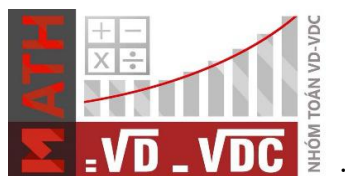


THPT NGUYỄN VĂN CỪ

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2 NĂM 2020



Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 05 trang - 50 câu trắc nghiệm



Họ và tên: SBD:.....

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$ sao cho $\int_1^3 f(x)dx = 3$ và $\int_1^3 g(x)dx = -5$. Giá trị của $\int_1^3 [g(x) - f(x)]dx$ là
- A. 8. B. 2. C. -2. D. -8.
- Câu 2.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2$; $BC = 1$; $AA' = 1$. Tính góc giữa đường thẳng AB' và $(BCC'B')$ có
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) là
- A. 6. B. 2. C. 3. D. -2.
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -2; 2)$?
- A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.
- Câu 5.** Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Hỏi điểm nào sau đây là điểm biểu diễn hình học của số phức $w = (1 + i)z_1$ trên mặt phẳng Oxy ?
- A. $M(5; 1)$. B. $Q(-1; -5)$. C. $N(1; 5)$. D. $P(-5; -1)$.
- Câu 6.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x (x > 0)$.
- A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x \log 2}$. D. $y' = \frac{\ln 2}{x}$.
- Câu 7.** Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được
- A. $I = -\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$. B. $I = \frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$. C. $I = -\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$. D. $I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tọa độ tâm của mặt cầu là
- A. $(-4; 1; 0)$. B. $(4; -1; 0)$. C. $(8; -2; 0)$. D. $(-8; 2; 0)$.
- Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng
- A. 6. B. 1. C. 5. D. 37.
- Câu 10.** Tìm số nghiệm của phương trình $\ln x + \ln(2x - 1) = 0$.
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.
- Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là?

- A. $\vec{u} = (2; 0; 1)$. B. $\vec{u} = (1; 2; 3)$. C. $\vec{u} = (1; -2; -3)$. D. $\vec{u} = (2; 0; -1)$.

Câu 12. Kết quả của phép tính $(2+3i)(4-i)$ là

- A. $5-10i$. B. $5+10i$. C. $11+10i$. D. $11-10i$.

Câu 13. Thể tích của khối lập phương cạnh 3 bằng

- A. 9. B. 12. C. 3. D. 27.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đó là

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

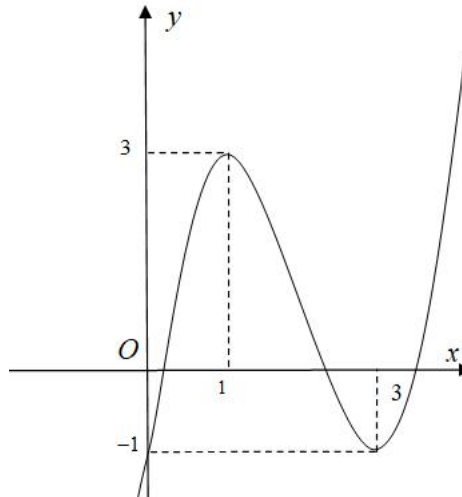
Câu 15. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$.

- A. $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - 3x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 3x + C$. D. $\int f(x)dx = x^2 + 3x + C$.

Câu 16. Trong không gian Oxyz, cho $A(1;1;-1); B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

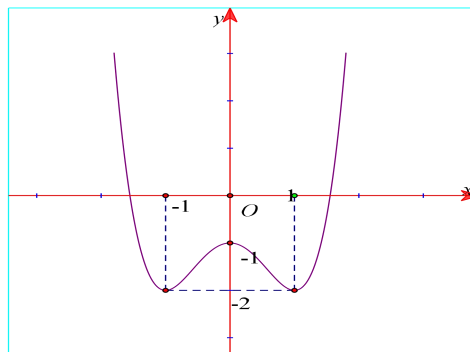
- A. $(1;2;3)$. B. $(1;2;0)$. C. $(-1;-2;-3)$. D. $(3;4;1)$.

Câu 17. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.
C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1$. D. $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 19. Đội văn nghệ của một nhà trường có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Số cách chọn một đôi song ca nam nữ biểu diễn văn nghệ là

- A. $25!$. B. $C_{10}^1 \cdot C_{15}^1$. C. A_{25}^2 . D. C_{25}^2 .

Câu 20. Cho tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a$, $BC = a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

- A. $3\pi a^2$. B. πa^2 . C. $4\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 2 - 3i$. Khi đó số phức $w = 3z_1 - z_2 + z_1 z_2$ có phần ảo bằng

- A. 10. B. -10. C. 9. D. -9.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-1} = 8$ là

- A. $\{2\}$. B. $(-2; 2)$. C. $\{-2\}$. D. $\{-2; 2\}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , các đường thẳng $x = a$; $x = b$ và V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 24. Cho $\log_3 5 = a$, khi đó $\log_3 \frac{3}{25}$ bằng

- A. $1 - 2a$. B. $\frac{1}{2a}$. C. $1 - \frac{a}{2}$. D. $1 + \frac{a}{2}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$		
y			2		-2		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -2. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Khi đó, giá trị của u_4 bằng

- A. 126. B. 45. C. 162. D. 54.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3z + 1 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n}_2 = (2; -3; 1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 0; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (2; -3; 0)$.

Câu 28. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = 3$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		-1		$+\infty$

The graph shows a piecewise linear function $y(x)$ defined on the interval $[-8, +\infty)$. The function consists of three segments:

- From $x = -8$ to $x = -1$, the function increases linearly from $y = -8$ to $y = 3$.
- From $x = -1$ to $x = 1$, the function decreases linearly from $y = 3$ to $y = -1$.
- For $x > 1$, the function increases linearly from $y = -1$ towards $+\infty$.

