

(Đề thi có ____ trang)

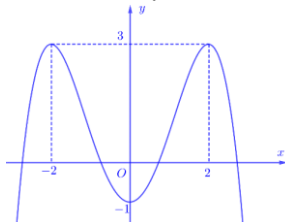
Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 1201

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

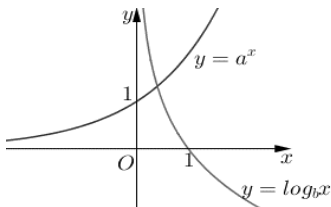
A. $x=2$.

B. $A(0;-1)$

C. $x=0$.

D. $x=-1$.

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0 < b < 1 < a$.

B. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

C. $a > 1, b > 1$.

D. $0 < a < 1 < b$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin 2x + 1}$ là

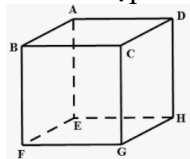
A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



A. $\overrightarrow{AE}$.

B. $\overrightarrow{BH}$.

C. $\overrightarrow{DB}$.

D. $\overrightarrow{BD}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

A. I'

B. B' .

C. A' .

D. C' .

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 2\cos[2(x+\pi)] - 3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = \sin 2x - x^3 + C$.

B. $\int f(x)dx = -\sin[2(x+\pi)] - x^3 + C$.

C. $\int f(x)dx = 2\sin[2(x+\pi)] - x^3 + C$.

D. $\int f(x)dx = -4\sin[2(x+\pi)] - 6x + C$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh $AB = a$, $SA \perp ABCD$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.OBC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $M_e = \frac{165}{5}$.

B. $M_e = \frac{175}{7}$.

C. $M_e = \frac{165}{7}$.

D. $M_e = \frac{165}{3}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ có vị trí tương

đối là:

A. trùng nhau.

B. cắt nhau.

C. song song.

D. chéo nhau.

Câu 10. Trong các dãy số hữu hạn sau, dãy số nào là cấp số nhân

A. 1, 5, 9, 13, 17..

B. 2, -4, 8, -16, 32.

C. 2, 4, 6, 8, 16.

D. 16, 8, 6, 3, 1.

Câu 11. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = \frac{3}{2}$. Giá trị $F\left(\frac{1}{2}\right)$ là

A. $\frac{1}{2}e + 2$.

B. $2e + 1$.

C. $\frac{1}{2}e + 1$.

D. $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$.

Câu 12. Cho bốn điểm $A(1;-1;5)$, $B(0;0;1)$, $C(0;2;1)$, $D(0;3;1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với đường thẳng CD có phương trình là

A. $4x - z + 1 = 0$.

B. $4x + y - z + 1 = 0$.

C. $2x + z - 5 = 0$.

D. $x + 4z - 1 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

a) Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

b) Giá trị cực đại của hàm số bằng -2.

c) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $y = 2x - 2$

d) Điểm cực tiểu của hàm số bằng 0.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x - x\sqrt{x}$, ($x \geq 0$) có đồ thị (C) . Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

a) $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$.

b) $\int_1^3 f'(x) dx = F(3) - F(1)$.

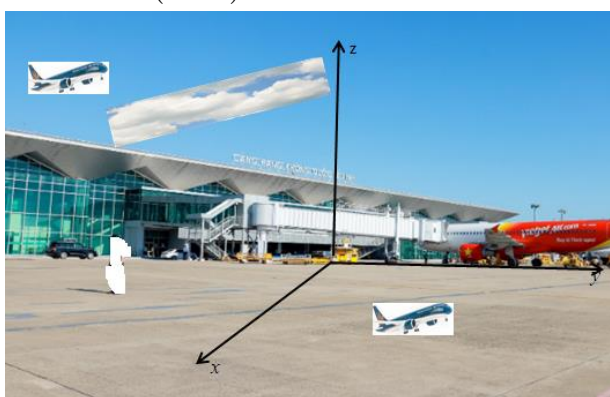
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành bằng $\frac{1}{10}$.

d) $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 3. Một nhóm có 50 người được phỏng vấn họ đã mua cảnh đào hay cây quất vào dịp Tết vừa qua, trong đó có 31 người mua cảnh đào, 12 người mua cây quất và 5 người mua cả cảnh đào và cây quất. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó:

- a) Xác suất người đó đã không mua cảnh đào và không mua cây quất là $\frac{7}{25}$.
- b) Xác suất người đó đã mua cây quất và không mua cảnh đào $\frac{9}{50}$.
- c) Xác suất người đó đã mua cảnh đào và không mua cây quất là $\frac{13}{25}$
- d) Xác suất người đó đã mua cảnh đào hoặc cây quất là $\frac{20}{25}$.

Câu 4. Tại một sân bay, chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với phòng bán vé của sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng. Một máy đang ở tại điểm A cách mặt đất $120km$, cách $75km$ về phía đông và cách $66km$ về phía nam so với phòng vé của sân bay. Biết rằng máy bay chuyển động thẳng đều với vận tốc là $240km/h$ sẽ hạ cách tại điểm $B(2;1;0)$ trong sân bay.



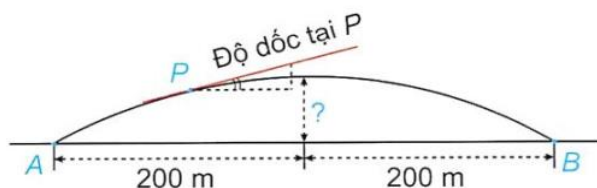
- a) Tọa độ của điểm $A(66;-75;120)$.
- b) Thời gian mà máy bay sẽ bay từ điểm A đến điểm B là 39 phút.
- c) Giải sử có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (P) đi qua ba điểm

$M(25;0;0), N(0;25;0), P(0;0;30)$. Độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây là $18km$.

d) Đài quan sát không lưu đặt tại điểm $S(0;-124;0,1)$ có phạm vi theo dõi là $125km$. Khi tiếp đất máy bay sẽ di chuyển thêm $2km$ về phía tây rồi mới dừng hẳn. Lúc này đài quan sát sẽ không nhìn thấy máy bay.

