



CUNG THẾ ANH (CHỦ BIÊN) – NGUYỄN THỊ HƯỜNG
BÙI KIM MY – NGUYỄN THỊ NGÂN – NGUYỄN VĂN THÀNH
NGUYỄN XUÂN TÚ – TRẦN QUỐC TUẤN

KẾ HOẠCH BÀI DẠY

môn **Toán 12,**
tập hai

(HỖ TRỢ GIÁO VIÊN THIẾT KẾ KẾ HOẠCH BÀI DẠY
THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 12
BỘ SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

CUNG THỂ ANH (Chủ biên)
NGUYỄN THỊ HƯỜNG – BÙI KIM MY – NGUYỄN THỊ NGÂN
NGUYỄN VĂN THÀNH – NGUYỄN XUÂN TÚ – TRẦN QUỐC TUẤN

KẾ HOẠCH BÀI DẠY

môn TOÁN 12

Tập hai

(HỖ TRỢ GIÁO VIÊN THIẾT KẾ KẾ HOẠCH BÀI DẠY
THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 12
BỘ SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

QUY ƯỚC CÁC TỪ VIẾT TẮT DÙNG TRONG SÁCH

GV	Giáo viên
HD	Hướng dẫn
HĐ	Hoạt động
HS	Học sinh
SBT	Sách bài tập Toán 12 tập hai
SGK	Sách giáo khoa Toán 12 tập hai

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
Chương IV. NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN	4
Bài 11. NGUYÊN HÀM	4
Bài 12. TÍCH PHÂN	24
Bài 13. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN	41
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV	53
Chương V. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	62
Bài 14. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	62
Bài 15. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN	88
Bài 16. CÔNG THỨC TÍNH GÓC TRONG KHÔNG GIAN	111
Bài 17. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU	120
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V	132
Chương VI. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN	141
Bài 18. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN.....	141
BÀI 19. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES ...	158
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI	173
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM	179
TÍNH NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA. TÍNH GẦN ĐÚNG TÍCH PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÌNH THANG	179
VẼ ĐỒ HỌA 3D VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA.....	185
BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM	189
MA TRẬN KIẾN THỨC - KĨ NĂNG – NĂNG LỰC TOÁN 12 - HỌC KÌ II.....	201

Chương IV. NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

Bài 11. NGUYÊN HÀM

Thời gian thực hiện: 5 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết khái niệm nguyên hàm của một hàm số, giải thích một số tính chất của nguyên hàm.
- Tìm nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp thường gặp.
- Vận dụng khái niệm nguyên hàm vào giải quyết một số bài toán từ thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, đặc biệt là năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến khái niệm nguyên hàm.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến ứng dụng của nguyên hàm (liên hệ đến khái niệm và phép toán về đạo hàm).

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.
- + Ôn lại kiến thức và kỹ năng tính đạo hàm của hàm số. Xem lại các khái niệm vận tốc, điện lượng, phương trình chuyển động của vật rơi tự do đã được học trong Vật lí.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1: Định nghĩa nguyên hàm.
- + Tiết 2: Mục 2: Tính chất cơ bản của nguyên hàm.

- + Tiết 3: Mục 3a: Nguyên hàm của hàm số lũy thừa
- + Tiết 4: Mục 3b, c: Nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số mũ.
- + Tiết 5: Luyện tập.

Tiết 1. ĐỊNH NGHĨA NGUYÊN HÀM

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS tiếp cận với khái niệm nguyên hàm. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về nguyên hàm. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (3 phút) - GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. - <i>Đặt vấn đề:</i> Ta cần tìm $S(t)$ mà máy bay di chuyển được sau t giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà. Từ ý nghĩa cơ học của đạo hàm, ta biết rằng $S'(t) = v(t)$. Như vậy, ta cần tìm một hàm số có đạo hàm bằng hàm số $v(t)$ đã cho. Bài toán này dẫn đến một khái niệm qua trọng trong Toán học, đó là khái niệm nguyên hàm.	HS đọc tình huống mở đầu và suy nghĩ về tình huống đó.	Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần sử dụng nguyên hàm để tính toán.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS hình thành khái niệm nguyên hàm. Nội dung: HS thực hiện HĐ1, Ví dụ 1, từ đó hình thành khái niệm nguyên hàm. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Nguyên hàm của một hàm số HĐ1 (6 phút)	HĐ1. a) Ta có $F'(x) = x^2 + 1$.	- Thông qua HĐ1, HS sẽ hình thành được

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Sau khi HS thực hiện xong HĐ1, GV sẽ giới thiệu cho HS khái niệm nguyên hàm của hàm số. Cần lưu ý cho HS nhận biết đẳng thức $F'(x) = f(x)$ trong định nghĩa nguyên hàm. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. GV lưu ý HS nội dung trong mục Chú ý.	b) Ta có $F'(x) = f(x)$. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	khái niệm nguyên hàm của một hàm số. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 1 (5 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. - HS thực hiện lần lượt tính đạo hàm của các hàm số đã cho, sau đó đối chiếu với định nghĩa nguyên hàm để kết luận và giải thích được kết luận đưa ra. - GV nhận xét và chốt kiến thức.	HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài vào vở.	- VD1 nhằm rèn cho HS kĩ năng vận dụng định nghĩa nguyên hàm để tìm nguyên hàm của hàm số. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 1 (5 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. - GV nhận xét và chốt kiến thức.	Ta có: $F'(x) = x + \frac{1}{x} = f(x)$, $G'(x) = x - \frac{1}{x} \neq f(x)$ nên $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.	- Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố cho HS kĩ năng vận dụng định nghĩa nguyên hàm để tìm nguyên hàm của hàm số.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HĐ2 (10 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ2 trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Sau HĐ2, GV cho HS thấy tập hợp các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ đã cho có dạng $F(x)+C$, với C là hằng số và $F(x)$ là một nguyên hàm nào đó của $f(x)$. - GV giới thiệu cho HS khái niệm họ nguyên hàm của một hàm số: Định nghĩa và kí hiệu. - GV làm rõ kí hiệu nguyên hàm $\int f(x)dx$ và tập hợp $F(x)+C$, với C là hằng số và $F(x)$ là một nguyên hàm nào đó của $f(x)$.	HĐ2. a) Ta có $F'(x) = x^3 = f(x)$. Vậy $F'(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. b) Ta có $G'(x) = x^3 = f(x)$. Vậy $G'(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HĐ2, HS nhận biết được tập hợp các nguyên hàm của một hàm số. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Chú ý (3 phút) GV lưu ý cho HS sự tồn tại của nguyên hàm trên một khoảng và cách tìm họ nguyên hàm $\int f(x)dx$.	HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	Thông qua phần Chú ý, giới thiệu cho HS sự tồn tại của nguyên hàm và quy tắc thực hành tìm họ nguyên hàm của một hàm số.
Ví dụ 2 (5 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	- Thông qua Ví dụ 2, HS thực hành tìm họ nguyên hàm của một hàm số đơn giản. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố kỹ năng tìm họ nguyên hàm của hàm số. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 2. Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (5 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	<i>HD.</i> Ta có $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$. - HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài.	- Thông qua Luyện tập 2, HS củng cố kỹ năng tìm họ nguyên hàm của hàm số. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm nguyên hàm của một hàm số và cách tìm họ nguyên hàm bằng khái niệm. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Sử dụng định nghĩa nguyên hàm của hàm số: Bài 4.1. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

TIẾT 2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA NGUYÊN HÀM

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS khám phá được các tính chất cơ bản của nguyên hàm. Nội dung: HS thực hiện HĐ3, HĐ4 và các ví dụ. Sản phẩm: Kiến thức về các tính chất cơ bản của nguyên hàm. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
2. Tính chất cơ bản của nguyên hàm HD3 (5 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HD3, GV giới thiệu cho HS tính chất của nguyên hàm. - GV có thể yêu cầu HS giải thích vì trường hợp $k=0$ thì tính chất không còn đúng.	HD. a) Ta có $kf'(x)$ $(kF(x))' = k(F(x))' = kf'(x)$ nên $kF(x)$ là một nguyên hàm của . b) Ta có $\int kf'(x)dx = kF(x) + C$ $= k \int f'(x)dx$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. - Với $k=0$ thì $\int kf'(x)dx = \int 0dx = C \quad (C'=0)$ với C là hằng số, $k \int f'(x)dx = 0$. Do đó tính chất không đúng với $k=0$.	- Thông qua HD3, HS khám phá được tính chất cơ bản của nguyên hàm. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 3 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	- Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 3 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài. a) Ta có $F'(x) = x^n = f(x)$ nên $\int x^n dx = F(x).$	- Mục đích của Ví dụ này là cung cấp cho HS công thức để tính nguyên hàm của hàm lũy thừa.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	b) $\int kx^n dx = k \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ (k \neq 0).$	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HD4 (6 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HD4, GV giới thiệu cho HS tính chất của nguyên hàm.	a) $(F(x) + G(x))' = f(x) + g(x)$ nên $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$. b) Ta có $\int (f(x) + g(x)) dx = F(x) + G(x)$ $= \int f(x) dx + \int g(x) dx.$	- Thông qua HD4, HS khám phá được tính chất cơ bản của nguyên hàm. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 4 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 3 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	- Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố kỹ năng tìm nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 4. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 4 (5 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày,	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 4. <i>HD.</i>	- Luyện tập 4 là hoạt động rèn luyện kỹ năng tính nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	a) $\int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C.$ b) $\int (2x - 1)^2 x = \frac{4}{3} x^3 - 2x^2 + x + C.$	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: Giúp HS vận dụng được kiến thức về nguyên hàm để giải quyết một số tình huống thực tế.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Ví dụ 5 (6 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút, sau đó gọi đại diện 1 cặp trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	HS đọc nội dung và thực hiện Ví dụ 5.	- Ví dụ 5 là hoạt động vận dụng nguyên hàm để giải quyết các bài toán thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Vận dụng (6 phút) GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, cho HS thực hiện nhóm rồi trình bày kết quả ra bảng phụ rồi dán lên bảng, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án.	- HS hoạt động nhóm thực hiện Vận dụng. - Từ định nghĩa đạo hàm có $R'(x) = M_R(x).$ Cho trước hàm tốc độ biến động của doanh thu $M_R(x)$ khi x đơn vị sản phẩm được bán ra thì $R(x)$ là một nguyên hàm của $M_R(x)$. Do đó	- Mục đích phần này là rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài học để giải quyết. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$R(x) = \int M_R(x) dx$ $= \int (300 - 0,1x) dx$ $= 300x - \frac{0,1x^2}{2} + C.$ Từ ý nghĩa thực tiễn, $R(0) = 0$ nên $C = 0$. Từ đó tìm được $R(1000) = 200000$ (triệu đồng)	

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính chất cơ bản của nguyên hàm.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài 4.2. Tìm nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.

Tiết 3. NGUYÊN HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS khám phá được các công thức tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa. Nội dung: HS thực hiện HĐ3, HĐ4 và các ví dụ. Sản phẩm: Kiến thức về các tính chất cơ bản của nguyên hàm. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
3. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp a) Nguyên hàm của hàm số lũy thừa (14 phút) - GV giới thiệu cho HS hàm số lũy thừa và tập xác định của nó trong từng trường hợp.	- HS nhắc lại công thức tính đạo hàm đã học ở lớp 11.	- Mục đích của phần này là để HS nhận biết hàm số lũy thừa, công thức tính đạo hàm của hàm số lũy thừa.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- HS nhắc lại công thức tính đạo hàm của $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), $y = \sqrt{x}$. - Từ công thức đạo hàm của hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), $y = \sqrt{x}$, GV giới thiệu cho HS công thức đạo hàm của hàm lũy thừa. - GV tổng kết và trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. - GV giao nhiệm vụ cho HS thực hiện câu hỏi trong SGK.	- HS ghi nội dung cần ghi nhớ. - Ta có $y' = \left(\frac{1}{x^4}\right)' = (x^{-4})' = -4x^{-5} = \frac{-4}{x^5},$ $y' = (x^{\sqrt{2}})' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1},$ $y' = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)' = \left(x^{\frac{-1}{3}}\right)' = -\frac{1}{3}x^{\frac{-4}{3}}.$	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HD5 (6 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp HD5 trong 3 phút, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. - Từ kết quả của HD5, HS rút ra công thức tính nguyên hàm của hàm số $y = x^\alpha$, $y = \frac{1}{x}$. - GV tổng kết và trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.	a) $\left(\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}\right)' = x^\alpha$; b) Với $x > 0$, ta có $(\ln x)' = (\ln x)' = \frac{1}{x}.$ Với $x < 0$, ta có $(\ln x)' = (\ln(-x))' = \frac{1}{x}.$	- Mục đích của HD5 là giúp HS nhận biết công thức tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 6 (10 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài.	- Mục đích của Ví dụ này là để HS rèn luyện kĩ năng tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: củng cố kỹ năng tìm nguyên hàm của hàm số lũy thừa.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 5.

Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 5 (10 phút)

GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.

- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 5.

$$a) \int \frac{1}{x^4} dx = \frac{1}{-3x^3} + C.$$

$$b) \int x\sqrt{x} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} \sqrt{x} + C.$$

$$c) \int \left(\frac{3}{x} - 5\sqrt[3]{x} \right) dx \\ = 3 \ln|x| - \frac{15}{4} x^{\frac{4}{3}} \sqrt{x} + C.$$

- Luyện tập 4 là hoạt động rèn luyện kỹ năng tính nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.

- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Nguyên hàm của hàm số lũy thừa.

- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK:

+ Bài 4.3 ý a, b, c, bài 4.5: Tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa.

Tiết 4. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ HÀM SỐ MŨ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Mục tiêu: HS khám phá được công thức tính nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số mũ.

Nội dung: HS thực hiện HĐ6, HĐ7 và các ví dụ.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt																				
Sản phẩm: Công thức tính nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số mũ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.																						
3. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp b) Nguyên hàm của hàm số lượng giác HD6 (10 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HD6, HS rút ra công thức tính nguyên hàm của các hàm số lượng giác - GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.	HD. a) <table border="1"><tr><td>$F(x)$</td><td>$\sin x$</td><td>$\cos x$</td><td>$\tan x$</td><td>$\cot x$</td></tr><tr><td>$F'(x)$</td><td>$\cos x$</td><td>$-\sin x$</td><td>$\frac{1}{\cos^2 x}$</td><td>$\frac{-1}{\sin^2 x}$</td></tr></table> b) <table border="1"><tr><td>$f(x)$</td><td>$\cos x$</td><td>$\sin x$</td><td>$\frac{1}{\cos^2 x}$</td><td>$\frac{1}{\sin^2 x}$</td></tr><tr><td>$\int f(x)dx$</td><td>$\sin x$</td><td>$-\cos x$</td><td>$\tan x$</td><td>$-\cot x$</td></tr></table> - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	$F(x)$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\cot x$	$F'(x)$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$	$f(x)$	$\cos x$	$\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\int f(x)dx$	$\sin x$	$-\cos x$	$\tan x$	$-\cot x$	- Thông qua HD3, HS khám phá được các công thức tính nguyên hàm của hàm số lượng giác. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
$F(x)$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\cot x$																		
$F'(x)$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$																		
$f(x)$	$\cos x$	$\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$																		
$\int f(x)dx$	$\sin x$	$-\cos x$	$\tan x$	$-\cot x$																		
Ví dụ 7 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 4 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài.	- Mục đích của Ví dụ này là hình thành cách tính nguyên hàm của hàm số lượng giác. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.																				
Luyện tập 6 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS thực hiện Luyện tập 6 và ghi bài. a) $\int (3 \cos x - 4 \sin x) dx$ $= 3 \sin x + 4 \cos x + C;$	- Mục đích của Luyện tập 6 là rèn luyện kĩ năng tính nguyên hàm của hàm số lượng giác.																				

