

Câu 1 (2,0 điểm).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 2}$.
- b) Gọi M, N là các giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d: $y = 2x - 3$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

Câu 2 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$. ($x \in \mathbb{R}$)
- b) Trong mặt phẳng 0xy, tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $z(2i - 1) - i + 2 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - 2) \sin 3x dx$.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm A(2; -5; -6) và đường thẳng $(\Delta): \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 2}{1} = \frac{z + 1}{-3}$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (Δ) . Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cắt (Δ) tại B sao cho $AB = \sqrt{35}$.

Câu 5 (1,0 điểm).

- a) Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$. Tính giá trị biểu thức $A = \sin 2\alpha + \cos^2 \alpha$.
- b) Giải bóng đá công đoàn các trường THPT trong cụm 8 quy tụ 10 đội bóng đá nam gồm: Nguyễn Hữu Huân, Thủ Đức, Đào Sơn Tây, Hiệp Bình, Tam Phú, Nguyễn Huệ, Phước Long, Long Trường, Nguyễn Văn Tăng và Ngô Thời Nhiệm. Các đội được chia thành hai bảng A và B, mỗi bảng 5 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội Thủ Đức và Nguyễn Hữu Huân nằm ở hai bảng khác nhau.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$ và ABC là tam giác đều cạnh 2a. Cạnh bên $SB = 3a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM theo a.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ 0xy cho tam giác ABC, có M(3; -1) là trung điểm cạnh BC. Đường thẳng chứa đường cao đỉnh B đi qua E(-1; -3). Đường thẳng chứa cạnh AC đi qua F(1; 3). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có đường kính AD với D(4; -2).

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x} = y + \sqrt{y^2 - 1} \\ 3x^2 - 8x - 7 = 4x\sqrt{y + 1} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^3}{a^2 + (b + c)^2} + \frac{b^3}{b^2 + (a + c)^2} + \frac{c^3}{c^2 + (a + b)^2}$$

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

I. LƯU Ý CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học không gian nếu thí sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

II. ĐÁP ÁN:

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm												
1	a	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$	1,0												
		1. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$	0,25												
		2. Sự biến thiên: $y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0, \quad \forall x \in D$. Suy ra hàm số nghịch biến trong các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$. Hàm số không có cực trị.	0,25												
		Các giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ Suy ra $x = 2$ là tiệm cận đứng, $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị.	0,25												
		Bảng biến thiên	0,25												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr> <tr> <td>y</td><td>2</td><td></td><td>2</td></tr> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'		-	-	y	2		2	0,25
x	$-\infty$	2	$+\infty$												
y'		-	-												
y	2		2												
		3. Đồ thị: Giao với trục Ox tại $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, giao với trục Oy tại $\left(0; \frac{1}{2}\right)$, đồ thị có tâm đối xứng là điểm $I(2; 2)$	0,25												
			0,25												
	b	Gọi M, N là các giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d: $y = 2x - 3$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.	1,0												
		Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là $2x - 3 = \frac{2x - 1}{x - 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ 2x^2 - 9x + 7 = 0 \end{cases}$	0,25												

