

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 0

D. $\frac{2}{3}$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-6;5)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	-6	-5	3	5	
y'	-	0	+	0	-
y	4		9		-2

Tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

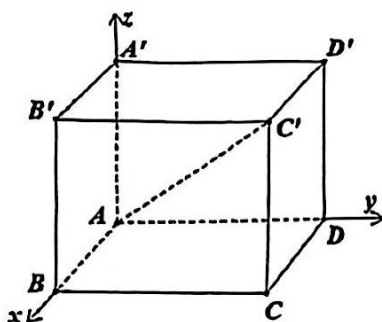
A. 2

B. 5

C. 10

D. 7

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1 với hệ trục tọa độ như hình vẽ bên dưới.



Xác định tọa độ điểm C'

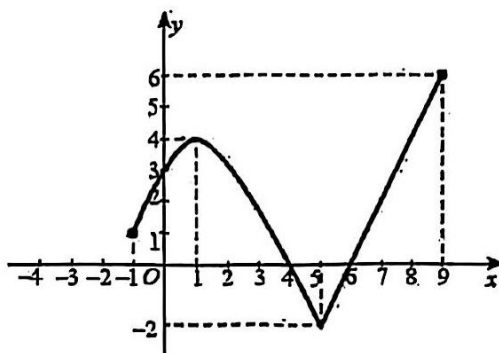
A. $C'(1;1;0)$

B. $C'(1;1;1)$

C. $C'(1;0;1)$

D. $C'(0;1;1)$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1;9]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;9]$. Tính giá trị của $T = M - m$



A. 2

B. 6

C. 8

D. 10

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = 3\overline{AG}$

B. $\overline{CA} + \overline{CB} + \overline{CD} = 3\overline{CG}$

C. $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BD} = 3\overline{BG}$

D. $\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC} = 3\overline{DG}$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$+$
y	-1	$+\infty$	0	1

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có hoành độ bằng

A. 1

B. -1

C. 0

D. 3

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (-2; 3)$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

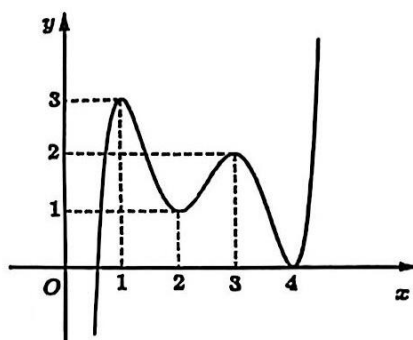
A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; 2)$

B. $(2; 3)$

C. $(-\infty; 3)$

D. $(1; 3)$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2; +\infty)$

B. $(-\infty; +\infty)$

C. $(0; +\infty)$

D. $(-\infty; 2)$

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tích vô hướng $\overline{AB} \cdot \overline{C'D}$ bằng

A. $-a^2$

B. $\frac{a^2}{2}$

C. a^2

D. 0

Câu 12. Phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 3}$ là

A. $y = x - 5$

B. $y = 3x - 5$

C. $y = 3x + 5$

D. $y = x + 5$

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

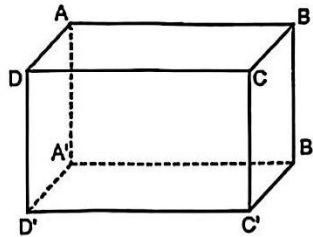
Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x + 2$.
 b) $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.
 c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 d) Điểm cực tiểu của hàm số là $(2; -2)$.

Câu 2. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động ($0 \leq t \leq 12$) và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- a) Vận tốc của vật sau 3 giây là 15 m/s
 b) Quãng đường vật chuyển động được sau 5 giây gần bằng 58,3 m (làm tròn đến hàng phần mười)
 c) Tốc độ thay đổi tức thời của vận tốc theo thời gian là gia tốc tức thời của vật: $a(t) = 3t + 8$.
 d) Trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 24(m/s).

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$.



- a) $\overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{A'B'} = \vec{0}$
 b) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'D'}) = 90^\circ$
 c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = 25$
 d) $|\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}| = 5\sqrt{2}$

Câu 4. Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4; 2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	-4	-3	1	2	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	0	27	-5	6	

- a) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-4; 2]$ bằng 27
 b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -3$
 c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; 2)$
 d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(1; -5)$

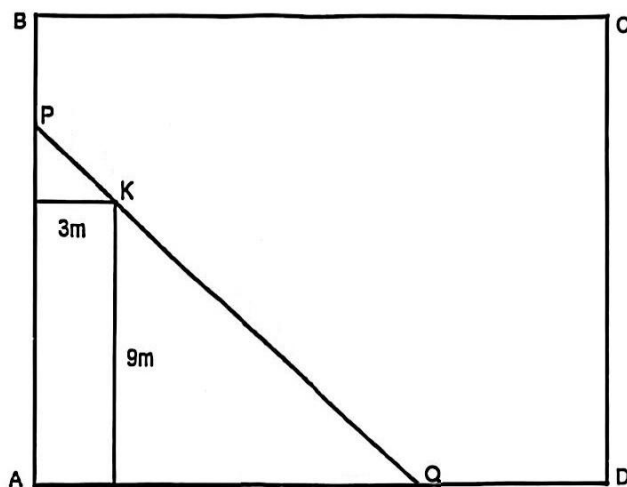
PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 7x + 4$ đồng biến trên $(-\infty; a)$ và $(b; +\infty)$, nghịch biến trên $(a; b)$.