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 1 = 0$ là

A. 5.

B. 6.

C. 3.

D. 6.

Câu 30. Một hình trụ có hai đáy lần lượt là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương cạnh a . Thể tích của khối trụ đó là

A. πa^3 .

B. $\frac{1}{4}\pi a^3$.

C. $\frac{1}{2}\pi a^3$.

D. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ lần lượt có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z + 5 = 0$. Xét các mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn tiếp xúc cả hai mặt cầu đã cho. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm mà tất cả các mặt phẳng (P) đi qua. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = \frac{9}{2}$.

B. $S = \frac{5}{2}$.

C. $S = -\frac{5}{2}$.

D. $S = -\frac{9}{2}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

A. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$.

C. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3		-1	
	$-\infty$							$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ đồng biến trên khoảng nào

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$?

A. 9.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1) = 1$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x \cdot f(\sin x) dx = 1$.

Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x \cdot f'(\sin x) dx$ bằng

A. 1.

B. -3 .

C. 2.

D. -1 .

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-2; 1; 0)$, $B(2; -1; 2)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{24}$.

B. $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 24$.

D. $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}$.

Câu 37. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

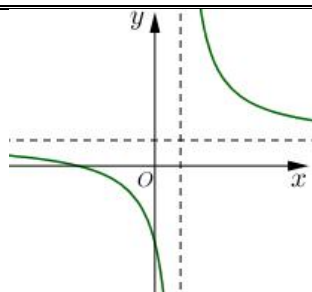
A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

- Câu 38.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB' . Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng
- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 39.** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên các học sinh thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng kề nhau.
- A. $\frac{1}{22}$. B. $\frac{7}{99}$. C. $\frac{5}{81}$. D. $\frac{3}{71}$.
- Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $E(2; -4; 3)$ và vuông góc với đường thẳng MN với $M(3; 2; 5)$ và $N(1; -1; 2)$ là
- A. $2x + 3y + 3z + 1 = 0$. B. $2x - 3y + 3z - 1 = 0$.
C. $2x + 3y + 3z - 1 = 0$. D. $2x + 3y - 3z - 1 = 0$.
- Câu 41.** Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2020^{\sin^2 x} - 2020^{\cos^2 x} = \cos 2x$ trên đoạn $[0; \pi]$.
- A. $T = \frac{\pi}{4}$. B. $T = \frac{3\pi}{4}$. C. $T = \pi$. D. $T = \frac{\pi}{2}$.
- Câu 42.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt: $x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}]$.
- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in (-2; 0)$. D. $m \in [-1; 0)$.
- Câu 43.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị $f^2(1)$ bằng
- A. 9. B. 16. C. 8. D. 10.
- Câu 44.** Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x-7}{x+1}$, A, B là các điểm thuộc (C) có hoành độ lần lượt là 0 và 3. M là điểm thay đổi trên (C) sao cho $0 < x_M < 3$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác ABM .
- A. 6. B. $3\sqrt{5}$. C. 3. D. 5.
- Câu 45.** Vi rút cúm gây ra bệnh viêm phổi cấp ngày thứ t với số lượng là $F(t)$ con, nếu phát hiện sớm khi số lượng không vượt quá 40000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết $F'(t) = \frac{1000}{2t+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000. Sau 14 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi rút trong cơ thể (làm tròn đến hàng đơn vị) và bệnh nhân có cứu chữa được không?
- A. 21684 con vi rút và cứu được. B. 24999 con vi rút và cứu được.
C. 47170 con vi rút và không cứu được. D. 54340 con vi rút và không cứu được.
- Câu 46.** Cho x, y là số thực dương, $x, y > 1$ thỏa mãn $\log_2 x + \log_2 y + 1 \geq \log_2(x^2 + 2y)$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x + 2y$ bằng
- A. 9. B. $2 + 3\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2} + 3$. D. $2\sqrt{2} + 3$.
- Câu 47.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và AB . Khoảng cách từ M đến đường thẳng CN bằng
- A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. B. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
- Câu 48.** Cho hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}, (a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c - ab = 0$.

B. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c - ab > 0$.

Câu 49. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các parabol $y = -x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2x - 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

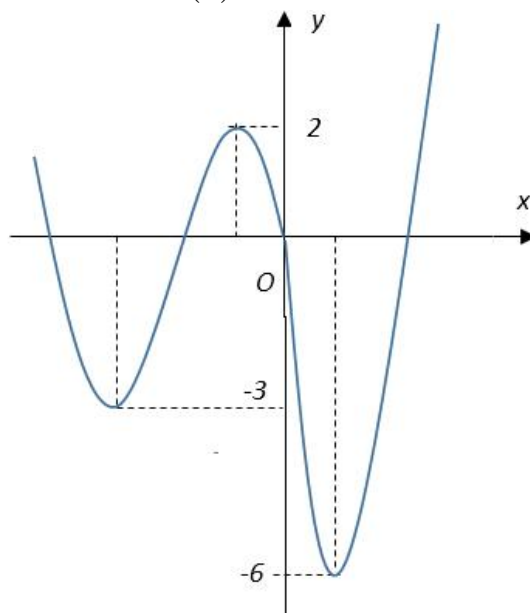
A. $S = \int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4)dx$.

B. $S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4)dx$.

C. $S = \int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4)dx$.

D. $S = \int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4)dx$.

Câu 50. Hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y = f(x)$.



Gọi S là tập hợp các số nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Phần tử lớn nhất của tập hợp S là

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

---HẾT---

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	A	D	A	D	B	C	B	C	C	D	B	D	A	B	C	B	D	A	D	C	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	A	B	D	A	A	B	D	B	D	C	A	C	C	B	C	C	B	D	A	B	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$ sao cho $\int_1^3 f(x)dx = 3$ và $\int_1^3 g(x)dx = -5$.