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{7}{2} \end{cases}$	0,25
		Tọa độ M(1; -1) và N $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$	0,25
		Độ dài đoạn MN = $\frac{5\sqrt{5}}{2}$	0,25
3	a	Giải phương trình $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$ (1)	0,5
		+ Điều kiện của phương trình (1) là: $x > 0$ (*) + Với điều kiện (*), (1) $\Leftrightarrow \log_2^2 x = \log_2 x - \log_2 4 + 4 \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0$.	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ + Kết hợp với điều kiện (*), ta có tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \left\{4; \frac{1}{2}\right\}$.	0,25
	b	Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $z(2i-1) - i + 2 = 0$.	0,5
		$z(2i-1) - i + 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{i-2}{2i-1} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$	0,25
		Vậy điểm biểu diễn số phức z là $M\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$.	0,25
4		Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-2) \sin 3x dx$.	1,0
		Đặt $\begin{cases} u = x-2 \\ dv = \sin 3x dx \end{cases}$	0,25
		ta được $\begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{\cos 3x}{3} \end{cases}$	0,25
		do đó: $I = \left(-\frac{(x-2)\cos 3x}{3}\right)_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x dx$	0,25
		$I = \left(-\frac{(x-2)\cos 3x}{3}\right)_0^{\frac{\pi}{2}} + \left(\frac{\sin 3x}{9}\right)_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{7}{9}$.	0,25
5		Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm A(2; -5; -6) và đường thẳng (Δ): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (Δ). Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cắt (Δ) tại B sao cho $AB = \sqrt{35}$.	1,0
		$H \in (\Delta) \Rightarrow H(1+2t; -2+t; -1-3t)$; (Δ) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$	0,25
		H là hình chiếu vuông góc của A trên (Δ) nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (2t-1) \cdot 2 + (t+3) \cdot 1 + (5-3t) \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Vậy H(3; -1; -4)	0,25

		$B \in (\Delta) \Rightarrow B(1+2t; -2+t; -1-3t)$ $AB = \sqrt{35}$ nên $(2t-1)^2 + (t+3)^2 + (5-3t)^2 = 35 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2 \end{cases}$ $B(1; -2; -1)$ hay $B(5; 0; -7)$.	0,25
		$(\Delta_1): \frac{x-2}{-1} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+6}{5}; (\Delta_2): \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{5} = \frac{z+6}{-1}.$	0,25
6	a	Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$. Tính giá trị biểu thức $A = \sin 2\alpha + \cos^2 \alpha$	0,5
		Ta có: $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{12}{13} \quad \left(\text{do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$	0,25
		$A = \sin 2\alpha + \cos^2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 2 \cdot \frac{5}{13} \left(-\frac{12}{13} \right) + \left(-\frac{12}{13} \right)^2 = \frac{24}{169}.$	0,25
	b	Giải bóng đá công đoàn các trường THPT trong cụm 8 quy tụ 10 đội bóng đá Nam gồm: Nguyễn Hữu Huân, Thủ Đức, Đào Sơn Tây, Hiệp Bình, Tam Phú, Nguyễn Huệ, Phước Long, Long Trường, Nguyễn Văn Tăng và Ngô Thời Nhiệm. Các đội chia thành hai bảng A và B, mỗi bảng 5 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội Thủ Đức và Nguyễn Hữu Huân nằm ở hai bảng khác nhau.	0,5
		Gọi không gian mẫu của phép chọn ngẫu nhiên là Ω Số phần tử của không gian mẫu là: $C_{10}^5 \cdot C_5^5$ Gọi A là biến cố “hai đội Thủ Đức và Nguyễn Hữu Huân nằm ở hai bảng khác nhau.”	0,25
		Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $2!C_8^4 \cdot C_4^4$. Xác suất cần tìm là $P = \frac{2!C_8^4 \cdot C_4^4}{C_{10}^5 \cdot C_5^5} = \frac{5}{9}.$	0,25
7		Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên $SB = 3a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM theo a.	1,0

		Từ giả thiết ta có SA là đường cao của hình chóp và $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{5}$	0,25
		Diện tích của tam giác đều ABC là $a^2\sqrt{3}$, $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ (đvtt)	0,25
		Chọn trung điểm N(0;0;0) của BC là gốc tọa độ. Tia NB là trục hoành, tia NA là trục tung. Kẻ Nz // SA là trục cao. Ta có $B(a;0;0)$, $C(-a; 0; 0)$, $A(0; a\sqrt{3}; 0)$, $S(0; a\sqrt{3}; a\sqrt{5})$, $M(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a\sqrt{5}}{2})$ $\overrightarrow{AC} = (-a; -a\sqrt{3}; 0)$; $\overrightarrow{BM} = (-\frac{3a}{2}; \frac{\sqrt{3}a}{2}; \frac{\sqrt{5}a}{2})$; $[\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BM}] = (-\frac{a^2\sqrt{15}}{2}; \frac{\sqrt{5}a^2}{2}; -\frac{4\sqrt{3}a^2}{2})$	0,25
		$\overrightarrow{AB} = (a; -a\sqrt{3}; 0)$; $d(AC, BM) = \frac{ \overrightarrow{AB} \cdot [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BM}] }{\ [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BM}]\ } = a \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{17}}$	0,25
8		Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC, có M(3; -1) là trung điểm cạnh BC. Đường thẳng chứa đường cao đỉnh B đi qua E(-1; -3). Đường thẳng chứa cạnh AC đi qua F(1; 3). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có đường kính AD với D(4; -2).	1,0
		Gọi H là trực tâm tam giác ABC thì tứ giác BHCD là hình bình hành. M là trung điểm BC nên M cũng là trung điểm DH, suy ra H(2; 0).	0,25
		Đường thẳng chứa cạnh AC qua F(1;3) vuông góc với HE, nên phương trình AC: $x + y - 4 = 0$	0,25

