

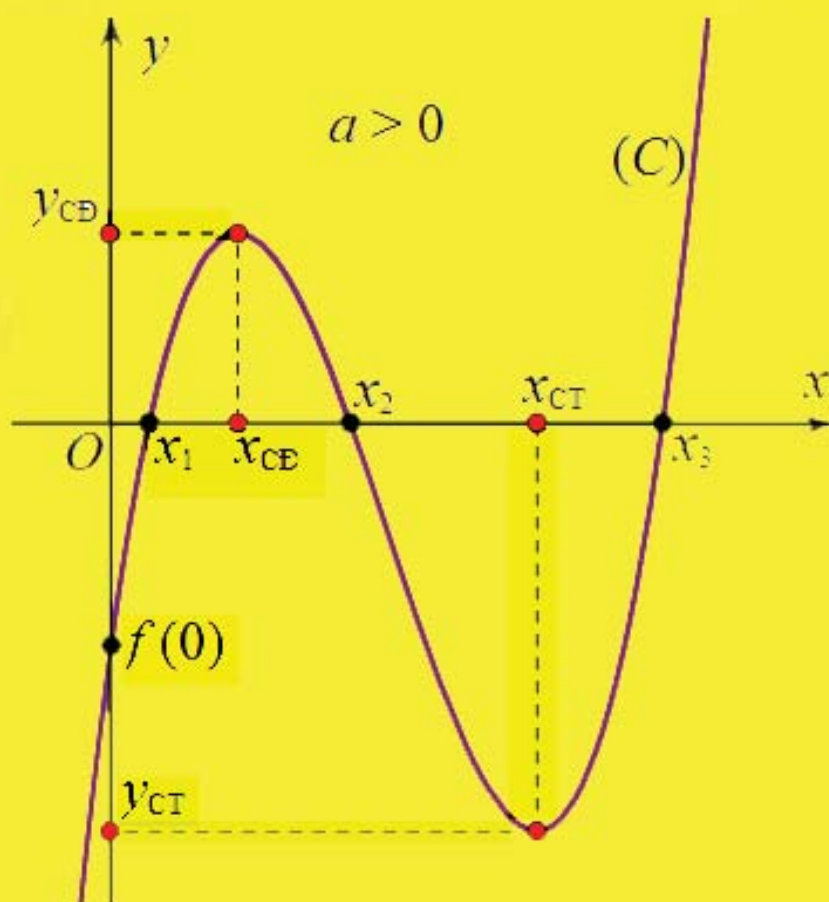
CAO VĂN TUẤN

RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TRẮC NGHIỆM

TOÁN

CHUYÊN ĐỀ 1: HÀM SỐ

HƯỚNG TỚI KÌ THI THPT QUỐC GIA 2017



LÀM BÀI THI TRẮC NGHIỆM HIỆU QUẢ!

Thay đổi hình thức thi trắc nghiệm, bắt buộc cách học cũng như cách giải phải thay đổi theo sao cho phù hợp nhất, đừng quá lo lắng, hãy bình tĩnh với cách thi mới để sẵn sàng vượt vũ môn.

Theo như phương án tổ chức kì thi THPT Quốc Gia năm 2017 mà bộ GD&ĐT đã công bố thì ngoài môn Ngữ Văn, tất cả các môn còn lại đều thi theo hình thức trắc nghiệm. Như vậy, môn Toán, môn Ngoại ngữ và bài thi Khoa học xã hội, Khoa học tự nhiên sẽ thi bài thi trắc nghiệm. Điều này được xem là thay đổi lớn nhất và cũng gây lo lắng nhiều nhất cho thí sinh, đặc biệt đối với môn Toán khi mà xưa nay vẫn quen với hình thức thi trắc nghiệm.

Mặc dù cũng đã được làm quen với hình thức thi trắc nghiệm thông qua các kì thi Học kì hay các bài kiểm tra ở trường, tuy nhiên trước sự thay đổi của một kì thi quan trọng như vậy thực sự cũng sẽ gây ra không ít khó khăn cho thí sinh. Hình thức thi thay đổi bắt buộc cách học cũng như cách giải phải thay đổi theo sao cho phù hợp nhất, đừng quá lo lắng, hãy bình tĩnh với cách thi mới để sẵn sàng vượt vũ môn.

Thay đổi một chút về cách học và giải

Nếu như trước đây bạn cần nắm thật chắc kiến thức và học cách trình bày theo các bước cho đúng trình tự thì bây giờ yêu cầu thêm nữa đó là phải học kiến thức rộng hơn. Tùy mỗi môn sẽ có những đặc thù khác nhau, nhưng trên cơ sở phải nắm kiến thức và biết vận dụng.

Ở bài thi trắc nghiệm thường sẽ là những bài yêu cầu giải nhanh và không quá rườm rà, yêu cầu kiến thức rộng và bao quát hơn. Nếu như bạn đang theo phương pháp "chậm và chắc" thì bạn phải đổi ngay từ "chậm" thành "nhanh". Giải nhanh chính là chìa khóa để bạn có được điểm cao ở môn trắc nghiệm. Với các bài thi nặng về lí thuyết thì sẽ yêu cầu ghi nhớ nhiều hơn, bạn nên chú trọng phần liên hệ vì đó là xu hướng học cũng như ra đề của Bộ.

Phải tìm được từ "chìa khóa" trong câu hỏi

Từ chìa khóa hay còn gọi là "key" trong mỗi câu hỏi chính là mấu chốt để bạn giải quyết vấn đề. Mỗi khi bạn đọc câu hỏi xong, điều đầu tiên là phải tìm được từ chìa khóa nằm ở đâu. Điều đó giúp bạn định hướng được rằng câu hỏi liên quan đến vấn đề gì và đáp án sẽ gắn liền với từ chìa khóa ấy. Đó được xem là cách để bạn giải quyết câu hỏi một cách nhanh nhất và tránh bị lạc đề hay nhầm lẫn liên đáp án.

Tự trả lời trước... đọc đáp án sau

Cho dù bài thi môn Toán hay bài thi Khoa học xã hội thì bạn đều nên áp dụng cách thức tự đưa ra câu trả lời trước khi đọc đáp án ở đề thi. Điều này đặc biệt xảy ra ở các bài thi liên quan đến môn Lịch sử và Địa lí, khi mà các đáp án thường "na ná" nhau khiến bạn dễ bị rối. Sau khi đọc xong câu hỏi, bạn nên tự trả lời rồi đọc tiếp phần đáp án xem có phương án nào giống với câu trả lời mình đưa ra hay không. Chớ vội đọc ngay đáp án vì như thế bạn rất dễ bị phân tâm nếu như kiến thức của mình không thực sự chắc chắn.

Dùng phương pháp loại trừ

Một khi bạn không có cho mình một đáp án thực sự chính xác thì phương pháp loại trừ cũng là một cách hữu hiệu giúp bạn tìm ra câu trả lời đúng. Mỗi câu hỏi thường có 4 đáp án, các đáp án cũng thường không khác nhau nhiều lắm về nội dung, tuy nhiên vẫn có cơ sở để bạn dùng phương án loại trừ bằng "mẹo" của mình cộng thêm chút may mắn nữa. Thay vì đi tìm đáp án đúng, bạn hãy thử tìm phương án sai... đó cũng là một cách hay và loại trừ càng nhiều phương án càng tốt.

Khi bạn không còn đủ cơ sở để loại trừ nữa thì hãy dùng cách phỏng đoán, nhận thấy phương án nào khả thi hơn và đủ tin cậy hơn thì khoanh vào phiếu trả lời... đó là cách cuối cùng dành cho bạn.

Phân bố thời gian và nhớ không được bỏ trống đáp án

Việc đầu tiên là đọc qua một lượt tất cả các câu hỏi, xem những câu nào mình biết rồi thì nên khoanh ngay đáp án vào phiếu trả lời (bạn nhớ dùng bút chì để có thể sửa đáp án nếu cần thiết). Sau khi làm hết những câu hỏi "trúng tủ" của mình thì chọn những câu hỏi đơn giản làm trước, vì bài thi trắc nghiệm các câu hỏi đều có thang điểm như nhau chứ không giống như bài thi tự luận.

Chính vì vậy câu hỏi khó hay dễ cũng đều có chung phổ điểm, nên bạn hãy làm câu dễ trước để đảm bảo đạt tối đa số điểm. Chú ý phân bố thời gian để không bỏ sót câu hỏi nào, nếu không biết đáp án thì hãy dùng phỏng đoán hay kể cả may mắn cũng được, điều bạn cần là không được để trống đáp án, đó cũng là một cơ hội dành cho bạn.

"Trăm hay không bằng tay quen"

Trước sự mọi sự thay đổi, hay nói cách khác là một cách thức thi mới, thì điều tất yếu là bạn buộc phải tập làm quen với nó. Không ai tài giỏi gì để có thể thích ứng ngay với cái mới, điều này cần thời gian để tích lũy kinh nghiệm, các bài thi cũng vậy, thiết nghĩ ngay từ bây giờ bạn nên giải nhiều đề thi trắc nghiệm hơn, tập dần với các câu hỏi trắc nghiệm như thế. Bạn sẽ tìm được những lỗi mà mình thường gặp phải cũng như tìm được một phương pháp giải tối ưu cho bài trắc nghiệm.

Thay vì lo lắng và suốt ngày than vãn về việc thay hình thức thi tự luận bằng trắc nghiệm, hãy chủ động bản thân mình để chuẩn bị thật tốt cho kì thi. Bạn lo lắng hay than vãn như thế sẽ chẳng giúp ích được gì cho bản thân, cứ tập làm quen với các bài thi trắc nghiệm, biết đâu được bạn lại phù hợp hơn với cách thi ấy thì sao?

Nguồn:

<http://kenh14.vn/mach-ban-cach-lam-bai-thi-trac-nghiem-hieu-qua-20160920011944545.chn>

LỜI DẶN HỌC SINH

Năm nay môn Toán Bộ đã quyết định chuyển đổi từ hình thức thi Tự Luận sang Trắc Nghiệm là một hình thức thi không hề lạ đối với HS (như các môn Lí, Hóa, Sinh, ...) nhưng khá lạ so với môn Toán. Theo thầy các em không có gì phải hoang mang cả bởi vì "nước nổi thì bèo nổi", nếu thi Toán dưới hình thức trắc nghiệm thì kiến thức sẽ dàn đều và sẽ dễ hơn, không tập trung quá nhiều vào các câu phân loại như mọi năm. Điều cần làm ngay bây giờ là các em học thật chắc kiến thức (chú ý các em cần đọc kĩ và đào sâu suy nghĩ các khái niệm, định nghĩa trong sách giáo khoa để giải quyết được các câu trắc nghiệm về lí thuyết) và ôn luyện như bình thường đồng thời giữ vững sự chăm chỉ, ý chí quyết tâm còn lại hãy để thầy lo và định hướng cho các em.

Thông thường học sinh rất sợ giải dài mất thời gian nên luôn cố gắng tìm cách nhanh, mẹo và mất ít thời gian để giải rồi không ra hoặc đáp án sai rồi lại làm lại từ đầu. Người ta gọi như thế này là "Nhanh một giây chậm cả đời" hoặc phũ phàng hơn tý và ngắn gọn súc tích gọi là "Ngu". Khi học toán nên tiếp cận bài toán bằng cách chính thống đường hoàng. Giải tay viết ra giấy kết hợp đầu tính toán luôn. Trong cuộc chiến này, người thắng cuộc hơn nhau ở cái đầu (Trích: Thầy Đoàn Trí Dũng).

Trong quá trình biên soạn chắc chắn không tránh khỏi sai sót, kính mong quý thầy cô và các bạn học sinh thân yêu góp ý để các bản update lần sau hoàn thiện hơn.

Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN 1: KIẾN THỨC SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦN BẮT BIẾT ĐỂ CHINH PHỤC BÀI THI TRẮC NGHIỆM

1. Những quy ước mặc định

- + Các phím chữ **màu trắng** thì ấn **trực tiếp**.
- + Các phím chữ **màu vàng** thì ấn sau phím **SHIFT**.
- + Các phím chữ **màu đỏ** thì ấn sau phím **ALPHA**.



2. Bấm các kí tự biến số

Bấm phím **ALPHA** kết hợp với phím chứa các biến.

Biến số A	Biến số B	Biến số C		Biến số M
SHIFT [A]	SHIFT [B]	SHIFT [C]		SHIFT [M]

3. Công cụ CALC để thay số

Phím **CALC** có tác dụng thay số vào một biểu thức.

Ví dụ: Tính giá trị của biểu thức $\sqrt{2x^2 + 3x + 1}$ tại $x = 3$ ta thực hiện các bước theo thứ tự sau:

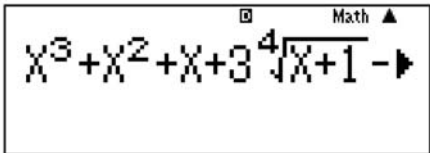
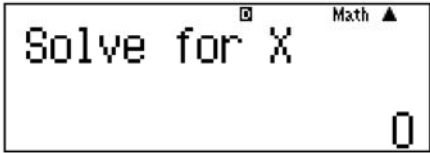
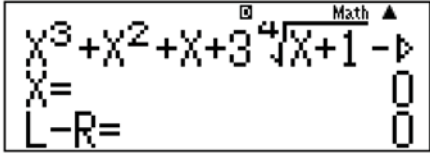
Bước 1: Nhập biểu thức $\sqrt{2X^2 + 3X + 1}$	
Bước 2: Bấm CALC . Máy hỏi X? Ta nhập 3.	
Bước 3: Nhận kết quả $\sqrt{2X^2 + 3X + 1} = 2\sqrt{7}$	

4. Công cụ SOLVE để dò nghiệm

Trong máy tính không có phím **SOLVE**. Muốn gọi lệnh này phải bấm tổ hợp phím **SHIFT + CALC** cùng lúc mới dò được nghiệm. Công cụ dò nghiệm có tác dụng lớn trong việc giải nhanh một phương trình cơ bản và tìm nghiệm của nó. Chú ý rằng, muốn dùng **SOLVE**, phải luôn bấm bằng biến số X.



Ví dụ 1: Muốn tìm nghiệm của phương trình: $x^3 + x^2 + x + 3\sqrt[4]{x+1} = 3$ ta thực hiện theo các bước sau:

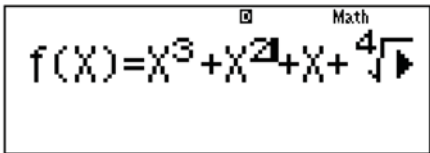
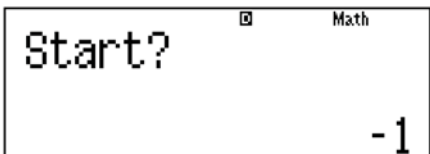
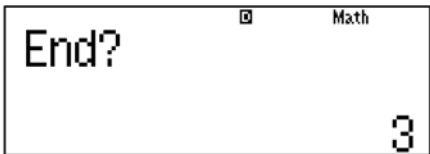
Bước 1: Nhập vào máy tính $X^3 + X^2 + X + 3\sqrt[4]{X+1} - 3$	
Bước 2: Bấm tổ hợp phím SHIFT + CALC <i>Máy hỏi Solve for X có nghĩa là bạn muốn bắt đầu dò nghiệm với giá trị của X bắt đầu từ số nào? Chúng ta chỉ cần nhập 1 giá trị bất kỳ, miễn sao thỏa mãn Điều kiện xác định là được. Chẳng hạn ta chọn số 0 rồi bấm nút “=”</i>	
Bước 3: Nhận nghiệm: $X = 0$	
+ Nếu nghiệm lẻ quá, ta có thể biểu diễn dưới dạng phân số bằng cách bấm AC sau đó bấm $X =$ + Chú ý: Nếu đến bước này không biểu thị được phân thức, ta có thể hiểu rằng 99% đây là nghiệm vô tỷ chứa căn không biểu diễn được bằng máy tính.	

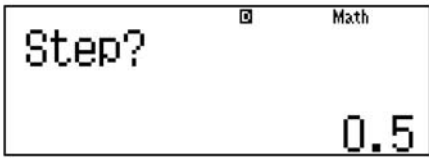
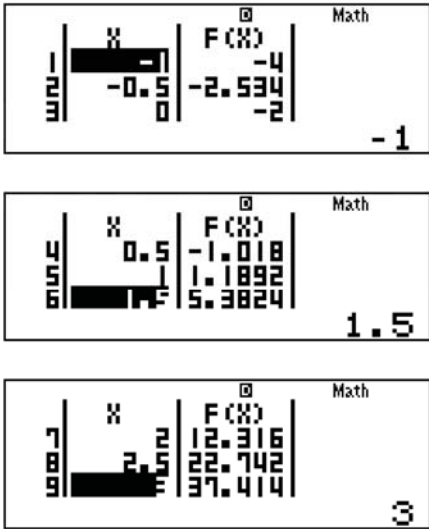
5. Công cụ TABLE – MODE 7

Table là công cụ quan trọng để lập bảng giá trị của hàm số. Từ bảng giá trị ta hình dung hình dáng cơ bản của hàm số và nghiệm của đa thức.

Ví dụ: Muốn tìm nghiệm của phương trình: $x^3 + x^2 + x + 3\sqrt[4]{x+1} = 3$ ta thực hiện theo các bước sau:

Dùng tổ hợp phím **MODE 7** để vào **TABLE**.

Bước 1: Nhập vào máy tính $f(X) = X^3 + X^2 + X + 3\sqrt[4]{X+1} - 3$ Sau đó bấm =	
Bước 2: + Màn hình hiển thị Start? → Nhập -1 . Bấm $\square$	
+ Màn hình hiển thị End? → Nhập 3. Bấm $\square$	

+ Màn hình hiển thị Step? → 0,5. Bấm $\boxed{=}$	
Bước 3: Nhận bảng giá trị + Từ bảng giá trị này ta thấy phương trình có nghiệm $x=0$ và hàm số đồng biến trên $[-1;+\infty)$. Do đó, $x=0$ chính là nghiệm duy nhất của phương trình. + Qua cách nhẩm nghiệm này ta biết được $f(x)=x^3+x^2+x+3\sqrt{x+1}-3$ là hàm số đồng biến trên $[-1;+\infty)$.	