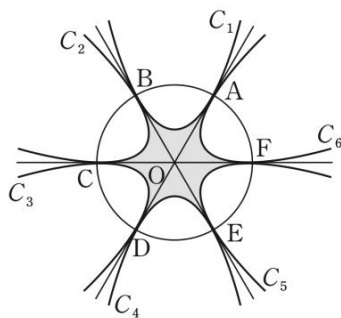
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là $400m$. Độ dốc của bề mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với bề mặt cầu và phương ngang như Hình hình vẽ). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

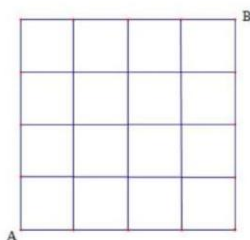


Câu 2. Cho đường tròn tâm O , bán kính bằng 2. Trên đường tròn, lấy 6 điểm chia đều đường tròn, lần lượt là A, B, C, D, E, F . Vẽ parabol C_1 tiếp xúc với hai đoạn thẳng OA và OB lần lượt tại A và B . Tương tự, vẽ parabol C_2 tiếp xúc với hai đoạn thẳng OB và OC và lần lượt tại B và C . Tiếp tục bằng cách tương tự,

ta vẽ các parabol C_3, C_4, C_5, C_6 tiếp xúc với các cặp đoạn thẳng liên tiếp tạo bởi các điểm trên. Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



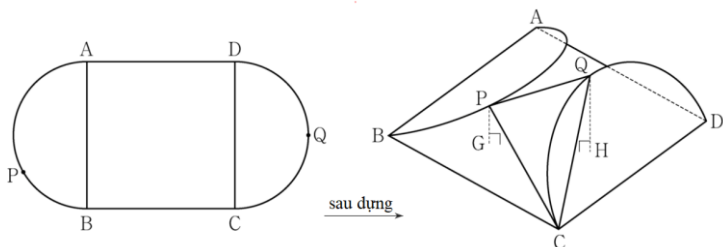
Câu 3. Cho một lưới ô vuông gồm 16 ô vuông nhỏ, mỗi ô vuông có kích thước 1×1 (mét) như hình vẽ. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B, con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển xuống vị trí A. Biết rằng, con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên phải hoặc lên trên, con kiến thứ hai chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên trái hoặc xuống dưới (theo các cạnh của lưới). Hai con kiến xuất phát cùng một thời điểm và cùng có vận tốc di chuyển là 1 mét/1 phút. Xác suất để hai con kiến không gặp nhau bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 4. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II: Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Để có mức lời cao nhất xưởng sẽ sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + 2n$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều cạnh $2a$ với $AD = 4a$, biết rằng $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a\sqrt{3}$. Tính tan góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Cho tờ giấy có hình dạng như sau: một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 8, ở hai cạnh đối diện AB và CD lần lượt gắn hai nửa đường tròn có đường kính là mỗi cạnh ấy. Trên cung tròn AB , lấy 2 điểm chia thành ba đoạn bằng nhau, lấy điểm gần B là P . Trên cung tròn CD lấy điểm Q chia thành hai đoạn bằng nhau. Gấp tờ giấy lên theo hai đường thẳng AB và CD sao cho hai nửa đường tròn dựng (cùng phía) lên khỏi mặt phẳng $ABCD$. Khi đó, từ hai điểm P và Q ta hạ các đường vuông góc xuống mặt phẳng $(ABCD)$ được các hình chiếu là G và H .



Cho biết G và H nằm bên trong hình vuông $ABCD$ sao cho $PG = \sqrt{3}; QH = 2\sqrt{3}$. Gọi θ là góc giữa mặt phẳng (PCQ) và mặt phẳng $(ABCD)$. Hỏi giá trị của $70 \cos^2 \theta$ bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

Đáp án mã 1201**Phần trắc nghiệm**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	A	B	C	B	A	A	C	B	B	C	A

Phần đúng sai

Câu	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d
Đáp án	S	D	D	S	D	S	D	D	S	S	D	S	D	D	S	D

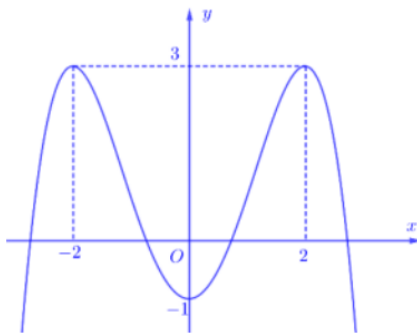
Phần trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	17.6	3,46	0.73	100	2,65.	40

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

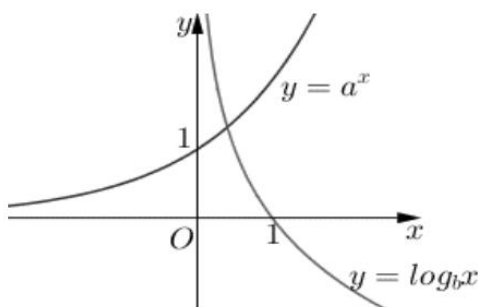
A. $x = 2$.

B. $A(0; -1)$.

C. $x = 0$.

D. $x = -1$.

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0 < b < 1 < a$.