	Đường thẳng chứa cạnh DC qua $D(4; -2)$ vuông góc với AC , nên phương trình DC : $x - y - 6 = 0$	
	C là giao điểm của AC và DC nên $C(5; -1)$. M là trung điểm BC nên $B(1; -1)$	0,25
	Đường thẳng chứa cạnh AB qua $B(1; -1)$ vuông góc với CH , nên phương trình AB : $3x - y - 4 = 0$ A là giao điểm của AC và AB nên $A(2; 2)$.	0,25
9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+1+\sqrt{x^2+2x}=y+\sqrt{y^2-1} & (1) \\ 3x^2-8x-7=4x\sqrt{y+1} & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$	1,0
	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \vee x \leq -2 \\ y \geq 1 \end{cases}$ Ta có: $x+1+\sqrt{x^2+2x}=y+\sqrt{y^2-1} \Leftrightarrow x+1+\sqrt{(x+1)^2-1}=y+\sqrt{y^2-1} \quad (*)$	0,25
	Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{t^2-1} \quad (t \geq 1)$ Ta có $f(t)$ liên tục trên $[1, +\infty)$, $f'(t)=1+\frac{t}{\sqrt{t^2-1}} > 0; \forall t > 1$ suy ra $f(t)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$. Phương trình $(*)$ $\Leftrightarrow f(x+1)=f(y) \Leftrightarrow x+1=y$. Thay vào (2) ta được $3x^2-8x-7=4x\sqrt{x+2}$.	0,25
	$\Leftrightarrow (2x-1)^2 = (x+2\sqrt{x+2})^2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x+2}=x-1 \\ 2\sqrt{x+2}=1-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2-6x-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ 9x^2-10x-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \Rightarrow y=8 \\ x=\frac{5-\sqrt{88}}{19} \Rightarrow y=\frac{24-\sqrt{88}}{19} \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25
	KL: Hệ phương trình có nghiệm: $(x; y) = (7; 8)$	0,25
10	Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a^3}{a^2+(b+c)^2} + \frac{b^3}{b^2+(a+c)^2} + \frac{c^3}{c^2+(a+b)^2}$	1,0
	Ta có $P = \frac{a^3}{a^2+(3-a)^2} + \frac{b^3}{b^2+(3-b)^2} + \frac{c^3}{c^2+(3-c)^2}$ Xét hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x^2+(3-x)^2} - \frac{17}{25}x + \frac{12}{25}; \quad x \in (0; 3)$	0,25
	Ta có: $f(x) = \frac{x^3}{x^2+(3-x)^2} - \frac{17}{25}x + \frac{12}{25} = -\frac{9(x-12)(x-1)^2}{25(2x^2-6x+9)} \geq 0, \quad \forall x \in (0; 3).$	0,25
	Mặt khác $P = f(a) + f(b) + f(c) + \frac{17}{25}(a+b+c) - \frac{36}{25}$. Suy ra $P \geq \frac{17}{25}(a+b+c) - \frac{36}{25} = \frac{3}{5}$.	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3}{5}$ khi $a = b = c = 1$.	0,25

-----Hết-----