6. Các MODE tính toán

Chức năng MODE	Tên MODE	Thao tác
Tính toán chung	COMP	MODE 1
Tính toán với số phức	CMPLX	MODE 2
Giải phương trình bậc 2, bậc 3 Giải hệ phương trình bậc nhất 2, 3 ẩn	EQN	MODE 5
Lập bảng số theo biểu thức	TABLE	MODE 7
Xóa các MODE đã cài đặt		SHIFT 9 1 = =

PHẦN 2: MỘT SỐ KỸ THUẬT GIẢI NHANH VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM THEO CHUYÊN ĐỀ

CHUYÊN ĐỀ 1: HÀM SỐ

A. MỘT SỐ KẾT QUẢ QUEN THUỘC VÀ KỸ THUẬT GIẢI NHANH

1. Một số kết quả quen thuộc trong chuyên đề “Hàm số”

- **Kết quả 1:** Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$) có hai cực trị ($\equiv$ có cực trị $\equiv$ có cực đại, cực tiểu) $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} = b^2 - 3ac > 0$. Khi đó, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = \left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9a} \right)x + d - \frac{bc}{9a}$.
- **Kết quả 2:** Đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ luôn cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm.
- **Kết quả 3:** Đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.
- **Kết quả 4:** Đồ thị của một hàm đa thức luôn cắt trục tung.
- **Kết quả 5:** Hàm số trùng phương có ba cực trị $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0$.
- **Kết quả 6:** Đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ nhận trục tung làm trục đối xứng.
- **Kết quả 7:** Nếu đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị thì 3 điểm này tạo thành một tam giác cân tại đỉnh thuộc trục tung.
- **Kết quả 8:** Đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt, có hoành độ lập thành một cấp số cộng $\Leftrightarrow \begin{cases} ac > 0; ab < 0 \\ b^2 = \frac{100}{9}ac \end{cases}$.
- **Kết quả 9:** Phương trình hoành độ giao điểm của “Tiếp tuyến tại điểm x_0 của hàm số $y = f(x)$ (hàm bậc ba; hàm trùng phương)” với “Đồ thị hàm số $y = f(x)$ ” có nghiệm kép $x = x_0$.
- **Kết quả 10:** Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (có $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$) luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{d}{c}\right)$ và $\left(-\frac{d}{c}; +\infty\right)$.
- **Kết quả 11:** Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ không có cực trị.
- **Kết quả 12:** Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có TIỆM CẬN ĐÚNG là đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ và TIỆM CẬN NGANG là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

- **Kết quả 13:** Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nhận giao điểm $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng. Khi đó sẽ không tồn tại tiếp tuyến của đồ thị hàm số mà đi qua điểm I.
- **Kết quả 14:** Tích hai khoảng cách từ một điểm M bất kì thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đến hai tiệm cận của đồ thị đó là một số không đổi và bằng $\left|\frac{bc-ad}{c^2}\right|$.
- **Kết quả 15:** Đường thẳng $y = mx + n$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ tại hai điểm phân biệt M, N và cắt hai tiệm cận của đồ thị hàm số đó tại A, B thì ta có $MA = NB$.
- **Kết quả 16:** Đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ có TIỆM CẬN ĐÚNG là đường thẳng $x = -\frac{e}{d}$ và TIỆM CẬN XIÊN là đường thẳng $y = \frac{a}{d}x + \frac{bd-ae}{d^2}$.
- **Kết quả 17:** Đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ nhận giao điểm $I\left(-\frac{e}{d}; \frac{bd-2ae}{d^2}\right)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.
- **Kết quả 18:** Đường thẳng đi qua các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ có phương trình là $y = \frac{2ax+b}{d}$.
-

Các dạng đồ thị của hàm bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac > 0$		
$y' = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac = 0$		
$y' = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = b^2 - 3ac < 0$		

Các dạng đồ thị của hàm trùng phương: $y = ax^4 + bx^2 + c$

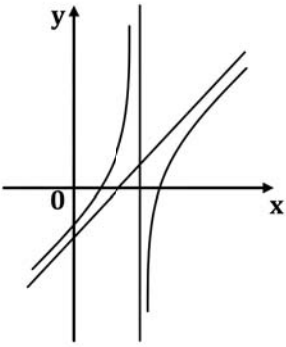
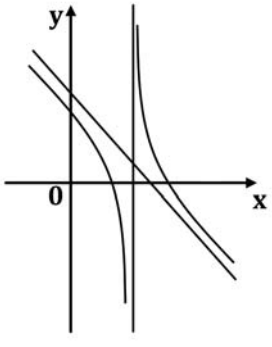
	$a > 0$	$a < 0$
$y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow ab < 0$		
$y' = 0$ có 1 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow ab > 0$		

Các dạng đồ thị của hàm: $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

$ad - bc > 0$	$ad - bc < 0$

Các dạng đồ thị của hàm trùng phương: $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$

	$a.d > 0$	$a.d < 0$
$y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		

$y' = 0$ có vô nghiệm		
-----------------------	---	---

2. Một số kỹ thuật giải nhanh trong chuyên đề “Hàm số”

KỸ THUẬT 1: TÍNH ĐẠO HÀM BẰNG CASIO

Ví dụ 1: Cho hàm số: $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Giá trị $y'(0)$ bằng:

A. -1.

B. 0.

C. 3.

D. -3.

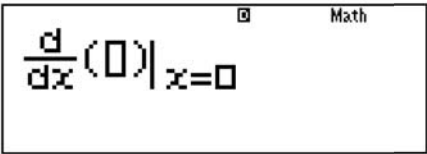
Lời giải:

Quy trình bấm máy:

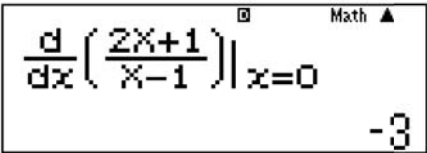
+ **Bước 1:** Bấm tổ hợp phím: **SHIFT** + **Tích phân**.



Màn hình sẽ hiển thị như hình bên.



+ **Bước 2:** Nhập $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x+1}{x-1} \right) \Big|_{x=0}$ như hình bên và ấn phím = ta được kết quả -3.



Vậy đáp án là -3 $\Rightarrow$ **Chọn D.**

Ví dụ 2: Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}}$. Tính $f'(-2)$.

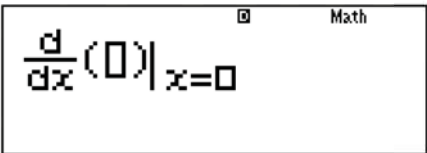
Lời giải:

Quy trình bấm máy:

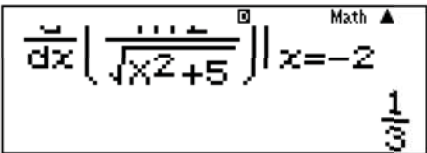
+ **Bước 1:** Bấm tổ hợp phím: **SHIFT** + **Tích phân**.



Màn hình sẽ hiển thị như hình bên.



+ **Bước 2:** Nhập $\frac{d}{dx} \left(\frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}} \right) \Big|_{x=-2}$ như hình bên và ấn phím = ta được kết quả $-\frac{1}{3}$.



Vậy đáp án là $-\frac{1}{3}$.

Bài tập tương tự:

1. Cho $y = x^3 + 4x^2 - 8x + 1$. Tính $y'(5)$

A. 102.

B. 107.

C. 100.

D. 101.

2. Cho $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2}$. Tính $y'(4)$ A. $\frac{6}{11}$.B. $\frac{4}{3}$.C. $\frac{7}{8}$.D. $\frac{7}{12}$.3. Cho $y = x \ln x$. Tính $y'(e)$

A. -2.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

KỸ THUẬT 2 [Lê Mạnh Cường – Biên Hòa, Đồng Nai]: KỸ THUẬT GIẢI NHANH VÀ TỰ DUY CASIO TRONG BÀI TOÁN ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN**Ví dụ 3:** Hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2}$ đồng biến trênA. $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.B. $\mathbb{R}$.C. $(0; 2)$ và $(2; 4)$.D. $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.**Lời giải:****Cách 1: Sử dụng công thức đạo hàm***Đối với hàm phân thức, bậc của tử lớn hơn bậc của mẫu thì ta phải tiến hành chia tử cho mẫu trước tiên sau đó mới áp dụng công thức đạo hàm khi đó sẽ nhanh chóng, tránh được phức tạp, cồng kềnh.*Ta có: $y = \frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2} = x - \frac{5}{x - 2} \Rightarrow y' = 1 + \frac{5}{(x - 2)^2} > 0$ với $\forall x \neq 2$. $\Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty) \Rightarrow$ **Chọn D.****Cách 2: Sử dụng casio để tìm đạo hàm y'** **Quy trình bấm máy:**Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2}$ có dạng $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x - 2)^2}$.Như vậy mục tiêu của ta lúc này là đi tìm hệ số a, b, c có trong $ax^2 + bx + c$.+ **Bước 1:** Bấm tổ hợp phím: **SHIFT + Tích phân**.

Màn hình sẽ hiển thị như hình bên.

+ **Bước 2:** Nhập $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2} \right) \Big|_{x=100} \times 98^2$ như hình bên và ấn phím =.**Hoặc:** Nhập $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2} \right) \Big|_{x=100} \times (x - 2)^2$ và **CALC** với $X = 100$.

+ **Bước 3:** Nhận kết quả 9609

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-2x-5}{x-2} \right) \Big|_{x=1} = 9609$$

Phân tích kết quả.

$$\begin{array}{c} 96|09 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 100-4 \quad 9 \\ \swarrow \quad \searrow \\ x^2 - 4x + 9 \end{array}$$

Suy ra: $y = \frac{x^2-4x+9}{(x-2)^2} > 0$ với $\forall x \neq 2$.

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty) \Rightarrow$ **Chọn D.**

$$\begin{array}{c} 9609 = 100^2 - 4 \cdot 100 + 9 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x^2 - 4 \cdot x + 9 \end{array}$$

Cách 3: Sử dụng casio thử trực tiếp các đáp án

Ta có định lý sau: Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng (a, b)

- + Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a, b)$ thì hàm số f đồng biến trên khoảng (a, b) .
- + Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a, b)$ thì hàm số f nghịch biến trên khoảng (a, b) .

Do đó, hiểu đơn giản để biết được một hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên tập xác định cho trước: Ta chỉ cần dùng chức năng đạo hàm tại một điểm của casio và gán một giá trị x_0 nằm trong tập xác định cho trước:

- + Nếu kết quả S tính được là $S > 0$ thì hàm số đã cho đồng biến.
- + Nếu kết quả S tính được là $S < 0$ thì hàm số đã cho nghịch biến.

Quay trở lại bài toán này:

Đầu tiên ta loại đáp án B. Do đó ta chỉ cần thử đối với ba đáp án còn lại.

+ **Bước 1:** Bấm tổ hợp phím: **SHIFT** + **Tích phân**.



Màn hình sẽ hiển thị như hình bên.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-2x-5}{x-2} \right) \Big|_{x=0}$$

+ **Bước 2:** Nhập $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-2x-5}{x-2} \right) \Big|_{x=1}$ như hình bên và ấn phím = ta thu được kết quả $6 > 0 \Rightarrow$ loại A.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-2x-5}{x-2} \right) \Big|_{x=1} = 6$$

+ **Bước 3:** Nhập $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-2x-5}{x-2} \right) \Big|_{x=-1}$ như hình bên và ấn phím = ta thu được kết quả $\frac{14}{9} > 0 \Rightarrow$ loại C.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-2x-5}{x-2} \right) \Big|_{x=-1} = \frac{14}{9}$$

Khi đó, ta được đáp đúng là D.

Bài tập tương tự: Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2 + 12x - 1$ nghịch biến trên những khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(-\infty; -2)$ và $(2; 3)$.

D. $(-2; 2)$ và $(3; +\infty)$.

Tuy nhiên, nếu bài toán chứa tham số thì sao? Có nghĩa là: Nếu thêm một biến nữa thì làm sao tính được? Hay, nói rõ hơn là đây là bài toán “**Tìm tập giá trị của tham số để hàm số đơn điệu trên các tập xác định cho trước**”.

Rất may cho chúng ta, casio vẫn có thể tính giá trị của biểu thức nhiều biến bằng chức năng CALC và chức năng này lại có hỗ trợ cho chức năng tính đạo hàm tại điểm. Lợi dụng điều này, ta giải quyết các bài toán dạng nêu trên như sau:

- + **Bước 1 (Nhập giữ liệu):** Nhập hàm số chứa tham số vào casio đã bật chức năng đạo hàm.
- + **Bước 2 (Đặt tên cho biến):** Với biến x ta gán vào biến X , tham số đi kèm ta gán vào biến Y (hoặc 1 biến khác tương ứng) và với giá trị điểm x_0 cần tính ta cũng gán X như biến x .
- + **Bước 3 (Gán giá trị):** Rất quan trọng. Đây là bước tư duy quyết định.
 - **Bước 3.1 (Gán giá trị cho biến X):** Ta gán bất kì một điểm x_0 nào trong tập xác định cho trước.
 - **Bước 3.2 (Gán giá trị cho biến Y (tham số)):** Chúng ta cần quan sát các đáp án đã có để gán các giá trị cụ thể vào biến Y . Các giá trị gán phải làm sao cho ta có thể loại hoặc nhận các đáp án nào đó nhanh nhất? Nhanh hay chậm, tùy thuộc vào tư duy của mỗi người.

Cụ thể, ta xét một số ví dụ sau:

Ví dụ 4: Để hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - 4mx + 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì

A. $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$.

B. $-\frac{4}{3} \leq m \leq 0$.

C. $0 \leq m \leq \frac{3}{4}$.

D. $-\frac{3}{4} \leq m \leq 0$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Đầu tiên: Bấm tổ hợp phím: **SHIFT + Tích phân**.



Màn hình sẽ hiển thị như hình bên.

$$\frac{d}{dx}(\square) \Big|_{x=\square}$$

Bước 1 + 2: Nhập $X^3 + 3YX^2 - 4YX + 4$ vào casio đã bật chức năng đạo hàm

Bước 3 (Gán giá trị):

- + **Bước 3.1 (Gán giá trị cho X):** Vì tập xác định là toàn $\mathbb{R}$ nên ta sẽ khéo gán giá trị cần tính là $x_0 = X = 0$ (ta có thể gán giá trị khác nhưng đáp án cuối cùng phải như nhau).

$$\frac{d}{dx}(X^3 + 3YX^2 - 4YX + 4)$$

$$\frac{d}{dx}(X^3 + 3YX^2 - 4YX + 4) \Big|_{x=0}$$

(Chú ý là không được bấm phím $=$ ngay sau khi nhập xong như trên).

$$YX^2 - 4YX + 4 \Big|_{x=0}$$

- + **Bước 3.2 (Gán giá trị cho Y):** Quan sát đáp án, thấy được $m = 0$ đáp án nào cũng có $\Rightarrow m = 0$ đúng rồi, ta sẽ không gán $m = Y = 0$.

Hai đáp án A và C có chiều như nhau. B và D cũng vậy.

Vậy nếu gán $m = Y = \frac{3}{4}$ mà kết quả > 0 thì nhận A, C

loại B, D. Ngược lại kết quả < 0 thì A, C đều loại.

Thực hành bấm máy, ta được kết quả $-3 < 0 \Rightarrow A, C$ đều bị loại.

$$\frac{d}{dx}(X^3 + 3YX^2 - 4YX + 4) \Big|_{x=0} = -3$$

+ Tương tự như trên, tiếp tục gán $m = Y = -\frac{4}{3}$ ta thu được kết quả $5,33(3) > 0 \Rightarrow$ D loại.

$$\frac{d}{dx}(X^3 + 3YX^2 - 4YX) = 5.333333333$$

Vậy đáp án của bài toán là B.

Ví dụ trên được trình bày khá chi tiết về quy trình bấm máy nên hơi dài và gây cảm giác phức tạp. Sau ví dụ này, các ví dụ tiếp theo tôi sẽ bỏ qua bước 1 và 2 và những câu từ dài dòng trong bước 3 để định hướng bài toán tốt hơn.

Ví dụ 5: Đề hàm số $y = \frac{mx - m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó thì

- A. $-2 < m < 1$. B. $-2 \leq m \leq 1$. C. $0 < m \leq 1$. D. Đáp án khác.

Lời giải:

Chú ý: Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đạo hàm $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2} \neq 0$ với $\forall x \neq -\frac{d}{c}$.

Do đó, hàm số đồng biến (nghịch biến) khi $y' > 0$ ($y' < 0$) (không xảy ra trường hợp $y' = 0$).

Cách 1: Sử dụng công thức tính nhanh đạo hàm tính y'

Ta có: $y' = \frac{m^2 + m - 2}{(x + m)^2}$.

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow \frac{m^2 + m - 2}{(x + m)^2} < 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1 \Rightarrow$ Chọn A.

Cách 2: Sử dụng casio

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$

Gán $X = 0$. Chú ý không được gán $Y = 0$, vì $x \neq -m \Rightarrow X \neq -Y$ (hoặc những giá trị X, Y tương ứng) Quan sát đáp án, ta thấy:

- + Nếu gán $m = Y = -2$ mà kết quả < 0 thì chỉ đáp án B đúng, còn kết quả ≥ 0 thì B sai. Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $0 \Rightarrow$ loại B.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{YX - Y + 2}{X + Y}\right) \Big|_{x=0} = 0$$

- + Gán tiếp nếu $m = Y = 1$ mà < 0 thì C đúng. Nếu ≥ 0 thì C sai. Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $0 \Rightarrow$ loại C.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{YX - Y + 2}{X + Y}\right) \Big|_{x=0} = 0$$

- + Gán tiếp nếu $m = Y = -1$ mà kết quả < 0 thì A đúng. Nếu kết quả ≥ 0 thì A sai. Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $-2 < 0 \Rightarrow$ đáp án A đúng.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{YX - Y + 2}{X + Y}\right) \Big|_{x=0} = -2$$

Vậy đáp án của bài toán là A.