B. $0 < a < 1; 0 < b < 1$.

C. $a > 1; b > 1$.

D. $0 < a < 1 < b$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định nên $a > 1$.

Và hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến trên tập xác định nên $0 < b < 1$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin 2x + 1}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\sin 2x + 1 \neq 0$$

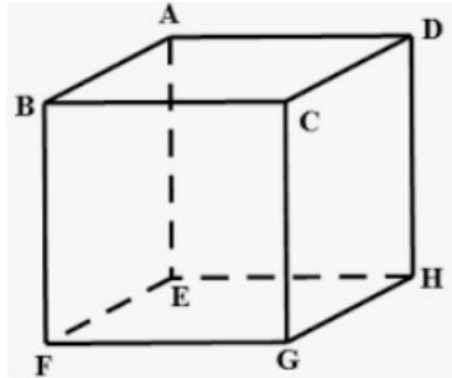
$$\Leftrightarrow \sin 2x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow 2x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi;$$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



A. $\overrightarrow{AE}$.

B. $\overrightarrow{BH}$.

C. $\overrightarrow{DB}$.

D. $\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 5. [Mức độ 2]

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

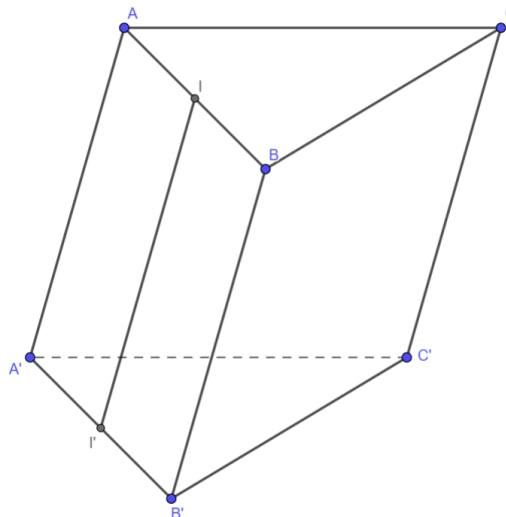
A. I' .

B. B' .

C. A' .

D. C' .

Lời giải



Tứ giác $AIB'I'$ có $AI = B'I' = \frac{1}{2}AB$ và $AI \parallel B'I'$ nên là hình bình hành.

Suy ra: $AI' \parallel B'I$.

Vậy hình chiếu của I qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ là điểm B'

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 2\cos[2(x+\pi)] - 3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = \sin 2x - x^3 + C$.

B. $\int f(x)dx = -\sin[2(x+\pi)] - x^3 + C$.

C. $\int f(x)dx = 2\sin[2(x+\pi)] - x^3 + C$.

D. $\int f(x)dx = -4\sin[2(x+\pi)] - 6x + C$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\int f(x)dx &= \int \{2\cos[2(x+\pi)] - 3x^2\}dx = \int 2\cos[2(x+\pi)]dx - \int 3x^2dx \\ &= -2 \cdot \frac{1}{2} \sin[2(x+\pi)] - x^3 + C \\ &= -\sin[2(x+\pi)] - x^3 + C.\end{aligned}$$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh $AB = a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.OBC$.

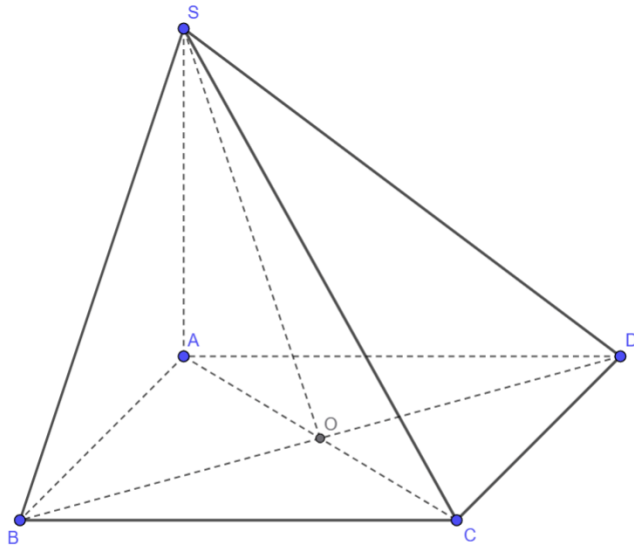
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Diện tích tam giác OBC là: $S_{OBC} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \frac{a^2}{4}$.

Thể tích hình chóp $S.OBC$ là: $V_{S.OBC} = \frac{1}{3}S_{OBC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là:

A. $M_e = \frac{165}{5}$.

B. $M_e = \frac{175}{7}$.

C. $M_e = \frac{165}{7}$.

D. $M_e = \frac{165}{3}$.

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 4 + 6 + 7 + 5 + 3 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của 25 cây dừa giống.

Ta có $x_1; \dots; x_4 \in [0; 10)$, $x_5; \dots; x_{10} \in [10; 20)$, $x_{11}; \dots; x_{17} \in [20; 30)$, $x_{18}; \dots; x_{22} \in [30; 40)$,

$x_{23}; \dots; x_{25} \in [40; 50)$.

Trung vị của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [20; 30)$. Do đó, trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_e = 20 + \frac{\frac{2.25}{4} - 10}{7} (30 - 20) = \frac{165}{7}.$$

Câu 9. Trong không gian với hệ $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ có

vị trí tương đối là :

A. trùng nhau.

B. cắt nhau

C. song song

D. chéo nhau

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(1; -2; 4)$ và có vector chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 1; 3)$;

đường thẳng d' đi qua $N(-1; 0; -2)$ và có vector chỉ phương là $\vec{u}' = (1; -1; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-2; 2; -6)$; $[\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1)$

Do qua $\overrightarrow{MN} \cdot [\vec{u}, \vec{u}'] = (-2) \cdot 6 + 2 \cdot 9 + (-6) \cdot 1 = 0$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] \neq 0$ nên 2 đường thẳng đã cho cắt nhau.

