

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNGBÀI. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$, $B(2;3)$. Tìm một vector pháp tuyến của đường trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $\vec{n} = (1; -2)$. B. $\vec{n} = (2; 1)$. C. $\vec{n} = (-1; 2)$. D. $\vec{n} = (1; 2)$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(-1; -1)$, $B(1; -3)$, $C(2; 4)$. Tìm một vector pháp tuyến của đường cao kẻ từ B của tam giác ABC .

- A. $\vec{n} = (3; 5)$. B. $\vec{n} = (3; -5)$. C. $\vec{n} = (5; 3)$. D. $\vec{n} = (-5; 3)$

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 7x + 3y - 1 = 0$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (7; 3)$. B. $\vec{u} = (3; 7)$. C. $\vec{u} = (-3; 7)$. D. $\vec{u} = (2; 3)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} - \frac{y}{\frac{4}{3}} + 1 = 0$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của d .

- A. $\vec{u}_4 = (3; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 3)$. C. $\vec{u}_1 = (2; -3)$. D. $\vec{u}_3 = (3; 2)$

Câu 5: Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 0)$ có phương trình tổng quát là:

- A. $d: x = 0$. B. $d: y + 2 = 0$. C. $d: y - 2 = 0$. D. $d: x - 2 = 0$.

Câu 6: Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: 3x - 2y + 6 = 0$?

- A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t + 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = -\frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $A(2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(-1; 0)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC ở dạng tham số.

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$.

Câu 8: Đường trung trực của đoạn AB với $A(4; -1)$ và $B(1; -4)$ có phương trình là:

- A. $x + y = 1$. B. $x + y = 0$. C. $y - x = 0$. D. $x - y = 1$.

- Câu 9:** Cho điểm $A(2;3)$, đường thẳng $\Delta: 2x - 3y + 1 = 0$. Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua A và nhận vector pháp tuyến của Δ là vector chỉ phương.
- A. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$.
- Câu 10:** Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;2)$. Gọi A, B là hình chiếu của M lên Ox, Oy . Viết phương trình đường thẳng AB .
- A. $x + 2y - 1 = 0$. B. $2x + y + 2 = 0$. C. $2x + y - 2 = 0$. D. $x + y - 3 = 0$.
- Câu 11:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:
- A. $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = t \end{cases}$.
- Câu 12:** Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(2;-1); B(0;4)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với AB ?
- A. $-2x + 5y - 9 = 0$. B. $-2x + 5y + 9 = 0$. C. $2x - y + 4 = 0$. D. $2x + 3y - 1 = 0$.

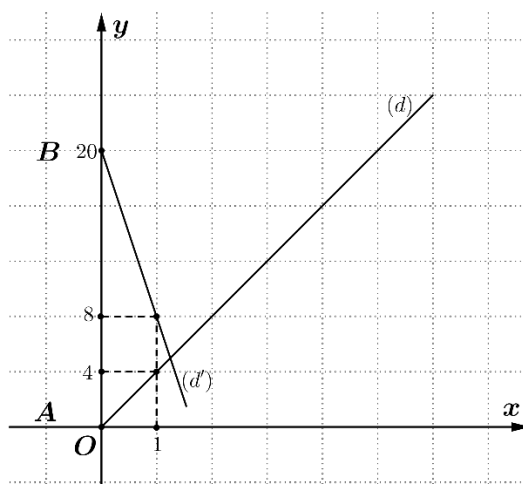
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1;-1), E(2;1), F(3;5)$.
- a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vector chỉ phương
 b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.
 c) Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2;2)$.
 d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.
- Câu 2:** Cho tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $7x + 5y - 8 = 0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x - 3y - 4 = 0, x + y - 2 = 0$.
- a) Điểm B có tọa độ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
 d) Điểm C có tọa độ là $(-1;3)$.
 c) Phương trình đường cao kẻ từ A là $5x - 7y - 6 = 0$
 d) Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $x - 13y + 4 = 0$
- Câu 3:** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$.
- a) Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$
 b) Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$
 c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$
 d) Phương trình đường thẳng BC là $x + y - 1 = 0$

- Câu 4:** Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vector vận tốc là $\vec{v}(1;2)$.
- a) Vector chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1;2)$
- b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng $2x - 3y - 1 = 0$
- c) Tọa độ của vật thể M tại thời điểm $t(t > 0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$
- d) Khi $t = 5$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $5\sqrt{5}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

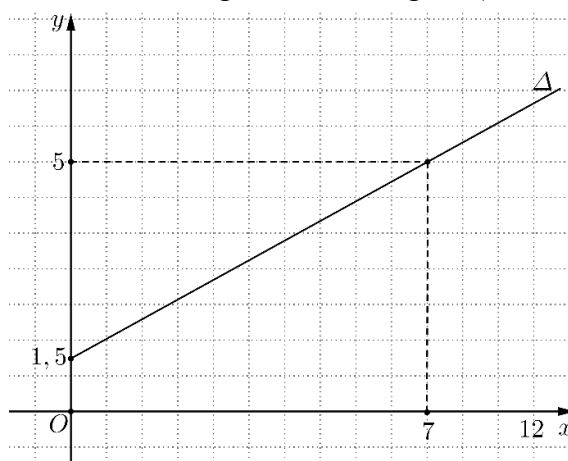
- Câu 1:** Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vector vận tốc là $\vec{v} = (1;2)$. Đường thẳng biểu diễn chuyển động có vector pháp tuyến $\vec{n} = (a;b), (a, b \neq 0)$. Tính $\frac{a}{b}$.
- Câu 2:** Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB có dạng $ax + by + c = 0$. Tính giá trị $a.b.c$
- Câu 3:** Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, với $a \neq 0, b \neq 0$, đi qua điểm $M(-1;6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = 1000a + 6b$.
- Câu 4:** Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí $A(1;2)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc được biểu thị bởi vector $\vec{v} = (3;4)$. Khi tàu thủy ở tọa độ $(x;y)$ vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 2 giờ? Tính biểu thức $S = 100x + 200y$
- Câu 5:** Hình vẽ là các đường thẳng biểu diễn chuyển động của hai người. Người thứ nhất đi bộ xuất phát từ A cách B khoảng 20 km, với vận tốc 4 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d) . Người thứ 2 đi xe đạp xuất phát từ B với vận tốc 12 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d') . Hỏi hai người gặp nhau sau mấy giờ?



- Câu 6:** y° Đông được tính theo công thức $\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases}$. Hỏi bay chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác có ba đỉnh $A(-1;5), B(2;3), C(6;1)$. Lập phương trình tổng quát của đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .
- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA = 2, OB = 3$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ
- Câu 3:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC là $x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác là điểm $G(3;2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x + my + n = 0$. Tìm $m + n$.
- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I(6;2)$, điểm $M(1;5)$ nằm trên cạnh AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AB biết hoành độ điểm E lớn hơn 6.
- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2;2)$ và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho diện tích tam giác ΔOAB bằng 1. Tìm một vector pháp tuyến của đường thẳng Δ .
- Câu 6:** Để tham gia một phòng tập thể dục, người ta phải trả một khoản phí tham gia ban đầu và phí sử dụng phòng tập. Đường thẳng Δ ở hình sau biểu thị tổng chi phí (trục tung đơn vị: triệu đồng) tham gia một phòng tập thể dục theo thời gian của một người (trục hoành đơn vị: tháng).



Tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian trong 1 năm 8 triệu đồng.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$, $B(2;3)$. Tìm một vector pháp tuyến của đường trung trực của đoạn thẳng AB .

- A.** $\vec{n} = (1; -2)$. **B.** $\vec{n} = (2; 1)$. **C.** $\vec{n} = (-1; 2)$. **D.** $\vec{n} = (1; 2)$

Lời giải

Đường trung trực của đoạn thẳng AB vuông góc với đoạn thẳng AB nên có một vector pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (1; 2)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(-1; -1)$, $B(1; -3)$, $C(2; 4)$. Tìm một vector pháp tuyến của đường cao kẻ từ B của tam giác ABC .

- A.** $\vec{n} = (3; 5)$. **B.** $\vec{n} = (3; -5)$. **C.** $\vec{n} = (5; 3)$. **D.** $\vec{n} = (-5; 3)$

Lời giải

Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC vuông góc với đoạn thẳng AC nên có một vector pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AC} = (3; 5)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 7x + 3y - 1 = 0$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A.** $\vec{u} = (7; 3)$. **B.** $\vec{u} = (3; 7)$. **C.** $\vec{u} = (-3; 7)$. **D.** $\vec{u} = (2; 3)$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (7; 3)$ nên đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-3; 7)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} - \frac{y}{4} + 1 = 0$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của d .

- A.** $\vec{u}_4 = (3; -2)$. **B.** $\vec{u}_2 = (2; 3)$. **C.** $\vec{u}_1 = (2; -3)$. **D.** $\vec{u}_3 = (3; 2)$

Lời giải

Ta thấy đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $(2; -3)$.

Do đó $\vec{u}_3 = (3; 2)$ là một vector chỉ phương của d .

Câu 5: Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 0)$ có phương trình tổng quát là:

- A.** $d: x = 0$. **B.** $d: y + 2 = 0$. **C.** $d: y - 2 = 0$. **D.** $d: x - 2 = 0$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(0; -2) \in d \\ \vec{u}_d = (3; 0) = 3(1; 0) \rightarrow \vec{n}_d = (0; 1) \end{cases} \longrightarrow d: y + 2 = 0.$$

Câu 6: Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: 3x - 2y + 6 = 0$?

- A.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t + 3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = -\frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{3}{2}t + 3 \end{cases}$

Lời giải

$$d: 3x - 2y + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ \vec{n}_d = (3; -2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} A(0; 3) \in d \\ \vec{u}_d = (2; 3) = 2\left(1; \frac{3}{2}\right) \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x = t \\ y = 3 + \frac{3}{2}t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 7: Cho tam giác ABC có $A(2; 3), B(5; 4); C(-1; 0)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC ở dạng tham số.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng BC là $M(2; 2)$.

Véc tơ $\overrightarrow{AM} = (0; -1)$.

Đường trung tuyến AM qua A nhận véc tơ $\overrightarrow{AM}$ là một véc tơ chỉ phương có dạng tham số là:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - t \end{cases}$$

Câu 8: Đường trung trực của đoạn AB với $A(4; -1)$ và $B(1; -4)$ có phương trình là:

A. $x + y = 1$. **B.** $x + y = 0$. **C.** $y - x = 0$. **D.** $x - y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB . Ta có

$$\begin{cases} A(4; -1), B(1; -4) \rightarrow I\left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right) \in d \\ d \perp AB \rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (-3; -3) = -3(1; 1) \end{cases} \longrightarrow d: x + y = 0.$$

Câu 9: Cho điểm $A(2; 3)$, đường thẳng $\Delta: 2x - 3y + 1 = 0$. Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua A và nhận vector pháp tuyến của Δ là vector chỉ phương.

A. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng Δ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3)$.

Đường thẳng cần tìm đi qua A nhận vector $\vec{n} = (2; -3)$ là một vector chỉ phương có dạng tham

số là: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; 2)$. Gọi A, B là hình chiếu của M lên Ox, Oy . Viết phương trình đường thẳng AB .

A. $x + 2y - 1 = 0$. **B.** $2x + y + 2 = 0$. **C.** $2x + y - 2 = 0$. **D.** $x + y - 3 = 0$.

Lời giải

Ta có hình chiếu của điểm $M(1; 2)$ lên Ox, Oy lần lượt là A và B . Do đó phương

trình đường thẳng AB là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 2 = 0$.

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

- A.** $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = t \end{cases}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{u}_d = \vec{AC} = (-5;-1) = -1 \cdot (5;1) \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(2;-1); B(0;4)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với AB ?

- A.** $-2x + 5y - 9 = 0$. **B.** $-2x + 5y + 9 = 0$. **C.** $2x - y + 4 = 0$. **D.** $2x + 3y - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (-2;5)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng Δ .

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là:

$$-2(x-2) + 5(y+1) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4 + 5y + 5 = 0 \Leftrightarrow -2x + 5y + 9 = 0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1;-1)$, $E(2;1)$, $F(3;5)$.

- a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\vec{EF}$ là một vector chỉ phương
b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.
c) Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2;2)$.
d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

a) Sai: Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận $\vec{EF}$ là một vector pháp tuyến.

b) Sai: Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là: $(x-1) + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 3 = 0$.

c) Đúng: Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2;2)$.

d) Đúng: Đường trung tuyến kẻ từ E có vector chỉ phương là $\vec{EI} = (0;1)$ nên nhận $\vec{n} = (1;0)$ là một vector pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $7x + 5y - 8 = 0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x - 3y - 4 = 0, x + y - 2 = 0$.

- a) Điểm B có tọa độ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
b) Điểm C có tọa độ là $(-1;3)$.
c) Phương trình đường cao kẻ từ A là $5x - 7y - 6 = 0$
d) Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $x - 13y + 4 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Toạ độ của điểm B là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x + 5y - 8 = 0 \\ 9x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Suy ra điểm B có toạ độ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Toạ độ của điểm C là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x + 5y - 8 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Suy ra điểm C có toạ độ là $(-1; 3)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $B\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và nhận vector chỉ phương $\vec{u}_1(1; -1)$ của

đường cao kẻ từ C làm vector pháp tuyến có phương trình là:

$$(x+1)+3(y-3)=0 \Leftrightarrow x+3y-8=0$$

Toạ độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 3y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Suy ra điểm A có toạ độ là $(2; 2)$.

Phương trình đường cao kẻ từ $A(2; 2)$ và nhận vector chỉ phương $\vec{u}(5; -7)$ của đường thẳng

$$BC \text{ làm vector pháp tuyến là: } 5(x-2)-7(y-2)=0 \Leftrightarrow 5x-7y+4=0.$$

Gọi I là trung điểm của BC , ta có toạ độ của điểm I là $\left(\frac{-1}{6}; \frac{11}{6}\right)$.

Do đó, ta có $\overrightarrow{IA}\left(\frac{13}{6}; \frac{1}{6}\right)$.

Đường trung tuyến kẻ từ A nhận $\vec{n}(1; -13)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là:

$$(x-2)-13(y-2)=0 \Leftrightarrow x-13y+24=0.$$

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4; -1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$.

a) Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$

b) Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$

c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1; 1)$

d) Phương trình đường thẳng BC là $x + y - 1 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng: Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$; CK có vector pháp tuyến $\vec{n}_{CK} = (3; 2)$

Đường thẳng AB vuông góc CK nên nhận $\vec{n}_{CK} = (3; 2)$ làm vector chỉ phương, vì thế AB có vector pháp tuyến $\vec{n}_{AB}(2; -3)$. Mặt khác AB đi qua $A(-4; -1)$ nên có phương trình:

$$2(x+4)-3(y+1)=0 \Leftrightarrow 2x-3y+5=0.$$

b) Sai: Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$

Đường thẳng AC vuông góc BH nên nhận $\vec{n}_{BH}(2;-1)$ làm vectơ chỉ phương, vì thế AC có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AC} = (1;2)$. Mặt khác AC đi qua $A(-4;-1)$ nên có phương trình:

$$1(x+4)+2(y+1)=0 \Leftrightarrow x+2y+6=0.$$

c) Đúng: Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$

Gọi B là giao điểm của AB và BH nên tọa độ B là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 2x-3y+5=0 \\ 2x-y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm B là $B(-1;1)$.

d) Sai: Phương trình đường thẳng BC là $x+y-1=0$

Gọi C là giao điểm của AC và CK . Xét hệ:
$$\begin{cases} x+2y+6=0 \\ 3x+2y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-6 \end{cases} \Rightarrow C(6;-6).$$

Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=(7;-7)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(7;7)$.

Vậy BC có phương trình: $7(x+1)+7(y-1)=0 \Leftrightarrow x+y=0$.

Câu 4: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v}(1;2)$.

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1;2)$

b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng $2x-3y-1=0$

c) Tọa độ của vật thể M tại thời điểm $t(t>0)$ tính từ khi khởi hành là
$$\begin{cases} x=5+t \\ y=3+2t \end{cases}$$

d) Khi $t=5$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $5\sqrt{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1;2)$,

do đó đường thẳng này có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;-1)$. Mặt khác, đường thẳng này đi qua điểm $A(5;3)$ nên có phương trình là: $2(x-5)-(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x-y-7=0$.

Vật thể khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc

là $\vec{v}(1;2)$ nên vị trí của vật thể tại thời điểm $t(t>0)$ có tọa độ là:
$$\begin{cases} x=5+t \\ y=3+2t \end{cases}$$

Gọi B là vị trí của vật thể tại thời điểm $t=5$. Do đó, tọa độ của điểm B là:
$$\begin{cases} x_B=5+5=10 \\ y_B=3+2 \cdot 5=13 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật thể đi được là $AB=\sqrt{25+100}=5\sqrt{5}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v}=(1;2)$. Đường thẳng biểu diễn chuyển động có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b), (a,b \neq 0)$. Tính $\frac{a}{b}$.

Lời giải

Trả lời: -2

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động là

$$\vec{u} = \vec{v} = (1; 2) \Rightarrow \vec{n} = (-2; 1) \Rightarrow \frac{a}{b} = -2.$$

Câu 2: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5; -3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB có dạng $ax + by + c = 0$. Tính giá trị $a.b.c$

Lời giải

Trả lời: 450

Gọi $A \in Ox \Rightarrow A(x_A; 0); B \in Oy \Rightarrow B(0; y_B)$

$$\text{Ta có } M \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 2x_M \\ y_A + y_B = 2y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10 \\ y_B = -6 \end{cases}$$

Suy ra $(AB): \frac{x}{10} + \frac{y}{-6} = 1 \Leftrightarrow 3x - 5y - 30 = 0$. Nên $a = 3; b = -5; c = -30$ suy ra $a.b.c = 450$.

Câu 3: Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, với $a \neq 0, b \neq 0$, đi qua điểm $M(-1; 6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = 1000a + 6b$.

Lời giải

Trả lời: 2024

Ta có: $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ đi qua điểm $M(-1; 6) \Rightarrow \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1(1). a > 0; b > 0$.

Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ tạo với các tia $Ox; Oy$ tam giác có diện tích bằng 4 $\Rightarrow ab = 8(2)$

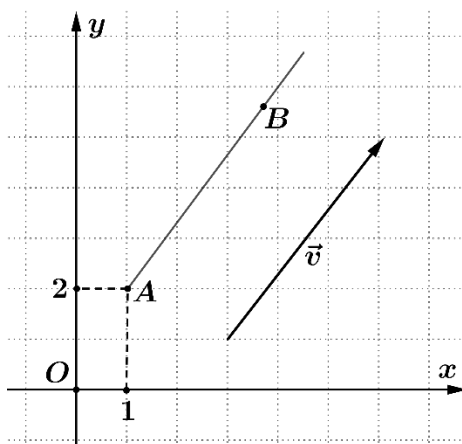
$$\text{Từ (1); (2)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-b}{8} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = 2 \end{cases} \text{ (nhận) hoặc } \begin{cases} b = -12 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Khi đó: $1000a + 6b = 2024$.

Câu 4: Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí $A(1; 2)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc được biểu thị bởi vector $\vec{v} = (3; 4)$. Khi tàu thủy ở tọa độ $(x; y)$ vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 2 giờ? Tính biểu thức $S = 100x + 200y$

Lời giải

Trả lời: 2700



Gọi vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 2 giờ là $B(x; y), (y > 0)$

Khi đó: $|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$; $\vec{AB} = (x-1; y-2)$

Quãng đường tàu thủy chạy được sau 2 giờ là: $2.5 = 10$.

Ta có: $|\vec{AB}| = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = 10 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10^2$ (1)

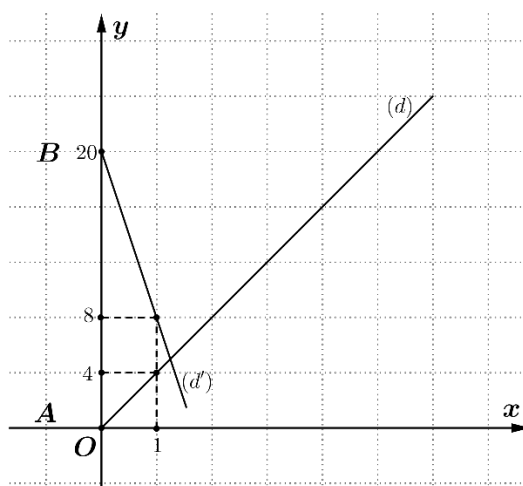
$\vec{AB}$ và $\vec{v}$ cùng phương nên $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y - \frac{1}{2}$ (2)

Thay (2) vào (1) ta có:

$$\left(\frac{3}{4}y - \frac{1}{2} - 1\right)^2 + (y-2)^2 = 10^2 \Leftrightarrow 25y^2 - 100y - 1500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ y = -6 \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow x = 7.$$

Vậy $(x; y) = (7; 10)$ nên $S = 100x + 200y = 2700$.

Câu 5: Hình vẽ là các đường thẳng biểu diễn chuyển động của hai người. Người thứ nhất đi bộ xuất phát từ A cách B khoảng 20 km, với vận tốc 4 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d) . Người thứ 2 đi xe đạp xuất phát từ B với vận tốc 12 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d') . Hỏi hai người gặp nhau sau mấy giờ?



Lời giải

Trả lời: 1,25

Đường thẳng (d) đi qua điểm $O(0;0), M(1;4)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng (d') đi qua điểm $B(0;20), P(1;8)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = 8 - 12k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$.

$$\text{Khi 2 người gặp nhau ta có hệ } \begin{cases} t = 1 + k \\ 4t = 8 - 12k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{4} \\ t = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{5}{4}.$$

Thời điểm hai người gặp nhau sau $\frac{5}{4} = 1,25$ giờ.

Câu 6: Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21,2^\circ$ Bắc, kinh độ $105,8^\circ$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16,1^\circ$ Bắc, kinh độ $108,2^\circ$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x° Bắc, kinh độ y°

Đông được tính theo công thức $\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases}$. Hỏi bay chuyển từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất

mấy giờ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,34

Thay $x = 16,1^\circ$, $y = 108,2^\circ$ vào công thức trên ta có $\begin{cases} 16,1 = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ 108,2 = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{4}{3}$

Vậy chuyển bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất $\frac{4}{3} \approx 1,34$ giờ.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác có ba đỉnh $A(-1;5), B(2;3), C(6;1)$. Lập phương trình tổng quát của đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

Lời giải

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC vuông góc với BC nên có một vector pháp tuyến là $\overrightarrow{BC} = (4; -2)$.

Đường cao kẻ từ $A(-1;5)$ của tam giác ABC có phương trình tổng quát là $4(x+1) - 2(y-5) = 0$ hay $4x - 2y + 14 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 7 = 0$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA = 2, OB = 3$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ

Lời giải

Vì Δ cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA = 2, OB = 3$ nên (Δ) đi qua các điểm $A(2;0), B(0;3) \Rightarrow$ vec tơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-2; 3)$

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3t \end{cases}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC là $x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác là điểm $G(3;2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x + my + n = 0$. Tìm $m + n$.

Lời giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ nên $A(3;1)$

Gọi $B(b; b-2)$ và $C(5-2c; c)$ và G là trọng tâm tam giác ABC nên b, c là nghiệm của hệ

$\begin{cases} 5 - 2c + b + 3 = 9 \\ c + b - 2 + 1 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow B(5;3); C(1;2) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-4; -1)$

Chọn một vector pháp tuyến của đường thẳng BC là $\overrightarrow{n_{BC}} = (1; -4)$ suy ra phương trình đường thẳng BC là: $1(x-1) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow BC: x - 4y + 7 = 0$.

Vậy $m = -4$; $n = 7$ nên $m + n = 3$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I(6;2)$, điểm $M(1;5)$ nằm trên cạnh AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AB biết hoành độ điểm E lớn hơn 6.

Lời giải

Gọi N là điểm đối xứng với M qua I khi đó: $N(11;-1)$.

Giả sử tọa độ điểm $E(a;5-a) \in d, a > 6$.

Ta có: $\overrightarrow{IE} = (a-6;3-a), \overrightarrow{NE} = (a-11;6-a)$.

Do $IE \perp NE \Rightarrow \overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{NE} = 0 \Leftrightarrow (a-6)(a-11) + (3-a)(6-a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6(1) \\ a = 7(n) \end{cases}$.

Với $a = 7 \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (1;-4)$. Khi đó đường thẳng chứa cạnh AB đi qua điểm $M(1;5)$ và nhận $\overrightarrow{IE}$ làm VTPT nên có phương trình: $x - 4y + 19 = 0$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2;2)$ và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho diện tích tam giác ΔOAB bằng 1. Tìm một vector pháp tuyến của đường thẳng Δ .

Lời giải

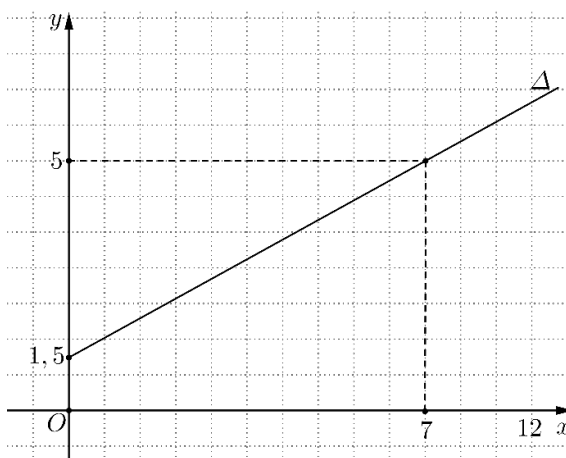
Giả sử Δ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại $A(a;0), B(0;b), a > 0, b > 0 \Rightarrow \Delta: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Vì Δ đi qua $M(1;2) \Rightarrow \frac{-2}{a} + \frac{2}{b} = 1(1)$ mà $S_{\Delta ABO} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{ab}{2} = 1 \Leftrightarrow ab = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{a}(2)$

Thay (2) vào (1) ta được $\frac{-2}{a} + \frac{2}{\frac{2}{a}} = 1 \Leftrightarrow \frac{-2}{a} + a = 1 \Leftrightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2$

Khi đó: $b = 1 \Rightarrow \Delta: \frac{x}{2} + y = 1 \Leftrightarrow x + 2y - 2 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (1;2)$.

Câu 6: Để tham gia một phòng tập thể dục, người ta phải trả một khoản phí tham gia ban đầu và phí sử dụng phòng tập. Đường thẳng Δ ở hình sau biểu thị tổng chi phí (trục tung đơn vị: triệu đồng) tham gia một phòng tập thể dục theo thời gian của một người (trục hoành đơn vị: tháng).



Tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian trong 1 năm 8 triệu đồng.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm lần lượt có tọa độ $(0;1,5), (7;5)$ nên Δ có một vectơ pháp tuyến

là $\vec{u} = (1; -2)$ nên phương trình Δ là $x - 2y + 3 = 0$

Trong 1 năm gồm 12 tháng ứng với $x = 12$.

Từ phương trình đường thẳng Δ ta có $x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Thay $x = 12$ vào đường thẳng Δ ta có : $y = \frac{1}{2}.12 + \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$

Vậy tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian 12 tháng là 7,5 triệu đồng.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNGBÀI. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Xác định một vector pháp tuyến của đường thẳng d
- A. $\vec{n} = (1; 2)$. B. $\vec{n} = (2; -1)$. C. $\vec{n} = (-2; 1)$. D. $\vec{n} = (-1; 2)$.
- Câu 2:** Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -2)$. Trong các vector sau, vector nào là một vector chỉ phương của d ?
- A. $\vec{u}_1 = (2; -4)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; 4)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1)$.
- Câu 3:** Cho tam giác ABC có $A(2; 0)$, $B(0; 3)$, $C(-3; 1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là:
- A. $5x - y + 3 = 0$. B. $5x + y - 3 = 0$. C. $x + 5y - 15 = 0$. D. $x - 15y + 15 = 0$.
- Câu 4:** Cho tam giác ABC có $A(2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(-1; -4)$. Viết phương trình tham số đường thẳng OG trong đó O là gốc tọa độ và điểm G là trọng tâm của tam giác ABC .
- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.
- Câu 5:** Đường trung trực của đoạn AB với $A(1; -4)$ và $B(1; 2)$ có phương trình là:
- A. $y + 1 = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $y - 1 = 0$. D. $x - 4y = 0$.
- Câu 6:** Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2; 5)$, $B(4; 2)$ là
- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$.
- Câu 7:** Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $2x + 3y + 3 = 0$. Vector chỉ phương của đường thẳng d là
- A. $\vec{u} = (2; 3)$. B. $\vec{u} = (3; 2)$. C. $\vec{u} = (2; -3)$. D. $\vec{u} = (3; -2)$.
- Câu 8:** Cho điểm $A(2; 3)$, $B(-1; 1)$. Viết phương trình đường thẳng AB ở dạng tham số.
- A. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$.

Câu 9: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là
A. $2x + y - 1 = 0$. **B.** $-2x + y - 1 = 0$. **C.** $x + 2y + 1 = 0$. **D.** $2x + 3y - 1 = 0$.

Câu 10: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(3;1); B(4;3)$ là
A. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 1t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 1t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$.

Câu 11: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4), B(-6;0)$ là:
A. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$. **C.** $\frac{-x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$. **D.** $\frac{-x}{6} + \frac{y}{4} = 1$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ có hệ số góc k nguyên dương. Viết phương trình đường thẳng d biết d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 0,5.
A. $d: x - 2y + 2 = 0$. **B.** $d: x - y + 1 = 0$. **C.** $d: x + y - 1 = 0$. **D.** $d: x - 4y + 4 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y + 2 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \end{cases}$.

- a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1)$
- b) Đường thẳng Δ_2 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;-3)$
- c) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \end{cases}$.
- d) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là $x - 3y - 7 = 0$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1;-1), E(2;1), F(3;5)$.

- a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vec tơ chỉ phương
- b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.
- c) Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2;2)$.
- d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Câu 3: Cho tam giác MNP có phương trình đường thẳng chứa cạnh MN là $2x + y + 1 = 0$, phương trình đường cao $MK(K \in NP)$ là $x + y - 1 = 0$, phương trình đường cao $NQ(Q \in MP)$ là $3x - y + 4 = 0$.

- a) Điểm M có tọa độ là $(-2;3)$.
- b) Điểm N có tọa độ là $(-1;1)$.
- c) Phương trình đường thẳng NP là $2x - y + 3 = 0$.
- d) Phương trình đường thẳng MP là: $2x + 3y - 5 = 0$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;4)$, đường trung trực cạnh BC có phương trình $3x - y + 1 = 0$, đường trung tuyến kẻ từ C có phương trình $2x - y + 5 = 0$.

- a) Gọi M là trung điểm cạnh BC . Khi đó $M(9;39)$
- b) Phương trình đường thẳng BC là: $x + 3y - 63 = 0$

c) Tọa độ đỉnh C là $C(-1;3)$

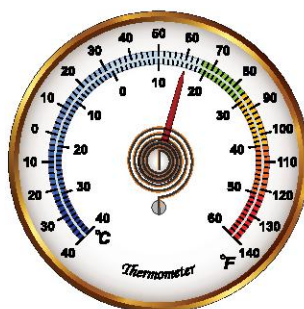
d) Tọa độ đỉnh B là $B\left(\frac{15}{7}; \frac{142}{7}\right)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Việc quy đổi nhiệt độ giữa đơn vị $^{\circ}\text{C}$ (Anders Celsius, 1701-1744) và đơn vị $^{\circ}\text{F}$ (Daniel Fahrenheit, 1686–1736) được xác định bởi hai mốc sau:

Nước đóng băng ở 0°C , 32°F ; nước sôi ở 100°C , 212°F .

Trong quy đổi đó, nếu $a^{\circ}\text{C}$ tương ứng với $b^{\circ}\text{F}$ thì trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(a;b)$ thuộc đường thẳng đi qua $A(0;32)$ và $B(100;212)$. Hỏi 100°F tương ứng với bao nhiêu $^{\circ}\text{C}$? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ và các điểm $M(0;2)$, $N(5;-3)$, $P(-2;-2)$, $Q(2;-4)$ lần lượt thuộc các đường thẳng chứa các cạnh AB, BC, CD, DA . Lập phương trình đường thẳng AB và tính diện tích hình vuông $ABCD$

Câu 3: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Một vector pháp tuyến của cạnh BC là $\vec{n}_{BC} = (a; -2)$. Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Gọi AM, AD lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác trong của tam giác. Các đường thẳng AM, AD lần lượt có phương trình là $x - y - 2 = 0, y = 0$. Giả sử $B(1;3)$. Biết tọa độ của điểm $C(a;b)$, Tính $a + b$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;2), B(1;5)$ và đỉnh C nằm trên đường thẳng $d: 2x - y - 8 = 0$. Tọa độ đỉnh $C(a;b)$, biết rằng C có tung độ âm và diện tích tam giác ABC bằng 2. Tính $a + 2b$

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;1), B(5;-2)$, đỉnh C thuộc đường thẳng $y - 4 = 0$, trọng tâm G thuộc đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$. Tìm tọa độ trọng tâm $G(a;b)$, tính $3a + b$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho tam giác ABC với $A(-1;-2)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x - y + 4 = 0$. Viết phương trình đường cao AH của tam giác.

Câu 2: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

Câu 3: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(5;-7)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB .

- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là:
- Câu 5:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ điểm B là điểm $K(0;2)$ và trung điểm cạnh AB là điểm $M(3;1)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC .
- Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có phương trình đường thẳng AB là $2x + y + 7 = 0$, phương trình đường thẳng AD là $x - 4y - 1 = 0$ và giao điểm của hai đường chéo AC, BD là $I(1; 2)$. Phương trình của đường thẳng BC là

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Xác định một vector pháp tuyến của đường thẳng d
- A.** $\vec{n} = (1; 2)$. **B.** $\vec{n} = (2; -1)$. **C.** $\vec{n} = (-2; 1)$. **D.** $\vec{n} = (-1; 2)$.

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ nên một vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (2; -1)$ do đó một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2)$.

- Câu 2:** Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -2)$. Trong các vector sau, vector nào là một vector chỉ phương của d ?
- A.** $\vec{u}_1 = (2; -4)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2; 4)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1; 2)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2; 1)$.

Lời giải

Đường thẳng d có VTPT: $\vec{n}(4; -2) \longrightarrow$ VTCP $\vec{u}(2; 4)$ hoặc $\frac{1}{2}\vec{u} = (1; 2)$.

- Câu 3:** Cho tam giác ABC có $A(2; 0), B(0; 3), C(-3; 1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là:
- A.** $5x - y + 3 = 0$. **B.** $5x + y - 3 = 0$. **C.** $x + 5y - 15 = 0$. **D.** $x - 15y + 15 = 0$.

Lời giải

$$\begin{cases} B(0; 3) \in d \\ \vec{u}_{AC} = \overrightarrow{AC} = (-5; 1) \rightarrow \begin{cases} B(0; 3) \in d \\ \vec{n}_d = (1; 5) \end{cases} \\ d \parallel AC \end{cases}$$

$$\rightarrow d: 1(x - 0) + 5(y - 3) = 0 \Leftrightarrow d: x + 5y - 15 = 0.$$

- Câu 4:** Cho tam giác ABC có $A(2; 3), B(5; 4); C(-1; -4)$. Viết phương trình tham số đường thẳng OG trong đó O là gốc tọa độ và điểm G là trọng tâm của tam giác ABC .
- A.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(2; 1)$, vector $\overrightarrow{OG} = (2; 1)$.

Đường thẳng OG đi qua $O(0; 0)$ nhận vector $\vec{u} = (2; 1)$ làm vector chỉ phương có dạng tham số là: $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$.

- Câu 5:** Đường trung trực của đoạn AB với $A(1; -4)$ và $B(1; 2)$ có phương trình là:
- A.** $y + 1 = 0$. **B.** $x + 1 = 0$. **C.** $y - 1 = 0$. **D.** $x - 4y = 0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB . Ta có

$$\begin{cases} A(1;-4), B(1;2) \rightarrow I(1;-1) \in d \\ d \perp AB \rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (0;6) = 6(0;1) \end{cases} \longrightarrow d: y+1=0.$$

Câu 6: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;5); B(4;2)$ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;5)$ nhận $\overrightarrow{AB} = (2;-3)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$.

Câu 7: Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $2x + 3y + 3 = 0$. Vector chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u} = (2;3)$. **B.** $\vec{u} = (3;2)$. **C.** $\vec{u} = (2;-3)$. **D.** $\vec{u} = (3;-2)$.

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình tổng quát $2x + 3y + 3 = 0$ nên có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2;3)$
 $\Rightarrow$ một vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (3;-2)$.

Câu 8: Cho điểm $A(2;3), B(-1;1)$. Viết phương trình đường thẳng AB ở dạng tham số.

A. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;-2)$, vector $\vec{u} = -\overrightarrow{AB} = (3;2)$.

Đường thẳng AB đi qua A nhận vector $\vec{u} = (3;2)$ là một vector chỉ phương.

Phương trình đường thẳng AB ở dạng tham số là: $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$.

Câu 9: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x + y - 1 = 0$. **B.** $-2x + y - 1 = 0$. **C.** $x + 2y + 1 = 0$. **D.** $2x + 3y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x - 5 \\ y = -9 - 2t \end{cases} \Rightarrow y = -9 - 2(x - 5) \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$.

Câu 10: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(3;1); B(4;3)$ là

A. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 1t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 1t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(3;1)$ nhận $\overrightarrow{AB} = (1;2)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$.

Câu 11: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4), B(-6;0)$ là:

- A.** $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$. **B.** $\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$. **C.** $\frac{-x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$. **D.** $\frac{-x}{6} + \frac{y}{4} = 1$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M(a;0), N(0;b)$ với $a, b \neq 0$ là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ có hệ số góc k nguyên dương. Viết phương trình đường thẳng d biết d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 0,5.

- A.** $d: x - 2y + 2 = 0$. **B.** $d: x - y + 1 = 0$. **C.** $d: x + y - 1 = 0$. **D.** $d: x - 4y + 4 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ và có hệ số góc k nguyên dương. Phương trình dạng $d: y = kx + 1$ hay $d: kx - y + 1 = 0$.

$$d \cap Ox = B\left(\frac{1}{k}; 0\right); d \cap Oy = C(0;1).$$

$$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot \left|\frac{1}{k}\right| \cdot 1 = \frac{1}{2|k|}$$

$$\text{Mà } S_{\triangle OBC} = 0,5 \text{ nên } \frac{1}{2|k|} = 0,5 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1(L) \\ k = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng là $d: x - y + 1 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y + 2 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \end{cases}$.