Ví dụ 6: Đề hàm số $y = \frac{-ax + 1}{x - a}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó thì

- A. $a > 1$. B. $a < -1$. C. $-1 < a < 1$. D. $a = \pm 1$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{a\}$

Cách 1: Sử dụng công thức tính nhanh đạo hàm tính y'

Ta có: $y' = \frac{a^2 - 1}{(x - a)^2}$.

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow \frac{a^2 - 1}{(x - a)^2} < 0 \Leftrightarrow a^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < a < 1 \Rightarrow$ Chọn C.

Cách 2: Sử dụng casioGán $X = 0$ (Chú ý không được gán $Y = 0$, vì $x \neq m \Rightarrow X \neq Y$)

+ Gán $Y = 2$ (lệch với A) ta được kết quả $0,75 > 0$
 $\Rightarrow$ loại A.

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{-YX+1}{X-Y} \right) \right|_{x=0} = 0.75$$

+ Gán $Y = -2$ (lệch với B) ta được kết quả $0,75 > 0$
 $\Rightarrow$ loại B.

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{-YX+1}{X-Y} \right) \right|_{x=0} = 0.75$$

+ Gán $Y = 0.5$ ta được kết quả $0,75 > 0 \Rightarrow$ nhận C.

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{-YX+1}{X-Y} \right) \right|_{x=0} = -3$$

Vậy đáp án của bài toán là C.

Ví dụ 7: Để hàm số $y = \frac{x^2 - mx - 1}{1 - x}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó thì

A. $m < 0$.**B.** $m = 0$.**C.** $m \geq 0$.**D.** $m \in \mathbb{R}$.**Lời giải:**TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Gán $X = 0$.

+ Gán $Y = 0$ nếu kết quả < 0 thì chỉ B hoặc C đúng, nếu kết quả > 0 thì A đúng.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $-1 < 0$ $\Rightarrow$ chỉ B hoặc C đúng

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{X^2 - YX - 1}{1 - X} \right) \right|_{x=0} = -1$$

+ Gán $Y = 1$ nếu kết quả < 0 thì chỉ C đúng, nếu kết quả > 0 thì A đúng.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $-2 < 0$ $\Rightarrow$ C đúng

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{X^2 - YX - 1}{1 - X} \right) \right|_{x=0} = -2$$

Vậy đáp án của bài toán là C.

Ví dụ 8: Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m-2)x + \frac{1}{3}$ đồng biến trên $[2; +\infty)$ khi

A. $m > 0$.**B.** $m \geq 0$.**C.** $m > 8$.**D.** $m \leq -2$.**Lời giải:**Đồng biến trên $[2; +\infty) \Rightarrow$ gán $X = 2$.

$$\left. \frac{d}{dx} \left((Y-2)X + \frac{1}{3} \right) \right|_{x=2}$$

Gán $Y = 0$ nếu kết quả > 0 thì chỉ B đúng, nếu kết quả < 0 thì B sai.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $2 > 0 \Rightarrow$ B đúng

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{Y}{3}X^3 - (Y-1)X^2 \right) \right|_{x=2} = 2$$

Vậy đáp án của bài toán là B.

Ví dụ 9: Hàm số $y = (m-x)x^2 - m$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ khi

A. $m < 3$.**B.** $m \geq 3$.**C.** $1 \leq m \leq 3$.**D.** $m \leq 3$.**Lời giải:**Đồng biến trên $(1; 2)$ gán $X = 1.5$.

Quan sát các đáp án ta thấy nên gán $Y=3$ nếu kết quả >0 thì loại A và ngược lại thì chỉ A đúng.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $\frac{9}{4} > 0 \Rightarrow$ loại A.

$$\frac{d}{dx}((Y-X)X^2-Y) \Big|_{x=\frac{9}{4}}$$

Tiếp tục gán $Y=4$ nếu kết quả >0 thì chọn B, loại B và C.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $\frac{21}{4} > 0 \Rightarrow$ B đúng.

$$\frac{d}{dx}((Y-X)X^2-Y) \Big|_{x=\frac{21}{4}}$$

Vậy đáp án của bài toán là B.

Ví dụ 10: Hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + (a-1)x^2 + (a+3)x - 4$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$ khi

- A. $a > -3$. B. $a < -3$. C. $a > \frac{12}{7}$. D. $a < \frac{12}{7}$.

Lời giải:

Đồng biến trên $(0;3)$ gán $X=1$.

Quan sát các đáp án ta thấy A, C cùng chiều và B, D cùng chiều.

Gán $Y=-2$ nếu kết quả <0 thì loại A.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $-6 < 0 \Rightarrow$ loại A.

$$\frac{d}{dx}\left(-\frac{x^3}{3} + (Y-1)x^2\right) \Big|_{x=1}$$

Tiếp tục gán $Y=2$ nếu kết quả >0 thì nhận C.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $6 > 0 \Rightarrow$ nhận C.

$$\frac{d}{dx}\left(-\frac{x^3}{3} + (Y-1)x^2\right) \Big|_{x=1}$$

Vậy đáp án của bài toán là C.

Ví dụ 11: Hàm số $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi

- A. $-\frac{1}{\sqrt{6}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{6}}$. B. $m \leq -\frac{1}{\sqrt{6}}$. C. $m \geq \frac{5}{12}$. D. $m \leq \frac{5}{12}$.

Lời giải:

Đồng biến trên $(2;+\infty)$ gán $X=3$.

Quan sát các đáp án ta thấy B, D cùng chiều.

Gán $Y=-\frac{1}{\sqrt{6}}$ nếu kết quả >0 thì có thể nhận A, B và loại C.

Ngược lại thì loại A, B.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $23,79 > 0 \Rightarrow$ có thể nhận A, B và loại C.

$$\frac{d}{dx}(X^3 - 3(2Y+1)X^2) \Big|_{x=3}$$

Tiếp tục gán $Y=\frac{5}{12}$ nếu kết quả >0 thì có nhận D và loại A, B.

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $4 > 0 \Rightarrow$ nhận D và loại A, B.

$$\frac{d}{dx}(X^3 - 3(2Y+1)X^2) \Big|_{x=3}$$

Vậy đáp án của bài toán là D.

Ví dụ 12: Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{2(x+m)}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ khi

A. $m \in (-1; 4] \setminus \{1\}$. B. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right] \setminus \{0\}$. C. $m \in (1; 4] \setminus \{2\}$. D. $m \in \left(-4; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Đồng biến trên $[1; +\infty)$ gán $X = 1$.

Vì $x \neq -m \Rightarrow X \neq -Y$ nên ta sẽ không gán $Y = -1$.

Gán $Y = 4$. Sử dụng casio, ta thu được kết quả: $-0,14 < 0$
 $\Rightarrow$ loại A và C.

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 - 4x}{2(x+Y)} \right) \right|_{x=1} = -0.14$$

Tiếp tục gán $Y = 1$. Sử dụng casio, ta thu được kết quả:
 $-0,125 < 0 \Rightarrow$ loại B.

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 - 4x}{2(x+Y)} \right) \right|_{x=1} = -0.125$$

Vậy đáp án của bài toán là D.

KĨ THUẬT 3: KĨ THUẬT GIẢI NHANH VÀ TƯ DUY CASIO TRONG BÀI TOÁN TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ ĐẠT CỰC TRỊ TẠI ĐIỂM x_0

Cơ sở lý thuyết:

Bài toán: Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 :

+ **Bước 1: Điều kiện cần**

Giả sử hàm số đạt cực trị tại $x_0 \Rightarrow f'(x_0) = 0$ (*)

Giải phương trình (*) tìm được các giá trị của tham số m .

+ **Bước 2: Điều kiện đủ**

Với từng giá trị tham số m vừa tìm được ở bước 1 thử lại xem x_0 có đúng là điểm cực trị thỏa mãn yêu cầu bài toán không?

Sử dụng kiến thức sau để kiểm tra lại:

$$\begin{aligned} \circ \begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases} &\Rightarrow x_0 \text{ là điểm cực đại.} \\ \circ \begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases} &\Rightarrow x_0 \text{ là điểm cực tiểu.} \end{aligned}$$

Ví dụ 13: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ khi

A. $m = -3$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Lời giải:

Thao tác bấm máy 1: Gán $x = X$ và $m = Y$.

Điều kiện cần:

Đầu tiên: Bấm tổ hợp phím: **SHIFT + Tích phân**.



$$\left. \frac{d}{dx} (0) \right|_{x=0}$$

Màn hình sẽ hiển thị như hình bên.

Nhập $\frac{1}{3}X^3 - YX^2 + (Y^2 - 4)X + 5$ vào casio đã bật chức năng

đạo hàm và gán $x = -1$ như sau:

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3}X^3 - YX^2 + (Y^2 - 4)X + 5 \right) \right|_{x=-1}$$

Sau đó ấn phím **CALC** với $X = -1$ và $Y = 1000$

Ta thu được kết quả: 1001997.

Ta có: $1001997 = 1000000 + 1997$

$$= 1000^2 + 2 \cdot 1000 - 3 \rightarrow m^2 + 2m - 3$$

$$\text{Suy ra: } y'(-1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{loại B, C.}$$

Điều kiện đủ: (kiểm tra với giá trị nào của m thì $y''(-1) > 0$).

Nhập y' vào máy tính như sau: $\left. \frac{d}{dx} (X^2 - 2YX + Y^2 - 4) \right|_{x=-1}$

Sau đó ấn phím **CALC** với $X = -1$ và $Y = ?$

+ **CALC** với $Y = 1$ ta thu được kết quả $y''(-1) = -4 < 0$
 $\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = -1 \Rightarrow$ loại.

+ **CALC** với $Y = -3$ ta thu được kết quả $y''(-1) = 4 > 0$
 $\Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1 \Rightarrow$ thỏa mãn.

Vậy đáp án của bài toán là A.

Thao tác bấm máy 2

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$.

Điều kiện cần:

Hàm số đạt cực tiểu tại $\Rightarrow y'(-1) = 0 \Rightarrow m = ?$

Để tìm được các giá trị của m ta gán $x = Y$ và $m = X$ thực hiện thao tác casio như sau:

- + **Bước 1:** Nhập $Y^2 - 2XY + X^2 - 4$.
- + **Bước 2:** Ấn tổ hợp phím **SHIFT + CALC** (lệnh SOLVE) với $x = Y = -1$ ta thu được kết quả $m = X = 1$.

- + **Bước 3:** Để kiểm tra $y'(-1) = 0$ còn nghiệm m nào nữa hay không? Ta thực hiện tiếp thao tác sau:

Nhập $(Y^2 - 2XY + X^2 - 4) : (Y - 1)$ và **SHIFT + CALC** với $x = Y = -1$ ta thu được kết quả $m = X = -3$.

Do phương trình $y'(-1) = 0$ là phương trình bậc hai ẩn m nên chỉ có tối đa hai nghiệm m . Mà ta đã tìm được $m = 1$; $m = -3$ nên không phải tìm m nữa mà chuyển sang điều kiện đủ.

Điều kiện đủ: Thực hiện như “Thao tác bấm máy 1”.

Bài tập tương tự: Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m - 1)x - 2$ đạt cực đại tại $x = -1$ khi

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

KỸ THUẬT 4: KỸ THUẬT GIẢI NHANH VÀ TƯ DUY CASIO TRONG BÀI TOÁN TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ CÓ N ĐIỂM CỰC TRỊ

Ví dụ 14: Hàm số $y = (m-1)x^4 + (m^2 - 2m)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị khi giá trị của m là

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ 1 < m < 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < 0 \\ 1 < m < 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} -1 < m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 0 < m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$

Lời giải:

Cơ sở lý thuyết:

Hàm số đã cho có 3 cực trị

$\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 4(m-1)x^3 + 2(m^2 - 2m)x = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Quy trình bấm máy:

+ Bước 1: Bấm **MODE** + **5** + **4**.

+ Bước 2: Thử với $m = 3$ (nếu ra 1 nghiệm thì loại C, D còn nếu ra 3 nghiệm thì loại A, B).

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: Với các hệ số $\begin{cases} a = 4(3-1) = 8 \\ b = 0 \\ c = 2(3^2 - 2 \cdot 3) = 6 \\ d = 0 \end{cases}$ ta thấy phương trình có

1 nghiệm là $x = 0 \Rightarrow$ loại C, D.

+ Bước 3: Thử với $m = -1$ (nếu ra 1 nghiệm thì loại B còn nếu ra 3 nghiệm thì loại A).

Sử dụng casio, ta thu được kết quả: Với các hệ số $\begin{cases} a = 4(-1-1) = -8 \\ b = 0 \\ c = 2[(-1)^2 - 2 \cdot (-1)] = 6 \\ d = 0 \end{cases}$ ta thấy phương

trình có 3 nghiệm là $x = 0$; $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ loại A và nhận B.

Vậy đáp án của bài toán là B.

KỸ THUẬT 5: KỸ THUẬT GIẢI NHANH TRONG BÀI TOÁN VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA HAI ĐIỂM CỰC TRỊ CỦA HÀM BẬC 3

Ví dụ 15: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

$$y = x^3 + 3x^2 - 5x + 1.$$

Lời giải:

Trong ví dụ này thầy sẽ trình bày khá nhiều cách làm nhanh có, chậm có, không dùng casio có, dùng casio có. Chúng ta cùng theo dõi nhé.

Cách 1: Cách này được dùng phổ biến.

Ta có: $y = x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - 5$

Lập bảng chia y cho y' , ta được:

$x^3 + 3x^2 - 5x + 1$	$3x^2 + 6x - 5$
$-$	
$x^3 + 2x^2 - \frac{5}{3}x$	$\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$
$-$	
$x^2 - \frac{10}{3}x + 1$	
$-$	
$x^2 + 2x - \frac{5}{3}$	
$-$	
$\boxed{-\frac{16}{3}x + \frac{8}{3}}$	

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

$$y = -\frac{16}{3}x + \frac{8}{3}$$

Cách làm này sẽ gây khó khăn cho một số bạn yếu trong phép chia đa thức hoặc dễ bị tính toán sai và tốn nhiều thời gian.

Cách 2: Sử dụng trực tiếp kết quả 1 đã được trình bày trong mục 1:

Kết quả 1: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$) có hai cực trị ($\equiv$ có cực trị $\equiv$ có cực đại, cực tiểu) $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} = b^2 - 3ac > 0$. Khi đó, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

$$y = \left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9a} \right) x + d - \frac{bc}{9a}.$$

Nhược điểm của cách làm này tuy nhanh nhưng lại phải học thuộc công thức và không may lỡ quên thì tèo luôn 😊!

Ta có: $a = 1; b = 3; c = -5; d = 1$. Do đó, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

$$y = \left[\frac{2 \cdot (-5)}{3} - \frac{2 \cdot 3^2}{9 \cdot 1} \right] x + 1 - \frac{3 \cdot (-5)}{9 \cdot 1} \Leftrightarrow y = -\frac{16}{3}x + \frac{8}{3}$$

Cách 3 (Hoàng Trọng Tấn – Tất Vệ Tâm, Tp.HCM):

Sử dụng công thức phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị: $y = \frac{1}{9a} \left(9ay - \frac{y'' \cdot y}{2} \right).$

Chứng minh: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ và $y'' = 6ax + 2b$.

Ta lại có: $y = \left(\frac{3ax + b}{9a} \right) (3ax^2 + 2bx + c) + \frac{6ac - 2b^2}{9a} x + \frac{9ad - bc}{9a}$

$$\Rightarrow 9ay = \frac{y''}{2} y' + Ax + B.$$



Ta không cần quan tâm dạng của A và B.

Để tìm A và B, ta nhập: $T(x) = 9ay - \frac{y'' \cdot y}{2}$ thì ta có: $\begin{cases} A = T(0) \\ B = T(1) - T(0) \end{cases}$.

Thao tác thực hiện: Ta có: $\begin{cases} y = x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \\ y' = 3x^2 + 6x - 5 \\ y'' = 6x + 6 \end{cases}$.

$$\text{Đặt } T(x) = 9ay - \frac{y'' \cdot y}{2} \Rightarrow T(x) = 9(x^3 + 3x^2 - 5x + 1) - \frac{(3x^2 + 6x - 5)(6x + 6)}{2}$$

$$\Rightarrow T(x) = 9(x^3 + 3x^2 - 5x + 1) - (3x^2 + 6x - 5)(3x + 3)$$

Đầu tiên CALC với $x = 0$ ta có: $T(0) = 24$.

Tiếp tục lấy $T(x) - 24$ và CALC với $x = 1$, ta có: $T(1) - 24 = -48$.

Từ đó, ta có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = \frac{1}{9}(-48x + 24) \Leftrightarrow y = -\frac{16}{3}x + \frac{8}{3}$.

Bài tập tương tự: Viết phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 - x + 1$.

A. $y = -\frac{38}{9}x + \frac{5}{9}$. **B.** $y = \frac{38}{9}x - \frac{5}{9}$. **C.** $y = -\frac{5}{9}x + \frac{38}{9}$. **D.** $y = \frac{5}{9}x - \frac{38}{9}$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} y = x^3 - 4x^2 - x + 1 \\ y' = 3x^2 - 8x - 1 \\ y'' = 6x - 8 \end{cases}$.

$$\text{Đặt } T(x) = 9ay - \frac{y'' \cdot y}{2} \Rightarrow T(x) = 9(x^3 - 4x^2 - x + 1) - \frac{(3x^2 - 8x - 1)(6x - 8)}{2}$$

$$\Rightarrow T(x) = 9(x^3 - 4x^2 - x + 1) - (3x^2 - 8x - 1)(3x - 4)$$

Đầu tiên CALC với $x = 0$ ta có: $T(0) = 5$.