Câu 10. Trong các dãy số hữu hạn sau, dãy số nào là cấp số nhân

A. 1, 5, 9, 13, 17

B. 2, -4, 8, -16, 32

C. 2, 4, 6, 8, 16

D. 16, 8, 6, 3, 1

Lời giải

Vì $\frac{-4}{2} = \frac{8}{-4} = \frac{-16}{8} = \frac{32}{-16} = -2$ nên dãy 2, -4, 8, -16, 32 là cấp số nhân với công bội $q = -2$.

Câu 11. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = \frac{3}{2}$. Giá trị $F\left(\frac{1}{2}\right)$ là

A. $\frac{1}{2}e + 2$

B. $2e + 1$

C. $\frac{1}{2}e + 1$

D. $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$

Lời giải

Ta có $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} d2x = \frac{1}{2} e^{2x} + C$

gt $F(0) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = 1$. Khi đó $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} + 1$ nên $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} e + 1$.

Câu 12. Cho bốn điểm $A(1; -1; 5), B(0; 0; 1), C(0; 2; 1), D(0; 3; 1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với đường thẳng CD có phương trình là

A. $4x - z + 1 = 0$

B. $4x + y - z + 1 = 0$

C. $2x + z - 5 = 0$

D. $x + 4z - 1 = 0$

Lời giải

Gọi $\vec{n}$ là VTPT của mặt phẳng (P) . Vì phẳng (P) chứa A, B và song song với đường thẳng CD nên

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{CD} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}]$$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; -4), \overrightarrow{CD} = (0; 1; 0)$ nên $\Rightarrow \vec{n} = (4; 0; -1)$.

Phương trình (P) là $4(x-1) - (z-5) = 0 \Leftrightarrow 4x - z + 1 = 0$

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM CHỌN PHƯƠNG ÁN ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

a) Đạo của hàm số là $y' = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

b) Giá trị cực đại của hàm số bằng -2 .

c) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $y = 2x - 2$.

d) Điểm cực tiểu của hàm số bằng 0 .

Lời giải

a) Đúng

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \quad \forall x \neq 1.$$

b) Đúng.

$$y' = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		+	0	-	+
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$+\infty$
				2	

Giá trị cực đại của hàm số $y_{CD} = -2$

c) Sai.

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} \Rightarrow \text{đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là } y = \frac{(x^2 - 2x + 2)'}{(x - 1)'} = 2x - 2.$$

d) Đúng.

Điểm cực tiểu của hàm số $x = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x - x\sqrt{x}, (x \geq 0)$ có đồ thị (C) . Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

a) $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + C$

b) $\int_1^3 f'(x) dx = F(3) - F(1).$

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) và trục hoành bằng $\frac{1}{10}$.

d) $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$

Lời giải

a) Đúng

$$\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + C$$

b) Đúng.

$$\int_1^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^3 = f(3) - f(1).$$

c) Sai.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x - x\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng $S = \int_0^1 |x - x\sqrt{x}| dx = \frac{1}{10}.$

d) Đúng.

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$

Câu 3. Một nhóm có 50 người được phỏng vấn họ đã mua cành đào hay cây quất vào dịp Tết vừa qua, trong đó có 31 người mua cành đào, 12 người mua cây quất và 5 người mua cả cành đào và cây quất. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó:

a) Xác suất người đó đã không mua cành đào và không mua cây quất là $\frac{7}{25}$.

b) Xác suất người đó đã mua cây quất và không mua cành đào $\frac{9}{50}$

c) Xác suất người đó đã mua cành đào và không mua cây quất là $\frac{13}{25}$

d) Xác suất người đó đã mua cành đào hoặc cây quất là $\frac{20}{25}$

Lời giải

Xét các biến cố A : “Người đó mua cành đào”. B : “người đó mua cành quất”

$\Rightarrow A.B$: “người mua cả đào và quất”

$$\Rightarrow P(A) = \frac{31}{50}; P(B) = \frac{12}{50}; P(AB) = \frac{5}{50}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{19}{25}.$$

a) Sai

Xác suất người đó đã không mua cành đào và không mua cây quất là

$$P(\overline{A.B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{6}{25}$$

b) Sai.

Xác suất người đó đã mua cây quất và không mua cành đào

$$P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) = \frac{12}{50} - \frac{5}{50} = \frac{7}{50}$$

c) Đúng.

Xác suất người đó đã mua cành đào và không mua cây quất

$$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{31}{50} - \frac{5}{50} = \frac{13}{25}$$

d) Sai.

Xác suất người đó đã mua cành đào hoặc cây quất

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{19}{25}$$

- Câu 4.** Tại một sân bay, chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với phòng bán vé của sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng. Một máy đang ở tại điểm A cách mặt đất $120km$, cách $75km$ về phía đông và cách $66km$ về phía nam so với phòng vé của sân bay. Biết rằng máy bay chuyển động thẳng đều với vận tốc là $240km/h$ sẽ hạ cách tại điểm $B(2;1;0)$ trong sân bay (đơn vị mỗi trục là km). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.



- a) Tọa độ của điểm $A(66;-75;120)$.
- b) Thời gian mà máy bay sẽ bay từ điểm A đến điểm B là 39 phút. (kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng đơn vị)
- c) Giả sử có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(25;0;0), N(0;25;0), P(0;0;30)$. Độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây là $18km$.
- d) Đài quan sát không lưu đặt tại điểm $S(0;-124;0,1)$ có phạm vi theo dõi là $125km$. Khi tiếp đất máy bay sẽ di chuyển thêm $2km$ về phía tây rồi mới dừng hẳn. Lúc này đài quan sát sẽ không nhìn thấy máy bay.