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt												
	b) $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$ $= \tan x + \cot x + C.$	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.												
c) Nguyên hàm của hàm số mũ HĐ7 (10 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HĐ7, HS rút ra công thức tính nguyên hàm của các hàm số lượng giác. - GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.	a) <table border="1" style="margin-top: 10px;"> <tr> <td>$F(x)$</td><td>e^x</td><td>$\frac{a^x}{\ln a} (0 < a \neq 1)$</td></tr> <tr> <td>$F'(x)$</td><td>$e^x$</td><td>$a^x$</td></tr> </table> b) <table border="1" style="margin-top: 10px;"> <tr> <td>$f(x)$</td><td>e^x</td><td>$a^x (0 < a \neq 1)$</td></tr> <tr> <td>$\int f(x) dx$</td><td>e^x</td><td>$\frac{a^x}{\ln a}$</td></tr> </table> - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	$F(x)$	e^x	$\frac{a^x}{\ln a} (0 < a \neq 1)$	$F'(x)$	e^x	a^x	$f(x)$	e^x	$a^x (0 < a \neq 1)$	$\int f(x) dx$	e^x	$\frac{a^x}{\ln a}$	- Thông qua HĐ7, HS nhận biết được các công thức tính nguyên hàm của hàm số mũ. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
$F(x)$	e^x	$\frac{a^x}{\ln a} (0 < a \neq 1)$												
$F'(x)$	e^x	a^x												
$f(x)$	e^x	$a^x (0 < a \neq 1)$												
$\int f(x) dx$	e^x	$\frac{a^x}{\ln a}$												
Ví dụ 8 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 8 trong 4 phút, sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 8 và ghi bài.	- Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện kỹ năng tính nguyên hàm của hàm số mũ. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.												
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tìm nguyên hàm của hàm số mũ. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 7. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.														
Luyện tập 7 (5 phút)		- Mục đích của Luyện tập 7 là củng cố kỹ năng tính												

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 7. HD. a) $\int 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C.$ b) $\int \frac{1}{e^x} dx = -\frac{1}{e^x} + C.$ c) $\int \left(2 \cdot 3^x - \frac{1}{3} \cdot 7^x \right) dx$ $= \frac{2 \cdot 3^x}{\ln 3} - \frac{7^x}{3 \ln 7} + C.$	- nguyên hàm của hàm số mũ. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bảng nguyên hàm (3 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp, tổng kết thành bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp.	HS tổng kết lại thành bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp.	- HS tổng kết lại được bảng công thức nguyên hàm của các hàm số thường gặp. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số mũ.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK:
 - + Bài 4.3, 4.4: Tính nguyên hàm của các hàm số thường gặp.
 - + Bài 4.7: Ứng dụng thực tế của nguyên hàm.

Tiết 5: LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhớ lại khái niệm nguyên hàm, tính chất của nguyên hàm và các công thức tính nguyên hàm của một số hàm số thường gặp. Nội dung: HS ôn tập lại các công thức thông qua phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (6 phút) - GV phát phiếu học tập số 1 cho HS hoàn thiện theo nhóm. Sau đó gọi đại diện HS trả lời, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - GV có thể tổ chức cho HS hoàn thiện phiếu học tập số 1 thông qua trò chơi trình chiếu trên máy chiếu.	HS thực hiện phiếu học tập số 1. <i>HD.</i> 1. C 2. C 3. D 4. A 5. C.	- Mục đích của hoạt động này là để HS nhớ lại các công thức nguyên hàm của các hàm số. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố cho HS cách tìm nguyên hàm của các hàm số. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 4.2 ý b và d (8 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 4.2 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tìm nguyên hàm lũy thừa. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		quyết vấn đề toán học.
Bài tập 4.3 ý c, d (9 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 4.3 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tìm nguyên hàm của hàm số lũy thừa và hàm số mũ. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 4.4 ý a, b (8 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 4.4 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tìm nguyên hàm của hàm số lượng giác. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS thấy được ý nghĩa của nguyên hàm trong thực tế. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 4.7 (10 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi HS lên	HS làm Bài tập 4.7 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là để HS ứng dụng nguyên

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. + Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).		hàm để giải quyết tình huống thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (4 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Các công thức tính nguyên hàm của các hàm số thường gặp.
- Giao cho HS làm bài tập trong SBT.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

- Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu
 - $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$
 - $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$
 - $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$
 - $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$
- Mệnh đề nào dưới đây sai?
 - $\int f'(x) dx = f(x) + C$ với mọi hàm $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
 - $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ với mọi hàm $f(x), g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
 - $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
 - $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ với mọi hàm $f(x), g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
- Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục, có $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

- (i) $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.
(ii) $k \cdot F(x)$ là một nguyên hàm của $k \cdot f(x)$ với $k \in \mathbb{R}$.
(iii) $F(x) \cdot G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot g(x)$.

Các mệnh đề đúng là

- A. (ii) và (iii). B. Cả 3 mệnh đề. C. (i) và (iii). D. (i) và (ii).

4. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\int kf(x)dx = \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R}$.
B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ với $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1}$ với $\alpha \neq -1$.
D. $\left(\int f(x)dx \right)' = f(x)$.

5. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Chọn mệnh đề **sai**.

- A. $\int f(x)dx = F(x) + C$. B. $\left(\int f(x)dx \right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x)dx \right)' = f'(x)$. D. $\left(\int f(x)dx \right)' = F'(x)$.

6. Hoàn thành bảng các công thức tính nguyên hàm sau:

$\int 0dx = \dots$	$\int 1dx = \dots$
$\int x^n dx = \dots$	$\int \frac{1}{x} dx = \dots$
$\int e^x dx = \dots$	$\int a^x dx = \dots$
$\int \cos x dx = \dots$	$\int \sin x dx = \dots$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \dots$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \dots$

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

4.1. a) $F'(x) = \ln x + x(\ln x)' = \ln x + 1 = f(x)$ với mọi $x \in (0; +\infty)$ nên hàm số $F(x) = x \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \ln x$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) $F(x) = e^{\sin x}$ không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\cos x}$ trên $\mathbb{R}$.

4.2. a) Dùng định nghĩa hoặc tính chất nguyên hàm của một tổng, hiệu.

Đáp số. $\int (3x^2 + 2x - 1) dx = x^3 + x^2 - x + C.$

b) Đáp số. $\int (x^3 - x) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + C.$

c) Ta có $\left((2x+1)^3\right)' = 3(2x+1)^2(2x+1)' = 6(2x+1)^2$. Do đó $\frac{(2x+1)^3}{6}$ là một nguyên hàm

của hàm số $(2x+1)^2$ trên $\mathbb{R}$. Vậy $\int (2x+1)^2 dx = \frac{(2x+1)^3}{6} + C.$

GV có thể hướng dẫn HS khai triển hằng đẳng thức và dùng tính chất của nguyên hàm kết hợp với bảng nguyên hàm.

d) Ta có $f(x) = \left(2x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4x^2 - 4 + \frac{1}{x^2}$ nên

$$\int \left(2x - \frac{1}{x}\right)^2 dx = \int 4x^2 dx - \int 4 dx + \int \frac{1}{x^2} dx = \frac{4x^3}{3} - 4x - \frac{1}{x} + C.$$

4.3. Dùng các tính chất của nguyên hàm.

a) Ta có:

$$\int \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx = \int 3\sqrt{x} dx + \int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx = 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx + \int x^{-\frac{1}{3}} dx = 3 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C.$$

Đáp số. $\int \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx = 2x\sqrt{x} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + C.$

b) Phân tích tương tự, ta có $\int \sqrt{x}(7x^2 - 3) dx = \int 7x^{\frac{5}{2}} dx - \int 3x^{\frac{1}{2}} dx = 7 \cdot \frac{2}{7} x^{\frac{7}{2}} - 3 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C.$

Đáp số. $\int \sqrt{x}(7x^2 - 3) dx = 2(x^3 - x)\sqrt{x} + C.$

c) Khai triển $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$ và chia cho x^2 . Dùng tính chất của nguyên hàm.

Đáp số. $\int \frac{(2x+1)^2}{x^2} dx = 4x + 4 \ln|x| - \frac{1}{x} + C.$

d) *Đáp số.* $\int \left(2^x + \frac{3}{x^2} \right) dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{3}{x} + C.$

4.4. Biến đổi biểu thức lượng giác và dùng tính chất của nguyên hàm.

a) *Đáp số.* $\int \left(2 \cos x - \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx = 2 \sin x + 3 \cot x + C.$

b) Biến đổi $4 \sin^2 \frac{x}{2} = 4 \cdot \frac{1 - \cos x}{2} = 2(1 - \cos x).$

Đáp số. $\int 4 \sin^2 \frac{x}{2} dx = 2(x - \sin x) + C.$

c) Biến đổi $\left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 = \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1 - \sin x.$

Đáp số. $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = x + \cos x + C.$

d) Sử dụng công thức biến đổi $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ ta được

$$\int (x + \tan^2 x) dx = \int \left(x - 1 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \int x dx - \int dx + \int \frac{1}{\cos^2 x} dx.$$

Đáp số. $\int (x + \tan^2 x) dx = \frac{x^2}{2} - x + \tan x + C.$

4.5. Hàm số $f(x)$ cần tìm là một nguyên hàm của hàm số $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$. Ta có:

$$\int \left(2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = \int 2x dx + \int \frac{1}{x^2} dx = x^2 - \frac{1}{x} + C.$$

Do đó, hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + C, x \in (0; +\infty)$. Khi đó, $f(1) = 1^2 - 1 + C = C$.

Vậy $C = 1$ và $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 1, x \in (0; +\infty)$. *Đáp số.* $f(4) = \frac{67}{4}.$

4.6. Từ ý nghĩa hình học của đạo hàm, ta đã biết hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm

$M(x; f(x)) \in (C)$ là $k_M = f'(x)$. Do đó, hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2$. Lập

luận tương tự Bài tập 4.5 và chú ý rằng $f(0) = 0$ ta được $f(x) = \frac{(x-1)^3 + 1}{3}$ là hàm số cần tìm.

4.7. Từ ý nghĩa cơ học của đạo hàm, ta đã biết độ cao $h(t)$ của viên đạn (tính từ mặt đất) tại thời điểm t thoả mãn $h'(t) = v(t)$ nên $h(t)$ là nguyên hàm của hàm vận tốc $v(t)$. Ta có:

$$\int v(t) dt = \int (160 - 9,8t) dt = 160t - 4,9t^2 + C.$$

Do đó, độ cao $h(t)$ có dạng $h(t) = 160t - 4,9t^2 + C$. Kết hợp với giả thiết $h(0) = 0$ ta được $C = 0$ và $h(t) = 160t - 4,9t^2$ (m).

a) Sau thời gian $t = 5$ (giây), độ cao của viên đạn là $h = h(5) = 160 \cdot 5 - 4,9 \cdot 5^2 = 677,5$ (m).

b) Khi viên đạn đạt độ cao lớn nhất thì $v(t) = 160 - 9,8t = 0$. Từ đó ta có $t = t_m \approx 16,3$ (giây).

Độ cao lớn nhất của viên đạn là $h_{\max} = h(t_m) \approx 160 \cdot 16,3 - 4,9 \cdot 16,3^2 \approx 1360,1$ (m).

Bài 12. TÍCH PHÂN

Thời gian thực hiện: 4 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết định nghĩa và các tính chất của tích phân.
- Tính tích phân trong những trường hợp đơn giản.
- Vận dụng tích phân để giải quyết một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến tích phân.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị một số tình huống trong thực tế cần vận dụng tích phân để giải quyết.

- Học sinh:

SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1: Khái niệm tích phân (phần a).
- + Tiết 2: Mục 1: Khái niệm tích phân (phần b).
- + Tiết 3: Mục 2. Tính chất của tích phân.
- + Tiết 4: Luyện tập.

Tiết 1. KHÁI NIỆM TÍCH PHÂN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS tiếp cận với khái niệm tích phân. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về tích phân. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (4 phút) - GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. - GV có thể đặt câu hỏi cho HS: + Kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển trong khoảng thời gian bao lâu? - <i>Đặt vấn đề:</i> Ta đã biết hàm số $s(t)$ chính là một nguyên hàm của $v(t)$, vậy để tính quãng đường ô tô di chuyển trong khoảng 0,5 giây kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, ta có sử dụng tới nguyên hàm của hàm số $v(t)$ hay ta sử dụng một khái niệm mới, chúng ta sẽ cùng nhau đi tìm hiểu trong bài học hôm nay.	- HS đọc và suy nghĩ về tình huống. <i>HD.</i> Ô tô di chuyển trong khoảng 0,5 giây.	- Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần sử dụng tích phân để tính toán. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS biết cách tính diện tích hình thang cong. Nội dung: HS thực hiện Ví dụ 1, HĐ1, HĐ2, Ví dụ 2. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Khái niệm tích phân a) Diện tích hình thang cong (8 phút) - GV cho HS nhắc lại khái niệm hình thang và công thức tính diện tích hình thang. Sau đó GV giới thiệu cho HS khái niệm hình thang cong. - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 1 và gọi 1 HS trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.	- HS nhắc lại khái niệm và lắng nghe GV giới thiệu. <i>HD.</i> - Hình thang là hình có một cặp cạnh song song với nhau. - Công thức tính diện tích hình thang $S = \frac{1}{2} \cdot (\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot \text{chiều cao}.$ - HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.	- HS nhận biết được khái niệm hình thang cong. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HĐ1 (7 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi 1 HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. - HS thực hiện lần lượt tính đạo hàm của các hàm số đã cho, sau đó đối chiếu với định nghĩa nguyên hàm để kết luận và giải thích được cho kết luận đưa ra. - GV nhận xét và chốt kiến thức.	- HS thực hiện HĐ1 và ghi bài. <i>HD.</i> a) Ta có $S = \frac{(2+5) \cdot 3}{2} = \frac{21}{2}$. b) Ta có $S = \frac{(t+3) \cdot (t-1)}{2} = \frac{t^2}{2} + t - \frac{3}{2}.$ c) Ta có $S'(t) = t+1 = f(t)$, $S(4) - S(1) = \frac{21}{2} = S.$	- Mục đích của HĐ1 là giúp HS gọi lên khái niệm tích phân. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HĐ2 (14 phút) - GV hướng dẫn HS thực hiện HĐ2 để tính được diện tích hình thang cong.	HS thực hiện HĐ2 dưới sự hướng dẫn của GV và ghi bài.	- Mục đích của HĐ2 là giúp HS gọi lên khái niệm tích phân. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- Từ đó rút ra được cách tính diện tích hình thang cong và Định lí 1. - GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.		toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 2 (7 phút) GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện ví dụ trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	- Thông qua Ví dụ 2, rèn cho HS cách tính diện tích hình thang cong bằng cách vận dụng Định lí 1. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Cách tính diện tích hình thang cong. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 2. KHÁI NIỆM TÍCH PHẦN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS nhận biết được định nghĩa tích phân. Nội dung: HS thực hiện HĐ3, các ví dụ. Sản phẩm: Kiến thức về định nghĩa tích phân. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Khái niệm tích phân b) Định nghĩa tích phân HĐ3 (6 phút) - GV cho HS thực hiện HĐ3 cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi 1	- HS thực hiện HĐ3. HD.	- Mục đích của phần này là giúp HS nhận biết được định nghĩa tích phân và các kí hiệu, trường

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết. - Từ HĐ3, GV giới thiệu cho HS định nghĩa tích phân. - GV lưu ý cho HS các kí hiệu, cận trên, cận dưới, hàm số dưới dấu tích phân. - GV có thể đặt câu hỏi cho HS: Trong trường hợp $a = b$ hoặc $a > b$ thì biểu thức tích phân bằng gì?	+ Vì $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ nên $F(x) = G(x) + C$. + Ta có $F(b) - F(a) = G(b) + C - G(a) - C = G(b) - G(a)$. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. - Trong trường hợp $a = b$ thì $\int_a^b f(x) dx = \int_a^a f(x) dx = F(x) \Big _a^a = F(a) - F(a) = 0$. Tương tự, trong trường hợp $a > b$ thì $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.	hợp đặc biệt của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 3 (8 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi 4 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kĩ năng tính tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

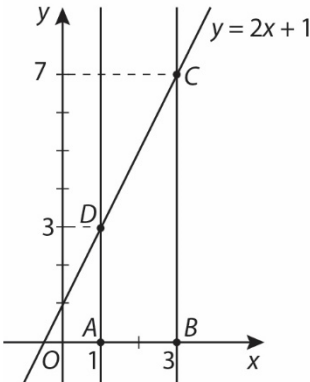
Mục tiêu: củng cố kĩ năng tính tích phân.

