng quát $a_n = 4n - 3; b_n = \frac{2 - 3n}{4}; c_n = n^2$. Có bao nhiêu dãy là cấp số cộng.

Câu 16: Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$. Tính $P = x^2 + y^2 = 104$.

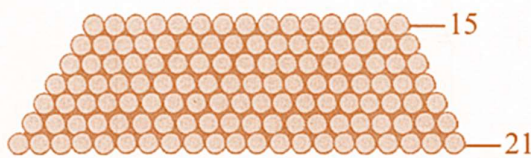
Câu 17: Cho ba số $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Chứng minh rằng ba số a^2, b^2, c^2 theo thứ tự cũng lập thành một cấp số cộng.

Câu 18: Tổng 20 số hạng đầu của một cấp số cộng với công sai bằng 3 là 650. Tìm số hạng đầu của cấp số cộng này.

Câu 19: Tìm x để $2x, 3x + 2$ và $5x + 3$ là các số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

Câu 20: Chuông đồng hồ ở một toà tháp đánh số tiếng đúng bằng số giờ và cứ mỗi 30 phút không phải là giờ đúng thì đánh 1 tiếng chuông. Hỏi bắt đầu từ lúc 1 giờ đêm đến 12 giờ trưa, chuông đồng hồ đó đã đánh tất cả bao nhiêu tiếng?

Câu 21: Các khúc gỗ được xếp như Hình 2. Lượt thứ nhất có 21 khúc, lượt thứ hai có 20 khúc, ..., lượt trên cùng có 15 khúc. Tính tổng số khúc gỗ đã được xếp.



Hình 2

BÀI 7: CẤP SỐ NHÂN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. $128; -64; 32; -16; 8$. B. $\sqrt{2}; 2; 2\sqrt{2}; 4; 8$. C. $5; 6; 7; 8; 9$. D. $15; 5; 1; \frac{1}{5}; \frac{1}{25}$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = -2$. Giá trị u_5 là:

- A. -32 . B. -16 . C. -6 . D. 32 .

Câu 3: Viết bốn số hạng xen giữa các số 1 và -243 để được một cấp số nhân có 6 số hạng. Bốn số hạng đó lần lượt là:

- A. $-3; -9; -27; -81$. B. $3; -9; 27; -81$. C. $3; 9; 27; 81$. D. $-3; 9; -27; 81$.

Câu 4: Cho (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = \frac{1}{3}; u_8 = 729$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân đó là:

A. $\frac{1-3^8}{2}$.

B. $\frac{3^8-1}{6}$.

C. $\frac{3^8-1}{2}$.

D. $\frac{1-3^8}{6}$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là một cấp số nhân?

A. 2; 4; 8; 16; ...

B. 1; -1; 1; -1; ...

C. $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \dots$

D. $a; a^3; a^5; a^7; \dots (a \neq 0)$.

Câu 6: Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. 1; 2; 4; 8; ...

B. $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$

C. $4; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$

D. $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$

Câu 7: Dãy số 1; 2; 4; 8; 16; 32; ... là một cấp số nhân với

A. Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1.

B. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.

C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2.

D. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2.

Câu 8: Cho (u_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu và công bội lần lượt là u_1 và q . Công thức nào sau đây dùng để tính tổng S của cấp số nhân trên?

A. $S = \frac{1-q}{u_1}$.

B. $S = \frac{u_1}{1-q}$.

C. $S = \frac{q-1}{u_1}$.

D. $S = \frac{u_1}{1-q}$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$). Chọn kết luận đúng:

A. Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 12$.

B. Dãy số là cấp số cộng có công sai $d = 2$.

C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 6$.

D. Dãy số là cấp số nhân có công bội $q = 3$.

Câu 10: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

B. 2, 4, 6, 8, 16, 32, ...

C. -2, -3, -4, -5, -6, -7, ...

D. 1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

Câu 11: Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$.

B. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$.

C. $u_n = n + \frac{1}{3}$.

D. $u_n = n^2 + \frac{1}{3}$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (U_n) có $U_1 = \frac{1}{2}$, $U_2 = 16$. Khi đó công bội q là

A. 64.

B. 8.

C. 4.

D. 32.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng/sai?

a) Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.

b) Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

c) Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.

d) Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Khi đó:

a) Số hạng $u_1 = 2$

b) Gọi q là công bội của cấp số nhân, thì ba số $q; 1; 3$ tạo thành một cấp số cộng

c) Số -486 là số hạng thứ 5 của cấp số nhân

d) Tổng của 21 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng 5230176602

d) Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168°

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Cho các dãy số sau đây: $u_n = (\sqrt{5})^{2n-3}$; $v_n = \frac{2}{n}$; $w_n = \frac{3^{n+1}}{2^n}$ và dãy số hữu hạn gồm các số hạng:

$$16; 4; 1; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}; \frac{1}{64}. \text{ Dãy số nào là cấp số nhân, tìm số hạng đầu và công bội.}$$

Câu 16: Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Tìm số đo góc lớn nhất.

Câu 17: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = \frac{2}{3}$. Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân đó.

Câu 18: Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) , biết $\begin{cases} u_5 - u_2 = 78 \\ u_6 - u_3 = 234. \end{cases}$

Câu 19: Cho ba số $\frac{2}{b-a}, \frac{1}{b}, \frac{2}{b-c}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

Câu 20: Anh Dũng kí hợp đồng lao động trong 10 năm với phương án trả lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Dũng là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Dũng được tăng lên 10%. Tính tổng số tiền lương anh Dũng lĩnh được trong 10 năm đầu đi làm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị triệu đồng).

Câu 21: Bác Năm gửi tiết kiệm vào ngân hàng 100 triệu đồng với hình thức lãi kép, kì hạn một năm với lãi suất 8% / năm. Tính số tiền cả gốc và lãi bác Năm nhận được sau 10 năm. (Giả sử lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền.)

CHƯƠNG III: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

BÀI 8: MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Cho dãy số liệu thống kê: 21, 23, 24, 25, 22, 20. Số trung bình cộng của dãy số liệu thống kê đã cho là

- A. 23,5. B. 22. C. 22,5. D. 14.

Câu 2: Một nhóm 11 học sinh tham gia một kỳ thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao như sau (thang điểm 10): 0;0;3;6;6;7;7;8;8;8;9. Tìm số trung bình của mẫu số liệu (tính chính xác đến hàng phần trăm).

- A. 5. B. 5,54. C. 6. D. 5,64.

Câu 3: Cho dãy số liệu thống kê 11, 13, 14, 15, 12, 10. Số trung bình cộng của dãy thống kê đó bằng

- A. 13,5. B. 12. C. 13. D. 12,5.