Giá trị của $\int_1^3 [g(x) - f(x)]dx$ là

A. 8.

B. 2.

C. -2.

D. -8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^3 [g(x) - f(x)]dx = \int_1^3 g(x)dx - \int_1^3 f(x)dx = -5 - 3 = -8$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2$; $BC = 1$; $AA' = 1$. Tính góc giữa đường thẳng AB' và $(BCC'B')$ có

A. 45° .

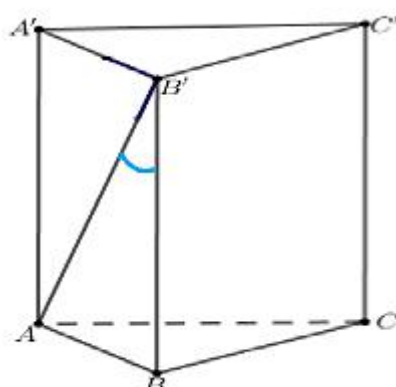
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $BB' \perp (ABC) \Rightarrow BB' \perp AB$.

Mặt khác tam giác ABC vuông tại B nên $AB \perp BC$

Ta có: $\begin{cases} AB \perp BC \\ BB' \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCC'B')$ nên BB' là hình chiếu của AB' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Do đó $\widehat{(AB', (BCC'B'))} = \widehat{(AB', B'B)} = \widehat{AB'B}$.

Trong tam giác $AB'B$ vuông tại B ta có:

$$\tan \widehat{AB'B} = \frac{AB}{BB'} = \frac{\sqrt{AC^2 - BC^2}}{BB'} = \frac{\sqrt{2^2 - 1^2}}{1} = \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow \widehat{AB'B} = 60^\circ.$$

Vậy $\widehat{(AB', (BCC'B'))} = \widehat{(AB', B'B)} = \widehat{AB'B} = 60^\circ$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 5 = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) là

A. 6.

B. 2.

C. 3.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$d(A;(\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + (-1) - 5|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 2.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2;3;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;-2;2)$?

A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng d qua điểm $M(-2;3;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;-2;2)$

$$\text{là } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Câu 5. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Hỏi điểm nào sau đây là điểm biểu diễn hình học của số phức $w = (1+i)z_1$ trên mặt phẳng Oxy ?

A. $M(5;1)$.

B. $Q(-1;-5)$.

C. $N(1;5)$.

D. $P(-5;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$ có: $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13 = -16 < 0$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm phức là $z_1 = -3 + 2i$; $z_2 = -3 - 2i$.

Do đó $w = (1+i)z_1 = (1+i)(-3+2i) = -5-i$.

Suy ra điểm biểu diễn hình học của số phức $w = (1+i)z_1$ trên mặt phẳng Oxy là $P(-5;-1)$.

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ ($x > 0$).

A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

B. $y' = \frac{1}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x \log 2}$.

D. $y' = \frac{\ln 2}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ ($x > 0$) là $y' = (\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$.

Câu 7. Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được

A. $I = -\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

B. $I = \frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.

C. $I = -\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.

D. $I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1-x^3} \Rightarrow t^2 = 1-x^3 \Rightarrow 2t dt = -3x^2 dx \Rightarrow -\frac{2}{3} t dt = x^2 dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=1$$

$$x=1 \Rightarrow t=0$$

$$\Rightarrow I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt.$$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tọa độ tâm của mặt cầu là

A. $(-4; 1; 0)$.

B. $(4; -1; 0)$.

C. $(8; -2; 0)$.

D. $(-8; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ tâm của mặt cầu là $(4; -1; 0)$.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. 6.

B. 1.

C. 5.

D. 37.

Lời giải

Chọn C

$f(x) = x^3 + 3x + 1$. Hàm số liên tục và xác định trên $[1; 3]$.

$$f'(x) = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$f(1) = 1 + 3 + 1 = 5.$$

$$f(3) = 27 + 3 \cdot 3 + 1 = 37.$$

Vậy $\min_{[1; 3]} f(x) = f(1) = 5$ tại $x = 1$

Câu 10. Tìm số nghiệm của phương trình $\ln x + \ln(2x - 1) = 0$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\ln x + \ln(2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x(2x - 1) = 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(2x - 1) = 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x - 1 = 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình đã có duy nhất một nghiệm.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$. Một vector chỉ phương của đường thẳng d là?

A. $\vec{u} = (2; 0; 1)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

C. $\vec{u} = (1; -2; -3)$.

D. $\vec{u} = (2; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2; 3) = -(1; -2; -3)$.

Câu 12. Kết quả của phép tính $(2 + 3i)(4 - i)$ là

A. $5 - 10i$.

B. $5 + 10i$.

C. $11 + 10i$.

D. $11 - 10i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(2 + 3i)(4 - i) = 11 + 10i$.

Câu 13. Thể tích của khối lập phương cạnh 3 bằng

A. 9.

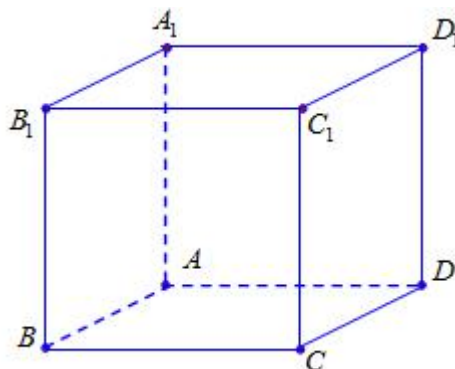
B. 12.

C. 3.

D. 27.

Lời giải

Chọn D



Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 3 là: $V = 3^3 = 27$.

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đó là

A. $a^3\sqrt{3}$.

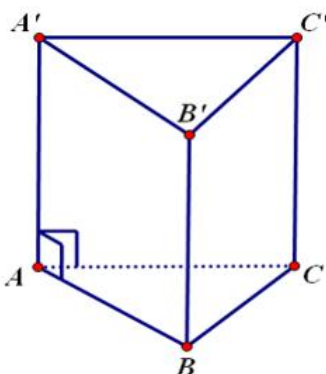
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $S_{\Delta ABC} = B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $h = 2a$.