. Tính giá trị của $M = 2a + 3b$

Câu 2. Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng (α) nằm ngang chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong mặt phẳng (α) và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$, lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với mặt phẳng (α) và hướng lên trên. Xác định độ lớn của hợp lực của các lực trên, biết rằng ba lực đó có độ lớn lần lượt là 15N, 10N, 20N. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Một cái hồ rộng có hình chữ nhật, tại một góc hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là $3m$ và cách bờ AD là $9m$, rồi dùng một cây sào thẳng PQ ngăn một góc của hồ để nuôi vịt (tam giác APQ như hình vẽ) sao cho cây sào chạm vào hai bờ AB, AD và cây cọc K . Tính diện tích của góc hồ nuôi vịt khi chiều dài của cây sào PQ là ngắn nhất. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của đơn vị m^2)



Câu 4. Biết hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 2$ đạt cực tiểu tại a và đạt cực đại tại b . Tính $2024a - 2025b$.

Câu 5. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Tính tích vô hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Câu 6. Tại một công ty sản xuất đồ chơi an toàn cho trẻ em, công ty phải chi 40 000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A , công ty phải trả 6 USD cho nguyên liệu ban đầu và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $P(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất

x đồ chơi A . Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $F(x) = \frac{P(x)}{x}$.

Xem $F(x)$ là hàm số theo x xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$. Khi sản xuất đồ chơi A với số lượng lớn thì chi phí trung bình của mỗi đồ chơi A thấp nhất càng gần nhưng không thể nhỏ hơn bao nhiêu (USD)?

— HẾT —

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI & TOANMATH.com](#)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Ta có $y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0$ với mọi $x \in [-1; 1]$ nên hàm số nghịch biến trên $[-1; 1]$. Do đó $\min_{[-1; 1]} y = y(1) = 0$. Chọn C.

Câu 2. Từ bảng biến thiên, giá trị cực đại là $y_{CĐ} = 9$ (tại $x = 3$), giá trị cực tiểu là $y_{CT} = 1$ (tại $x = -5$). Tổng bằng $9 + 1 = 10$. Chọn C.

Câu 3. Ta có $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $A'(0; 0; 1)$. Suy ra $C(1; 1; 0)$ và $C'(1; 1; 1)$. Chọn B.

Câu 4. Từ đồ thị, $M = f(9) = 6$ và $m = f(5) = -2$. Do đó $T = M - m = 6 - (-2) = 8$. Chọn C.

Câu 5. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên với điểm D bất kì ta có $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$. Chọn D.

Câu 6. Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ nên đồ thị có hai đường tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 1$. Chọn B.

Câu 7. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Vì $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = 1$ nên điểm cực tiểu của đồ thị có hoành độ bằng 1. Chọn A.

Câu 8. Vì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (-2; 3)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$. Chọn C.

Câu 9. Trên khoảng $(2; 3)$ đồ thị đi lên nên hàm số đồng biến trên $(2; 3)$. Chọn B.

Câu 10. Ta có $f'(x) = 2x - 4 < 0 \Leftrightarrow x < 2$. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$. Chọn D.

Câu 11. Ta có $\overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{D'D} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{D'D}$. Vì $DD' \perp AB$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C'D} = -\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{D'D} = -a^2 + 0 = -a^2$. Chọn A.

Câu 12. Ta có $y = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 3} = 3x + 5 + \frac{16}{x - 3}$. Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (3x + 5)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{16}{x - 3} = 0$ nên tiệm cận xiên là $y = 3x + 5$. Chọn C.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1. Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Bảng xét dấu: $y' > 0$ trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; $y' < 0$ trên $(0; 2)$.

a) Sai. Vì $y' = 3x^2 - 6x$.

b) Đúng.

c) Sai. Vì $y' < 0$ trên $(0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

d) Sai. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y(2) = -2$. Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$; $(2; -2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Câu 2. Vận tốc $v(t) = s'(t) = -t^2 + 8t$, gia tốc $a(t) = v'(t) = -2t + 8$.

a) Đúng. Vì $v(3) = -9 + 24 = 15$ (m/s).

b) Đúng. Trên $[0; 5]$ ta có $v(t) = t(8 - t) \geq 0$ nên quãng đường vật đi được sau 5 giây là

$$s(5) - s(0) = -\frac{125}{3} + 100 = \frac{175}{3} \approx 58,3 \text{ (m)}.$$

c) Sai. Vì $a(t) = -2t + 8$.

d) Sai. Ta có $v(t) = -t^2 + 8t = 16 - (t - 4)^2 \leq 16$ với mọi $t \in [0; 6]$, dấu bằng xảy ra khi $t = 4$. Vận tốc lớn nhất là 16 m/s.