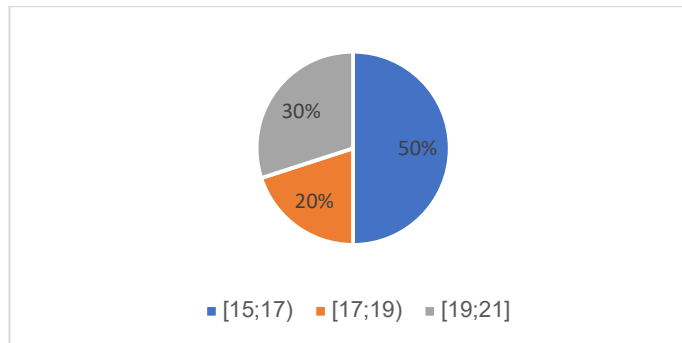
Câu 4: Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	N = 40

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A. 22,5. B. 25. C. 25,5. D. 27.

Câu 5: Nhiệt độ trung bình của tháng 12 tại thành phố Đà Nẵng từ năm 1991 đến hết năm 2000 được cho trong biểu đồ sau:



Dựa vào biểu đồ, tìm x và y thỏa mãn bảng sau:

Các lớp nhiệt độ	Tần số
[15;17)	5
[17;19)	x
	y

- A. x = 2 và y = 3. B. x = 3 và y = 4. C. x = 3 và y = 2. D. x = 4 và y = 3.

Câu 6: Theo quy định người điều khiển xe máy bị phạt tiền từ 200.000 đồng đến 300.000 đồng khi điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định từ 05 km/h đến dưới 10 km/h; Phạt tiền từ 600.000 đồng đến 1.000.000 đồng đối với người điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định từ 10 km/h đến 20 km/h; Phạt tiền từ

A. 2 B. 1 C. 5 D. 0

Khoảng tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

A. 40 . **B.** 30 . **C.** 35 . **D.** 9 .

D. Cả A, B đều đúng.

Chiều cao (<i>cm</i>)	[150;160)	[160;167)	[167;170)	[170;175)	[175;180)
Số học sinh	12	18	8	3	1

Bảng 1	Điểm	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
	Số học sinh	9	14	12	5
Bảng 2	Cân nặng (kg)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
	Số giáo viên	5	3	4	2
Bảng 3	Chiều cao (m)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)
	Số cây	12	6	7	5
Bảng 4	Tiền (nghìn đồng)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
	Số sách	14	16	12	18

Số tiền (nghìn đồng)	[350;400)	[400;450)	[450;500)	[500;550)	[550;600)
Số hộ gia đình	6	14	21	17	2

Cân nặng	Dưới 55	Từ 55 đến 65	Trên 65
Số học sinh	20	15	2

Số học sinh của lớp đó là bao nhiêu?

A. 37

B. 35

C. 33

D. 31

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Bảng thống kê sau cho biết thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên (VĐV) trong một giải chạy marathon:

Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	145
Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2	5

a) Giá trị lớn nhất $x_{\max} = 145$.

b) Giá trị nhỏ nhất $x_{\min} = 129$

c) Khoảng biến thiên: 15.

d) Mẫu số liệu ghép nhóm:

Thời gian	Số VĐV
[127,5;130,5)	3
[130,5;133,5)	1
[133,5;136,5)	4
[136,5;139,5)	3
[139,5;142,5)	9
[142,5;145,5)	10

Câu 14: Một trường trung học phổ thông có 36 học sinh nam của khối 11, đo chiều cao của các bạn học sinh đó, người ta thu được mẫu số liệu sau (đơn vị: centimét).

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164
164	165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167
168	168	168	168	169	169	170	171	171	172	172	174

a) Giá trị lớn nhất $x_{\max} = 174$.

b) Giá trị nhỏ nhất $x_{\min} = 160$

c) Khoảng biến thiên là 15

d) Ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Chiều cao	[160;163)	[163;166)	[166;169)	[169;172)	[172;175)
Số học sinh	6	10	12	3	3

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Nhân ngày hội đọc sách, các học sinh của một trường trung học phổ thông mang sách cũ đến tặng thư viện trường và trao đổi với các bạn học sinh khác. Bảng sau thống kê số sách cũ mà các bạn học sinh lớp 11B mang đến trường.

Số sách	[1;3]	[4;6]	[7;9]	[10;12]	[13;15]
Số học sinh	5	14	10	8	3

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 16: Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm số môn Toán	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh đạt được	1	6	12	14	8

Tìm cỡ mẫu của mẫu số liệu, giá trị đại diện nhóm [2;4), và độ dài nhóm [8;10)

Câu 17: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

So sánh cân nặng trung bình quả cam ở lô hàng A và lô hàng B.

Câu 18: Chỉ số BMI (đo bằng w/h^2 , trong đó w là cân nặng đơn vị là kilôgam, h là chiều cao đơn vị là mét) của các học sinh trong một tổ được cho như sau:

19,2 21,1 16,8 23,5 20,6 25,2 18,7 19,1.

Một người có chỉ số BMI nhỏ hơn 18,5 được xem là thiếu cân; từ 18,5 đến dưới 23 là có cân nặng lí tưởng so với chiều cao; từ 23 trở lên là thừa cân. Hãy lập mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên để biểu diễn tình trạng cân nặng so với chiều cao của các học sinh trong tổ.

Câu 19: Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư được cho như sau:

43 51 47 62 48 40 50 62 53 56 40 48 56
53 50 42 55 52 48 46 45 54 52 50 47 44
54 55 60 63 58 55 60 58 53.

Chuyển mẫu số liệu trên thành dạng ghép nhóm, các nhóm có độ dài bằng nhau, trong đó có nhóm $[40;45)$.

Câu 20: Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18 25 39 12 54 27 46 25 19 8 36 22
20 19 17 44 5 18 23 28 25 34 46 27

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

Câu 21: Thời gian ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514 508 505
504 504 503 499 496 492 .

(Theo: <https://www.premierleague.com/>)

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

BÀI 9: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Số a thoả mãn có 25% giá trị trong mẫu số liệu nhỏ hơn a và 75% giá trị trong mẫu số liệu lớn hơn a là
A. số trung bình. **B.** trung vị. **C.** tứ phân vị thứ nhất. **D.** tứ phân vị thứ ba.

Câu 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	$[2;3;5)$	$[3;5;5)$	$[5;6;5)$	$[6;5;8)$
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu là

A. $[2;3;5)$. **B.** $[3;5;5)$. **C.** $[5;6;5)$. **D.** $[6;5;8)$.

Câu 3: Công việc nào sau đây không phụ thuộc vào các công việc của môn thống kê?