Vậy thể tích của hình lăng trụ đứng đã cho là: $V = Bh = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$.

A. $\int f(x)dx = x^2 - 3x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - 3x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 3x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^2 + 3x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int f(x)dx = \int (2x + 3)dx = \int 2xdx + \int 3dx = x^2 + 3x + C$

Từ đây ta suy ra $\int f(x)dx = x^2 + 3x + C$.

Câu 16. Trong không gian Oxyz, cho $A(1;1;-1); B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$.

B. $(1;2;0)$.

C. $(-1;-2;-3)$.

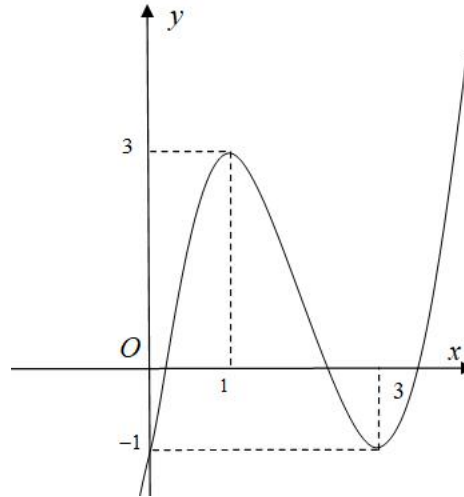
D. $(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{AB} = (1; 2; 3).$$

Câu 17. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1.$

B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1.$

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 1.$

D. $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 1.$

Lời giải

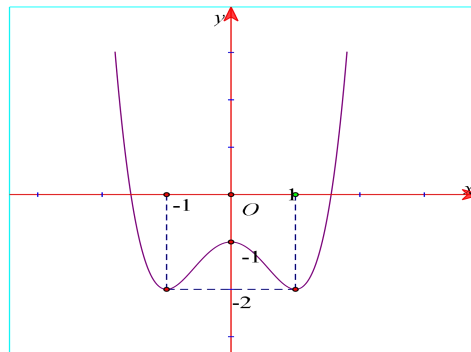
Chọn B

Ta có đường cong trên là đồ thị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0$.

Đồ thị đi qua $(0; -1) \Rightarrow d = -1$, hàm số có hai điểm cực trị $x = 1, x = 3$ nên chọn phương án B

$$\text{do hàm số có } y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-1; +\infty).$

B. $(0; 1).$

C. $(-1; 0).$

D. $(-\infty; 1).$

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$ nên ta chọn phương án C.

Câu 19. Đội văn nghệ của một nhà trường có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Số cách chọn một đôi song ca nam nữ biểu diễn văn nghệ là

A. $25!$.

B. $C_{10}^1 \cdot C_5^1.$

C. $A_{25}^2.$

D. $C_{25}^2.$

Lời giải

Chọn B

Ta có C_{10}^1 cách chọn bạn nam. Ứng với mỗi cách chọn bạn nam có C_{15}^1 cách chọn bạn nữ.

Vậy số cách chọn đôi nam nữ là $C_{10}^1 \cdot C_5^1$.

Câu 20. Cho tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a$, $BC = a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

- A. $3\pi a^2$. B. πa^2 . C. $4\pi a^2$. **D. $2\pi a^2$.**

Lời giải

Chọn D

Hình nón tròn xoay có bán kính $r = BC = a$, độ dài đường sinh $l = AC = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq} = \pi rl = \pi a \cdot 2a = 2\pi a^2$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 2 - 3i$. Khi đó số phức $w = 3z_1 - z_2 + z_1 z_2$ có phần ảo bằng

- A. 10.** B. -10 . C. 9. D. -9 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $w = 3z_1 - z_2 + z_1 z_2 = 3(1 + 2i) - (2 - 3i) + (1 + 2i)(2 - 3i) = 9 + 10i$.

Số phức $w = 3z_1 - z_2 + z_1 z_2$ có phần ảo bằng 10.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-1} = 8$ là

- A. $\{2\}$. B. $(-2; 2)$. C. $\{-2\}$. **D. $\{-2; 2\}$.**

Lời giải

Chọn D

$$2^{x^2-1} = 8 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-1} = 8$ là $\{-2; 2\}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , các đường thẳng $x = a$; $x = b$ và V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. **C. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.** D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 24. Cho $\log_3 5 = a$, khi đó $\log_3 \frac{3}{25}$ bằng

- A. $1 - 2a$.** B. $\frac{1}{2a}$. C. $1 - \frac{a}{2}$. D. $1 + \frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_3 \frac{3}{25} = \log_3 3 - \log_3 25 = \log_3 3 - \log_3 5^2 = \log_3 3 - 2\log_3 5 = 1 - 2a.$$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn A

Từ BBT ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu $f(1)=-2$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công bội $q=3$. Khi đó, giá trị của u_4 bằng

A. 126 .

B. 45 .

C. 162 .

D. 54 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-3z+1=0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_2 = (2; -3; 1)$.

B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; 0; -3)$.

D. $\vec{n}_4 = (2; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_3 = (2; 0; -3)$.

Câu 28. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $y = 3$.