Lời giải

a) Đúng

Máy bay cách 66km về phía nam, cách 75km về phía đông (trục Oy hướng tây) cách mặt đất 120km nên $A(66; -75; 120)$.

b) Đúng.

Độ dài đoạn AB : $AB = \sqrt{(2-66)^2 + (1+75)^2 + (-120)^2} = \sqrt{24272} \text{ km}$.

Thời gian máy di chuyển từ A đến B là $t = \frac{AB}{v} = 0,65h \approx 39$ phút.

c) SAI.

Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm M, N, P có phương trình:

$$\frac{x}{25} + \frac{y}{25} + \frac{z}{30} = 1 \Leftrightarrow 6x + 6y + 5z = 150$$

Gọi $C(a; b; c)$ là vị trí của máy bay đi xuyên qua máy bay.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-64; 76; -120), \overrightarrow{AC} = (a-66; b+75; c-120).$$

$$\text{Vì } A, B, C \text{ thẳng hàng và } C \text{ thuộc mặt phẳng } (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB} \\ 6a + 6b + 5c = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 18 \\ b = -18 \\ c = 30 \end{cases} \text{ . Vậy độ}$$

cao của máy bay là 30km .

d) Đúng.

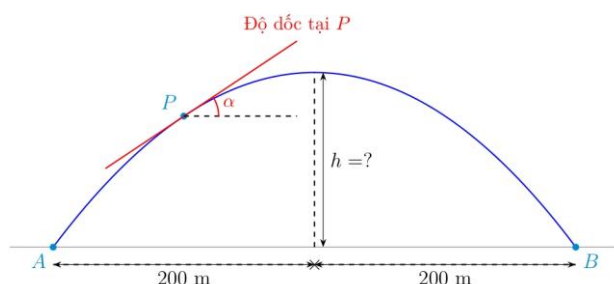
Khi máy bay tiếp đất tại điểm $B(2; 1; 0)$, nếu di chuyển thêm 2km về phía tây thì tọa độ của máy bay sẽ là $D(2; 3; 0)$.

Khoảng cách từ đài quan sát đến điểm $D(2; 3; 0)$ là $SD = \sqrt{16133,01} \approx 127\text{km}$.

Vì tầm theo dõi của đài quan sát là 125km nên không thể nhìn thấy máy bay.

PHẦN III: CÂU HỎI DẠNG THỨC TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Người ta xây dựng một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400m . Độ dốc của bề mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với bề mặt cầu và phương ngang như hình vẽ). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp số: 117

Chọn hệ trục tọa độ Oxy với gốc tọa độ O là hình chiếu vuông góc của đỉnh parabol xuống mặt đường. Trục Ox nằm trên mặt đường chứa hai điểm A, B ; trục Oy chứa đường cao của

parabol.

Khi đó, các điểm ở chân cầu có tọa độ là $A(-200;0)$ và $B(200;0)$.

Gọi h ($h > 0$) là chiều cao của đỉnh cầu. Đỉnh của parabol có tọa độ $V(0;h)$.

Phương trình parabol có dạng $y = ax^2 + c$.

Vì parabol có đỉnh $V(0;h)$ nên $c = h$.

Đồ thị đi qua điểm $B(200;0)$, ta có $a(200)^2 + h = 0 \Rightarrow a = -\frac{h}{40000}$

Vậy phương trình parabol của cây cầu là:

$$y = -\frac{h}{40000}x^2 + h$$

$$y' = -\frac{2h}{40000}x = -\frac{h}{20000}x$$

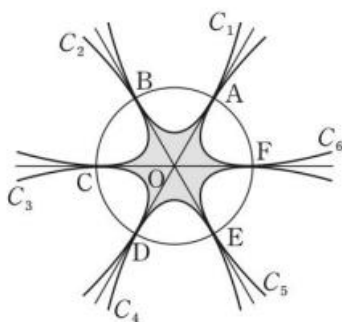
Độ dốc của mặt cầu tại một điểm P có hoành độ x là $\tan \alpha = |y'|$. Độ dốc này đạt giá trị lớn nhất tại các điểm xa đỉnh nhất, tức là tại hai đầu cầu $x = \pm 200$.

$$\max(\tan \alpha) = \left| -\frac{h}{20000} \cdot 200 \right| = \frac{h}{100}$$

Theo giả thiết, độ dốc của bề mặt cầu không vượt quá 10° , tức là $\frac{h}{100} \leq \tan 10^\circ$

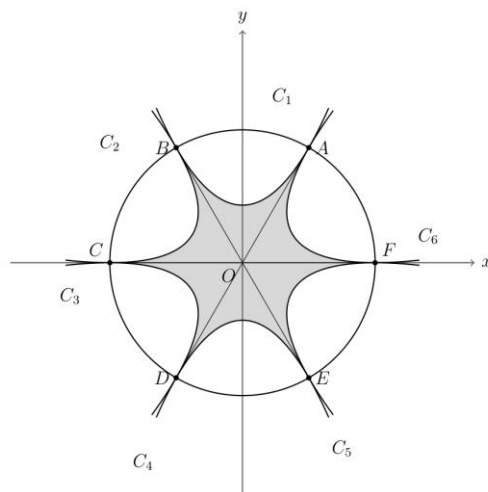
$$\Rightarrow h \leq 100 \cdot \tan 10^\circ \approx 117 \text{ (m)}$$