A. Thu thập số liệu. **B.** Trình bày số liệu.
C. Phân tích và xử lí số liệu. **D.** Ra quyết định dựa trên số liệu.

Câu 4: Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 10, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	$[150;152)$	5
2	$[152;154)$	18
3	$[154;156)$	40
4	$[156;158)$	26
5	$[158;160)$	8
6	$[160;162)$	3
		$N=100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

A. 156,5. **B.** 157. **C.** 157,5. **D.** 158.

Câu 5: Cho bảng phân bố tần số ghép lớp:

Các lớp giá trị của X	$[50; 52)$	$[52; 54)$	$[54; 56)$	$[56; 58)$	$[58; 60)$	Cộng
Tần số n_i	15	20	45	15	5	100

Mệnh đề đúng là:

A. Giá trị trung tâm của lớp $[50;52)$ là 53. **B.** Tần số của lớp $[58;60)$ là 95
C. Tần số của lớp $[52;54)$ là 35 **D.** Số 50 không phụ thuộc lớp $[54;56)$

Câu 6: Cho bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp chiều cao của các học sinh trong một lớp học như sau:

Lớp	Tần số	Tần suất
[150;155)	8	20%
[155;160)	5	12.5%
[160;165)	a	30%
[165;170)	b	$c\%$
[170;175]	6	15%
Tổng	n	100%

Tìm giá trị của $a + 2b + 10c$.

A. 225.

B. 158.

C. 255.

D. 202.

Câu 7: Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm điểm	Tần số
[1; 3)	3
[3; 5)	2
[5; 7)	10
[7; 9)	14
[9; 11)	7
	$n = 36$

Mốt của bảng ghép lớp trên là giá trị nào sau?

A. 7,73.

B. 6,12.

C. 5,09.

D. 7,03.

Câu 8: Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi

Nhóm chiều cao	Tần số
[85; 90)	1
[90; 95)	4
[95; 100)	8
[100; 105)	12
[105; 110)	3
[110; 115)	2
	$n = 30$

Số liệu và nhóm của bảng trên là

A. 30 và 5.

B. 115 và 30.

C. 115 và 6.

D. 30 và 6.

Câu 9: Cho bảng mẫu số liệu ghép nhóm là chiều cao của học sinh lớp 5 tuổi

Nhóm chiều cao	Tần số
[85; 90)	1
[90; 95)	$x - 4$
[95; 100)	$x^2 - 3x + 11$
[100; 105)	12
[105; 110)	3
[110; 115)	2

Tìm x biết tần số tích lũy của nhóm 3 là 23

A. 5.

B. 3.

C. 8.

D. 10.

Câu 10: Điểm trung bình các môn học kì I của bạn An được cho bởi bảng sau:

Môn	Toán	Vật Lý	Hóa học	Ngữ văn	Lịch sử	Địa lý	Tin học	Tiếng Anh
Điểm	9,4	8,8	9,2	6,8	8,0	7,8	8,4	8,6

Tính điểm trung bình môn học kì I của bạn An.

- A. 8,0. B. 8,375. C. 8,2. D. 8,5.

Câu 11: Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau, làm tròn đến hàng phần trăm.

Cân nặng	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

- A. 51,8. B. 51,81. C. 52. D. 51,809.

Câu 12: Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy xác định các tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu trong

- A. 3,6875. B. 5,417. C. 7,042. D. 7,68.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 11 A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

Nhóm	Tần số
[30; 40)	2
[40; 50)	10
[50; 60)	16
[60; 70)	8
[70; 80)	2
[80; 90)	2

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép số trên, Các mệnh đề sau đúng/sai

- a) $Q_1 = 49(kg)$; $Q_2 = 50(kg)$; $Q_3 = 52,5(kg)$. b) $Q_1 = 48(kg)$; $Q_2 = 55(kg)$; $Q_3 = 62,5(kg)$.
c) $Q_1 = 47(kg)$; $Q_2 = 54(kg)$; $Q_3 = 63,5(kg)$. d) $Q_1 = 46(kg)$; $Q_2 = 53(kg)$; $Q_3 = 64,5(kg)$.

Câu 14: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau, hãy tìm tứ phân vị của nó.

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 48$
c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$
d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 61,5$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc (phút)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 16: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

Câu 17: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

Tìm cỡ mẫu và các tứ phân vị của mẫu số liệu.

Câu 18: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0, 5; 10, 5)	[10, 5; 20, 5)	[20, 5; 30, 5)	[30, 5; 40, 5)	[40, 5; 50, 5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Câu 19: Mức thưởng tết (triệu đồng) mà các công nhân một nhà máy nhận được như sau:

Mức thưởng	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25]
Số công nhân	13	35	47	25

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm. Cho biết ý nghĩa của giá trị thu được.

Câu 20: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống.

Chiều cao (cm)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)
Số cây	3	8	7	3

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{21}$ là chiều cao của các cây giống, đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, $x_1, \dots, x_3$ thuộc $[0; 5)$, $x_4, \dots, x_{11}$ thuộc $[5; 10)$, ... Hỏi trung vị thuộc nhóm nào?

Câu 21: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km / h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

CHƯƠNG IV: QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN
BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

- Câu 1:** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là
- A. SO . B. SD . C. SA . D. SB .
- Câu 2:** Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là
- A. SF . B. SD . C. AC . D. SE .
- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là giao điểm của AB và CD , N là giao điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng
- A. SM . B. SO . C. SN . D. MN .
- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.
- Câu 5:** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là một điểm trên đoạn SA . Giao điểm của đường thẳng CM với mặt phẳng (SBD) là điểm.
- A. I là giao điểm của CM với BD .
B. J là giao điểm của CM với SO ($O = AC \cap BD$).
C. H là giao điểm của CM với SB .
D. N là giao điểm của CM với SD .
- Câu 6:** Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là
- A. Tứ giá. B. Ngũ giá. C. Lục giá. D. Tam giá
- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CD và SA . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì?
- A. Ngũ giác. B. Tứ giác. C. Tam giác. D. Lục giác.
- Câu 8:** Cho tứ diện $ABCD$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ACD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABG) và (ACD) là đường thẳng nào dưới đây?
- A. AE . B. AF . C. CD . D. BG .
- Câu 9:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và C Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:
- A. Đường thẳng MN . B. Đường thẳng AM .
C. Đường thẳng BG (G là trọng tâm $\triangle ACD$). D. Đường thẳng AH (H là trực tâm $\triangle ACD$).
- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Xét các mệnh đề:
- (I). Đường thẳng IO song song SA .
(II). Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
(III). Giao điểm của đường thẳng AI và mặt phẳng (SBD) là trọng tâm tam giác SBD
(IV). Giao tuyến hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là OI .
- Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là:
- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **SAI**?
- A. mp (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giá.

B. $IO // mp(SAB)$.

C. $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

D. $IO // mp(SAD)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm SA ; N và P lần lượt là điểm bất kì trên cạnh SB , SC (không trùng với trung điểm và hai đầu mút). Giao điểm của MN với (ABC) là

A. giao điểm của MN với BC .

B. giao điểm của MP với BC .

C. giao điểm của MN với AB .

D. giao điểm của MP với AC .

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy. Khi đó:

a) Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.

b) AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

d) Gọi $G = EF \cap AD$ khi đó, SG giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD) .

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC . Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$. Khi đó:

a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

b) Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO .

c) KM là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .

d) Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM .