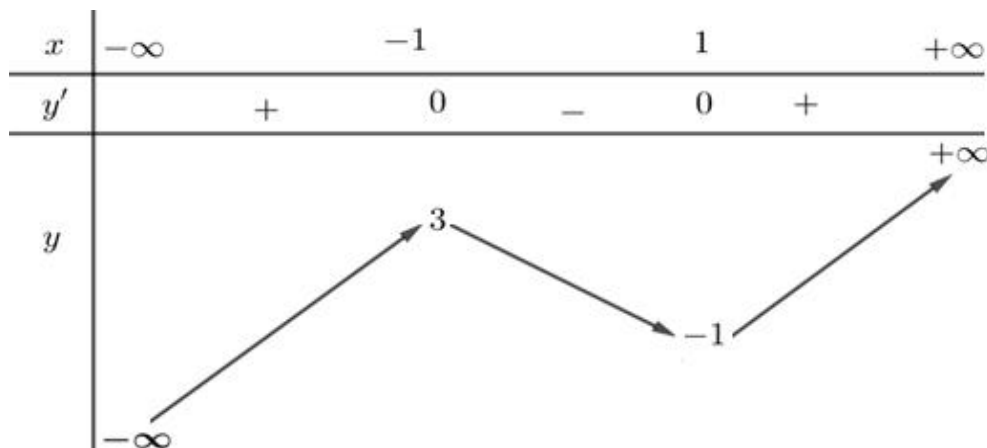
Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-2x}{x+1} = -2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-2x}{x+1} = -2$.

Vậy $y = -2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 1 = 0$ là

A. 5 .

B. 6 .

C. 3 .

D. 6 .

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho đưa về $\begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$

Đồ thị hàm số cắt hai đường thẳng $y = 1$; $y = -1$ tương ứng tại ba và 2 điểm.

Như vậy ta thu được 5 giao điểm, tức phương trình có 5 nghiệm.

Câu 30. Một hình trụ có hai đáy lần lượt là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương cạnh a . Thể tích của khối trụ đó là

A. πa^3 .

B. $\frac{1}{4}\pi a^3$.

C. $\frac{1}{2}\pi a^3$.

D. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Khối trụ đã cho có chiều cao và bán kính lần lượt là $h = a; r = \frac{a}{2} \Rightarrow V = \pi r^2 h = \frac{1}{4}\pi a^3$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ lần lượt có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z + 5 = 0$. Xét các mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn tiếp xúc cả hai mặt cầu đã cho. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm mà tất cả các mặt phẳng (P) đi qua. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = \frac{9}{2}$.

B. $S = \frac{5}{2}$.

C. $S = -\frac{5}{2}$.

D. $S = -\frac{9}{2}$.

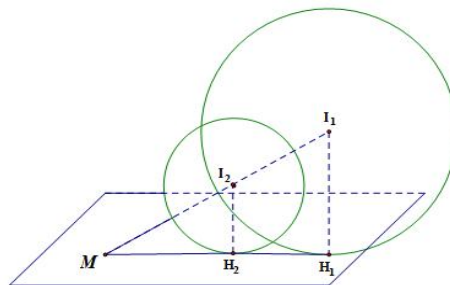
Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(1; 1; 1)$ và bán kính $R_1 = 5$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(3; -2; -1)$ và bán kính $R_2 = 3$.

Do $I_1I_2 = \sqrt{17} < R_1 + R_2$ nên hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ cắt nhau. Do vậy, mặt phẳng (P) tiếp xúc ngoài cả hai mặt cầu.



Giả sử (P) tiếp xúc với $(S_1), (S_2)$ lần lượt tại H_1, H_2 và $M = I_1I_2 \cap (P)$.

Theo định lý Thalet, ta có $\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{I_2H_2}{I_1H_1} = \frac{3}{5} \Rightarrow \overline{MI_2} = \frac{3}{5}\overline{MI_1}$ (1).

Gọi $M(a; b; c)$, khi đó từ (1) ta có
$$\begin{cases} 3 - a = \frac{3}{5}(1 - a) \\ -2 - b = \frac{3}{5}(1 - b) \\ -1 - c = \frac{3}{5}(1 - c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -\frac{13}{2} \\ c = -4 \end{cases}$$

Suy ra, các mặt phẳng (P) đều đi qua điểm $M\left(6; -\frac{13}{2}; -4\right)$ và $a + b + c = -\frac{9}{2}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

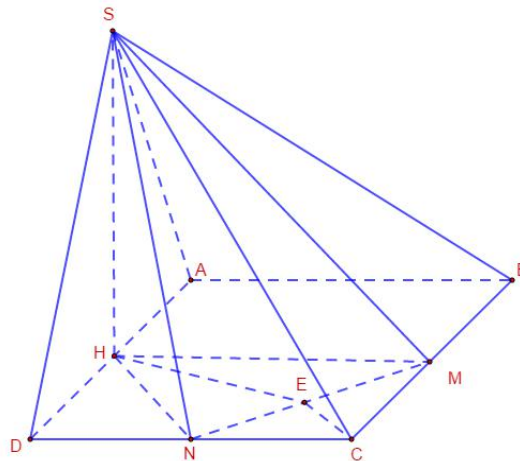
A. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$.

C. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$.

Chọn A



Gọi E là trung điểm $MN \Rightarrow E$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN và

$r = CE = \frac{MN}{2} = \frac{BD}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN .

Ta có $HE^2 = \frac{HM^2 + HN^2}{2} - \frac{MN^2}{4} = \frac{5a^2}{8}$.

$$SE^2 = SH^2 + HE^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{5a^2}{8} = \frac{11a^2}{8}.$$

$$\text{Khi đó, ta có } R = \sqrt{\left(\frac{SE^2 - CE^2}{2SH}\right)^2} + CE^2 = \sqrt{\left(\frac{\frac{11a^2}{8} - \frac{a^2}{8}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}\right)^2} + \frac{a^2}{8} = \frac{a\sqrt{93}}{12}$$

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

y			3		3		
	$-\infty$			-1			$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ đồng biến trên khoảng nào

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \left[f(x^2 - 2) \right]' = 2xf'(x^2 - 2)$

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -2 \\ x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của $y' = [f(x^2 - 2)]'$

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$ và $(2; +\infty)$.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 9.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ xác định $\forall x \neq -\frac{m}{2}$. Ta có $y' = \frac{m^2 - 20}{(2x+m)^2}$.