Câu 2: Cho đường tròn tâm O , bán kính bằng 2. Trên đường tròn, lấy 6 điểm chia đều đường tròn, lần lượt là A, B, C, D, E, F . Vẽ parabol C_1 tiếp xúc với hai đoạn thẳng OA và OB lần lượt tại A và B . Tương tự, vẽ parabol C_2 tiếp xúc với hai đoạn thẳng OB và OC và lần lượt tại B và C . Tiếp tục bằng cách tương tự, ta vẽ các parabol C_3, C_4, C_5, C_6 tiếp xúc với các cặp đoạn thẳng liên tiếp tạo bởi các điểm trên. Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp số: 3,46



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc $O(0;0)$ là tâm đường tròn, trục hoành Ox đi qua hai điểm C và F . Đường tròn có bán kính $R=2$. Sáu điểm A, B, C, D, E, F chia đều đường tròn thành 6 cung bằng nhau, mỗi cung tương ứng với góc ở tâm là 60° . Từ đó, ta xác định được tọa độ các điểm ở nửa trên mặt phẳng tọa độ: $F(2;0)$, $A(1;\sqrt{3})$ và $B(-1;\sqrt{3})$.

Xét parabol C_1 tiếp xúc với OA tại A và OB tại B . Do A và B đối xứng nhau qua trục tung Oy , trục đối xứng của parabol C_1 chính là trục Oy . Phương trình của C_1 có dạng $y = ax^2 + c$

Parabol đi qua điểm $A(1;\sqrt{3})$, thay vào phương trình ta được $a(1)^2 + c = \sqrt{3} \Rightarrow a + c = \sqrt{3}$

Đường thẳng OA đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và $A(1;\sqrt{3})$ nên có phương trình $y = \sqrt{3}x$.

Vì C_1 tiếp xúc với OA tại $A(1;\sqrt{3}) \Rightarrow y'(1) = 2a = \sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow c = \sqrt{3} - a = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy phương trình của parabol C_1 là $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

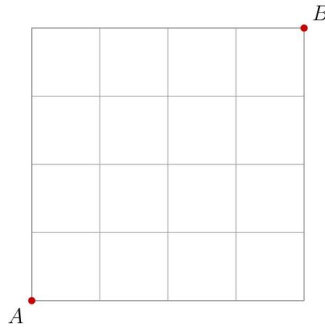
Phần diện tích tô đậm trong hình được tạo bởi 6 miền hoàn toàn bằng nhau, mỗi miền được giới hạn bởi một parabol và hai đoạn thẳng nối từ tâm đến tiếp điểm. Gọi S_1 là diện tích miền giới hạn bởi parabol C_1 và hai đoạn thẳng OA, OB . Do tính đối xứng qua trục Oy , ta tính một nửa diện tích của S_1 (phần nằm bên phải trục tung ứng với $x \in [0;1]$).

$$\text{Có } \frac{S_1}{2} = \int_0^1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}x \right) dx = \frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^1 (x^2 - 2x + 1) dx \Rightarrow S_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Suy ra diện tích của một cánh hoa là $S_1 = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Tổng diện tích phần tô đậm là tổng của 6 miền bằng nhau $S = 6 \times S_1 = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = 3,46$

Câu 3. Cho một lưới ô vuông gồm 16 ô vuông nhỏ, mỗi ô vuông có kích thước 1×1 (mét) như hình vẽ. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B , con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển xuống vị trí A . Biết rằng, con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên phải hoặc lên trên, con kiến thứ hai chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên trái hoặc xuống dưới (theo các cạnh của lưới). Hai con kiến xuất phát cùng một thời điểm và cùng có vận tốc di chuyển là 1 mét/phút. Xác suất để hai con kiến không gặp nhau bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp số: 0,73

Gắn hệ trục tọa độ Oxy với $A(0;0)$ và $B(4;4)$.

- Điều kiện gặp nhau: Hai con kiến đi ngược chiều với cùng vận tốc trên quãng đường dài 8m. Nếu gặp nhau, chúng bắt buộc phải gặp tại thời điểm $t = 4$ phút. Khi đó, mỗi con kiến đi được đúng 4 bước.

Tập hợp các điểm gặp nhau có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = 4$, gồm 5 điểm $M_k(k; 4 - k)$ với $k \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

- Xác suất đến điểm hẹn: Tại mỗi nút lưới, kiến chọn 1 trong 2 hướng với xác suất $\frac{1}{2}$.

Trong 4 bước đầu tiên, kiến chưa chạm biên lưới, do đó mọi lộ trình dài 4 bước đều có xác suất bằng $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$.

Xác suất để kiến 1 (từ A) và kiến 2 (từ B) cùng có mặt tại điểm M_k lúc $t = 4$ là độc lập và bằng nhau $P_1(M_k) = P_2(M_k) = C_4^k \cdot \frac{1}{16}$

- Xác suất gặp nhau:

Xác suất hai con kiến gặp nhau (biến cố X) là tổng xác suất chúng cùng đến M_k :

$$P(X) = \sum_{k=0}^4 \left(C_4^k \cdot \frac{1}{16} \right)^2 = \frac{1^2 + 4^2 + 6^2 + 4^2 + 1^2}{256} = \frac{70}{256} = \frac{35}{128}$$

- Xác suất không gặp nhau:

$$P(\bar{X}) = 1 - P(X) = 1 - \frac{35}{128} = \frac{93}{128} \approx 0,73$$

Câu 4. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II: Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Để có mức lời cao nhất xưởng sẽ sản xuất m sản phẩm loại I và n sản phẩm loại II, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + 2n$.

Lời giải

Đáp án: 100

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất ($x, y \in \mathbb{N}$).