- a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1)$
 b) Đường thẳng Δ_2 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;-3)$
 c) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \end{cases}$.
 d) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là $x - 3y - 7 = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Đường thẳng $\Delta_1: x - y + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1)$ nên nhận $\vec{u}(1;1)$ là một vectơ chỉ phương, lại có Δ_1 đi qua điểm $A(0;2)$ nên phương trình tham số

$$\text{của } \Delta_1 \text{ là: } \begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \end{cases}$$

Đường thẳng $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(3;1)$ nên nhận $\vec{n}(1;-3)$

là một vector pháp tuyến, lại có Δ_2 đi qua điểm $M(1; -2)$ nên phương trình tổng quát của Δ_2 là:
 $(x-1) - 3(y+2) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 7 = 0$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1; -1), E(2; 1), F(3; 5)$.

- Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vec tơ chỉ phương
- Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.
- Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$.
- Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận $\overrightarrow{EF}(1; 4)$ là một vector pháp tuyến. Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là:
 $(x-1) + 4(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 3 = 0$.

Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2; 2)$. Đường trung tuyến kẻ từ E có vector chỉ phương là $\overrightarrow{EI}(0; 1)$ nên nhận $n(1; 0)$ là một vector pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Câu 3: Cho tam giác MNP có phương trình đường thẳng chứa cạnh MN là $2x + y + 1 = 0$, phương trình đường cao $MK(K \in NP)$ là $x + y - 1 = 0$, phương trình đường cao $NQ(Q \in MP)$ là $3x - y + 4 = 0$.

- Điểm M có tọa độ là $(-2; 3)$.
- Điểm N có tọa độ là $(-1; 1)$.
- Phương trình đường thẳng NP là $2x - y + 3 = 0$.
- Phương trình đường thẳng MP là: $2x + 3y - 5 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$.

Suy ra điểm M có tọa độ là $(-2; 3)$.

Tọa độ của điểm N là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ 3x - y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Suy ra điểm N có tọa độ là $(-1; 1)$.

Các đường cao MK và NQ có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1(1; 1), \vec{n}_2(3; -1)$.

Do đó các đường thẳng NP, MP lần lượt nhận $\vec{n}_3(1; -1), \vec{n}_4(1; 3)$ là vector pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng chứa cạnh NP đi qua điểm $N(-1; 1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_3(1; -1)$ là: $(x+1) - (y-1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0$.

Phương trình đường thẳng chứa cạnh MP đi qua điểm $M(-2; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_4(1; 3)$ là: $(x+2) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 7 = 0$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; 4)$, đường trung trực cạnh BC có phương trình $3x - y + 1 = 0$, đường trung tuyến kẻ từ C có phương trình $2x - y + 5 = 0$.

- a) Gọi M là trung điểm cạnh BC . Khi đó $M(9;39)$
 b) Phương trình đường thẳng BC là: $x + 3y - 63 = 0$
 c) Tọa độ đỉnh C là $C(-1;3)$
 d) Tọa độ đỉnh B là $B\left(\frac{15}{7}; \frac{142}{7}\right)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Gọi M là trung điểm cạnh BC . Vì M nằm trên đường trung trực cạnh BC nên giả sử $M(t; 3t+1)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Vì G nằm trên đường trung tuyến kẻ từ C nên giả sử $G(s; 2s+5)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (t-3; 3t-3)$, $\overrightarrow{AG} = (s-3; 2s+1)$. Khi đó

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} t-3 = \frac{3}{2}(s-3) \\ 3t-3 = \frac{3}{2}(2s+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-3s = -3 \\ 6t-6s = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{15}{2} \\ s = 6. \end{cases}$$

Suy ra $M\left(\frac{9}{2}; \frac{39}{2}\right)$

Đường thẳng BC đi qua $M\left(\frac{9}{2}; \frac{39}{2}\right)$ và vuông góc với đường thẳng $3x - y + 1 = 0$ nên ta có

$$\text{phương trình đường thẳng } BC \text{ là: } 1 \cdot \left(x - \frac{9}{2}\right) + 3 \cdot \left(y - \frac{39}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 63 = 0$$

$$\text{Toạ độ đỉnh } C \text{ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} x + 3y - 63 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{48}{7} \\ y = \frac{131}{7}. \end{cases}$$

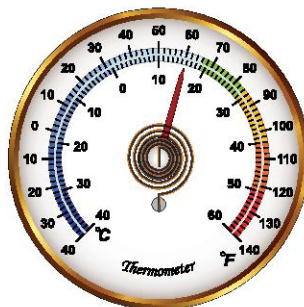
Suy ra $C\left(\frac{48}{7}; \frac{131}{7}\right)$. Vì M là trung điểm BC nên $B\left(\frac{15}{7}; \frac{142}{7}\right)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Việc quy đổi nhiệt độ giữa đơn vị $^{\circ}\text{C}$ (Anders Celsius, 1701-1744) và đơn vị $^{\circ}\text{F}$ (Daniel Fahrenheit, 1686-1736) được xác định bởi hai mốc sau:

Nước đóng băng ở 0°C , 32°F ; nước sôi ở 100°C , 212°F .

Trong quy đổi đó, nếu $a^{\circ}\text{C}$ tương ứng với $b^{\circ}\text{F}$ thì trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(a; b)$ thuộc đường thẳng đi qua $A(0; 32)$ và $B(100; 212)$. Hỏi 100°F tương ứng với bao nhiêu $^{\circ}\text{C}$? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 38

Đường thẳng AB đi qua $A(0;32)$ và $B(100;212)$ có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (100;180)$ nên đường thẳng AB có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (9;-5)$.

Khi đó phương trình đường thẳng AB là: $9x - 5y + 160 = 0$.

Khi đó 100°F tương ứng với $\frac{340}{9} \approx 38^\circ\text{C}$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ và các điểm $M(0;2)$, $N(5;-3)$, $P(-2;-2)$, $Q(2;-4)$ lần lượt thuộc các đường thẳng chứa các cạnh AB, BC, CD, DA . Lập phương trình đường thẳng AB và tính diện tích hình vuông $ABCD$

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi $\vec{n}_{AB} = (a;b) (a^2 + b^2 > 0)$ là vector pháp tuyến của đường thẳng AB . Đường thẳng AB đi qua $M(0;2)$ nên có phương trình dạng: $a(x-0) + b(y-2) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 2b = 0$.

Đường thẳng BC vuông góc với AB nên ta có thể chọn $\vec{n}_{BC} = (b;-a)$ làm vector pháp tuyến của đường thẳng BC . Đường thẳng BC đi qua $N(5;-3)$ nên có phương trình dạng:

$$b(x-5) - a(y+3) = 0 \Leftrightarrow bx - ay - 5b - 3a = 0.$$

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $d(P, AB) = d(Q, BC)$. Do đó, ta có:

$$\frac{|-2a - 2b - 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2b + 4a - 5b - 3a|}{\sqrt{b^2 + a^2}} \Leftrightarrow |2a + 4b| = |a - 3b|.$$

Suy ra $a = -7b$ hoặc $3a = -b$

Với $a = -7b$ ta chọn $b = 1, a = -7$. Suy ra phương trình đường thẳng AB là:

$$-7x + y - 2 = 0, d(P, AB) = \sqrt{2}$$

Vậy diện tích hình vuông $ABCD$ bằng: $(\sqrt{2})^2 = 2$

Với $3a = -b$ ta chọn $a = 1, b = -3$. Suy ra phương trình đường thẳng AB là: $x - 3y + 6 = 0$

và $d(P, AB) = \sqrt{10}$

Vậy diện tích hình vuông $ABCD$ bằng $(\sqrt{10})^2 = 10$

Câu 3: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Một vector pháp tuyến của cạnh BC là $\vec{n}_{BC} = (a;-2)$. Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1

Đường thẳng BH vuông góc với $AC : 4x + 7y - 21 = 0$ nên có phương trình: $7x - 4y + m = 0$

Đường thẳng BH đi qua $H(1;1)$ nên $7.1 - 4.1 + m = 0 \Rightarrow m = -3 \Rightarrow BH : 7x - 4y - 3 = 0$

Khi đó: $B = BH \cap AB$ thì tọa độ B thỏa hệ $\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 7x - 4y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = \frac{-19}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$

Tọa độ A thỏa hệ $\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(0;3)$ khi $\overrightarrow{AH} = (1; -2)$

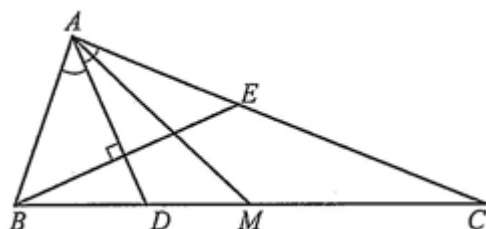
Đường thẳng BC đi qua $B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$ và nhận $\overrightarrow{AH} = (1; -2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Khi đó $a = 1$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Gọi AM, AD lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác trong của tam giác. Các đường thẳng AM, AD lần lượt có phương trình là $x - y - 2 = 0, y = 0$. Giả sử $B(1;3)$. Biết tọa độ của điểm $C(a;b)$, Tính $a + b$

Lời giải

Trả lời: -6



Tọa độ A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} y = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$.

Suy ra $A(2;0)$. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AD thì ta có $E \in AC$ và $E(1; -3)$

Đường thẳng AC đi qua hai điểm A và E nên phương trình đường thẳng AC là:

$$\frac{x-2}{1-2} = \frac{y-0}{-3-0} \Leftrightarrow 3x - y - 6 = 0$$

Điểm C thuộc đường thẳng AC, M là trung điểm BC nên giả sử $C(c; 3c-6)$ và

$$M\left(\frac{c+1}{2}; \frac{3c-3}{2}\right)$$

Điểm M thuộc đường thẳng AM nên $\frac{c+1}{2} - \frac{3c-3}{2} - 2 = 0 \Leftrightarrow c = 0$. Vậy $C(0; -6)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;2), B(1;5)$ và đỉnh C nằm trên đường thẳng $d : 2x - y - 8 = 0$. Tọa độ đỉnh $C(a;b)$, biết rằng C có tung độ âm và diện tích tam giác ABC bằng 2. Tính $a + 2b$

Lời giải

Trả lời: -4

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} \Leftrightarrow 3x + y - 8 = 0$. C nằm trên đường thẳng d nên giả sử $C(t; 2t-8)$.

Ta có: $AB = \sqrt{(1-2)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$. Do $S_{\triangle ABC} = 2$ suy ra $d(C, AB) = \frac{4}{\sqrt{10}}$. Khi đó

$$\frac{|3t + (2t-8) - 8|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |5t - 16| = 4. \text{ Suy ra } t = 4 \text{ hoặc } t = \frac{12}{5}. \text{ Với } t = 4 \text{ thì } 2t - 8 = 0 \text{ (loại)}$$

vì C có tung độ âm). Với $t = \frac{12}{5}$ thì $2t - 8 = \frac{-16}{5}$. Vậy $C\left(\frac{12}{5}; \frac{-16}{5}\right)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;1), B(5;-2)$, đỉnh C thuộc đường thẳng $y - 4 = 0$, trọng tâm G thuộc đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$. Tìm tọa độ trọng tâm $G(a;b)$, tính $3a + b$

Lời giải

Trả lời: -3

Đỉnh C nằm trên đường thẳng $y - 4 = 0$ nên giả sử $C(c;4)$. Giả sử $G(a;b)$. Vì G là trọng tâm tam giác nên $a = \frac{6+c}{3}, b = 1$.

Do G nằm trên đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$ nên $3\left(\frac{6+c}{3}\right) - 2 + 6 = 0 \Leftrightarrow c = -10$. Suy ra

$$G\left(-\frac{4}{3}; 1\right).$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho tam giác ABC với $A(-1;-2)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x - y + 4 = 0$. Viết phương trình đường cao AH của tam giác.

Trả lời: $x + y + 3 = 0$

Lời giải

Đường cao AH vuông góc với BC nên nhận $\vec{u} = (1; -1)$ làm vector chỉ phương, suy ra AH có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1)$.

Phương trình tổng quát $AH: 1(x+1) + 1(y+2) = 0$ hay $x + y + 3 = 0$.

Câu 2: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân nên đường thẳng d tạo với trục Ox góc 45° .

Vậy hệ số góc k của đường thẳng d thỏa mãn $|k| = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -1 \end{cases}$.

Với $k = 1$, khi đó phương trình đường thẳng d là $y = 1 \cdot (x - 2) - 3 \Leftrightarrow y = x - 5$.

Với $k = -1$, khi đó phương trình đường thẳng d là $y = -1(x - 2) - 3 \Leftrightarrow y = -x - 1$.

Câu 3: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(5; -7)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB .

Lời giải

Đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm $A(a; 0)$.

Đường thẳng d cắt trục tung tại điểm $B(0; b)$.

$$\text{Ta có } M \text{ là trung điểm của } AB \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = \frac{a+0}{2} \\ -7 = \frac{0+b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = -14 \end{cases}.$$

Đường thẳng d đi qua hai điểm $A(10; 0)$ và $B(0; -14) \Rightarrow d: \frac{x}{10} - \frac{y}{14} = 1$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là:

Lời giải

$$\text{Tọa độ của } A \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 5x - 2y = -6 \\ 4x + 7y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Suy ra $A(0;3) \Rightarrow \overline{AH} = (1; -2)$.

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow (BH): 7x - 4y + d = 0$.

Mà $H(1;1) \in (BH) \Rightarrow d = -3$ suy ra $(BH): 7x - 4y - 3 = 0$ và $\{B\} = AB \cap BH$.

$$\text{Tọa độ của } B \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 5x - 2y = -6 \\ 7x - 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -\frac{19}{2} \end{cases}.$$

Suy ra $B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$.

Đường thẳng (BC) nhận $\overline{AH} = (1; -2)$ là VTPT và qua $B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $(BC): (x+5) - 2\left(y + \frac{19}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 14 = 0$.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ điểm B là điểm $K(0;2)$ và trung điểm cạnh AB là điểm $M(3;1)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC .

Lời giải

Đường cao BK đi qua hai điểm H, K nên có phương trình: $2x + y - 2 = 0$.

Do $AC \perp BK \Rightarrow AC: x - 2y + m = 0$.

Mà $K \in AC \Rightarrow 0 - 2 \cdot 2 + m = 0 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow AC: x - 2y + 4 = 0$.

Giả sử $A(2a - 4; a) \in AC$ và $B(b; 2 - 2b) \in BK$.

Vì $M(3;1)$ là trung điểm của AB nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2a - 4 + b = 2 \cdot 3 \\ a + 2 - 2b = 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 10 \\ a - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow A(4;4), B(2; -2).$$

Do đường thẳng chứa cạnh BC đi qua điểm B và nhận vector $\overline{HA} = (3;4)$ làm VTPT nên có phương trình $3x + 4y + 2 = 0$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có phương trình đường thẳng AB là $2x + y + 7 = 0$, phương trình đường thẳng AD là $x - 4y - 1 = 0$ và giao điểm của hai đường chéo AC, BD là $I(1;2)$. Phương trình của đường thẳng BC là

Lời giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y + 7 = 0 \\ x - 4y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$. Vậy $A(-3; -1)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên I là trung điểm của AC .

Ta có: $\begin{cases} 1 = \frac{-3 + x_C}{2} \\ 2 = \frac{-1 + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 5 \\ y_C = 5 \end{cases}$. Vậy $C(5; 5)$.

Đường thẳng BC song song với đường thẳng AD nên phương trình đường thẳng BC có dạng: $x - 4y + c = 0$ với $c \neq -1$.

$C(5; 5)$ thuộc đường thẳng BC nên: $5 - 4.5 + c = 0 \Leftrightarrow c = 15$.

Vậy phương trình đường thẳng BC là: $x - 4y + 15 = 0$

----- **HẾT** -----

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNGBÀI. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI – GÓC – KHOẢNG CÁCH
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 3 = 0$ và $d_2: x + 2y + 1 = 0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. $d_1 \equiv d_2$. B. $d_1 // d_2$.
C. $d_1 \perp d_2$. D. Cắt nhau và không vuông góc.

Câu 2: Xác định a để hai đường thẳng $d_1: ax + 3y - 4 = 0$, $d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$ và đường thẳng chứa trục hoành đồng quy.

- A. $a = 2$. B. $a = -2$. C. $a = 1$. D. $a = -1$.

Câu 3: Cho ba đường thẳng: $d_1: 2x - 5y + 3 = 0$, $d_2: x - 3y - 7 = 0$, $\Delta: 4x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với Δ sao cho d_1 , d_2 và d đồng quy.

- A. $x + 4y + 24 = 0$. B. $x - 4y - 24 = 0$. C. $x - 4y + 24 = 0$. D. $x + 4y - 24 = 0$.

Câu 4: Tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y + 4 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ cắt nhau.

- A. $m \neq -\frac{1}{2}$. B. $m \neq 2$. C. $m \neq \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 5: Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau?

- A. $a = -2$. B. $a = 2$. C. $a = -1$. D. $a = 1$.

Câu 6: Tìm tập hợp các điểm có tỉ số các khoảng cách đến hai đường thẳng d_1, d_2 bằng $\frac{5}{13}$:
 $d_1: 5x - 12y + 4 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 10 = 0$.

- A. $x - 9y - 14 = 0$; $3x - 5y - 6 = 0$. B. $9x - 5y - 6 = 0$; $9x - y + 14 = 0$.
C. $x + 9y - 14 = 0$; $9x + 9y - 6 = 0$. D. $x - 9y + 14 = 0$; $9x - 15y - 6 = 0$.

Câu 7: Cho đường thẳng $d_1: x + 2y - 2 = 0$ và $d_2: x - y = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

- Câu 8:** Trong mặt phẳng Oxy , cosin góc giữa hai đường thẳng $d: 5x + y - 3 = 0$ và $d': \frac{x}{-1} + \frac{y}{5} = 1$ bằng
- A. $\frac{12}{13}$. B. 0. C. $-\frac{12}{13}$. D. $\frac{6}{13}$.
- Câu 9:** Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(1;1), B(3;2), C(1;3)$. Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng
- A. $26^\circ 34'$. B. $63^\circ 26'$. C. $63^\circ 25'$. D. $26^\circ 35'$.
- Câu 10:** Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(2;5)$ và song song với đường thẳng $d': \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 7 + 3t \end{cases}$ là
- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 7t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$.
- Câu 11:** Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$ là:
- A. $-x + 2y - 5 = 0$. B. $x + 2y - 3 = 0$. C. $x + 2y = 0$. D. $x - 2y + 5 = 0$.
- Câu 12:** Cho hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 19 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$. Đường thẳng nào sau đây đồng qui với hai đường thẳng trên:
- A. $2x + 3y + 19 = 0$. B. $3x - 2y + 4 = 0$. C. $x - y + 4 = 0$. D. $-5x + 2y + 3 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 7 + 5t' \\ y = -3 + 6t' \end{cases}$.
- a) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (5; -6)$, $\vec{u}_2 = (5; 6)$.
- b) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 song song với nhau.
- c) $M(7;3)$ là giao điểm hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 .
- d) Một đường thẳng d vuông với Δ_1 và đi qua $M(1;2)$ có phương trình là $d: 5x - 6y + 7 = 0$.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm $A(4;2)$.
- a) Đường thẳng $d_1: 2x - y + 1 = 0$ vuông góc với đường thẳng Δ .
- b) $d(A, \Delta) = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
- c) Đường thẳng $d_2: x + 2y = 0$ đi qua điểm A và song song với đường thẳng Δ .
- d) Gọi d_3 là đường thẳng có hệ số góc dương, đi qua điểm A và tạo với đường thẳng Δ một góc 45° có. Khi đó, điểm $B(5; -1)$ thuộc đường thẳng d_3 .

- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y + 3 = 0$ và $d_2: -3x + y - 17 = 0$.
- $d_1 \perp d_2$.
 - $I\left(\frac{13}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2 .
 - Góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135° .
 - Gọi A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) và B là điểm thuộc đường thẳng d_2 sao cho tam giác OAB vuông cân tại B . Khi đó, có 2 điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán.
- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho ba điểm $A(3;0)$, $B(0;4)$ và $C(-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$
- Phương trình đường thẳng Δ là $4x + 3y - 12 = 0$.
 - Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình $-3x + 4y + 9 = 0$.
 - $d(C, \Delta) = 5$.
 - Điểm M nằm trên trục Oy (M khác điểm O) sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6 có tung độ dương.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{4}$ và hai điểm $M(-2;3)$, $N(4;-1)$. Đường thẳng Δ vuông góc d và khoảng cách từ M đến Δ gấp 2 lần khoảng cách từ N đến Δ . Phương trình đường thẳng Δ dạng $ax + by + c = 0$ với a, b và c là các số thực dương. Tính $P = a.b.c$.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-2;5)$, $C(3;-4)$. Diện tích tam giác ABC bằng:
- Câu 3:** Trên mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD . Giá trị $2a + b$ bằng bao nhiêu?
- Câu 4:** Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình radar của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng km) tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$ còn vị trí tàu B có tọa độ là $(4 + 25t; 33t)$. Hai tàu chuyển động theo hai đường thẳng trên biển lần lượt có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1, \vec{u}_2$. Tích $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ bằng bao nhiêu?
- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2;5)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trên trục hoành sao cho đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$ cách đều hai điểm A, M .

Câu 6: Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$. Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát, hai tàu gần nhau nhất? (đơn vị giây, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(1; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x - 2y + 1 = 0$:

Câu 2: Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $d_1: 2x - y = 0$, $d_2: x + y + 3 = 0$ và $d_3: mx - y + 5 = 0$ phân biệt và đồng quy.

A. $m = -5$.

B. $m = -7$.

C. $m = 5$.

D. $m = 7$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có $M(2; 0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Lập phương trình của đường thẳng AB .

Câu 4: Lập phương trình đường thẳng đi qua $A(2; 3)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x + y - 4 = 0$ một góc bằng 45° .

Câu 5: Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; 2)$ và song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 2. Biết $A(0; 2), B(3; 0)$ và giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành nằm trên đường thẳng $y = -x$. Tìm tọa độ các điểm C và D .

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - y + 3 = 0$ và $d_2 : x + 2y + 1 = 0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. $d_1 \equiv d_2$. B. $d_1 // d_2$.
C. $d_1 \perp d_2$. D. Cắt nhau và không vuông góc.

Lời giải

Chọn C

Ta có: d_1 và d_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -1)$, $\vec{n}_2 = (1; 2)$.

Mà $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2.1 + (-1).2 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Rightarrow d_1$ và d_2 vuông góc.

Câu 2: Xác định a để hai đường thẳng $d_1 : ax + 3y - 4 = 0$, $d_2 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$ và đường thẳng chứa trục hoành đồng quy.

- A. $a = 2$. B. $a = -2$. C. $a = 1$. D. $a = -1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là giao điểm của 3 đường thẳng $d_1; d_2$ và đường thẳng chứa trục hoành.

$$M \in d_2 \Rightarrow M(-1+t; 3+3t), M \in Ox \Rightarrow 3+3t=0 \Leftrightarrow t=-1.$$

Suy ra $M(-2; 0)$.

$$M \in d_1 \Rightarrow a(-2) + 3.0 - 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2.$$

Vậy $a = -2$ là giá trị cần tìm.

Câu 3: Cho ba đường thẳng: $d_1 : 2x - 5y + 3 = 0$, $d_2 : x - 3y - 7 = 0$, $\Delta : 4x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với Δ sao cho d_1 , d_2 và d đồng quy.

- A. $x + 4y + 24 = 0$. B. $x - 4y - 24 = 0$. C. $x - 4y + 24 = 0$. D. $x + 4y - 24 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - 5y + 3 = 0 \\ x - 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -44 \\ y = -17 \end{cases}$.

Vì d_1 , d_2 và d đồng quy nên đường thẳng d đi qua điểm $A(-44; -17)$

Δ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (4; 1)$ nên có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; -4)$.

Vì $d \perp \Delta$ nên d có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_d = (1; -4)$.

Phương trình đường thẳng d là: $1(x + 44) - 4(y + 17) = 0 \Leftrightarrow x - 4y - 24 = 0$.

Câu 4: Tìm m để hai đường thẳng $d_1 : 2x - 3y + 4 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ cắt nhau.

- A. $m \neq -\frac{1}{2}$. B. $m \neq 2$. C. $m \neq \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} d_1 : 2x - 3y + 4 = 0 \\ d_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (2; -3) \\ \vec{n}_2 = (4m; -3) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \frac{4m}{2} \neq \frac{-3}{-3} \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}.$$

Câu 5: Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng $d_1 : 2x - 4y + 1 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau?

A. $a = -2$.

B. $a = 2$.

C. $a = -1$.

D. $a = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{cases} d_1 : 2x - 4y + 1 = 0 \\ d_2 : \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (1; -2) \\ \vec{n}_2 = (a+1; a) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \perp d_2} \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow a+1-2a=0 \Leftrightarrow a=1.$$

Câu 6: Tìm tập hợp các điểm có tỉ số các khoảng cách đến hai đường thẳng d_1, d_2 bằng $\frac{5}{13}$:

$$d_1 : 5x - 12y + 4 = 0 \text{ và } d_2 : 4x - 3y - 10 = 0.$$

A. $x - 9y - 14 = 0$; $3x - 5y - 6 = 0$.

B. $9x - 5y - 6 = 0$; $9x - y + 14 = 0$.

C. $x + 9y - 14 = 0$; $9x + 9y - 6 = 0$.

D. $x - 9y + 14 = 0$; $9x - 15y - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x; y)$.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} d(M, d_1) &= \frac{5}{13} d(M, d_2) \Leftrightarrow \frac{|5x - 12y + 4|}{13} = \frac{5}{13} \frac{|4x - 3y - 10|}{5} \Leftrightarrow |5x - 12y + 4| = |4x - 3y - 10| \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 12y + 4 = 4x - 3y - 10 \\ 5x - 12y + 4 = -4x + 3y + 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x - 9y + 14 = 0 \\ 9x - 15y - 6 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 7: Cho đường thẳng $d_1 : x + 2y - 2 = 0$ và $d_2 : x - y = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} d_1 : x + 2y - 2 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; 2) \\ d_2 : x - y = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; -1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|1-2|}{\sqrt{1+4} \cdot \sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , cosin góc giữa hai đường thẳng $d : 5x + y - 3 = 0$ và $d' : \frac{x}{-1} + \frac{y}{5} = 1$ bằng

A. $\frac{12}{13}$.

B. 0 .

C. $-\frac{12}{13}$.

D. $\frac{6}{13}$.

Lời giải

Chọn A

d nhận $\vec{n} = (5; 1)$ là 1 vectơ pháp tuyến.

d' nhận $\vec{n}' = (5; -1)$ là 1 vectơ pháp tuyến.

$$\Rightarrow \cos(d, d') = \frac{|5.5 + 1(-1)|}{\sqrt{25+1}\sqrt{25+1}} = \frac{12}{13}.$$

- Câu 9:** Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(1;1), B(3;2), C(1;3)$. Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng
- A.** $26^\circ 34'$. **B.** $63^\circ 26'$. **C.** $63^\circ 25'$. **D.** $26^\circ 35'$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;1), \overrightarrow{AC} = (0;2)$ lần lượt là vector chỉ phương của hai đường thẳng AB, AC

$$\Rightarrow \cos(AB, AC) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow (AB, AC) \approx 63^\circ 26'.$$

- Câu 10:** Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(2;5)$ và song song với đường thẳng

$$d': \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 7 + 3t \end{cases} \text{ là}$$

- A.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Vì $d \parallel d'$ nên d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (-2;3)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;5)$ nhận $\vec{u} = (-2;3)$ làm vector chỉ phương nên

$$\text{có phương trình tham số là } \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}.$$

- Câu 11:** Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$ là:

- A.** $-x + 2y - 5 = 0$. **B.** $x + 2y - 3 = 0$. **C.** $x + 2y = 0$. **D.** $x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Ta có $d \perp \Delta$ nên d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2)$.

Mà đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là:

$$x + 1 + 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0.$$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$.

- Câu 12:** Cho hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 19 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$. Đường thẳng nào sau đây đồng qui với hai đường thẳng trên:

- A.** $2x + 3y + 19 = 0$. **B.** $3x - 2y + 4 = 0$. **C.** $x - y + 4 = 0$. **D.** $-5x + 2y + 3 = 0$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y - 19 = 0 \\ x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(22 + 2t) + 3(55 + 5t) - 19 = 0 \\ x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -10 \\ x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow A(2;5).$$

Thay tọa độ điểm $A(2;5)$ vào các đường thẳng ta chọn đáp án $3x - 2y + 4 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 7 + 5t' \\ y = -3 + 6t' \end{cases}$.

- a) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (5; -6)$, $\vec{u}_2 = (5; 6)$.
 b) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 song song với nhau.
 c) $M(7;3)$ là giao điểm hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 .
 d) Một đường thẳng d vuông với Δ_1 và đi qua $M(1;2)$ có phương trình là $d : 5x - 6y + 7 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

- a) Đúng: Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (5; -6)$, $\vec{u}_2 = (5; 6)$.
 b) Sai: Vì $\vec{u}_1 = (5; -6)$, $\vec{u}_2 = (5; 6) \Rightarrow \frac{5}{5} \neq \frac{-6}{6}$ nên hai vector chỉ phương của hai đường thẳng đã cho này không cùng phương. Vì vậy hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau.
 c) Sai: $\begin{cases} 2 + 5t = 7 + 5t' \\ 3 - 6t = -3 + 6t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5t - 5t' = 5 \\ -6t - 6t' = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases} \Rightarrow M(7; -3)$ là giao điểm của hai đường Δ_1, Δ_2 .
 d) Đúng: $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases} \Rightarrow \Delta_1 : 6x + 5y - 27 = 0$ nên đường thẳng d vuông góc với Δ_1 có phương trình $d : 5x - 6y + c = 0$. Vì $d : 5x - 6y + c = 0$ đi qua điểm $M(1;2)$ nên ta có:
 $5.1 - 6.2 + c = 0 \Leftrightarrow c = 7 \Rightarrow d : 5x - 6y + 7 = 0$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm $A(4;2)$.

- a) Đường thẳng $d_1 : 2x - y + 1 = 0$ vuông góc với đường thẳng Δ .
 b) $d(A, \Delta) = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
 c) Đường thẳng $d_2 : x + 2y = 0$ đi qua điểm A và song song với đường thẳng Δ .
 d) Gọi d_3 là đường thẳng có hệ số góc dương, đi qua điểm A và tạo với đường thẳng Δ một góc 45° có. Khi đó, điểm $B(5; -1)$ thuộc đường thẳng d_3 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

- a) Có: $\vec{n} = (1; 2)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng Δ .
 Có: $\vec{n}_1 = (2; -1)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng d_1 .
 Có: $\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = 1.2 + 2.(-1) = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{n}_1$ nên $\Delta \perp d_1$.
 b) Phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $x + 2y - 5 = 0$

$$d(A, \Delta) = \frac{|4 + 2 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

c) Phương trình tổng quát đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng Δ là:

$$1 \cdot (x - 4) + 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 8 = 0.$$

d) Gọi d_3 là đường thẳng đi qua điểm A và tạo với đường thẳng Δ một góc 45° .

Giả sử d_3 có VTPT là $\vec{n} = (a; b)$ ($a^2 + b^2 \neq 0$). Khi đó:

$$\cos(\Delta, d_3) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|1 \cdot a + 2 \cdot b|}{\sqrt{1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}|a + 2b| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot (a^2 + 4ab + 4b^2) = 5(a^2 + b^2) \Leftrightarrow -3a^2 + 8ab + 3b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -b \\ a = 3b \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $3a = -b$. Cho $a = 1 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow \vec{n} = (1; -3)$ là một vector pháp của đường thẳng d_3 (thỏa mãn điều kiện hệ số góc dương).

Khi đó, phương trình đường thẳng d_3 là: $1 \cdot (x - 4) - 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 2 = 0$

Thay tọa độ điểm $B(5; -1)$ vào phương trình đường thẳng d_3 có $5 - 3 \cdot (-1) + 2 = 10 \neq 0 \Rightarrow$ điểm B không thuộc đường thẳng d_3 .

Trường hợp 2: $a = 3b$. Cho $b = 1 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \vec{n} = (3; 1)$ là một vector pháp của đường thẳng d_3 (không thỏa mãn điều kiện hệ số góc dương).

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y + 3 = 0$ và $d_2: -3x + y - 17 = 0$.

a) $d_1 \perp d_2$.

b) $I\left(\frac{13}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2 .

c) Góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135° .

d) Gọi A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) và B là điểm thuộc đường thẳng d_2 sao cho tam giác OAB vuông cân tại B . Khi đó, có 2 điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

a) Có: $\vec{n}_1 = (2; -4)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng d_1 .

Có: $\vec{n}_2 = (-1; 3)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng d_2 .

Có: $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot (-1) + (-4) \cdot 3 = -14 \neq 0$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 không vuông góc với nhau.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 4y + 3 = 0 \\ -3x + y - 17 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{13}{2}; -\frac{5}{2}\right)$$
 là tọa độ giao điểm

của 2 đường thẳng d_1 và d_2 .

$$c) \cos(d_1, d_2) = \frac{|2 \cdot (-3) + (-4) \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1; d_2) = 45^\circ$$

d) A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) $\Rightarrow A(a; 0)$ với $a \neq 0$

B là điểm thuộc đường thẳng $d_2 \Rightarrow B(b; 3b+17)$

tam giác OAB vuông cân tại $B \Rightarrow b = \frac{a}{2} \Rightarrow B\left(\frac{a}{2}; \frac{3a+34}{2}\right)$

$$\overrightarrow{OB} = \left(\frac{a}{2}; \frac{3a+34}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{3a+34}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \left(-\frac{a}{2}\right) \cdot \frac{a}{2} + \frac{3a+34}{2} \cdot \frac{3a+34}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+34 = a \\ 3a+34 = -a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -17 \\ a = \frac{17}{2} \end{cases}$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho ba điểm $A(3;0)$, $B(0;4)$ và $C(-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$

a) Phương trình đường thẳng Δ là $4x+3y-12=0$.

b) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình $-3x+4y+9=0$.

c) $d(C, \Delta) = 5$.

d) Điểm M nằm trên trục Oy (M khác điểm O) sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6 có tung độ dương.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Phương trình đường thẳng Δ đi qua 2 điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$ có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-3;4) \Rightarrow \vec{n} = (4;3)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng Δ .

Khi đó, phương trình đường thẳng Δ là $4(x-3)+3(y-0)=0 \Leftrightarrow 4x+3y-12=0$.

b) Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng Δ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (-3;4)$.

Khi đó: Phương trình đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng Δ là: $-3(x-3)+4y=0 \Leftrightarrow -3x+4y+9=0$

$$c) d(C, \Delta) = \frac{|4 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{7}{5}$$

d) Gọi $M(0; m) \in Oy$.

$$S_{MAB} = \frac{1}{2} |OA| |MB| = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{0^2 + (m-4)^2} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |m-4| \Leftrightarrow 6 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |m-4| \Leftrightarrow \begin{cases} m=8 \\ m=0 \end{cases}$$

Vậy $M(0;8)$ là điểm cần tìm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{4}$ và hai điểm $M(-2;3)$, $N(4;-1)$. Đường thẳng Δ vuông góc d và khoảng cách từ M đến Δ gấp 2 lần khoảng cách từ N đến Δ . Phương trình đường thẳng Δ dạng $ax+by+c=0$ với a, b và c là các số thực dương. Tính $P=a.b.c$.

Lời giải

Trả lời: 40

Vì Δ vuông góc d nên đường thẳng Δ có dạng: $x+4y+c=0$.

Theo giả thiết ta có: $d(M, \Delta) = 2d(N, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|-2+4.3+c|}{\sqrt{17}} = 2 \cdot \frac{|4-4.1+c|}{\sqrt{17}} \Leftrightarrow |c+10| = 2|c|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 10 \\ c = -\frac{10}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là: $x+4y+10=0$.

Ta được $a=1$; $b=4$; $c=10$. Do đó $P=1.4.10=40$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-2;5)$, $C(3;-4)$. Diện tích tam giác ABC bằng:

Lời giải

Trả lời: 6

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB nên $\vec{u}=(1;1)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB .

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $1(x-1)+1(y-2)=0 \Leftrightarrow x+y-3=0$.

Ta có: $d(C, AB) = \frac{|3-4-3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

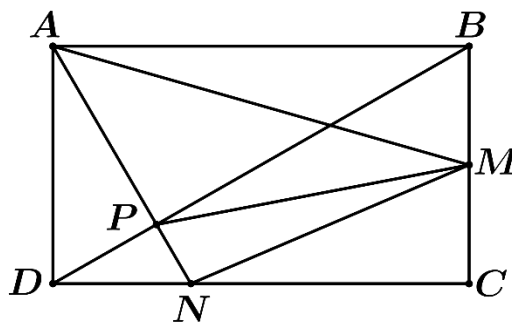
$$AB = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}.$$

Vậy diện tích tam giác ABC bằng: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.d(C, AB) = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 6$.

Câu 3: Trên mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x-y-3=0$. Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD . Giá trị $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 7



Ta chứng minh được $MP \perp AN$ nên P là hình chiếu của M trên AN .

Gắn hệ trục tọa độ Dxy , $D(0;0), C(1;0), B(1;1), A(0;1)$. Khi đó $M\left(1; \frac{1}{2}\right); N\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Phương trình đường thẳng $BD: y = x$. Phương trình đường thẳng $AN: 3x + y = 1$.

Điểm $P\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MP} = \left(\frac{-3}{4}; \frac{-1}{4}\right); \overrightarrow{AN} = \left(\frac{1}{3}; -1\right) \Rightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \Rightarrow MP \perp AN$ (đpcm).

Phương trình đường thẳng MP qua M và vuông góc với AN là $x + 2y - \frac{13}{2} = 0$.

Mặt khác P là giao điểm MP và AN nên tọa độ P là nghiệm hệ
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Từ đó: $a = \frac{5}{2}, b = 2 \Rightarrow 2a + b = 7$.