Tiếp tục lấy $T(x) - 5$ và CALC với $x = 1$, ta có: $T(1) - 5 = -38$.

Từ đó, ta có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = \frac{1}{9}(-38x + 5) \Leftrightarrow y = -\frac{38}{9}x + \frac{5}{9}$. **Chọn A.**

Trong một số bài toán, nếu như phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm đẹp (nghiệm nguyên hoặc hữu tỉ) thì ta sẽ sử dụng cách làm sau để viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị:

Ta có: $y = y' \cdot Q(x) + Ax + B$

$\Rightarrow$ Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình là $y = Ax + B$.

Mục tiêu của ta giờ là tìm hai hệ số A và B.

Tìm A và B: Giải phương trình $y' = 0$ ta tìm được hai nghiệm (nguyên hoặc hữu tỉ) x_1, x_2 .

Khi đó, hai hệ số A, B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} Ax_1 + B = y(x_1) \\ Ax_2 + B = y(x_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \dots \\ B = \dots \end{cases}$

Cụ thể theo dõi ví dụ sau:

Ví dụ 16: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + x^2 - 1$.

Lời giải:

+ **Bước 1:** Giải phương trình $y' = 0$:



Ta có: $y' = 6x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -1 \\ y_2 = -\frac{26}{27} \end{cases}$.

+ **Bước 2:** Tìm hệ số A và B.

A và B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} Ax_1 + B = y_1 \\ Ax_2 + B = y_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \cdot 0 + B = -1 \\ -\frac{1}{3}A + B = -\frac{26}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = -1 \\ A = -\frac{1}{9} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là: $y = -\frac{1}{9}x - 1$.

Ví dụ 17: Tìm m để đường thẳng d đi qua điểm gốc tọa độ O vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 2x^2 - 5x + 1$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 0$.

Lời giải:

Đầu tiên áp dụng công thức nhanh ta tìm được đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = -\frac{38}{9}x - \frac{1}{9}$.

Vì đường thẳng d vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $\Rightarrow d: y = \frac{9}{38}x + m$.

Mà đường thẳng d đi qua $O(0;0) \Rightarrow d: 0 = \frac{9}{38} \cdot 0 + m \Rightarrow m = 0 \Rightarrow$ **Chọn D.**

Ví dụ 18: Cho hàm số: $y = x^3 + 3mx^2 - 5mx + m^2 - m - 1$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số trên là

A. $y = -\frac{18m^2 + 30m}{9}x + \frac{24m^2 - 9m - 9}{9}$.

B. $y = \frac{18m^2 + 30m}{9}x - \frac{24m^2 - 9m - 9}{9}$.

C. $y = \frac{24m^2 - 9m - 9}{9}x - \frac{18m^2 + 30m}{9}$.

D. $y = -\frac{24m^2 - 9m - 9}{9}x + \frac{18m^2 + 30m}{9}$.

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2 + 6mx - 5m$ và $y'' = 6x + 6m \Rightarrow \frac{y''}{2} = 3x + 3m$.

Đặt $T(x) = 9(x^3 + 3mx^2 - 5mx + m^2 - m - 1) - (3x^2 + 6mx - 5m)(3x + 3m)$.

Thay $m = 100$ ta được:

$$T(x) = 9(x^3 + 300x^2 - 500x + 100^2 - 100 - 1) - (3x^2 + 600x - 500)(3x + 300)$$

+ **CALC** với $x = 0$ ta được: $T(0) = 239091 = 24m^2 - 9m - 9$.

+ Tiếp tục lấy $T(x) - T(0)$ và **CALC** với $x = 1$ ta được

$$T(1) - T(0) = -1830000 = -18m^2 - 30m.$$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = -\frac{18m^2 + 30m}{9}x + \frac{24m^2 - 9m - 9}{9}$.

$\Rightarrow$ **Chọn A.**

Bài tập tương tự:

1. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 2x^2 + 4$.

2. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - (3m^2 + 1)x + m^2 + 1$ có

phương trình $y = -\frac{14}{3}x + \frac{10}{3}$ khi

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. $m = 0$.

3. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - (3m+1)x + m^2 + 1$ đi qua điểm $M(0;1)$ khi

- A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{1}{6} \end{cases}$ B. $m = 0$. C. $m = -\frac{1}{6}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{6} \end{cases}$.

4. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB song song với đường thẳng $d: y = -4x + 1$.

- A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

KỸ THUẬT 6: KỸ THUẬT GIẢI NHANH TRONG BÀI TOÁN TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Cơ sở lý thuyết:

Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn

Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên $[a, b]$ thì:

$$\max_{[a,b]} f(x) = \max \{f(a), f(b)\} \quad \text{và} \quad \min_{[a,b]} f(x) = \min \{f(a), f(b)\}$$

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a, b]$ và có đạo hàm trong khoảng (a, b) thì luôn có GTLN, GTNN trên đoạn $[a, b]$ và để tìm GTLN, GTNN ta làm như sau:

- + **Bước 1:** Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[a, b]$.
- + **Bước 2:** Tính y' và tìm các điểm tới hạn của hàm số thuộc (a, b) (tức là tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ mà tại đó $y' = 0$ hoặc hàm số không có đạo hàm).
- Bước 3:** Tính $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)$.

Khi đó:

$$\max_{[a,b]} f(x) = \max \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}$$

$$\min_{[a,b]} f(x) = \min \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}$$

Ví dụ 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. 40. B. 21. C. 50. D. 35.

Lời giải:

Với loại bài toán này ta sử dụng công cụ **TABLE (MODE 7)**.

Cụ thể theo dõi quy trình sau:

- + **Bước 1:** MODE 7
- + **Bước 2:** Nhập $f(x) = X^3 - 3X^2 - 9X + 35$ ấn phím = sau đó nhập $\begin{cases} \text{Start} = -1 \\ \text{End} = 1 \\ \text{Step} = 0.2 \end{cases}$
- + **Bước 3:** Tra bảng nhận được và tìm GTLN:

	X	$f(X)$
	-1	40
	-0.8	39.768
	-0.6	39.104
	-0.4	38.056
	-0.2	36.672
	0	35
	0.2	33.088

		0.4	30.984
		0.6	28.736
		0.8	26.392
		1	24

Dựa vào bảng giá trị ở trên, ta thấy GTLN của hàm số là 40 $\Rightarrow$ **Chọn A.**

Ví dụ 20: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x-6)\sqrt{x^2+4}$ trên đoạn $[0;3]$ là

- A. 5. B. -15. C. -12. D. -5.

Lời giải:

+ **Bước 1:** MODE 7

+ **Bước 2:** Nhập $f(x) = (X-6)\sqrt{X^2+4}$ ấn phím = sau đó nhập $\begin{cases} \text{Start} = 0 \\ \text{End} = 3 \\ \text{Step} = 0.4 \end{cases}$

+ **Bước 3:** Tra bảng nhận được và tìm GTNN:

	X	$f(X)$
	0	-12
	0.2	-11.65
	0.4	-11.42
	0.6	-11.27
	0.8	-11.2
	1	-11.18
	1.2	-11.19
	1.4	-11.23
	1.6	-11.26
	1.8	-11.3
	2	-11.31
	2.2	-11.29
	2.4	-11.24
	2.6	-11.15
	2.8	-11.01
	3	-10.81

Dựa vào bảng giá trị, ta thấy giá trị của hàm số trên đoạn $[0;3]$ dao động giữa -10 đến -12. Vậy GTNN của hàm số là -12 $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Ví dụ 21: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x+2}$ trên đoạn $[-1;2]$ là

- A. 8. B. 2. C. 6. D. 4.

Lời giải:

+ **Bước 1:** MODE 7

+ **Bước 2:** Nhập $f(x) = X + \frac{9}{X+2}$ ấn phím = sau đó nhập $\begin{cases} \text{Start} = -1 \\ \text{End} = 2 \\ \text{Step} = 0.2 \end{cases}$

+ **Bước 3:** Tra bảng nhận được và tìm GTLN:

	X	$f(X)$
	-1	8
	-0.8	6.7

		-0.6	5.8285
		-0.4	5.225
		-0.2	4.8
		0	4.5
		0.2	4.2909
		0.4	4.15
		0.6	4.0615
		0.8	4.0142
		1	4
		1.2	4.0125
		1.4	4.047
		1.6	4.1
		1.8	4.1684
		2	4.25

Dựa vào bảng giá trị ở trên, ta thấy GTLN của hàm số là 8 $\Rightarrow$ **Chọn A.**

Trong ba ví dụ trình bày ở trên ta sử dụng được công cụ TABLE để tìm được GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn. Vậy khi đề bài yêu cầu tìm GTLN, GTNN của một hàm số không cho miền xác định của x thì ta phải làm nhanh như thế nào? Để trả lời được câu hỏi này thì các em theo dõi ví dụ sau:

Ví dụ 22: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{6-8x}{x^2+1}$ là

A. -2.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 8.

D. 10.

Lời giải:

Sử dụng máy tính để tìm đạo hàm của hàm phân thức (đã được trình bày trong Ví dụ 3 – Kỹ thuật 2):

Nhập $\frac{d}{dx} \left(\frac{6-8x}{x^2+1} \right) \Big|_{x=1000} \times (1000^2+1)^2$.

Sau đó **CALC** với $x=100$ ta thu được kết quả 7987992.

Phân tích kết quả: $7987992 = 8000000 - 12000 - 8 = 8 \cdot 1000^2 - 12 \cdot 1000 - 8 \rightarrow 8x^2 - 12x - 8$.

Vậy $y' = \frac{8x^2 - 12x - 8}{(x^2+1)^2}$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^2 - 12x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Nhập $\frac{6-8x}{x^2+1}$ sau đó:

+ **CALC** với $X=2 \Rightarrow y=-2$.

+ **CALC** với $X=-\frac{1}{2} \Rightarrow y=8$.

$\rightarrow$ Min = -2 và Max = 8 $\rightarrow$ **Chọn C.**

KỸ THUẬT 7: KỸ THUẬT GIẢI NHANH TRONG BÀI TOÁN LẬP PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Ví dụ 23: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 là

- A. $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$. B. $y = x + \frac{1}{3}$. C. $y = -\frac{1}{3}x + 1$. D. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

Lời giải:

Cơ sở lý thuyết:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0, f(x_0))$ là:

$$\begin{aligned} y &= y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0) \\ \Leftrightarrow y &= \underbrace{y'(x_0)}_A \cdot x + \underbrace{y'(x_0) \cdot (-x_0) + y(x_0)}_B \\ \Leftrightarrow y &= Ax + B \end{aligned}$$

+ **Tìm A:** Nhập $A = y'(2) = \frac{d}{dx} \left(\frac{2x-1}{x+1} \right) \Big|_{x=2} = \frac{1}{3}$.

+ **Tìm B:** Nhập $B = \frac{d}{dx} \left(\frac{2x-1}{x+1} \right) \Big|_{x=2} \cdot (-2) + \frac{2x-1}{x+1}$
và bấm CALC với $x = 2$ ta được: $B = \frac{1}{3}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \Rightarrow$ **Chọn D.**

Bài tập tương tự: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 12 là

- A. $y = -3x + 1$. B. $y = -3x - 1$. C. $y = -x - 1$. D. $y = x - 3$.

Ví dụ 24: Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + mx$ tại điểm có hoành độ bằng -1 song song với đường thẳng $d: y = 7x + 2017$.

Lời giải:

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = 7x + 2017 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(-1) = 7$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Vì mục tiêu của ta tìm m nên ta gán $x = Y$, $m = X$ và thực hành quy trình bấm máy như sau:

+ **Bước 1:** Nhập $3Y^2 - 6Y + X - 7$.

+ **Bước 2:** Bấm tổ hợp phím **SHIFT + CALC**.

Khi đó, màn hình hỏi Y ? Thì nhập -1 (do $x = Y = -1$).

Sau đó ấn phím $=$ thu được kết quả $m = -2$.



KĨ THUẬT 8: KĨ THUẬT GIẢI NHANH TRONG BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO**Cơ sở lý thuyết:**

Cho hai đồ thị: $(C_1): y = f(x)$ và $(C_2): y = g(x)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là: $f(x) = g(x)$ (*).

Do đó, số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của (C_1) và (C_2) .

Ví dụ 25: Cho phương trình $x^3 - 3x = m^2 + m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi

A. $m > -21$.

B. $-2 < m < 1$.

C. $m < 1$.

D. $-1 < m < 2$.

Lời giải:

Khi giải bài toán này theo hướng tự luận, chắc chắn rằng ta sẽ chuyển bài toán này về bài toán mới:

Tìm điều kiện của m để hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và $y = m^2 + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Khi đó ta sẽ giải nó bằng cách lập bảng biến thiên,... khá mất thời gian nếu thi trắc nghiệm.

Do đó, để giải nhanh tổng bài toán mới ta phải nghĩ ra một cách xử lý mới để bài toán được nhanh gọn. Rất may cho chúng ta đối với bài toán trắc nghiệm ta còn có thể sử dụng các đáp án A, B, C, D mà đề bài cho để suy luận chọn được đáp án chuẩn.

Cụ thể với ví dụ 25 ta làm như sau:

- + Đầu tiên ta thử với $m = 10$ khi đó, nếu phương trình có ba nghiệm phân biệt thì đáp A đúng ngược lại thì loại A.

Khi thay $m = 10$ ta được phương trình $x^3 - 3x - 110 = 0$. Giải bằng chế độ **MODE 5 4** ta được 1 nghiệm thực

$$X_1 = 5$$

$$X_2 = -\frac{5}{2} + 3.968626967i$$

$$X_3 = -\frac{5}{2} - 3.968626967i$$

Như vậy ta loại đáp án A.

- + Tiếp theo ta thử với $m = -3$ khi đó, nếu phương trình có ba nghiệm phân biệt thì đáp C đúng ngược lại thì loại C.

Khi thay $m = -1000$ ta được phương trình $x^3 - 3x - 6 = 0$. Giải bằng chế độ **MODE 5 4** ta được 1 nghiệm thực

$$X_1 = 2.355301398$$

$$X_2 = 99 + 1.077303813i$$

$$X_3 = 99 - 1.077303813i$$

Như vậy ta loại đáp án C.

- + Tương tự thử với $m = 1,5$ thì phương trình cũng có 1 nghiệm thực $\Rightarrow$ loại D.

Vậy đáp án của bài toán là B.

Ví dụ 26: Tìm m để $(C): y = -2x^3 + 6x^2 + 1$ và $d: y = mx + 1$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

A. $\begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m > \frac{9}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m < -\frac{9}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m > -\frac{9}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$-2x^3 + 6x^2 + 1 = mx + 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 6x^2 + mx = 0 \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 6x + m = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Ta có số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của (C) và d .

Do đó, (C) và d cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Cách 1: Dựa vào điều kiện có 2 nghiệm phân biệt của phương trình bậc 2.

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 2m > 0 \\ 2.0^2 - 6.0 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ m \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Nhược điểm của cách làm này là ta phải nhẩm được một nghiệm đẹp của phương trình (1) để chuyển bài toán về biện luận số nghiệm của phương trình bậc hai. Vậy nếu không nhẩm được nghiệm đẹp như mong muốn thì sao hoặc có nhẩm được nghiệm đẹp (nghiệm này khác 0) thì ta cũng phải thực hiện phép phân tích đa thức thành nhân tử hoặc chia đa thức để tìm phương trình (2) khá phức tạp. Vì bài toán này là trắc nghiệm nên ta có cách giải khác dựa vào 4 đáp án đề bài cho như sau:

Cách 2:

Nhận thấy rằng cả 4 đáp án đều có điều kiện $m \neq 0$ nên ta bỏ qua điều kiện này trong quá trình thử.

+ Đầu tiên ta thử với $m = 5$, ta được phương trình (1) có 1 nghiệm thực $\Rightarrow$ loại B, D.

+ Thử tiếp với $m = 0$, ta được phương trình (1) có 3 nghiệm thực $\Rightarrow$ loại C và nhận A.

Vậy đáp án của bài toán là A.

KỸ THUẬT 9: KỸ THUẬT GIẢI NHANH TRONG MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Ví dụ 27: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm điểm M có hoành độ dương thuộc đồ thị (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận nhỏ nhất.

A. M(1; -3).

B. M(2; 2).

C. M(4; 3).

D. M(0; -1).

Lời giải:

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

$\Rightarrow$ Tổng khoảng cách từ M đến 2 tiệm cận là $S = |x - 2| + |y - 1|$.

Yêu cầu bài toán là ta phải tìm $\begin{cases} x = ? \\ y = ? \end{cases}$ sao cho S đạt giá trị nhỏ nhất.

Nhập $|x - 2| + |y - 1|$ và **CALC** với từng đáp án ta nhận được các kết quả:

+ Với đáp án A ra 5.

+ Với đáp án B ra 1.

+ Với đáp án C ra 4.

+ Với đáp án D ra 4.

$ X-2 + Y-1 $	5
$ X-2 + Y-1 $	1
$ X-2 + Y-1 $	4
$ X-2 + Y-1 $	4

Đáp án của bài toán là B.

(chú ý bấm dấu trị tuyệt đối bằng cách dùng tổ hợp phím **SHIFT + HYP**)

Qua một số kĩ thuật trên chúng ta thấy rằng, dù là trắc nghiệm thì muốn làm tốt các bài toán này chúng ta vẫn phải học vững tất cả các kiến thức cơ bản, làm nhuần nhuyễn các bài toán tự luận và bồi dưỡng thêm các kĩ thuật giải nhanh (bao gồm cả công thức giải nhanh và tư duy casio). Muốn sử dụng casio làm nhanh được các bài toán thì các em phải thực hành thật nhiều để nhuần nhuyễn thao tác và nhớ kĩ quy trình bấm máy. Tuy nhiên chúng ta cũng đừng quá phụ thuộc vào casio mà chỉ coi nó như một công cụ hỗ trợ mà thôi. Chú ý trong quá trình làm bài tập theo hướng tự luận các em hãy cố gắng rút ra các công thức giải nhanh cho một họ các bài toán nào đó hoặc tìm hiểu nghiên cứu cắt bớt một số giai đoạn không cần thiết để khi thi trắc nghiệm giải cho nhanh nhé.