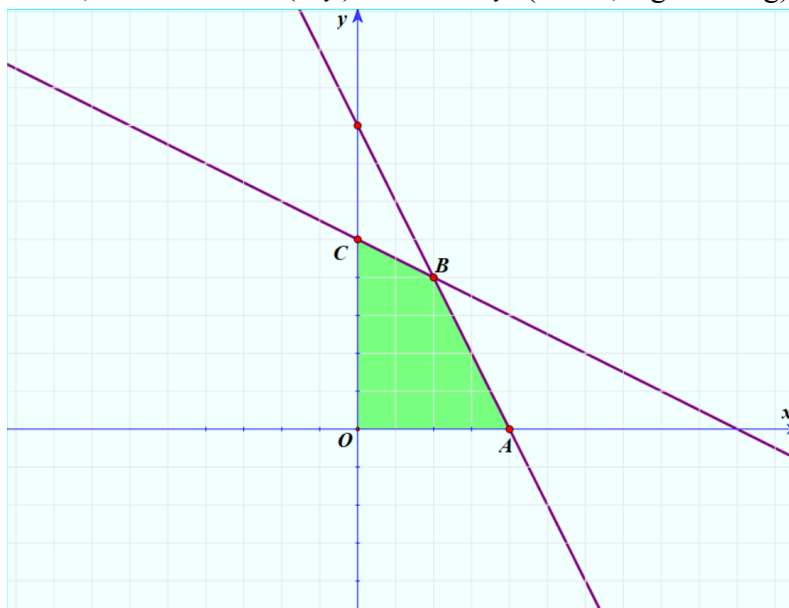
Theo đề bài, ta có các hệ điều kiện ràng buộc sau:

$$\text{Về nguyên liệu: } 2x + 4y \leq 200 \Leftrightarrow x + 2y \leq 100$$

Về thời gian: $30x + 15y \leq 1200 \Leftrightarrow 2x + y \leq 80$

Điều kiện số lượng: $x \geq 0, y \geq 0$

Lợi nhuận thu được là hàm số: $F(x; y) = 40x + 30y$ (đơn vị: nghìn đồng).



Miền nghiệm là tứ giác $OABC$ với các đỉnh: $O(0;0)$, $A(40;0)$ (Giao điểm của $2x + y = 80$ và trục Ox), $C(0;50)$ (Giao điểm của $x + 2y = 100$ và trục Oy) và B là giao điểm của hai đường thẳng $x + 2y = 100$ và $2x + y = 80$.

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y = 100 \\ 2x + y = 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 40 \end{cases}$. Vậy $B(20;40)$.

Tính giá trị lợi nhuận tại các đỉnh

Tại $O(0;0)$: $F(0;0) = 0$

Tại $A(40;0)$: $F(40;0) = 40 \cdot 40 + 30 \cdot 0 = 1600$

Tại $B(20;40)$: $F(20;40) = 40 \cdot 20 + 30 \cdot 40 = 800 + 1200 = 2000$

Tại $C(0;50)$: $F(0;50) = 40 \cdot 0 + 30 \cdot 50 = 1500$

Lợi nhuận cao nhất là 2000 nghìn đồng khi sản xuất 20 kg loại I và 40 kg loại II.

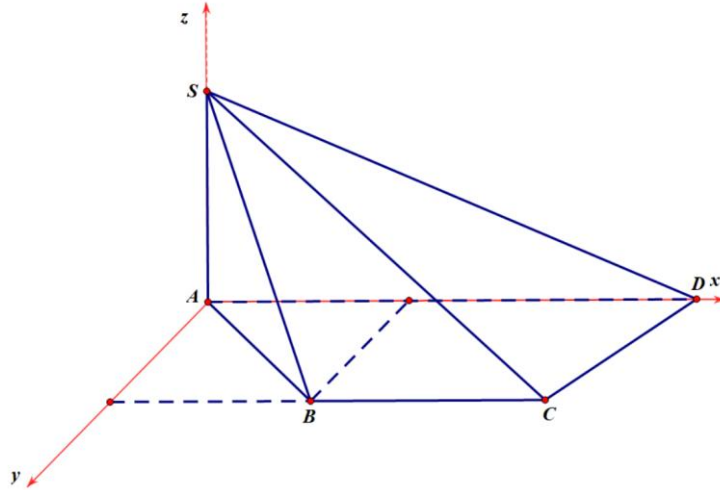
Suy ra $m = 20$ và $n = 40$. Giá trị của biểu thức cần tìm là: $m + 2n = 20 + 2 \cdot 40 = 100$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều cạnh $2a$ với $AD = 4a$, biết rằng $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a\sqrt{3}$. Tính tan góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,65

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $A(0;0;0)$, điểm D nằm trên trục Ox : $D(4a;0;0)$, điểm S nằm trên trục Oz : $S(0;0;2a\sqrt{3})$.



Vì $ABCD$ là nửa lục giác đều cạnh $2a$, $DAB = 60^\circ$. Tọa độ điểm B là: $B(2a \cos 60^\circ; 2a \sin 60^\circ; 0)$ hay $B(a; a\sqrt{3}; 0)$.

Do $BC \parallel AD$ và $BC = 2a$, tọa độ điểm C là: $C(3a; a\sqrt{3}; 0)$.

Mặt phẳng (SAB) : đi qua $A(0; 0; 0)$, $S(0; 0; 2a\sqrt{3})$, $B(a; a\sqrt{3}; 0)$.

$$\overrightarrow{AS} = (0; 0; 2a\sqrt{3}), \overrightarrow{AB} = (a; a\sqrt{3}; 0).$$

Vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AB}] = (-6a^2; 2a^2\sqrt{3}; 0)$. Chọn $\vec{n}_1 = (3; -\sqrt{3}; 0)$.