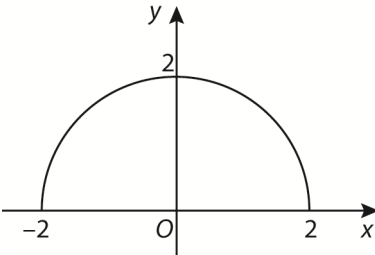
Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1, Ví dụ 4 và Luyện tập 2.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Luyện tập 1 (8 phút) GV cho HS thực hiện Luyện tập 1 theo cặp, sau đó gọi 4 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 1. HD. a) $\int_0^1 e^x dx = e^x \Big _0^1 = e - 1;$ b) $\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^e = \ln e - \ln 1 = 1.$ c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = -(0 - 1) = 1.$ d) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x \Big _{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}$ $= -\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}\right) = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}.$	- Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố kĩ năng tính tích phân cho HS. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ý nghĩa hình học của tích phân (2 phút) GV cho HS nhắc lại cách tính diện tích hình thang cong sau đó rút ra mối liên hệ với tích phân. GV tổng kết và nêu ý nghĩa hình học của tích phân.	- Diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ là $S = \int_a^b f(x) dx.$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Mục đích của phần này là cho HS thấy được ý nghĩa hình học của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 4 (6 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện kĩ năng tính tích phân bằng cách sử dụng ý nghĩa hình học của tích phân.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 2 (8 phút) GV cho HS làm việc cá nhân thực hiện Luyện tập 2. Sau đó, GV gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV phân tích, nhận xét bài làm của HS.	- HS hoạt động cặp đôi và trình bày vào vở ghi. <i>HD.</i> a) Tích phân cần tính là diện tích của hình thang $ABCD$ có đáy lớn BC, đáy nhỏ AD và đường cao AB. Ta có $C(3;7)$, $D(1;3)$, khi đó $AD = 3$, $BC = 7$, $AB = 2$. Vậy $\int_1^3 (2x+1) dx = S_{ABCD} = 10$.  b) Ta có $y = \sqrt{4-x^2}$ là phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn tâm tại gốc toạ độ O và bán kính 2. Do đó tích phân cần tính là diện tích nửa phía trên trục hoành của hình tròn tương ứng. Vậy $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = 2\pi$.	- Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng ý nghĩa hình học của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: Giúp HS biết vận dụng kiến thức về tích phân để giải quyết tình huống mở đầu.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Vận dụng 1 (5 phút)

- GV cho HS hoạt động nhóm đôi để thực hiện phần vận dụng. Sau đó GV mời một nhóm trả lời câu hỏi Vận dụng.

- Trong lúc HS thực hiện, GV có thể gợi ý bằng cách đặt một số câu hỏi cho HS:

+ Khoảng thời gian kể từ khi ô tô đạp phanh đến khi dừng hẳn là bao lâu?

+ Quãng đường mà ô tô di chuyển trong khoảng thời gian đó có mối liên hệ gì với

$$\int_0^{\frac{1}{2}} v(t) dt ?$$

- HS thực hiện phần Vận dụng theo nhóm.

HD.

Khi ô tô dừng hẳn thì $v = 0$, khi đó $-40t + 20 = 0$, do đó $t = \frac{1}{2}$.

Quãng đường ô tô di chuyển kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (-40t + 20) dt = 5 \text{ (m)}.$$

- Mục đích của phần này là giúp HS vận dụng kiến thức về tích phân vào một tình huống thực tiễn.
- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Định nghĩa tích phân.

- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 4.8.

Tiết 3. TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS nhận biết các tính chất của tích phân. Nội dung: HS thực hiện HĐ4, các ví dụ. Sản phẩm: Kiến thức về các tính chất của tích phân. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
2. Tính chất của tích phân HĐ4 (8 phút) - GV cho HS thực hiện HĐ4 cá nhân trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết. - Từ HĐ4, GV giới thiệu cho HS các tính chất của tích phân.	- HS thực hiện HĐ4. <i>HD.</i> a) $\int_0^1 2x dx = 1 = 2 \int_0^1 x dx$. b) $\int_0^1 (x^2 + x) dx = \frac{5}{6}$ $= \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x dx$. c) $\int_0^3 x dx = \frac{9}{2} = \int_0^1 x dx + \int_1^3 x dx$. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Mục đích của phần này là giúp HS nhận biết được các tính chất của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 5 (8 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng các tính chất của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính tích phân. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 4, Ví dụ 6 và Luyện tập 4. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 3 (8 phút) GV cho HS thực hiện Luyện tập 3 theo cặp, sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 1. <i>HD.</i> a) $\int_0^{2\pi} (2x + \cos x) dx$ $= x^2 \Big _0^{2\pi} + \sin x \Big _0^{2\pi} = 4\pi^2.$ b) $\int_1^2 \left(3^x - \frac{3}{x} \right) dx = \left(\frac{3^x}{\ln 3} - 3 \ln x \right) \Big _1^2$ $= \left(\frac{9}{\ln 3} - 3 \ln 2 \right) - \left(\frac{3}{\ln 3} - 3 \ln 1 \right)$ $= \frac{6}{\ln 3} - 3 \ln 2.$ c) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$ $= \left(\tan x + \cot x \right) \Big _{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = 0.$	- Mục đích của Luyện tập 3 là củng cố kỹ năng tính tích phân cho HS. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 6 (5 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng tính chất của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- Trong quá trình HS thực hiện, GV có thể gợi ý bằng cách đặt câu hỏi: Làm thế nào để phá dấu giá trị tuyệt đối trong biểu thức $x-2$?		học, năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 4 (5 phút) GV cho HS làm việc cá nhân Luyện tập 4. Sau đó, GV gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV phân tích, nhận xét bài làm của HS.	- HS thực hiện Luyện tập 4 và ghi bài. HD. Ta có $\int_0^3 2x-3 dx$ $= \int_0^{\frac{3}{2}} 2x-3 dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 2x-3 dx$ $= \int_0^{\frac{3}{2}} (3-2x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 (2x-3) dx$ $= \left(3x - x^2\right)\Big _0^{\frac{3}{2}} + \left(x^2 - 3x\right)\Big _{\frac{3}{2}}^3 = \frac{9}{2}.$	- Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng tính chất của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Giúp HS biết vận dụng kiến thức về tích phân để giải quyết bài toán thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng 2 (8 phút) - GV cho HS hoạt động nhóm đôi để thực hiện phần vận dụng. - Sau đó GV mời một nhóm trả lời câu hỏi Vận dụng, các nhóm khác lắng nghe và nhận xét, GV tổng kết.	- HS thực hiện phần Vận dụng theo nhóm. HD. Nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa là	- Giúp HS rèn luyện kỹ năng vận dụng tích phân để giải quyết bài toán thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học,

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$\frac{1}{12-6} \int_6^{12} T(t) dt = \frac{1}{6} \int_6^{12} (1,5t + 11) dt$ $= \frac{1}{6} \left(\frac{3}{4} t^2 + 11t \right) \Big _6^{12} = 24,5 (^{\circ}C).$	năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Các tính chất của tích phân.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13.
- + Tính tích phân bằng việc sử dụng tính chất của tích phân: Bài tập 4.9, 4.10.
- + Vận dụng tích phân để giải quyết các bài toán thực tiễn: Bài tập 4.11, 4.12, 4.13.

Tiết 4. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhớ lại các cách tính tích phân và các tính chất của tích phân. Nội dung: HS ôn tập lại các công thức thông qua phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (6 phút) - GV phát phiếu học tập số 1 cho HS hoàn thiện theo nhóm. Sau đó gọi đại diện HS trả lời, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - GV có thể tổ chức cho HS hoàn thiện phiếu học tập số 1 thông qua trò chơi trình chiếu trên máy chiếu hoặc Kahoot.	- HS thực hiện phiếu học tập số 1. <i>HD.</i> 1. A 2. C 3. C 4. B 5. A	- Mục đích của hoạt động này là để HS nhớ lại cách tính tích phân và các tính chất của nó. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố cho HS cách tìm nguyên hàm của các hàm số. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 4.8 ý a (5 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 7 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 4.8 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tính tích phân bằng cách sử dụng ý nghĩa hình học của nó. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 4.9 ý a, b (7 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 4.9 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là củng cố lại cho HS các tính chất của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 4.10 (15 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 4.10 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tính tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS thấy được ý nghĩa của tích phân trong các tình huống thực tế. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động theo nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 4.11 (10 phút) - GV cho HS hoạt động theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. - Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).	HS làm Bài tập 4.11 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là để HS ứng dụng tích phân vào để giải quyết tình huống thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Ôn tập lại cách tính tích phân trong những trường hợp đơn giản. - Giao cho HS làm bài tập trong SBT. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

1. Cho f là hàm số liên tục trên $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên $[1; 2]$ thỏa $F(1) = -2$

và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng.

A. 6. B. 2. C. -6. D. -2.

2. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K , $a, b \in K$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$

B. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$

C. $\int_a^b f(x)g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$

D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$

3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$

B. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$

C. $\int_a^b k dx = k(a - b), \forall k \in \mathbb{R}.$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in (a; b).$

4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$

B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in \mathbb{R}.$

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$

D. $\int_a^a f(x) dx = 0.$

5. Cho hàm số $f(t)$ liên tục trên K và $a, b \in K$, $F(t)$ là một nguyên hàm của $f(t)$ trên K . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. $F(a) - F(b) = \int_a^b f(t) dt.$

B. $\int_a^b f(t) dt = F(t) \Big|_a^b.$

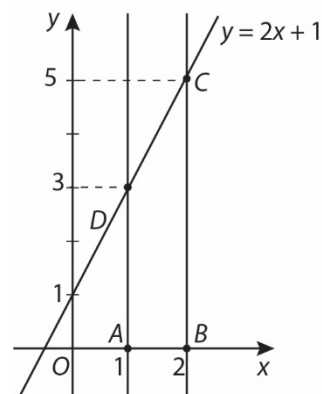
C. $\int_a^b f(t) dt = \left(\int_a^b f(t) dt \right) \Big|_a^b.$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

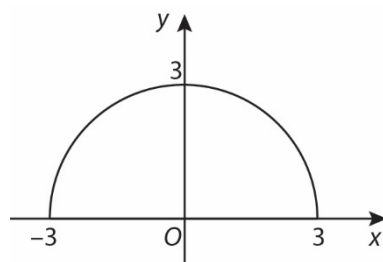
- 4.8. a)** Tích phân cần tính là diện tích của hình thang $ABCD$ có đáy lớn BC , đáy nhỏ AD và đường cao AB . Ta có $C(2;5)$, $D(1;3)$, khi đó $AD = 3$, $BC = 5$, $AB = 1$.

$$\text{Vậy } \int_1^2 (2x+1) dx = S_{ABCD} = 4.$$



- b) Ta có $y = \sqrt{9-x^2}$ là phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn tâm tại gốc tọa độ O và bán kính 3. Do đó tích phân cần tính là diện tích nửa phía trên trục hoành của hình tròn tương ứng.

$$\text{Vậy } \int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx = \frac{9\pi}{2}.$$



4.9. a) $\int_0^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 g(x) dx = 5 + 2 = 7.$

b) $\int_0^3 [f(x) - g(x)] dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^3 g(x) dx = 5 - 2 = 3.$

c) $\int_0^3 3f(x) dx = 3 \int_0^3 f(x) dx = 15.$

d) $\int_0^3 [2f(x) - 3g(x)] dx = 2 \int_0^3 f(x) dx - 3 \int_0^3 g(x) dx = 4.$

4.10. a) $\int_0^3 (3x-1)^2 dx = \int_0^3 (9x^2 - 6x + 1) dx = (3x^3 - 3x^2 + x) \Big|_0^3 = 57.$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) dx = (x - \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + 1.$

$$c) \int_0^1 (e^{2x} + 3x^2) dx = \left(\frac{1}{2} e^{2x} + x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2}.$$

$$d) \int_{-1}^2 |2x+1| dx = \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} (-2x-1) dx + \int_{-\frac{1}{2}}^2 (2x+1) dx = \left(-x^2 - x \right) \Big|_{-1}^{-\frac{1}{2}} + \left(x^2 + x \right) \Big|_{-\frac{1}{2}}^2 = \frac{13}{2}.$$

4.11. Giả sử vật chuyển động trên một trục nằm ngang, chiều dương hướng từ trái sang phải.

$$a) \text{ Ta có } \int_1^4 v(t) dt = \int_1^4 (t^2 - t - 6) dt = \left(\frac{1}{3} t^3 - \frac{1}{2} t^2 - 6t \right) \Big|_1^4 = -\frac{9}{2}.$$

Vậy trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$, vật dịch chuyển sang bên trái được 4,5 m so với vị trí tại thời điểm $t = 1$ (giây).

(Trong quá trình chuyển động, lúc thì vật đi sang trái, lúc thì đi sang phải, nhưng tại thời điểm $t = 4$ (giây) thì vật có vị trí nằm ở phía bên trái và cách vị trí của vật tại thời điểm $t = 1$ (giây) một khoảng là 4,5 mét).

b) Ta có

$$\begin{aligned} \int_1^4 |v(t)| dt &= \int_1^4 |t^2 - t - 6| dt = \int_1^3 |t^2 - t - 6| dt + \int_3^4 |t^2 - t - 6| dt \\ &= \int_1^3 (-t^2 + t + 6) dt + \int_3^4 (t^2 - t - 6) dt \\ &= \left(-\frac{1}{3} t^3 + \frac{1}{2} t^2 + 6t \right) \Big|_1^3 + \left(\frac{1}{3} t^3 - \frac{1}{2} t^2 - 6t \right) \Big|_3^4 = \frac{22}{3} + \frac{17}{6} = \frac{61}{6}. \end{aligned}$$

Vậy tổng quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ (giây) (tính cả quãng đường lúc đi sang trái, quãng đường lúc đi sang phải) là $\frac{61}{6}$ m.