Sau đây là một số loại câu hỏi trắc nghiệm cho các em rèn luyện. Các em cố gắng rèn luyện hết số bài tập trắc nghiệm này, thầy tin chắc khi đó các em sẽ giải ngon lành các câu hỏi hàm số trong kì thi THPT Quốc Gia sắp tới.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM THEO CÁC VẤN ĐỀ TRỌNG TÂM

VẤN ĐỀ 1: TÍNH ĐƠN ĐIỆU

Câu 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên toàn trục số

- A. $y = x^3$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.

Câu 2. Hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + 1$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 4)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 3. Hàm số $y = 3x^2 - 8x^3$ nghịch biến trên khoảng

- A. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$. D. $(-\infty; 0); \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Câu 4. Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2 + 12x - 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty - 2)$. B. $(2; 3)$.
C. $(-\infty - 2)$ và $(2; 3)$. D. $(-2; 2)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+3}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$?

- A. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$. B. $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 10$.
C. $y = \frac{2x-5}{x-1}$. D. $y = \frac{x^2+x-1}{x-1}$.

Câu 7. Trong các hàm số sau, hàm số nào **đồng biến** trên khoảng $(1; 5)$?

- A. $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 2$. B. $y = \frac{x-2}{x^2+x+1}$.
C. $y = x + \frac{1}{x}$. D. $y = x^2 - 2x + 5$.



Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào **ngịch biến** trên khoảng $(-1;1)$?

- A. $y = x^3 - 3x - 2$. B. $y = \frac{1}{x}$. C. $y = x - 3$. D. $y = \frac{-1}{x+1}$.

Câu 9. Trên khoảng $(1;5)$ hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 9x + 6$ biến thiên như thế nào?

- A. Đồng biến. B. Nghịch biến.
C. Đồng biến rồi nghịch biến. D. Nghịch biến rồi đồng biến.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 12$, trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;5)$.

Câu 11. Cho K là một khoảng hoặc nửa khoảng hoặc một đoạn. Mệnh đề nào **không đúng**?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K thì $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \in K$.
B. Nếu $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K.
C. Nếu hàm số $y = f(x)$ là hàm số hằng trên K thì $f'(x) = 0$ với $\forall x \in K$.
D. Nếu $f'(x) = 0$ với $\forall x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ không đổi trên K.

Câu 12. Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 10$ và các khoảng sau:

- (I): $(-\infty; -\sqrt{2})$ (II): $(-\sqrt{2}; 0)$ (III): $(0; \sqrt{2})$

Hàm số đã cho đồng biến trên

- A. (I) và (III). B. (I) và (II). C. (II) và (III). D. chỉ (I).

Câu 13. Khoảng hay những khoảng nào sau đây là khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 14. Hàm số $y = x \ln^2 x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{1}{e}; 1\right)$. B. $\left(1; \frac{1}{e}\right)$. C. $\left(\frac{1}{e^2}; \frac{1}{e}\right)$. D. $\left(\frac{1}{e^2}; 1\right)$.

Câu 15. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 3x^3 - x^2 + x$. B. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = x^4 + 4x^2 - 1$. D. $y = \frac{x-1}{3x-2}$.

Câu 16. Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$. Hãy chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
C. Trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.
D. Trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 17. Hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2}$ đồng biến trên

- A. các khoảng $(0; 2)$ và $(2; 4)$. B. các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.
C. khoảng $(2; +\infty)$. D. khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 18. Hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ đồng biến trên

- A. các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$. B. khoảng $(-\infty; 2)$.
C. khoảng $(0; +\infty)$. D. các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.



Câu 19. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $y = 2x + \cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số $y = -x^3 - 3x + 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
 D. Hàm số $y = 2x^4 + x^2 + 1$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 20. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

- A. $m < 1$. B. $m = 1$. C. $m \neq 1$. D. Không có m .

Câu 21. Hàm số $y = \frac{m+2}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi

- A. $m < -2$. B. $m > -2$. C. $m \leq -2$. D. $m \geq -2$.

Câu 22. Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2x^2 + (m+3)x + m$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì giá trị m nhỏ nhất là

- A. $m = -4$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.

Câu 23. Hàm số $y = mx^3 - 3x^2 + (m-2)x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì giá trị m lớn nhất là

- A. $m = \pm 1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi

- A. $m > 0$. B. $0 \leq m \leq \frac{7}{2}$. C. $0 < m \leq \frac{7}{2}$. D. $m \leq \frac{7}{2}$.

Câu 25. Nếu hàm số $y = \frac{(m-1)x+1}{2x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định thì giá trị của m nguyên là

- A. $m = 2$. B. $m = -1; m = 2$. C. $m = 0; m = 2$. D. $m = 0; m = 1$.

Câu 26. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi

- A. $m < -1$. B. $m \leq -1$. C. $m \geq 1$. D. $m > 1$.

Câu 27. Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. $m \leq 1$. B. $1 \leq m \leq 4$. C. $m \leq 4$. D. $m \geq 4$.

Câu 28. Giá trị của m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên đoạn có độ dài bằng 3 là

- A. 1. B. $-\frac{9}{4}$. C. $\frac{15}{4}$. D. 2.

Câu 29. Cho hàm số $y = x^3 - 3(a-1)x^2 + 3a(a-1)x + 1$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hàm số luôn đồng biến với $\forall a \geq 2$.
 B. Hàm số luôn có cực đại, cực tiểu với $\forall a < -2$.
 C. Hàm số nghịch biến trong khoảng $(0; 1)$ với $0 < a < 1$.
 D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ với $1 < a < 2$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2(m+1)x^2 - (2m+1)x + m$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ thì giá trị của m là

- A. $\begin{cases} m < -\frac{2}{3} \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases}$. B. $m \geq -\frac{1}{2}$. C. $m > -\frac{2}{3}$. D. $-\frac{2}{3} < m < -\frac{1}{2}$.

Câu 31. Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m-2)x + \frac{1}{3}$ đồng biến trên $[2; +\infty)$ khi

- A. $m > 0$. B. $m \geq 0$. C. $m > 8$. D. $m \leq -2$.

Câu 32. Hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ khi

- A. $m > 2$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq 2$. D. $m > 1$.

Câu 33. Hàm số $y = \frac{mx-8}{x-2m}$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ khi

- A. $-2 < m < 2$. B. $-2 < m \leq \frac{3}{2}$. C. $-2 \leq m \leq \frac{3}{2}$. D. $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 34. Hàm số $y = \frac{x^2-4x}{2(x+m)}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ khi

- A. $m \in (-1; 4] \setminus \{1\}$. B. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right] \setminus \{0\}$. C. $m \in (1; 4] \setminus \{2\}$. D. $m \in \left[-4; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$. Với tất cả các giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$?

- A. $m < 1$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $1 \leq m < 2$.

VẤN ĐỀ 2: CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 36. Hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 3$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 37. Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 9x + 1$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 38. Hàm số $y = -x - \frac{4}{x}$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 39. Hàm số $y = -x + \frac{2}{x}$

- A. có một điểm cực trị là 0. B. có hai điểm cực trị là $-\sqrt{2}$ và $\sqrt{2}$.
C. có ba điểm cực trị $-\sqrt{2}$, 0 và $\sqrt{2}$. D. không có cực trị.

Câu 40. Hàm số $y = -x - \frac{2}{x}$

- A. có một điểm cực trị là 0. B. có hai điểm cực trị là $-\sqrt{2}$ và $\sqrt{2}$.
C. có ba điểm cực trị $-\sqrt{2}$, 0 và $\sqrt{2}$. D. không có cực trị.

Câu 41. Hàm số nào sau đây có cực trị?

- A. $y = \frac{x-2}{x+2}$. B. $y = \frac{-x+2}{x+2}$. C. $y = \frac{x-2}{-x+2}$. D. $y = \frac{x-2}{-x^2-2}$.

Câu 42. Hàm số nào sau đây **không** có cực đại và cực tiểu?

- A. $y = x^3 - 2x$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = x^3$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 43. Hàm số nào sau đây đạt cực tiểu tại $x = 0$?

- A. $y = x^3$. B. $y = |x|$. C. $y = \frac{1}{x}$. D. $y = \frac{x-2}{-x-2}$.

Câu 44. Hàm số $x + \frac{1}{x}$

- A. có giá trị cực tiểu bằng -2 và có giá trị cực đại bằng 2 .

- B. có giá trị cực tiểu bằng 2 và có giá trị cực đại bằng -2.
 C. có giá trị cực tiểu bằng -1 và có giá trị cực đại bằng 2.
 D. có giá trị cực tiểu bằng 1 và có giá trị cực đại bằng -1.

Câu 45. Hàm số $x\sqrt{4-x^2}$

- A. có giá trị cực tiểu bằng -2 và có giá trị cực đại bằng 2.
 B. có giá trị cực tiểu bằng 2 và có giá trị cực đại bằng -2.
 C. có giá trị cực tiểu bằng $-\sqrt{2}$ và có giá trị cực đại bằng $\sqrt{2}$.
 D. có giá trị cực tiểu bằng $\sqrt{2}$ và có giá trị cực đại bằng $-\sqrt{2}$.

Câu 46. Hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt cực đại tại điểm có hoành độ là

- A. -3. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 47. Điểm cực tiểu của hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 2$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 5$. C. $x = 0$. D. $x = 1$; $x = 2$.

Câu 48. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có hai điểm cực trị là

- A. (0;0) và (1;-2). B. (0;0) và (2;4). C. (0;0) và (2;-4). D. (0;0) và (-2;-4).

Câu 49. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$ có điểm cực tiểu là

- A. (0;1). B. $\left(1; \frac{3}{5}\right)$. C. (-2;-7). D. (1;0).

Câu 50. Đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x+2}$ có hai điểm cực trị là

- A. (-1;0) và (-3;-4). B. (-1;0) và (-3;-2).
 C. (-1;-2) và (-3;-4). D. (-1;-2) và (-3;-2).

Câu 51. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -\frac{2}{3}x^3 + 2x + 2$ là

- A. $\frac{2}{3}$. B. -1. C. 1. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 52. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2$ là

- A. $y = x - 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = x$. D. $y = -x$.

Câu 53. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$. Nếu hàm số đạt cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2 thì tích $y(x_1) \cdot y(x_2)$ bằng

- A. -82. B. 25. C. -207. D. -302.

Câu 54. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có điểm cực đại là A(0;-3) và điểm cực tiểu là B(-1;-5). Khi đó, các hệ số a, b, c lần lượt là

- A. -3; -1; -5. B. 2; -4; -3. C. 2; 4; -3. D. -2; 4; -3.

Câu 55. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là (0;0) và (1;1) thì các hệ số a, b, c và d lần lượt là

- A. -2; 0; 0; 3. B. 0; 0; -2; 3. C. -2; 0; 3; 0. D. -2; 3; 0; 0.

Câu 56. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Nếu đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là gốc tọa độ O và A(2;-4) thì phương trình của hàm số là

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -3x^3 + x$. C. $y = -3x^3 + x^2$. D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 57. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$. Để hàm số có 1 cực trị thì

- A. $m \leq 0$. B. $m > 0$. C. m tùy ý. D. Không có m .

Câu 58. Tìm m để hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có ba cực trị.

- A. $m > 0$. B. $m < 3$. C. $m < 0$. D. $m > 3$.



Câu 59. Hàm số $y = (m+1)x^3 + 3x^2 - (m-1)x - 1$ có cực đại và cực tiểu thì

- A. $m \neq 1$. B. $m \neq 0$. C. m tùy ý. D. Không có m .

Câu 60. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x + m^2 - 1$. Xét hai mệnh đề sau:

- (I): “Hàm số đạt cực tiểu tại $x = m - 1$ ”. (II): “Hàm số đạt cực tiểu tại $x = m + 1$ ”.

Hãy chọn đáp án **đúng**.

- A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Cả hai đều sai. D. Cả hai đều đúng.

Câu 61. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^3$. Hãy chọn phát biểu **đúng**.

- A. Hàm số không đạt cực trị.
B. Tại gốc tọa độ, hàm số đạt cực đại.
C. Tại gốc tọa độ, hàm số đạt cực tiểu.
D. Điểm $A(1; -1)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Câu 62. Hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$ có mấy điểm cực tiểu?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 63. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ là

- A. $2\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $6\sqrt{5}$. D. $8\sqrt{5}$.

Câu 64. Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$ có hai điểm cực trị. Tích số của hai giá trị cực trị bằng

- A. 12. B. -15. C. -12. D. 15.

Câu 65. Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x - 2m - 3$ không có cực đại, cực tiểu khi

- A. $m \leq 1$. B. $m \geq 1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

Câu 66. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - mx^2 + \left(m - \frac{2}{3}\right)x + 5$ đạt cực trị tại $x = 1$?

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = \frac{7}{3}$. D. $m = \frac{4}{3}$.

Câu 67. Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x_0 = 2$?

- A. $m = -3$. B. $m = -1$. C. $m = -1$; $m = -3$. D. $m = 1$; $m = 3$.

Câu 68. Với giá trị nào của m thì 2 điểm cực đại và cực tiểu của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ nằm về hai phía với trục hoành?

- A. $2 < m < 3$. B. $m > 3$. C. $m < 3$. D. $-1 < m < \sqrt{2}$.

Câu 69. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{2 - x}$ song song với

- A. $y = -2x + 3$. B. $y = \frac{1}{2}x + 2$. C. $y = -2x - 2$. D. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

Câu 70. Hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x + a}{x - 3}$ có giá trị cực tiểu bằng m và giá trị cực đại bằng M . Để $m - M = 4$ thì

- A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = -1$. D. $a = -2$.

Câu 71. Cho các phát biểu sau:

(1) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0 \Leftrightarrow f'(x_0) = 0$.

(2) Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại x_0 .

- A. (1) đúng, (2) sai. B. (1) sai, (2) đúng.
C. (1) và (2) đều sai. D. (1) và (2) đều đúng.



Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Dễ thấy $x = 0$ không là điểm cực trị của hàm số $y = x^3$. Do đó, phát biểu (2) sai kéo theo phát biểu (1) cũng sai $\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 72. Cho hàm số $y = -x^4 + 10x^2 - 9$ đạt cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2 . Tính $|x_2 - x_1|$.

- A. 4. B. 5. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 73. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2a+1)x^2 + 6a(a+1)x + 2$. Nếu gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm cực trị của hàm số thì $|x_2 - x_1|$ có giá trị là

- A. a . B. $a-1$. C. $a+1$. D. 1.

Câu 74. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

- A. $m = 0$. B. $m = \pm \frac{9}{2}$. C. $m = \pm \frac{1}{2}$. D. $m = \pm 2$.

Câu 75. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + m$. Tìm các giá trị của m để hàm số đã cho đạt cực trị tại x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

- A. $m = \frac{2}{3}$. B. $m = -\frac{2}{3}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 76. Hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 1$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $x_1 + 2x_2 = 1$ khi

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{2}{3} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Câu 77. Cho hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$. Tìm m để hàm số đã cho đạt cực trị tại x_1, x_2 sao cho $x_1 = -4x_2$. Chọn đáp án **đúng nhất**.

- A. $m = \pm \frac{9}{2}$. B. $m = \pm \frac{3}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = \pm \frac{1}{2}$.

Câu 78. Cho hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$ có cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2 sao cho $x_1 < -1 < x_2$ thì giá trị của m là

- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m > -1$. D. $m < -1$.

Câu 79. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-3)x^2 + 11 - 3m$ có đồ thị (C). Với những giá trị nào của m thì đồ thị (C) có hai điểm cực trị A và B sao cho ba điểm A, B và $C(0; -1)$ thẳng hàng?

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Câu 80. Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$ có đồ thị (C). Với những giá trị nào của m thì đồ thị (C) có hai điểm cực trị đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x + 8y - 74 = 0$?

- A. $m = 1$. B. $m = -2$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Câu 81. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + m(m+2)x + 1$ có đồ thị (C). Với những giá trị nào của m thì đồ thị (C) có hai điểm cực trị A và B sao cho A và B đối xứng với nhau qua điểm $I(1; 3)$?

- A. $m = -2$. B. $m = 1$. C. $m = 1; m = 2$. D. $m = 0; m = 2$.

Câu 82. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$. Với những giá trị nào của m thì hàm số đạt cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đi qua điểm $I(1; 0)$?

- A. $m = \pm 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = \pm 3$. D. $m = 4$.

Câu 83. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + m$ có ba điểm cực trị lập thành một tam giác có diện tích bằng 32 khi

- A. $m \geq 0$. B. $m > 0$. C. $m \leq 0$. D. đáp án khác.



Câu 84. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông khi

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. D. $m = 2$.

Câu 85. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông cân khi

- A. $m = \pm 2$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = \pm 1$.

Câu 86. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm này có bán kính bằng 1 thì m bằng

- A. $m = -1$; $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. B. $m = 1$; $m = \frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$.
C. $m = 1$; $m = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. D. $m = 1$; $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 87. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 khi và chỉ khi đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm qua x_0 .
- Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.
- Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số $y = f(x)$ đã cho.
- Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực đại x_0 .

Phát biểu nào là **đúng**?

- A. 1; 3; 4. B. 1. C. 1. 2. 4. D. Tất cả đều đúng.

Câu 88. Hàm số $y = \cos x$ đạt cực đại tại

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pi + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 89. Cực trị của hàm số $y = \sin 2x - x$ là

- A. $x_{cd} = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x_{ct} = -\frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x_{ct} = -\frac{\pi}{6} + k\pi, x_{cd} = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x_{cd} = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 90. [Hứa Lâm Phong] Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30-x)$, trong đó $x > 0$ (miligam) là liều thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng

- A. 20mg. B. 15mg. C. 30mg. D. 40mg.