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong $\triangle BCD$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

a) $(MNP), (ABC)$

b) $(MNP), (BCD)$

c) $(MNP), (ABD)$

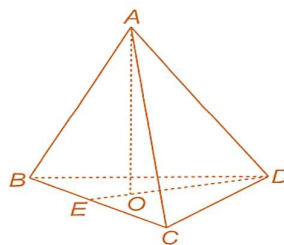
d) $(MNP), (ACD)$

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Chứng minh rằng bốn điểm M, N, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng.

Câu 17: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến d và hai đường thẳng a, b lần lượt nằm trong $(P), (Q)$. Chứng minh rằng nếu hai đường thẳng a, b cắt nhau thì giao điểm của chúng thuộc đường thẳng d .

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi D, E, F lần lượt là ba điểm trên ba cạnh SA, SB, SC sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$ và O là một điểm nằm trong tam giác BCD (H.4.3). Xác định giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (AOD) .

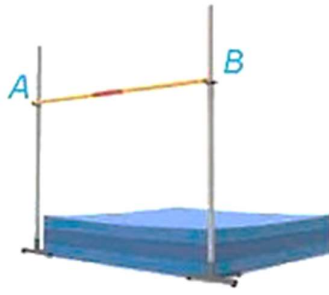


Hình 4.3

Câu 20: Châm phật đèn trên sân bóng đá cho ta hình ảnh về một điểm thuộc một mặt phẳng. Hãy tìm thêm các ví dụ khác cũng gọi cho ta hình ảnh đó.



Câu 21: Chiếc xà ngang đặt tựa lên hai dầm A, B của trụ nhảy thể hiện hình ảnh của một đường thẳng đi qua hai điểm đó. Có thể tìm được một đường thẳng khác cũng đi qua hai điểm A, B hay không?



BÀI 11: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

- Câu 1:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không** song song với IJ ?
- A. AD . B. DC . C. EF . D. AB .
- Câu 2:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh SA và SC . Khi đó MN song song với đường thẳng
- A. AC . B. BC . C. CD . D. AD .
- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?
- A. EF . B. DC . C. AD . D. AB .
- Câu 4:** Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tứ diện. Gọi G_1 là giao điểm của AG và $mp(BCD)$, G_2 là giao điểm của BG và $mp(ACD)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $G_1G_2 \parallel AB$. B. $G_1G_2 \parallel AC$. C. $G_1G_2 \parallel CD$. D. $G_1G_2 \parallel AD$.
- Câu 5:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng
- A. AC . B. CD . C. CM với M là trung điểm cạnh BD . D. DB .
- Câu 6:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Chọn khẳng định đúng.
- A. IJ song song với CD . B. IJ song song với AB . C. IJ chéo nhau với CD . D. IJ cắt AB .
- Câu 7:** Cho hình chóp $S.ABC$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là hình nào dưới đây?
- A. Tam giác. B. Hình bình hành. C. Hình thang chỉ có một cặp cạnh song song. D. Hình thoi.
- Câu 8:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SB . P là một điểm trên cạnh BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) với hình chóp có dạng là:
- A. Hình chữ nhật. B. Hình thang. C. Hình tam giác. D. Hình bình hành.
- Câu 9:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh BD và AD ; M là điểm thuộc đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Kết luận nào sau đây đúng nhất về thiết diện của mặt phẳng (MNP) với hình chóp $ABCD$?
- A. Thiết diện là ngũ giác. B. Thiết diện là hình bình hành. C. Thiết diện là hình thang. D. Thiết diện là tam giác.
- Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là điểm trên cạnh SO . Mặt phẳng (ICD) cắt hình chóp theo thiết diện là hình gì?
- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.
- Câu 11:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:
- A. Tam giác MNE .

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

A. Tam giác IBC .

B. Hình thang $IBCI$ (I là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Khi đó:

a) AB song song CD

b) SA cắt SC ;

c) SA song song BC .

d) SC chéo nhau AB .

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó:

a) $EF \parallel AC$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC .

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC .

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm của ΔBCD .

a) Chứng minh: $IJ \parallel CD$

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) .

c) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Tính $2IJ + 3MN = ?$.

Câu 16: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi G, H lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của hai hình bình hành đó. Chứng minh rằng ba đường thẳng GH, CE, DF đôi một song song.

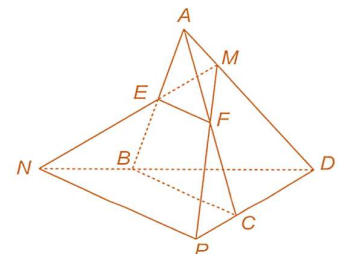
Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và P là một điểm nằm trên CD . Đường thẳng BC cắt mặt phẳng (MNP) tại Q . Chứng minh rằng $PQ \parallel BD$

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SB . Chứng minh rằng $IJ \parallel AB$, từ đó suy ra $IJ \parallel CD$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC và M là một điểm bất kì thuộc cạnh AD . Giả sử ME cắt BD tại N và MF cắt CD tại P (H.4.11). Chứng minh rằng $NP \parallel EF$.

Câu 20: Một chiếc gậy được đặt một đầu dựa vào tường và đầu kia trên mặt sàn (H.4.20). Hỏi có thể đặt chiếc gậy đó song song với một trong các mép tường hay không?

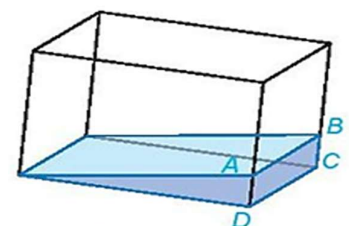
Câu 21: Một bể kính chứa nước có đáy là hình chữ nhật được đặt nghiêng như Hình 4.26. Giải thích tại sao đường mép nước AB song song với cạnh CD của bể nước.



Hình 4.11



Hình 4.20



Hình 4.26

BÀI 12: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Nếu $a // (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b // a$.

C. Nếu $\begin{cases} a // (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a // b$.

D. Nếu $a // (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 2: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu $d // (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta // d$.
B. Nếu $d // (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b // d$.
C. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.
D. Nếu $d // c$; $c \subset (\alpha)$ thì $d // (\alpha)$.

Câu 3: Cho các mệnh đề sau:

- (1). Nếu $a // (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P) .
(2). Nếu $a // (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) .
(3). Nếu $a // (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a .
(4). Nếu $a // (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 4: Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

- A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.
B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 5: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây

- A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.
B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q) .
D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $MN // (ABCD)$. B. $MN // (SAB)$. C. $MN // (SCD)$. D. $MN // (SBC)$.

Câu 7: Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng đó.
B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
C. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.
D. Trong không gian, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $MN // (ABCD)$. B. $MN // (SAB)$. C. $MN // (SCD)$. D. $MN // (SBC)$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của CB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $PQ \parallel (BCD)$. B. $GQ \parallel (BCD)$. C. $PQ \parallel (ACD)$. D. $Q \in (GDP)$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. MG song song (ACD) . B. MG song song (ABD) .
C. MG song song (ACB) . D. MG song song (BCD) .