4.12. a) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 101 đơn vị sản phẩm là

$$\int_{100}^{101} (-0,0005x + 12,2) dx = \left(-\frac{1}{4000} x^2 + 12,2x \right) \Big|_{100}^{101} = 12,14975 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 110 đơn vị sản phẩm là

$$\int_{100}^{110} (-0,0005x + 12,2) dx = \left(-\frac{1}{4000} x^2 + 12,2x \right) \Big|_{100}^{110} = 121,475 \text{ (triệu đồng)}.$$

4.13. Vận tốc trung bình (đối với r) của động mạch trong khoảng $0 \leq r \leq R$ là

$$\frac{1}{R-0} \int_0^R k(R^2 - r^2) dr = \frac{1}{R} \left(kR^2 r - k \frac{r^3}{3} \right) \Big|_0^R = \frac{1}{R} \left(kR^3 - k \frac{R^3}{3} \right) = kR^2 - \frac{kR^2}{3} = \frac{2}{3} kR^2.$$

Xét hàm số $v(r) = k(R^2 - r^2)$, $0 \leq r \leq R$. Ta có $v'(r) = -2kr$; $v'(r) = 0 \Leftrightarrow r = 0$.

Suy ra vận tốc lớn nhất của dòng máu là $v_{CD} = kR^2$.

Vậy vận tốc lớn nhất của dòng máu lớn hơn vận tốc trung bình là 1,5 lần.

Bài 13. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

Thời gian thực hiện: 4 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Sử dụng tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng.
- Sử dụng tích phân để tính thể tích của một số hình khối.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc sử dụng tích phân như là một phương pháp tổng quát và hiệu quả để tính diện tích, thể tích.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có).
- + GV chuẩn bị một số tình huống trong thực tế có vận dụng tính tích phân.

- Học sinh:

- SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1: Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng (phần a).
- + Tiết 2: Mục 1: Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng (phần b).
- + Tiết 3: Mục 2: Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể (phần a).
- + Tiết 4: Mục 2: Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể (phần b).

Tiết 1. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG (phần a)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS thấy được tích phân có thể được sử dụng để tính diện tích, thể tích. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (5 phút) - GV tổ chức cho HS đọc phần mở đầu trong SGK. - <i>Đặt vấn đề:</i> Bài học này sẽ cung cấp một số phương pháp tổng quát giúp ta thiết lập dễ dàng các công thức diện tích và thể tích đã học trong Hình học, cũng như tính diện tích, thể tích của những vật thể phức tạp hơn.	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	- Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống ứng dụng hình học của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Nội dung: HS thực hiện HĐ1, Ví dụ 1, Ví dụ 2. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng a) Hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành	- HS thực hiện cá nhân HĐ1. HD. a) $S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{5}{2}$.	- Thông qua HĐ1, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
và hai đường thẳng $x = a, x = b$. HD1 (8 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HD1 trong 4 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Sau khi HS thực hiện xong HD1, GV sẽ giới thiệu cho HS công thức tính diện tích hình hẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	b) $\int_{-2}^1 f(x) dx$ $= \int_{-2}^{-1} (-x-1) dx + \int_{-1}^1 (x+1) dx = \frac{5}{2}.$ Vậy $\int_{-2}^1 f(x) dx = S.$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 1 (7 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.	HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.	- Thông qua VD1, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 2 (10 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. - GV nhận xét và chốt kiến thức.	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	- Thông qua VD2, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: củng cố kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.

Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1.

Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 1 (10 phút)

- GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 5 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.

- Tùy vào tình hình thực tế của lớp học, GV có thể cho thêm một vài câu hỏi trắc nghiệm để HS củng cố lại công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.

- HS thực hiện Luyện tập 1.
HD.

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^3 |x^2 - 4| dx \\
 &= \int_0^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^3 |x^2 - 4| dx \\
 &= \int_0^2 (4 - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx \\
 &= \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 \\
 &= \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{23}{3}.
 \end{aligned}$$

- Luyện tập 1 là hoạt động củng cố kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.

- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 2. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG (phần b)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS khám phá và vận dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Nội dung: HS thực hiện HĐ2, Ví dụ 3, Ví dụ 4. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng b) Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$. HĐ2 (10 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 4 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HĐ2, GV giới thiệu cho HS công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$. - GV lưu ý HS nội dung phần Chú ý.	- HS thực hiện HĐ2 theo nhóm đôi. HD. a) Ta có $S_1 = \int_1^3 -x^2 + 4x dx = \frac{22}{3}$, $S_2 = \int_1^3 x dx = 4.$ Khi đó $S = S_1 - S_2 = \frac{10}{3}$. b) $\int_1^3 f(x) - g(x) dx = \frac{10}{3}$. Khi đó $\int_1^3 f(x) - g(x) dx = S$. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HĐ2, HS khám phá được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 3 (7 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 4 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	- Mục đích của ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số. - Góp phần phát triển năng lực tư

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		duy và lập luận toán học.
Ví dụ 4 (7 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 4 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	- Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 2. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (8 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 2. <i>HD.</i> $S = \int_1^4 \sqrt{x} - x + 2 dx$ $= \int_1^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx$ $= \left(\frac{2}{3} x\sqrt{x} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big _1^4 = \frac{19}{6}.$	- Thông qua Luyện tập 2, HS rèn luyện kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số. + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Giúp HS biết vận dụng kiến thức để giải quyết bài toán thực tế. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng. Sản phẩm: Lời giải của HS.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng 1 (10 phút) GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, cho HS thực hiện nhóm rồi trình bày kết quả ra bảng phụ rồi dán lên bảng, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án.	- HS hoạt động nhóm thực hiện Vận dụng. <i>HD.</i> Xét phương trình hoành độ giao điểm $-0,36x + 9 = 0,14x + 2 \Leftrightarrow x = 14.$ Khi đó $p_0 = 3,96$. Thặng dư tiêu dùng cho sản phẩm này là $\int_0^{14} -0,36x + 9 - 3,96 dx = 35,28$ (triệu đồng). Thặng dư sản xuất cho sản phẩm này là $\int_0^{14} 0,14x + 2 - 3,96 dx = 13,72$ (triệu đồng).	- Mục đích phần này là rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng trong bài học để giải quyết. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: + Tính diện tích các hình phẳng: Bài tập 4.14, 4.15. + Vận dụng công thức tính diện tích hình phẳng để giải quyết bài toán thực tiễn: Bài tập 4.16. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ (phần a)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS khám phá và vận dụng được công thức tính thể tích vật thể. Nội dung: HS thực hiện HĐ3, Ví dụ 5, Ví dụ 6. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
2. Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể a) Thể tích của vật thể HĐ3 (10 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HĐ3, GV giới thiệu cho HS công thức tính thể tích vật thể. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	- HS thực hiện HĐ3 theo nhóm đôi. <i>HD.</i> a) Ta có $V = \pi R^2(b - a)$. b) Ta có $S(x) = \pi R^2$. Khi đó $\int_a^b S(x) dx = \pi R^2(b - a) = V.$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Mục đích của phần này là để HS nhận biết công thức tính thể tích vật thể. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 5 (8 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài.	- Mục đích của VD5 là để HS hình thành cách tính thể tích vật thể. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 6 (10 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. - GV lưu ý HS nội dung phần Chú ý.	HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài.	- Mục đích của ví dụ này là để HS hình thành cách tính thể tích vật thể. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính thể tích vật thể. Nội dung: HS thực hiện Vận dụng 2. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng 2 (12 phút) GV cho HS thực hiện theo bàn trong 8 phút, sau đó gọi đại diện một nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Vận dụng 2. <i>HD.</i> Mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x ($a \leq x \leq b$), cắt khối chóp cụt đều theo thiết diện có diện tích $S(x) = \frac{S_1}{b^2} x^2.$ Thể tích của khối chóp cụt đều này là $ \begin{aligned} V &= \int_a^b S(x) dx = \int_a^b \frac{S_1}{b^2} x^2 dx \\ &= \frac{S_1}{b^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big _a^b = \frac{S_1}{b^2} \cdot \frac{b^3 - a^3}{3} \\ &= S_1 \cdot \frac{b-a}{3} \cdot \frac{b^2 + ab + a^2}{b^2}. \end{aligned} $ Mà $S_0 = \frac{S_1}{b^2} a^2$ và $h = b - a$ nên $V = \frac{h}{3} (S_1 + \sqrt{S_0 S_1} + S_0).$ Do đó thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3} Sh$.	- Mục đích của Vận dụng 2 là để HS vận dụng được kiến thức, kỹ năng trong bài tính được thể tích của khối chóp đều. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính thể tích vật thể. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 4. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ (phần b)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS khám phá và vận dụng được công thức tính thể tích của khối tròn xoay. Nội dung: HS thực hiện HĐ4, Ví dụ 7, Ví dụ 8. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
3. Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể b) Thể tích khối tròn xoay HĐ4 (10 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HĐ4, GV giới thiệu công thức tính thể tích khối tròn xoay. - GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.	- HS thực hiện HĐ4 theo nhóm đôi. <i>HD.</i> a) Ta có $V = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \frac{16}{3} \pi$. b) $\pi \int_0^4 f^2(x) dx$ $= \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x^2 dx = \frac{16}{3} \pi = V.$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HĐ4, HS khám phá được các công thức tính thể tích khối tròn xoay. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 7 (8 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 7 trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài.	- Mục đích của ví dụ này là để HS rèn luyện kỹ năng tính thể tích khối tròn xoay.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 8 (10 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 8 trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thực hiện Ví dụ 8 và ghi bài.	- Mục đích của ví dụ là để HS rèn luyện kỹ năng tính thể tích khối tròn xoay. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính thể tích của khối tròn xoay.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 3.

Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Vận dụng 3 (12 phút) GV cho HS thực hiện theo bàn trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Vận dụng 3. a) Đường thẳng BC đi qua điểm $B(h; R)$ và điểm $C(0; r)$ có phương trình là $y = \frac{R-r}{h}x + r \quad (h \neq 0).$ Thể tích của khối nón cụt là $V = \pi \int_0^h \left(\frac{R-r}{h}x + r \right)^2 dx$ $= \pi \left(\frac{(R-r)^2}{h^2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{(R-r)r}{h} x^2 + \right.$ $\left. = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2) \right).$ b) Cho $r = 0$ trong công thức nhận được ở phần a, ta được thể tích của	- Mục đích của Vận dụng 3 là để HS vận dụng được kiến thức, kỹ năng trong bài tính được thể tích của khối tròn xoay. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	---	---

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	khối nón có bán kính đáy bằng R và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}\pi h R^2$.	
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dẫn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính thể tích khối tròn xoay. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Tính thể tích khối tròn xoay: Bài tập 4.17, 4.18, 4.19.		

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

4.14. Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^4 |5x - x^2 - x| dx = \int_0^4 |4x - x^2| dx = \int_0^4 (4x - x^2) dx = \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3}.$$

4.15. a) Vì $e^x > x^2 - 1, \forall x \in (-1; 1)$ nên diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^1 |e^x - x^2 + 1| dx = \int_{-1}^1 (e^x - x^2 + 1) dx \\ &= \left(e^x - \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{e} - \frac{1}{3} + 1 = e - \frac{1}{e} + \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

b) Vì $x > \sin x, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$ nên diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |\sin x - x| dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (x - \sin x) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \cos x \right) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{\pi^2}{2} - 1 - \frac{\pi^2}{8} = \frac{3\pi^2}{8} - 1.$$

c) Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} |9 - x^2 - 2x^2| dx = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (9 - 3x^2) dx = (9x - x^3) \Big|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = 12\sqrt{3}.$$

d) Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^1 |\sqrt{x} - x^2| dx = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \left(\frac{2}{3} x\sqrt{x} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}.$$

4.16. Sự bất bình đẳng thu nhập của Hoa Kỳ vào năm 2005 là

$$\int_0^{100} \left| (0,00061x^2 + 0,0218x + 1723)^2 - x \right| dx \approx 297945768,2.$$

4.17. Thể tích vật thể cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$$

4.18. Thể tích khối chỏm cầu là

$$V = \pi \int_{R-h}^R (\sqrt{R^2 - x^2})^2 dx = \pi \left(R^2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{R-h}^R = \pi \left(Rh^2 - \frac{h^3}{3} \right).$$

4.19. a) Đường thẳng OB đi qua điểm O và điểm $B(a; a \tan \alpha)$ có phương trình đường thẳng là $y = x \tan \alpha$.

Thể tích khối nón là

$$V = \pi \int_0^a (x \tan \alpha)^2 dx = \pi \int_0^a x^2 \tan^2 \alpha dx = \pi \tan^2 \alpha \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{1}{3} \pi a^3 \tan^2 \alpha.$$

b) Xét hàm số $V(\alpha) = \frac{1}{3} \pi a^3 \tan^2 \alpha$, với $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{4}$.

Ta có $V'(\alpha) = \frac{2}{3} \pi a^3 \tan \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} > 0, \forall \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right]$. Khi đó hàm số V đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Vậy giá trị lớn nhất của $V = \frac{1}{3} \pi a^3$ khi $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Hệ thống kiến thức chương IV và các vấn đề cơ bản trong chương gồm nguyên hàm, tích phân và các ứng dụng của tích phân trong tính diện tích hình phẳng, thể tích vật thể và thể tích khối tròn xoay.
- Ôn tập cách tìm nguyên hàm của một số hàm sơ cấp, tính tích phân trong những trường hợp đơn giản và tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số vật thể.
- Vận dụng được khái niệm nguyên hàm, tích phân vào giải quyết một số bài toán từ thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến nguyên hàm và tích phân.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1: Ôn tập lại nguyên hàm, tích phân.
- + Tiết 2: Ôn tập lại ứng dụng hình học của tích phân

Tiết 1. ÔN TẬP LẠI NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Ôn tập lại các công thức tính nguyên hàm của một số hàm số thường gặp. Nội dung: HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (10 phút) - GV chia lớp thành 4 nhóm, HS hoạt động theo nhóm, vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại toàn bộ lí thuyết chương IV: định nghĩa, tính chất của nguyên hàm và tích phân,	HS thực hiện vẽ sơ đồ tư duy.	- HS tổng hợp lại được định nghĩa, tính chất của nguyên hàm và tích phân, bảng công thức tính nguyên

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
bảng công thức tính nguyên hàm của một số hàm số thường gặp. - Sau đó, 4 nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, các nhóm khác theo dõi, nhận xét.		hàm của các hàm số thường gặp. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Ôn tập lại cách tính nguyên hàm, tích phân trong những trường hợp đơn giản. Nội dung: HS thực hiện bài tập trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của HS ở các bài tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Trắc nghiệm (15 phút) - GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 12 phút, sau đó gọi HS chữa bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm.	- Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp các kiến thức đã học ở chương IV. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 4.28 (5 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện trong 3 phút và chọn 2 HS lên bảng trình bày. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.	HS làm Bài tập 4.28 và ghi bài.	- Thông qua bài tập này, HS ôn tập lại cách tính nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 4.32 ý a, c (8 phút) - GV chia lớp thành 2 nhóm lớn, phân công mỗi nhóm thực hiện Bài tập 4.32 ý a và c, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS làm Bài tập 4.32 và ghi bài.	- Thông qua bài tập này, HS ôn tập lại cách tính tích phân trong những trường hợp đơn giản. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Vận dụng được khái niệm nguyên hàm, tích phân vào giải quyết một số bài toán từ thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện bài tập cuối chương. Sản phẩm: Lời giải của HS ở bài tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 4.31 (5 phút) GV tổ chức cho HS làm việc theo nhóm đôi trong 3 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	HS làm Bài tập 4.31 và ghi bài.	- HS vận dụng được khái niệm nguyên hàm để giải quyết được bài toán học tế. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập lại cách tính nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp, tính nguyên hàm của một số hàm số cơ bản. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 4.30, Bài tập 4.32 ý b, d. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 2. ÔN TẬP ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: HS nhắc lại các công thức tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số vật thể trong các trường hợp cụ thể. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (15 phút)	HS hoàn thành phiếu học tập số 1.	- Mục đích của hoạt động này là để HS

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV tổ chức cho HS thực hiện phiếu học tập số 1 để nhớ lại các công thức tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số vật thể. + HS làm việc cá nhân, sau đó GV mời từng HS đưa ra đáp án của mỗi câu.	HD. 1. A 2. C 3. C 4. B 5. A 6. A 7. A 8. D	nhớ lại công thức tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số vật thể. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số vật thể trong những trường hợp cụ thể. Nội dung: HS thực hiện bài tập cuối bài. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 4.33 (8 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	HS làm Bài tập 4.33 và ghi bài.	- Qua bài tập này, HS ôn lại cách tính diện tích hình phẳng với hạn bởi hai đồ thị hàm số và đường thẳng $x = a, x = b$. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 4.34 (10 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 7 - 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	HS làm Bài tập 4.34 và ghi bài.	- Qua bài tập này, HS ôn lại cách tính thể tích khối tròn xoay. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Giúp HS tính được thể tích khối tròn xoay trong một số trường hợp thực tế. Nội dung: HS thực hiện bài tập cuối chương.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 4.35 (10 phút) GV cho HS thực hiện theo nhóm bốn trong 7 - 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 nhóm trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	HS đọc nội dung và làm Bài tập bài 4.35.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài học để giải quyết. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập lại cách tính diện tích hình phẳng, thể tích vật thể. - Giao cho HS làm các bài tập trong SBT.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$

2. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.