Hướng dẫn giải

Ta có $G'(x) = 0,025(60x - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{loại}) \\ x = 20 \end{cases}$.

Ta lại có $G''(x) = \frac{3}{2} - \frac{3}{20}x \Rightarrow G''(20) = -\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow G(x) = 0,025x^2(30-x)$ đạt cực tiểu tại $x = 20$.

$\Rightarrow 20(\text{mg})$ là liều lượng cần tiêm.

VẤN ĐỀ 3: GTLN – GTNN CỦA HÀM SỐ

Câu 91. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. $\frac{13}{4}$. B. 1. C. 29. D. -3.

Câu 92. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên $[0; 1]$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. đáp án khác.



Câu 93. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là

- A. 0; $-\frac{2}{7}$. B. 0; $\frac{2}{7}$. C. 1; 3. D. 3; 1.

Câu 94. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ xác định trên $[1;3]$. Gọi M và N lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số thì $M + N$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 6.

Câu 95. Hàm số $y = x^3 - 3x$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[-2;2]$ khi x bằng

- A. -2. B. 1. C. -1; -2. D. 1; -2.

Câu 96. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- A. 0. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. π .

Câu 97. Hàm số $y = x\sqrt{3} - 2\sin x$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2\pi]$ tại x bằng

- A. 0. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Câu 98. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \sqrt{10 - x^2}$ bằng

- A. $-3\sqrt{10}$. B. 10. C. $3\sqrt{10}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 99. Tìm câu **sai** trong các câu sau về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + 1|$ trên đoạn $[0;3]$.

- A. $\min_{x \in [0;3]} y = 1$. B. $\max_{x \in [0;3]} y = 19$.
C. Hàm số có GTLN, GTNN. D. Hàm số đạt GTLN khi $x = 3$.

Câu 100. Miền giá trị của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(0; 2 + \sqrt{2})$. C. $[-2; 2]$. D. $[2 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Cách 1: Lập bảng biến thiên để tìm $\min y$ và $\max y$.

Khi đó, miền giá trị của hàm số là $[\min y; \max y]$.

Cách 2: Sử dụng biệt thức Δ .

Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = y(x^2 + 1) \Leftrightarrow (y-1)x^2 - 2x + y-3 = 0$

Ta có: $\Delta' = 1 - (y-3)(y-1) \geq 0 \Leftrightarrow -y^2 + 4y - 2 \geq 0 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{2} \leq y \leq 2 + \sqrt{2}$.

Vậy miền giá trị của hàm số là $[2 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}] \Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 101. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định?

- A. $y = x^3 + 3x^2 - 6$. B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.
C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x^2+3x+5}{x-1}$.

Câu 102. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 3}{x+1}$. Trên khoảng $(-1; +\infty)$ hàm số có

- A. Giá trị lớn nhất.
B. Giá trị nhỏ nhất.
C. Không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.
D. Có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.



Câu 103. Cho hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 3$. Trên đoạn $[-1; 1]$, hàm số đã cho

- A. có giá trị nhỏ nhất bằng -1 và có giá trị lớn nhất bằng 1 .
- B. có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và có giá trị lớn nhất bằng -1 .
- C. có giá trị nhỏ nhất bằng -1 và không có giá trị lớn nhất.
- D. không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất bằng 1 .

Câu 104. Cho hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$. Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số $f(x)$

- A. có giá trị nhỏ nhất bằng 2 và không có giá trị lớn nhất.
- B. có giá trị nhỏ nhất bằng -2 và có giá trị lớn nhất bằng 2 .
- C. không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất bằng 2 .
- D. không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Câu 105. Cho hàm số $f(x) = -x - \frac{4}{x}$. Trên đoạn $[-1; 2]$, hàm số $f(x)$

- A. có giá trị nhỏ nhất bằng -4 và có giá trị lớn nhất bằng 2 .
- B. có giá trị nhỏ nhất bằng -4 và không có giá trị lớn nhất.
- C. không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất bằng 2 .
- D. không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Câu 106. Trên đoạn $[0; 1]$, hàm số $f(x) = 2x + 1 - \frac{2}{x+2}$

- A. có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và có giá trị lớn nhất bằng $\frac{7}{3}$.
- B. có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và có giá trị lớn nhất bằng $\frac{11}{3}$.
- C. không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.
- D. có giá trị nhỏ nhất bằng -3 và có giá trị lớn nhất bằng 3 .

Câu 107. Cho hàm số $y = -x - \frac{2}{x}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{2}$ và giá trị lớn nhất bằng $-2\sqrt{2}$ trên $[\sqrt{2}; -\sqrt{2}]$.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $2\sqrt{2}$ và giá trị cực đại bằng $-2\sqrt{2}$.
- C. Đạo hàm của hàm số đổi dấu khi qua $x = -\sqrt{2}$ và $x = \sqrt{2}$.
- D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-2; 2\sqrt{2})$ và điểm cực đại là $(2; -2\sqrt{2})$.

Câu 108. Hàm số nào sau đây **không** có giá trị lớn nhất trên $(-1; 3]$?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
- B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.
- C. $y = \frac{x+1}{-x-1}$.
- D. $y = \frac{x-1}{-x^2-1}$.

Câu 109. Trên $[0; +\infty)$, hàm số $y = x^3 + x - \cos x - 4$

- A. có giá trị lớn nhất bằng -5 và không có giá trị nhỏ nhất.
- B. không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -5 .
- C. có giá trị lớn nhất bằng -5 và có giá trị nhỏ nhất bằng -5 .
- D. không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 110. Trên $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$, hàm số nào sau đây có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trùng với giá trị cực tiểu và cực đại của nó?

- A. $y = x^3$.
- B. $y = x^3 + 2x$.
- C. $y = x^3 - x^2 + x$.
- D. $y = x^3 - 2x$.



Câu 111. Cho hai mệnh đề (I) và (II) :

- + (I): Hàm số liên tục trên $[a; b]$ thì hàm số có cực trị trên $[a; b]$.
- + (II): Hàm số liên tục trên $[a; b]$ thì hàm số có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên $[a; b]$.

Chọn đáp án đúng.

- A. (I) đúng. B. (II) đúng. C. cả hai đều sai. D. cả hai đều đúng.

Câu 112. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x| + 3$ trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là

- A. -4 và 4 . B. -1 và 1 . C. 0 và 4 . D. 3 và 4 .

Câu 113. Trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = \sin x + \cos x + 1$ có tập giá trị là

- A. $[-1; 3]$. B. $[-\sqrt{2} + 1; \sqrt{2} + 1]$. C. $\mathbb{R}$. D. $[-1; 1]$.

Câu 114. Hàm số $y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 2}$ có giá trị lớn nhất là

- A. -3 . B. 1 . C. $\frac{1}{3}$. D. -1 .

Câu 115. Trên đoạn $[-1; 1]$, nếu hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + a$ có giá trị nhỏ nhất là 0 thì a bằng

- A. $a = 2$. B. $a = 6$. C. $a = 0$. D. $a = 4$.

Câu 116. Trên giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng

- A. $\frac{1 + m^2}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1 - m^2}{2}$. D. đáp án khác.

Câu 117. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x + m^2}{x - 1}$ trên đoạn $[-1; 0]$ bằng

- A. $\frac{m^2 - 1}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1 - m^2}{2}$. D. đáp án khác.

Câu 118. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m}{mx + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2 ?

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = -\frac{1}{3}$. D. đáp án khác.

Câu 119. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 ?

- A. $m = 1; m = 2$. B. $m = 1; m = -2$. C. $m = -1; m = -2$. D. $m = -1; m = 2$.

Câu 120. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |4 - x^2|$ trên $[-2; 1]$ bằng

- A. 4 . B. 0 . C. 3 . D. đáp án khác.

Câu 121. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{7-x}$ bằng

- A. 4 . B. 2 . C. $\frac{1}{2}$. D. 6 .

Câu 122. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{1-x}$ là

- A. $\sqrt[4]{10}$. B. $\sqrt[4]{8}$. C. $\sqrt[4]{6}$. D. 2 .

Câu 123. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{3-x}$ là

- A. $2\sqrt{2} - 2$. B. $\frac{9}{10}$. C. $2\sqrt{2} - 1$. D. $\frac{8}{10}$.

Câu 124. Hàm số $y = \sqrt{4-x} - \sqrt{x+6}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 . Tìm x_0 .

- A. $x_0 = 4$. B. $x_0 = -6$. C. $x_0 = -1$. D. $x_0 = 1$.



Câu 125. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - \ln(1 - 2x)$ trên $[-2; 0]$ lần lượt là

- A. $\frac{1}{4} - \ln 2$; $4 - \ln 5$. B. $4 - \ln 5$; $\frac{1}{4} - \ln 2$. C. $4 - \ln 5$; 0. D. đáp án khác.

Câu 126. Cho $a, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$. B. $(a+b)^2 \geq 4ab$. C. $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \geq \sqrt{ab}$. D. $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \frac{a+b}{2}$.

Câu 127. Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 1$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 + y^2$ lần lượt là

- A. -1 ; -2 . B. 1 ; -1 . C. 1 ; $\frac{1}{4}$. D. 0 ; -1 .

Câu 128. Cho x, y là hai số dương thỏa mãn $x + y \leq 1$. Biểu thức $P = 2(x + y) + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ có giá trị nhỏ nhất là

- A. 10. B. 12. C. 11. D. 14.

Câu 129. Cho hình chữ nhật có chu vi bằng $16(\text{cm})$. Hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng

- A. $36(\text{cm}^2)$. B. $30(\text{cm}^2)$. C. $20(\text{cm}^2)$. D. $16(\text{cm}^2)$.

Câu 130. Cạnh của hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất trong các hình có diện tích $48(\text{cm}^2)$ là

- A. $6(\text{cm})$. B. $4(\text{cm})$. C. $3(\text{cm})$. D. $4\sqrt{3}(\text{cm})$.

Câu 131. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (h) trong một ngày cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất?

- A. $t = 13$. B. $t = 14$. C. $t = 15$. D. $t = 16$.

Câu 132. Cho một hình lập phương có cạnh bằng 10cm . Người ta sơn tất cả các mặt của hình lập phương, sau đó cắt thành 1000 hình lập phương nhỏ bằng nhau, có cạnh bằng 1cm theo các đường thẳng song song với cạnh hình lập phương. Hỏi trong 1000 hình lập phương nhỏ cắt ra có bao nhiêu hình lập phương chỉ sơn đúng 1 mặt.

- A. 438. B. 502. C. 323. D. 384.

VẤN ĐỀ 4: TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 133. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{5x+3}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = \frac{2}{5}$. B. $x = -\frac{3}{5}$. C. $y = -\frac{3}{5}$. D. $x = \frac{2}{5}$.

Câu 134. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$. Chọn phát biểu **sai**.

- A. Hàm số luôn đồng biến. B. Hàm số không có cực trị.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 135. Cho hàm số $y = \frac{-3x+6}{x-2}$ có đồ thị (C). Kết luận nào sau đây **đúng**?

- A. (C) không có tiệm cận.
B. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -3$.
C. (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.
D. (C) là một đường thẳng.



Câu 136. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên?

- A. $m = \frac{7}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = 2$. D. $m = 0$.

Câu 137. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{(m-1)x^2 + 2mx - 1}{x}$ có tiệm cận xiên đi qua điểm $M(3;4)$?

- A. 1. B. 2. C. $\frac{7}{5}$. D. $\frac{5}{7}$.

Câu 138. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3}{x + 1}$. Câu nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số có cực đại, cực tiểu. B. Đồ thị có tâm đối xứng là $I(-1; -2)$.
C. Đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$. D. Đồ thị có tiệm cận xiên là $y = x$.

Câu 139. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^3 - x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 140. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-1)x + 1}{x - m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. không tồn tại.

Câu 141. Với giá trị nào của m thì đồ thị $(C): y = \frac{mx - 1}{2x + m}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $M(-1; \sqrt{2})$?

- A. 2. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

VẤN ĐỀ 5: ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 142. Đồ thị hàm số lẻ có tính chất nào?

- A. Nhận điểm uốn làm tâm đối xứng. B. Nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.
C. Nhận trục Ox làm trục đối xứng. D. Nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Câu 143. Đồ thị hàm số chẵn có tính chất nào?

- A. Nhận trục Ox làm trục đối xứng.
B. Nhận trục Oy làm trục đối xứng.
C. Nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.
D. Nhận đường phân giác $y = x$ làm trục đối xứng.

Câu 144. Đặc điểm của đồ thị hàm bậc ba là

- A. Luôn có trục đối xứng.
B. Đường thẳng nối hai điểm cực trị là trục đối xứng.
C. Luôn có tâm đối xứng.
D. Luôn nhận điểm cực trị làm tâm đối xứng.

Câu 145. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ có đặc điểm nào sau đây?

- A. Có trục đối xứng là Ox . B. Có trục đối xứng là Oy .
C. Có hai điểm uốn là tâm đối xứng. D. Có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

Câu 146. Điểm nào sau đây là điểm uốn của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$.

- A. $(0;5)$. B. $(1;3)$. C. $(-1;1)$. D. $(0;0)$.



Câu 147. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$. Xét các mệnh đề:

- I. Đồ thị có một điểm uốn.
- II. Hàm số không có cực đại và cực tiểu.
- III. Điểm uốn là tâm đối xứng của đồ thị.

Mệnh đề nào **đúng**?

- A. Chỉ I và II. B. Chỉ II và III. C. Chỉ I và III. D. Cả I, II, III.

Câu 148. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ có đặc điểm nào sau đây?

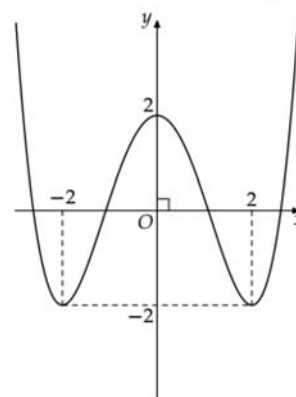
- A. Nhận tiệm cận đứng làm trục đối xứng. B. Nhận tiệm cận xiên làm trục đối xứng.
C. Nhận giao điểm hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.
D. Nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Câu 149. Đồ thị hàm số $y = x^5 - 2x^3$ nhận

- A. trục tung làm trục đối xứng. B. trục hoành làm trục đối xứng.
C. gốc tọa độ làm tâm đối xứng. D. giao điểm hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Câu 150. Cho đồ thị như hình vẽ bên. Đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$. B. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$.
C. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 2$. D. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 1$.



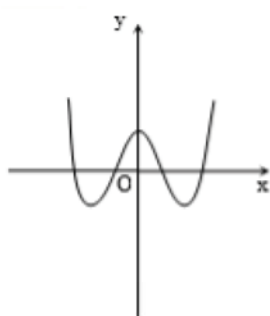
Câu 151. Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 6x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm uốn?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

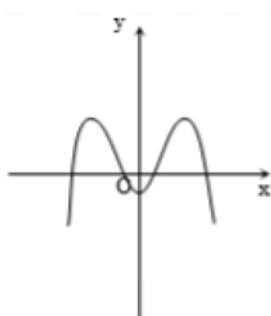
Câu 152. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Đồ thị hàm số luôn có tâm đối xứng. B. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.
C. Hàm số luôn luôn có cực trị. D. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

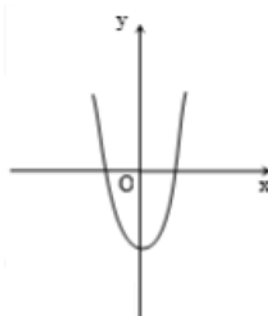
Câu 153. Đây là hình dạng của đồ thị $y = x^4 - 2x^2$?



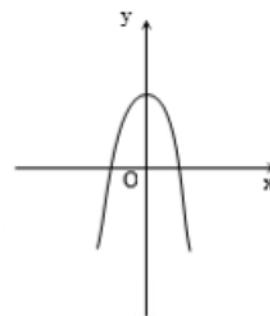
A.



B.

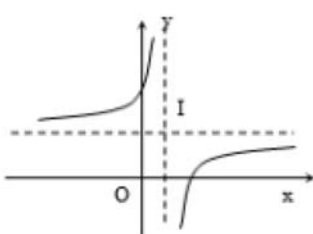


C.

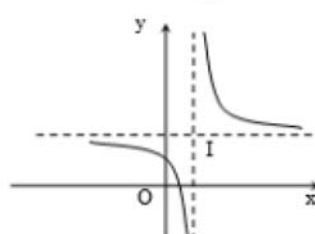


D.

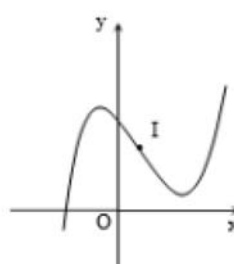
Câu 154. Đây là hình dạng của đồ thị $y = \frac{x-1}{x-2}$?



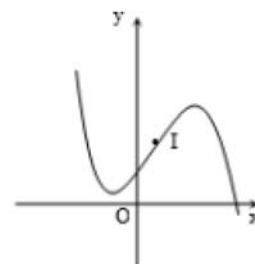
A.



B.



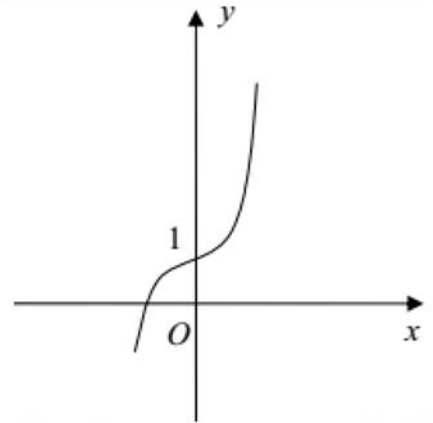
C.



D.

Câu 155. Đồ thị hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?