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M là trung điểm của OC . Mặt phẳng (α) qua M và (α) song song với SA và BD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và $\text{mp}(\alpha)$ là hình gì?

- A. hình tam giác. B. hình bình hành. C. hình chữ nhật. D. hình ngũ giác

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD . (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình chữ nhật. D. Hình vuông.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- a) a, d trùng nhau. b) a, d chéo nhau. c) a song song d . d) a, d cắt nhau.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , P là trung điểm cạnh SA . Khi đó:

- a) $MN \parallel (SBC)$ b) $MN \parallel (SAD)$
c) SB cắt với mặt phẳng (MNP) d) SC cắt với mặt phẳng (MNP)

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O' . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$, $BN = \frac{1}{3}BD$.

Chứng minh:

- a) OO' song song với mặt phẳng (ADF) b) MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$.

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD . Chứng minh rằng $MN \parallel (BCD)$

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABD và ACD . Chứng minh G_1G_2 song song với các mặt phẳng (ABC) và (BCD) .

Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh AB và CD . Đặt (α) là mặt phẳng qua MN và song song với BC . Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của tứ diện $ABCD$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy nhỏ $AB = a$, đáy lớn $CD = 2a$. Gọi E là trung điểm của SC . Chứng minh rằng $BE \parallel (SAD)$.

Câu 20: Trong các không gian hẹp, người ta thường thiết kế tủ đựng quần áo có cánh cửa trượt. Tủ này bao gồm khoang tủ, cánh cửa trượt và hai đường ray trượt cho mép trên và mép dưới cánh cửa (Hình 25). Biết rằng cánh cửa trượt có dạng hình chữ nhật và có thể kéo trượt bình thường, khi đó bạn Minh nói: "Đường ray trượt ở mép trên cửa song song với mặt đáy của tủ quần áo". Em hãy cho biết phát biểu của bạn Minh đúng hay sai? Vì sao?



Hình 25

Câu 21: Bạn Nam quan sát thấy dù cửa ra vào được mở ở vị trí nào thì mép trên của cửa luôn song song với một mặt phẳng cố định. Hãy cho biết đó là mặt phẳng nào và giải thích tại sao.



BÀI 13: HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $(BA'C') \parallel (ACD')$. **B.** $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$. **C.** $(BA'D) \parallel (CB'D')$. **D.** $(ABA') \parallel (CB'D')$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.** $(BA'C')$. **B.** $(C'BD)$. **C.** (BDA') . **D.** (ACD') .

Câu 3: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O' , không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm AB , xét các khẳng định

$(I): (ADF) \parallel (BCE); (II): (MOO') \parallel (ADF); (III): (MOO') \parallel (BCE); (IV): (ACE) \parallel (BDF)$ Những khẳng định nào đúng?

- A.** (I) . **B.** $(I), (II)$. **C.** $(I), (II), (III)$. **D.** $(I), (II), (III), (IV)$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. **B.** $(AA'D') \parallel (BCC')$. **C.** $(BDD') \parallel (ACC')$. **D.** $(ABB') \parallel (CDC')$.

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) .

- A.** (ABB') . **B.** (ACC') . **C.** $(BB'C')$. **D.** (ABC') .

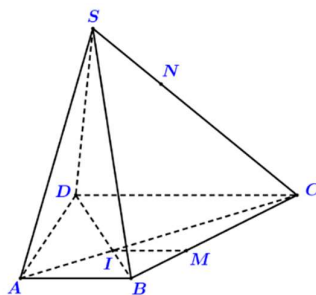
Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi M là điểm di động trên đoạn thẳng $AB, M \neq A; M \neq B$. Qua M dựng mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (SBC) . Thiết diện tạo với mặt phẳng (α) và chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A.** Hình thang cân. **B.** Hình thang vuông. **C.** Hình tam giác. **D.** Hình bình hành.

Câu 7: Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn CD, M là điểm nằm trên đoạn BC (M khác B và C), (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (ABI) . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi (α) là

- A.** Một tam giác vuông cân. **B.** Một tam giác đều. **C.** Một hình bình hành. **D.** Một tam giác cân.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, $AB \parallel CD, AB = a; CD = 2a$, gọi I là giao điểm của AC và BD . Qua I kẻ đường thẳng song song CD cắt BC tại M . Trên cạnh SC lấy điểm N sao cho $CN = 2NS$ (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $(IMN) \parallel (SAB)$. **B.** $(IMN) \parallel (SAD)$. **C.** $(IMN) \parallel (SAC)$. **D.** $(IMN) \parallel (SBD)$.

Câu 9: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK) ?

- A.** $(AA'C)$. **B.** $(A'BC')$. **C.** (ABC) . **D.** $(BB'C')$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $A'C' \parallel BD$. **B.** $A'B' \parallel (SAD)$. **C.** $A'C' \parallel (SBD)$. **D.** $(A'C'D') \parallel (ABC)$.

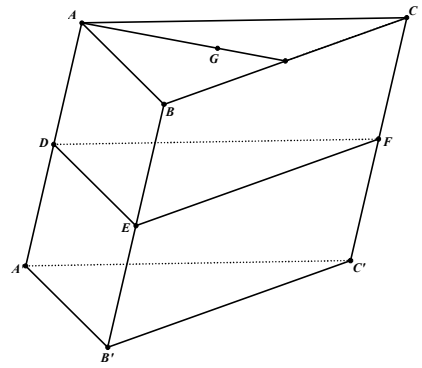
Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (như hình vẽ).

Lấy các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC' và điểm G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(DEB) \parallel (A'B'F)$. B. $(EFG) \parallel (BCD)$.
C. $(DB'C') \parallel (AEF)$. D. $(DEG) \parallel (A'B'C')$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, SB . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây.

- A. $(MNK) \parallel (SAC)$. B. $(MNK) \parallel (SAD)$.
C. $(MNK) \parallel (SCD)$. D. $(MNK) \parallel (SAB)$.



PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Trong mặt phẳng (P) , cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song nhau, nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) và đi qua các điểm A, B, C, D . Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D' .

- a) $mp(AA', BB')$ song song với $mp(CC', DD')$.
b) $A'B' \parallel C'D'$
c) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình thang
d) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó $OO' \parallel AA'$

Câu 14: Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Khi đó:

- a) $AMM'A'$ là hình bình hành b) $\frac{AI}{AM} = \frac{AG}{AN} = \frac{1}{3}$
c) (IKG) cắt $(BCC'B')$ d) $(A'KG) \parallel (AIB')$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm $\triangle ABE$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF) . Lấy N là giao điểm của (P) và AC . Chứng minh:

- a) $EFDC$ là hình thang b) $FD \parallel EC$ c) $(ADF) \parallel (BCE)$. d) $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{3}$

Câu 16: Khi cắt một chiếc bánh ga-tô hình hộp, Thuý nhận thấy vết cắt ở mặt trên và mặt dưới của bánh gọi nên hình ảnh về hai đường thẳng song song với nhau. Hỏi nhận xét của Thuý có đúng không? Vì sao?