C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

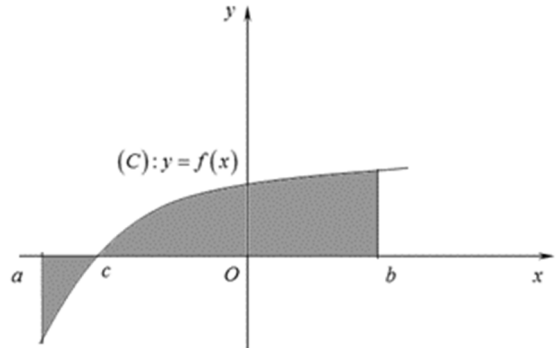
3. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.



4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

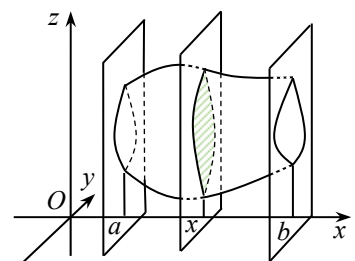
A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$.

5. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^x dx$ C. $\int_0^1 e^x dx$. D. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Thể tích V của vật thể (H) được xác định bởi công thức nào?



A. $V = \int_a^b S(x) dx.$

B. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx.$

C. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx.$

7. Cho (H) là miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = a, x = b$ ($a < b$) và đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$. Gọi V là thể tích của vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh Ox . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

C. $V = \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$

D. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

8. Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$.

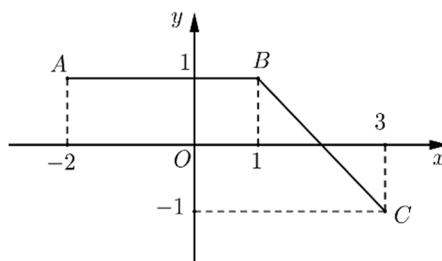
Tích phân $\int_{-2}^3 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 3.



BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

4.20. D

4.21. D

4.22. C

4.23. A

4.24. B

4.25. A

4.26. D

4.27. C

4.28. a) $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - \ln|x|;$

b) $F(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + 3\sin x + 2\cot x + C.$

4.29. $F(x) = 2\sin x - \cot x + C.$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} - \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) + C = -1 \Leftrightarrow \sqrt{2} - 1 + C = -1 \Rightarrow C = -\sqrt{2}.$$

Vậy $F(x) = 2\sin x - \cot x - \sqrt{2}.$

4.30. Ta có: $v(t) = 30 - 9,8t$ ($t \geq 0$).

Vậy vận tốc của viên đạn ở thời điểm 2 giây là $v(2) = 10,4$ (m/s).

4.31. Quãng đường con cá bơi được khi bơi ngược dòng là:

$$S(t) = \int v(t)dt = \int \left(-\frac{2t}{5} + 4 \right) dt = -\frac{1}{5}t^2 + 4t + C.$$

Vì $S(0) = 0$ nên suy ra $C = 0$.

$$\text{Do đó: } S(t) = -\frac{1}{5}t^2 + 4t = -\frac{1}{5}(t^2 - 20t + 100) + 20 = -\frac{1}{5}(t - 10)^2 + 20 \leq 20.$$

Vậy khoảng cách xa nhất mà con cá có thể bơi được là 20 km.

4.32. a) $\frac{653}{12}$. b) 0. c) $\sqrt{3} - 1$. d) 36.

4.33. $S = e - \frac{3}{2}$.

4.34. a) $\frac{16}{15}\pi$. b) $\frac{94}{3}\pi$.

4.35. Thể tích phần không gian bên trong bình gồm là

$$V_1 = \pi \int_0^{30} \left(\frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5 \right)^2 dx = \frac{101586\pi}{49}.$$

Thể tích của bình gồm (bao gồm cả thành bình) là:

$$V_2 = \pi \int_0^{30} \left(\frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 6 \right)^2 dx = \frac{126576\pi}{49}.$$

Thể tích phần đất sét cần dùng là $V = V_2 - V_1 = 510\pi$ (cm³).

Chương V. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Bài 14. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Thời gian thực hiện: 6 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết phương trình mặt phẳng.
- Viết phương trình mặt phẳng trong các trường hợp: qua một điểm và biết vector pháp tuyến, qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương, qua ba điểm không thẳng hàng.
- Nhận biết hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc.
- Tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
- Vận dụng kiến thức về phương trình mặt phẳng, công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng vào một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học thông qua các bài toán thực tiễn có gắn vào toạ độ Oxyz để viết phương trình mặt phẳng, các bài toán tính khoảng cách, nhận biết hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến phương trình mặt phẳng.

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 06 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1: Vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng.
- + Tiết 2-3: Mục 2 và Mục 3: Phương trình tổng quát của mặt phẳng và Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng.
- + Tiết 4-5: Mục 4, 5 và 6: Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau, song song với nhau; Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
- + Tiết 6: Luyện tập.

Tiết 1. VECTƠ PHÁP TUYẾN VÀ CẶP VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA MẶT PHẪNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS thấy được tình huống cần sử dụng phương trình mặt phẳng. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về phương trình mặt phẳng. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (2 phút) - GV tổ chức cho học sinh đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. - Đặt vấn đề: GV có thể gọi vấn đề như sau: Để biết được vật thể có chuyển động trong một mặt phẳng cố định hay không, ta sẽ đi tìm hiểu bài học này về phương trình mặt phẳng.	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	- Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần sử dụng phương trình mặt phẳng để tính toán. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS hình thành khái niệm vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng. Nội dung: HS thực hiện HĐ1, HĐ2 và các ví dụ, từ đó hình thành khái niệm vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
1. Vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng HD1 (5 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HD1 trong 1 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Sau khi HS thực hiện xong HD1, GV sẽ giới thiệu vector $\vec{n}$ có phương vuông góc với mặt bàn như trên được gọi là vector pháp tuyến của mặt bàn (mặt phẳng nằm ngang). Từ đó rút ra định nghĩa vector pháp tuyến của mặt phẳng. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. - GV lần lượt đặt các câu hỏi cho HS để rút ra nội dung phần chú ý: + Cho một vector và một điểm cố định, có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm đó và nhận vector đó làm vector pháp tuyến? + Với một mặt phẳng, ta vẽ được bao nhiêu vector pháp tuyến? Các vector pháp tuyến này như thế nào với nhau? - Từ các câu trả lời của HS, GV rút ra Chú ý.	- HS thực hiện cá nhân HD1. <i>HD.</i> Vector $\vec{n}$ có phương thẳng đứng, vuông góc với mặt bàn. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. - HS trả lời các câu hỏi: + Có duy nhất một mặt phẳng. + Một mặt phẳng có vô số vector pháp tuyến. Các vector này cùng phương với nhau. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HD1, HS sẽ hình thành được khái niệm vector pháp tuyến của mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 1 (4 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi 3 HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.	HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.	- Ví dụ 1 nhằm rèn cho HS kỹ năng xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 1 (4 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. - GV nhận xét và chốt kiến thức.	- HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài. <i>HD.</i> Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; -2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) .	- Rèn luyện cho HS kỹ năng xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HĐ2 (5 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ2 trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - GV giới thiệu $\vec{n}$ trong HĐ2 được gọi là tích có hướng của hai vector $\vec{u}, \vec{v}$. - GV giới thiệu cho HS khái niệm tích có hướng của 2 vector và viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. - GV phân tích cho HS nội dung trong phần Chú ý.	- HS thực hiện HĐ2 và ghi bài. <i>HD.</i> a) Ta có $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0, \vec{n} \cdot \vec{v} = 0$ nên $\vec{u}, \vec{v}$ vuông góc với vector $\vec{n}$. b) $\vec{n}$ khi và chỉ khi $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HĐ2, HS nhận biết được khái niệm tích có hướng của hai vector. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 2 (3 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 1 - 2 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	- Thông qua Ví dụ 2, HS thực hành tính tích có hướng của hai vector. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 2 (3 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi một	- HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài. <i>HD.</i> Ta có	- Thông qua Luyện tập 2, HS thực hành tính tích có hướng của hai vector.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	$[\vec{u}, \vec{v}] = (0; 0; 0) = \vec{0}$.	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HD3 (5 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. - GV giới thiệu cho HS hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ trong HD3 được gọi là vector chỉ phương của mặt phẳng. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	- HS thực hiện HD3 và ghi bài. <i>HD.</i> + Vector $[\vec{u}, \vec{v}]$ khác vector không và có giá vuông góc với hai vector $\vec{u}, \vec{v}$. + Mặt phẳng (P) nhận $[\vec{u}, \vec{v}]$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng.	- Thông qua HD2, HS nhận biết được cặp vector chỉ phương của mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 3 (3 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	- Thông qua Ví dụ 3, HS thực hành tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng khi biết hai vector chỉ phương của mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kĩ năng tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 3. Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 3 (3 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	- HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài. <i>HD.</i> Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1), \overrightarrow{AC} = (-3; 5; 1)$. Suy ra:	- Luyện tập 3 là hoạt động giúp HS củng cố kĩ năng tính tích có hướng của hai vector, từ đó xác định vector pháp tuyến của một mặt phẳng.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; 6; -6)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .	- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: Giúp HS thấy được ý nghĩa của tích có hướng trong thực tiễn, tình huống cần vận dụng tích có hướng để giải quyết.

Nội dung: HS thực hiện Vận dụng 1.

Sản phẩm: Lời giải của HS bài Vận dụng.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động theo cặp, dưới sự hướng dẫn của GV.

Vận dụng 1 (5 phút) GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 3 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	- HS thực hiện Vận dụng 1 và ghi bài. <i>HD.</i> a) Ta có $\vec{M} = [\overrightarrow{OP}, \vec{F}]$ $= (cy - bz; az - cx; bx - ay).$ b) Nếu $\overrightarrow{OP'} = 2\overrightarrow{OP}$ thì $\vec{M'} = [\overrightarrow{OP'}, \vec{F}] = 2\vec{M}.$	- Vận dụng này giúp HS thấy được ý nghĩa của tích có hướng trong thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 2. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS hình thành và viết được phương trình tổng quát của mặt phẳng.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Nội dung: HS thực hiện HĐ4 và các ví dụ. Sản phẩm: Kiến thức về cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng, câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng Nhắc lại kiến thức (2 phút) - GV gọi 1 HS nhắc lại khái niệm vector pháp tuyến của một mặt phẳng. HĐ4 (5 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Sau khi thực hiện HĐ4, GV giới thiệu cho HS hệ thức (1) là phương trình tổng quát của mặt phẳng. - GV trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức và lưu ý cho HS nội dung mục Chú ý.	- HS trả lời câu hỏi của GV. <i>HD.</i> Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là vector pháp tuyến của mặt phẳng nếu giá của vector đó vuông góc với mặt phẳng. - HS thực hiện cá nhân HĐ4. <i>HD.</i> a) Hai vector $\overrightarrow{M_0M}$, $\vec{n}$ vuông góc với nhau. b) Ta có $\overrightarrow{M_0M}(x-x_0; y-y_0; z-z_0)$. Hai vector $\overrightarrow{M_0M}$, $\vec{n}$ vuông góc với nhau nên $\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0$, khi đó $A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0 \quad (1).$ Vậy điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng (α) khi và chỉ khi toạ độ của nó thoả mãn hệ thức (1). - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HĐ4, HS khám phá được khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 4 (3 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 2 phút, sau đó gọi 1 HS trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	- Mục đích của Ví dụ này là giúp HS nhận biết phương trình tổng quát của mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 4 (3 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả	- HS thực hiện Luyện tập 4 và ghi bài. <i>HD.</i> Phương trình mặt phẳng là phương trình bậc nhất 3 ẩn. Phương	- Mục đích của luyện tập này là giúp HS nhận biết

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	trình mặt phẳng là phương trình ở câu b).	phương trình tổng quát của mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 5 (6 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài.	- Mục đích của ví dụ này là hình thành cho HS kĩ năng xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng khi biết phương trình mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 5 (6 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS thực hiện Luyện tập 5 và ghi bài. <i>HD.</i> a) Điểm $A(-2;1;0)$ thuộc mặt phẳng (α). b) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $(1;0;0)$.	- Mục đích của luyện tập này là hình thành cho HS kĩ năng xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng khi biết phương trình mặt phẳng, xét vị trí tương đối của một điểm và mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
3. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng HD5 (5 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả	- HS thực hiện HD5 và ghi bài. <i>HD.</i> Từ HD4, ta thấy điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (α) khi và chỉ khi	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS cách viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - Sau khi thực hiện HĐ5, GV giới thiệu cho HS cách viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm đi qua và một vectơ pháp tuyến của nó. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	toạ độ của nó thoả mãn hệ thức $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.	biết vectơ pháp tuyến. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện cho HS kĩ năng viết phương trình tổng quát của mặt phẳng. Nội dung: HS thực hiện Ví dụ 6 và Luyện tập 6. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 6 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	HS đọc nội dung và thực hiện Ví dụ.	- Mục đích của ví dụ này là giúp HS hình thành kĩ năng viết phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm mà mặt phẳng đi qua và vectơ pháp tuyến. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 6 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thực hiện Luyện tập 6 và ghi bài. <i>HD.</i> Vectơ chỉ phương của trục Oz là $(0; 0; 1)$, vectơ này chính là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α). Phương trình mặt phẳng (α) là: $z + 4 = 0$.	- Mục đích của luyện tập này là giúp HS hình thành kĩ năng viết phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm mà mặt

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		phẳng đi qua và vector pháp tuyến. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Phương trình tổng quát của mặt phẳng.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.1: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng.
- Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho nội dung bài tiếp theo.

Tiết 3. LẬP PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Mục tiêu: HS hình thành kỹ năng viết phương trình mặt phẳng trong một số trường hợp cụ thể.

Nội dung: HS thực hiện HĐ6, HĐ7 và các ví dụ.

Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.

3. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng

Nhắc lại kiến thức (2 phút)

- GV cho HS nhắc lại cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm và biết một vector pháp tuyến.

HĐ6 (5 phút)

- GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả

- HS nhắc lại cách viết phương trình mặt phẳng.

- HS thực hiện cá nhân HĐ6.

HD.

a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$.

- Mục đích của hoạt động này là giúp HS hình thành kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương.
- Góp phần phát triển năng lực tư

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - Từ HĐ6, GV cho HS khái quát được các bước viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	b) Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và biết vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	duy và lập luận toán học.
Ví dụ 7 (6 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. - Khi HS thực hiện Ví dụ 7, GV có thể gợi ý bằng cách đặt câu hỏi: + Nhắc lại khái niệm vector chỉ phương của mặt phẳng. + Trong trường hợp này, vector nào sẽ là vector chỉ phương của mặt phẳng (A'B'C')?	- HS lần lượt trả lời các câu hỏi của GV. <i>HD.</i> + Vector chỉ phương của mặt phẳng là vector có giá nằm trong hoặc song song với mặt phẳng đó. + Cặp vector chỉ phương của mặt phẳng là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. - HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS hình thành kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 7 (6 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.	- HS thực hiện Luyện tập 7 và ghi bài. <i>HD.</i> Trục Oy có một vector chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và đường thẳng BC có vector chỉ phương là $\overrightarrow{BC} = (-2; 2; -1)$. Mặt phẳng song song với Oy và BC có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{j}, \overrightarrow{BC}] = (-1; 0; 2).$ Phương trình mặt phẳng cần tìm là:	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$-1(x-1)+0(y+2)+2(z+1)=0$ $\Leftrightarrow x-2z-3=0.$	lực tư duy và lập luận toán học.
HD7 (7 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - Từ HD7, GV cho HS khái quát được các bước viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	- HS thực hiện cá nhân HD7. <i>HD.</i> a) Cặp vector chỉ phương của mặt phẳng là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. b) Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A và biết vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS hình thành kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 8 (6 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án. - Khi HS thực hiện Ví dụ 8, GV có thể gợi ý bằng cách đặt câu hỏi: + Ba điểm A, B, C không thẳng hàng khi nào. + Trong trường hợp này, vector nào sẽ là vector chỉ phương của mặt phẳng (ABC)?	- HS trả lời câu hỏi của GV. <i>HD.</i> + Ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. + Cặp vector chỉ phương của mặt phẳng là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. - HS thực hiện Ví dụ 8 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS hình thành kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 8. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Luyện tập 8 (6 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 8. <i>HD.</i> Vì toạ độ của 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0), C(0;0;c)$ đều thoả mãn phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.	- HS rèn luyện kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng, từ đó hình thành khái niệm phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng được phương trình mặt phẳng để giải quyết được tình huống mở đầu. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 2. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động theo cặp, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng 2 (6 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thảo luận và thực hiện Vận dụng 2. <i>HD.</i> a) Ta có $M_1(1;1;1), M_2(-1;1;0); M_3(-1;-1;-1)$. b) Mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$ là $x + y - 2z = 0$. c) Vị trí điểm M luôn thuộc mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$. Vậy vị trí điểm M luôn thuộc mặt phẳng cố định.	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được phương trình mặt phẳng để giải quyết được tình huống mở đầu. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (1 phút)</i>		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng trong một số trường hợp cụ thể. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.2: luyện tập cách viết phương trình mặt phẳng. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 4. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC VÀ SONG SONG VỚI NHAU

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS khám phá được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc. Nội dung: HS thực hiện HĐ8 và các ví dụ. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
4. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc HĐ8 (8 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 4 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - GV có thể đặt câu hỏi, vậy hai vectơ $\vec{n}, \vec{n}'$ vuông góc với nhau khi nào, để từ đó rút ra điều kiện hai mặt phẳng vuông góc. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. - GV có thể đặt câu hỏi cho HS: “Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) có giá như thế nào	- HS thực hiện HĐ6 theo cặp. <i>HD.</i> a) Góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ là góc giữa hai giá của hai vectơ $\vec{n}, \vec{n}'$. b) Hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ vuông góc với nhau khi hai vectơ $\vec{n}, \vec{n}'$ vuông góc với nhau. - Hai vectơ $\vec{n}, \vec{n}'$ vuông góc với nhau khi $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0 \Leftrightarrow A \cdot A' + B \cdot B' + C \cdot C' = 0.$ - HS trả lời câu hỏi của GV.	- Thông qua HĐ8, HS khám phá được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
với mặt phẳng (β) ?” để từ đó rút ra nội dung phần Chú ý.	HD. Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (β) .	
Ví dụ 9 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 9 trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 9 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện kỹ năng sử dụng điều kiện hai mặt phẳng vuông góc với nhau. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 9 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS thực hiện Luyện tập 9 và ghi bài. HD. Ta có $\vec{n} = (3; 1; -1)$ là một vector pháp tuyến của (α), $\vec{n}' = (9; 3; -3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (β). Vì $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 27 + 3 + 3 = 33 \neq 0$ nên hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ không vuông góc với nhau.	- Mục đích của hoạt động này là luyện tập sử dụng điều kiện hai mặt phẳng vuông góc với nhau. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng viết phương trình mặt phẳng, sử dụng điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Ví dụ 10. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 10 (7 phút) GV chia lớp thành 4 nhóm thực hiện Ví dụ 10 và trình bày ra bảng phụ, sau đó các nhóm sẽ	HS đọc nội dung và thực hiện Ví dụ 10.	- Mục đích của Ví dụ 10 là rèn luyện cách viết phương trình mặt phẳng,

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
treo kết quả của nhóm mình lên bảng, các nhóm khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.		xác định được vectơ chỉ phương của mặt phẳng bằng cách sử dụng điều kiện hai mặt phẳng vuông góc với nhau. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: HS gán được toạ độ $Oxyz$ trong các tình huống thực tế và viết được phương trình mặt phẳng.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 3.

Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Vận dụng 3 (6 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp trong 4 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thảo luận và thực hiện Vận dụng 3. <i>HD.</i> a) Mặt phẳng chứa bức tường (Oxz) có phương trình là $y = 0$. Mặt phẳng chứa bức tường (Oyz) có phương trình là $x = 0$. Mặt phẳng chứa bức tường chứa điểm A và B có phương trình là $x = 2$. Ta có $\overrightarrow{BC} = (-2; 2\sqrt{3} - 3; 0), \vec{k} = (0; 0; 1).$ Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa bức tường chứa điểm B, C là $[\overrightarrow{BC}, \vec{k}] = (2\sqrt{3} - 3; 2; 0).$ Phương trình mặt phẳng chứa bức tường chứa B và C là	- Mục đích của hoạt động này là HS gán được toạ độ $Oxyz$ trong thực tế và viết được phương trình mặt phẳng, chỉ ra được những cặp mặt phẳng vuông góc trong thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
---	---	---

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$(2\sqrt{3} - 3)(x - 2) + 2(y - 3) = 0.$ b) Mặt phẳng (Oxz) vuông góc với mặt phẳng (Oyz). Mặt phẳng (Oxz) vuông góc với mặt phẳng chứa bức tường chứa hai điểm A, B.	

HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Mục tiêu: HS khám phá được điều kiện để hai mặt phẳng song song.

Nội dung: HS thực hiện HĐ8 và các ví dụ.

Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.

5. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

HĐ9 (7 phút)

- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.

- GV có thể đặt câu hỏi “Vậy hai vectơ $\vec{n}, \vec{n}'$ cùng phương với nhau khi nào?” để từ đó rút ra điều kiện hai mặt phẳng song song.

- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.

- GV có thể đặt câu hỏi cho HS: “Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) có giá như thế nào với mặt phẳng (β) ?” để từ đó rút ra nội dung phần Chú ý.

- HS thực hiện HĐ9 theo cặp.

HD.

Hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ song song với nhau thì hai vectơ $\vec{n}, \vec{n}'$ cùng phương với nhau.

- Hai vectơ $\vec{n}, \vec{n}'$ cùng phương với nhau khi tồn tại một số k sao cho $\vec{n} = k\vec{n}'$.

- HS trả lời câu hỏi của GV.

HD. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (β) .

- Thông qua HĐ9, HS khám phá được điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau.

- Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Ví dụ 11 (5 phút)

GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 11 trong 2 phút, sau đó gọi 1

HS thực hiện Ví dụ 11 và ghi bài.

- Mục đích của hoạt động này là HS nhận biết

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.		được hai mặt phẳng song song với nhau. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.3, 5.4.

Tiết 5. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng viết phương trình mặt phẳng, nhận biết điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 10. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Nhắc lại kiến thức (2 phút) - GV cho HS nhắc lại điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Luyện tập 10 (7 phút) - GV cho HS thực hiện theo nhóm đôi, sau đó gọi đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.	- HS nhắc lại điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc với nhau. - HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 10. HD. a) Ta có hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ không song song với nhau vì $\vec{n}_\alpha = (5; 2; -4), \vec{n}_\beta = (10; 4; -2)$ không cùng phương.	- Mục đích của hoạt động này là HS nhận biết được hai mặt phẳng song song với nhau, sử dụng được điều kiện hai mặt phẳng song song với nhau để viết phương trình mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	b) Vì $5 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) - 4 \cdot 5 + 6 = -15 \neq 0$ Và $10 \cdot 1 + 4 \cdot (-3) - 2 \cdot 5 + 12 = 0$ nên điểm M không thuộc mặt phẳng (α) nhưng thuộc mặt phẳng (β). c) Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n_\alpha} = (5; 2; -4)$ làm vectơ pháp tuyến nên phương trình mặt phẳng (P) là $5(x-1) + 2(y+3) - 4(z-5) = 0$ $\Leftrightarrow 5x + 2y - 4z + 21 = 0.$	duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: HS thấy được ý nghĩa của phương trình mặt phẳng trong thực tế.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 4.

Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Vận dụng 4 (7 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thảo luận và thực hiện Vận dụng 4. <i>HD.</i> a) Mỗi thí sinh có điểm thi Toán, Văn, Tiếng Anh tương ứng là x, y, z thì $x + y + z = 27$ hay $x + y + z - 27 = 0.$ Do đó các điểm biểu diễn các thí sinh có tổng điểm bằng 27 đều cùng thuộc mặt phẳng có phương trình $x + y + z - 27 = 0$. b) Các mặt phẳng song song với nhau vì các mặt phẳng đó đều có vectơ pháp tuyến là $(1; 1; 1)$.	- Mục đích của hoạt động này là HS thấy được ý nghĩa của phương trình mặt phẳng, hai mặt phẳng song song trong thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
---	--	--

HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Mục tiêu: HS khám phá công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Nội dung: HS thực hiện HD10 và các ví dụ. Sản phẩm: Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
6. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng HD10 (8 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HD10, ta có công thức tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P). GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.	- HS thực hiện cá nhân HD10. HD. a) Vì $\overrightarrow{MN}, \vec{n}$ là hai vector cùng phương nên tồn tại k để $\overrightarrow{MN} = k\vec{n}$. Khi đó $N(kA + x_0; kB + y_0; kC + z_0)$. b) Ta tính được $k = \frac{-Ax_0 - By_0 - Cz_0 - D}{A^2 + B^2 + C^2}.$ c) Ta có $\overrightarrow{MN} = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$ Khi đó $d(M, (P)) = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Qua HD10, HS thiết lập được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 12 (4 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 12 trong 3 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 12 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là HS hình thành cách tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng nhận biết hai mặt phẳng song song, tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 11. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm đôi, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 11 (7 phút) GV cho HS thực hiện theo nhóm đôi, sau đó gọi đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 11. <i>HD.</i> a) Một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 3; 1)$, vector này cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q), mặt khác có $A(0; -1; 1)$ thuộc (P) nhưng không thuộc (Q), do đó $(P) // (Q)$. b) Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng khoảng cách giữa điểm A và (Q), do vậy khoảng cách cần tìm bằng $\frac{ 0 - 3 + 1 + 5 }{\sqrt{1 + 9 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{11}} = \frac{3\sqrt{11}}{11}.$	- Mục đích của hoạt động này là HS nhận biết được hai mặt phẳng song song với nhau, tính được khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, từ đó suy ra khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng để giải quyết các tình huống trong thực tế. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 5. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm đôi dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng 5 (8 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp trong 4 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thảo luận và thực hiện Vận dụng 5 <i>HD.</i> Khoảng cách từ điểm $C(1; 2; 4)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3$ là: $\frac{ 1 + 4 + 8 + 3 }{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{16}{3}.$ Gọi H là chân đường cao kẻ từ C đến (P).	- Mục đích của hoạt động này là HS vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng để giải quyết các tình huống thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	Khi đó, bán kính hình tròn là $R = HA = CH \cdot \tan \widehat{ACH}$ $= \frac{16}{3} \cdot \tan \frac{115^\circ}{2} \approx 8,4.$	duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.5, 5.6, 5.7.

Tiết 6. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhắc lại cách viết phương trình mặt phẳng trong một số trường hợp cơ bản. Nội dung: HS ôn tập lại cách viết phương trình mặt phẳng thông qua phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: Hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) - GV phát phiếu học tập số 1 cho HS hoàn thiện theo nhóm đôi. Sau đó gọi đại diện HS trả lời, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - GV có thể tổ chức cho HS hoàn thiện phiếu học tập số 1 thông qua trò chơi trình chiếu trên máy chiếu.	- HS thực hiện phiếu học tập số 1. 1. - a-C, b-A, c-E, d-B, e-F, f-G, g-D. 2. D 3. A 4. D 5. C 6. A.	- Mục đích của hoạt động này là để HS ôn lại các khái niệm liên quan đến phương trình mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố cho HS cách viết phương trình mặt phẳng và cách xét vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 5.2 (10 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	- HS làm Bài tập 5.2 và ghi bài.	- Rèn luyện cho HS cách viết phương trình mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 5.3 (8 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 5.3 và ghi bài.	- Rèn luyện cho HS cách viết phương trình mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 5.6 (7 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 5.6 và ghi bài.	- Rèn luyện cho HS cách xét vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng và tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng được phương trình mặt phẳng để giải quyết các vấn đề thực tế.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 5.10 (10 phút) - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 7 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. - Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).	HS làm Bài tập 5.10 và ghi bài.	- HS vận dụng được phương trình mặt phẳng để giải quyết được các vấn đề trong cuộc sống. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Ôn tập lại phương trình mặt phẳng. - Giao cho HS làm bài tập trong SBT. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

1. Nối các câu ở cột 1 với các câu ở cột 2 để được một mệnh đề đúng.

Cột 1	Cột 2
a) Vector pháp tuyến của mặt phẳng	A. là vector khác vector – không và có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng.
b) Vector chỉ phương của mặt phẳng	B. thì (P) có phương trình là $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.
c) Nếu mặt phẳng (P) có hai vector chỉ phương $\vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương	C. là vector khác vector – không và có giá vuông góc với mặt phẳng.

d) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(a; b; c)$	D. thì hai vector pháp tuyến cùng phương với nhau và $D \neq D'$.
e) Cho $(P): ax + by + cz + d = 0$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$	E. thì (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$.
f) Nếu hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ vuông góc với nhau thì	F. thì khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là $d(M; (P)) = \frac{ ax_0 + by_0 + cz_0 + d }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.
g) Nếu hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ song song với nhau thì	G. thì $A \cdot A' + B \cdot B' + C \cdot C' = 0$.

2. Cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_1 = (-1; 0; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 0; -1)$.
3. Một vector pháp tuyến của (P) khi biết cặp vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$, $\vec{v} = (3; 2; -1)$ là
- A. $\vec{n}_1 = (-5; 8; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (5; -8; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (-5; 8; -1)$.
4. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 5$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) .
- A. $Q(2; -1; 5)$. B. $P(0; 0; -5)$. C. $N(-5; 0; 0)$. D. $M(1; 1; 6)$.
5. Khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ bằng
- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{5}{29}$. C. $\frac{5\sqrt{29}}{29}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.
6. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ là
- A. $(P): x - y + 2z + 3 = 0$. B. $(P): x + y + 2z + 3 = 0$.
C. $(P): x - y - 2z + 3 = 0$. D. $(P): x - y + 2z - 3 = 0$.

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

5.1. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; 2; -1)$ và vuông góc với trục Ox là $x - 1 = 0$.

5.2. a) Ta có: $\overrightarrow{AD} = (1; 0; -2) = \overrightarrow{BC} = (x_C; y_C - 2; z_C - 4) \Rightarrow C(1; 2; 2)$.

$$\overrightarrow{AA'} = (-1; 2; -1) = \overrightarrow{BB'} = (x_{B'}; y_{B'} - 2; z_{B'} - 4) \text{ và}$$

$$\overrightarrow{AA'} = (-1; 2; -1) = \overrightarrow{DD'} = (x_{D'} - 2; y_{D'} + 1; z_{D'} - 1) \Rightarrow B'(-1; 4; 3), D'(1; 1; 0).$$

b) Ta có: $\overrightarrow{CB'} = (-2; 2; 1)$, $\overrightarrow{CD'} = (0; -1; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{CD'}] = (-3; -4; 2)$

là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(CB'D')$. Phương trình mặt phẳng $(CB'D')$ là:

$$-3(x-1) - 4(y-2) + 2(z-2) = 0 \Rightarrow 3x + 4y - 2z - 7 = 0.$$

5.3. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\overrightarrow{n_Q} = (3; 2; -1)$, của mặt phẳng (R) là

$\overrightarrow{n_R} = (1; 1; -1)$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{n_Q}, \overrightarrow{n_R}] = (-1; 2; 1) = -(1; -2; -1).$$

Phương trình mặt phẳng (P) là:

$$1(x-1) - 2(y+1) - 1(z-5) = 0 \Rightarrow x - 2y - z + 2 = 0.$$

5.4. Trục Ox có một vector chỉ phương là $\vec{i}(1; 0; 0)$, một vector chỉ phương của mặt phẳng (Q) là

$$\overrightarrow{n_Q} = (1; 2; -3).$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n} = [\vec{i}, \overrightarrow{n_Q}] = (0; 3; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là:

$$0(x-2) + 3(y-3) + 2(z+1) = 0 \Rightarrow 3y + 2z - 7 = 0.$$

5.5. Khoảng cách từ gốc toạ độ $O(0; 0; 0)$ đến (P) là $d(O; (P)) = \frac{|1|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{1}{3}$.

5.6. $(P): x + y + z + 2 = 0, (Q): x + y + z + 6 = 0$ là hai mặt phẳng có chung một vector pháp tuyến là $\vec{n}(1; 1; 1)$ và $A(0; -1; -1)$ thuộc (P) nhưng không thuộc (Q) , do đó $(P) \parallel (Q)$.

Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng $d(A, (Q)) = \frac{|-1-1+6|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

5.7. a) Một vector pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P} = (1; 3; -1)$, một vector pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q} = (1; -1; -2)$.

Vì $\overrightarrow{n_P} \cdot \overrightarrow{n_Q} = 1 - 3 + 2 = 0 \Rightarrow (P) \perp (Q)$.

b) Gọi $M(t; 0; 0) \in Ox$, ta có: $d(M, (P)) = d(M, (Q))$

$$\Leftrightarrow \frac{|t|}{\sqrt{1+9+1}} = \frac{|t+1|}{\sqrt{1+1+4}} \Leftrightarrow 6t^2 = 11(t+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 22t + 11 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-11 \pm \sqrt{66}}{5}.$$

$$\text{Vậy } M\left(\frac{-11 + \sqrt{66}}{5}; 0; 0\right) \text{ hoặc } M\left(\frac{-11 - \sqrt{66}}{5}; 0; 0\right).$$

- 5.8.** Gọi mái nhà là hình chóp $S.ABCD$. Nếu ý tưởng của bác An thực hiện được thì tích có hướng của hai vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) đều là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Do đó hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) song song hoặc trùng nhau, điều này vô lí. Vậy ý tưởng của bác An không thực hiện được.
- 5.9.** Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$ song song với mặt phẳng có phương trình $z - 1 = 0$. Do đó mặt phẳng chứa sàn nhà và mặt phẳng chứa mái tầng 1 song song với nhau, hai mặt phẳng này không song song với mặt phẳng chứa mái nhà tầng 2.
- 5.10.** Giá của moment lực $\vec{M}$ vuông góc với giá của vectơ $\vec{OP}$ và $\vec{F}$. Mà OP và AB luôn nằm ngang và giá của $\vec{F}$ song song với AB nên giá của moment lực $\vec{M}$ luôn có phương thẳng đứng.

Bài 15. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian thực hiện: 5 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết được các phương trình tham số, chính tắc của đường thẳng.
- Viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm và biết vectơ chỉ phương.
- Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.
- Nhận biết vị trí tương đối của hai đường thẳng.
- Vận dụng kiến thức về phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng vào một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học thông qua các bài toán thực tiễn có gắn vào tọa độ Oxyz để viết phương trình đường thẳng, các bài toán về xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, viết phương trình đường thẳng.

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1-2: Mục 1: Phương trình đường thẳng.
- + Tiết 3: Mục 2: Hai đường thẳng vuông góc.
- + Tiết 4: Mục 3: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.
- + Tiết 5: Luyện tập.

Tiết 1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS thấy được tình huống cần sử dụng phương trình đường thẳng. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về phương trình đường thẳng. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (3 phút) - GV tổ chức cho học sinh đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. - Đặt vấn đề: GV có thể đặt vấn đề như sau: Ánh sáng được truyền theo đường thẳng, vậy muốn biết tấm bìa có che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật đặt ở điểm N	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	- Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần sử dụng phương trình đường thẳng để tính toán. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
hay không, ta cần biết đường truyền ánh sáng có “bị chặn” lại bởi tấm bìa hay không. Muốn biết được điều đó, ta sẽ đi tìm hiểu một khái niệm mới, đó là phương trình đường thẳng.		
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS hình thành khái niệm vector chỉ phương của đường thẳng, phương trình tham số của đường thẳng. Nội dung: HS thực hiện HĐ1, HĐ2 và các ví dụ, từ đó hình thành khái niệm vector chỉ phương và phương trình tham số của đường thẳng. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Phương trình đường thẳng a) Vector chỉ phương của đường thẳng HĐ1 (6 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 1 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Từ HĐ1, GV giới thiệu cho HS khái niệm vector chỉ phương của đường thẳng. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. - Qua HĐ1, GV cũng rút ra cho HS nội dung phần Chú ý.	- HS đọc và trả lời câu hỏi trong HĐ1. <i>HD.</i> a) Sai. b) Đúng. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HĐ1, HS sẽ hình thành được khái niệm vector chỉ phương của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 1 (5 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.	HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS kĩ năng nhận biết vector chỉ phương của đường thẳng.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 1 (5 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.	- HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài. <i>HD.</i> Vector chỉ phương của đường thẳng AB là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{B'A'}$.	- Mục đích của hoạt động này là luyện tập cho HS kỹ năng nhận biết vector chỉ phương của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
b) Phương trình tham số của đường thẳng HD2 (8 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HD2 trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - GV giới thiệu hệ phương trình (1) trong HD2 được gọi là phương trình tham số của đường thẳng. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. - GV nhấn mạnh cho HS nội dung trong phần Chú ý.	- HS thực hiện cá nhân HD2. <i>HD.</i> a) Vật thể chuyển động trên đường thẳng đi qua điểm A và nhận vector $\vec{u}$ làm vector chỉ phương. b) Ta có $\overrightarrow{AM} = t\vec{u} \Rightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct. \end{cases} (1)$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HD2, HS hình thành được khái niệm phương trình tham số của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 2 (8 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	- Thông qua Ví dụ 2, HS tìm được điểm thuộc đường thẳng và vector chỉ phương của đường thẳng đó khi biết phương trình tham số của nó, hình thành kỹ năng viết phương trình tham số của đường thẳng.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng viết phương trình đường thẳng. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 2. Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (8 phút) GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 5 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	- HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài. <i>HD.</i> a) Một điểm thuộc đường thẳng Δ là $A(2;0;1)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $(1;3;1)$. b) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $O(0;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v}(1;3;1)$ $\text{là } \begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = t \end{cases}$	- Thông qua Luyện tập 2, HS tìm được điểm thuộc đường thẳng và vectơ chỉ phương của đường thẳng đó khi biết phương trình tham số của nó, hình thành kỹ năng viết phương trình tham số của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vectơ chỉ phương và phương trình tham số của đường thẳng. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS hình thành và viết được phương trình đường thẳng trong một số trường hợp. Nội dung: HS thực hiện HĐ3, HĐ4 và các ví dụ. Sản phẩm: Kiến thức về cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng, câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Phương trình đường thẳng Nhắc lại kiến thức (3 phút) - GV cho HS nhắc lại cách viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua một điểm và biết một vector chỉ phương. c) Phương trình chính tắc của đường thẳng HĐ3 (4 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 2 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Sau khi thực hiện HĐ3, GV giới thiệu cho HS hệ thức (1) là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	- HS nhắc lại phương trình tham số của đường thẳng. <i>HD.</i> a) Hai vector $\overrightarrow{AM}$, $\vec{u}$ cùng phương với nhau. b) Điểm M thuộc Δ khi $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} \quad (1).$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Thông qua HĐ3, HS khám phá được phương trình chính tắc của đường thẳng Δ. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 3 (3 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 1 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS nhận biết được vector chỉ phương và tìm được một điểm thuộc đường thẳng khi biết phương trình tham số của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		duy và lập luận toán học.
Luyện tập 3 (3 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài. <i>HD.</i> Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (3; 1; 5)$, hai điểm thuộc đường thẳng Δ là $A(-1; 1; 2), B(2; 2; 7)$.	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS nhận biết được vectơ chỉ phương và tìm được một điểm thuộc đường thẳng khi biết phương trình tham số của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 4 (3 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 1 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là giúp hình thành cho HS kỹ năng viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 4 (3 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện Luyện tập 4 và ghi bài. <i>HD.</i>	- Mục đích của hoạt động này là giúp hình thành cho HS kỹ năng viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t. \\ z = 3t \end{cases}$ Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}.$	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 5 (4 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. - GV có thể đặt câu hỏi cho HS, liệu trong trường hợp này, ta có thể viết được phương trình chính tắc của đường thẳng không.	- HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài. <i>HD.</i> Ta không thể viết được phương trình chính tắc của đường thẳng trong trường hợp này vì vectơ chỉ phương của đường thẳng có 1 tọa độ bằng 0 mà mẫu số thì không được bằng 0.	- Mục đích của hoạt động này là giúp hình thành cho HS kĩ năng viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 5 (3 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS thực hiện Luyện tập 5 và ghi bài. <i>HD.</i> Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oyz) là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases}$ vì đường thẳng đó có một vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0).$	- Mục đích của hoạt động này là giúp hình thành cho HS kĩ năng viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
d) Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm HD4 (6 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS trả lời, các HS khác	- HS thực hiện cá nhân HD4. <i>HD.</i>a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{A_1A_2}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1).$	- Mục đích của hoạt động này là giúp hình thành cho HS cách viết phương trình

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - Sau khi thực hiện HĐ4, GV tóm tắt lại cho HS cách viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	b) Phương trình đường thẳng A_1A_2 $\text{là } \begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t \\ z = z_1 + (z_2 - z_1)t \end{cases}$ Trong trường hợp $x_1 \neq x_2; y_1 \neq y_2; z_1 \neq z_2$ thì phương trình chính tắc của đường thẳng là $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$	đường thẳng đi qua hai điểm. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.

Nội dung: HS thực hiện Ví dụ 6 và Luyện tập 6.

Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Ví dụ 6 (4 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	HS đọc nội dung và thực hiện Ví dụ 6.	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS hình thành kỹ năng viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 6 (4 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thực hiện Luyện tập 6 và ghi bài. <i>HD.</i> Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = 3(0;1;1)$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t. \end{cases}$	- Mục đích của hoạt động này là giúp HS hình thành kỹ năng viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng được phương trình đường thẳng để giải quyết được tình huống thực tế. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 1. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng 1 (4 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thảo luận và thực hiện Vận dụng 1. <i>HD.</i> Ta có $M(2;3;-4), N(-1;0;8).$ a) $\overrightarrow{MN} = (-3;-3;12) = -3(1;1;-4)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng MN nên phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = -4 - 4t \end{cases}$ b) D là giao điểm của MN và (Oxy), ta xét: $z = -4 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Do đó $D = (1;2;0).$ c) Vì $\overrightarrow{DM} = (1;1;-4),$ $\overrightarrow{DN} = (-2;-2;8) = -2\overrightarrow{DM}$ nên D nằm giữa M và N. d) Ta có $OD = \sqrt{1+4+0} = \sqrt{5} < 3$ nên tấm bìa che khuất tầm nhìn.	- Mục đích của hoạt động này là HS vận dụng được phương trình đường thẳng để giải quyết được các tình huống thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (1 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Cách viết phương trình chính tắc của đường thẳng và phương trình đường thẳng đi qua hai điểm. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.11, 5.12, 5.13: Cách viết phương trình đường thẳng. - Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho nội dung bài tiếp theo.		