- A. $y = x^3 + 3x + 1$.
 B. $y = x^3 - 3x + 1$.
 C. $y = -x^3 - 3x + 1$.
 D. $y = -x^3 + 3x + 1$.



Câu 156. [Hứa Lâm Phong – Tp.HCM]

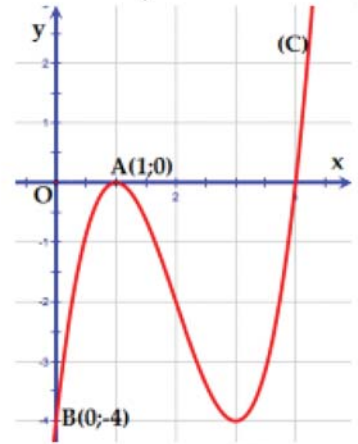
Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị biểu diễn là đường cong (C) như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $a + b + c = -1$ B. $a^2 + b^2 + c^2 \neq 132$.
 C. $a + c \geq 2b$. D. B và C đều sai.

Hướng dẫn:

$$\text{Từ đồ thị, ta có: } \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(0) = -4 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -1 \\ c = -4 \\ 3 + 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \\ c = -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a + c < b < 2b \Rightarrow$ **Chọn C.**



VẤN ĐỀ 6: TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 157. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 1 là

- A. $y = 3x - 3$. B. $y = 3x - 2$. C. $y = 3x - 1$. D. $y = 3x + 1$.

Câu 158. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$ tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 1 là

- A. $y = x + 3$. B. $y = 2x - 4$. C. $y = x$. D. $y = 2x + 3$.

Câu 159. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 2 là

- A. $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$. B. $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$. C. $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$. D. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

Câu 160. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 2 là

- A. $x - y - 3 = 0$. B. $x - y + 1 = 0$. C. $x - y - 2 = 0$. D. $x - y + 2 = 0$.

Câu 161. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại điểm thuộc đồ thị có tung độ bằng 3 là

- A. $y = -\frac{1}{3}x - \frac{13}{3}$. B. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$. C. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{12}{3}$. D. $y = -\frac{1}{3}x - \frac{12}{3}$.

Câu 162. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm uốn của đồ thị có phương trình là

- A. $y = -x + 3$. B. $y = 3x + 1$. C. $y = -3x + 1$. D. $y = x - 3$.

- Câu 163.** Cho hàm số $y = 5x + 1 + \frac{1}{2(x-1)}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại điểm $A\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ có phương trình là
- A. $y = 2x - \frac{3}{2}$. B. $y = -2x + \frac{3}{2}$. C. $y = 3x - 1$. D. $y = 3x + 1$.
- Câu 164.** Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là
- A. $y = x + 2$. B. $y = -x - 2$. C. $y = -x + 2$. D. $y = x - 2$.
- Câu 165.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (H). Tiếp tuyến của (H) tại giao điểm của (H) với trục Ox có phương trình là
- A. $y = 3x$. B. $y = 3x - 3$. C. $y = x - 3$. D. $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.
- Câu 166.** Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ có đồ thị (C). Tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2 thì $x_0 + y_0$ bằng
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.
- Câu 167.** Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 , biết $f''(x_0) = -3$, có phương trình là
- A. $y = -\frac{9}{4}x + \frac{5}{2}$. B. $y = -\frac{9}{4}x - \frac{5}{2}$. C. $y = -\frac{9}{4}x - \frac{5}{4}$. D. $y = -\frac{9}{4}x + \frac{5}{4}$.
- Câu 168.** Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị (C). Những điểm trên (C), tại đó tiếp tuyến có hệ số góc bằng 4 có tọa độ là
- A. $(-1; -1)$ và $(-3; 7)$. B. $(1; -1)$ và $(3; -7)$.
C. $(1; 1)$ và $(3; 7)$. D. $(-1; 1)$ và $(-3; -7)$.
- Câu 169.** Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 5x}{x - 2}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $4y + x - 1 = 0$ có phương trình là
- A. $y = 4x - 1$; $y = 4x - 9$. B. $y = 4x + 3$; $y = 4x + 5$.
C. $y = 4x + 5$; $y = 4x - 7$. D. $y = 4x + 7$; $y = 4x + 11$.
- Câu 170.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc bằng 9 có phương trình là
- A. $y = 9x + 6$; $y = 9x - 26$. B. $y = 9x - 6$; $y = 9x + 26$.
C. $y = 9x + 6$; $y = 9x + 26$. D. $y = 9x - 6$; $y = 9x - 26$.
- Câu 171.** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc bằng -5 có phương trình là
- A. $y = -5x + 2$; $y = -5x - 22$. B. $y = -5x - 2$; $y = -5x + 22$.
C. $y = -5x - 2$; $y = -5x - 22$. D. $y = -5x + 2$; $y = -5x + 22$.
- Câu 172.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ có đồ thị (C). Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại của (C) và vuông góc với tiếp tuyến của (C) tại gốc tọa độ.
- A. $y = \frac{1}{3}x + 2$. B. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$. C. Đáp án khác. D. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.



Câu 173. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất là

- A. $y = -x - 3$. B. $y = -3x - 4$. C. $y = -4x - 3$. D. $y = 3x - 3$.

Câu 174. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C). Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến tại M có hệ số góc nhỏ nhất.

- A. $M(0; 1)$. B. $M(1; -1)$. C. $M(-1; -2)$. D. $M(2; -3)$.

Câu 175. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ có đồ thị là (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng

- A. 3. B. 2. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 176. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị là (C). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. (C) cắt đường thẳng $x = -2$ tại hai điểm phân biệt.

B. (C) có tiếp tuyến song song với trục hoành.

C. (C) có tiếp tuyến song song với trục tung.

D. (C) không có tiếp tuyến nào có hệ số góc bằng -1 .

Câu 177. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ tại điểm có hoành độ bằng -1 song song với đường thẳng $d: y = 7x + 1$ khi

- A. $m = -3$. B. $m = 0$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Câu 178. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng 0 song song với đường thẳng $d: y = 3x + 1$ khi

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

Câu 179. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + \frac{1}{2}m^2x^2 + m$ tại điểm có hoành độ bằng 1 vuông góc với đường thẳng $d: x + 4y + 1 = 0$ khi

- A. $m = 1; m = 2$. B. $m = -1; m = 0$. C. $m = 1; m = 0$. D. $m = 0; m = 2$.

Câu 180. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m-2)x$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến của (C) tại điểm có hệ số góc nhỏ nhất vuông góc với đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$?

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 5$.

Câu 181. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua điểm $A(1; 2)$?

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{5}{8}$. C. $m = \frac{3}{2}$. D. $m = \frac{3}{8}$.

Câu 182. Cho hàm số $y = x^3 - 9x^2 + 17x + 3$ có đồ thị (C). Qua điểm $M(-2; 5)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến (C)?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Không có tiếp tuyến nào.

Câu 183. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ có đồ thị (C). Qua điểm $A(0; 2)$ kẻ được tất cả mấy tiếp tuyến đến (C)?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 184. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 7}{x - 1}$ có đồ thị là (C). Từ giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) có thể kẻ được mấy tiếp tuyến đến (C)?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.



VẤN ĐỀ 7: BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO

Câu 185. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 186. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^4 + \frac{\sqrt{7}}{4}x^2 - \frac{\sqrt{15}}{5}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 187. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có đồ thị (C). Đường thẳng $y = 3$ cắt (C) tại mấy điểm?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 188. Cho hàm số $y = x^3 - 4x^2 + x - 3$. Số giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $y = x - 3$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 189. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó, hoành độ trung điểm I của đoạn MN bằng

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 190. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1}$ có mấy điểm chung với trục Ox?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 191. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + 3x + 1$ và các phát biểu sau:

- + (1) Hàm số đã cho luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- + (2) Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.
- + (3) Hàm số đã cho đạt cực trị tại $x = 0$.
- + (4) Hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Các phát biểu đúng là

- A. (1) và (3). B. (1) và (2). C. (2) và (4). D. (3) và (4).

Câu 192. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có đồ thị (C) và các phát biểu sau:

- + (1) Đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi (C) có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.
- + (2) Đồ thị (C) luôn cắt trục hoành tại một điểm.
- + (3) Hàm số đã cho luôn đồng biến khi $a > 0$.
- + (4) Hàm số đã cho hoặc có hai cực trị hoặc không có cực trị.

Các phát biểu đúng là

- A. (1) và (2). B. (2) và (3). C. (3) và (4). D. (1) và (4).

Câu 193. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị (C) và các phát biểu sau:

- + (1) Đồ thị (C) nhận trục tung làm trục đối xứng.
- + (2) Đồ thị (C) luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm.
- + (3) Hàm số đã cho luôn có cực trị.
- + (4) Hàm số đã cho luôn đồng biến khi $a, b, c > 0$.

Các phát biểu đúng là

- A. (1) và (2). B. (1) và (3). C. (2) và (3). D. (1) và (4).



Câu 194. Cho hàm số $y = x^2 + 3x^3 + m + 1$. Để đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành thì m bằng

- A. 0; 1. B. -9; 3. C. 1; 4. D. -5; -1.

Câu 195. Với tất cả các giá trị nào của m thì hai đồ thị (C): $y = x^3 - x^2 + 5$ và (P): $y = 2x^2 + m$ tiếp xúc nhau?

- A. 0; 2 B. 3; 4. C. -1; -5. D. 1; 5.

Câu 196. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + m$. Để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm thì giá trị của m phải thỏa mãn

- A. $0 < m < 1$. B. $-1 < m < 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.

Câu 197. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2 + mx + m^2 - 3)$ có đồ thị (C_m) . Với tất cả các giá trị nào của m thì (C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt?

- A. $-2 < m < 2$. B. $-2 < m < -1$. C. $-1 < m < 2$. D. $-1 < m < 2$ và $m \neq 1$.

Câu 198. Đường thẳng $d: y = x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 2(m-1)x^2 + (2m-3)x + 5$ tại ba điểm phân biệt khi

- A. $m \neq 2$. B. $1 < m < 5$. C. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$. D. $\forall m \in \mathbb{R}$.

Câu 199. Đường thẳng $d: y = mx - 2m - 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 6$ tại ba điểm phân biệt khi

- A. $m > -3$. B. $m < -3$. C. $m > 3$. D. $m < 3$.

Câu 200. Đường thẳng $d: y = mx + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại ba điểm phân biệt có tung độ lớn hơn 3 khi

- A. $-\frac{9}{2} < m < -4$. B. $m > 0$. C. $-6 < m < -4$. D. $-6 < m < -\frac{9}{2}$.

Câu 201. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^3 - m^2$. Với tất cả các giá trị nào của m thì đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm phân biệt?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 0 và 2.

Câu 202. Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$. Với tất cả các giá trị nào của m thì đồ thị hàm số cắt đường thẳng $d: y = m$ tại bốn điểm phân biệt?

- A. $m > -\frac{9}{4}$. B. $m < -\frac{9}{4}$. C. $-\frac{9}{4} < m < 4$. D. $-4 < m < -\frac{9}{4}$.

Câu 203. Đồ thị hàm số $y = x^4 - (3m+4)x^2 + m^2$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt khi

- A. $-\frac{4}{5} < m \neq 0$. B. $m > 1$. C. $m < 2$. D. $m < -\frac{4}{5}$.

Câu 204. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C_m) . Với tất cả các giá trị nào của m thì đường thẳng $y = m$ cắt (C_m) tại hai điểm phân biệt?

- A. $0 < m < 1$. B. $m < 1$ và $m \neq 0$. C. $m > 1$. D. m tùy ý.

Câu 205. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - mx + 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m > 1 + \sqrt{2}$. B. $m \leq -1$. C. $m > \frac{4}{3}$. D. đáp án khác.

Câu 206. Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+m}{x-1}$ khi

- A. $m > 2$. B. $m > -2$; $m = -1$. C. $m > -2$. D. $m \geq -2$.

Câu 207. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: x + m$. Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại hai điểm phân biệt?

- A. $m < 2$. B. $m > 6$. C. $2 < m < 6$. D. $m < 2$ hoặc $m > 6$.



Câu 208. Gọi d là đường thẳng đi qua $A(-2;2)$ và có hệ số góc là m . Tìm m để d giao với đồ thị

(C): $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

- A. $m < -2$. B. $m \leq -1$. C. $m > \frac{4}{3}$. D. đáp án khác.

Câu 209. Cho hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Với tất cả các giá trị nào của m thì đường thẳng $d: y = mx+1$ cắt (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh khác của (C)?

- A. $0 < m < 1$. B. $m > 1$. C. $m < 2$. D. $-3 < m < 2$.

Câu 210. Tìm các giá trị m nguyên để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + m - 1$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

- A. $m = 2$. B. $m = 11$. C. $m = 10$. D. $m = 4$.

Câu 211. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{-2x+2}$. Tìm m để đường thẳng $y = x - m$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A đến trục hoành bằng khoảng cách từ B đến trục tung?

- A. $m = -\frac{7}{12}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 212. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = mx + 2m + 1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A, B đến trục hoành bằng nhau.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 213. Đường thẳng $d: y = mx + 4$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ tại ba điểm phân biệt A(0;4), B, C. khi đó giá trị của m là

- A. $m < 2$. B. $m > 2$. C. $m > 3$. D. một kết quả khác.

Câu 214. Đường thẳng đi qua M(0;1) cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+6}{x+4}$ tại hai điểm A và B sao cho độ dài AB là ngắn nhất. Độ dài ngắn nhất đó là

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 215. Đường thẳng $d: 2x + 2y - 1 = 0$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{m-x}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{3}{8}$ thì phải có m thỏa mãn

- A. $m = 2\sqrt{10}$. B. $m = \pm 2\sqrt{10}$. C. $m = -2\sqrt{10}$. D. $m = 3\sqrt{10}$.

Câu 216. Đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng 4. Biết hai điểm B, C có hoành độ khác 0 và điểm M(1;3), giá trị của m là

- A. $m = 2$ hoặc $m = 3$. B. $m = 3$.
C. $m = -2$ hoặc $m = -3$. D. $m = -2$ hoặc $m = 3$.

Câu 217. Đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ khi

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 3$. C. $m = \pm 2$. D. $m = \pm 4$.

Câu 218. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt, B sao cho tiếp tuyến tại A và B song song với nhau?



- A. $m=1$. B. $m=-2$. C. $m=0$. D. $m=2$.

Câu 219. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0)$ và có hệ số góc là k ($k \in \mathbb{R}$). Tìm k để đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ tại ba điểm phân biệt và hai giao điểm B, C (B, C khác A) cùng với gốc tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

- A. $k = -\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$. B. $k = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$. C. $k = \pm \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$. D. đáp án khác.

Câu 220. Đường thẳng $y = 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{mx-1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$ thì giá trị của m là

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = 3$. C. $m \neq 3$. D. $m \neq -\frac{1}{2}$.

Câu 221. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: 2x + y + 2 = 0$ cắt đồ thị (C_m) của hàm số $y = x^3 + x^2 - m^2x + m^2 - 3m$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$?

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. không tồn tại m .

Câu 222. Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có nghiệm duy nhất khi

- A. $m = 2$. B. $m = 11$. C. $m = 10$. D. $m = 4$.

Câu 223. Tìm m để phương trình $x^3 - 6x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt

- A. $0 < m < 20$. B. $-3 < m < 32$. C. $0 \leq m < 32$. D. $-4 < m \leq 0$.

Câu 224. Phương trình $x^3 - x^2 - x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;1]$ khi

- A. $-\frac{5}{27} \leq m \leq 1$. B. $-1 \leq m < \frac{5}{27}$. C. $-\frac{5}{27} < m < 1$. D. $-\frac{5}{27} < m \leq 1$.

Câu 225. Phương trình $x^4 - 2x^2 = m + 3$ có bốn nghiệm phân biệt khi

- A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -4 \end{cases}$. B. $m \in (-4; -3)$. C. $m \in (-\infty; -4)$. D. $m \in (-3; +\infty)$.

Câu 226. Phương trình $4x^2(1-x^2) = 1-k$ có bốn nghiệm phân biệt khi

- A. $0 < k < 2$. B. $k < 3$. C. $-1 < k < 1$. D. $0 < k < 1$.

Câu 227. Với giá trị nào của a thì đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + a$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

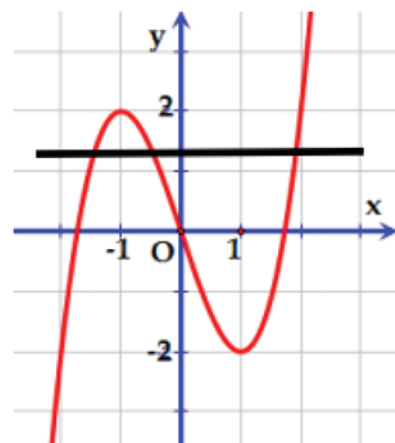
- A. $a = 1$. B. $a = 12$. C. $a = 2$. D. $a = 11$.

Câu 228. Phương trình $\left| 2x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 3x - \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{k}{2} - 1 \right|$ có bốn nghiệm phân biệt khi

- A. $k \in \left(-5; -\frac{3}{4} \right) \cup \left(\frac{19}{4}; 6 \right)$. B. $k \in \left(-2; -\frac{3}{4} \right) \cup \left(\frac{19}{4}; 6 \right)$.
C. $k \in (-3; -1) \cup (1; 2)$. D. $k \in \left(-2; -\frac{3}{4} \right) \cup \left(\frac{19}{4}; 2 \right)$.

Câu 229. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 2 + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt?

- A. $-4 < m < 0$.
B. $0 < m < 4$.
C. $m > 0$.
D. $\begin{cases} m < -4 \\ m > 0 \end{cases}$.



Câu 230. Phương trình $|x^4 - 2x^2 - 5| = 5$ có mấy nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 231. Phương trình $\frac{|x|^3}{3} - 2x^2 + 3|x| - 1 = 0$ có mấy nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 232. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 - x - m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 233. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (5-m)x^2 + (6-5m)x - 6m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số nhân.