Hàm số $y = \frac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ khi $\begin{cases} m^2 - 20 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{20} < m < \sqrt{20} \\ m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow m \in (-\sqrt{20}; -4] \cup [0; \sqrt{20}). \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; 0; 1; 2; 3; 4\}. \text{ Vậy có 6 giá trị } m \text{ thỏa ycbt.}$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(1)=1$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x \cdot f(\sin x) dx = 1$.

Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x \cdot f'(\sin x) dx$ bằng

A. 1.

B. -3.

C. 2.

D. -1 .

Lời giải

Chọn D

Đăt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x \cdot dx$.

$$\text{Khi đó } 1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x \cdot f(\sin x) dx = \int_0^1 t \cdot f(t) dt.$$
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x \cdot f'(\sin x) dx = \int_0^1 t^2 \cdot f'(t) dt = \left(t^2 \cdot f(t) \right) \Big|_0^1 - \int_0^1 2t \cdot f(t) dt = f(1) - 2 = -1$$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{24}.$

B. $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 24.$

D. $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}.$

Lời giải

Chon B

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;0;1) \Rightarrow IA = \sqrt{6}$.

Mặt cầu (S) có đường kính AB nhận $I(0;0;1)$ làm tâm, bán kính $IA = \sqrt{6}$ có phương trình là:

$$(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6.$$

Câu 37. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1}$$

Tập xác định: $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + 1}{1 - \frac{1}{x}} = 0$$

$\Rightarrow y = 0$ là 1 TCN của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + 1}{1 - \frac{1}{x}} = 2$$

$\Rightarrow y = 2$ là 1 TCN của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 TCN.

Câu 38. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB' . Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P , đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q . Thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. 1.

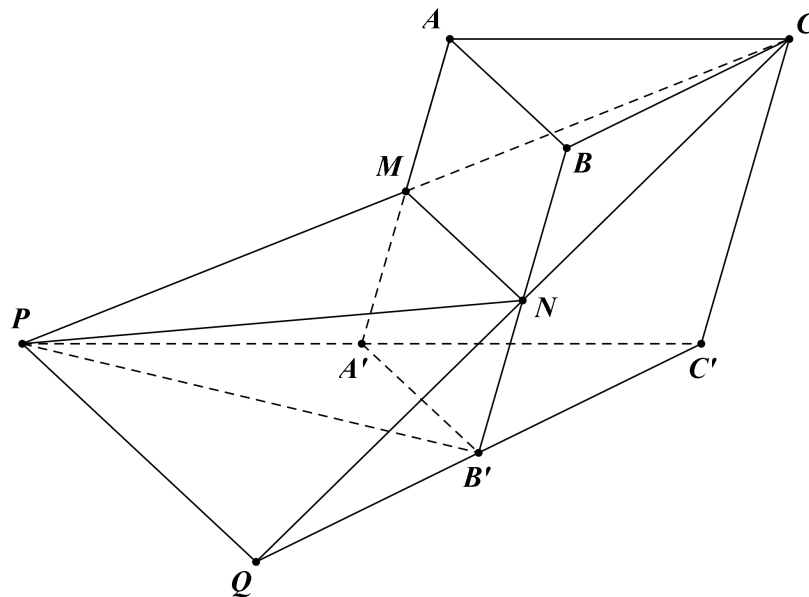
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V \Rightarrow V = 1$.

Ta có: $V_{A'MPB'NQ} = V_{P.MNB'A'} + V_{P.QNB'}$ (1).

Lại có: $V_{P.MNB'A'} = V_{C'.MNB'A'} = \frac{1}{2}V_{C'.AA'B'B} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V = \frac{1}{3}$ (2).

Mặt khác: $d(P, (BB'C'C)) = 2d(A', (BB'C'C))$ và $S_{\Delta QNB'} = S_{\Delta CNB} = \frac{1}{4}S_{BB'C'C}$.

Nên: $V_{P.QNB'} = \frac{1}{2}V_{A'.BB'C'C} = \frac{1}{3}V = \frac{1}{3}$ (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra $V_{A'MPB'NQ} = V_{P.MNB'A'} + V_{P.QNB'} = \frac{2}{3}$.

Câu 39. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên các học sinh thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng kề nhau.

A. $\frac{1}{22}$.

B. $\frac{7}{99}$.

C. $\frac{5}{81}$.

D. $\frac{3}{71}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 11!$.

Để xếp các bạn nữ không kề nhau, ta thực hiện các bước

Bước 1: Xếp các bạn nam có $6!$ cách. Các bạn nam tạo thành 7 khoảng trống.

Bước 2: Xếp 5 bạn nữ vào 7 khoảng trống có A_7^5 cách.

Số phần tử của biến cố $6!A_7^5$.

Xác suất của biến cố $\frac{6!A_7^5}{11!} = \frac{1}{22}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $E(2; -4; 3)$ và vuông góc với đường thẳng MN với $M(3; 2; 5)$ và $N(1; -1; 2)$ là

A. $2x + 3y + 3z + 1 = 0$.

B. $2x - 3y + 3z - 1 = 0$.

C. $2x + 3y + 3z - 1 = 0$.

D. $2x + 3y - 3z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = \overrightarrow{NM} = (2; 3; 3)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): 2(x - 2) + 3(y + 4) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 3z - 1 = 0$.

Câu 41. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $2020^{\sin^2 x} - 2020^{\cos^2 x} = \cos 2x$ trên đoạn $[0; \pi]$.

A. $T = \frac{\pi}{4}$.

B. $T = \frac{3\pi}{4}$.

C. $T = \pi$.

D. $T = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\Leftrightarrow 2020^{\sin^2 x} + \sin^2 x = 2020^{\cos^2 x} + \cos^2 x$

Xét hàm số $f(t) = 2020^t + t$ với $t \in [-1; 1]$

$$f'(t) = 2020^t \ln 2020 + 1 > 0 \text{ với mọi } t \in [-1; 1]$$

Hàm số đồng biến trên $[-1; 1]$

Phương trình $\Leftrightarrow \sin^2 x = \cos^2 x$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1 + \cos 2x}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$$

Phương trình có nghiệm $\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \in [0; \pi]$

$$\text{Vậy } T = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$$

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt:
 $x \log_3(x+1) = \log_9 \left[9(x+1)^{2m} \right]$.

- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in (-2; 0)$. D. $m \in [-1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow x \log_3(x+1) = 1 + m \log_3(x+1) \Leftrightarrow m = x - \frac{1}{\log_3(x+1)} \text{ với } \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x - \frac{1}{\log_3(x+1)} \text{ với } \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{(x+1) \ln 3 \cdot \log_3^2(x+1)} > 0 \text{ với mọi } \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

BBT

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	-1	$+\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình có 2 nghiệm thì $m \in (-1; +\infty)$

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$.
 Giá trị $f^2(1)$ bằng

- A. 9. B. 16. C. 8. D. 10.

Lời giải

Chọn C

+) Lấy nguyên hàm hai vế ta được

$$\int \left[(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) \right] dx = \int (15x^4 + 12x) dx \Leftrightarrow \int [f(x) \cdot f'(x)]' dx = \int (15x^4 + 12x) dx.$$

$$\Leftrightarrow f(x) \cdot f'(x) = 3x^5 + 6x^2 + C.$$

+) Theo đề bài, ta có $f(0) \cdot f'(0) = C \Rightarrow C = 1$.

$$\int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx = \int_0^1 (3x^5 + 6x^2 + 1) dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) df(x) = \left(\frac{x^6}{2} + 2x^3 + x \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \left[\frac{f^2(x)}{2} \right]_0^1 = \frac{7}{2} \Leftrightarrow f^2(1) - f^2(0) = 7 \Rightarrow f^2(1) = 8.$$

Câu 44. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x-7}{x+1}$, A, B là các điểm thuộc (C) có hoành độ lần lượt là 0 và 3.

M là điểm thay đổi trên (C) sao cho $0 < x_M < 3$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác ABM .

- A. 6. B. $3\sqrt{5}$. C. 3. D. 5.

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M; AB)$.

+) Theo đề bài, ta có $A(0; -7), B(3; -1), M\left(x_M; \frac{x_M - 7}{x_M + 1}\right)$.

+) Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x-0}{3-0} = \frac{y+7}{-1+7} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y+7}{6} \Leftrightarrow 2x = y+7 \Leftrightarrow 2x - y - 7 = 0$.

+) Ta có $d(M; AB) = \frac{\left|2x_M - \frac{x_M - 7}{x_M + 1} - 7\right|}{\sqrt{4+1}} = \frac{\left|\frac{2x_M^2 - 6x_M}{x_M + 1}\right|}{\sqrt{5}}$.

$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \sqrt{45} \cdot \frac{\left|\frac{2x_M^2 - 6x_M}{x_M + 1}\right|}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2} \left|\frac{2x_M^2 - 6x_M}{x_M + 1}\right|$.

+) Xét hàm số $f(t) = \frac{2t^2 - 6t}{t+1}$ trên $(0; 3)$, có $f'(t) = \frac{2t^2 + 4t - 6}{(t+1)^2}$. $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$.

+) $f(1) = -2; f(0) = 0; f(3) = 0$

+) Bảng biến thiên

t	0	1	3
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	0	-2	0

+) Dựa vào bảng biến thiên, ta có $|f(t)|$, đạt giá trị lớn nhất bằng $|f(1)| = 2$. Vậy tam giác ABM có diện tích lớn nhất bằng $\frac{3}{2} \cdot 2 = 3$.

- Câu 45.** Vi rút cúm gây ra bệnh viêm phổi cấp ngày thứ t với số lượng là $F(t)$ con, nếu phát hiện sớm khi số lượng không vượt quá 40000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết $F'(t) = \frac{1000}{2t+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000. Sau 14 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi rút trong cơ thể (làm tròn đến hàng đơn vị) và bệnh nhân có cứu chữa được không?
- A.** 21684 con vi rút và cứu được. **B.** 24999 con vi rút và cứu được.
- C.** 47170 con vi rút và không cứu được. **D.** 54340 con vi rút và không cứu được.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^{14} F'(t) dt = 1683.65 \Rightarrow F(14) \approx 21684$ con < 40000 nên suy ra bệnh nhân có cứu chữa được.

- Câu 46.** Cho x, y là số thực dương, $x, y > 1$ thỏa mãn $\log_2 x + \log_2 y + 1 \geq \log_2 (x^2 + 2y)$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x + 2y$ bằng
- A.** 9. **B.** $2 + 3\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2} + 3$. **D.** $2\sqrt{2} + 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2 x + \log_2 y + 1 \geq \log_2 (x^2 + 2y) \Leftrightarrow 2xy \geq x^2 + 2y \Leftrightarrow 2y(1-x) + x^2 \leq 0$
 $\Leftrightarrow (x+2y-x)(1-x) + x^2 \leq 0 \Leftrightarrow (P-x)(1-x) + x^2 \leq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - (P+1)x + P \leq 0 \quad (1)$
 +) Nếu $\Delta < 0 \Rightarrow$ tam thức $2x^2 - (P+1)x + P \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên không thỏa mãn.
 +) Nếu $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow P^2 - 6P + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P \leq 3 - 2\sqrt{2} \\ P \geq 3 + 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow P_{\min} = 2\sqrt{2} + 3.$

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và AB . Khoảng cách từ M đến đường thẳng CN bằng

A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$

B. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$

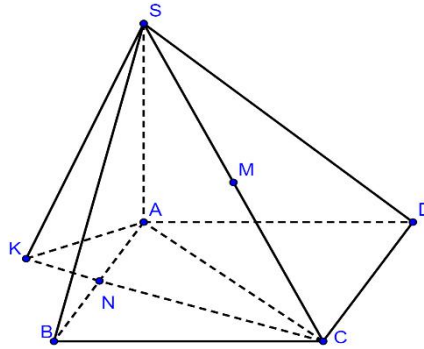
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Ta có: $\frac{d(M; CN)}{d(S; CN)} = \frac{MC}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M; CN) = \frac{1}{2} d(S; CN).$