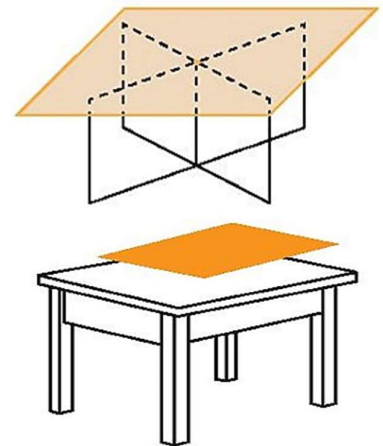
Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

Câu 18: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang. Chứng minh rằng đáy $A'B'C'D'$ là hình thang.

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Một mặt phẳng (P) cắt các cạnh $AD, BC, B'C', A'D'$ lần lượt tại E, F, G, H . Chứng minh rằng tứ giác $EFGH$ là hình bình hành.

Câu 20: Một chiếc bàn có phần chân là hai khung sắt hình chữ nhật có thể xoay quanh một trục như trong Hình 4.43. Khi mặt bàn được đặt lên phần chân bàn thì mặt bàn luôn song song với mặt đất. Hãy giải thích tại sao.

Câu 21: Đặt một tấm bìa cứng lên một góc của mặt bàn nằm ngang (H.4.44) sao cho mặt bìa song song với mặt đất. Khi đó mặt bìa có trùng với mặt bàn hay không?

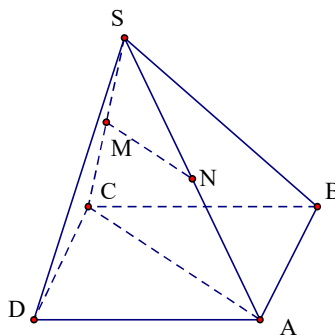


Hình 4.44

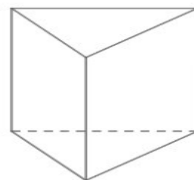
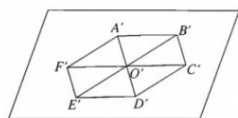
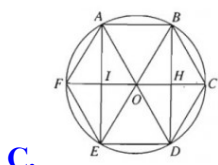
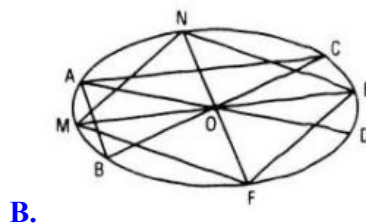
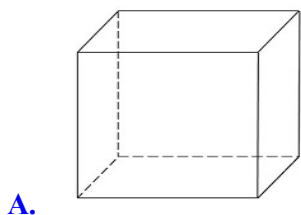
BÀI 14: PHÉP CHIẾU SONG SONG

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

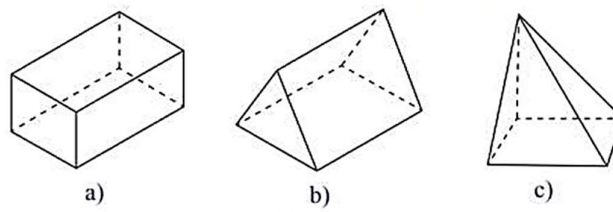
- Câu 1:** Trong không gian, cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB > CD$ và mặt phẳng (P) không song song với AD . Phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương AD biến $ABCD$ thành
- A.** một hình thang. **B.** một tam giác. **C.** một đoạn thẳng. **D.** một hình bình hành.
- Câu 2:** Trong không gian, cho $\triangle ABC$ nằm trong mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) . Phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l (không song song (P)) biến $\triangle ABC$ thành
- A.** một tam giác không bằng $\triangle ABC$. **B.** một tam giác bằng $\triangle ABC$.
C. một đoạn thẳng. **D.** một điểm.
- Câu 3:** Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) , hai đường thẳng chéo nhau a và b có hình chiếu là hai đường thẳng a', b' . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A.** a' và b' luôn luôn cắt nhau. **B.** a' và b' có thể trùng nhau.
C. a' và b' không thể song song. **D.** a' và b' có thể cắt nhau hoặc song song nhau.
- Câu 4:** Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) , hai đường thẳng a và b có hình chiếu là hai đường thẳng song song a' và b' . Khi đó:
- A.** a và b phải song song với nhau. **B.** a và b phải cắt nhau.
C. a và b có thể chéo nhau hoặc song song. **D.** a và b không thể song song.
- Câu 5:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?
- A.** S . **B.** Trung điểm của SD . **C.** A . **D.** D .
- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi M là trung điểm của cạnh SC (như hình vẽ). Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?



- A.** Trung điểm SB . **B.** Trung điểm SD . **C.** Điểm D . **D.** Trung điểm SA .
- Câu 7:** Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn AB và $AB = 2CD$, hình chiếu song song của $ABCD$ là tứ giác $A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
- A.** $A'B' = C'D'$. **B.** $2A'B' = C'D'$. **C.** $A'B' = 2C'D'$. **D.** $A'B' < C'D'$.
- Câu 8:** Hình nào sau đây là hình biểu diễn của một lục giác đều?



- Câu 9:** Tên các hình khối có hình biểu diễn trong hình 10 lần lượt là?



Hình 10

- A.** Hình hộp chữ nhật; Hình lăng trụ tứ giác; Hình chóp có đáy là hình thang.
B. Hình hộp chữ nhật; Hình lăng trụ tam giác; Hình chóp có đáy là hình vuông.
C. Hình hộp chữ nhật; Hình lăng trụ tam giác; Hình chóp có đáy là hình thang.
D. Hình hộp chữ nhật; Hình lăng trụ tứ giác; Hình chóp có đáy là hình vuông.

Câu 10: Chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành

- A.** Hai đường thẳng song song.
B. Hai đường thẳng trùng nhau
C. Hai đường thẳng trùng nhau hoặc hai đường thẳng song song.
D. Hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 11: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A.** đồng quy. **B.** song song. **C.** thẳng hàng. **D.** Chéo nhau.

Câu 12: Hình chiếu song song của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A.** Hình thang. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thoi.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Các mệnh đề sau đúng/sai?

- a) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không là thay đổi thứ tự ba điểm đó.
b) Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song.
c) Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
d) Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.

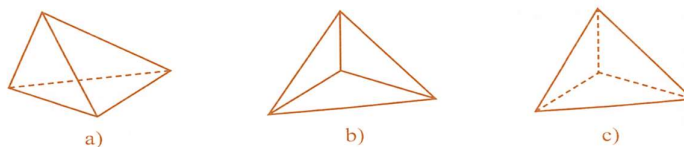
Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Một phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N .