Câu 4: Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình radar của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng km) tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức
$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$$
 còn vị trí tàu B có tọa độ là $(4 + 25t; 33t)$. Hai tàu chuyển động theo hai đường thẳng trên biển lần lượt có vector chỉ phương là $\vec{u}_1, \vec{u}_2$. Tích $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0

Hai đường đi (giả sử là hai đường thẳng d_1, d_2) của hai tàu có cặp vector chỉ phương

$$\vec{u}_1 = (-33; 25), \vec{u}_2 = (25; 33) \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0.$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2; 5)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trên trục hoành sao cho đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$ cách đều hai điểm A, M .

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi $M(a; 0)$ là điểm thuộc trục hoành. Khoảng cách từ A, M đến đường thẳng

$\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$ lần lượt là $\frac{1}{\sqrt{13}}, \frac{|3a - 3|}{\sqrt{13}}$. Vì đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 3 = 0$

cách đều hai điểm A, M nên $\frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{|3a - 3|}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow |3a - 3| = 1 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$ hoặc $a = \frac{2}{3}$.

Vậy $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ hoặc $M\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

- Câu 6:** Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$. Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát, hai tàu gần nhau nhất? (đơn vị giây, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,11

Tại thời điểm t , vị trí tàu A là $M(3 - 33t; -4 + 25t)$, vị trí của tàu B là $N(4 - 30t; 3 - 40t)$. Ta

$$có MN = \sqrt{(1 + 3t)^2 + (7 - 65t)^2} = \sqrt{4234t^2 - 904t + 50}.$$

MN nhỏ nhất khi hàm bậc hai $f(t) = 4234t^2 - 904t + 50$ đạt giá trị nhỏ nhất, lúc đó:

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{-904}{2 \cdot 4234} = \frac{226}{2117} \approx 0,107 \text{ (giây)}.$$

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(1; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x - 2y + 1 = 0$

Lời giải

Ta có $d \perp \Delta$ nên d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3)$.

Mà đường thẳng d đi qua $A(1; -2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là:

$$2(x - 1) + 3(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 4 = 0.$$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d: 2x + 3y + 4 = 0$.

- Câu 2:** Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $d_1: 2x - y = 0$, $d_2: x + y + 3 = 0$ và $d_3: mx - y + 5 = 0$ phân biệt và đồng quy.

Lời giải

$$\text{Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng } d_1, d_2 \text{ là } \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow A(-1; -2).$$

Suy ra d_1, d_2 cắt nhau tại $A(-1; -2)$.

Ba đường thẳng $d_1: 2x - y = 0$, $d_2: x + y + 3 = 0$ và $d_3: mx - y + 5 = 0$ phân biệt và đồng quy

$$\Leftrightarrow A(-1; -2) \in d_3 \Leftrightarrow -m + 2 + 5 = 0 \Leftrightarrow m = 7.$$

- Câu 3:** Cho tam giác ABC có $M(2; 0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Lập phương trình của đường thẳng AB .

Lời giải

$$\text{Tọa độ của điểm } A \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Do đó, điểm A có tọa độ $(1;2)$. Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM}(1;-2)$ nên nhận $\vec{n}(2;1)$ là một vectơ pháp tuyến. Phương trình đường thẳng AB là:

$$2(x-1)+(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+y-4=0.$$

Câu 4: Lập phương trình đường thẳng đi qua $A(2;3)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x+y-4=0$ một góc bằng 45° .

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a;b) (a^2+b^2 > 0)$. Ta có:

$$\begin{aligned} (\Delta, d) = 45^\circ &\Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|2a+b| = \sqrt{10}\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3a^2+8ab-3b^2=0. \end{aligned}$$

Nếu $b=0$ thì $a=0$ (loại).

Nếu $b \neq 0$ thì chia cả hai vế phương trình trên cho b^2 ta có: $3\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 8\frac{a}{b} - 3 = 0$

Giải phương trình ta được $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ hoặc $\frac{a}{b} = -3$. Với $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$, ta chọn $a=1, b=3$. Suy ra phương trình đường thẳng d là: $1(x-2)+3(y-3)=0 \Leftrightarrow x+3y-11=0$

Với $\frac{a}{b} = -3$ ta chọn $a=-3, b=1$. Suy ra phương trình đường thẳng d là:

$$-3(x-2)+1(y-3)=0 \Leftrightarrow -3x+y+3=0.$$

Câu 5: Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;2)$ và song song với đường thẳng $d: 3x-4y-1=0$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-4)$.

Vì đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên d nhận $\vec{n} = (3;-4)$ làm vectơ pháp tuyến, do đó d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = -1+4t \\ y = 2+3t \end{cases}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 2. Biết $A(0;2), B(3;0)$ và giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành nằm trên đường thẳng $y=-x$. Tìm tọa độ các điểm C và D .

Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x+3y-6=0$.

Điểm I nằm trên đường thẳng $y=-x$ nên giả sử $I(t;-t)$.

Vì I là trung điểm của AC nên $C(2t;-2t-2)$, I là trung điểm của BD nên $D(2t-3;-2t)$

Ta có: $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{13}$. Suy ra $d(C, AB) = \frac{2}{\sqrt{13}}$.

Khi đó $\frac{|2 \cdot 2t + 3(-2t - 2) - 6|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow |-2t - 12| = 2$. Suy ra $t = -5$ hoặc $t = -7$.

Với $t = -5$, ta có: $C(-10; 8), D(-13; 10)$.

Với $t = -7$, ta có: $C(-14; 12), D(-17; 14)$.

----- **HẾT** -----

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNGBÀI. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI – GÓC – KHOẢNG CÁCH
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + 6u \\ y = 1 + 2u \end{cases}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là
- A. $d_1 \equiv d_2$. B. $d_1 // d_2$.
C. $d_1 \perp d_2$. D. Cắt nhau và không vuông góc.
- Câu 2:** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x - 3y + 16 = 0$ và $x + 10 = 0$.
- A. $(-10; -18)$. B. $(10; 18)$. C. $(-10; 18)$. D. $(10; -18)$.
- Câu 3:** Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 4:** Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d: x + my - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $d': x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng:
- A. -1 . B. 1 . C. -4 . D. 4 .
- Câu 5:** Khoảng cách từ điểm $M(2; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ bằng:
- A. 2 . B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 6:** Trong mặt phẳng Oxy , cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$ bằng
- A. $-\frac{56}{65}$. B. $-\frac{33}{65}$. C. $\frac{56}{65}$. D. $\frac{33}{65}$.
- Câu 7:** Cho đường thẳng $d_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.
- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{3}{10}$.

- Câu 8:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(2;2), B(5;1)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng $\Delta: x - 2y + 8 = 0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17.
- A. $C(12;10)$ và $C\left(-\frac{76}{5}; -\frac{18}{5}\right)$. B. $C(-12;10)$.
- C. $C\left(\frac{1}{5}; \frac{41}{10}\right)$. D. $C(-4;2)$.
- Câu 9:** Cho ba đường thẳng $d_1: 3x - 2y + 5 = 0, d_2: 2x + 4y - 7 = 0, d_3: 3x + 4y - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d song song với d_3 và đồng quy với hai đường thẳng d_1 và d_2 là:
- A. $24x + 32y - 53 = 0$. B. $24x + 32y + 53 = 0$. C. $24x - 32y + 53 = 0$. D. $24x - 32y - 53 = 0$.
- Câu 10:** Cho ba đường thẳng $d_1: x + 3y - 1 = 0, d_2: x - 3y - 5 = 0, d_3: 2x - y + 7 = 0$. Phương trình đường thẳng d vuông góc với d_3 và đồng quy với hai đường thẳng d_1 và d_2 là:
- A. $x + 2y + 10 = 0$. B. $6x + 12y - 5 = 0$. C. $6x + 12y + 10 = 0$. D. $3x + 6y - 5 = 0$.
- Câu 11:** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$.
- A. $x + 2y = 0$. B. $x + 2y - 3 = 0$. C. $x + 2y + 3 = 0$. D. $x - 2y + 5 = 0$.
- Câu 12:** Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.
- A. $3x + 2y + 6 = 0$. B. $-2x + 3y + 17 = 0$. C. $3x + 2y - 6 = 0$. D. $3x - 2y + 6 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hai điểm $A(1;1), B(-2;5)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y - 1 = 0$.
- a) Điểm A không thuộc đường thẳng Δ .
- b) Phương trình đường thẳng d đi qua 2 điểm A, B là $4x + 3y - 7 = 0$.
- c) $\cos(d, \Delta) = \frac{1}{5}$.
- d) Tổng hoành độ và tung độ của điểm có tọa độ nguyên thuộc đường thẳng Δ có khoảng cách đến đường thẳng d bằng 6 là 10.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho đường thẳng $d: x + 2y - 1 = 0$.
- a) Đường thẳng d cắt đường thẳng $\Delta: x - 2y + 2 = 0$.
- b) d trùng với $\Delta_1: 2x + y - 1 = 0$.
- c) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $A(-3;4)$ và vuông góc với đường thẳng d là $\Delta_2: x - 2y + 10 = 0$.
- d) Gọi M là điểm có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d hợp với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{49}{2}$. Khi đó, tung độ điểm M bằng 1.

Câu 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;3)$.

- Độ dài đoạn thẳng AB bằng $5\sqrt{2}$.
- Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình là $3x + 4y + 12 = 0$.
- Đường thẳng $\Delta: mx + 2y - 5 = 0$ vuông góc với đường thẳng AB khi $m = \frac{8}{3}$.
- Điểm $M(a;b)$ nằm trên trục hoành Ox sao cho $MI \perp AB$ (điểm M không trùng gốc tọa độ O , I là trung điểm của AB). Khi đó $a + b^2 = \frac{7}{8}$.

Câu 4: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y - 3 = 0$.

- Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1(2;1)$.
- Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $I\left(\frac{27}{5}; \frac{21}{5}\right)$.
- Hai đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ vuông góc.
- Khoảng cách từ điểm $A(2;-3)$ đến giao điểm của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là 5.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$ và hai điểm $A(1;3), B(2;1)$. Biết điểm $M(a;b), a > 0$ thuộc đường thẳng Δ sao cho diện tích tam giác MAB bằng 4. Tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12 và tâm I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0, d_2: x + y - 6 = 0$. Trung điểm cạnh AD là giao điểm của d_1 và Ox . Biết đỉnh A có tung độ âm và giả sử tọa độ $A(a;b)$. Khi đó giá $2a + b^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + y - 10 = 0$ và $\Delta_2: 2x + my + 999 = 0$. Tìm m để góc tạo bởi hai đường thẳng trên bằng 45° .

Câu 4: Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cách đều các điểm P, Q với $M(2;5), P(-1;2), Q(5;4)$ có dạng: $ax + by + 13 = 0$ và $a'x + b'y - 2 = 0$. Tính $a + b + a' + b'$

Câu 5: Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức
$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases};$$
 vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$.

Tính góc giữa hai đường đi của hai tàu A, B . (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 6: Tìm m để hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 8 + (m+1)t \\ y = 10 - t \end{cases}$ và $\Delta_2: mx + 6y - 76 = 0$ song song với nhau.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có $A(0;2), B(4;3)$, giao điểm hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: x - 3y = 0$. Tìm tọa độ điểm C và D .

- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 4x - y + 11 = 0$.
- a) Lập phương trình đường thẳng d_1 đi qua $M(-2;1)$ và song song với d .
- b) Lập phương trình đường thẳng d_2 vuông góc với d và cách đều hai điểm $P(-3;3), Q(5;-1)$.
- Câu 3:** Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$.
- Câu 4:** Viết phương trình đường thẳng d song song với $\Delta: x + 4y - 2 = 0$ và cách điểm $A(-2;3)$ một khoảng bằng 3.
- Câu 5:** Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(5;1)$ và cách điểm $B(2;-3)$ một khoảng bằng 5.
- Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(1;1), B(3;2), C(1;3)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB, AC .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + 6u \\ y = 1 + 2u \end{cases}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A.** $d_1 \equiv d_2$. **B.** $d_1 // d_2$.
C. $d_1 \perp d_2$. **D.** Cắt nhau và không vuông góc.

Lời giải

Ta có vectơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (3; 1)$, $\vec{u}_2 = (6; 2)$
 $\Rightarrow \vec{u}_2 = 3\vec{u}_1 \quad (1)$.

Lấy điểm $M(-1; 0) \in d_1$. Thay tọa độ điểm M vào phương trình của d_2 thấy thỏa mãn
 $\Rightarrow M(-1; 0) \in d_2 \Rightarrow d_1$ và d_2 trùng nhau.

Câu 2: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x - 3y + 16 = 0$ và $x + 10 = 0$.

- A.** $(-10; -18)$. **B.** $(10; 18)$. **C.** $(-10; 18)$. **D.** $(10; -18)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} d_1: 7x - 3y + 16 = 0 \\ d_2: x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -18 \end{cases}$$

Câu 3: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

- A.** 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} d_1: 6x - 5y + 15 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (6; -5) \\ d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (5; 6) \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \varphi = 90^\circ.$$

Câu 4: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d: x + my - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $d': x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng:

- A.** -1 . **B.** 1 . **C.** -4 . **D.** 4 .

Lời giải

Gọi $\vec{n}_d, \vec{n}_{d'}$ lần lượt là hai vectơ pháp tuyến của hai đường thẳng $d: x + my - 3 = 0$ và $d': x + y = 0$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (d, d') = 60^\circ &\Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_d, \vec{n}_{d'}) \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_d \cdot \vec{n}_{d'}|}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_{d'}|} = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|m+1| = \sqrt{2}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0. \\ &\Rightarrow m_1 + m_2 = -\frac{b}{a} = -4. \end{aligned}$$

Câu 5: Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases}$ bằng:

- A. 2. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases} \rightarrow \Delta: 4x-3y+2=0 \rightarrow d(M;\Delta) = \frac{|8+0+2|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy , cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 3x+4y+1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases}$ bằng

- A. $-\frac{56}{65}$. B. $-\frac{33}{65}$. C. $\frac{56}{65}$. D. $\frac{33}{65}$.

Lời giải

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (3;4)$.

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5;-12)$.

$$\Rightarrow \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{33}{65}.$$

Câu 7: Cho đường thẳng $d_1: 10x+5y-1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} d_1: 10x+5y-1=0 \rightarrow \vec{n}_1 = (2;1) \\ d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (1;1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos \varphi = \frac{|2+1|}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{1+1}} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(2;2), B(5;1)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng $\Delta: x-2y+8=0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17.

- A. $C(12;10)$ và $C\left(-\frac{76}{5}; -\frac{18}{5}\right)$. B. $C(-12;10)$.
C. $C\left(\frac{1}{5}; \frac{41}{10}\right)$. D. $C(-4;2)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} = (3;-1)$

Phương trình đường thẳng $AB: x+3y-8=0$.

Vì $C \in \Delta$ nên $C(2c-8; c)$

$$\Rightarrow S_{\Delta CAB} = \frac{1}{2} d(C, AB) \cdot AB = 17 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|5c-16|}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{10} = 17 \Leftrightarrow \begin{cases} c=10 \\ c=-\frac{18}{5} \end{cases}$$

Vậy $C(12;10)$ và $C\left(-\frac{76}{5}; -\frac{18}{5}\right)$.

Câu 9: Cho ba đường thẳng $d_1: 3x-2y+5=0, d_2: 2x+4y-7=0, d_3: 3x+4y-1=0$. Phương trình đường thẳng d song song với d_3 và đồng qui với hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $24x+32y-53=0$. **B.** $24x+32y+53=0$. **C.** $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x-2y+5=0 \\ 2x+4y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{8} \\ y=\frac{31}{16} \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(-\frac{3}{8}; \frac{31}{16}\right).$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A \in d \\ d \parallel d_3: 3x+4y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \in d \\ d: 3x+4y+c=0 \ (c \neq -1) \end{cases} \Rightarrow -\frac{9}{8} + \frac{31}{4} + c = 0$$

$$\Leftrightarrow c = -\frac{53}{8} \text{ (tm)}$$

$$\text{Vậy } d: 3x+4y-\frac{53}{8}=0 \Leftrightarrow d_3: 24x+32y-53=0.$$

Câu 10: Cho ba đường thẳng $d_1: x+3y-1=0, d_2: x-3y-5=0, d_3: 2x-y+7=0$. Phương trình đường thẳng d vuông góc với d_3 và đồng qui với hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $x+2y+10=0$. **B.** $6x+12y-5=0$. **C.** $6x+12y+10=0$. **D.** $3x+6y-5=0$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+3y-1=0 \\ x-3y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(3; -\frac{2}{3}\right).$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A \in d \\ d \perp d_3: 2x-y+7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \in d \\ d: x+2y+c=0 \end{cases} \Rightarrow 3+2\left(-\frac{2}{3}\right)+c=0 \Leftrightarrow c=-\frac{5}{3}.$$

$$\text{Vậy } d: x+2y-\frac{5}{3}=0 \Leftrightarrow d: 3x+6y-5=0.$$

Câu 11: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x-y+4=0$.

A. $x+2y=0$. **B.** $x+2y-3=0$. **C.** $x+2y+3=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng vuông góc với $2x-y+4=0$ có phương trình $x+2y+m=0$, mà đường thẳng này đi qua điểm $I(-1;2)$, suy ra $-1+2.2+m=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $x + 2y - 3 = 0$.

Câu 12: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4; -3)$ và song song với đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}.$$

- A.** $3x + 2y + 6 = 0$. **B.** $-2x + 3y + 17 = 0$. **C.** $3x + 2y - 6 = 0$. **D.** $3x - 2y + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} A(4; -3) \in d \\ \vec{u}_d = (-2; 3) \\ \Delta \parallel d \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} A(4; -3) \in \Delta \\ \vec{u}_\Delta = (-2; 3) \rightarrow \vec{n}_\Delta = (3; 2) \end{cases} \\ &\rightarrow \Delta: 3(x - 4) + 2(y + 3) = 0 \Leftrightarrow \Delta: 3x + 2y - 6 = 0. \end{aligned}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(-2; 5)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y - 1 = 0$

a) Điểm A không thuộc đường thẳng Δ .

b) Phương trình đường thẳng d đi qua 2 điểm A , B là $4x + 3y - 7 = 0$.

c) $\cos(d, \Delta) = \frac{1}{5}$.

d) Tổng hoành độ và tung độ của điểm có tọa độ nguyên thuộc đường thẳng Δ có khoảng cách đến đường thẳng d bằng 6 là 10.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Thay tọa độ điểm $A(1; 1)$ vào phương trình đường thẳng Δ ta được: $1 - 2 \cdot 1 - 1 = -2 \neq 0$.

b) Có: $\overrightarrow{AB} = (-3; 4)$ là vector một vector chỉ phương của đường thẳng $d \Rightarrow \vec{n} = (4; 3)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng d .

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $4(x - 1) + 3(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 7 = 0$

c) Có: $\vec{n}' = (1; -2)$ là một vector pháp tuyến của đường thẳng Δ .

$$\text{Có: } \cos(d, \Delta) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|} = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot (-2)|}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{5\sqrt{5}}$$

d) Giả sử điểm $M(a; b)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ thuộc đường thẳng $\Delta_1 \Rightarrow a - 2b - 1 = 0 \Rightarrow a = 2b + 1 \Rightarrow M(2b + 1; b)$

$$\text{Có: } d(M, d) = 6 \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot (2b + 1) + 3 \cdot b - 7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 6 \Leftrightarrow |11b - 3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \text{ (tm)} \\ b = -\frac{27}{11} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

$$\text{Vậy } a + b = 7 + 3 = 10.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho đường thẳng $d: x + 2y - 1 = 0$.

a) Đường thẳng d cắt đường thẳng $\Delta: x - 2y + 2 = 0$.

b) d trùng với $\Delta_1: 2x + y - 1 = 0$.

c) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $A(-3;4)$ và vuông góc với đường thẳng d là

$$\Delta_2: x - 2y + 10 = 0$$

d) Gọi M là điểm có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d hợp với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{49}{2}$. Khi đó, tung độ điểm M bằng 1.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Ta có $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2}$ nên d cắt Δ .

b) Ta có $\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1}$ nên d cắt Δ_1 .

c) Phương trình tổng quát đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là:
 $2.(x+3) + (-1)(y-4) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 10 = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 8 = 0$.

d) Có: M là điểm có hoành độ dương thuộc đường thẳng $d \Rightarrow M\left(a; \frac{1-a}{2}\right)$ với $a > 0$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2)$. Khi đó, phương trình đường thẳng Δ có dạng: $-2x + y + \frac{5a-1}{2} = 0$.

Giả sử đường thẳng Δ cắt các trục tọa độ tại điểm A và $B \Rightarrow A\left(0; \frac{1-5a}{2}\right)$ và $B\left(\frac{5a-1}{4}; 0\right)$

$$\Rightarrow OA = \left| \frac{1-5a}{2} \right|, OB = \left| \frac{5a-1}{4} \right|$$

$$\text{Có: } S_{\Delta OAB} = \frac{49}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{49}{2} \Leftrightarrow \left| \frac{1-5a}{2} \right| \cdot \left| \frac{5a-1}{4} \right| = \frac{49}{2}$$

$$\Leftrightarrow |1-5a| = 14 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-5a = 14 \\ 1-5a = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{13}{5} \text{ (ktm)} \\ a = 3 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy $M(3; -1)$

Câu 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;3)$.

a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $5\sqrt{2}$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình là $3x + 4y + 12 = 0$.

c) Đường thẳng $\Delta: mx + 2y - 5 = 0$ vuông góc với đường thẳng AB khi $m = \frac{8}{3}$.

d) Điểm $M(a;b)$ nằm trên trục hoành Ox sao cho $MI \perp AB$ (điểm M không trùng gốc tọa độ O , I là trung điểm của AB). Khi đó $a + b^2 = \frac{7}{8}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

a) Sai: Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-4; 3) \Rightarrow AB = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$

b) Sai: Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 4y - 12 = 0$

c) Sai: Đường thẳng AB có một vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (3; 4)$.

Đường thẳng $\Delta: mx + 2y - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (m; 2)$.

Đường thẳng $\Delta: mx + 2y - 5 = 0$ vuông góc với đường thẳng $AB \Leftrightarrow 3 \cdot m + 4 \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{8}{3}$

d) Đúng: Vì điểm $M(a; b)$ nằm trên trục hoành Ox nên điểm M có tọa độ $M(m; 0)$. Vì I là

trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(2; \frac{3}{2}\right)$. Mặt khác ta có: $\overrightarrow{MI} = \left(2 - m; \frac{3}{2}\right), \overrightarrow{AB} = (-4; 3)$ nên:

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3m - 12|}{5} = 6 \Rightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -4(2 - m) + \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow 4m = \frac{7}{2} \Leftrightarrow m = \frac{7}{8} \Rightarrow a + b^2 = \frac{7}{8}.$$

Câu 4: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y + 15 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y - 3 = 0$.

a) Đường thẳng Δ_1 có vector pháp tuyến $\vec{n}_1(2; 1)$.

b) Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $I\left(\frac{27}{5}; \frac{21}{5}\right)$.

c) Hai đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ vuông góc.

d) Khoảng cách từ điểm $A(2; -3)$ đến giao điểm của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là 5.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng: Đường thẳng Δ_1 có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 1)$.

b) Sai: Ta có: $\begin{cases} 2x + y + 15 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{27}{5} \\ y = -\frac{21}{5} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{27}{5}; -\frac{21}{5}\right)$

c) Đúng: Đường thẳng Δ_1 có vector pháp tuyến $\vec{n}_1(2; 1)$, đường thẳng Δ_2 có vector pháp tuyến $\vec{n}_2(1; -2)$ mà $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$ nên hai đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ vuông góc

d) Sai: Ta có $IA = \sqrt{\left(2 + \frac{27}{5}\right)^2 + \left(-3 + \frac{21}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{37^2 + 6^2}{25}} = \frac{\sqrt{1405}}{5}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$ và hai điểm $A(1; 3), B(2; 1)$. Biết điểm $M(a; b), a > 0$ thuộc đường thẳng Δ sao cho diện tích tam giác MAB bằng 4. Tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -99

Ta có $M(a; b) \in \Delta \Rightarrow M(a; 2 - a)$ và $\overrightarrow{AB} = (1; -2) \Rightarrow AB = \sqrt{5}$.

Phương trình đường thẳng $AB: 2x + y - 5 = 0$.

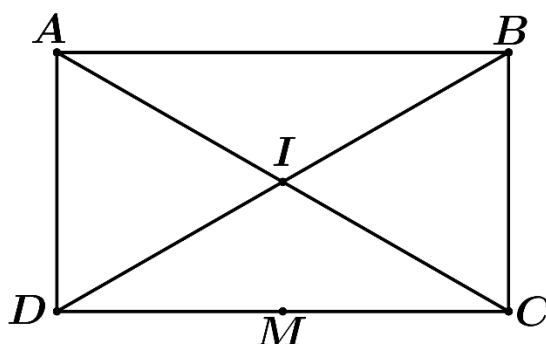
$$\text{Theo giả thiết } S_{\Delta MAB} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(M, AB) = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{|a-3|}{\sqrt{5}} = 4$$

$$\Leftrightarrow |a-3| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 (\text{loại}) \\ a = 11 \end{cases}. \text{ Với } a = 11 \Rightarrow b = 2 - a = -9 \text{ nên } a \cdot b = -99.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12 và tâm I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0$, $d_2: x + y - 6 = 0$. Trung điểm cạnh AD là giao điểm của d_1 và Ox . Biết đỉnh A có tung độ âm và giả sử tọa độ $A(a; b)$. Khi đó giá $2a + b^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 9



Vì I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0$, $d_2: x + y - 6 = 0$ nên $I\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Gọi M là trung điểm cạnh AD . Do M là giao điểm của d_1 và Ox nên $M(3; 0)$.

Ta có: $AB = 2 \cdot IM = 3\sqrt{2}$ và có $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 12 \Rightarrow AD = 2\sqrt{2}$.

Vì hai điểm I và M đều thuộc d_1 nên đường thẳng IM chính là d_1 .

AD qua M và vuông góc với $d_1 \Rightarrow AD: x + y - 3 = 0$. Lại có $MA = \sqrt{2}$

Tọa độ A là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ \sqrt{(a-3)^2 + b^2} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$$

Mà đỉnh A có tung độ dương nên $A(4; -1)$ nên $2a + b^2 = 9$.

Câu 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + y - 10 = 0$ và $\Delta_2: 2x + my + 999 = 0$. Tìm m để góc tạo bởi hai đường thẳng trên bằng 45° .

Lời giải

Trả lời: 0

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có cặp vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; 1), \vec{n}_2 = (2; m)$.

$$\text{Ta có: } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot m|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4 + m^2}} = \cos 45^\circ \Rightarrow \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot m|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4 + m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow 4 + m^2 = 4 + 4m + m^2 \Rightarrow m = 0. \text{ Vậy } m = 0 \text{ thỏa mãn đề bài.}$$

Câu 4: Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cách đều các điểm P, Q với $M(2; 5), P(-1; 2), Q(5; 4)$ có dạng: $ax + by + 13 = 0$ và $a'x + b'y - 2 = 0$. Tính $a + b + a' + b'$

Lời giải

Trả lời: -1

Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là vector pháp tuyến của đường thẳng Δ cần tìm.

Δ qua $M(2; 5) \Rightarrow \Delta: a(x-2) + b(y-5) = 0 \Rightarrow \Delta: ax + by - 2a - 5b = 0$.

Ta có: $d(P, \Delta) = d(Q, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|-a + 2b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5a + 4b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\Leftrightarrow |-3a - 3b| = |3a - b| \Leftrightarrow \begin{cases} -3a - 3b = 3a - b \\ -3a - 3b = -3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -b \\ b = 0 \end{cases}.$$

Với $3a = -b$; chọn $a = 1 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow d: x - 3y + 13 = 0$.

Với $b = 0$; chọn $a = 1 \Rightarrow d: x = 2$.

Vậy có hai phương trình đường thẳng thỏa mãn đề bài:

$d: x - 3y + 13 = 0$ hay $d: x = 2$.

Câu 5: Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$.

Tính góc giữa hai đường đi của hai tàu A, B . (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 89,7

Hai đường đi (giả sử là hai đường thẳng d_1, d_2) của hai tàu có cặp vector chỉ phương

$\vec{u}_1 = (-33; 25), \vec{u}_2 = (-30; -40)$; cosin góc tạo bởi hai đường thẳng là:

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|-33 \cdot (-30) + 25 \cdot (-40)|}{\sqrt{(-33)^2 + 25^2} \cdot \sqrt{(-30)^2 + (-40)^2}} \approx 0,00483 \Rightarrow (d_1, d_2) \approx 89,7^\circ.$$

Câu 6: Tìm m để hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 8 + (m+1)t \\ y = 10 - t \end{cases}$ và $\Delta_2: mx + 6y - 76 = 0$ song song với nhau.

Lời giải

Trả lời: -3

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có cặp vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; m+1), \vec{n}_2 = (m; 6)$.

Điều kiện cần để Δ_1, Δ_2 song song nhau là $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ cùng phương

$$\Leftrightarrow 1 \cdot 6 = (m+1)m \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Thử lại:

Với $m = 2$ thì $\Delta_2: 2x + 6y - 76 = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 38 = 0$.

Ta có $A(8; 10) \in \Delta_1, A \in \Delta_2$ nên loại $m = 2$.

Với $m = -3$ thì $\Delta_2: -3x + 6y - 76 = 0$. Ta có $A(8; 10) \in \Delta_1, A \notin \Delta_2$ nên loại $m = -3$ thỏa mãn.

Vậy với $m = -3$ thì Δ_1, Δ_2 song song nhau.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có $A(0; 2), B(4; 3)$, giao điểm hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: x - 3y = 0$. Tìm tọa độ điểm C và D .

Lời giải

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Vì I thuộc Δ nên giả sử $I(3t; t)$.

Khi đó $\overrightarrow{IA} = (-3t; 2-t), \overrightarrow{IB} = (4-3t; 3-t)$.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên

$$\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow (-3t)(4-3t) + (2-t)(3-t) = 0 \Leftrightarrow 10t^2 - 17t + 6 = 0$$

Suy ra $t = \frac{1}{2}$ hoặc $t = \frac{6}{5}$.

Với $t = \frac{1}{2}$ ta có: $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow C(3; -1), D(-1; -2)$

Với $t = \frac{6}{5}$ ta có: $I\left(\frac{18}{5}; \frac{6}{5}\right) \Rightarrow C\left(\frac{36}{5}; \frac{2}{5}\right), D\left(\frac{16}{5}; -\frac{3}{5}\right)$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 4x - y + 11 = 0$.

a) Lập phương trình đường thẳng d_1 đi qua $M(-2; 1)$ và song song với d .

b) Lập phương trình đường thẳng d_2 vuông góc với d và cách đều hai điểm $P(-3; 3), Q(5; -1)$.

Lời giải

a) Vì d_1 song song với d nên phương trình của d_1 có dạng: $4x - y + c = 0 (c \neq 11)$.

Vì M thuộc d_1 nên $4 \cdot (-2) - 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = 9$.

Vậy phương trình đường thẳng d_1 là: $4x - y + 9 = 0$.

b) Vì d_2 vuông góc với d nên phương trình của d_2 có dạng: $x + 4y + m = 0$.

Vì d_2 cách đều hai điểm P, Q nên

$$d(P, d_2) = d(Q, d_2) \Leftrightarrow \frac{|-3 + 4 \cdot 3 + m|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \frac{|5 + 4 \cdot (-1) + m|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} \Leftrightarrow |m + 9| = |m + 1|$$

Suy ra $m = -5$. Vậy phương trình đường thẳng d_2 là: $x + 4y - 5 = 0$.

Câu 3: Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -4)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d nên Δ nhận $\vec{u}(3; -4)$ làm vectơ chỉ phương

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$.

Câu 4: Viết phương trình đường thẳng d song song với $\Delta: x + 4y - 2 = 0$ và cách điểm $A(-2; 3)$ một khoảng bằng 3.

Lời giải

Ta có: $d // \Delta: x + 4y - 2 = 0 \Rightarrow$ Phương trình d có dạng: $x + 4y + c = 0$.

$$\text{Mặt khác: } d(A, d) = 3 \Rightarrow \frac{|-2 + 4 \cdot 3 + c|}{\sqrt{1 + 16}} = 3 \Rightarrow |10 + c| = 3\sqrt{17}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 3\sqrt{17} - 10 \\ c = -3\sqrt{17} - 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1: x + 4y + 3\sqrt{17} - 10 = 0 \\ d_2: x + 4y - 3\sqrt{17} - 10 = 0 \end{cases}$$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn: $x + 4y + 3\sqrt{17} - 10 = 0; x + 4y - 3\sqrt{17} - 10 = 0$.

Câu 5: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(5; 1)$ và cách điểm $B(2; -3)$ một khoảng bằng 5.

Lời giải

Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là vector pháp tuyến của đường thẳng Δ ; Δ qua $A(5;1)$ nên có phương trình $a(x-5) + b(y-1) = 0 \Rightarrow d: ax + by - 5a - b = 0$.

$$\text{Ta có: } d(B, \Delta) = 5 \Rightarrow \frac{|2a - 3b - 5a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \Rightarrow |-3a - 4b| = 5\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow (3a + 4b)^2 = 25(a^2 + b^2) \Rightarrow 9a^2 + 24ab + 16b^2 = 25a^2 + 25b^2$$

$$\Rightarrow 16a^2 + 9b^2 - 24ab = 0 \Rightarrow 4a - 3b = 0 \Rightarrow 4a = 3b.$$

Chọn $a = 3 \Rightarrow b = 4$. Ta có phương trình $\Delta: 3x + 4y - 19 = 0$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(1;1), B(3;2), C(1;3)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB, AC .

Lời giải

Vì $\overrightarrow{AB} = (2;1), \overrightarrow{AC} = (0;2)$ lần lượt là vector chỉ phương của hai đường thẳng AB, AC

$$\text{Nên } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \cos |(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Vậy $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \approx 63^\circ 26'$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNG

BÀI. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các phương trình sau, phương trình nào **không** là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 12 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$.

Câu 2: Cho đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 - 2x - 2y - m^2 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường tròn có bán kính bằng 2

A. $m = \pm 2$.

B. $m = \pm\sqrt{2}$.

C. $m = \sqrt{2}$.

D. $m = 0$.

Câu 3: Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết $A(2;3)$ và $B(0;-5)$

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{17}$.

B. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 68$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 17$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 17$.

Câu 4: Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $A(-2;1)$, $B(2;-3)$, $C(0;3)$

A. $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$.

B. $(C): x^2 + (y+1)^2 = 8$.

C. $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$.

D. $(C): (x-1)^2 + y^2 = 10$.

Câu 5: Xác định vị trí tương đối giữa hai đường tròn có phương trình lần lượt là $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$.

A. Tiếp xúc trong.

B. Cắt nhau.

C. Không cắt nhau.

D. Tiếp xúc ngoài.

Câu 6: Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ có tâm I , bán kính R là

A. $I(-1;2), R = \sqrt{2}$.

B. $I(-1;2), R = 2\sqrt{2}$.

C. $I(1;-2), R = \sqrt{2}$.

D. $I(1;-2), R = 2\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $A(1;-1), B(3;2), C(5;-5)$. Toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

B. $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

C. $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

D. $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

Câu 8: Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ biết d song song đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 17 = 0$ nên phương trình tiếp tuyến d có phương trình là

A. $3x + 4y - 13 = 0$.

B. $3x + 4y + 13 = 0$.

C. $4x - 3y + 13 = 0$.

D. $4x - 3y - 13 = 0$.

Câu 9: Cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ và điểm $M(2;-5)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại M .

A. $3x + y - 1 = 0$.

B. $x - 3y - 17 = 0$.

C. $x - 3y - 7 = 0$.

D. $3x + y + 11 = 0$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$ và điểm $A(3;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm là tâm của đường tròn (C_1) và đi qua điểm A .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 8$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 10$.

Câu 11: Viết phương trình đường tròn có tâm $A(2; -5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$

A. $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 25$.

B. $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 25$.

C. $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 5$.

D. $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 5$.

Câu 12: Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ là

A.1.

B. 2.

C.4.

D. 3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Đường tròn (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy .

a) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(1;0)$

b) Đường tròn (C) đi qua điểm $M(1;1)$

c) Có 2 đường tròn thỏa mãn

d) Tổng bán kính các đường tròn thỏa mãn bằng 5

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$

b) Đường tròn (C) có bán kính $R = 5$.

c) Có 2 tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 14 = 0$.

d) Tiếp tuyến đường tròn (C) , song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 14 = 0$ đi qua điểm $M(2;1)$

Câu 3: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3;4)$ và tiếp xúc $\Delta: 3x + y - 3 = 0$.

a) Có hai đường tròn (C) thỏa mãn

b) Tổng đường kính của các đường tròn (C) bằng: $2\sqrt{10}$

c) Điểm $M(3;2)$ nằm bên trong các đường tròn (C)

d) Điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

Câu 4: Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(2;0), B(0;-3), C(5;-3)$.

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{26}$

b) Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng $-\frac{5}{2}$

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$

d) Gọi I là tâm của đường tròn (C) khi đó độ dài đoạn $IO = 5\sqrt{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bán kính của đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x - y + 7 = 0$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn có phương trình $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và các đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$, $\Delta: 3x + y + 8 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên Δ , tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB vuông góc với d . Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn (C) . Tính $a + b$.
- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3; 3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3; 2)$ và $B(2; 7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn bao nhiêu mét.
- Câu 4:** Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(1; -3)$ có phương trình dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Tính giá trị $a + b + c$.
- Câu 5:** Phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3; 0), B(0; 2)$ và có tâm $I(a; b)$ thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $2a + 5b$ bằng bao nhiêu?
- Câu 6:** Cho tam giác ABC biết $H(3; 2)$, $G\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Tìm bán kính của phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:
- (C) có tâm $I(-1; 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 2y + 7 = 0$
 - (C) đi qua $A(2; -1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy
 - (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$
- Câu 2:** Viết phương trình đường tròn (C) trong trường hợp sau: (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$.
- Câu 3:** Cho đường tròn $(C): (x - 2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và các đường thẳng $d_1: x - y = 0$, $d_2: x - 7y = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm I nằm trên đường tròn (C) và tiếp xúc với d_1, d_2
- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A , cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B . Viết phương trình của (C) , biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.
- Câu 5:** Cho tam giác MNP biết $M(-6; 3)$ và N, P là các điểm lần lượt thuộc các đường thẳng $\Delta_1: x - y + 9 = 0$, $\Delta_2: 2x + y + 1 = 0$. Gọi $Q(2; -1)$ là điểm thỏa $\overrightarrow{NQ} = 3\overrightarrow{NP}$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP .

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0;2)$, $B\left(0;-\frac{4}{5}\right)$. Đường tròn (T) đi qua A và cắt hai đường thẳng $d : x - y - 1 = 0$, $\Delta : 2x + y + 2 = 0$ lần lượt tại M và N . Biết AM song song với BN và O, M, N thẳng hàng. Phương trình đường tròn (T) là

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 4 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta : x - 4y + 2022 = 0$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các phương trình sau, phương trình nào **không** là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 12 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$.

Lời giải

Ta có:

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = 15 > 0.$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = 3 > 0.$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 12 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = -2 < 0.$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = 8 > 0.$$

Vậy phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 12 = 0$ không là phương trình đường tròn.

Câu 2: Cho đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 - 2x - 2y - m^2 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường tròn có bán kính bằng 2

A. $m = \pm 2$.

B. $m = \pm\sqrt{2}$.

C. $m = \sqrt{2}$.

D. $m = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 - 2x - 2y - m^2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2 + m^2.$$

$$\text{Đường tròn có bán kính bằng 2 khi và chỉ khi } \sqrt{2 + m^2} = 2 \Leftrightarrow 2 + m^2 = 4 \Leftrightarrow m^2 = 2 \\ \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}.$$

Câu 3: Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết $A(2;3)$ và $B(0;-5)$

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{17}$.

B. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 68$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 17$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 17$.

Lời giải

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{(0-2)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

Gọi I là tâm và R là bán kính của đường tròn đường kính AB

$$\text{Khi đó } I \text{ là trung điểm của } AB \text{ và } R = \frac{AB}{2}.$$

$$\text{Như vậy } I(1;-1) \text{ và } R = \sqrt{17}.$$

$$\text{Vậy phương trình đường tròn đường kính } AB \text{ là } (x-1)^2 + (y+1)^2 = 17.$$

Câu 4: Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $A(-2;1)$, $B(2;-3)$, $C(0;3)$

A. $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 5$.

B. $(C): x^2 + (y+1)^2 = 8$.

C. $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$.

D. $(C): (x-1)^2 + y^2 = 10$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (4;-4), \overrightarrow{AC} = (2;2), \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \cdot 2 + (-4) \cdot 2 = 0 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } A.$$

Suy ra: tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là trung điểm của $BC \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = 0 \end{cases}$.

$\Rightarrow I(1;0), \overrightarrow{IA} = (-3;1)$, bán kính đường tròn $R = IA = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Đường tròn (C) ngoại tiếp ΔABC có tâm $I(1;0)$, bán kính $R = \sqrt{10}$.

$\Rightarrow (C): (x-1)^2 + y^2 = 10$.

Câu 5: Xác định vị trí tương đối giữa hai đường tròn có phương trình lần lượt là $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$.

A. Tiếp xúc trong. **B.** Cắt nhau. **C.** Không cắt nhau. **D.** Tiếp xúc ngoài.

Lời giải

Đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$ có tâm $I_1(2;0)$, bán kính $R_1 = 2$.

Đường tròn $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$ có tâm $I_2(0;-4)$, bán kính $R_2 = 4$.

Ta có $R_2 - R_1 < I_1I_2 = 2\sqrt{5} < R_2 + R_1$ nên hai đường tròn cắt nhau.

Câu 6: Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ có tâm I , bán kính R là

A. $I(-1;2), R = \sqrt{2}$. **B.** $I(-1;2), R = 2\sqrt{2}$. **C.** $I(1;-2), R = \sqrt{2}$. **D.** $I(1;-2), R = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - (-3)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $A(1;-1), B(3;2), C(5;-5)$. Toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. **B.** $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$. **C.** $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. **D.** $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

Lời giải

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có: $\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 11 \\ 8x - 8y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{47}{10} \\ y = -\frac{13}{10} \end{cases}$.

$\Rightarrow I\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

Câu 8: Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ biết d song song đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 17 = 0$ nên phương trình tiếp tuyến d có phương trình là

A. $3x + 4y - 13 = 0$. **B.** $3x + 4y + 13 = 0$. **C.** $4x - 3y + 13 = 0$. **D.** $4x - 3y - 13 = 0$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ có tâm $I(2;-1), r = 3$

Do tiếp tuyến song song đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 17 = 0$ nên tiếp tuyến có dạng

$d: 3x + 4y + c = 0 (c \neq -17)$

Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ khi:

$$d(I, d) = r \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + c|}{5} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 13 \\ c = -17 \end{cases}.$$

So với điều kiện $c = -17$ loại.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $3x + 4y + 13 = 0$.

Câu 9: Cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ và điểm $M(2; -5)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại M .

- A.** $3x + y - 1 = 0$. **B.** $x - 3y - 17 = 0$. **C.** $x - 3y - 7 = 0$. **D.** $3x + y + 11 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ có tâm $I(1; -2)$.

Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại M có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{IM} = (1; -3)$ nên có phương trình: $1(x - 2) - 3(y + 5) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 17 = 0$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C_1) : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$ và điểm $A(3; 4)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm là tâm của đường tròn (C_1) và đi qua điểm A .

- A.** $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 10$. **B.** $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$.
C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$. **D.** $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 10$.

Lời giải

Đường tròn (C_1) : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$ có tâm $I(1; 2)$, suy ra tâm của đường tròn (C) là $I(1; 2)$.

Đường tròn (C) đi qua điểm $A(3; 4)$ nên bán kính đường tròn (C) là $R = IA = 2\sqrt{2}$.

Phương trình đường tròn (C) cần tìm là: $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$.

Câu 11: Viết phương trình đường tròn có tâm $A(2; -5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$

- A.** $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 25$. **B.** $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$.
C. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 5$. **D.** $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 5$.

Lời giải

Đường tròn có tâm $A(2; -5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$

$$\Rightarrow R = d(A, d) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-5) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{25}{5} = 5.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 25$.

Câu 12: Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = 2$.

Đường tròn (C') : $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ có tâm $I'(-3;4)$ bán kính $R' = \sqrt{5}$.

$$II' = 2\sqrt{13}.$$

Vậy $II' > R + R'$ nên 2 đường tròn không có điểm chung suy ra 2 đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Đường tròn (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy .

- a) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(1;0)$
- b) Đường tròn (C) đi qua điểm $M(1;1)$
- c) Có 2 đường tròn thỏa mãn
- d) Tổng bán kính các đường tròn thỏa mãn bằng 5

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Vì điểm $A(2;-1)$ nằm ở góc phần tư thứ tư của hệ trục tọa độ và đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của đường tròn có dạng $I(R;-R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C) .

$$\text{Ta có: } R^2 = IA^2 \Leftrightarrow R^2 = (2-R)^2 + (-1+R)^2 \Leftrightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 1 \\ R = 5 \end{cases}.$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn đề bài là: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$; $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) : $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

- a) Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$
- b) Đường tròn (C) có bán kính $R = 5$.
- c) Có 2 tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 14 = 0$.
- d) Tiếp tuyến đường tròn (C) , song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 14 = 0$ đi qua điểm $M(2;1)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ bán kính $R = 5$.

b) Giả sử Δ' là tiếp tuyến của đường tròn và song song với Δ .

Khi đó, phương trình Δ' có dạng $3x - 4y + c = 0$ với $c \neq 14$.

$$\text{Khoảng cách từ } I \text{ đến } \Delta' \text{ là } d(I, \Delta') = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) + c|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|11 + c|}{5}. \Delta' \text{ là tiếp tuyến của}$$

đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I, \Delta') = R \Leftrightarrow |11 + c| = 25$. Suy ra $c = -36$ hoặc $c = 14$ (loại).

Vậy phương trình Δ' là: $3x - 4y - 36 = 0$.

Câu 3: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3;4)$ và tiếp xúc $\Delta: 3x + y - 3 = 0$.

- a) Có hai đường tròn (C) thỏa mãn
- b) Tổng đường kính của các đường tròn (C) bằng: $2\sqrt{10}$
- c) Điểm $M(3;2)$ nằm bên trong các đường tròn (C)
- d) Điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Gọi tâm đường tròn là $I(a;b)$, ta có: $d(I, \Delta) = \frac{|3a+b-3|}{\sqrt{10}}$.

Theo giả thiết $\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = (d(I, \Delta))^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 = (a-3)^2 + (b-4)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 = \frac{(3a+b-3)^2}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 & (1) \\ a^2-2a+9b^2-34b+41-6ab=0 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2): $(5-b)^2 - 2(5-b) + 9b^2 - 34b + 41 - 6(5-b)b = 0$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 18b + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \Rightarrow a=4 \Rightarrow R=\sqrt{10} \\ b=\frac{7}{2} \Rightarrow a=\frac{3}{2} \Rightarrow R=\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn: $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$ và $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10$

Câu 4: Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(2;0), B(0;-3), C(5;-3)$.

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{26}$

b) Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng $-\frac{5}{2}$

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$

d) Gọi I là tâm của đường tròn (C) khi đó độ dài đoạn $IO = 5\sqrt{2}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Gọi tâm đường tròn là $I(a;b)$. Theo giả thiết $\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + b^2 = a^2 + (b+3)^2 \\ (a-2)^2 + b^2 = (a-5)^2 + (b+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+6b=-5 \\ 6a-6b=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{5}{2} \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases}$$

Bán kính đường tròn là $R = \sqrt{\left(\frac{5}{2}-2\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{13}{2}}$.

Vậy phương trình đường tròn $(C): \left(x-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bán kính của đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3), B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x - y + 7 = 0$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 12,8

Do $I(a; b)$ là tâm của đường tròn (C) nên $AI^2 = BI^2 \Rightarrow (a-1)^2 + (b-3)^2 = (a-3)^2 + (b-1)^2$

Khi đó $a = b(1)$ mà $I(a; b) \in d: 2x - y + 7 = 0$ nên $2a - b + 7 = 0$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có: $a = -7 \Rightarrow b = -7 \Rightarrow R^2 = AI^2 = 164 \Rightarrow R \approx 12,8$.

Vậy phương trình đường tròn $(C): (x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn có phương trình $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và các đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$, $\Delta: 3x + y + 8 = 0$. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên Δ , tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB vuông góc với d . Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn (C) . Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: -4

Gọi $I, I_1(0; 0)$ lần lượt là tâm các đường tròn $(C), (C_1)$.

Vì (C) và (C_1) cắt nhau tại A, B nên $AB \perp I_1I$ mà $AB \perp d$ do đó I_1I song song d .

Suy ra phương trình của đường thẳng $I_1I: x - y = 0$.

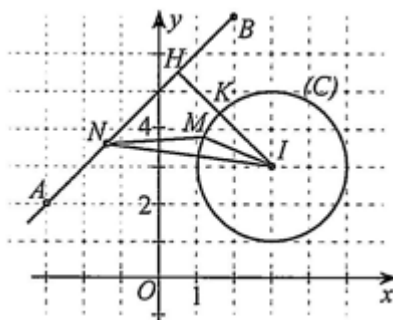
Mặt khác ta lại có $I \in \Delta: 3x + y + 8 = 0$ nên $I(-2; -2)$.

Vậy $a + b = -4$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3; 3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3; 2)$ và $B(2; 7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn bao nhiêu mét.

Lời giải

Trả lời: 1



Quỹ đạo chuyển động của chất điểm thứ nhất là đường tròn (C) có phương trình chính tắc:

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4.$$

Vì $\overrightarrow{AB} = (5; 5)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB nên phương trình đường thẳng

$$AB \text{ là: } \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{5} \Leftrightarrow x - y + 5 = 0.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB .

$$\text{Ta có: } IH = \frac{|3-3+5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} (m).$$

Vì $\frac{5}{\sqrt{2}} > 2$, tức là $IH > R$ nên đường thẳng AB và đường tròn (C) không có điểm chung. Gọi

K là giao điểm của đoạn thẳng IH và đường tròn. Ta có: $HK = IH - IK = \frac{5}{\sqrt{2}} - 1 > 1(m)$.

Xét M là điểm bất kì trên đường tròn, N là điểm bất kì trên đường thẳng AB .

Ta có: $MN \geq IN - IM, IM = IK, IN \geq IH \Rightarrow MN \geq IH - IK = HK > 1m$.

Vậy tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn $1m$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Tính giá trị $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 1,5

Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Đường tròn này qua A, B, C nên

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Câu 5: Phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và có tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $2a + 5b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -1,5

$A(3;0), B(0;2), d: x + y = 0$.

Gọi I là tâm đường tròn vậy $I(x; -x)$ vì $I \in d$.

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3-x)^2 + x^2 = x^2 + (2+x)^2 \Leftrightarrow -6x + 9 = 4x + 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

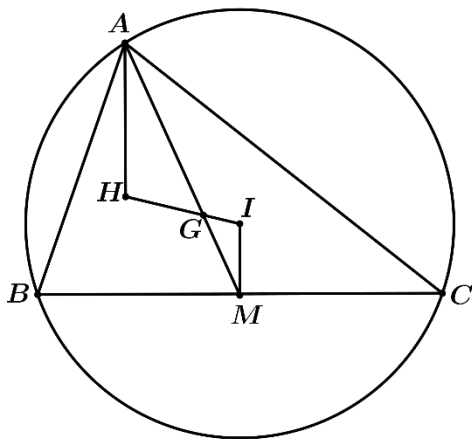
$$IA = \sqrt{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2} \text{ là bán kính đường tròn.}$$

$$\text{Phương trình đường tròn cần lập là: } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}.$$

Câu 6: Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Tìm bán kính của phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

Lời giải

Trả lời: 5



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

$$\Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{3}{2} \overrightarrow{HG} \Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} - 3 \right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3} - 2 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}.$$

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM : 2x - y + 1 = 0$.

$$\text{Khi đó: } M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1).$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A - 0 = 3 \cdot \frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3 \cdot \left(\frac{8}{3} - 1 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}.$$

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

- (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : x - 2y + 7 = 0$
- (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy
- (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d : x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1 : 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2 : 4x - 3y - 5 = 0$

Lời giải

a) Bán kính đường tròn (C) chính là khoảng cách từ I tới đường thẳng Δ nên:

$$R = d(I; \Delta) = \frac{|-1 - 4 - 7|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$

b) Vì điểm A nằm ở góc phần tư thứ tư và đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của đường tròn có dạng $I(R; -R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C) .

$$\text{Ta có: } R^2 = IA^2 \Leftrightarrow R^2 = (2-R)^2 + (-1+R)^2 \Leftrightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 1 \\ R = 5 \end{cases}$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn đầu bài là: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ và $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$

c) Vì đường tròn cần tìm có tâm K nằm trên đường thẳng d nên gọi $K(6a+10;a)$

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra:

$$\frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5} = \frac{|4((6a+10)3a-5)|}{5} \Leftrightarrow |22a+35| = |21a+35| \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{70}{43} \end{cases}$$

Với $a = 0$ thì $K(10;0)$ và $R = 7$ suy ra $(C): (x-10)^2 + y^2 = 49$

Với $a = -\frac{70}{43}$ thì $K(\frac{10}{43}; -\frac{70}{43})$ và $R = \frac{7}{43}$ suy ra $(C): (x-\frac{10}{43})^2 + (y+\frac{70}{43})^2 = (\frac{7}{43})^2$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là

$$(C): (x-10)^2 + y^2 = 49 \text{ và } (C): (x-\frac{10}{43})^2 + (y+\frac{70}{43})^2 = (\frac{7}{43})^2$$

Câu 2: Viết phương trình đường tròn (C) trong trường hợp sau: (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x+4y+5=0$ và $d_2: 4x-3y-5=0$.

Lời giải

Gọi tâm đường tròn là $I(6a+10;a) \in d$.

Đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R , ta có:

$$d(I, d_1) = d(I, d_2) \Leftrightarrow \frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5} = \frac{|4(6a+10)-3a-5|}{5}$$

$$\Leftrightarrow |22a+35| = |21a+35| \Leftrightarrow \begin{cases} 22a+35 = 21a+35 \\ 22a+35 = -21a-35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{70}{43} \end{cases}$$

- Với $a = 0$ thì $K(10;0)$ và $R = 7$ suy ra $(C): (x-10)^2 + y^2 = 49$.

- Với $a = -\frac{70}{43}$ thì $K(\frac{10}{43}; -\frac{70}{43})$ và $R = \frac{7}{43}$ suy ra

$$(C): (x-\frac{10}{43})^2 + (y+\frac{70}{43})^2 = (\frac{7}{43})^2.$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là:

$$(x-10)^2 + y^2 = 49; (x-\frac{10}{43})^2 + (y+\frac{70}{43})^2 = (\frac{7}{43})^2.$$

Câu 3: Cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và các đường thẳng $d_1: x-y=0$, $d_2: x-7y=0$. Viết phương trình đường tròn (C') có tâm I nằm trên đường tròn (C) và tiếp xúc với d_1, d_2

Lời giải

Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn (C') . Ta có: $I \in (C) \Leftrightarrow (a-2)^2 + b^2 = \frac{4}{5}$.

Đường tròn (C') tiếp xúc với hai đường thẳng d_1 và d_2

$$\Leftrightarrow d(I, d_1) = d(I, d_2) = R \Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{|a-7b|}{\sqrt{50}} \Leftrightarrow 5|a-b| = |a-7b|$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{-1}{2}b \text{ hoặc } a = 2b.$$

$$- a = \frac{-1}{2}b \Rightarrow \left(\frac{-1}{2}b - 2\right)^2 + b^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{5}{4}b^2 + 2b + \frac{16}{5} = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

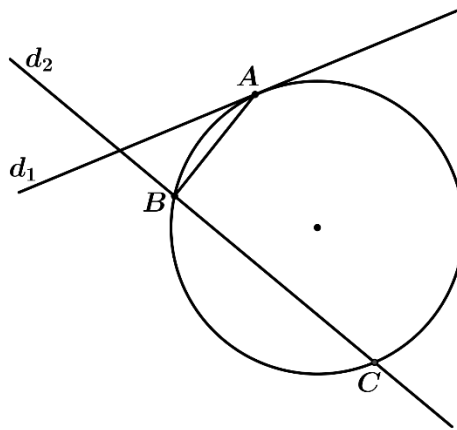
$$- a = 2b \Rightarrow (2b-2)^2 + b^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 5b^2 - 8b + \frac{16}{5} = 0 \Leftrightarrow b = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{8}{5}, R = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

$$\text{Vậy đường tròn } (C') \text{ có phương trình là: } \left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}.$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A , cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B . Viết phương trình của (C) , biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

Lời giải



$$\text{Vì } A \in d_1 \Rightarrow A(a; -\sqrt{3}a), a > 0; B, C \in d_2 \Rightarrow B(b; \sqrt{3}b), C(c; \sqrt{3}c)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB}(b-a; \sqrt{3}(a+b)), \overrightarrow{AC}(c-a; \sqrt{3}(c+a))$$

Tam giác ABC vuông tại B do đó AC là đường kính của đường tròn (C)

$$\text{Do đó } AC \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow -1 \cdot (c-a) + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}(a+c) = 0 \Leftrightarrow 2a+c=0 \quad (1)$$

$$AB \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (b-a) + 3(a+b) = 0 \Leftrightarrow 2b+a=0 \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác } S_{ABC} = \frac{1}{2}d(A; d_2) \cdot BC \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|2\sqrt{3}a|}{2} \sqrt{(c-b)^2 + 3(c-b)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2a|c-b|=1 \quad (3)$$

Từ (1), (2) suy ra $2(c-b) = -3a$ thế vào (3) ta được $a|-3a| = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Do đó $b = -\frac{\sqrt{3}}{6}$, $c = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -1\right)$, $C\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -2\right)$

Suy ra (C) nhận $I\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm AC làm tâm và bán kính là $R = \frac{AC}{2} = 1$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là (C): $\left(x + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$.

Câu 5: Cho tam giác MNP biết $M(-6;3)$ và N, P là các điểm lần lượt thuộc các đường thẳng $\Delta_1: x - y + 9 = 0$, $\Delta_2: 2x + y + 1 = 0$. Gọi $Q(2; -1)$ là điểm thỏa $\overrightarrow{NQ} = 3\overrightarrow{NP}$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP.

Lời giải

$N \in \Delta_1: x - y + 9 = 0 \Rightarrow N(x_N; x_N + 9)$; $P \in \Delta_2: 2x + y + 1 = 0 \Rightarrow P(x_P; -2x_P - 1)$.

Mà $\overrightarrow{NQ} = 3\overrightarrow{NP} \Rightarrow \begin{cases} 2 - x_N = 3(x_P - x_N) \\ -1 - y_N = 3(y_P - y_N) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_N - 3x_P = -2 \\ 2x_N + 6x_P = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -4 \\ x_P = -2 \end{cases}$

Với $x_N = -4 \Rightarrow y_N = 5 \Rightarrow N(-4; 5)$; $x_P = -2 \Rightarrow y_P = 3 \Rightarrow P(-2; 3)$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = (2; 2) \\ \overrightarrow{NP} = (2; -2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{NP}$ hay ΔMNP vuông tại N .

Gọi E là trung điểm $MP \Rightarrow E(-4; 3)$.

Suy ra, đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP có tâm $E(-4; 3)$ và bán kính $R = \frac{MP}{2} = 2$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP: $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0; 2)$, $B\left(0; -\frac{4}{5}\right)$. Đường tròn (T) đi qua A và cắt hai đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$, $\Delta: 2x + y + 2 = 0$ lần lượt tại M và N. Biết AM song song với BN và O, M, N thẳng hàng. Phương trình đường tròn (T) là

Lời giải

Vì $M \in d$, $N \in \Delta \Rightarrow M(t; t - 1)$, $N(s; -2s - 2)$.

Nếu $t = 0 \Rightarrow M(0; -1) \Rightarrow A, M \in Oy$ (loại).

Nếu $t \neq 0$ ta có: Do AM song song với BN và O, M, N thẳng hàng nên có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{ON} \\ \overrightarrow{AM} = l\overrightarrow{BN} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{s}{t} = \frac{-2-2s}{-1+t} \\ \frac{s}{t} = \frac{-\frac{6}{5}-2s}{-3+t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3st = s - 2t \\ 15st = 15s - 6t \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{5}{2}s \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ s = -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(2; 1) \\ N\left(-\frac{4}{5}; -\frac{2}{5}\right) \end{cases}$$

Giả sử đường tròn (T) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$).

Vì đường tròn (T) qua ba điểm A, M, N nên có hệ:

$$\begin{cases} 4 - 4b + c = 0 \\ 5 - 4a - 2b + c = 0 \\ \frac{4}{5} + \frac{8}{5}a + \frac{4}{5}b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình đường tròn (T) là $x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 4 = 0$.
Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: x - 4y + 2022 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm là $I(-3; 2)$ và có bán kính $R = \sqrt{17}$.

Đường thẳng $d \perp \Delta \Rightarrow d: 4x + y + c = 0$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|-12 + 2 + c|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 27 \\ c = -7 \end{cases}$.

Phương trình tiếp tuyến d là $4x + y + 27 = 0$; $4x + y - 7 = 0$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNG

BÀI. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x + y + 11 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$.

Câu 2: Điểm nào sau đây thuộc đường tròn có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$?

A. $(2;1)$.

B. $(2;-1)$.

C. $(2;2)$.

D. $(2;-2)$.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$. Hãy xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .

A. $I(2;-3); R = 4$.

B. $I(-2;3); R = 4$.

C. $I(-2;3); R = 16$.

D. $I(2;-3); R = 16$.

Câu 4: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3), B(-2;1)$ và có tâm nằm trên trục hoành.

A. $(C): x^2 + y^2 - 2x - 9 = 0$.

B. $(C): x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$.

C. $(C): x^2 + y^2 + 4y - 1 = 0$.

D. $(C): x^2 + y^2 + 2x - 9 = 0$.

Câu 5: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1). Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

A. $m = 2$.

B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $1 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Câu 6: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

A. $I(-1;2); R = 4$.

B. $I(1;-2); R = 2$.

C. $I(-1;2); R = \sqrt{5}$.

D. $I(1;-2); R = 4$.

Câu 7: Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 5$ là

A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 20 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 20 = 0$.

Câu 8: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

A. $(3;3)$ và $(-1;1)$.

B. $(-1;1)$ và $(3;-3)$.

C. $(3;3)$ và $(1;1)$.

D. $(2;1)$ và $(2;-1)$

Câu 9: Số giao điểm của đường thẳng $(d): 3x - 4y + 5 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 1 = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. Xác định đường kính của đường tròn (C)

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 11: Cho đường tròn (C) có tâm $I(-4;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y+1=0$. Hãy xác định bán kính R của đường tròn (C) .

- A. $R = \frac{19}{5}$. B. $R = 4$. C. $R = \frac{17}{5}$. D. $R = 3$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn có tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng $(d): 3x-4y-10=0$ có phương trình là

- A. $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. B. $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.
C. $(C): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 3$. D. $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3), B(-1;1)$ có tâm thuộc $\Delta: x-3y-11=0$.

- a) Tâm của đường tròn (C) là $I\left(7; -\frac{4}{3}\right)$
b) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)
c) Đường kính của đường tròn (C) bằng 65
d) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(0;2)$

Câu 2: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và hai điểm $A(1;-1), B(1;3)$.

- a) Điểm A thuộc đường tròn
b) Điểm B nằm trong đường tròn
c) Đường thẳng $x=1$ là phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A .
d) Qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là: $x=1; 3x+4y-12=0$.

Câu 3: Cho $(C): (x-1)^2 + y^2 = 10$; và điểm $A(4;1)$.

- a) Điểm $A \in (C)$
b) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{10}$
c) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4;1)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3;1)$
d) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4;1)$ đi qua điểm $N(4;3)$

Câu 4: Cho $(C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$; điểm $A(5;-1)$; các đường thẳng Δ là tiếp tuyến đường tròn (C) đi qua A .

- a) (C) có bán kính $R=3$.
b) Gọi I là tâm của đường tròn (C) , khi đó $IA = 2\sqrt{2}$
c) Có hai đường thẳng Δ
d) Các đường thẳng Δ vuông góc với nhau

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $A(-1;0), B(2;4)$ và $C(4;1)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $3MA^2 + MB^2 = 2MC^2$ là một đường tròn (C) . Tìm tính bán kính của (C) . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- Câu 2:** Cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB
- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm H , trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB, AC . Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$. Tính giá trị $a+b+R$.
- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm O . Gọi M là trung điểm của BC ; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C . Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là $(T): (x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$. Tính giá trị của $3a+4b$
- Câu 5:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T = x_0 + y_0$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị $S = 2x_0 + 3y_0$
- Câu 6:** Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$ và hai điểm $A(2; -2), B(-3; -1)$. Gọi M, N là các điểm thuộc (C) sao cho AM, AN lần lượt đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. Tính $AM + AN$.

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Viết phương trình đường tròn (C) đi qua $A(1;1)$ và tiếp xúc với 2 trục tọa độ.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến điểm B bằng 5.
- Câu 3:** Lập phương trình đường tròn (C) biết: (C) có tâm $B(1;1)$ và cắt $d: 3x+4y+8=0$ tại M, N thỏa mãn $MN = 8$;
- Câu 4:** Một vật chuyển động tròn đều chịu tác động của lực hướng tâm, quỹ đạo chuyển động của vật trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 100$. Vật chuyển động đến điểm $M(8;6)$ thì bị bay ra ngoài. Trong những giây đầu tiên sau khi vật bay ra ngoài, vật chuyển động trên đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn. Viết phương trình tiếp tuyến đó.
- Câu 5:** Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$ (Biết tung độ của tâm là số không âm). Viết phương trình đường tròn (C) .
- Câu 6:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$, điểm $K(2;1)$ thuộc đường thẳng AC . Hai đường cao BM và CN , phương trình đường thẳng $MN: 4x - 3y + 10 = 0$ và điểm A có hoành độ âm. Phương trình đường tròn tâm O tiếp xúc với đường thẳng AC là

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x + y + 11 = 0$

D. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$.

Lời giải

Ta có:

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = -2 < 0.$$

$$x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = -\frac{7}{2} < 0.$$

$$x^2 + y^2 - 6x + y + 11 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = -\frac{3}{2} < 0.$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = 10 > 0.$$

Vậy phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$ là phương trình đường tròn.

Câu 2: Điểm nào sau đây thuộc đường tròn có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$?

A. $(2;1)$.

B. $(2;-1)$.

C. $(2;2)$.

D. $(2;-2)$.

Lời giải

Thay $x = 2, y = 2$ vào phương trình đường tròn ta thấy thỏa mãn.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$. Hãy xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .

A. $I(2;-3); R = 4$.

B. $I(-2;3); R = 4$.

C. $I(-2;3); R = 16$.

D. $I(2;-3); R = 16$.

Lời giải

$$\text{Đường tròn } (C): x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0 \text{ có } a = -2; b = 3; c = -3.$$

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 - c = (-2)^2 + 3^2 - (-3) = 16.$$

$$\text{Do đó đường tròn } (C) \text{ có tâm } I(-2;3) \text{ và bán kính } R = \sqrt{16} = 4.$$

Câu 4: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3), B(-2;1)$ và có tâm nằm trên trục hoành.

A. $(C): x^2 + y^2 - 2x - 9 = 0$.

B. $(C): x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$.

C. $(C): x^2 + y^2 + 4y - 1 = 0$.

D. $(C): x^2 + y^2 + 2x - 9 = 0$.

Lời giải

Tâm I nằm trên trục hoành $\Rightarrow I(a;0) \Rightarrow$ phương trình tổng quát của đường tròn là:

$$(C): x^2 + y^2 - 2ax + c = 0.$$

$$\text{Ta có: } A(2;3), B(-2;1) \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} 4+9-4a+c=0 \\ 4+1+4a+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ c=-9 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } (C): x^2 + y^2 - 2x - 9 = 0.$$

Câu 5: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1). Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

- A. $m = 2$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. C. $1 < m < 2$. D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Lời giải

$x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1) là phương trình của đường tròn khi và chỉ khi

$$(m)^2 + [2(m-2)]^2 - (6-m) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Câu 6: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

- A. $I(-1; 2); R = 4$. B. $I(1; -2); R = 2$. C. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. D. $I(1; -2); R = 4$.

Lời giải

(C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Câu 7: Phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$ là

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 20 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 20 = 0$.

Lời giải

Phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0.$$

Câu 8: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

- A. $(3; 3)$ và $(-1; 1)$. B. $(-1; 1)$ và $(3; -3)$. C. $(3; 3)$ và $(1; 1)$. D. $(2; 1)$ và $(2; -1)$

Lời giải

Tọa độ giao điểm của Δ và (C) là nghiệm của hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ (2y - 3)^2 + y^2 - 2(2y - 3) - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 4y + 3 = 0 \\ x = 2y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y = 3 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(3; 3)$ và $(-1; 1)$.

Câu 9: Số giao điểm của đường thẳng $(d): 3x - 4y + 5 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 1 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Đường tròn tâm $I(0; 0)$, bán kính $R = 1$.

Ta có :

$$d(I, (d)) = 1 = R \Rightarrow \text{Vậy đường tròn } (C) \text{ tiếp xúc đường thẳng } (d) \text{ tại 1 điểm.}$$

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. Xác định đường kính của đường tròn (C)

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 2.

Lời giải

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ có bán kính $R = 3$ nên độ dài đường kính là 6.

Câu 11: Cho đường tròn (C) có tâm $I(-4;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y+1=0$. Hãy xác định bán kính R của đường tròn (C) .

- A. $R = \frac{19}{5}$. B. $R = 4$. C. $R = \frac{17}{5}$. D. $R = 3$.

Lời giải

Đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y+1=0$ nên ta có:

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-4) - 4 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3.$$

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn có tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng $(d): 3x-4y-10=0$ có phương trình là

- A. $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. B. $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.
C. $(C): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 3$. D. $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$.

Lời giải

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng $(d): 3x-4y-10=0$ có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

$$R = d(I, d) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 - 10|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3$$

Vậy phương trình đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3), B(-1;1)$ có tâm thuộc $\Delta: x-3y-11=0$.

- a) Tâm của đường tròn (C) là $I\left(7; -\frac{4}{3}\right)$
b) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)
c) Đường kính của đường tròn (C) bằng 65
d) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(0;2)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Gọi tâm đường tròn là $I(3t+11;t) \in \Delta$. Ta có: $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$

$$\Leftrightarrow (3t+11-2)^2 + (t-3)^2 = (3t+11+1)^2 + (t-1)^2 \Leftrightarrow 22t = -55 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra } I\left(\frac{7}{2}; -\frac{5}{2}\right); \text{ bán kính đường tròn } R = IA = \sqrt{\left(2 - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(3 + \frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{65}{2}}.$$

$$\text{Phương trình đường tròn } (C): \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{65}{2}.$$

Câu 2: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và hai điểm $A(1;-1), B(1;3)$.

- a) Điểm A thuộc đường tròn
 b) Điểm B nằm trong đường tròn
 c) Đường thẳng $x = 1$ là phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A .
 d) Qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là: $x = 1$; $3x + 4y - 12 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$ bán kính $R = \sqrt{9 + 1} = 2$.

-Ta có: $IA = 2 = R$, $IB = 2\sqrt{5} > R$ suy ra điểm A thuộc đường tròn và điểm B nằm ngoài đường tròn.

-Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\overrightarrow{AI} = (2; 0)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là $2(x - 1) + 0(y + 1) = 0$ hay $x = 1$.

-Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng: $a(x - 1) + b(y - 3) = 0$ (với $a^2 + b^2 \neq 0$) hay $ax + by - a - 3b = 0$.

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a - b - a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3b = 4a \end{cases}$$

- Với $b = 0$, chọn $a = 1$; phương trình tiếp tuyến là $x = 1$.

- Với $3b = 4a$, chọn $a = 3 \Rightarrow b = 4$; phương trình tiếp tuyến là $3x + 4y - 15 = 0$.

Vậy qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là: $x = 1$; $3x + 4y - 15 = 0$.

Câu 3: Cho $(C): (x - 1)^2 + y^2 = 10$; và điểm $A(4; 1)$.

- a) Điểm $A \in (C)$
 b) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{10}$
 c) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4; 1)$ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 1)$
 d) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4; 1)$ đi qua điểm $N(4; 3)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

(C) có tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{10}$.

Tuyến tuyến qua $A(4; 1)$, có vector pháp tuyến $\overrightarrow{IA} = (3; 1)$ nên có phương trình:

$$3(x - 4) + 1(y - 1) = 0 \text{ hay } 3x + y - 13 = 0.$$

Câu 4: Cho $(C): (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$; điểm $A(5; -1)$; các đường thẳng Δ là tiếp tuyến đường tròn (C) đi qua A .

- a) (C) có bán kính $R = 3$.
 b) Gọi I là tâm của đường tròn (C) , khi đó $IA = 2\sqrt{2}$
 c) Có hai đường thẳng Δ
 d) Các đường thẳng Δ vuông góc với nhau

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

(C) có tâm $I(2; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi $\vec{n} = (a; b)$ là vector pháp tuyến của đường thẳng Δ qua $A(5; -1)$;

phương trình $\Delta: a(x - 5) + b(y + 1) = 0$.

Δ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi: $d(I, \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|a(2-5)+b(2+1)|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 3 \Leftrightarrow |-3a+3b| = 3\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Leftrightarrow 9a^2+9b^2-18ab=9a^2+9b^2 \Leftrightarrow ab=0 \Leftrightarrow a=0 \vee b=0.$$

- Với $a=0$, chọn $b=1$; phương trình Δ là: $y+1=0$.

- Với $b=0$, chọn $a=1$; phương trình Δ là: $x-5=0$.

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là: $y+1=0; x-5=0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $A(-1;0), B(2;4)$ và $C(4;1)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $3MA^2 + MB^2 = 2MC^2$ là một đường tròn (C) . Tìm tính bán kính của (C) . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 5,17

Gọi $M(x; y)$. Ta có: $3MA^2 + MB^2 = 2MC^2$

$$\Leftrightarrow 3[(x+1)^2 + y^2] + (x-2)^2 + (y-4)^2 = 2[(x-4)^2 + (y-1)^2]$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 6x + 3 + x^2 + y^2 - 4x - 8y + 20 = 2x^2 + 2y^2 - 16x - 4y + 34$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 18x - 4y - 11 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 9x - 2y - \frac{11}{2} = 0(*)$$

Đặt $a = -\frac{9}{2}, b = 1, c = -\frac{11}{2}$. Ta có $a = -\frac{9}{2}, b = 1, c = -\frac{11}{2}$ $a^2 + b^2 - c = \frac{107}{4} > 0$ nên $(*)$ là phương trình của một đường tròn (tức đường tròn (C)).

Bán kính của (C) là: $R = \frac{\sqrt{107}}{2}$.

Câu 2: Cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

Lời giải

Trả lời: 5

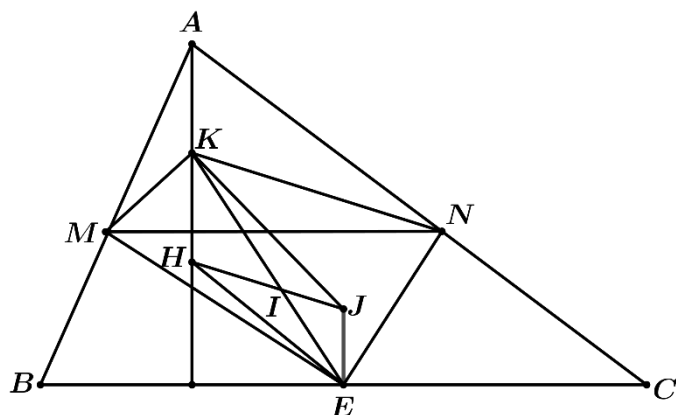
Gọi (C_1) là đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Ta có tam giác OAB vuông tại O nên tâm I của đường tròn (C_1) là trung điểm cạnh AB suy ra $I(4;3)$; bán kính đường tròn là

$$R = IA = \sqrt{(8-4)^2 + (0-3)^2} = 5. \text{ Vậy phương trình đường tròn } (C_1) \text{ là } (x-4)^2 + (y-3)^2 = 25.$$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm H , trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB, AC . Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ Tính giá trị $a+b+R$.

Lời giải

Trả lời: 16



Gọi E là trung điểm BC , J là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MK \parallel BH \\ ME \parallel AC \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow MK \perp ME \quad (1), \quad \begin{cases} KN \parallel CH \\ NE \parallel AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow KN \perp NE \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow KMEN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính KE .