Kẻ $AK \perp CN; (K \in CN).$

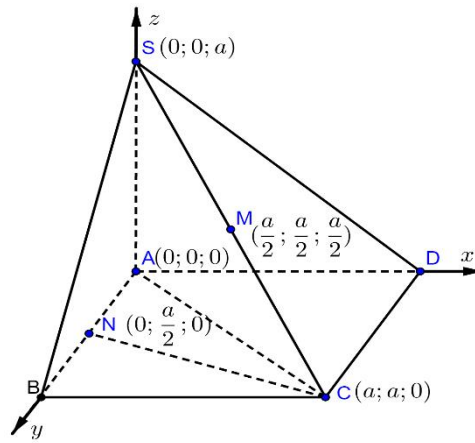
$\begin{cases} CN \perp SA \\ CN \perp AK \end{cases} \Rightarrow CN \perp (SAK) \Rightarrow CN \perp SK \Rightarrow d(S; CN) = SK.$

Ta có: $S_{\triangle ANC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} \Leftrightarrow AK \cdot NC = \frac{1}{2} AB \cdot BC \Leftrightarrow AK = \frac{AB \cdot BC}{2CN} = \frac{a \cdot a}{2a \frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$

Xét tam giác SAK vuông tại A ta có: $SK^2 = SA^2 + AK^2 = a^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{6a^2}{5}$

$\Rightarrow SK = \frac{a\sqrt{30}}{5} \Rightarrow d(M; CN) = \frac{1}{2} SK = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$

Cách 2:



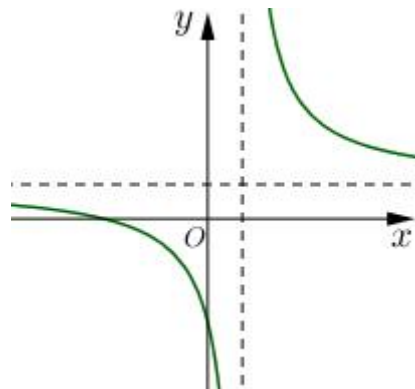
Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, $A \equiv O$, tia Ox chứa AD , tia Oy chứa AB , tia Oz chứa AS .

Khi đó: $A(0;0;0)$, $S(0;0;a)$, $C(a;a;0)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$, $N\left(0;\frac{a}{2};0\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{NC} = \left(a; \frac{a}{2}; 0\right)$, $\overrightarrow{NM} = \left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right)$, $[\overrightarrow{NM}; \overrightarrow{NC}] = \left(\frac{-a^2}{4}; \frac{a^2}{2}; \frac{a^2}{4}\right)$.

$$\Rightarrow d(M; CN) = \frac{[\overrightarrow{NM}; \overrightarrow{NC}]}{|\overrightarrow{NC}|} = \frac{\sqrt{\left(\frac{-a^2}{4}\right)^2 + \left(\frac{a^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{a^2}{4}\right)^2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}$, ($a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c - ab = 0$.

B. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c - ab > 0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có tiệm cận đứng $x = a > 0$, tiệm cận ngang $y = b > 0$.

Ta có đồ thị giảm từ trái sang phải nên $y' = \frac{-ab+c}{(x-a)^2} < 0 \Leftrightarrow c - ab < 0$.

Câu 49. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các parabol $y = -x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2x - 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

B. $S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

C. $S = \int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

D. $S = \int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } f_1(x) = -x^2 + 2, f_2(x) = x^2 - 2x - 2$$

$$\Rightarrow f_2(x) - f_1(x) = x^2 - 2x - 2 + x^2 - 2 = 2x^2 - 2x - 4$$

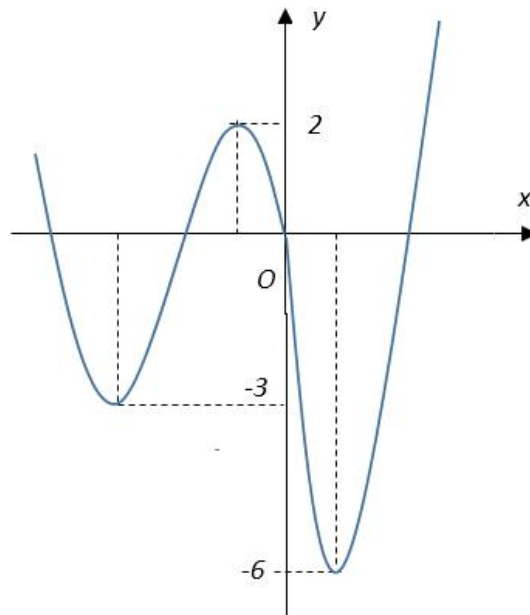
$$f_2(x) - f_1(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Với } x \in (-1; 2) \Rightarrow f_2(x) - f_1(x) = 2x^2 - 2x - 4 < 0$$

$$\Rightarrow |f_2(x) - f_1(x)| = |2x^2 - 2x - 4| = -2x^2 + 2x + 4$$

$$\text{Do đó } S = \int_{-1}^2 |f_2(x) - f_1(x)| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$$

Câu 50. Hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y = f(x)$.



Gọi S là tập hợp các số nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Phần tử lớn nhất của tập hợp S là

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị nên hàm số $y = f(x-1) + m$ có 3 điểm cực trị.

Do đó đồ thị hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số

$y = f(x-1) + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt hoặc phương trình $f(x-1) + m = 0$ có 3

nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq m < 6 \\ m \leq -2 \end{cases}$

$$\Rightarrow S = \{3; 4; 5\} \text{ do } S \subset \mathbb{Z}_+^*.$$

Vậy phần tử lớn nhất của S là 5.

----HẾT---