- A. $m = 1$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 234. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: y = -\frac{1}{2}x + m$ cắt đồ thị (C): $y = \frac{x+2}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung?

- A. $m > 1$. B. $m > 2$. C. $m < 3$. D. $m < 4$.

Câu 235. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: y = mx - m - 1$ cắt đồ thị (C): $y = -x^3 + 6x + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng hệ số góc các tiếp tuyến của (C) tại A, B, C bằng -6 ?

- A. $m = -3$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 236. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C): $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác OAB vuông tại O, với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = \frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{2}{3}$.

Câu 237. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C): $y = \frac{x-1}{1-2x}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $|\overline{OA} + \overline{OB}| = AB$, với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$.

VẤN ĐỀ 8: MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN KHOẢNG CÁCH, TÌM ĐIỂM

Câu 238. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng

- A. 20. B. 4. C. $2\sqrt{5}$. D. 2.

Câu 239. Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến trục hoành

- A. M(2;1); M(4;3). B. M(0;-1); M(4;3).
C. M(0;-1); M(3;2). D. M(2;1); M(3;2).

Câu 240. Có tất cả bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C): $y = \frac{x+2}{x-3}$ sao cho khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang bằng 5 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 241. Cho hàm số $y = \frac{2x+7}{x+2}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm trên (C) có tọa độ là số nguyên?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 242. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm trên (C) có tọa độ là số nguyên?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 243. Có bao nhiêu cặp điểm thuộc đồ thị (C): $y = x^3 + 3x^2 - 2$ đối xứng với nhau qua điểm $I(2; 18)$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 244. Tọa độ các điểm cố định của họ đồ thị (C): $y = x^4 + mx^2 - m - 1$ là

- A. $(-1; 0); (1; 0)$. B. $(1; 0); (0; 1)$. C. $(-2; 1); (-2; 3)$. D. $(2; 1); (0; 1)$.

Câu 245. Số điểm cố định thuộc đồ thị (C): $y = x^3 + mx^2 - m - 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 246. Số điểm cố định thuộc đồ thị (C): $y = \frac{(m-1)x + m + 2}{x + m + 2}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 247. Gọi M là điểm thuộc đồ thị (C): $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1$ và d là tổng khoảng cách từ điểm M đến hai trục tọa độ. Giá trị nhỏ nhất của d là

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 248. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị (C): $y = \frac{x+2}{x+1}$ và d là khoảng cách từ I đến một tiếp tuyến của đồ thị (C). Giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là

- A. $3\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 249. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Gọi M là một điểm thuộc đồ thị (C) và d là tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của đồ thị (C). Giá trị nhỏ nhất mà d có thể đạt được là

- A. 7. B. 10. C. 6. D. 5.

Câu 250. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi M là một điểm thuộc đồ thị (C) và d là khoảng cách từ M đến giao điểm I của hai tiệm cận của đồ thị (C). Giá trị nhỏ nhất mà d là

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

VẤN ĐỀ 9: TÂM ĐỐI XỨNG – TRỤC ĐỐI XỨNG

Câu 251. Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+5}{x-2}$ nhận giao điểm của 2 đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị (C) là

- A. $I(-5; 0)$. B. $I(0; -5)$. C. $I(1; 2)$. D. $I(2; 1)$.

Câu 252. Đồ thị hàm số: $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng có tọa độ là

- A. $I(2; 1)$. B. $I(1; 2)$. C. $I(1; -2)$. D. $I(2; -1)$.

Câu 253. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - x + 5$ có tọa độ tâm đối xứng là

- A. $(-1; 8)$. B. $(1; 8)$. C. $(-1; -4)$. D. $(1; 4)$.

Câu 254. Đồ thị $(C_m): y = -x^3 + 3mx^2 - 2$ nhận điểm $I(1; 0)$ làm tâm đối xứng khi

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. D. đáp án khác.

Câu 255. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x - 1}$ có tâm đối xứng là $I(1; 2)$ thì m bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. với mọi m .

Câu 256. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 2mx + 3m - 1$ đi qua tâm đối xứng của đồ thị (C)

của hàm số $y = \frac{4x + 3}{x - 1}$?

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

VẤN ĐỀ 10: TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP

Câu 257. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có đồ thị (C) và các phát biểu sau:

- + (1) Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.
- + (2) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $d: y = 4$ tại duy nhất một điểm.
- + (3) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
- + (4) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $d: y = -2$ tại duy nhất một điểm vì hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Các phát biểu đúng là

- A. (1) và (2). B. (2) và (3). C. (3) và (4). D. (1) và (4).

Câu 258. Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ có đồ thị (C) và các phát biểu sau:

- + (1) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
- + (2) Đồ thị (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.
- + (3) Hàm số có ba cực trị.
- + (4) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $d: y = 2$ tại ít nhất một điểm.

Các phát biểu đúng là

- A. (1) và (2). B. (1) và (3). C. (2) và (3). D. (3) và (4).

Câu 259. Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (H) và các phát biểu sau:

- + (1) Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- + (2) Hàm số chỉ có đúng một cực trị.
- + (3) Đồ thị (H) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.
- + (4) Trên đồ thị (H) có 6 điểm có tọa độ nguyên.

Các phát biểu đúng là

- A. (1) và (2). B. (1) và (3). C. (2) và (3). D. (3) và (4).

Câu 260. Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 4$ có đồ thị (C) và các phát biểu sau:

- + (1) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 0.
- + (2) Đồ thị (C) nhận trục tung làm trục đối xứng.
- + (3) Đồ thị (C) có ba tiếp tuyến song song với trục hoành.
- + (4) Hàm số có hai cực tiểu và một cực đại.

Các phát biểu đúng là

- A. (1) và (2). B. (1) và (3). C. (2) và (4). D. (1) và (4).



Câu 261. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và các phát biểu sau:

- + (1) Đồ thị (C) nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.
- + (2) Tiếp tuyến với đồ thị (C) có hệ số góc nhỏ nhất tại điểm có hoành độ bằng 2.
- + (3) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
- + (4) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 1.

Số phát biểu đúng là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 262. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x-2}$ có đồ thị (C) và các phát biểu sau:

- + (1) Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- + (2) Đồ thị (C) nhận giao điểm của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.
- + (3) Đồ thị (C) có đúng hai tiệm cận.
- + (4) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.
- + (5) Trên đồ thị (C) có 8 điểm có tọa độ nguyên.

Số phát biểu đúng là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 263. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$ có điểm cực đại là

- A. (1;10). B. (-1;0). C. (10;1). D. (-1;10).

Câu 264. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 4$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-1;3)$. B. $(-3;1)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 265. Hàm số nào sau đây có cực trị?

- A. $y = \frac{x-2}{x+2}$. B. $y = \frac{-x+2}{x+2}$. C. $y = \frac{x-2}{-x+2}$. D. $y = \frac{x-2}{-x^2-2}$.

Câu 266. Đặc điểm của đồ thị hàm bậc ba là

- A. Luôn có trục đối xứng.
- B. Đường thẳng nối hai điểm cực trị là trục đối xứng.
- C. Luôn có tâm đối xứng.
- D. Luôn nhận điểm cực trị làm tâm đối xứng.

Câu 267. Cho hàm số $y = \frac{x^2-3x}{x-1}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm trên đồ thị (C) có tọa độ nguyên?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 268. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực trị tại $x = 1$?

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. Không có m .

Câu 269. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 270. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x + 7$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $m > 1$. B. $m = 2$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 2$.

Câu 271. Hàm số $y = x^3 - 3mx + 5$ nghịch biến trong khoảng $(-1;1)$ thì m bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. -1.

Câu 272. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + 3x - 1$ có cực đại, cực tiểu?

- A. $0 < m < \frac{9}{4}$. B. $m < 0$ hoặc $m > \frac{9}{4}$.
C. $m > 2$. D. Với $\forall m \in \mathbb{R}$.



Câu 273. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là

- A. 40; -41. B. 40; 31. C. 10; -11. D. 20; -2.

Câu 274. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{5x+3}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = \frac{2}{5}$. B. $x = -\frac{3}{5}$. C. $y = -\frac{3}{5}$. D. $x = \frac{2}{5}$.

Câu 275. Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đạo hàm $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0$. Có hai học sinh phát biểu như sau:

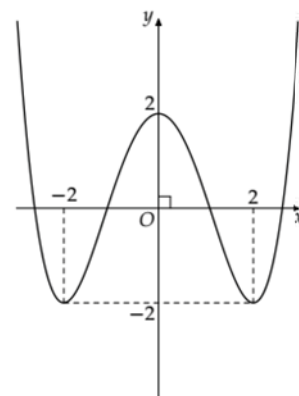
- + Học sinh X: “Hàm số luôn nghịch biến trên tập xác định”.
- + Học sinh Y: “Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định”.

Chọn đáp án **đúng**.

- A. X đúng và Y sai. B. X sai và Y đúng. C. X và Y đều đúng. D. X và Y đều sai.

Câu 276. Cho đồ thị như hình vẽ bên. Đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$.
B. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$.
C. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 2$.
D. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 1$.



Câu 277. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d: y = -3x + 2017$.

- A. $y = -3x + 11$; $y = -3x - 1$. B. $y = -3x + 11$.
C. $y = -3x - 1$. D. $y = -3x + 11$.

Câu 278. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên $(1; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 279. Khi tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$, một học sinh làm như sau:

- + **Bước 1:** Tập xác định: $D = [-1; 4]$ và $y' = \frac{2x+3}{\sqrt{-x^2 + 3x + 4}}$.
- + **Bước 2:** Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$; $x = 4$ và với $\forall x \in (-1; 4)$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.
- + **Bước 3:** Kết luận: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{5}{2}$ khi $x = \frac{3}{2}$ và giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x = -1$; $x = 4$.

Cách giải trên:

- A. Sai từ bước 1. B. Sai từ bước 3. C. Sai từ bước 2. D. Cả 3 bước đều đúng.



Câu 280. Tập giá trị T của hàm số $y = \sqrt{4+x^2}$ là

- A. $T = [2; +\infty)$. B. $T = [0; +\infty)$. C. $T = [0; 2]$. D. Không có tập giá trị.

Câu 281. Xác định m để phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất

- A. $m > 1$. B. $m < 2$. C. $m < 1$. D. $m < -2$.

Câu 282. Từ đồ thị (C): $y = x^3 - 3x + 2$, hãy xác định m để phương trình $x^3 - 3x + 1 = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt

- A. $0 < m < 4$. B. $1 < m < 2$. C. $-1 < m < 7$. D. $-1 < m < 3$.

Câu 283. Cho hàm số $y = (x^2 - 4)\sqrt[3]{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. B. y' không xác định tại $x = 0$.
C. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. D. Cả ba đáp án A, B, C đều đúng

Câu 284. Hàm số $y = \sqrt{4-3x}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 1]$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Giá trị nhỏ nhất bằng 1, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$.
B. $y' < 0, \forall x \in [-1; 1]$ và hàm số không có đạo hàm tại $x = \frac{4}{3}$.
C. Hàm số không có đạo hàm tại $x = \frac{4}{3}$ và giá trị nhỏ nhất bằng 1, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$.
D. Hàm số không có đạo hàm tại $x = \frac{4}{3}$ và giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $x = 1$, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$ khi $x = -1$.

Câu 285. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - ax + b}{x - 1}$. Đặt $M = a - b$, $N = a + 2b$. Để đồ thị hàm số có điểm cực đại

$A(0; -1)$ thì $M + 2N$ là

- A. 0. B. 1. C. 6. D. 3.

Câu 286. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx+3}{3x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $-3 < m < 0$. B. $m \neq \pm 3$. C. $m < -3$. D. $-3 < m < 3$.

Câu 287. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ giao với trục tung tại điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là

- A. $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. B. $M(0; -3)$. C. $M(0; 3)$. D. $M\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$.

Câu 288. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-1)x+1}{x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. không tồn tại.

Câu 289. Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+5}{x-2}$ nhận giao điểm của 2 đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị (C) là

- A. $I(-5; 0)$. B. $I(0; -5)$. C. $I(1; 2)$. D. $I(2; 1)$.

Câu 290. Cho hàm số $y = -x^4 - x^2 + 6$ có đồ thị (C). Đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ là tiếp tuyến của (C), biết Δ vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{6}x - 1$. Tích ab có giá trị là

- A. -60. B. 60. C. -24. D. 24.

Câu 291. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều. Khi đó, số giá trị của tham số m nhận được là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.



Câu 292. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = x_0$ khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$.
 B. Đồ thị của một hàm đa thức luôn cắt trục tung.
 C. Đồ thị hàm số bậc ba luôn cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm.
 D. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ đi qua điểm $M\left(2; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 293. Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị cắt trục tung tại $A(0;1)$, tiếp tuyến tại A có hệ số góc bằng -3 thì

- A. $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a=4 \\ b=-1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$.

Câu 294. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C). Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ được suy ra từ (C) bằng cách nào dưới đây?

- A. Xóa bỏ phần đồ thị (C) phía dưới trục Ox, phần còn lại vẽ đối xứng qua trục Oy.
 B. Xóa bỏ phần đồ thị (C) phía dưới trục Ox và vẽ thêm phần đối xứng với phần còn lại của (C) qua Ox.
 C. Giữ nguyên phần đồ thị (C) ở phía trên trục Ox, phần đồ thị dưới trục Ox thay bằng phần đối xứng với nó qua trục Ox.
 D. Xóa bỏ đồ thị (C) ở phía dưới trục Ox và giữ nguyên phần còn lại.

Câu 295. Đường thẳng d qua gốc tọa độ O cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x-4}{x+1}$ tại hai điểm A, B đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O có phương trình là

- A. $y = -2x$. B. $y = 2x$. C. $y = -x$. D. đáp án khác.

Câu 296. Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2$ là

- A. $y = x$. B. $y = x+1$. C. $y = x-1$. D. $y = -x$.

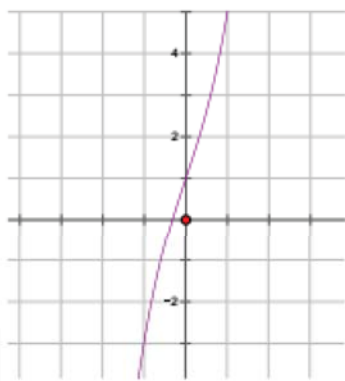
Câu 297. Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ có đồ thị (C). Số tiếp tuyến với đồ thị song song với đường thẳng $y = x + 1$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

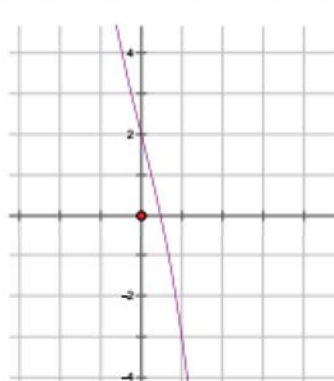
Câu 298. Các tiếp tuyến của đường cong (C): $y = \frac{x-2}{x+1}$ vuông góc với đường thẳng $d: y = -3x + 2$ có phương trình là

- A. $y = x - 2$; $y = x + 10$. B. $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$; $y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$.
 C. $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$; $y = \frac{1}{3}x + 6$. D. $y = \frac{1}{3}x - 2$; $y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$.

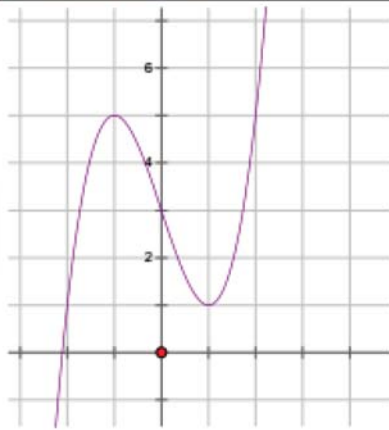
Câu 299. Cho các dạng đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như sau:



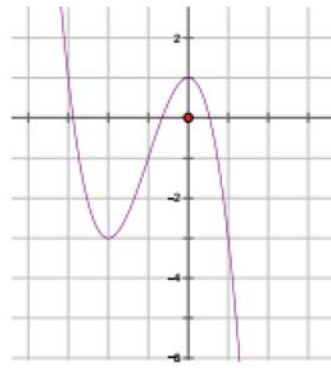
A



B



C



D

Và các điều kiện:

1. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

Hãy chọn sự tương ứng đúng giữa các dạng đồ thị và điều kiện.

- A. $\begin{cases} A \rightarrow 2 \\ B \rightarrow 4 \\ C \rightarrow 1 \\ D \rightarrow 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} A \rightarrow 1 \\ B \rightarrow 3 \\ C \rightarrow 2 \\ D \rightarrow 4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} A \rightarrow 1 \\ B \rightarrow 2 \\ C \rightarrow 3 \\ D \rightarrow 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} A \rightarrow 3 \\ B \rightarrow 4 \\ C \rightarrow 2 \\ D \rightarrow 1 \end{cases}$

Câu 300. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$?

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ B. $m < -1$. C. $m > 1$. D. $m > 0$.

Chú ý: Bản này không phải trình bày tự luận nên có rất nhiều lỗi về nội dung Toán học.

Trong một số chuyên đề ngoài kiến thức của bản thân còn tham khảo nhiều tài liệu khác của các thầy cô:

- + Lê Mạnh Cường – Biên Hòa, Đồng Nai.
- + Hoàng Trọng Tấn – Tp. HCM.
- + Đào Trọng Anh – Hà Nội.
- + Lê Bá Bảo – Huế
- + Hứa Lâm Phong – Tp.HCM.
- + Nguyễn Phú Khánh – Đà Lạt.
- + Trần Duy Thúc – Tp.HCM.

Xin cảm ơn các thầy cô đã chia sẻ tài liệu!

Chúc các em ôn tập và rèn luyện tốt để hướng tới kì thi THPT Quốc Gia 2017 thành công!