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 4y - 17 = 0$ có tâm $I(-2; 2)$ bán kính $r = 5 \Rightarrow I$ là trung điểm KE .

$KHEJ$ là hình bình hành $\Rightarrow I$ là trung điểm JH

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{IG} \Rightarrow \begin{cases} x_J + 2 = 3(-1 + 2) \\ y_J - 2 = 3(3 - 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_J = 1 \\ y_J = 5 \end{cases} \Rightarrow J(1; 5).$$

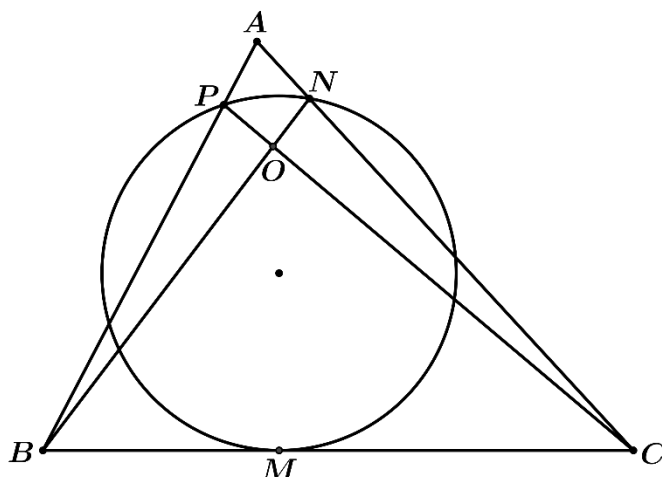
Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R = JA = 2IK = 2r = 10$.

Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là: $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 100$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm O . Gọi M là trung điểm của BC ; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C . Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là $(T): (x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$. Tính giá trị của $3a + 4b$

Lời giải

Trả lời: 2



Ta có M là trung điểm của BC ; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C . Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P là đường tròn Euler. Do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là ảnh của đường tròn Euler qua phép vị tự tâm là O , tỷ số $k = 2$.

Gọi I và I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC .

Gọi R và R' lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC .

Ta có $I\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ và do đó $\overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \Rightarrow I'(2; -1)$.

Mặt khác $R = \frac{5}{2} \Rightarrow R' = 5$.

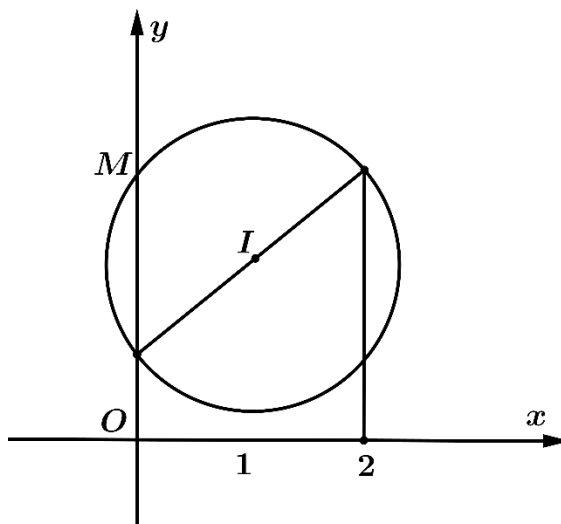
Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Nhận xét: Đề bài này rất khó đối với học sinh nếu không biết đến đường tròn Euler.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T = x_0 + y_0$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị $S = 2x_0 + 3y_0$

Lời giải

Trả lời: 13



Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$, (C) có tâm $I(1; 2)$, $R = \sqrt{2}$.

Suy ra $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 - 2 = 0$.

Có $T = x_0 + y_0 = (x_0 - 1) + (y_0 - 2) + 3$.

Áp dụng bất đẳng thức bunhiacossiki cho 2 bộ số $(1; 1), ((x_0 - 1); (y_0 - 2))$.

$|(x_0 - 1) + (y_0 - 2)| \leq \sqrt{2[(x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2]} = 2$, do $(x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 2$.

$\Rightarrow -2 \leq (x_0 - 1) + (y_0 - 2) \leq 2 \Rightarrow 1 \leq (x_0 - 1) + (y_0 - 2) + 3 \leq 5 \Rightarrow 1 \leq T \leq 5$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} (x_0 - 1) = (y_0 - 2) \\ (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow (x_0 - 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2, y_0 = 3, T = 5 \\ x_0 = 0, y_0 = 1, T = 1 \end{cases}$.

Vậy $\max T = 5$ khi $x_0 = 2, y_0 = 3$ nên $S = 2x_0 + 3y_0 = 2.2 + 3.3 = 13$.

Câu 6: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$ và hai điểm $A(2; -2), B(-3; -1)$. Gọi M, N là các điểm thuộc (C) sao cho AM, AN lần lượt đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. Tính $AM + AN$.

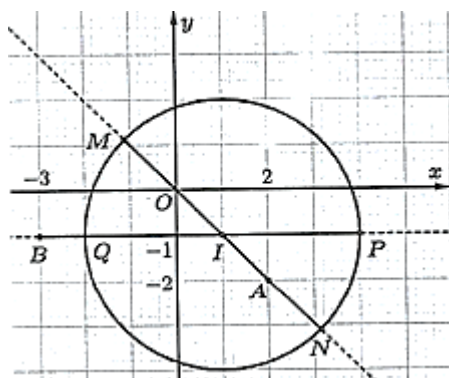
Lời giải

Trả lời: 6

(C) có tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{1+1+7} = 3$.

Ta có : $IA = \sqrt{(2-1)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{2} < R$ nên A nằm bên trong đường tròn.

$IB = \sqrt{(-3-1)^2 + (-1+1)^2} = 4 > R$ nên B nằm bên ngoài đường tròn.



Vì M thuộc (C) và AM lớn nhất nên A, I, M thẳng hàng (I nằm giữa A, M) ta có:

$$AM = R + IA.$$

N thuộc (C) , AN bé nhất nên I, A, N thẳng hàng (A nằm giữa I, N), ta có $AN = R - IA$

Suy ra: $AM + AN = (R + IA) + (R - IA) = 2R = 6$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua $A(1;1)$ và tiếp xúc với 2 trục tọa độ.

Lời giải

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(a; b)$ bán kính R có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$. Do

(C) tiếp xúc $Ox, Oy \Leftrightarrow R = |a| = |b|$.

+ Trường hợp 1: Nếu $a = b$

$(C): (x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$. Do (C) qua $A(1;1)$ suy ra

$$(1-a)^2 + (1-a)^2 = a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - \sqrt{2} \\ a = 2 + \sqrt{2} \end{cases}. \text{ Vậy có 2 đường tròn:}$$

$$(C_1): (x-2+\sqrt{2})^2 + (y-2+\sqrt{2})^2 = (2-\sqrt{2})^2$$

$$(C_2): (x-2-\sqrt{2})^2 + (y-2-\sqrt{2})^2 = (2+\sqrt{2})^2$$

+ Trường hợp 2: Nếu $a = -b$

$(C): (x-a)^2 + (y+a)^2 = a^2$. Do (C) qua $A(1;1)$ suy ra

$$(1-a)^2 + (1+a)^2 = a^2 \text{ (vô nghiệm)}$$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến điểm B bằng 5.

Lời giải

Đường tròn (C) tiếp xúc với trục Ox tại A nên ta có $I(2;b)$ và $d(I, Ox) = |b| = R$.

Mặt khác, $IB = 5 \Leftrightarrow IB^2 = 25 \Leftrightarrow (6-2)^2 + (4-b)^2 = 25 \Leftrightarrow b = 7$ hoặc $b = 1$.

- $b = 7 \Rightarrow I(2;7), R = 7$. Phương trình đường tròn (C) là: $(x-2)^2 + (y-7)^2 = 49$.

- $b = 1 \Rightarrow I(2;1), R = 1$. Phương trình đường tròn (C) là: $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 3: Lập phương trình đường tròn (C) biết: (C) có tâm $B(1;1)$ và cắt $d: 3x + 4y + 8 = 0$ tại M, N thỏa mãn $MN = 8$;

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của B lên $d: 3x + 4y + 8 = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm

$$B \text{ đến đường thẳng } d \text{ là } BH = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3.$$

H là trung điểm của MN nên $HM = 4$. Suy ra bán kính đường tròn (C) là:

$$R = \sqrt{BH^2 + HM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$.

Câu 4: Một vật chuyển động tròn đều chịu tác động của lực hướng tâm, quỹ đạo chuyển động của vật trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 100$. Vật chuyển động đến điểm $M(8;6)$ thì bị bay ra ngoài. Trong những giây đầu tiên sau khi vật bay ra ngoài, vật chuyển động trên đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn. Viết phương trình tiếp tuyến đó.

Lời giải

Vector pháp tuyến của tiếp tuyến là: $\overrightarrow{OM} = (8;6)$.

Phương trình của tiếp tuyến là: $8(x-8) + 6(y-6) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 50 = 0$.

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$ (Biết tung độ của tâm là số không âm). Viết phương trình đường tròn (C) .

Lời giải

Vì đường tròn (C) có tâm I nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ nên gọi $I(6a+10;a)$, với $a \geq 0$.

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra

$$\frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5} = \frac{|4(6a+10)-3a-5|}{5} \Leftrightarrow |22a+35| = |21a+35| \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ (loại)} \\ a = \frac{-70}{43} \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Với $a = 0$ thì $I(10;0)$ và $R = \frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5} = 7$.

Vậy đường tròn (C) có phương trình là: $(x-10)^2 + y^2 = 49$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$, điểm $K(2;1)$ thuộc đường thẳng AC . Hai đường cao BM và CN , phương trình đường thẳng $MN: 4x - 3y + 10 = 0$ và điểm A có hoành độ âm. Phương trình đường tròn tâm O tiếp xúc với đường thẳng AC là

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $O(0;0)$.

Tứ giác $BCMN$ nội tiếp nên $\widehat{ACB} = \widehat{MNA}$.

Giả sử d là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại A , ta có $\widehat{ACB} = \widehat{A_1}$ do đó $\widehat{A_1} = \widehat{MNA}$, mà hai góc lại ở vị trí so le trong nên d song song MN suy ra $OA \perp MN$.

Phương trình đường thẳng OA đi qua $O(0;0)$ vuông góc với MN là: $3x + 4y = 0$.

A là giao điểm của OA và (C) nên tọa độ A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \\ x = -4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-4;3) \text{ (} A \text{ có hoành độ âm).}$$

Phương trình đường thẳng AC đi qua $A(-4;3)$, $K(2;1)$ là $x + 3y - 5 = 0$.

Đường tròn tâm O tiếp xúc với đường thẳng AC nên bán kính bằng: $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$ suy ra phương

trình là: $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNG

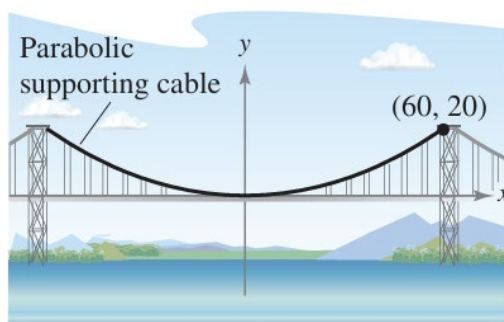
BÀI. BA ĐƯỜNG CONIC

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Đường Elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ có tiêu cự bằng:
- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. 6.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ và điểm $C(2;0)$. Tìm tọa độ các điểm $A; B$ trên (E) , biết rằng hai điểm đối xứng nhau qua trục hoành và $\triangle ABC$ là tam giác đều và điểm A có tung độ dương.
- A. $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$. B. $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.
- C. $A(2; 4\sqrt{3})$ và $B(2; -4\sqrt{3})$. D. $A\left(\frac{-2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{-2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.
- Câu 3:** Cho hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu điểm của hypebol là
- A. $F_1(-25;0)$ và $F_2(25;0)$. B. $F_1(-5;0)$ và $F_2(5;0)$.
- C. $F_1(-\sqrt{337};0)$ và $F_2(\sqrt{337};0)$. D. $F_1(-337;0)$ và $F_2(337;0)$.
- Câu 4:** Cho hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$ và điểm M thuộc hypebol. Khi đó $|MF_1 - MF_2|$ bằng
- A. 4. B. 8. C. 6. D. 10.
- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xác định phương trình chính tắc của elip biết một giao điểm của elip với trục Ox là $A_1(6;0)$, elip đi qua $M(0;\sqrt{32})$.
- A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$. C. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 0$.
- Câu 6:** Phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$ là:
- A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$. D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$.

- Câu 7:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) có một tiêu điểm là $F_2(3;0)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 .
- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$. C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$.
- Câu 8:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) đi qua hai điểm $A(4\sqrt{2};2)$ và $B(-6;-\sqrt{5})$.
- A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{31} - \frac{y^2}{31} = 1$. C. $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{12} = 1$. D. $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{8} = 1$.
- Câu 9:** Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 4x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là
- A. $F(-1;0)$. B. $F(1;0)$. C. $F(0;1)$. D. $F(0;-1)$.
- Câu 10:** Phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ là:
- A. $y = 20x$. B. $y = 30x$. C. $y = 15x$. D. $y = 10x$.
- Câu 11:** Cho parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x + \frac{1}{2} = 0$. Phương trình chính tắc của parabol (P) là
- A. $y^2 = 4x$. B. $y^2 = x$. C. $y^2 = \frac{1}{2}x$. D. $y^2 = 2x$.
- Câu 12:** Một cái cầu có dây cáp treo hình parabol, cầu dài 120 m và được nâng đỡ bởi những thanh thẳng đứng treo từ cáp xuống, thanh dài nhất là 20 m, thanh ngắn nhất là 8 m.



Phương trình chính tắc của Parabol là:

- A. $y^2 = 9x$. B. $y^2 = \frac{20}{3}x$. C. $y^2 = 45x$. D. $y^2 = -\frac{10}{3}x$.

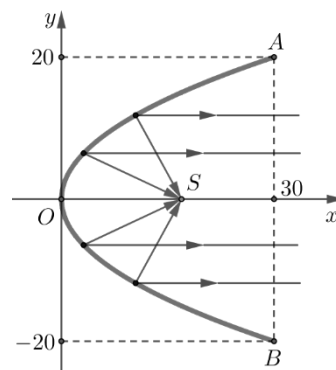
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, đi qua hai điểm $M(5;\sqrt{2})$ và $N(0;2)$.
- a) Điểm $B(0;-2)$ thuộc elip (E)
- b) $a^2 = 50$
- c) $b = 4$
- d) Điểm $I(1;0)$ nằm bên trong elip (E)

Câu 2: Cho đường cong (C) có phương trình $3x^2 + 4y^2 - 48 = 0$ và đường thẳng $d: x - 2y + 4 = 0$.

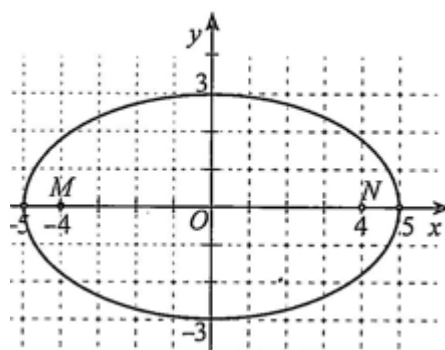
- Đường cong (C) là một elip.
- Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm M, N .
- Nếu đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm M, N thì $MN > 3$.
- Có 4 điểm trên (C) sao cho $3F_1M = F_2M$ với $F_1(-2;0), F_2(2;0)$

Câu 3: Hình vẽ bên mô phỏng mặt cắt ngang của một chiếc đèn có dạng parabol trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên mỗi trục là cm). Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S .



- (P) đi qua điểm $A(30;20)$.
- Tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{20}{3};0\right)$.
- Phương trình đường chuẩn Δ là $x = -\frac{10}{3}$.
- Khoảng cách ngắn nhất từ 1 điểm trên (P) đến đường thẳng $d: x - 2y + 6 = 0$ bằng $\frac{22}{3\sqrt{5}}$.

Câu 4: Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài hai bán trục lần lượt là $3m$ và $5m$. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) có hai trục tọa độ chứa hai trục của elip, gốc tọa độ O là tâm của elip (hình)

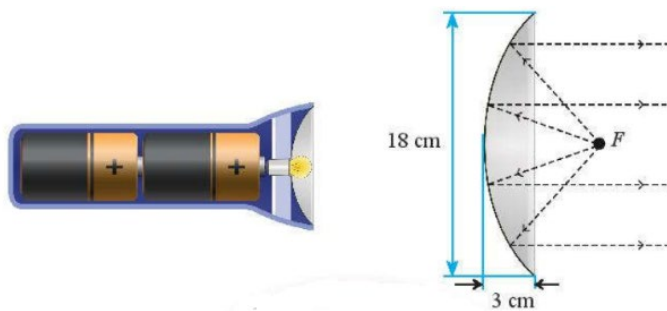


- Phương trình chính tắc của đường elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.
- Xét các điểm M, N cùng thuộc trục lớn của elip và đều cách O một khoảng bằng $4m$ về hai phía của O . Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng $10m$
- Một người đứng ở vị trí P cách O một khoảng bằng $6m$. Người đó đứng ở trong hồ
- Xét vị trí C trên mép hồ cách trục lớn một khoảng bằng $2m$. Khi đó vị trí C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5}{3}m$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

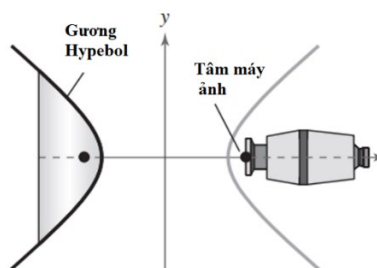
Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Xét các điểm M, N lần lượt thuộc các tia Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (E) . Tính độ dài ngắn nhất của MN

- Câu 2:** Cho parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2 = 8x$. Gọi I là giao điểm của đường chuẩn với trục Ox , đường thẳng đi qua tiêu điểm F và vuông góc với trục Ox cắt (P) tại hai điểm lần lượt là M, N . Tính diện tích tam giác IMN .
- Câu 3:** Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ và đường thẳng $d: 2x - y - 4 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P) . Tìm tung độ dương của điểm $C \in (P)$ sao cho ΔABC có diện tích bằng 12.
- Câu 4:** Một đèn pin có chóa đèn mặt cắt hình parabol với kính thước trong hình trên. Giấy tóc bóng đèn được đặt ở tiêu điểm F .



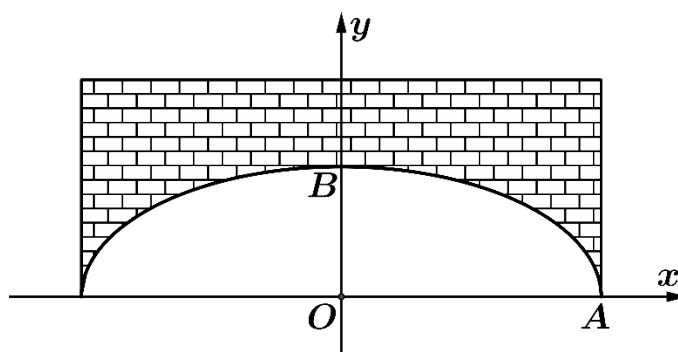
Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn bao nhiêu cm?

- Câu 5:** Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình).



Phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tính khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- Câu 6:** Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là 12 m, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là 3 m. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao 2,8 m thì có chiều rộng không quá 3 m. Tính độ cao y của điểm $M \in (E)$ có hoành độ 1,5. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

- Elip đi qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$.
- Elip nhận $F_2(5;0)$ là một tiêu điểm và $2b = 4\sqrt{6}$.
- Elip có $2a = 2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.
- Elip đi qua hai điểm $M(2; -\sqrt{2})$ và $N(-\sqrt{6};1)$.

Câu 2: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip; A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $AF_1 + BF_2 = 8$. Tính $AF_2 + BF_1$.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1 = 2MF_2$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1 - MF_2 = 2$.

Câu 3: Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A, B cách nhau 300 km. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s để một tàu thủy thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ A đến sớm hơn tín hiệu từ B là 0,0005 s. Từ thông tin trên, ta có thể xác định được tàu thủy thuộc đường hypebol nào? Viết phương trình chính tắc của hypebol đó theo đơn vị kilômet.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ, cho Hypebol (H) đi qua điểm $M(4; \sqrt{5})$, có một tiêu điểm $F_1(-3;0)$ và đường thẳng $d: y = \frac{1}{2}x$. Đường thẳng d cắt (H) tại hai điểm E, F . Tính độ dài đoạn EF .

Câu 5: Cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 . Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2} = 60^\circ$.

Câu 6: Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao 8 m, rộng 20 m. Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 5 m lên đến nóc nhà vòm.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường Elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ có tiêu cự bằng:

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Từ phương trình Elip ta có: $a^2 = 9, b^2 = 6 \Rightarrow c^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$.

$\Rightarrow$ Tiêu cự bằng $2c = 2\sqrt{3}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ và điểm $C(2;0)$. Tìm tọa độ các điểm $A; B$ trên (E) , biết rằng hai điểm đối xứng nhau qua trục hoành và $\triangle ABC$ là tam giác đều và điểm A có tung độ dương.

A. $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

B. $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

C. $A(2; 4\sqrt{3})$ và $B(2; -4\sqrt{3})$.

D. $A\left(-\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(-\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Lời giải

Giả sử $A(x_0; y_0)$ do A, B đối xứng nhau qua Ox nên $B(x_0; -y_0)$.

Ta có: $AB^2 = 4y_0^2$ và $AC^2 = (x_0 - 2)^2 + y_0^2$.

Vì $A \in (E)$ nên $\frac{x_0^2}{4} + \frac{y_0^2}{1} = 1 \Rightarrow y_0^2 = 1 - \frac{x_0^2}{4}$ (1)

Vì $AB = AC$ nên $(x_0 - 2)^2 + y_0^2 = 4y_0^2$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được $7x_0^2 - 16x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = 0 \\ y_0 = \pm \frac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases}$

Vì $A \neq C$ và A có tung độ dương nên $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Câu 3: Cho hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu điểm của hypebol là

A. $F_1(-25;0)$ và $F_2(25;0)$.

B. $F_1(-5;0)$ và $F_2(5;0)$.

C. $F_1(-\sqrt{337};0)$ và $F_2(\sqrt{337};0)$.

D. $F_1(-337;0)$ và $F_2(337;0)$.

Lời giải

Ta có $a^2 = 16, b^2 = 9$, nên $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$.

Vậy hypebol có hai tiêu điểm là $F_1(-5;0)$ và $F_2(5;0)$.

Câu 4: Cho hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$ và điểm M thuộc hypebol. Khi đó $|MF_1 - MF_2|$ bằng

- A.** 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $a^2 = 4$ suy ra $a = 2$.

Vậy $|MF_1 - MF_2| = 2a = 2.2 = 4$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xác định phương trình chính tắc của elip biết một giao điểm của elip với trục Ox là $A_1(6;0)$, elip đi qua $M(0;\sqrt{32})$.

- A.** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{4} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{4} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 0$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > b > 0)$.

Một giao điểm của elip với trục Ox là $A_1(6;0) \Rightarrow a = 6$

$$\text{Elip di qua } M(0; \sqrt{32}) \Leftrightarrow \frac{0}{a^2} + \frac{32}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 32$$

Phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$.

Câu 6: Phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_1(4;0)$ là:

- A.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > 0, b > 0$.

Do $A_2(4;0)$ thuộc (H) nên $\frac{4^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1$, suy ra $a = 4$ mà $F_2(6;0)$ là tiêu điểm của (H) nên $c = 6$ suy ra $b^2 = c^2 - a^2 = 36 - 16 = 20$.

Vậy hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) có một tiêu điểm là $F_2(3;0)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 .

- A.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$).

(H) cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ bằng $-2 \Rightarrow A(-2;0) \in (H) \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} - 0 = 1 \Leftrightarrow a^2 = 4$

$F_2(3;0)$ là một tiêu điểm của $(H) \Rightarrow c = 3 \Leftrightarrow c^2 = 9 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 9 \Rightarrow b^2 = 5$.

Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) đi qua hai điểm $A(4\sqrt{2};2)$ và $B(-6;-\sqrt{5})$.

- A.** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{31} - \frac{y^2}{31} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{12} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{8} = 1$

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$.

$$A(4\sqrt{2};2) \in (H) \Leftrightarrow \frac{32}{a^2} - \frac{4}{b^2} = 1 \quad (1); \quad B(-6;-\sqrt{5}) \in (H) \Leftrightarrow \frac{36}{a^2} - \frac{5}{b^2} = 1 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a^2} = \frac{1}{16} \\ \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 4 \end{cases}. \text{ Vậy phương trình hypebol (H) là } \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

Câu 9: Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 4x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

- A.** $F(-1;0)$. **B.** $F(1;0)$. **C.** $F(0;1)$. **D.** $F(0;-1)$.

Lời giải

Từ phương trình của parabol ta có $2p = 4 \Rightarrow p = 2$.

Suy ra parabol (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$.

Câu 10: Phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ là:

- A.** $y = 20x$. **B.** $y = 30x$. **C.** $y = 15x$. **D.** $y = 10x$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px (p > 0)$.

Vì (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ nên $\frac{p}{2} = 5$, tức là $p = 10$. Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = 20x$.

Câu 11: Cho parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x + \frac{1}{2} = 0$. Phương trình chính tắc của parabol (P) là

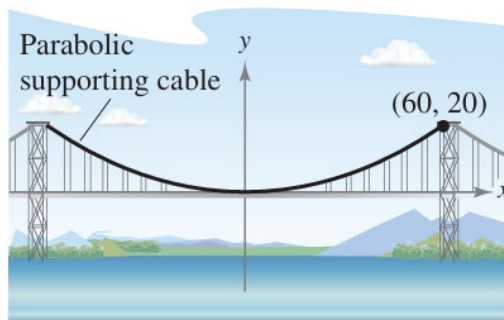
- A.** $y^2 = 4x$. **B.** $y^2 = x$. **C.** $y^2 = \frac{1}{2}x$. **D.** $y^2 = 2x$.

Lời giải

Parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} = -\frac{p}{2} \Rightarrow p = 1$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = 2x$.

Câu 12: Một cái cầu có dây cáp treo hình parabol, cầu dài 120 m và được nâng đỡ bởi những thanh thẳng đứng treo từ cáp xuống, thanh dài nhất là 20 m, thanh ngắn nhất là 8 m.



Phương trình chính tắc của Parabol là:

A. $y^2 = 9x$.

B. $y^2 = \frac{20}{3}x$.

C. $y^2 = 45x$.

D. $y^2 = -\frac{10}{3}x$.

Lời giải

Thay toạ độ điểm $M(60;20)$ vào phương trình ta được $20^2 = 2 \cdot p \cdot 60 \Rightarrow p = \frac{10}{3}$.

Do $p = \frac{10}{3}$ nên phương trình chính tắc của Parabol là: $y^2 = \frac{20}{3}x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, đi qua hai điểm $M(5; \sqrt{2})$ và $N(0; 2)$.

a) Điểm $B(0; -2)$ thuộc elip (E)

b) $a^2 = 50$

c) $b = 4$

d) Điểm $I(1; 0)$ nằm bên trong elip (E)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có:
$$\begin{cases} M \in (E) \\ N \in (E) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5^2}{a^2} + \frac{(\sqrt{2})^2}{b^2} = 1 \\ \frac{0^2}{a^2} + \frac{2^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 50 \\ b^2 = 4 \end{cases}.$$
 Vậy elip $(E): \frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 2: Cho đường cong (C) có phương trình $3x^2 + 4y^2 - 48 = 0$ và đường thẳng $d: x - 2y + 4 = 0$.

a) Đường cong (C) là một elip.

b) Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm M, N .

c) Nếu đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm M, N thì $MN > 3$.

d) Có 4 điểm trên (C) sao cho $3F_1M = F_2M$ với $F_1(-2; 0), F_2(2; 0)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Ta có $3x^2 + 4y^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

b) Đúng: Ta có $x - 2y + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 4$, thay vào phương trình của (C) ta được:

$$3(2y-4)^2 + 4y^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow 16y^2 - 48y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow x = -4 \\ y = 3 \Rightarrow x = 2 \end{cases}.$$

c) Đúng: Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và đường cong (C) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 - 48 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2y-4)^2 + 4y^2 - 48 = 0 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 4 \\ y = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow M(-4;0), N(2;3)$$

$$\Rightarrow MN = 3\sqrt{5} > 3.$$

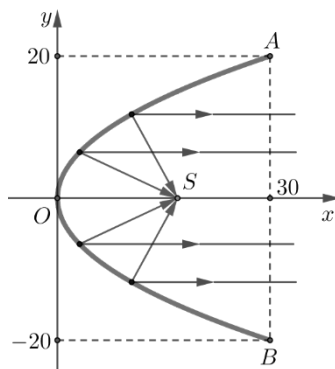
d) Sai: $3x^2 + 4y^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \Rightarrow a = 4, b = 2\sqrt{3}, c = 2 \Rightarrow F_1(-2;0), F_2(2;0)$

Gọi $M(x;y) \in (C)$

Ta có: $\begin{cases} 3MF_1 = MF_2 \\ MF_1 + MF_2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MF_1 = 2 \\ MF_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)^2 + y^2 = 4 \\ (x-2)^2 + y^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 0 \end{cases}.$

Vậy có 1 điểm thuộc (C) thỏa mãn điều kiện.

Câu 3: Hình vẽ bên mô phỏng mặt cắt ngang của một chiếc đèn có dạng parabol trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên mỗi trục là cm). Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S .



a) (P) đi qua điểm $A(30;20)$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{20}{3};0\right)$.

c) Phương trình đường chuẩn Δ là $x = -\frac{10}{3}$.

d) Khoảng cách ngắn nhất từ 1 điểm trên (P) đến đường thẳng $d : x - 2y + 6 = 0$ bằng $\frac{22}{3\sqrt{5}}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng: Gọi (P) có phương trình chính tắc là: $y^2 = 2px (p > 0)$.

Vì $AB = 40$ cm và $h = 30$ cm nên $A(30;20)$

b) Sai: Vì $A(30;20) \in (P) \Leftrightarrow (20)^2 = 2p \cdot 30 \Rightarrow p = \frac{20}{3}$ nên (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{10}{3};0\right)$

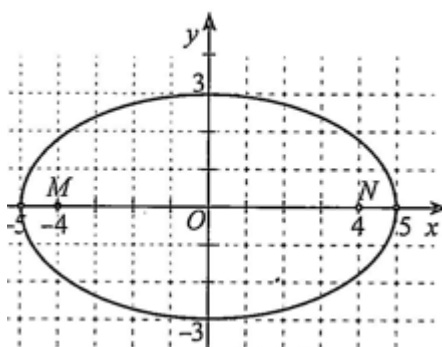
c) Đúng: Ta có $p = \frac{20}{3}$, khi đó phương trình đường chuẩn là $x = -\frac{10}{3}$

d) Đúng: Gọi $M\left(\frac{3}{40}m^2; m\right) \in (P)$.

$$\text{Ta có } d(M; d) = \frac{\left|\frac{3}{40}m^2 - 2m + 6\right|}{\sqrt{5}} = \frac{|3m^2 - 80m + 240|}{40\sqrt{5}}.$$

$$d(M; d)_{\min} \Leftrightarrow \frac{1}{40\sqrt{5}}|3m^2 - 80m + 240|_{\min} = \frac{1}{40\sqrt{5}} \cdot \frac{|-880|}{3} = \frac{1}{40\sqrt{5}} \cdot \frac{880}{3} = \frac{22}{3\sqrt{5}}.$$

Câu 4: Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài hai bán trục lần lượt là $3m$ và $5m$. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) có hai trục tọa độ chứa hai trục của elip, gốc tọa độ O là tâm của elip (hình)



a) Phương trình chính tắc của đường elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

b) Xét các điểm M, N cùng thuộc trục lớn của elip và đều cách O một khoảng bằng $4m$ về hai phía của O . Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng $10m$

c) Một người đứng ở vị trí P cách O một khoảng bằng $6m$. Người đó đứng ở trong hồ

d) Xét vị trí C trên mép hồ cách trục lớn một khoảng bằng $2m$. Khi đó vị trí C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5}{3}m$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Phương trình chính tắc của đường elip là: $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

b) Ta có: $a = 5, b = 3$ nên $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16$, suy ra $c = 4$.

Các tiêu điểm của elip có tọa độ là $(-4; 0)$ và $(4; 0)$.

Vậy M và N chính là các tiêu điểm của elip. Vì vậy, tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng $2a = 10m$ không đổi.

c) Gọi giao điểm của đường thẳng OP và elip là Q .

Vì độ dài bán trục lớn là $5m$ nên $OQ \leq 5$. Suy ra $OQ < OP = 6m$.

Vậy vị trí P ở ngoài hồ.

d) Giả sử $C(x_0; y_0)$. Ta có:
$$\begin{cases} \frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{9} = 1 \\ |y_0| = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_0^2}{25} + \frac{4}{9} = 1 \\ |y_0| = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x_0| = \frac{5\sqrt{5}}{3} \\ |y_0| = 2 \end{cases}$$

Vậy C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5\sqrt{5}}{3}m$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Xét các điểm M, N lần lượt thuộc các tia Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (E) . Tính độ dài ngắn nhất của MN

Lời giải

Trả lời: 7

Gọi $M(m;0), N(0;n)$ với $m, n > 0 \Rightarrow MN^2 = m^2 + n^2$. Đường thẳng $MN: \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$.

Elip chính tắc $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$ tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi $a^2A^2 + b^2B^2 = C^2$.

Phương trình tiếp tuyến của elip chính tắc tại $M(x_0; y_0)$ là: $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$.

Đường thẳng MN tiếp xúc với Elip $(E) \Leftrightarrow \frac{16}{m^2} + \frac{9}{n^2} = 1$.

Khi đó ta có: $1 = \frac{16}{m^2} + \frac{9}{n^2} \geq \frac{(4+3)^2}{m^2 + n^2} \Rightarrow m^2 + n^2 \geq 49 \Rightarrow MN_{\min} = 7$.

Câu 2: Cho parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2 = 8x$. Gọi I là giao điểm của đường chuẩn với trục Ox , đường thẳng đi qua tiêu điểm F và vuông góc với trục Ox cắt (P) tại hai điểm lần lượt là M, N . Tính diện tích tam giác IMN .

Lời giải

Trả lời: 16

Parabol (P) có tiêu điểm $F(2;0)$ và đường chuẩn $\Delta: x + 2 = 0$.

Ta có $I(-2;0)$ suy ra $IF = 4$

Đường thẳng d vuông góc với trục Ox và đi qua tiêu điểm F có phương trình $x = 2$.

Toạ độ M, N là nghiệm của hệ $\begin{cases} y^2 = 8x \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$.

Suy ra, $M(2;-4), N(2;4)$. Do đó, $MN = 8$.

Vì tam giác IMN cân tại I và F là trung điểm của MN nên diện tích tam giác IMN là

$$S = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot IF = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16.$$

Câu 3: Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ và đường thẳng $d: 2x - y - 4 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P) . Tìm tung độ dương của điểm $C \in (P)$ sao cho ΔABC có diện tích bằng 12.

Lời giải

Trả lời: 6

Đường thẳng d cắt (P) tại $A(4;4); B(1;-2)$ nên độ dài $AB = \sqrt{(1-4)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{45}$

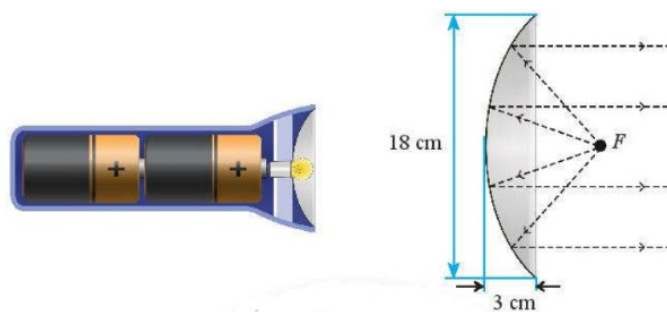
$$\text{Điểm } C \in (P) \Rightarrow C(c^2; 2c)$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S_{ABC} = \frac{d_{(C;AB)} \cdot AB}{2} = \frac{d_{(C;d)} \cdot AB}{2} = 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2c^2 - 2c - 4| \cdot \sqrt{45}}{2 \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 12 \Leftrightarrow |c^2 - c - 2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

Vậy tung độ của điểm C dương là 6.

Câu 4: Một đèn pin có chóa đèn mặt cắt hình parabol với kính thước trong hình trên. Giấy tóc bóng đèn được đặt ở tiêu điểm F .

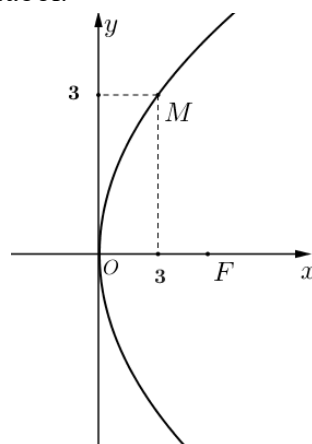


Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn bao nhiêu cm?

Lời giải

Trả lời: 6,75

Viết phương trình chính tắc của parabol.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = 2px (p > 0)$.

$$\text{Khi đó } M(3; 9) \in (P) \Rightarrow 9^2 = 2 \cdot p \cdot 3 \Leftrightarrow p = \frac{81}{6}.$$

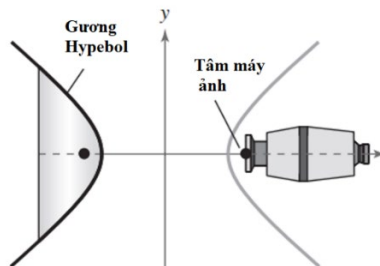
$$\text{Vậy phương trình } (P): y^2 = \frac{81}{3}x.$$

$$\text{Parabol } (P): y^2 = \frac{81}{3}x \text{ có tiêu điểm } F\left(\frac{81}{12}; 0\right).$$

Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn ở vị trí tiêu điểm, khi đó các tia sáng phát ra từ bóng đèn chiếu lên bề mặt của chóa đèn sẽ phản xạ tạo nên các tia sáng song song hoặc trùng với trục của parabol.

$$\text{Vậy cần đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn } \frac{81}{12} = 6,75 \text{ cm.}$$

Câu 5: Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình).



Phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tính khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 11,4

Ta có $\begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 41 \Rightarrow c = \sqrt{41}.$

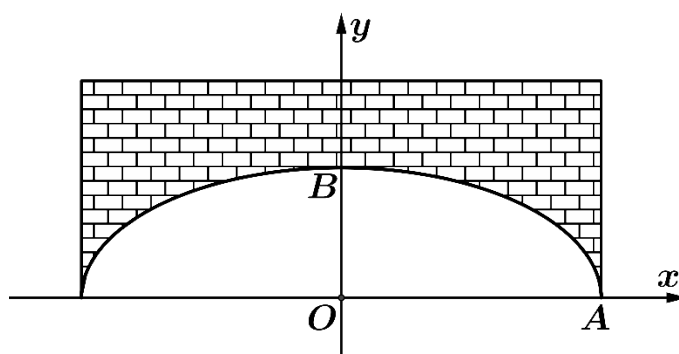
Tọa độ tiêu điểm của gương là $F_1(-\sqrt{41}; 0); F_2(\sqrt{41}; 0)$

Lại có $a = 5$ nên tọa độ đỉnh của gương là $A_1(-5; 0); A_2(5; 0)$

Vậy khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương bằng

$$A_1F_2 = \sqrt{(-5 - \sqrt{41})^2 + 0^2} = 5 + \sqrt{41} \approx 11,4.$$

Câu 6: Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là 12 m, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là 3 m. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao 2,8 m thì có chiều rộng không quá 3 m. Tính độ cao y của điểm $M \in (E)$ có hoành độ 1,5. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 2,9

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, trong đó $a > b > 0$.

Do các điểm $B(0; 3)$ và $A(6; 0)$ thuộc (E) nên thay vào phương trình của (E) ta có $b = 3$ và

$a = 6$. Suy ra phương trình của (E) là $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Với những xe tải có chiều cao 2,8 m, chiều rộng của xe tải là 3 m, tương ứng với $x = 1,5$.

Thay vào phương trình của elip để ta tìm ra độ cao y của điểm M (có hoành độ bằng 1,5 thuộc

(E)) so với trục Ox thì $y_M = 3 \cdot \sqrt{1 - \frac{x_M^2}{16}} = 3 \cdot \sqrt{1 - \frac{1,5^2}{16}} \approx 2,9 > 2,8$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$.

b) Elip nhận $F_2(5;0)$ là một tiêu điểm và $2b = 4\sqrt{6}$.

c) Elip có $2a = 2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.

d) Elip đi qua hai điểm $M(2; -\sqrt{2})$ và $N(-\sqrt{6}; 1)$.

Lời giải

a) Do (E) có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ nên $c = 2$ suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4$.

Mặt khác, (E) đi qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ nên $\frac{2^2}{a^2} + \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{b^2 + 4} + \frac{25}{9b^2} = 1$
 $\Leftrightarrow 9b^4 - 25b^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow b^2 = 5$ hoặc $b^2 = -\frac{20}{9}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

b) Do (E) có một tiêu điểm $F_2(5;0)$ nên $c = 5$.

Theo giả thiết độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$ nên $2b = 4\sqrt{6} \Leftrightarrow b = 2\sqrt{6}$.

Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = 5^2 + (2\sqrt{6})^2 = 49$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$.

c) Độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ nên $2a = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow a = \sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2 nên $2c = 2 \Leftrightarrow c = 1$.

Từ hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 5 - 1 = 4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

d) Do (E) đi qua $M(2; -\sqrt{2})$ và $N(-\sqrt{6}; 1)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{2}{b^2} = 1 \\ \frac{6}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a^2} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 8 \\ b^2 = 4 \end{cases} \text{ nên Elip cần tìm có phương trình } (E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Câu 2: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip; A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $AF_1 + BF_2 = 8$. Tính $AF_2 + BF_1$.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1 = 2MF_2$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1 - MF_2 = 2$.

Lời giải

a) Ta có $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$. Do $A, B \in (E)$ nên $AF_1 + AF_2 = 2a = 10$ và $BF_1 + BF_2 = 2a = 10$.

Suy ra $AF_1 + AF_2 + BF_1 + BF_2 = 20 \Leftrightarrow 8 + AF_2 + BF_1 = 20 \Leftrightarrow AF_2 + BF_1 = 12$.

b) Ta có $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$ và $b^2 = 5 \Rightarrow b = \sqrt{5}$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 4 \Rightarrow c = 2$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $MF_1 = 2MF_2 \Leftrightarrow a + ex = 2(a - ex) \Leftrightarrow x = \frac{a}{3e} = \frac{a^2}{3c} = \frac{3}{2}$.

Thay vào (E) , ta được $\frac{9}{4.9} + \frac{y^2}{5} = 1 \Leftrightarrow y^2 = \frac{15}{4} \Leftrightarrow y = \pm \frac{\sqrt{15}}{2}$.

Vậy $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$ hoặc $M\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{15}}{2}\right)$.

c) Ta có $a^2 = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$ và $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 4 \Rightarrow c = 2$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $MF_1 - MF_2 = 2 \Leftrightarrow a + ex - (a - ex) = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e} = \frac{a}{c} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Thay vào (E) , ta được $\frac{2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow y^2 = 3 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{3}$.

Vậy $M(\sqrt{2}; -\sqrt{3})$ hoặc $M(\sqrt{2}; \sqrt{3})$.

Câu 3: Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A, B cách nhau 300km. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s để một tàu thủy thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ A đến sớm hơn tín hiệu từ B là 0,0005 s. Từ thông tin trên, ta có thể xác định được tàu thủy thuộc đường hypebol nào? Viết phương trình chính tắc của hypebol đó theo đơn vị kilômet.

Lời giải

Do tín hiệu A đến sớm hơn tín hiệu từ B nên tàu thủy thuộc đường hepebol nhánh A .

Gọi vị trí tàu thủy là điểm M . Khi đó phương trình hyperbol có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Khi đó $|MA - MB| = 2a = 292000.0,0005 = 146 \text{ (km)} \Rightarrow a = 73$

Mặt khác $AB = 300 = 2c \Rightarrow c = 150$

Từ đó $b^2 = c^2 - a^2 = 17171$

Vậy phương trình hyperbol $\frac{x^2}{73^2} - \frac{y^2}{17171^2} = 1$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ, cho Hypebol (H) đi qua điểm $M(4; \sqrt{5})$, có một tiêu điểm $F_1(-3; 0)$ và đường thẳng $d: y = \frac{1}{2}x$. Đường thẳng d cắt (H) tại hai điểm E, F . Tính độ dài đoạn EF .

Lời giải

Gọi phương trình của (H) : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Vì $M(4; \sqrt{5}) \in (H)$ nên ta được: $\frac{16}{a^2} - \frac{5}{b^2} = 1$ (1).

Ta có $a^2 + b^2 = c^2$ mà $c = 3$ nên suy ra $b^2 = 9 - a^2$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được $\frac{16}{a^2} - \frac{5}{9 - a^2} = 1 \Leftrightarrow a^4 - 30a^2 + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 24 \\ a^2 = 6 \end{cases}$.

Mà $a^2 < 9$ nên suy ra $a^2 = 6 \Rightarrow b^2 = 3$ do đó (H) : $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$.

Tọa độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1 \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4y^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 3 \\ x = 2y \end{cases} \begin{cases} y = \pm\sqrt{3} \\ x = 2y \end{cases}.$$

Suy ra $E(-2\sqrt{3}; -\sqrt{3}), F(2\sqrt{3}; \sqrt{3})$ $EF = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{15}$.

Câu 5: Cho elip (E) : $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 . Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2} = 60^\circ$.

Lời giải

Ta có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2; b^2 = 1 \Rightarrow b = 1; c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3} \Rightarrow F_1F_2 = 2\sqrt{3}$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$ thì $MF_1 = a + \frac{c}{a}x = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x, MF_2 = a - \frac{c}{a}x = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x$.

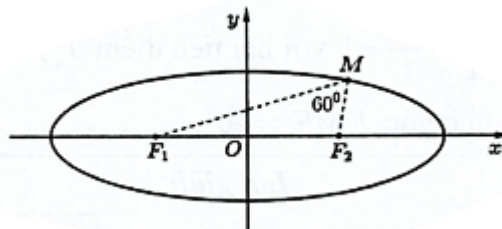
Ta có: $F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos 60^\circ$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{3})^2 = \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 + \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 - 2\left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 12 = 4 + 2\sqrt{3}x + \frac{3}{4}x^2 + 4 - 2\sqrt{3}x + \frac{3}{4}x^2 - \left(4 - \frac{3}{4}x^2\right) \Leftrightarrow 8 = \frac{9}{4}x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

Thay vào (E) , ta được: $\frac{32}{9 \cdot 4} + y^2 = 1 \Leftrightarrow y^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{3}$.

Vậy có bốn điểm M thỏa mãn là: $\left(\pm \frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right), \left(\pm \frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.



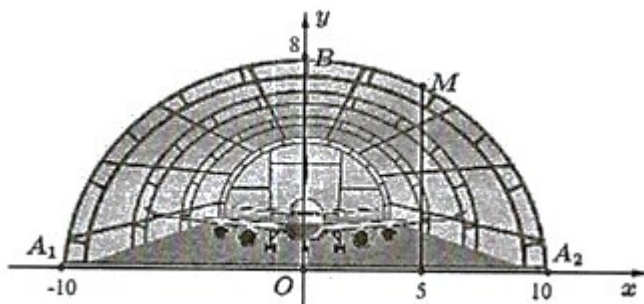
Câu 6: Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao $8m$, rộng $20m$. Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường $5m$ lên đến nóc nhà vòm.



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, gọi phương trình chính tắc elip là

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0, y \geq 0). \text{ Ta có : } 2a = 20 \Rightarrow a = 10, b = 8.$$



Vậy phương trình elip mô tả nhà vòm là $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1 (y \geq 0)$.

Gọi M là điểm thuộc (E) có hoành độ bằng 5 (hoặc -5), chiều cao cần tìm chính là tung độ của điểm M .

$$\text{Thay hoành độ } M \text{ vào phương trình } (E): \frac{(\pm 5)^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$$

$$\Rightarrow y^2 = 48 \Rightarrow y = 4\sqrt{3} \approx 6,928m.$$

----- HẾT -----

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNGBÀI. BA ĐƯỜNG CONIC
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hypebol $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm là

A. $F_1(-4;0), F_2(4;0)$

B. $F_1(-3;0), F_2(3;0)$.

C. $F_1(-5;0), F_2(5;0)$.

D. $F_1(-\sqrt{34};0), F_2(\sqrt{34};0)$.

Câu 2: Điểm $F_2(3;0)$ là một tiêu điểm của Hypebol có phương trình nào sau đây?

A. $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

B. $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$.

C. $(H): \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{1} = 1$.

D. $(H): 4x^2 - y^2 = 1$.

Câu 3: Cho đường hypebol có phương trình chính tắc sau: $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. Giao điểm của đường hypebol với trục hoành là:

A. $A(5;0); B(-5;0)$.

B. $M(0;5), N(0;-5)$.

C. $P(0;3), Q(0;-3)$.

D. $C(3;0), D(-3;0)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của bằng

A. 10.

B. 16.

C. 4.

D. 8.

Câu 5: Điểm nào sau đây thuộc phương trình đường hypebol $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$?

A. $M(4;3)$.

B. $M(4;2)$.

C. $M(4;0)$.

D. $M(4;1)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xác định phương trình chính tắc của elip biết giao điểm của elip với các trục tọa độ là $A_1(3;0)$, $A_2(-3;0)$, $B_1(0;2)$, $B_2(0;-2)$.

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 0$.

D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 7: Cho của hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

A. 8.

B. 16.

C. 4.

D. 5.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) có tiêu cự bằng 8 và giá trị tuyệt đối của hiệu khoảng cách từ mỗi điểm thuộc (H) đến hai tiêu điểm của (H) bằng 6.

A. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$. D. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Elip có một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ và khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên Elip bằng $2\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của Elip

A. $4x^2 + 5y^2 = 20$. B. $4x^2 + 5y^2 = 12$. C. $5x^2 + 4y^2 = 20$. D. $5x^2 + 4y^2 = 12$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{64} = 1$. D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0); F_2(1;0)$ và tổng khoảng cách từ mỗi điểm trên elip đến hai tiêu điểm bằng 10 có phương trình

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$. B. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{25} = -1$. C. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{25} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = -1$.

Câu 12: Cho parabol có phương trình: $4y^2 = 20x$. Phương trình đường chuẩn của parabol là:

A. $x = \frac{5}{4}$. B. $x = \frac{4}{5}$. C. $x = -\frac{4}{5}$. D. $x = -\frac{5}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho elip (E) có một tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0)$ và đi qua $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

a) Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{3}$.

b) Điểm $N\left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ thuộc elip.

c) Độ dài $MF_1 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

d) Phương trình Elip (E) là $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 2: Cho hypebol (H) có phương trình: $16x^2 - 9y^2 = 144$.

a) Hypebol (H) có hai tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$.

b) Hypebol (H) có tiêu cự bằng 5.

c) Hypebol (H) có hai điểm có hoành độ $x = 2$.

d) Khi $-4 < k < 4$ thì đường thẳng $(d): y = kx$ có điểm chung với hypebol (H) .

Câu 3: Một đường hầm xuyên qua núi có chiều rộng là 20m, mặt cắt đứng của đường hầm có dạng nửa elip. Biết elip có tiêu cự bằng 10m.

a) Tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0); F_2(5;0)$.

b) Chiều cao của hầm là 8,66 m

c) Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$.

d) Chiều cao của đường hầm xuyên núi tại tiêu điểm của (E) là 5 m

Câu 4: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình dạng chính tắc. Biết (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$.

a) Phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = 2x$.

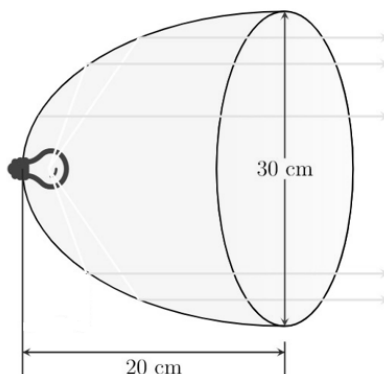
b) Đường chuẩn của (P) là $\Delta: x-1=0$.

c) (P) qua $A(1;4)$.

d) Trong các dây cung của (P) qua tiêu điểm thì dây có độ dài nhỏ nhất là 4.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho một cái đèn với chụp bóng đèn có mặt cắt qua trục là parabol với kích thước được thể hiện trên hình vẽ, giả sử xem dây tóc bóng đèn là một điểm và được đặt ở vị trí tiêu điểm của parabol. Tính khoảng cách từ dây tóc bóng đèn tới đỉnh của chụp bóng đèn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

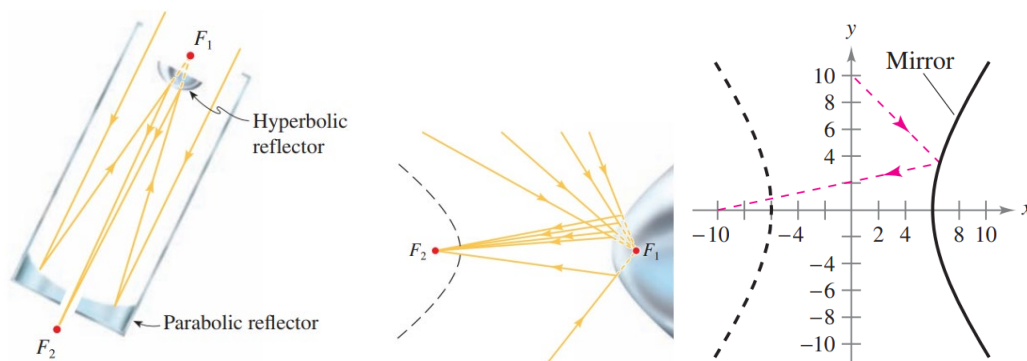


Câu 2: Khi du lịch đến thành phố Xanh Luis của Mỹ, ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Acxơ. Khoảng cách giữa hai chân cổng là 162m. Từ một điểm trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là 43m và vị trí đo trên mặt đất này đến chân cổng gần nhất là 10m. Chiều cao của cổng bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

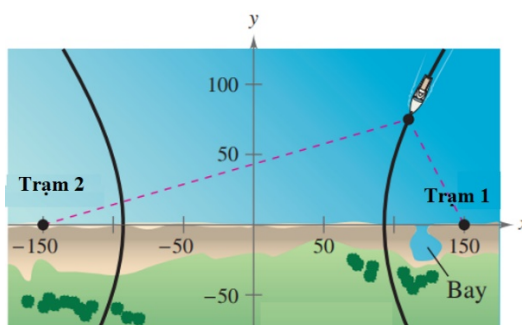


Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho hypebol $(H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc (H) với $x_0 > 0, y_0 > 0$ sao cho M nhìn các tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông. Giá trị của biểu thức $T = 2\sqrt{5}x_0 + \sqrt{5}y_0$ bằng.

Câu 4: Một gương hypebol (được sử dụng trong một số kính thiên văn) có tính chất là một tia sáng hướng vào tiêu điểm sẽ bị phản xạ sang tiêu điểm khác. Gương trong hình vẽ có phương trình $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$. Điểm $M(a; b)$ trên gương sẽ nhận được tia sáng đi qua điểm $(0; 10)$ và bị phản xạ sang tiêu điểm còn lại? (tham khảo hình vẽ). Tính $T = a + b$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

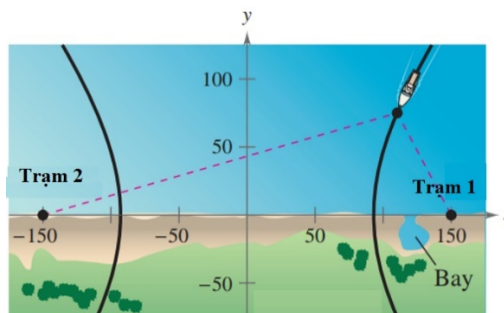


Câu 5: Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi hai trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186.000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150; 0)$ và $(150; 0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol và có tọa độ $(x; 75)$ (xem hình vẽ).



Tính gần đúng hoành độ của vị trí con tàu khi chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 6: Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi các trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186.000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150; 0)$ và $(150; 0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol (xem hình vẽ).



Biết rằng độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát với con tàu là 1000 micro giây (0,001 giây). Xác định khoảng cách giữa tàu và trạm phát số 1 khi tàu vào bờ.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hypebol có phương trình: $4x^2 - 5y^2 = 20$.

a) Viết phương trình chính tắc của Hyperbol (H) là $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$.

b) Tính Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên hypebol tới hai tiêu điểm

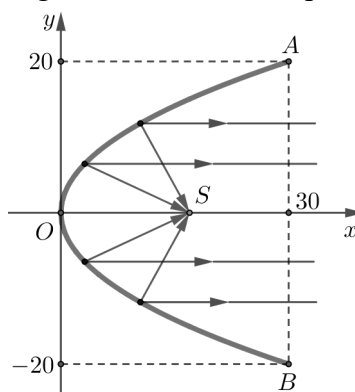
c) $M \in (H)$ và $y_M = 2; x_M < 0$. Tính diện tích tam giác MF_1F_2

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho phương trình chính tắc của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, trong đó $a, b > 0$, hypebol đi qua điểm $M(3\sqrt{2}; -4)$ và có một tiêu điểm là $F_2(5; 0)$. Viết phương trình chính tắc của (H) .

Câu 3: Tìm tọa độ điểm M thuộc elip (E) : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc 60° .

Câu 4: Bạn An cùng một lúc bắn hai phát súng về đích A và đích B cách nhau $400m$. Biết vận tốc trung bình của viên đạn là $760m/s$. Viên đạn bắn về đích A nhanh hơn viên đạn bắn về đích B là $0,5$ giây. Hỏi những vị trí mà bạn An đứng để có thể đạt được kết quả bắn tương tự như trên thuộc đường conic nào? Viết phương trình chính tắc của đường conic đó.

Câu 5: Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol như hình bên. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40cm$ và chiều sâu $h = 30cm$ (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S . Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



Câu 6: Trên mặt phẳng, cho tam giác ABC có $A(-2; -2), B(-2; 2), C(6; 2)$.

Tìm tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn hệ thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| + |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = 12$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hypebol $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm là

- A.** $F_1(-4;0), F_2(4;0)$ **B.** $F_1(-3;0), F_2(3;0)$.
C. $F_1(-5;0), F_2(5;0)$. **D.** $F_1(-\sqrt{34};0), F_2(\sqrt{34};0)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 34 \Rightarrow c = \sqrt{34}.$$

Vậy hai tiêu điểm của Hypebol là $F_1(-\sqrt{34};0), F_2(\sqrt{34};0)$.

Câu 2: Điểm $F_2(3;0)$ là một tiêu điểm của Hypebol có phương trình nào sau đây?

- A.** $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$.
C. $(H): \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{1} = 1$. **D.** $(H): 4x^2 - y^2 = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2.$$

Vậy $F_2(3;0)$ là một tiêu điểm nên $c = 3 \Rightarrow c^2 = 9 \Rightarrow$ **chọn B**

Câu 3: Cho đường hypebol có phương trình chính tắc sau: $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. Giao điểm của đường hypebol với trục hoành là:

- A.** $A(5;0); B(-5;0)$. **B.** $M(0;5), N(0;-5)$.
C. $P(0;3), Q(0;-3)$. **D.** $C(3;0), D(-3;0)$.

Lời giải

Để tìm giao điểm của đường hypebol với trục hoành ta thay $y = 0$ vào công thức

$$(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

$$\text{Ta được } \frac{x^2}{25} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm 5.$$

Vậy các giao điểm của đường hypebol với trục hoành là: $A(5;0); B(-5;0)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của bằng

- A.** 10. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

$$\text{Phương trình chính tắc của elip có dạng: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0).$$

$$\text{Do đó elip có } \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4.$$

Tiêu cự của elip bằng $2c = 8$.

Câu 5: Điểm nào sau đây thuộc phương trình đường hypebol $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$?

- A.** $M(4;3)$. **B.** $M(4;2)$. **C.** $M(4;0)$. **D.** $M(4;1)$.

Lời giải

Thay $x = 4$ vào phương trình hypebol $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$ ta được $\frac{4^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1 \Rightarrow y = 0$.

Ta có câu C là đáp án đúng.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xác định phương trình chính tắc của elip biết giao điểm của elip với các trục tọa độ là $A_1(3;0)$, $A_2(-3;0)$, $B_1(0;2)$, $B_2(0;-2)$.

- A.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 0$. **D.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$.

Elip giao trục Ox tại $A_1(3;0)$, $A_2(-3;0) \Rightarrow a = 3$

Elip giao trục Oy tại $B_1(0;2)$, $B_2(0;-2) \Rightarrow b = 2$

Phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 7: Cho của hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

- A.** 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Gọi F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$.

Điểm $M \in (H) \Leftrightarrow |MF_1 - MF_2| = 2a$.

Từ phương trình $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$ suy ra $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4, (a > 0)$.

Vậy hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm M nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối là $|MF_1 - MF_2| = 2a = 8$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) có tiêu cự bằng 8 và giá trị tuyệt đối của hiệu khoảng cách từ mỗi điểm thuộc (H) đến hai tiêu điểm của (H) bằng 6.

- A.** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$.

Giá trị tuyệt đối của hiệu khoảng cách từ mỗi điểm thuộc (H) đến hai tiêu điểm bằng $6 \Rightarrow a = 3$

(H) có tiêu cự bằng 8 $\Rightarrow 2c = 8 \Leftrightarrow c = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16 \Rightarrow b^2 = 16 - 9 = 7$.

Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Elip có một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ và khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên Elip bằng $2\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của Elip

A. $4x^2 + 5y^2 = 20$. **B.** $4x^2 + 5y^2 = 12$. **C.** $5x^2 + 4y^2 = 20$. **D.** $5x^2 + 4y^2 = 12$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$.

Ta có: $2a = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow a = \sqrt{5}$ và $b^2 = a^2 - c^2 = \sqrt{5}^2 - 1^2 = 4$.

Vậy phương trình Elip có dạng: $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x^2 + 5y^2 = 20$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{64} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ và $M(0;3) \in (E) \Rightarrow b = 3$

Khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng 8 $\Rightarrow a = 4$.

Phương trình chính tắc của (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0); F_2(1;0)$ và tổng khoảng cách từ mỗi điểm trên elip đến hai tiêu điểm bằng 10 có phương trình

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{25} = -1$. **C.** $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{25} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = -1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$

Tiêu điểm $F_1(-1;0) \Rightarrow c = 1$.

Tổng khoảng cách từ mỗi điểm trên elip đến hai tiêu điểm bằng 10 $\Rightarrow a = 5$.

Mà $b^2 = a^2 - c^2 = 5^2 - 1^2 = 24$ nên (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$.

Câu 12: Cho parabol có phương trình: $4y^2 = 20x$. Phương trình đường chuẩn của parabol là:

A. $x = \frac{5}{4}$. **B.** $x = \frac{4}{5}$. **C.** $x = -\frac{4}{5}$. **D.** $x = -\frac{5}{4}$.

Lời giải

Ta có: (P): $4y^2 = 20x \Rightarrow 2p = 5 \Rightarrow p = \frac{5}{2}$.

Vậy (P) có phương trình đường chuẩn là: $\Delta: x = -\frac{5}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho elip (E) có một tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và đi qua $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

- a) Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{3}$.
- b) Điểm $N\left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ thuộc elip.
- c) Độ dài $MF_1 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$.
- d) Phương trình Elip (E) là $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

- a) Đúng: Tiêu cự là $F_1F_2 = 2\sqrt{3}$
- b) Sai: Điểm $N\left(1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ đối xứng với M qua trục tung. Do đó $N\left(1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ thuộc Elip.
- c) Sai: Ta có: $MF_1 = \sqrt{(1+\sqrt{3})^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$.
- d) Đúng: Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b > 0$ (1)

Suy ra $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3} \Rightarrow a^2 - b^2 = 3$

$$M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \in (E) \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1 \Leftrightarrow 4b^2 + 3a^2 = 4a^2b^2 \quad (2)$$

$$\text{Giải hệ (1) và (2)} \begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ 4b^2 + 3a^2 = 4a^2b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 3 + b^2 \\ 4b^2 + 3(3 + b^2) = 4(3 + b^2)b^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 3 + b^2 \\ 4b^4 + 5b^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình elip là: $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 2: Cho hypebol (H) có phương trình: $16x^2 - 9y^2 = 144$.

- a) Hypebol (H) có hai tiêu điểm: $F_1(-5; 0), F_2(5; 0)$.
- b) Hypebol (H) có tiêu cự bằng 5.
- c) Hypebol (H) có hai điểm có hoành độ $x = 2$.
- d) Khi $-4 < k < 4$ thì đường thẳng $(d): y = kx$ có điểm chung với hypebol (H) .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng: Ta có $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Do đó ta có: $\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 16 \end{cases}$ nên $c^2 = a^2 + b^2 = 25$. Suy ra: $c = 5$.

Nên hypebol (H) có hai tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$.

a) Sai: Vì tiêu cự: $F_1F_2 = 2c = 10$.

c) Sai: Thay $x = 2$ vào phương trình $(H): 16.2^2 - 9y^2 = 144 \Leftrightarrow y^2 = -\frac{80}{9}$ (vô nghiệm) nên hypebol đó không tồn tại điểm nào có hoành độ $x = 2$.

d) Sai: Tọa độ giao điểm của hypebol (H) và đường thẳng $(d): y = kx$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = kx \\ 16x^2 - 9y^2 = 144 \end{cases} \text{ suy ra: } 16x^2 - 9k^2x^2 = 144 \Leftrightarrow (16 - 9k^2)x^2 = 144.$$

Đường thẳng (d) cắt (H) khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm, tức là:

$$\begin{cases} 16 - 9k^2 \neq 0 \\ x^2 = \frac{144}{16 - 9k^2} \end{cases} \Leftrightarrow 16 - 9k^2 > 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < k < \frac{4}{3}.$$

Câu 3: Một đường hầm xuyên qua núi có chiều rộng là 20m, mặt cắt đứng của đường hầm có dạng nửa elip. Biết elip có tiêu cự bằng 10m.

a) Tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0); F_2(5;0)$.

b) Chiều cao của hầm là 8,66 m

c) Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$.

d) Chiều cao của đường hầm xuyên núi tại tiêu điểm của (E) là 5 m

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Elip (E) có tiêu cự bằng 10 m nên $2c = 10 \Rightarrow c = 5$ là $F_1(-5;0); F_2(5;0)$.

b) Đúng: Xét $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Vì chiều rộng của hầm là 20 m nên elip cắt trục Ox tại hai điểm $A_1(-10;0), A_2(10;0)$ suy ra $a = 10$.

Khi đó: $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \approx 8,66$ m.

c) Đúng: $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ có $a = 10 \Leftrightarrow a^2 = 100$ và $b = 5\sqrt{3} \Rightarrow b^2 = 75$.

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$

d) Sai: Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$. Tại tiêu điểm của (E) thì M là điểm thuộc (E) ứng với chiều cao h của đường hầm ta có $M(5;h)$. Chiều cao của đường hầm xuyên

núi tại tiêu điểm của (E) là $\frac{5^2}{100} + \frac{h^2}{75} = 1 \Rightarrow \frac{h^2}{75} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h^2}{75} = \frac{3}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{225}{4} \Rightarrow h = \frac{15}{2}$ m.

Câu 4: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình dạng chính tắc. Biết (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$.

- a) Phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = 2x$.
 b) Đường chuẩn của (P) là $\Delta: x - 1 = 0$.
 c) (P) qua $A(1;4)$.
 d) Trong các dây cung của (P) qua tiêu điểm thì dây có độ dài nhỏ nhất là 4.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

a) Sai: Ta có phương trình chính tắc của (P) có dạng: $(P): y^2 = 2px (p > 0)$

Do (P) có tiêu điểm của là $F(1;0) \Rightarrow \frac{p}{2} = 1 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow (P): y^2 = 4x$.

b) Sai: Ta có đường chuẩn của (P) là $\Delta: x = -\frac{p}{2} \Rightarrow \Delta: x = -1 \Leftrightarrow \Delta: x + 1 = 0$.

c) Sai: Thay $A(1;4)$ vào $(P): y^2 = 4x \Rightarrow 4^2 = 4.1 \Rightarrow 16 = 4$ Vô lý vậy $A(1;4) \notin (P)$.

d) Đúng: Ta có đường thẳng qua $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ có phương trình là: $(d): a\left(x - \frac{p}{2}\right) + by = 0$.

Do đường thẳng cắt (P) tại hai điểm nên $a \neq 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow (d): x - \frac{p}{2} + by = 0$

Khi đó tọa độ giao điểm của $(d) \& (P)$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y^2 = 2px \\ x - \frac{p}{2} + by = 0 \end{cases} \Rightarrow y^2 = 2p\left(-by + \frac{p}{2}\right) \Leftrightarrow y^2 + 2bpy - p^2 = 0(1)$$

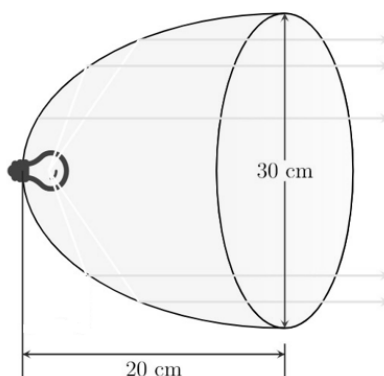
Nhận thấy (1) luôn có hai nghiệm y_1, y_2 suy ra hai đầu dây cung của (P) có tọa độ là

$$M\left(-by_1 + \frac{p}{2}; y_1\right); N\left(-by_2 + \frac{p}{2}; y_2\right) \Rightarrow MN = \sqrt{b^2(y_2 - y_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \geq |y_2 - y_1|$$

Dấu bằng xảy ra khi $b = 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow y = \pm p \Rightarrow \min MN = |y_2 - y_1| = 2p = 4$.

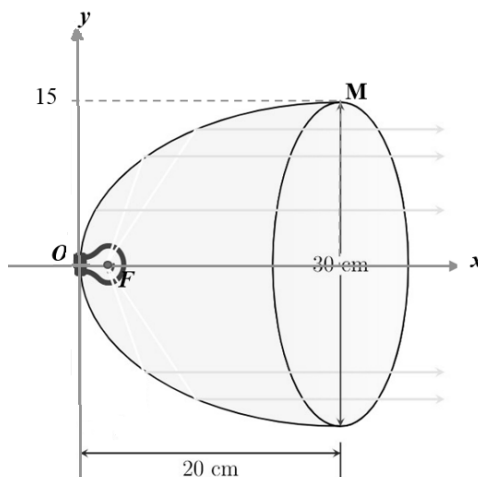
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho một cái đèn với chụp bóng đèn có mặt cắt qua trục là parabol với kích thước được thể hiện trên hình vẽ, giả sử xem dây tóc bóng đèn là một điểm và được đặt ở vị trí tiêu điểm của parabol. Tính khoảng cách từ dây tóc bóng đèn tới đỉnh của chụp bóng đèn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời: 2,81



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Gọi (P) là parabol, với (P) là mặt cắt qua trục của chụp bóng đèn và (P) thuộc mặt phẳng tọa độ Oxy .

Phương trình chính tắc của (P) : $y^2 = 2px$ ($p > 0$)

Theo đề bài, ta suy ra điểm $M(20;15) \in (P) \Rightarrow 15^2 = 2 \cdot p \cdot 20 \Rightarrow p = \frac{45}{8}$

Khoảng cách từ dây tóc bóng đèn tới đỉnh của chụp bóng đèn là: $OF = \frac{p}{2} = \frac{45}{16} \approx 2,81$ cm.

Câu 2: Khi du lịch đến thành phố Xanh Luis của Mỹ, ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Acxơ. Khoảng cách giữa hai chân cổng là 162 m. Từ một điểm trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là 43 m và vị trí đo trên mặt đất này đến chân cổng gần nhất là 10 m. Chiều cao của cổng bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 186

Gọi chiều cao của cổng là $OH = h$ (với $h > 43$).

Khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 162$ suy ra $AH = 81$ nên do đó $A(h;81)$.

Theo giả thiết, ta có $MI = 43$ và $AI = 10$.

Suy ra $ME = OH - MI = h - 43$ và $MF = AH - AI = 81 - 10 = 71$ nên $M(h - 43;71)$.

Giả sử, phương trình parabol có dạng $y^2 = 2px$. Vì parabol đi qua hai điểm A và M nên ta có

$$\begin{cases} 81^2 = 2ph \\ 71^2 = 2p(h-43) \end{cases} \text{ suy ra } \frac{h}{h-43} = \frac{81^2}{71^2} \Rightarrow h = \frac{81^2 \cdot 43}{81^2 - 71^2} \approx 186.$$

Vậy chiều cao của công khoảng 186 mét.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho hypebol $(H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc (H) với $x_0 > 0, y_0 > 0$ sao cho M nhìn các tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông. Giá trị của biểu thức $T = 2\sqrt{5}x_0 + \sqrt{5}y_0$ bằng.

Lời giải

Trả lời: 10

Điểm M nhìn các tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông $\Rightarrow$ Điểm M nằm trên đường tròn tâm O đường kính F_1F_2 . Ta có $OF_2 = c \Rightarrow R = \sqrt{5}$

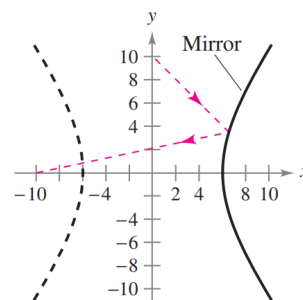
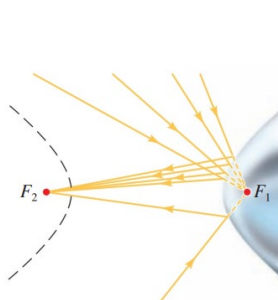
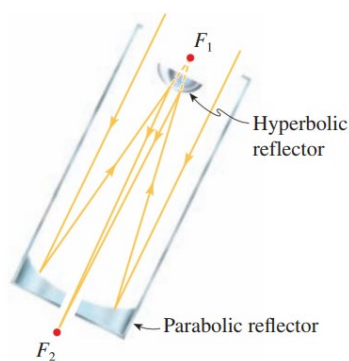
Phương trình đường tròn trên là: $(x-0)^2 + (y-0)^2 = \sqrt{5}^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 5$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{9}{5} \\ y^2 = \frac{16}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{5}}{5} \\ y = \frac{4\sqrt{5}}{5} \end{cases} \text{ (vì tọa độ điểm } M \text{ dương)} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3\sqrt{5}}{5} \\ b = \frac{4\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = 2\sqrt{5} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{5} + \sqrt{5} \cdot \frac{4\sqrt{5}}{5} = 10.$$

Câu 4: Một gương hypebol (được sử dụng trong một số kính thiên văn) có tính chất là một tia sáng hướng vào tiêu điểm sẽ bị phản xạ sang tiêu điểm khác. Gương trong hình vẽ có phương trình $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$. Điểm $M(a; b)$ trên gương sẽ nhận được tia sáng đi qua điểm $(0; 10)$ và bị phản xạ sang tiêu điểm còn lại? (tham khảo hình vẽ). Tính $T = a + b$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

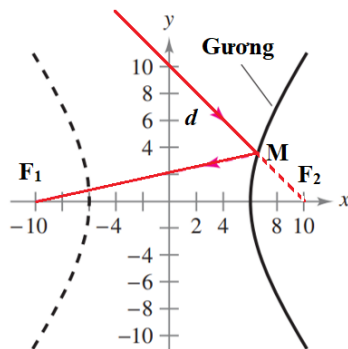
Trả lời: 10,1

$$\text{Gọi } (H): \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$$

Phương trình của gương (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a = 6, b = 8$; suy ra $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 10$.

Giả sử điểm cần tìm là $M \in (H)$

Gọi đường đi của ánh sáng qua điểm $(0;10)$ và M là d , do tia sáng sau khi phản xạ bởi gương sẽ đi qua tiêu điểm $F_1(-10;0)$, suy ra d nhằm vào tiêu điểm $F_2(10;0)$ ($F_2 \in d$).



Từ đây dễ dàng lập được phương trình của d là $y = -x + 10$.