- a) N là hình chiếu song song của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương OM .

b) $\frac{AO}{AN} = \frac{1}{3}$ c) $\frac{AN}{AC} = 4$ d) $\frac{CN}{CA} = \frac{1}{4}$

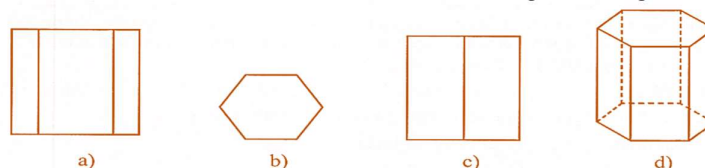
PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Trong Hình 5, hãy cho biết hình nào là hình biểu diễn của tứ diện?



Hình 5

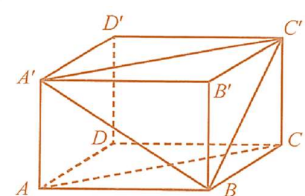
Câu 16: Trong các hình sau, hình nào là hình biểu diễn của hình lăng trụ đứng có đáy là lục giác đều?



Hình 9

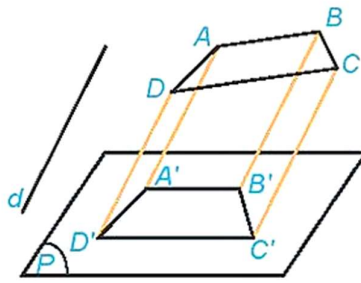
Câu 17: Hình biểu diễn của hai đường thẳng chéo nhau có thể là hai đường thẳng song song được không? Vì sao?

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định ảnh của tam giác $A'C'B$ qua phép chiếu song song lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương DD'



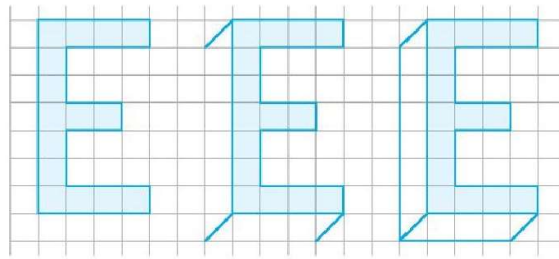
Hình 4

Câu 19: Chứng minh rằng hình chiếu song song của một hình thang là một hình thang (H.4.61).



Hình 4.61

Câu 20: Phép chiếu song song có thể được sử dụng để vẽ dạng nổi (hay dạng 3D) của chữ cái như trong hình dưới đây. Theo phương pháp đó hãy vẽ dạng nổi của một số chữ cái quen thuộc như L, N, T,..



Câu 21: Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$; I và I' lần lượt là trung điểm của đoạn AB và $A'B'$.

a) Chứng minh $AI' \parallel IB'$

b) Tìm hình chiếu song song của C theo phương AI' trên mặt phẳng $(A'B'C')$.

CHƯƠNG V: GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI 15: GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\dots$,

A. $P = \frac{212}{99}$

B. $P = \frac{213}{100}$

C. $P = \frac{211}{100}$

D. $P = \frac{211}{99}$

Câu 2: Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Câu 3: Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

A. $\lim u_n$ không tồn tại.

B. $\lim u_n = 1$.

C. $\lim u_n = 0$.

D. $\lim u_n = 2$.

Câu 4: Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Câu 5: Tính $L = \lim \frac{n-1}{n^3+3}$.

A. $L = 1$.

B. $L = 0$.

C. $L = 3$.

D. $L = 2$.

Câu 6: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \frac{n^2-2}{5n+3n^2}$.

B. $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+3n^2}$.

C. $u_n = \frac{1-2n}{5n+3n^2}$.

D. $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+3n^2}$.

Câu 7: Tính $I = \lim \frac{2n-3}{2n^2+3n+1}$

A. $I = -\infty$.

B. $I = 0$.

C. $I = +\infty$.

D. $I = 1$.

Câu 8: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{n+1}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.

Câu 9: Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2}{3n+1}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -2. D. 1.

Câu 10: Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n+3}{3n-15}$ ta được kết quả:

- A. $I = -\frac{10}{3}$. B. $I = \frac{10}{3}$. C. $I = \frac{3}{10}$. D. $I = -\frac{2}{5}$.

Câu 11: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 12: Giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n-1}{3-n}, n \in \mathbb{N}^*$ là:

- A. -2. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $-\frac{1}{3}$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{-3n+2} = a$. Khi đó:

- a) Giá trị a lớn hơn 0.
b) Ba số $-\frac{5}{3}; a; \frac{1}{3}$ tạo thành một cấp số cộng với công sai bằng 2
c) Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ phương trình lượng giác $\sin x = a$ có 3 nghiệm
d) Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 3$ và $u_1 = a$, thì $u_3 = -6$

Câu 14: Tính được các giới hạn sau, khi đó:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(\sqrt{2})^n} = -\infty$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} = 0$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} 4 = 0$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: a) Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_1 = \frac{5}{4}, q = -\frac{1}{3}$.

b) Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn 2,(3) dưới dạng phân số.

Câu 16: Cho dãy số (u_n) có tính chất $|u_n - 2| \leq \frac{1}{3^n}$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

Câu 17: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{3n^2+n}$.

Câu 18: Tính được các giới hạn sau: a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3})^n$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \pi^n$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3 + 2n^2 - 4)$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^4 + 5n^3 - 4n)$

Câu 19: Tính tổng $S = -\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + (-1)^n \frac{1}{3^n} + \dots$

Câu 20: Cho $u_n = \frac{1+a+a^2+\dots+a^n}{1+b+b^2+\dots+b^n}$ với a, b là các số thực thỏa mãn $|a| < 1, |b| < 1$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

Câu 21: Một quả bóng cao su được thả từ độ cao $5m$ xuống một mặt sàn. Sau mỗi lần chạm sàn, quả bóng nảy lên độ cao bằng $\frac{2}{3}$ độ cao trước đó. Giả sử rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt sàn và quá trình này tiếp diễn vô hạn lần. Giả sử u_n là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng sau lần nảy lên thứ n . Chứng minh rằng dãy số (u_n) có giới hạn là 0.

BÀI 16: GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ**PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN**

Câu 1: Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Câu 2: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 3: Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$

- A. $L = -\infty$. B. $L = 0$. C. $L = +\infty$. D. $L = 1$.

Câu 4: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng:

- A. $+\infty$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$ bằng?

- A. 5. B. 9. C. 0. D. 7.

Câu 6: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2|x+1| - 5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. 3.

Câu 7: Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{(x-1)^2}$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{(x-1)^2}$ C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x-1}{(x-1)^2}$ D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$

Câu 8: Gọi A là giới hạn của hàm số $f(x) = \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^{50} - 50}{x-1}$ khi x tiến đến 1. Tính giá trị của A .

- A. A không tồn tại. B. $A = 1725$. C. $A = 1527$. D. $A = 1275$.

Câu 9: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 10: Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 11: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

Câu 12: Gọi a, b là các giá trị để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x < -2 \\ x^2 - 4, & x = -2 \\ x + 1, & x \geq -2 \end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 .