Câu 3.

a) Sai. Vì $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$ nên $\overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'B} \neq \vec{0}$.

b) Sai. Vì $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = AD^2 - AB^2 = 16 - 9 = 7 \neq 0$ nên $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'D'}) \neq 90^\circ$.

c) Đúng. Vì $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}$ và $CC' \perp AC$ nên $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{AC} = AC^2 = AB^2 + AD^2 = 9 + 16 = 25$.

d) Đúng. Theo quy tắc hình hộp, $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA'}$. Do đó $|\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}| = CA' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{9 + 16 + 25} = 5\sqrt{2}$.

Câu 4.

a) Đúng. Từ bảng biến thiên, $\max_{[-4; 2]} f(x) = \max \{f(-4); f(-3); f(1); f(2)\} = \max \{0; 27; -5; 6\} = 27$.

b) Đúng. Vì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = -3$.

c) Sai. Vì hàm số nghịch biến trên $(-3; 1)$.

d) Đúng. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, $f(1) = -5$ nên đồ thị có điểm cực tiểu là $(1; -5)$.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Ta có $y' = x^2 + 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = -7$ hoặc $x = 1$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -7)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-7; 1)$ nên $a = -7$, $b = 1$.

Vậy $M = 2a + 3b = -14 + 3 = -11$.

Đáp số: -11 .

Câu 2. Gọi $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ là hợp lực.

$$\text{Ta có } \left| \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \right|^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 135^\circ = 225 + 100 - 150\sqrt{2} = 325 - 150\sqrt{2}.$$

Vì $\vec{F}_3$ vuông góc với mặt phẳng (α) nên $\vec{F}_3 \perp (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$. Do đó

$$F^2 = \left| \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \right|^2 + F_3^2 = 325 - 150\sqrt{2} + 400 = 725 - 150\sqrt{2}.$$

$$\text{Suy ra } F = \sqrt{725 - 150\sqrt{2}} \approx 22,6 \text{ (N)}.$$

Đáp số: $22,6$.

Câu 3. Gọi H, E lần lượt là hình chiếu của K trên AD, AB . Ta có $AH = EK = 3, HK = AE = 9$.

$$\text{Đặt } HQ = t \text{ (} t > 0 \text{)}. \text{ Vì } \triangle PEK \sim \triangle KHQ \text{ nên } \frac{PE}{KH} = \frac{EK}{HQ} \Rightarrow PE = \frac{27}{t}.$$

$$\text{Suy ra } AQ = t + 3, AP = 9 + \frac{27}{t} = \frac{9(t+3)}{t}.$$

$$\text{Ta có } PQ^2 = AQ^2 + AP^2 = (t+3)^2 \left(1 + \frac{81}{t^2} \right).$$

Xét $f(t) = (t+3)^2 \left(1 + \frac{81}{t^2} \right)$ trên $(0; +\infty)$, ta có

$$f'(t) = 2(t+3) \left(1 + \frac{81}{t^2} \right) - \frac{162(t+3)^2}{t^3} = \frac{2(t+3)(t^3 - 243)}{t^3}.$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t^3 = 243 \Leftrightarrow t = 3\sqrt[3]{9}.$$

Vì $f'(t) < 0$ trên $(0; 3\sqrt[3]{9})$ và $f'(t) > 0$ trên $(3\sqrt[3]{9}; +\infty)$ nên PQ ngắn nhất khi $t = 3\sqrt[3]{9}$.

$$\text{Khi đó } AQ = 3 + 3\sqrt[3]{9}, AP = 9 + \frac{27}{3\sqrt[3]{9}} = 9 + 3\sqrt[3]{3}.$$

$$\text{Diện tích góc hồ nuôi vịt là } S = \frac{1}{2} AQ \cdot AP = \frac{1}{2} (3 + 3\sqrt[3]{9}) (9 + 3\sqrt[3]{3}) \approx 61,6 \text{ (} m^2 \text{)}.$$

Đáp số: $61,6$.

Câu 4. Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{3}$.

$y' > 0$ trên $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và $(1; +\infty)$, $y' < 0$ trên $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{3}$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Suy ra $a = 1$, $b = \frac{1}{3}$. Vậy $2024a - 2025b = 2024 - 675 = 1349$.

Đáp số: 1349.

Câu 5. Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 2$.

Đáp số: 2.

Câu 6. Ta có $P(x) = 40000 + 6x$ nên $F(x) = \frac{40000 + 6x}{x} = 6 + \frac{40000}{x}$ với $x \geq 1$.

Vì $\frac{40000}{x} > 0$ nên $F(x) > 6$ với mọi $x \geq 1$, và $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 6$.

Vậy khi sản xuất số lượng lớn, chi phí trung bình mỗi đồ chơi càng gần nhưng không thể nhỏ hơn 6 USD.

Đáp số: 6.

----- HẾT -----