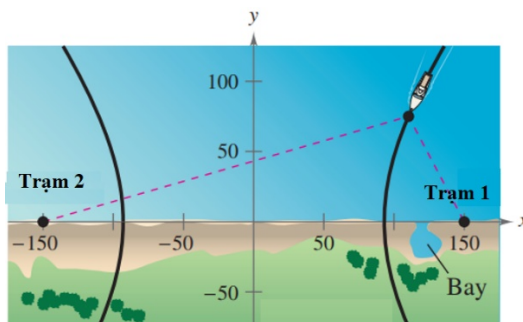
Tọa độ của $M \in (H)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = -x + 10 \\ \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 10 \\ 28x^2 + 720x - 5904 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx -32,25 \\ y \approx 42,25 \\ x \approx 6,54 \\ y \approx 3,46 \end{cases}.$$

Do điểm cần tìm nằm ở nhánh bên phải nên ta có $M = (6,54; 3,55)$

Khi đó $a = 6,54; b = 3,55 \Rightarrow T = a + b \approx 10,1$

Câu 5: Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi hai trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186.000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150;0)$ và $(150;0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol và có tọa độ $(x;75)$ (xem hình vẽ).



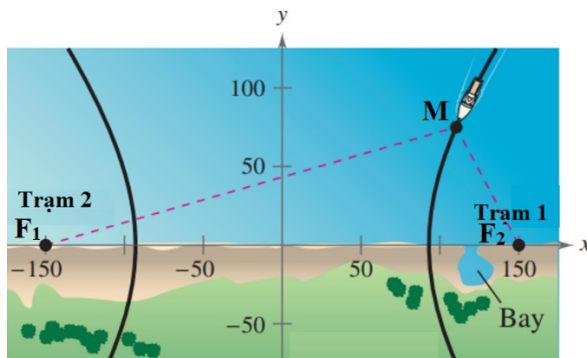
Tính gần đúng hoành độ của vị trí con tàu khi chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 110

Gọi đường đi của con tàu là (H) thì (H) có phương trình dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;

Với giả thiết ta có các tiêu điểm của (H) là $F_1(-150;0)$, $F_2(150;0)$, suy ra $c = 150$



Giả sử vị trí con tàu hiện tại là $M(x; 75) \in (H)$; theo giả thiết độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây), tức là:

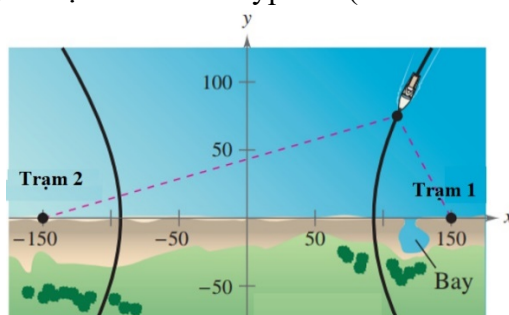
$$|MF_1 - MF_2| = 0,001.186.000 = 186 \text{ (dặm)}; \text{ tức là ta có } 2a = 186 \Rightarrow a = 93;$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = 27\sqrt{19} \text{ nên phương trình } (H): \frac{x^2}{8649} - \frac{y^2}{13851} = 1.$$

$$\text{Ta có } M(x; 75) \in (H) \Leftrightarrow \frac{x^2}{8649} - \frac{75^2}{13851} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 110 \\ x \approx -110 \end{cases}.$$

Vậy hoành độ của con tàu gần bằng 110.

Câu 6: Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi các trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186.000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150; 0)$ và $(150; 0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hyperbol (xem hình vẽ).



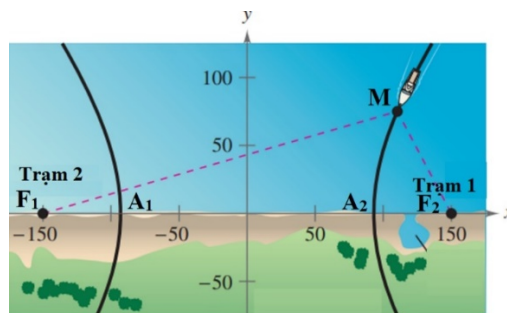
Biết rằng độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát với con tàu là 1000 micro giây (0,001 giây). Xác định khoảng cách giữa tàu và trạm phát số 1 khi tàu vào bờ. (đơn vị dặm)

Lời giải

Trả lời: 57

Gọi đường đi của con tàu là (H) thì (H) có phương trình dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;

Với giả thiết ta có các tiêu điểm của (H) là $F_1(-150; 0)$, $F_2(150; 0)$, suy ra $c = 150$



Giả sử vị trí con tàu hiện tại là $M(x; y) \in (H)$; theo giả thiết độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây), tức là:

$$|MF_1 - MF_2| = 0,001.186.000 = 186 \text{ (dặm)}; \text{ tức là ta có } 2a = 186 \Rightarrow a = 93;$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = 27\sqrt{19} \text{ nên phương trình } (H): \frac{x^2}{8649} - \frac{y^2}{13851} = 1.$$

Trạm phát số 1 nằm tại tiêu điểm $F_2(150;0)$, vị trí khi con tàu vào bờ là đỉnh của (H) là $A_2(93;0)$.

Vậy khoảng cách từ vị trí tàu vào bờ đến trạm số 1 là: $F_2A_2 = 150 - 93 = 57$ (dặm).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hypebol có phương trình: $4x^2 - 5y^2 = 20$.

a) Viết phương trình chính tắc của Hyperbol (H) là $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$.

b) Tính Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên hypebol tới hai tiêu điểm

c) $M \in (H)$ và $y_M = 2; x_M < 0$. Tính diện tích tam giác MF_1F_2

Lời giải

a) Ta có: $4x^2 - 5y^2 = 20 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{20} - \frac{5y^2}{20} = \frac{20}{20} \Leftrightarrow \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5} \Rightarrow 2a = 2\sqrt{5}$

b) Ta có: $|MF_1 - MF_2| = 2a = 2\sqrt{5}$

c) Ta có: $M \in (H) \Rightarrow \frac{x_M^2}{5} - \frac{2^2}{4} = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_M = \sqrt{10} \text{ (l)} \\ x_M = -\sqrt{10} < 0 \end{cases} \Rightarrow x_M = -\sqrt{10} \Rightarrow M(-\sqrt{10}; 2);$

$$S_{MF_1F_2} = \frac{1}{2}d(M; Ox).F_1F_2 = \frac{1}{2}.|y_M|.2c = \frac{1}{2}.2.6 = 6.$$

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho phương trình chính tắc của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, trong đó $a, b > 0$, hypebol đi qua điểm $M(3\sqrt{2}; -4)$ và có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$. Viết phương trình chính tắc của (H) .

Lời giải

Do (H) có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$ nên ta có $c = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 25 - b^2$

Vì (H) đi qua điểm $M(3\sqrt{2}; -4)$ nên ta có $\frac{(3\sqrt{2})^2}{a^2} - \frac{4^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{18}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1$

Theo giả thiết, ta có hệ:
$$\begin{cases} a^2 = 25 - b^2 \\ \frac{18}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1 \end{cases}.$$

Đặt $t = b^2 > 0 \Rightarrow a^2 = 25 - t$ thay vào ta được $t^2 + 9t - 400 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 16 \\ t = -25. \end{cases}$

Đổi chiều với điều kiện $t > 0$ ta được $t = 16$ suy ra $b^2 = t = 16, a^2 = 25 - t = 9$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 3: Tìm tọa độ điểm M thuộc elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc 60° .

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của elip (E) ta có $a = 5, b = 3, c = 4$.

Elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$ và $F_1F_2 = 2c = 8$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cần tìm.

Có $MF_1^2 - MF_2^2 = (x_0 + 4)^2 + y_0^2 - [(x_0 - 4)^2 + y_0^2] = 16x_0$.

Lại có, $M \in (E)$ nên $MF_1 + MF_2 = 2a = 10$. (1)

Có $MF_1 - MF_2 = \frac{MF_1^2 - MF_2^2}{MF_1 + MF_2} = \frac{16x_0}{10} = \frac{8}{5}x_0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MF_1 = 5 + \frac{4}{5}x_0; MF_2 = 5 - \frac{4}{5}x_0$.

Áp dụng định lí côsin cho ΔMF_1F_2 , ta được:

$F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos 60^\circ$

$\Leftrightarrow 64 = \left(5 + \frac{4}{5}x_0\right)^2 + \left(5 - \frac{4}{5}x_0\right)^2 - 2\left(5 + \frac{4}{5}x_0\right)\left(5 - \frac{4}{5}x_0\right) \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 64 = 25 + \frac{48}{25}x_0^2$

$\Leftrightarrow x_0 = \frac{5\sqrt{13}}{4}$ hoặc $x_0 = -\frac{5\sqrt{13}}{4}$.

Từ đó tính được $y_0^2 = \frac{27}{16} \Rightarrow y_0 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ hoặc $y_0 = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Vậy có bốn điểm M thỏa yêu cầu bài toán là:

$\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4}; -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(-\frac{5\sqrt{13}}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(\frac{5\sqrt{13}}{4}; -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(\frac{5\sqrt{13}}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{4}\right).$

Câu 4: Bạn An cùng một lúc bắn hai phát súng về đích A và đích B cách nhau $400m$. Biết vận tốc trung bình của viên đạn là $760m/s$. Viên đạn bắn về đích A nhanh hơn viên đạn bắn về đích B là $0,5$ giây. Hỏi những vị trí mà bạn An đứng để có thể đạt được kết quả bắn tương tự như trên thuộc đường conic nào? Viết phương trình chính tắc của đường conic đó.

Lời giải

Gọi $s_A, s_B(m)$ lần lượt là quãng đường cần để viên đạn bắn về đích A , đích B .

Theo đề bài, ta có $s_A - s_B = 760 \cdot 0,5 = 380(m)$. Lại có, khoảng cách giữa đích A và

đích B là $400m$, do đó những vị trí mà bạn An đứng thuộc hypebol với hai tiêu điểm là A và B .

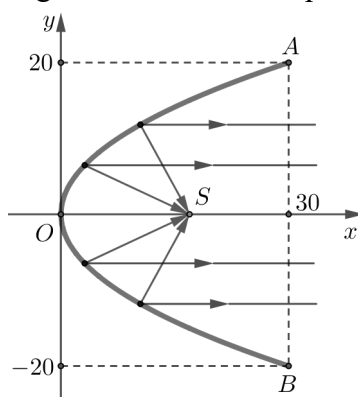
Đặt hệ trục tọa độ Oxy với O là trung điểm của AB , Ox trùng với AB và mỗi đơn vị trên hệ trục tọa độ ứng với $1m$ trên thực tế. Khi đó, ta có $A(-200;0)$ và $B(200;0)$, tiêu cự của hypebol là $2c = AB = 400$ (hay $c = 200$).

Gọi M là vị trí mà bạn An đứng để có thể đạt được kết quả bắn theo đề bài.

Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|MA - MB| = 2a = 380$ (hay $a = 190$) là hypebol có

phương trình: $\frac{x^2}{190^2} - \frac{y^2}{200^2 - 190^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36100} - \frac{y^2}{3900} = 1$.

Câu 5: Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol như hình bên. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40cm$ và chiều sâu $h = 30cm$ (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S . Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



Lời giải

Gắn hình parabol vào hệ trục như đề bài, dựa vào giả thiết bài toán ta có tọa độ điểm $A(30;20)$.

Parabol đi qua điểm A

Nên ta có phương trình $20^2 = 2p \cdot 30 \Leftrightarrow p = \frac{20}{3}$.

Vậy ta có phương trình chính tắc của parabol đó là $y^2 = \frac{40x}{3}$.

Câu 6: Trên mặt phẳng, cho tam giác ABC có $A(-2;-2), B(-2;2), C(6;2)$.

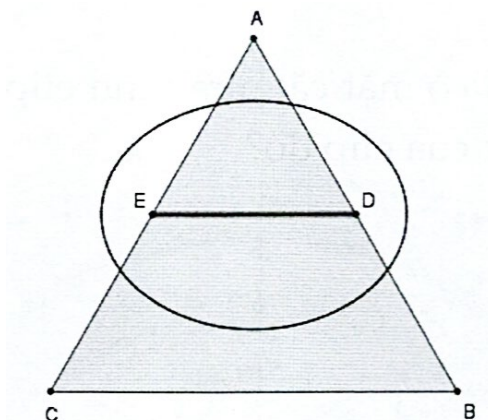
Tìm tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn hệ thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| + |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = 12$.

Lời giải

Gọi D, E lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC . Khi đó $D(-2;0), E(2;0), DE = 4$

Ta có $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| + |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = 12 \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MD}| + |2\overrightarrow{ME}| = 12$

$\Leftrightarrow 2MD + 2ME = 12 \Leftrightarrow MD + ME = 6$.



Vậy tập hợp các điểm M là elip có hai tiêu điểm là D và E , độ dài trục lớn là 6.

(Elip này có $c = \frac{DE}{2} = 2; a = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$)

Vậy tập hợp tất cả các điểm M là elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNGÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $d_1: 11x - 12y + 1 = 0$ và $d_2: 12x + 11y + 9 = 0$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 :

A. $d_1 // d_2$. B. $d_1 \equiv d_2$.

C. d_1 cắt d_2 nhưng không vuông góc. D. $d_1 \perp d_2$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Biết rằng Δ là đường thẳng song song với đường thẳng d và cắt đường thẳng $d': \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ tại điểm có hoành độ là -1 .

Phương trình nào sau đây là của đường thẳng Δ ?

A. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

B. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $\Delta: -2x + y - 7 = 0$.

D. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 9 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 3: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \end{cases}$, và điểm $A(1; 2)$ không thuộc đường thẳng d , tìm hình chiếu H của A trên đường thẳng d .

A. $H(-1; 3)$.

B. $H\left(-\frac{2}{5}; 1\right)$.

C. $H\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

D. $H\left(\frac{9}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Câu 4: Phương trình chính tắc của Hyperbol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4; 0)$ và đi qua điểm $M(2; 0)$ là

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$.

B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{12} = 1$.

C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{12} = 1$.

D. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2\sqrt{3}} = 1$.

Câu 5: Cho đường hypebol có phương trình chính tắc sau: $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm nào sau đây không nằm trên đường hypebol?

A. $Q(4; 0)$.

B. $N(-4\sqrt{2}; 3)$.

C. $P(-4; 0)$.

D. $M(3; 1)$.

- Câu 6:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của (C)
- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$. B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$.
 C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$. D. $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$.
- Câu 7:** Phương trình chính tắc của Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) biết $\frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ và nhận $F(4;0)$ là một tiêu điểm là?
- A. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1$.
- Câu 8:** Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(-2;3)$ và $B(3;1)$ là
- A. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$
- Câu 9:** Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 3 = 0$ và $d_2: 3x + y + 2 = 0$.
- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .
- Câu 10:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$. Phương trình dạng khai triển của đường tròn (C) là
- A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.
- Câu 11:** Cho đường hypebol có phương trình $(H): 100x^2 - 25y^2 = 100$. Tiêu cự của hypebol đó là
- A. $2\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{104}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{104}$.
- Câu 12:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là
- A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. B. $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
- PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.
- Câu 1:** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$.
- a) Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$
 b) Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$
 c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$
 d) Phương trình đường thẳng BC là $x + y - 1 = 0$
- Câu 2:** Đường tròn (C) đi qua điểm $A(-2;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 15 = 0$ tại $B(1;-3)$.
- a) Đường kính của đường tròn (C) bằng: 10
 b) Tâm của đường tròn (C) có tung độ bằng -2
 c) Khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến đường thẳng Δ bằng 4
 d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Câu 3: Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 12x$.

a) (P) có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x = -3$.

b) Một điểm nằm trên (P) có hoành độ $x = 2$. Khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm bằng 4

c) Độ dài dây cung vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm F bằng 12

d) Qua $I(2;0)$ vẽ một đường thẳng thay đổi cắt (P) tại hai điểm A và B .

Khi đó tích số khoảng cách từ A và B tới trục Ox bằng 12.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , gọi (H) là hypebol có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{10};0)$ và đi qua điểm $A(4;-\sqrt{2})$.

a) Tiêu điểm còn lại của hypebol (H) là $F_2(\sqrt{10};0)$.

b) Hypebol (H) có tiêu cự bằng $\sqrt{10}$.

c) Giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol (H) đến hai tiêu điểm bằng $4\sqrt{2}$.

d) Phương trình chính tắc của hypebol (H) là $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(\frac{3}{2};0)$ là trung điểm đoạn AC .

Phương trình các đường cao AH , BK lần lượt là $2x - y + 2 = 0$ và $3x - 4y + 13 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua B và song song với đường thẳng $\Delta: x - 4y + 1 = 0$ có dạng: $BC: 2x + by + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $P = b + c$

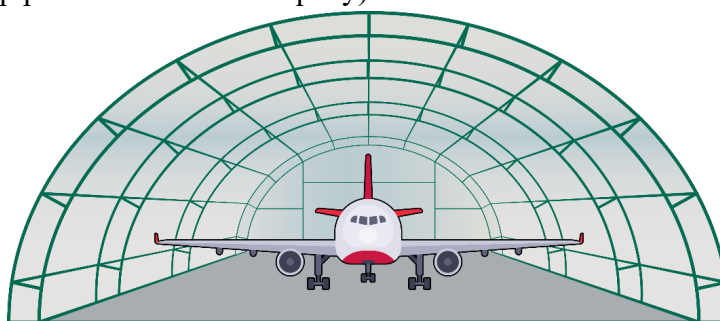
Câu 2: Trên hệ trục tọa độ Oxy , phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(1;-5)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0$ có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Giá trị biểu thức $P = 3a^2 - 2b + c$ bằng

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{8} = 1$. Trên (H) lấy điểm M bất kì. Tính $|MF_1 - MF_2|$

Câu 4: Một vụ nổ được hai micro M_1 và M_2 cách nhau 2 dặm ghi lại (1 dặm bằng 5280 feet). Micro M_1 nhận được âm thanh trước 4 giây so với micro M_2 . Giả sử âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây. Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện trên là một hypebol có phương trình dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu? (Đáp số a và b làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

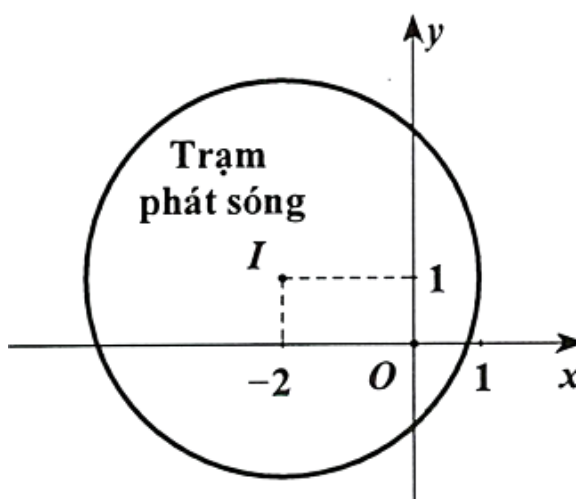
Câu 5: Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ và điểm $A(3;0)$. Điểm B, C nằm trên (E) sao cho B, C đối xứng qua trục Ox và ΔABC đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- Câu 6:** Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao 10m và rộng 24 m. Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 4m lên đến nóc nhà vòm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau: $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $\Delta: x + 2y - 15 = 0$.
- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$.
- Câu 4:** Cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2} = 60^\circ$ với F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E) .
- Câu 5:** Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, điểm $M(4;6)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua $M(4;6)$.
- Câu 6:** Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km .



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $d_1: 11x - 12y + 1 = 0$ và $d_2: 12x + 11y + 9 = 0$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 :

A. $d_1 // d_2$.

B. $d_1 \equiv d_2$.

C. d_1 cắt d_2 nhưng không vuông góc.

D. $d_1 \perp d_2$.

Lời giải

Ta có: d_1 có VTPT là $\vec{n}_1 = (11; -12)$; d_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (12; 11)$.

Xét $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 11 \cdot 12 - 12 \cdot 11 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Biết rằng Δ là đường thẳng song

song với đường thẳng d và cắt đường thẳng $d': \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ tại điểm có hoành độ là -1 .

Phương trình nào sau đây là của đường thẳng Δ ?

A. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

B. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $\Delta: -2x + y - 7 = 0$.

D. $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 9 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Gọi $A(-1; y_A)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng d'

Ta có $A \in d': \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = 2 - 3t_A \\ y_A = 1 + 2t_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_A = 1 \\ y_A = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 3)$

+ $(d): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \end{cases}$ suy ra (d) có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2)$

+ $\Delta // d \Rightarrow \Delta$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2)$

+ Δ qua $A(-1; 3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2)$

$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Ta có $\vec{a} = (2; 4) = 2\vec{u}$ và $B(2; 9) \in \Delta (t_0 = 3)$

Mặt khác $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \Delta: -2x + y - 5 = 0$.

Câu 3: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \end{cases}$, và điểm $A(1; 2)$ không thuộc đường thẳng d , tìm hình chiếu

H của A trên đường thẳng d .

A. $H(-1; 3)$.

B. $H\left(\frac{-2}{5}; 1\right)$.

C. $H\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

D. $H\left(\frac{9}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Lời giải

Ta có: $H \in d \Rightarrow H(1+2t; t)$, $\overrightarrow{AH} = (2t; t-2)$, đường thẳng d có VTCP: $\vec{u} = (2; 1)$.

Vì $AH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2.2t + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5} \Rightarrow H\left(\frac{9}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Câu 4: Phương trình chính tắc của Hyperbol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4; 0)$ và đi qua điểm $M(2; 0)$ là

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{12} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{12} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2\sqrt{3}} = 1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của heberbol (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với ($a > 0, b > 0$).

Do (H) đi qua $M(2; 0)$ nên $\frac{2^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a = 2$

Mà (H) có một tiêu điểm $F_1(-4; 0)$ nên $c = 4$

Suy ra $b^2 = c^2 - a^2 = 4^2 - 2^2 = 12$

Vậy phương trình Hyperbol (H) là: $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$.

Câu 5: Cho đường hypebol có phương trình chính tắc sau: (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm nào sau đây **không** nằm trên đường hypebol?

A. $Q(4; 0)$. **B.** $N(-4\sqrt{2}; 3)$. **C.** $P(-4; 0)$. **D.** $M(3; 1)$.

Lời giải

Ta có

$$\frac{4^2}{16} - \frac{0^2}{9} = 1 \text{ nên loại đáp án A}$$

$$\frac{(-4\sqrt{2})^2}{16} - \frac{3^2}{9} = 1 \text{ nên loại đáp án B}$$

$$\frac{(-4)^2}{16} - \frac{0^2}{9} = 1 \text{ nên loại đáp án C}$$

$$\frac{3^2}{16} - \frac{1^2}{9} \neq 1 \text{ nên chọn đáp án D}$$

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của (C)

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$. **B.** $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$.
C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$. **D.** $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Lời giải

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 25 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+3)^2 = 25.$$

Câu 7: Phương trình chính tắc của Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) biết $\frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ và nhận $F(4; 0)$ là một tiêu điểm là?

A. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{8} = 1.$ **B.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$ **C.** $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1.$ **D.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1.$

Lời giải

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)

Ta có $F(4;0) \Rightarrow c = 4; \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{c}{a} \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$

Suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 20 - 16 = 4.$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 8: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(-2;3)$ và $B(3;1)$ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;3)$ và nhận vec tơ $\overrightarrow{AB}(5;-2)$ làm vector chỉ phương.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 - 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Câu 9: Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 3 = 0$ và $d_2: 3x + y + 2 = 0.$

A. $45^\circ.$ **B.** $60^\circ.$ **C.** $30^\circ.$ **D.** $90^\circ.$

Lời giải

Đường thẳng d_1 có 1 VTPT là $\vec{n}(2;-1).$

Đường thẳng d_2 có 1 VTPT là $\vec{n}'(3;1).$

$$\cos(d_1; d_2) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|} = \frac{|2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1; d_2) = 45^\circ.$$

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13.$ Phương trình dạng khai triển của đường tròn (C) là

A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0.$ **B.** $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0.$
C. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0.$ **D.** $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0.$

Lời giải

Ta có $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 = 13 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0.$

Câu 11: Cho đường hypebol có phương trình $(H): 100x^2 - 25y^2 = 100.$ Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}.$ **B.** $2\sqrt{104}.$ **C.** $\sqrt{10}.$ **D.** $\sqrt{104}.$

Lời giải

Hypebol $(H): 100x^2 - 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{4} = 1$ và $a = 10, b = 2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{104}.$

Tiêu cự của hypebol là $2\sqrt{104}.$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

- A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. B. $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c = 6 \Rightarrow c = 3$.

Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a = 5 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 9 = 16$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$.

a) Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$

b) Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$

c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$

d) Phương trình đường thẳng BC là $x + y - 1 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng: Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$; CK có vector pháp tuyến $\vec{n}_{CK} = (3;2)$

Đường thẳng AB vuông góc CK nên nhận $\vec{n}_{CK} = (3;2)$ làm vector chỉ phương, vì thế AB có vector pháp tuyến $\vec{n}_{AB} = (2;-3)$. Mặt khác AB đi qua $A(-4;-1)$ nên có phương trình:

$$2(x+4) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 5 = 0.$$

b) Sai: Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$

Đường thẳng AC vuông góc BH nên nhận $\vec{n}_{BH} = (2;-1)$ làm vector chỉ phương, vì thế AC có vector pháp tuyến $\vec{n}_{AC} = (1;2)$. Mặt khác AC đi qua $A(-4;-1)$ nên có phương trình:

$$1(x+4) + 2(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 6 = 0.$$

c) Đúng: Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$

Gọi B là giao điểm của AB và BH nên tọa độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy tọa độ điểm B là $B(-1;1)$.

d) Sai: Phương trình đường thẳng BC là $x + y - 1 = 0$

Gọi C là giao điểm của AC và CK . Xét hệ: $\begin{cases} x + 2y + 6 = 0 \\ 3x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -6 \end{cases} \Rightarrow C(6;-6).$

Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC} = (7; -7)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (7; 7)$.

Vậy BC có phương trình: $7(x+1) + 7(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$.

Câu 2: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(-2; 6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 15 = 0$ tại $B(1; -3)$.

- Đường kính của đường tròn (C) bằng: 10
- Tâm của đường tròn (C) có tung độ bằng -2
- Khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến đường thẳng Δ bằng 4
- Điểm $O(0; 0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Gọi tâm đường tròn $I(a; b)$. Ta có vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (4; 3)$ và $\overrightarrow{IB} = (1-a; -3-b)$

. Theo giả thiết: $\overrightarrow{IB} \perp \vec{u}_\Delta \Rightarrow \overrightarrow{IB} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow 4a + 3b + 5 = 0(1)$. Ta lại có

$$IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$$

$$\Leftrightarrow (-2-a)^2 + (6-b)^2 = (1-a)^2 + (-3-b)^2$$

$$\Leftrightarrow a - 3b + 5 = 0(2)$$

$$\text{Giải hệ (1) và (2): } \begin{cases} 4a + 3b = -5 \\ a - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } R = IA = \sqrt{(-2+2)^2 + (6-1)^2} = 5.$$

$$\text{Do đó phương trình đường tròn (C): } (x+2)^2 + (y-1)^2 = 25.$$

Câu 3: Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 12x$.

- (P) có tiêu điểm $F(3; 0)$, đường chuẩn $x = -3$.
- Một điểm nằm trên (P) có hoành độ $x = 2$. Khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm bằng 4
- Độ dài dây cung vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm F bằng 12
- Qua $I(2; 0)$ vẽ một đường thẳng thay đổi cắt (P) tại hai điểm A và B . Khi đó tích số khoảng cách từ A và B tới trục Ox bằng 12.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $p = 6 \Rightarrow \frac{p}{2} = \frac{6}{2} = 3$. Vậy (P) có tiêu điểm $F(3; 0)$, đường chuẩn $x = -3$.

b) Gọi M là điểm trên (P) có hoành độ $x = 2 \Rightarrow MF = x_M + \frac{p}{2} = 2 + 3 = 5$

c) Đường thẳng đi qua $F(3; 0)$ và vuông góc với trục đối xứng có dạng: $x = 3(d)$.

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 3 \\ y^2 = 12x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \pm 6 \end{cases}$ Vậy (d) cắt (P) tại

$$M(3; -6), N(3; 6) \Rightarrow MN = \sqrt{(3-3)^2 + (6+6)^2} = 12.$$

d) Phương trình đường thẳng đi qua $I(2; 0)$ có dạng:

$$A(x-2) + B(y-0) = 0 (A^2 + B^2 \neq 0) \Leftrightarrow Ax + By - 2A = 0(d)$$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ $\begin{cases} Ax + By - 2A = 0(1) \\ y^2 = 12x(2) \end{cases} (*)$

$$(2) \Leftrightarrow x = \frac{y^2}{12}$$

Thế vào (1) ta được $A \frac{y^2}{12} + By - 2A = 0 \Leftrightarrow Ay^2 + 12By - 24A = 0$

Do $\Delta' = 36B^2 + 24A^2 > 0, \forall A^2 + B^2 \neq 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt. Gọi y_A và y_B là nghiệm của phương trình trên nên $d(A; Ox) \cdot d(B; Ox) = |y_A \cdot y_B| = 24$ (không đổi).

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , gọi (H) là hypebol có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{10}; 0)$ và đi qua điểm $A(4; -\sqrt{2})$.

a) Tiêu điểm còn lại của hypebol (H) là $F_2(\sqrt{10}; 0)$.

b) Hypebol (H) có tiêu cự bằng $\sqrt{10}$.

c) Giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol (H) đến hai tiêu điểm bằng $4\sqrt{2}$.

d) Phương trình chính tắc của hypebol (H) là $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng: $F_1(-\sqrt{10}; 0) \Rightarrow c = \sqrt{10} \Rightarrow F_2(\sqrt{10}; 0)$

b) Sai: $F_1(-\sqrt{10}; 0) \Rightarrow c = \sqrt{10} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{10}$ nên tiêu cự bằng $2\sqrt{10}$.

c) Đúng: Ta gọi phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$.

$$F_1(-\sqrt{10}; 0) \Rightarrow c = \sqrt{10} \Leftrightarrow c^2 = 10 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 10 \Leftrightarrow b^2 = 10 - a^2 (1).$$

$$A(4; -\sqrt{2}) \in (H) \Leftrightarrow \frac{16}{a^2} - \frac{2}{b^2} = 1 (2). \text{Thay (1) vào (2) ta được:}$$

$$\frac{16}{a^2} - \frac{2}{10 - a^2} = 1 \Leftrightarrow a^4 - 28a^2 + 160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \Rightarrow b^2 = -10 \text{ (loại)} \\ a^2 = 8 \Rightarrow b^2 = 2 \end{cases}$$

$$a^2 = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2a = 4\sqrt{2} \Rightarrow |MF_1 - MF_2| = 2a = 4\sqrt{2}.$$

d) Đúng: Theo trên ta có $a^2 = 8; b^2 = 2$ nên phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$.

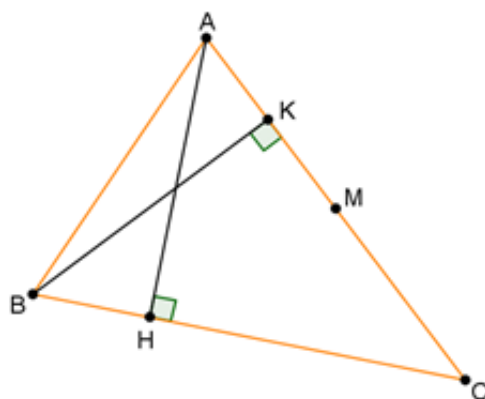
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ là trung điểm đoạn AC .

Phương trình các đường cao AH, BK lần lượt là $2x - y + 2 = 0$ và $3x - 4y + 13 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua B và song song với đường thẳng $\Delta: x - 4y + 1 = 0$ có dạng: $BC: 2x + by + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $P = b + c$

Lời giải

Trả lời: 6



♦ Đường thẳng AC đi qua M và vuông góc với BK nên có phương trình $4x + 3y - 6 = 0$.

$A = AC \cap AH$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 2).$$

♦ Mà $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ là trung điểm đoạn AC suy ra $C(3; -2)$.

Đường thẳng BC đi qua C và vuông góc với AH nên có phương trình $x + 2y + 1 = 0$.

$B = BC \cap BK$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ 3x - 4y + 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - 4y = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(-3; 1).$$

♦ Vậy đường thẳng đi qua B và song song với đường thẳng $\Delta: x - 4y + 1 = 0$ có phương trình:
 $x - 4y + 7 = 0 \Leftrightarrow 2x - 8y + 14 = 0$.

Câu 2: Trên hệ trục tọa độ Oxy , phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1; 1)$, $B(1; -5)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0$ có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Giá trị biểu thức $P = 3a^2 - 2b + c$ bằng

Lời giải

Trả lời: 3

♦ Gọi $I(-2y - 3; y) \in d$. Ta có $AI^2 = BI^2 \Leftrightarrow (2y + 4)^2 + (y - 1)^2 = (2y + 4)^2 + (y + 5)^2$
 $\Leftrightarrow y^2 - 2y + 1 = y^2 + 10y + 25 \Leftrightarrow y = -2$.

♦ Tâm đường tròn là $I(1; -2)$ và bán kính $IA = \sqrt{(1 - 1)^2 + (-2 - 1)^2} = 3$.

Phương trình đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

suy ra $a = 1; b = -2; c = -4$.

Vậy $P = 3a^2 - 2b + c = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot (-2) - 4 = 3$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{8} = 1$. Trên (H) lấy điểm M bất kì. Tính $|MF_1 - MF_2|$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 4,9

Ta có $\begin{cases} a^2 = 6 \\ b^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{6} \\ b = 2\sqrt{2} \end{cases}$ nên độ dài trục thực $2a = 2\sqrt{6}$, độ dài trục ảo $2b = 4\sqrt{2}$.

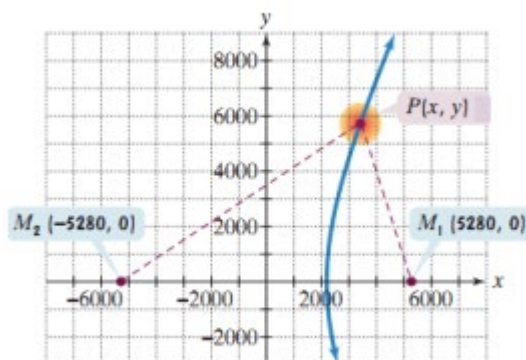
Vì $M \in (H)$ nên ta có $|MF_1 - MF_2| = 2a = 2\sqrt{6}$.

Câu 4: Một vụ nổ được hai micro M_1 và M_2 cách nhau 2 dặm ghi lại (1 dặm bằng 5280 feet). Micro M_1 nhận được âm thanh trước 4 giây so với micro M_2 . Giả sử âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây. Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện trên là một hypebol có phương trình dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu? (Đáp số a và b làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 7000

Ta bắt đầu bằng cách đặt micro trong một hệ tọa độ vuông góc. Bởi vì 1 dặm bằng 5280 feet nên ta đặt M_1 trên trục hoành cách gốc tọa độ 5280 feet về bên phải và đặt M_2 trên trục hoành cách gốc tọa độ 5280 feet về bên trái như hình vẽ minh họa hai micro cách nhau 2 dặm.



Ta biết rằng M_2 nhận được âm thanh sau 4 giây so với M_1 . Vì âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây nên hiệu số khoảng cách từ P (nơi xảy ra vụ nổ) tới M_2 và từ P tới M_1 là 4400 feet.

Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện này là một hyperbol, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm.

Như vậy, vị trí xảy ra vụ nổ nằm trên hyperbol có phương trình chuẩn là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ta có hiệu số khoảng cách giữa hai micro là 4400 feet và được đặt bằng $2a$, tức là $2a = 4400 \Rightarrow a = 2200$ nên ta có $\frac{x^2}{2200^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hay $\frac{x^2}{4840000} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Mà khoảng cách từ gốc $O(0;0)$ tới tiêu điểm $M_2(-5280;0)$ hoặc $M_1(5280;0)$ đều bằng 5280. Do đó $c = 5280$.

Sử dụng hệ thức $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{5280^2 - 2200^2} \approx 4800$.

Vậy $a + b = 2200 + 4800 = 7000$.

Câu 5: Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ và điểm $A(3;0)$. Điểm B, C nằm trên (E) sao cho B, C đối xứng qua trục Ox và $\triangle ABC$ đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 5,2

Hai điểm B, C đối xứng qua trục Ox . Giả sử $B(x_0; y_0), C(x_0; -y_0)$ với $y_0 > 0$.

$$B, C \text{ nằm trên } (E) \Rightarrow \frac{x_0^2}{9} + \frac{y_0^2}{3} = 1 \Leftrightarrow x_0^2 + 3y_0^2 = 9 \text{ và } (BC): x = x_0 \Rightarrow d(A, (BC)) = |3 - x_0|.$$

Vì $A(3; 0) \in Ox$, B, C đối xứng qua trục $\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại $A \Rightarrow \Delta ABC$ đều

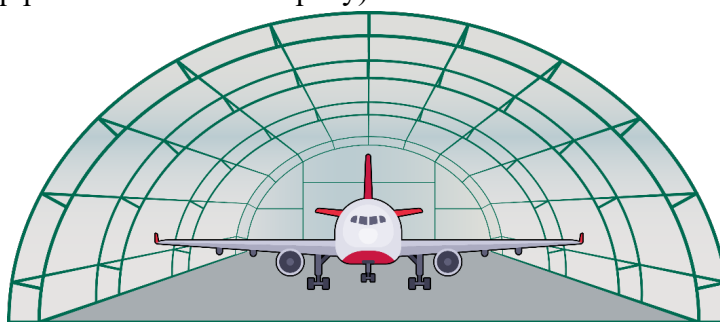
$$\Leftrightarrow d(A, (BC)) = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \Leftrightarrow |3 - x_0| = \sqrt{3} y_0 \Leftrightarrow 3y_0^2 = (x_0 - 3)^2 \Rightarrow x_0^2 + (x_0 - 3)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Với } x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = \sqrt{3} \Rightarrow BC = 2\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot BA \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}.$$

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 0$ (loại).

Vậy diện tích của tam giác ABC bằng 5,2.

Câu 6: Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao 10m và rộng 24m. Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 4m lên đến nóc nhà vòm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Lời giải

Trả lời: 7,45

Chọn hệ tọa độ thích hợp và viết phương trình của elip nói trên.