Tính $3a - b$?

- A. 8. B. 4. C. 24. D. 12.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Tìm được các giới hạn sau:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} (-5x^3 - 4x + 2) = 2$; b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-3x^2}{4x+1} = -\frac{3}{4}$; c) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2+2x-15}{x+5} = +\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+3x-4}{x^2+4x} = \frac{5}{4}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. Khi đó:

- a) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$ b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3$.

c) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \sqrt{2}$

d) Hàm số tồn tại giới hạn khi $x \rightarrow -1$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Tìm được các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - x + 3)$ b) $\lim_{x \rightarrow 6} \sqrt{\frac{1}{x+3}}$; c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$ d) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$.

Câu 16: Các mệnh đề sau đúng/sai

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x}$. b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x}$. c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x}$. d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + 4, & x \leq -1 \\ 3 - 2x^2, & x > -1 \end{cases}$. Tìm các giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

Câu 18: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2}$.

Câu 19: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) \sqrt{\frac{x+2}{1-x^2}}$.

Câu 20: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 1)g(x)$.

Câu 21: Một người lái xe từ địa điểm A đến địa điểm B trong thời gian 3 giờ. Biết quãng đường từ A đến B dài 180 km. Chứng tỏ rằng có ít nhất một thời điểm trên hành trình, xe chạy với vận tốc 60 km/h.

BÀI 17: HÀM SỐ LIÊN TỤC

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

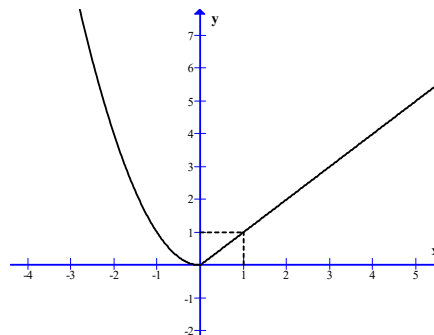
Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng.

- A.** Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- B.** Nếu $f(a)f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- C.** Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- D.** Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a; b)$.
- B.** Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
- C.** Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
- D.** Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.

Câu 3: Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau:



Chọn mệnh đề đúng.

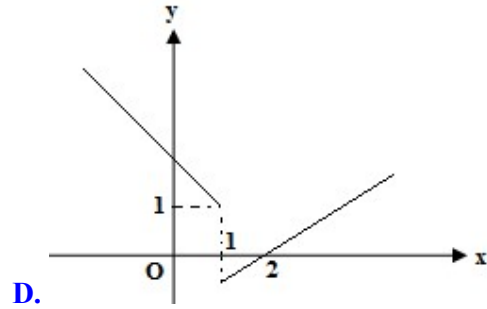
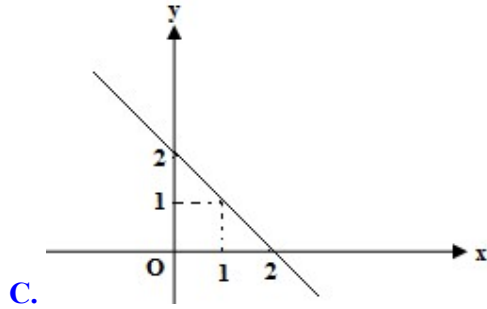
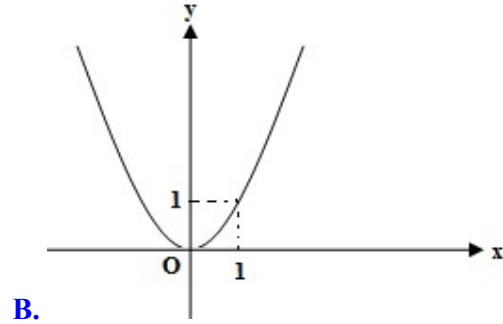
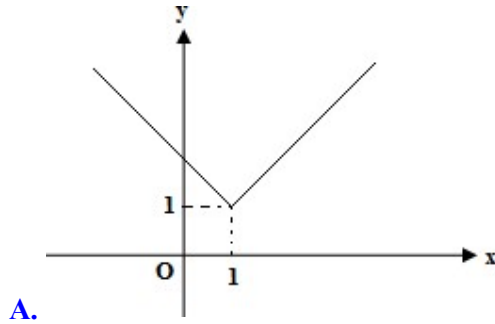
- A.** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x = 0$ nhưng không liên tục tại điểm $x = 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

D. Hàm số $y = f(x)$ không liên tục và không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

Câu 4: Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại $x = 1$?



Câu 5: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục, đơn điệu trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất.

A. Có đúng hai mệnh đề sai.

B. Cả ba mệnh đề đều đúng.

C. Cả ba mệnh đề đều sai. **D.** Có đúng một mệnh đề sai.

Câu 6: Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{1-x^3}{1-x}, & \text{khi } x < 1 \\ 1, & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Hãy chọn kết luận đúng

A. y liên tục phải tại $x = 1$.

B. y liên tục tại $x = 1$.

C. y liên tục trái tại $x = 1$.

D. y liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Hàm số nào sau đây liên tục tại $x = 1$:

A. $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$. **B.** $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$. **C.** $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$. **D.** $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

A. $y = (x + 1)(x^2 + 2)$. **B.** $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$. **C.** $y = \frac{x}{x - 1}$. **D.** $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$.

Câu 9: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = 2$?

A. $y = \frac{3x - 4}{x - 2}$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = \tan x$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x}{x + 1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?

A. $x_0 = 2018$.

B. $x_0 = 1$.

C. $x_0 = 0$

D. $x_0 = -1$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ -1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0 = 3$.

B. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0 = 3$.

C. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0 = 3$.

D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0 = 3$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x = 2$.

B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

C. $f(4) = 2$.

D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng/sai?

a) Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

b) Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

c) Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

d) Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Câu 14: Cho các hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4,5 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ và $g(x) = \frac{2}{x-1}$. Khi đó:

a) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

b) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

c) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

d) Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15: Xét được tính liên tục của các hàm số sau trên tập xác định của nó:

a) $f(x) = x^3 - x^2 + 8x$. b) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 3x}$. c) $f(x) = \frac{\sin x + 1}{x + 1}$. d) $f(x) = \sqrt{x - 2}$.

Câu 16: Xét tính liên tục của hàm số: $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Câu 17: Tìm giá trị của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{nếu } x \leq 1 \\ mx + 1 & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{nếu } x \leq 1 \\ ax + b & \text{nếu } 1 < x < 2 \\ 5 & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$. Xác định a, b để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 19: Chứng tỏ rằng phương trình $2x^5 + a(x^2 - 1) + 1 = 0$ luôn có nghiệm với mọi số thực a .

Câu 20: Cho hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ trừ điểm $x = 0$. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \frac{g(x)}{x}$ tại $x = 1$.

Câu 21: Chứng minh rằng phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất 2 nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.