Mặt phẳng (SCD) : đi qua $S(0; 0; 2a\sqrt{3})$, $C(3a; a\sqrt{3}; 0)$, $D(4a; 0; 0)$.

$$\overrightarrow{SC} = (3a; a\sqrt{3}; -2a\sqrt{3}), \overrightarrow{CD} = (a; -a\sqrt{3}; 0).$$

Vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{CD}] = (-6a^2; -2a^2\sqrt{3}; -4a^2\sqrt{3})$. Chọn $\vec{n}_2 = (3; \sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

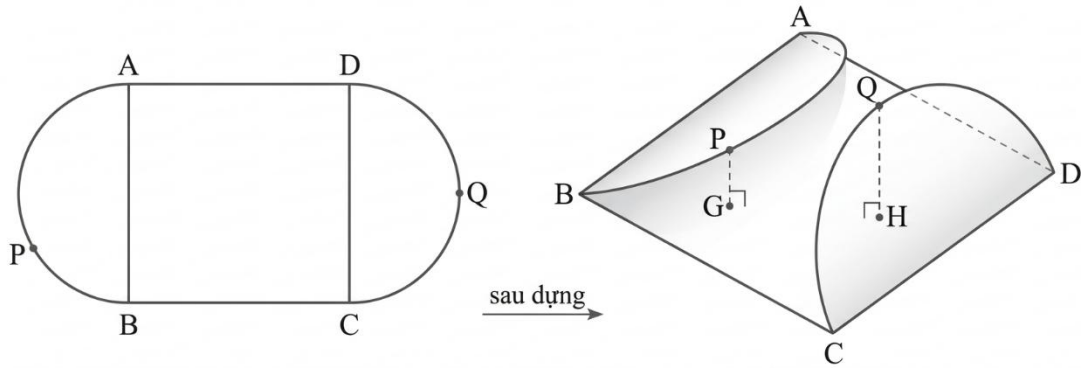
Gọi α là góc giữa (SAB) và (SCD) .

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|3 \cdot 3 + (-\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} + 0|}{\sqrt{3^2 + (-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{Sử dụng công thức: } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{(1/2\sqrt{2})^2} - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{7} \approx 2,65$$

Câu 6. Cho tờ giấy có hình dạng như sau: một hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 8, ở hai cạnh đối diện AB và CD lần lượt gắn hai nửa đường tròn có đường kính là mỗi cạnh ấy. Trên cung tròn AB , lấy 2 điểm chia thành ba đoạn bằng nhau, lấy điểm gần B là P . Trên cung tròn CD lấy điểm Q chia thành hai đoạn bằng nhau. Gấp tờ giấy lên theo hai đường thẳng AB và CD sao cho hai nửa đường tròn dựng (cùng phía) lên khỏi mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó, từ hai điểm P và Q ta hạ các đường vuông góc xuống mặt phẳng $(ABCD)$ được các hình chiếu là G và H .



Cho biết G và H nằm bên trong hình vuông $ABCD$ sao cho $PG = \sqrt{3}$; $QH = 2\sqrt{3}$. Gọi θ là góc giữa mặt phẳng (PCQ) và mặt phẳng $(ABCD)$. Hỏi giá trị của $70 \cos^2 \theta$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 40

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $B(0;0;0)$, $A(0;8;0)$, $C(8;0;0)$ và $D(8;8;0)$. Mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với mặt phẳng Oxy ($z = 0$).

Nửa đường tròn đường kính AB có tâm $M(0;4;0)$, bán kính $R = 4$.

Điểm P chia cung thành 3 phần bằng nhau và gần B nên góc tạo bởi MP và MB trong mặt phẳng nửa đường tròn là 60° . Gọi α là góc gấp của nửa đường tròn AB .

Độ cao $PG = R \sin 60^\circ \cdot \sin \alpha = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \alpha = 2\sqrt{3} \sin \alpha$. Theo đề

$$PG = \sqrt{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Khoảng cách từ P đến đường thẳng AB là $d = 2\sqrt{3} \cos 30^\circ = 3$. Vì G nằm trong hình vuông nên $x_P = 3$.

Hình chiếu của P lên AB cách B một đoạn $R - R \cos 60^\circ = 4 - 2 = 2$. Vậy $y_P = 2$. Tọa độ $P(3;2;\sqrt{3})$.

Nửa đường tròn đường kính CD có tâm $N(8;4;0)$, bán kính $R = 4$.

Điểm Q là điểm chính giữa cung nên góc là 90° .

Gọi β là góc gấp của nửa đường tròn CD . Độ cao $QH = R \sin 90^\circ \cdot \sin \beta = 4 \sin \beta$.

Theo đề $QH = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \beta = 60^\circ$.

Khoảng cách từ Q đến đường thẳng CD ($x = 8$) là $4 \cos 60^\circ = 2$.

Vì H nằm trong hình vuông nên $x_Q = 8 - 2 = 6$.

Do Q là điểm chính giữa cung nên $y_Q = y_N = 4$. Tọa độ $Q(6;4;2\sqrt{3})$.

Ta có $C(8;0;0)$. Các vector: $\overrightarrow{CP} = (-5;2;\sqrt{3})$, $\overrightarrow{CQ} = (-2;4;2\sqrt{3})$

Vector pháp tuyến của (PCQ) là $\vec{n} = [\overrightarrow{CP}, \overrightarrow{CQ}] = (0;8\sqrt{3};-16)$, chọn $\vec{n} = (0;\sqrt{3};-2)$.

Vector pháp tuyến của $(ABCD)$ là $\vec{k} = (0;0;1)$.

$$\cos \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{|-2|}{\sqrt{0+3+4} \cdot 1} = \frac{2}{\sqrt{7}}. \text{ Vậy } 70 \cos^2 \theta = 70 \cdot \frac{4}{7} = 40.$$

-HẾT-