Ta thấy AB là độ dài trục lớn của elip nên $2a = 24 \Leftrightarrow a = 12$

OC là một nửa trục bé nên $b = 10$

$$\text{Khi đó phương trình của elip trên là: } \frac{x^2}{12^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{100} = 1 (*)$$

$$\text{Vậy phương trình elip đã cho là } \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{100} = 1.$$

Gọi điểm D là điểm nằm trên elip và cách chân tường 4m.

Khi đó khoảng cách từ D đến gốc tọa độ O là $12 - 4 = 8$ m.

Gọi $D(8; y_D)$

Vì D thuộc elip trên nên tọa độ điểm D thỏa mãn phương trình (*) ta có: $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{100} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{y_D^2}{100} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow y_D^2 = \frac{500}{9} \Leftrightarrow y_D = \frac{10\sqrt{5}}{3} \Rightarrow D\left(8; \frac{10\sqrt{5}}{3}\right)$$

Suy ra khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 4m đến nóc nhà là

$$\text{tung độ của điểm } D \text{ là } \frac{10\sqrt{5}}{3} \approx 7,45(\text{m}).$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau: $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0;2)$ bán kính $R_1 = 3$.

Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(3;-4)$ bán kính $R_2 = 3$.

Gọi tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình $\Delta: ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$

$$\Delta \text{ là tiếp tuyến chung của } (C_1) \text{ và } (C_2) \Leftrightarrow \begin{cases} d(I_1, \Delta) = 3 \\ d(I_2, \Delta) = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |2b + c| = 3\sqrt{a^2 + b^2} (*) \\ |3a - 4b + c| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Rightarrow |2b + c| = |3a - 4b + c| \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{-3a + 2b}{2} \end{cases}$$

Trường hợp 1: $a = 2b$; chọn $a = 2 \Rightarrow b = 1$; thay vào $(*)$ ta được: $c = -2 \pm 3\sqrt{5}$; suy ra phương trình hai tiếp tuyến là: $2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0$.

Trường hợp 2: $c = \frac{-3a + 2b}{2}$; thay vào $(*)$ ta được:

$$\left| 2b + \frac{-3a + 2b}{2} \right| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow |2b - a| = 2\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 - 4ab + a^2 = 4a^2 + 4b^2 \Leftrightarrow 3a^2 + 4ab = 0 \Leftrightarrow a(3a + 4b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 3a = -4b \end{cases}$$

Với $a = 0$; chọn $b = 1 \Rightarrow c = 1$.

Phương trình $\Delta: y + 1 = 0$.

Với $3a = -4b$; chọn $a = 4 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow c = -9$.

Phương trình: $\Delta: 4x - 3y - 9 = 0$.

Vậy có bốn tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình là:

$$2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0; y + 1 = 0; 4x - 3y - 9 = 0.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $\Delta: x + 2y - 15 = 0$.

Lời giải

(C) có tâm $I(-1;3)$ và bán kính $R = \sqrt{1+9-5} = \sqrt{5}$, $d: x + 2y - m = 0$.

d là tiếp tuyến của (C)

$$\Leftrightarrow d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|-1+6-m|}{\sqrt{1+4}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |m-5| = 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-5 = -5 \\ m-5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \Rightarrow d: x+2y=0 \\ m=10 \Rightarrow d: x+2y-10=0 \end{cases}$$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > 0, b > 0$.

Do $A_2(4;0)$ thuộc (H) nên $\frac{4^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1$, suy ra $a = 4$.

Mà $F_2(6;0)$ là tiêu điểm của (H) nên $c = 6$.

Suy ra $b^2 = c^2 - a^2 = 36 - 16 = 20$.

Vậy hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$.

Câu 4: Cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2} = 60^\circ$ với F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E)

Lời giải

$M \in (E)$. Ta có $MF_1 = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x, MF_2 = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x$.

$$F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1MF_2 \cos 60^\circ \Leftrightarrow 12 = 4 + \frac{9}{4}x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{32}}{3}.$$

Vì $M \in (E)$ nên $x = \pm \frac{\sqrt{32}}{3} \Rightarrow y = \pm \frac{1}{3}$.

$$\Rightarrow M_1\left(\frac{\sqrt{32}}{3}; \frac{1}{3}\right), M_2\left(\frac{\sqrt{32}}{3}; -\frac{1}{3}\right), M_3\left(-\frac{\sqrt{32}}{3}; -\frac{1}{3}\right), M_4\left(-\frac{\sqrt{32}}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, điểm $M(4;6)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua $M(4;6)$.

Lời giải

(C) có tâm $I(2;2), R = 2$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(4;6)$.

Δ có dạng $Ax + By - 4A - 6B = 0$

Δ là tiếp tuyến của $(C) \Rightarrow d[I, \Delta] = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2A + 2B - 4A - 6B|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 2 \Leftrightarrow |2A + 4B| = 2\sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\Leftrightarrow 4A^2 + 16B^2 + 16AB = 4A^2 + 4B^2 \Leftrightarrow 12A^2 + 16AB = 0 \Leftrightarrow 4B(3B + 4A) = 0$$

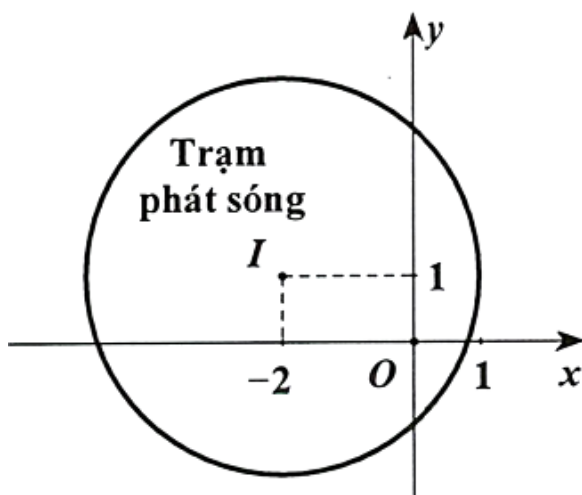
$$\Leftrightarrow \begin{cases} B = 0 \\ B = -\frac{3A}{4} \end{cases}$$

$$\text{Chọn } A = 3 \Rightarrow \begin{cases} B = 0 \\ B = 4 \end{cases}$$

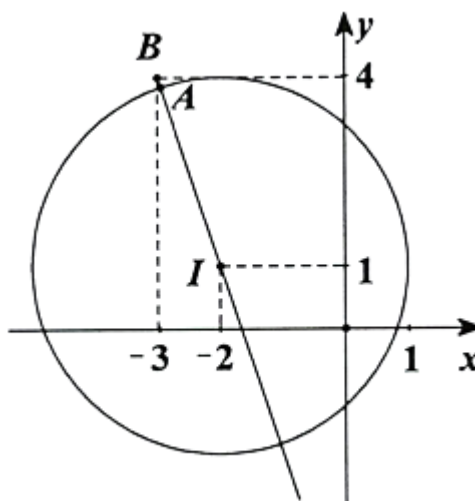
Vậy $A = 3, B = 0 \Rightarrow (\Delta_1): x - 4 = 0; A = 3, B = 4 \Rightarrow (\Delta_2): 3x + 4y + 12 = 0$.

Câu 6: Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ

sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km .



Lời giải



Đường tròn màu đỏ mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2;1)$ và bán kính phủ sóng 3 km nên phương trình đường tròn đó là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$

Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI

$\Rightarrow$ Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3;4)$ tới vùng phủ sóng là BA

Ta có: $IB = \sqrt{(-3+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$, suy ra $AB = IB - IA = \sqrt{10} - 3 \approx 0,16$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
TRONG MẶT PHẪNG

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG

ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Viết phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(3;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1)$.

A. $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \end{cases}$. B. $(\Delta): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 \end{cases}$. C. $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 \end{cases}$. D. $(\Delta): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \end{cases}$.

Câu 2: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng (d) , biết (d) đi qua $A(2,-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;2)$.

A. $-2x + 3y + 7 = 0$. B. $-2x - 3y + 7 = 0$. C. $-3x + 2y + 7 = 0$. D. $3x + 2y - 4 = 0$.

Câu 3: Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2)$ và $B(3;4)$ là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn có tâm $I(1;-2)$ và đường kính bằng 10 là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 100$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$.

Câu 5: Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. M là điểm thuộc (E) sao cho $MF_1 = MF_2$. Khi đó tọa độ điểm M là:

A. $M_1(0;1); M_2(0;-1)$. B. $M_1(0;2); M_2(0;-2)$.
C. $M_1(-4;0); M_2(4;0)$. D. $M_1(0;4); M_2(0;-4)$.

Câu 6: Góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$ bằng:

A. 60° . B. 0° . C. 90° . D. 45° .

Câu 7: Cho đường thẳng (d) có phương trình $x - 2y + 5 = 0$ và điểm $M(3;-1)$. Trên (d) lấy 2 điểm N và P sao cho khoảng cách giữa chúng luôn là 4. Tính $S_{\Delta MNP}$.

A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. $3\sqrt{5}$. D. $4\sqrt{5}$.

Câu 8: Phương trình tham số của đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

Câu 9: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$.

- A. $d_1 // d_2$. B. $d_1 \perp d_2$.
C. $d_1 \equiv d_2$. D. d_1 cắt d_2 nhưng không vuông góc.

Câu 10: Hiệu các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên hyperbol $4x^2 - 9y^2 = 36$ tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng

- A. 4. B. 6. C. 12. D. $\sqrt{5}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{10}; 0)$ và đi qua điểm $A(4; -\sqrt{2})$.

- A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{6} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$. D. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{2} = 1$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5; 0)$ là

- A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. B. $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; 0)$, $B(0; 3)$ và $C(-3; 1)$.

a) Phương trình của đường thẳng d đi qua B và song song với AC là $x + 5y - 15 = 0$.

b) Phương trình của đường trung trực đoạn thẳng BC là $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$.

c) Đường thẳng AB có phương trình là $3x + 2y + 6 = 0$.

d) Đường cao ứng với đỉnh C của tam giác ABC đi qua điểm $M(2; 3)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-2; -3)$

b) Đường tròn (C) có bán kính $R = 5$.

c) Phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) tại điểm $M(1; 1)$ là: $x + y - 2 = 0$.

d) Có 2 phương trình tiếp tuyến Δ' của đường tròn (C) biết Δ' vuông góc với Δ .

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 8x$.

a) Tiêu điểm $F(2; 0)$

b) Có 2 điểm M trên (P) , cách F một khoảng là 3.

c) Điểm M trên (P) sao cho $S_{\Delta OMF} = 8$, có hoành độ bằng 6

d) Tồn tại một điểm A nằm trên parabol và một điểm B nằm trên đường thẳng

$\Delta: 4x - 3y + 5 = 0$ sao cho đoạn AB ngắn nhất, khi đó AB ngắn nhất bằng $\frac{1}{5}$

Câu 4: Cho parabol $(P): y^2 = 2x$, $(d): x - 2y + 6 = 0$.

a) Đường chuẩn $x = \frac{1}{2}$

a) Tiêu điểm của parabol là $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

c) Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa (d) và (P) bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 2y - 6 = 0$ và cắt Ox , Oy lần lượt tại A , B sao cho $AB = \sqrt{13}$ có dạng: $\Delta: 6x + by + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $P = 5b + 7c$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC có dạng: $BC: ax + 2y + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $P = 2a + 7c$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(8;2)$, $B(3;7)$ và có tâm I cách đường thẳng $d: 3x + 4y + 3 = 0$ một khoảng bằng 4, biết đường thẳng d cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN = 6$. Bán kính của đường tròn bằng

Câu 4: Hai tháp vô tuyến cách nhau 200 km được đặt dọc bờ biển với A nằm về phía Tây đối với B . Các tín hiệu vô tuyến được gửi đồng thời từ mỗi tháp tới một con tàu và tín hiệu ở B nhận được sớm hơn 500 micro giây trước tín hiệu ở A . Giả sử rằng các tín hiệu vô tuyến truyền đi với vận tốc 300 mét/micro giây và con tàu nằm về phía Bắc của tháp B thì tàu cách bờ biển bao xa? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 5: Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 50$ m và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là 100 m. Tính tổng độ dài trục lớn và trục bé của elip.

Câu 6: Cho hypebol (H) có hai tiêu điểm $F_1; F_2$ nằm trên Ox và đối xứng qua gốc tọa độ O , (H) đi qua điểm $M\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}, \frac{9}{5}\right)$ và $\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ$. Phương trình (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Tính $a.b$

PHẦN IV. Tự luận

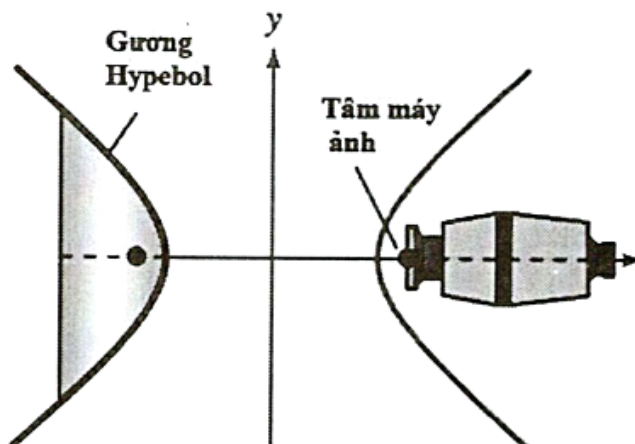
Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm I nằm trên đường thẳng Δ , với $A(0;4), B(2;6), \Delta: x - 2y + 5 = 0$.

Câu 2: Cho Parabol $(P): y^2 = 16x$ và đường thẳng $(d): x = a(a > 0)$. Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$.

Câu 3: Cho đtròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, điểm $M(4;6)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M cắt (C) tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 2$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với Ox, Oy .

Câu 5: Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.



Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm $A(1;3)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ A .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Viết phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(3;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1)$.

- A.** $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \end{cases}$. **B.** $(\Delta): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 \end{cases}$. **C.** $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 \end{cases}$. **D.** $(\Delta): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có phương trình tham số của đường thẳng (Δ) là $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \end{cases} (\forall t \in \mathbb{R})$

Câu 2: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng (d) , biết (d) đi qua $A(2,-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;2)$.

- A.** $-2x + 3y + 7 = 0$. **B.** $-2x - 3y + 7 = 0$. **C.** $-3x + 2y + 7 = 0$. **D.** $3x + 2y - 4 = 0$.

Lời giải

Vì (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;2)$ nên (d) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2;3)$

Ta có phương trình tổng quát của (d) là: $-2(x-2) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3y + 7 = 0$.

Câu 3: Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2)$ và $B(3;4)$ là

- A.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2)$.

Vì Δ đi qua điểm $A(1;2)$ và $B(3;4)$ nên Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1)$.

Vậy phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn có tâm $I(1;-2)$ và đường kính bằng 10 là

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 100$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$.

Lời giải

Ta có: Đường kính bằng 10 suy ra bán kính bằng 5. Vậy phương trình đường tròn tâm $I(1;-2)$ bán kính bằng 5 là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

Câu 5: Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. M là điểm thuộc (E) sao cho $MF_1 = MF_2$. Khi đó tọa độ điểm M là:

- A.** $M_1(0;1); M_2(0;-1)$. **B.** $M_1(0;2); M_2(0;-2)$.
C. $M_1(-4;0); M_2(4;0)$. **D.** $M_1(0;4); M_2(0;-4)$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; (a, b > 0)$

Nên $a = 4; b = 2$.

Vì $MF_1 = MF_2$ nên M thuộc đường trung trực của F_1F_2 , chính là trục Oy .

M là điểm thuộc (E) nên M là giao điểm của elip với trục Oy .

Vậy $M_1(0; 2); M_2(0; -2)$.

- Câu 6:** Góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$ bằng:
- A.** 60° . **B.** 0° . **C.** 90° . **D.** 45° .

Lời giải

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (6; -5)$.

Véc tơ chỉ phương của Δ_2 là $\vec{u}_1 = (-6; 5) \Rightarrow$ vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5; 6)$.

Ta có: $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$.

- Câu 7:** Cho đường thẳng (d) có phương trình $x - 2y + 5 = 0$ và điểm $M(3; -1)$. Trên (d) lấy 2 điểm N và P sao cho khoảng cách giữa chúng luôn là 4. Tính $S_{\Delta MNP}$.
- A.** $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có: $d_{(M, (d))} = \frac{|x_M - 2y_M + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = 2\sqrt{5}$.

Khi đó: $S_{\Delta MNP} = \frac{1}{2} d_{(M, (d))} \cdot NP = \frac{1}{2} 2\sqrt{5} \cdot 4 = 4\sqrt{5}$

- Câu 8:** Phương trình tham số của đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$ là
- A.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$.

Suy ra vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2)$, do đó loại các đáp án A, B, C

- Câu 9:** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -8 + 4t' \end{cases}$.
- A.** $d_1 // d_2$. **B.** $d_1 \perp d_2$.
C. $d_1 \equiv d_2$. **D.** d_1 cắt d_2 nhưng không vuông góc.

Lời giải

Ta có d_1 có VTCP là $\vec{u}_1 = (1; -2)$, d_2 có VTCP là $\vec{u}_2 = (-2; 4)$ và có điểm $B(2; -8) \in d_2$

Thay tọa độ B vào phương trình đường thẳng d_1 ta được:

$$\begin{cases} 2 = -1 + t \\ -8 = -2 - 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow t = 3$$

$$\Rightarrow B \in d_1$$

$$\text{Lại có } \vec{u}_2 = -2\vec{u}_1$$

$$\text{Vậy } d_1 \equiv d_2.$$

Câu 10: Hiệu các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên hyperbol $4x^2 - 9y^2 = 36$ tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng

A. 4.

B. 6.

C. 12.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 4x^2 - 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{ suy ra } \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 3.$$

Hiệu các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên hypebol tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng $2a = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{10}; 0)$ và đi qua điểm $A(4; -\sqrt{2})$.

A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{6} = 1$.

B. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$.

C. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$.

D. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{2} = 1$.

Lời giải

Gọi phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$.

$$F_1(-\sqrt{10}; 0) \Rightarrow c = -\sqrt{10} \Leftrightarrow c^2 = 10 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 10 \Leftrightarrow b^2 = 10 - a^2 \quad (1).$$

$$A(4; -\sqrt{2}) \in (H) \Leftrightarrow \frac{16}{a^2} - \frac{2}{b^2} = 1 \quad (2).$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$\frac{16}{a^2} - \frac{2}{10 - a^2} = 1 \Leftrightarrow a^4 - 28a^2 + 160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \Rightarrow b^2 = -20 \text{ (loại)} \\ a^2 = 8 \Rightarrow b^2 = 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5; 0)$ là

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

B. $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c = 6 \Rightarrow c = 3$.

Do (E) đi qua điểm $A(5; 0)$ nên $a = 5 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 9 = 16$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; 0)$, $B(0; 3)$ và $C(-3; 1)$.

a) Phương trình của đường thẳng d đi qua B và song song với AC là $x + 5y - 15 = 0$.

- b) Phương trình của đường trung trực đoạn thẳng BC là $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$.
- c) Đường thẳng AB có phương trình là $3x + 2y + 6 = 0$.
- d) Đường cao ứng với đỉnh C của tam giác ABC đi qua điểm $M(2;3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AC} = (-5;1)$ nên đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1;5)$.

Phương trình của đường thẳng d là $1 \cdot (x - 0) + 5 \cdot (y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 15 = 0$.

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng d là: $x + 5y - 15 = 0$

b) Đúng: Đường thẳng Δ là trung trực của đoạn thẳng BC nhận $\overrightarrow{CB} = (3;2)$ làm vector pháp tuyến nên vector chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2;-3)$.

Mà Δ đi qua trung điểm $I\left(-\frac{3}{2};2\right)$ của BC nên Δ có phương trình là $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + 2t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$.

c) Sai: Đường thẳng AB có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-2;3)$ nên AB có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3;2)$ và đi qua điểm $A(2;0)$ nên AB có phương trình là

$$3(x - 2) + 2(y - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6 = 0.$$

d) Sai: Đường cao ứng với đỉnh C của tam giác ABC đi qua điểm $C(-3;1)$ và nhận $\overrightarrow{BA} = (2;-3)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$2(x + 3) - 3(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 9 = 0.$$

Từ đó dễ thấy đường thẳng này không đi qua điểm $M(2;3)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

- a) Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-3)$
- b) Đường tròn (C) có bán kính $R = 5$.
- c) Phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) tại điểm $M(1;1)$ là: $x + y - 2 = 0$.
- d) Có 2 phương trình tiếp tuyến Δ' của đường tròn (C) biết Δ' vuông góc với Δ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-3)$ bán kính $R = 5$.

b) Phương trình tiếp tuyến Δ là: $(1 + 2)(x - 1) + (1 + 3)(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 7 = 0$.

c) Vì Δ nhận $\vec{n} = (3;4)$ là vector pháp tuyến mà $\Delta' \perp \Delta$ nên có thể lấy vector pháp tuyến của Δ' là $\vec{m} = (4;-3)$. Suy ra phương trình Δ' có dạng: $4x - 3y + c = 0$.

Để Δ' là tiếp tuyến của (C) thì $d(I, \Delta') = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot (-2) - 3 \cdot (-3) + c|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 5 \Leftrightarrow |c + 1| = 25$.

Vậy $c = 24$ hoặc $c = -26$ nên có hai trường hợp của phương trình Δ' là: $4x - 3y + 24 = 0$ hoặc $4x - 3y - 26 = 0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 8x$.

a) Tiêu điểm $F(2;0)$

b) Có 2 điểm M trên (P) , cách F một khoảng là 3.

c) Điểm M trên (P) sao cho $S_{\Delta OMF} = 8$, có hoành độ bằng 6

d) Tồn tại một điểm A nằm trên parabol và một điểm B nằm trên đường thẳng

$\Delta: 4x - 3y + 5 = 0$ sao cho đoạn AB ngắn nhất, khi đó AB ngắn nhất bằng $\frac{1}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Giả sử $M(x_M; y_M) \in (P)$ suy ra $y_M^2 = 8x_M$.

Từ phương trình (P) có $p = 4$ nên $F(2;0)$.

Ta có $FM = x_M + \frac{p}{2}$ suy ra $x_M = 1$, thay vào $y_M^2 = 8x_M \Rightarrow y_M = \pm 2\sqrt{2}$

b) Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1(1; 2\sqrt{2}), M_2(1; -2\sqrt{2})$.

c) Ta có $M \in (P) \Rightarrow M\left(\frac{a^2}{8}; a\right)$ với $a \geq 0$.

$$S_{\Delta OMF} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} OF \cdot d(M; OF) = 8 \Leftrightarrow a = 8.$$

Vậy điểm cần tìm là $M(8;8)$.

d) Với mọi điểm $A \in (P), B \in \Delta$ ta luôn có $AB \geq d(A; \Delta)$. $A \in (P) \Rightarrow A\left(\frac{a^2}{8}; a\right)$ với $a \geq 0$, khi

$$\text{đó } d(A; \Delta) = \frac{\left| 4 \cdot \frac{a^2}{8} - 3 \cdot a + 5 \right|}{5} = \frac{(a-3)^2 + 1}{10} \geq \frac{1}{10}. \text{ Suy ra } AB \text{ nhỏ nhất khi và chỉ khi } A\left(\frac{9}{8}; 3\right)$$

và B là hình chiếu của A lên Δ .

Đường thẳng đi qua A vuông góc với Δ nhận $\vec{u}(3;4)$ làm vector pháp tuyến nên có phương

$$\text{trình là } 3\left(x - \frac{9}{8}\right) + 4(y - 3) = 0 \text{ hay } 24x + 32y - 123 = 0.$$

$$\text{Do đó tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 4x - 3y + 5 = 0 \\ 24x + 32y - 123 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{209}{200} \\ y = \frac{153}{50} \end{cases}.$$

Vậy $A\left(\frac{9}{8}; 3\right), B\left(\frac{209}{200}; \frac{153}{50}\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Cho parabol $(P): y^2 = 2x$, $(d): x - 2y + 6 = 0$.

a) Đường chuẩn $x = \frac{1}{2}$

a) Tiêu điểm của parabol là $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

c) Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa (d) và (P) bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Ta có $y^2 = 2x$ có dạng: $y^2 = 2px \Rightarrow 2p = 2 \Rightarrow \frac{p}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow F\left(\frac{1}{2}; 0\right) \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$.

b) Gọi $M\left(\frac{m^2}{2}; m\right) \in (P); d(M; d) = \frac{\left|\frac{m^2}{2} - 2m + 6\right|}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}[m^2 - 4m + 12]$

$$= \frac{1}{2\sqrt{5}}[(m-2)^2 + 8] = \frac{1}{2\sqrt{5}}(m-2)^2 + \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

$$d(M; d)_{\min} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \Rightarrow m = 2$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 2y - 6 = 0$ và cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $AB = \sqrt{13}$ có dạng: $\Delta: 6x + by + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $P = 5b + 7c$

Lời giải

Trả lời: 64

Vì $\Delta \parallel d$ nên Δ có dạng $3x - 2y + c = 0$ với $c \neq -6$.

Δ cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B suy ra tọa độ của $A\left(-\frac{c}{3}; 0\right)$ và $B\left(0; \frac{c}{2}\right)$.

Theo đề bài $AB = \sqrt{13} \Leftrightarrow AB^2 = 13 \Leftrightarrow \left(\frac{c}{3}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 13 \Leftrightarrow c^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 & (N) \\ c = -6 & (L) \end{cases}$.

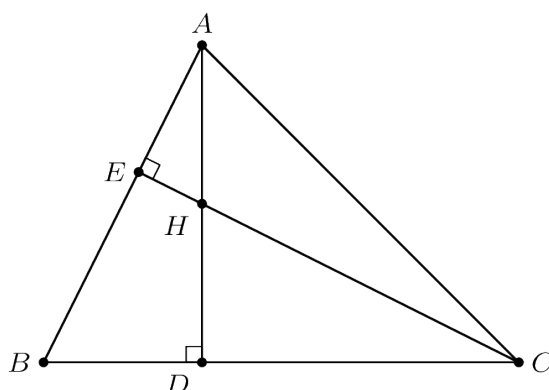
Với $c = 6 \Rightarrow \Delta: 3x - 2y + 6 = 0 \Leftrightarrow 6x - 4y + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 12 \end{cases}$.

$$\Rightarrow P = 5b + 7c = 5 \cdot (-4) + 7 \cdot 12 = 64$$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC có dạng: $BC: ax + 2y + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức: $P = 2a + 7c$

Lời giải

Trả lời: 96



Phương trình $AB: 5x - 2y + 6 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{AB}} = (5; -2)$.

Phương trình $AC: 4x + 7y - 21 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{AC}} = (4; 7)$.

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow \vec{n}_{BH} \cdot \vec{n}_{AC} = 0 \Rightarrow \vec{n}_{BH} = (7; -4)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $BH: 7(x-1) - 4(y-1) = 0 \Leftrightarrow 7x - 4y - 3 = 0$

Ta có điểm B là giao điểm của hai đường thẳng AB và BH .

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 7x - 4y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -\frac{19}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(-5; -\frac{19}{2}\right).$$

Ta có điểm A là giao điểm của hai đường thẳng AB và AC .

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(0; 3).$$

BC đi qua B và nhận $\overrightarrow{AH} = (1; -2)$ làm VTPT nên:

$BC: 1 \cdot (x+5) - 2 \cdot \left(y + \frac{19}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 14 = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 14 \end{cases}$

Vậy $BC: x - 2y - 14 = 0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(8; 2)$, $B(3; 7)$ và có tâm I cách đường thẳng $d: 3x + 4y + 3 = 0$ một khoảng bằng 4, biết đường thẳng d cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt M, N thỏa mãn $MN = 6$. Bán kính của đường tròn bằng

Lời giải

Trả lời: 5

Gọi R là bán kính đường tròn (C) cần tìm: $R = \sqrt{d(I, d)^2 + \left(\frac{MN}{2}\right)^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} = 5$

Gọi tâm $I(a; b)$

Do $A, B \in (C) \Rightarrow IA = IB = R \Rightarrow IA^2 = IB^2 = 25$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} (8-a)^2 + (2-b)^2 = 25 \\ (3-a)^2 + (7-b)^2 = 25 \\ \frac{|3a+4b+3|}{5} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 16a - 4b + 43 = 0 \\ a^2 + b^2 - 6a - 14b + 33 = 0 \\ |3a+4b+3| = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10a + 10b + 10 = 0 \\ (8-a)^2 + (2-b)^2 = 25 \\ |3a+4b+3| = 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = a - 1 \\ (8-a)^2 + (2-b)^2 = 25 \\ |3a+4b+3| = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a - 1 \\ a^2 - 11a + 24 = 0 \\ |3a+4b+3| = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a - 1 \\ a = 3 \vee a = 8 \\ |3a+4b+3| = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)} \\ \begin{cases} a = 8 \\ b = 7 \end{cases} \text{ (loại)} \\ |3a+4b+3| = 20 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$.

Câu 4: Hai tháp vô tuyến cách nhau 200 km được đặt dọc bờ biển với A nằm về phía Tây đối với B . Các tín hiệu vô tuyến được gửi đồng thời từ mỗi tháp tới một con tàu và tín hiệu ở B nhận được sớm hơn 500 micro giây trước tín hiệu ở A . Giả sử rằng các tín hiệu vô tuyến truyền đi với vận

tốc 300 mét/micro giây và con tàu nằm về phía Bắc của tháp B thì tàu cách bờ biển bao xa? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 58,3

Theo đề bài con tàu nhận được tín hiệu từ B sớm hơn từ A 500 micro giây,
Vì âm thanh di chuyển với tốc độ 300 mét/micro giây nên hiệu số khoảng cách từ con tàu tới A và B là $500 \times 300 = 150000 = 150 \text{ km}$.

Hiệu khoảng cách này là $2a = 150 \Rightarrow a = 75$.

Con tàu nằm trên một nhánh của hyperbol, với hai tháp vô tuyến A và B là hai tiêu điểm, A và B cách nhau 200 km , nghĩa là $2c = 200 \Rightarrow c = 100$.

Theo tính chất của hyperbol, $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{100^2 - 75^2} = \sqrt{4375}$,

và phương trình chuẩn của hyperbol là $\frac{x^2}{5625} - \frac{y^2}{4375} = 1$.

Vì con tàu nằm về phía Bắc của tháp B , nghĩa là có hoành độ $x = c = 100$.

Thay $x = 100$ vào phương trình trên ta có $y \approx 58,33$.

Vậy tàu cách bờ biển $\approx 58,3 \text{ km}$.

Câu 5: Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 50 \text{ m}$ và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là 100 m . Tính tổng độ dài trục lớn và trục bé của elip.

Lời giải

Trả lời: 8750

Ta có $F'F = 2c = 50$ suy ra $c = 25$.

Tổng khoảng cách $F'M + FM = 2a = 100$ suy ra $a = 50$.

Ta có: $b^2 = a^2 - c^2 = 50^2 - 25^2 = 1875$.

Vậy elip có phương trình $\frac{x^2}{2500} + \frac{y^2}{1875} = 1 \Rightarrow 2a + 2b = 5000 + 3750 = 8750$.

Câu 6: Cho hyperbol (H) có hai tiêu điểm $F_1; F_2$ nằm trên Ox và đối xứng qua gốc tọa độ O , (H) đi qua điểm $M\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}, \frac{9}{5}\right)$ và $\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ$. Phương trình (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Tính $a.b$

Lời giải

Trả lời: 12

Đặt $c = \sqrt{a^2 + b^2} = OF_1 = OF_2$ thì ta có $OM = \sqrt{\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}\right)^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = 5$.

Mà $\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ \Rightarrow F_1F_2 = 2OM = 10 \Rightarrow F_1(-5;0); F_2(5;0)$. Khi đó:

$MF_1 = \sqrt{50 + 8\sqrt{34}} = 4 + \sqrt{34}; MF_2 = \sqrt{50 - 8\sqrt{34}} = -4 + \sqrt{34} \Rightarrow |MF_1 - MF_2| = 8 = 2a \Rightarrow a = 4$.

Vậy $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{25 - 16} = 3 \Rightarrow a.b = 12$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm I nằm trên đường thẳng Δ , với $A(0;4), B(2;6), \Delta: x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 2)$.

Đường trung trực d của đoạn AB đi qua $M(1; 5)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (1; 1)$ là

$$d: x + y - 6 = 0.$$

- Tâm I là giao điểm của d và Δ nên tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x - 2y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{7}{3}; \frac{11}{3}\right).$$

$$\text{- Bán kính: } R = IA = \sqrt{\left(0 - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(4 - \frac{11}{3}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Vậy phương trình đường tròn là } (C): \left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}.$$

Câu 2: Cho Parabol $(P): y^2 = 16x$ và đường thẳng $(d): x = a (a > 0)$. Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$.

Lời giải

Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$.

$$\text{Ta có: } x = a \Rightarrow y^2 = 16a \Rightarrow y = \pm 4\sqrt{a} (a > 0) \Rightarrow A(a; -4\sqrt{a}), B(a; 4\sqrt{a}).$$

$$\widehat{AOB} = 120^\circ \Leftrightarrow (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = 120^\circ \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{OA},$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2 - 16a}{\sqrt{a^2 + 16a} \cdot \sqrt{a^2 + 16a}} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{16}{3}.$$

Câu 3: Cho đtròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, điểm $M(4; 6)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M cắt (C) tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 2$.

Lời giải

$$\text{Khi } AB = 2 \text{ thì } \Delta IAB \text{ đều do đó } d[I, AB] = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Đường thẳng đi qua } M \text{ có dạng: } d: Ax + By - 4A - 6B = 0.$$

$$\text{Ta có } d[I, AB] = d[I, d] = \sqrt{3} \Leftrightarrow |2A + 4B| = \sqrt{3} \cdot \sqrt{A^2 + B^2} \Leftrightarrow A^2 + 16AB + 13B^2 = 0.$$

$$\text{Chọn } B = 1 \text{ ta được } \begin{cases} A = -8 + \sqrt{51} \\ A = -8 - \sqrt{51} \end{cases}.$$

$$A = -8 + \sqrt{51}, B = 1 \Rightarrow \Delta_1: (\sqrt{51} - 8)x + y + 26 - 4\sqrt{51} = 0.$$

$$A = -8 - \sqrt{51}, B = 1 \Rightarrow \Delta_2: (\sqrt{51} + 8)x - y - 26 - 4\sqrt{51} = 0.$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn qua $A(2; -1)$ và tiếp xúc với Ox, Oy .

Lời giải

Gọi đường tròn cần tìm là $(I; R)$ với $I(a; b)$ là tâm đường tròn.

Đường tròn $(I; R)$ tiếp xúc với các trục $Ox; Oy$ nên

$$d(I; Ox) = d(I; Oy) = R \Rightarrow |a| = |b| = R \Rightarrow \begin{cases} a = b = R \\ a = -b = R \end{cases}$$

Nếu $a = b$ thì phương trình đường tròn có dạng $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$

Mà điểm $A(2; -1) \in (I; R)$ nên $(2 - a)^2 + (-1 - a)^2 = a^2 \Rightarrow a^2 - 2a + 5 = 0$ vô nghiệm.

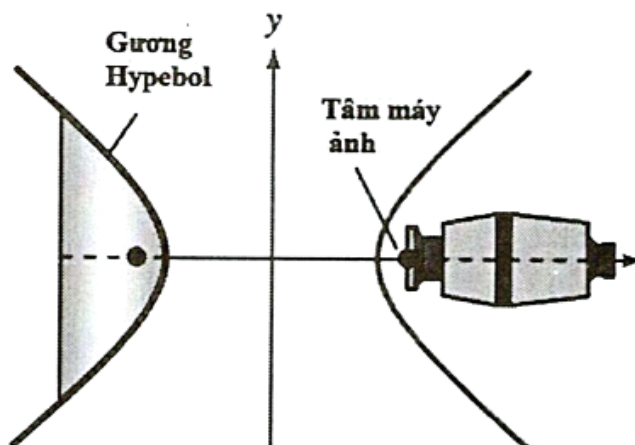
Vậy trường hợp này không có giá trị thỏa mãn.

Nếu $a = -b$ thì phương trình đường tròn có dạng $(x - a)^2 + (y + a)^2 = a^2$

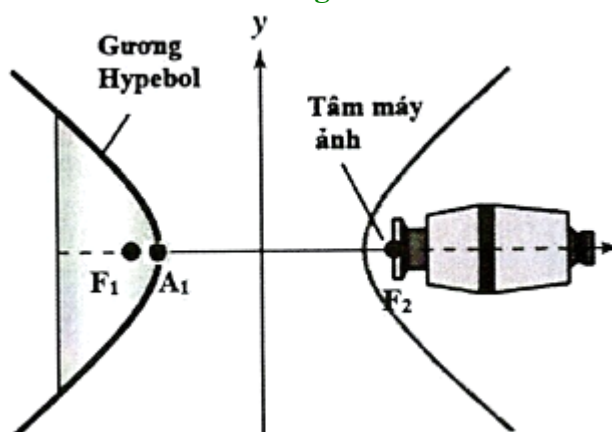
Mà điểm $A(2; -1) \in (I; R)$ nên $(2 - a)^2 + (-1 + a)^2 = a^2$

$$\Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5 \end{cases}$$

Câu 5: Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.



Lời giải



Gọi $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{39}.$$

Tiêu điểm của gương là $F_1(-\sqrt{39}; 0)$ và $F_2(\sqrt{39}; 0)$.

Đỉnh của gương là $A_1(-5; 0)$.

Vậy khoảng cách từ tâm của máy ảnh tới đỉnh của gương là $F_2A_1 = \sqrt{(-5 - \sqrt{39})^2} = 5 + \sqrt{39}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm $A(1;3)$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ A .

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ bán kính $R = \sqrt{3^2 + 1 - 6} = 2$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A có dạng:

$$a(x-1) + b(y-3) = 0 \quad \text{với } (a^2 + b^2 \neq 0) \quad \text{hay } ax + by - a - 3b = 0$$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn

$$\Leftrightarrow d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|3a - b - a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3b = 4a \end{cases}$$

+ Nếu $b = 0$, chọn $a = 1$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $x = 1$.

+ Nếu $3b = 4a$, chọn $a = 3, b = 4$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $3x + 4y - 15 = 0$.

----- HẾT -----