Tiết 3. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS nhận biết được điều kiện để hai đường thẳng vuông góc. Nội dung: HS thực hiện HĐ5 và các ví dụ. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
2. Hai đường thẳng vuông góc Nhắc lại kiến thức (3 phút) - GV cho HS nhắc lại cách viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng. HĐ5 (5 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - Từ HĐ5, GV cho HS rút ra được điều kiện để hai đường thẳng vuông góc với nhau. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	- HS nhắc lại cách viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng. - HS thực hiện cá nhân HĐ5. <i>HD.</i> a) Hai vectơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ có giá vuông góc với nhau. b) Hai vectơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ có giá vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Mục đích của hoạt động này là HS nhận biết được điều kiện để hai đường thẳng vuông góc với nhau. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 7 (6 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là HS nhận biết cách sử dụng điều kiện để hai đường thẳng vuông góc với nhau. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Luyện tập 7 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.	- HS thực hiện Luyện tập 7 và ghi bài. <i>HD.</i> Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (2; 1; -1)$, một vectơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Ta thấy $\vec{u} \cdot \vec{k} = -1 \neq 0$ nên Δ không vuông góc với trục Oz.	- Mục đích của hoạt động này là HS luyện tập sử dụng điều kiện để hai đường thẳng vuông góc với nhau. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng được phương trình mặt phẳng để giải quyết được tình huống thực tế. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 2. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng 2 (6 phút) GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thảo luận và thực hiện Vận dụng 2. <i>HD.</i> Hai con đường thuộc hai đường thẳng lần lượt có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 1; 0), \vec{u}_2 = (-2; 2; 0)$ $\Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$. Do đó hai con đường thuộc hai đường thẳng vuông góc với nhau.	- Mục đích của hoạt động này là HS vận dụng được phương trình mặt phẳng để giải quyết được các tình huống thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Phiếu học tập (15 phút) - Để rèn luyện kỹ năng xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng, tìm một điểm thuộc đường thẳng khi cho trước	- HS làm phiếu học tập số 1 theo nhóm. <i>Đáp án.</i> 1. B 2. C	- Mục đích của hoạt động này là HS rèn luyện kỹ năng xác định vectơ chỉ phương của

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
phương trình đường thẳng và viết được phương trình đường thẳng trong một số trường hợp đơn giản, GV cho HS làm phiếu học tập số 1 theo nhóm. Tùy vào tình hình thực tế của lớp học, GV có thể tổ chức cho HS làm phiếu học tập số 1 trên Kahoot.	3. B 4. D 5. B 6. D 7. A 8. C 9. D 10. C.	đường thẳng, tìm một điểm thuộc đường thẳng khi cho trước phương trình đường thẳng và viết được phương trình đường thẳng trong một số trường hợp đơn giản. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Hai đường thẳng vuông góc
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.2: luyện tập cách viết phương trình mặt phẳng.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS khám phá được điều kiện để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng. Nội dung: HS thực hiện HĐ6 và các ví dụ. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
3. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng HĐ6 (10 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện	- HS thảo luận thực hiện HĐ6. HD. a) Hai vectơ $\vec{u_1}, \vec{u_2}$ cùng phương với nhau.	- Thông qua HĐ6, HS nhận biết được điều kiện để xét các vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Từ HĐ6, HS rút ra được điều kiện để xét các vị trí tương đối của hai đường thẳng. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	b) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 cắt nhau. c) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 chéo nhau.	- Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 8 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 8 trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 8 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS kỹ năng xét vị trí tương đối của hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong các bài luyện tập và ví dụ.

Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 8 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Luyện tập 8 trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 8. <i>HD.</i> Hai đường thẳng có cùng một vectơ chỉ phương là $(1; -2; 3)$ và điểm $A(3; 0; 1)$ thuộc đường thẳng Δ_1 nhưng không thuộc Δ_2. Do đó hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS kỹ năng xét vị trí tương đối của hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 9 (5 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 9 trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác	HS đọc nội dung và thực hiện Ví dụ 9.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS kỹ năng xét vị

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.		trí tương đối của hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 9 (5 phút) GV chia lớp thành các nhóm bốn HS, các nhóm hoạt động nhóm, trình bày Luyện tập 9 ra bảng phụ, sau đó đại diện các nhóm sẽ lên trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 9. <i>HD.</i> a) Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có cùng một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 4)$ và điểm $A(1; -2; 3)$ thuộc đường thẳng Δ_1 nhưng không thuộc Δ_2. Do đó hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. b) Một vector chỉ phương của trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{OA} = (1; -2; 3)$ $\Rightarrow [\vec{u}, \vec{i}] \cdot \vec{OA} = (0; 4; -1) \cdot (1; -2; 3) = 0 - 8 - 3 = -11 \neq 0.$ Do đó Δ_1 và trục Ox chéo nhau. c) Hai đường thẳng Δ_2 và Δ_3 có cùng vector chỉ phương $(1; 1; 4)$ và cùng đi qua điểm $B(-1; -1; 0)$ nên hai đường thẳng đó trùng nhau. d) Một vector chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$, ta có: $[\vec{u}, \vec{k}] = (1; -1; 0) \neq \vec{0} \text{ và}$ $[\vec{u}, \vec{k}] \cdot \vec{OB} = (1; -1; 0) \cdot (-1; -1; 0) = -1 + 1 + 0 = 0$ nên Δ_2 và trục Oz cắt nhau.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS kĩ năng xét vị trí tương đối của hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Chú ý (3 phút) - Đề xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vector chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó. - GV giới thiệu cho HS hệ phương trình (*) trong SGK và yêu cầu học sinh rút ra mối liên hệ giữa số nghiệm của hệ phương trình và vị trí tương đối của hai đường thẳng đó. - Từ câu trả lời của HS, GV rút ra nội dung phần Chú ý cho HS.	- HS nhận xét về số nghiệm và vị trí tương đối giữa hai đường thẳng: + Hai đường thẳng song song thì hệ (*) vô nghiệm. + Hai đường thẳng trùng nhau thì hệ (*) vô số nghiệm. + Hai đường thẳng cắt nhau thì hệ (*) có nghiệm duy nhất. + Hai đường thẳng chéo nhau thì hệ (*) vô nghiệm. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Mục đích của hoạt động này là HS hình thành cách xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng dựa theo số nghiệm của hệ phương trình hai ẩn t và s. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 10 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Luyện tập 10 trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 10. <i>HD.</i> Ta thấy hệ phương trình $\begin{cases} 1 + 2t = s \\ 3 + t = 1 + 2s \\ 1 - t = 3s \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$ Mà $\vec{u}_1(2; 1; -1), \vec{u}_2(1; 2; 3)$ không cùng phương nên hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 chéo nhau.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS kỹ năng xét vị trí tương đối của hai đường thẳng bằng cách xét số nghiệm của hệ phương trình. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng được phương trình đường thẳng trong không gian để giải quyết các vấn đề trong thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 3. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động theo nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng 3 (5 phút)	- HS thảo luận và thực hiện Vận dụng 3.	- Mục đích của hoạt động này là HS vận dụng

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	<i>HD.</i> Hai đường thẳng chứa phương chuyển động của hai vật thể là hai đường thẳng chéo nhau vì $[\vec{v}_1, \vec{v}_2] \cdot \vec{AB} = (-5; 1; 3) \cdot (2; 3; 0)$ $= -10 + 3 + 0 = -7 \neq 0.$ Vậy trong quá trình dịch chuyển hai vật thể không bao giờ chạm nhau.	được phương trình đường thẳng trong không gian để giải quyết các vấn đề trong thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vị trí tương đối của hai đường thẳng.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.14, 5.15, 5.16.

Tiết 5: LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhớ lại phương trình đường thẳng đi qua một điểm và có một vectơ chỉ phương, cách xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Nội dung: HS ôn tập lại các công thức thông qua phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (12 phút) - GV yêu cầu HS nhắc lại khái niệm về vectơ chỉ phương của đường thẳng, phương trình đường thẳng đi qua một điểm và biết vectơ chỉ phương, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. - GV phát phiếu học tập số 2 cho HS hoàn thiện cá nhân. Sau đó gọi	- HS nhắc lại các khái niệm về vectơ chỉ phương của đường thẳng, phương trình đường thẳng đi qua một điểm và biết vectơ chỉ phương, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. - HS thực hiện phiếu học tập số 2. <i>Đáp án.</i>	- Mục đích của hoạt động này là để HS nhớ lại khái niệm về vectơ chỉ phương của đường thẳng, phương trình đường thẳng đi qua một điểm và biết vectơ chỉ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
đại diện HS trả lời, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - GV có thể tổ chức cho HS hoàn thiện phiếu học tập số 1 thông qua trò chơi trình chiếu trên máy chiếu.	1. A 2. C 3. C 4. B 5. B 6. B	phương, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình đường thẳng, xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 5.11 (6 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 5.11 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 5.13 (6 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	- HS làm Bài tập 5.13 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		duy và lập luận toán học.
Bài tập 5.14 (7 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 5.14 và ghi bài.	- Rèn luyện cho HS kỹ năng xét vị trí tương đối của hai đường thẳng và củng cố lại cách viết phương trình mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng được phương trình đường thẳng để giải quyết các bài toán thực tế. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 5.18 (10 phút) - GV chia lớp thành 4 nhóm, các nhóm hoạt động nhóm, trình bày Luyện tập 9 ra bảng phụ, sau đó đại diện các nhóm sẽ lên trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án. - Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).	- HS làm Bài tập 5.18 và ghi bài.	- Mục đích của bài này là để HS ứng dụng được hệ tọa độ $Oxyz$ để giải quyết các vấn đề thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (4 phút)		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Ôn tập về phương trình đường thẳng. - Giao cho HS làm các bài tập cuối bài còn lại trong SGK. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

- Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 1 - 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là
 A. $\vec{u} = (1; 2; 0)$. B. $\vec{u} = (1; 0; -2)$. C. $\vec{u} = (1; 2; -2)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.
- Cho hai điểm $A(5; -3; 6)$, $B(5; -1; -5)$. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .
 A. $\vec{u} = (5; -2; 1)$. B. $\vec{u} = (10; -4; 1)$. C. $\vec{u} = (0; 2; -11)$. D. $\vec{u} = (0; 2; 11)$.
- Cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x - z + 3 = 0$. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng d .
 A. $\vec{u} = (4; 1; 3)$. B. $\vec{u} = (4; 0; -1)$. C. $\vec{u} = (4; 1; -1)$. D. $\vec{u} = (4; -1; 3)$
- Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d .
 A. $Q(1; 0; 2)$. B. $N(1; -2; 0)$. C. $P(1; -1; 3)$. D. $M(-1; 2; 0)$
- Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là
 A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
 C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.
- Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là
 A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.
- Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t. \\ z = -1 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t. \\ z = -t \end{cases}$$

8. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

$$\text{A. } x - 2y + z = 0.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t. \\ z = 3 + t \end{cases}$$

$$\text{C. } \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\text{D. } \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}.$$

9. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}.$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}.$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}.$$

10. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tìm toạ độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

$$\text{A. } A(3; 5; 3).$$

$$\text{B. } A(1; 3; 1).$$

$$\text{C. } A(-3; 5; 3).$$

$$\text{D. } A(1; 2; -3).$$

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

1. Cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

$$\text{A. } \vec{u} = (-1; 2; 1).$$

$$\text{B. } \vec{u} = (2; 1; 0).$$

$$\text{C. } \vec{u} = (2; 1; 1).$$

$$\text{D. } \vec{u} = (-1; 2; 0).$$

2. Cho d qua $A(3; 0; 1)$, $B(-1; 2; 3)$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

$$\text{A. } \vec{u} = (-1; 2; 1).$$

$$\text{B. } \vec{u} = (2; 1; 0).$$

$$\text{C. } \vec{u} = (2; -1; -1).$$

$$\text{D. } \vec{u} = (-1; 2; 0).$$

3. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây không thuộc d .

$$\text{A. } N(4; 0; -1).$$

$$\text{B. } M(1; -2; 3).$$

$$\text{C. } P(7; 2; 1).$$

$$\text{D. } Q(-2; -4; 7)$$

4. Cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): -2x + y - z + 1 = 0$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

- A. $\vec{u} = (-2; -1; -1)$. B. $\vec{u} = (2; -1; 1)$. C. $\vec{u} = (-2; 1; 1)$. D. $\vec{u} = (-2; -1; 1)$

5. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 - 2t \\ z = 2 - 11t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d .

- A. $M(1; -4; 2)$. B. $N(1; -4; -9)$. C. $P(1; 2; 7)$. D. $Q(2; 2; 7)$

6. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 \end{cases}$ và đường thẳng $d': \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = -3 \end{cases}$ với $t, t' \in \mathbb{R}$. Vị trí tương

đối của d và d' là.

- A. $d // d'$. B. $d \equiv d'$. C. d cắt d' . D. d chéo d' .

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

5.11. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $(2; 1; 3)$, mà đường thẳng Δ song song với d

nên phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$; phương trình chính tắc của Δ là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}.$$

5.12. Một vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) là $(1; 3; -1)$ nên phương trình tham số của Δ là

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}; \text{ phương trình chính tắc của } \Delta \text{ là } \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}.$$

5.13. $\overrightarrow{AB} = (-1; -5; 5)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nên phương trình tham số

$$\text{của } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 5t \\ z = -1 + 5t \end{cases}; \text{ phương trình chính tắc của đường thẳng } \Delta \text{ là } \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{5}.$$

5.14. Đường thẳng Δ_1 đi qua $A(1; 3; 2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 3)$, đường thẳng Δ_2 đi qua $B(8; -2; 2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (-1; 1; 2)$.

Đặt $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (-5; -7; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (7; -5; 0) \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = -35 + 35 = 0$, mà $\vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương nên Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

Mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ_2 nhận $\vec{n}$ làm một vector chỉ phương và mặt phẳng đó đi qua điểm A nên phương trình mặt phẳng cần tìm là $-5(x-1) - 7(y-3) + 1(z-2) = 0$

$$\Leftrightarrow 5x + 7y - z - 24 = 0.$$

5.15. Đường thẳng Δ_1 đi qua $A(1; 3; 2)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; 1; 2)$, đường thẳng Δ_2 đi qua $B(1; -1; 0)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{v} = (3; 1; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -4; -2)$, $\vec{u} = \vec{v}$ và $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương với $\vec{u}$ nên hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

Đặt $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{AB}] = 6(1; 1; -2)$.

Mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ_2 nhận $\vec{n}$ làm một vector chỉ phương và mặt phẳng đó đi qua điểm A nên phương trình mặt phẳng cần tìm là $1(x-1) + 1(y-3) - 2(z-2) = 0$

$$\Leftrightarrow x + y - 2z = 0.$$

5.16. Đường thẳng Δ_1 đi qua $A(-1; 1; 3)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 0; 2)$, đường thẳng Δ_2 đi qua $B(-1; 2; 1)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{v} = (2; 1; 3)$.

Đặt $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (-2; 1; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 1; -2) \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 - 2 = -1 \neq 0$ suy ra Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

5.17. a) Hai con đường thuộc hai đường thẳng lần lượt có vector chỉ phương là

$$\vec{u}_1 = (2; -1; 3), \vec{u}_2 = (-1; 1; 1) \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0.$$

Do đó hai con đường thuộc hai đường vuông góc với nhau.

b) Nút giao thông trong hình vẽ là nút giao thông khác mức vì độ cao của các đường giao thông khác nhau để tránh xung đột.

5.18. a) Mục tiêu đặt tại M, ta có $\overrightarrow{AM} = \left(6; \frac{1}{2}; 17\right)$ không cùng phương với $\vec{v} = (2; 1; 6)$ nên bắn không trúng mục tiêu.

b) Mục tiêu đặt tại N, ta có $\overrightarrow{AN} = (-4; -2; -12) = -2(2; 1; 6)$ cùng phương với

$\vec{v} = (2; 1; 6)$ nhưng ngược chiều với $\vec{v} = (2; 1; 6)$. Trong trường hợp này bắn cũng không trúng mục tiêu.

5.19. Ta có $A(0;0;6)$, $A'\left(\frac{3}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. $\overrightarrow{AA'} = \left(\frac{3}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}; -6\right) = \frac{3}{2}(1; \sqrt{3}; -4)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AA' nên phương trình đường thẳng chứa tia nắng tại thời điểm đang xét là $\frac{x}{1} = \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{z-6}{-4}$.

Bài 16. CÔNG THỨC TÍNH GÓC TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Tính góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng.
- Vận dụng được kiến thức về góc vào một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán có tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng trong thực tiễn.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có),...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế có tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng trong thực tiễn.

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1 và Mục 2. Công thức tính góc giữa hai đường thẳng và Công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

+ Tiết 2: Mục 3 và chữa một số bài tập.

Tiết 1. CÔNG THỨC TÍNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. CÔNG THỨC TÍNH GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS thấy được tình huống cần tính góc trong thực tế. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về công thức tính góc. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (3 phút) - GV tổ chức cho học sinh đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. - Đặt vấn đề: GV có thể gợi vấn đề như sau: Việc tính được mái nhà nghiêng với mặt sàn nhà một góc bao nhiêu chính là việc chúng ta đi tính góc giữa hai mặt phẳng. Vậy làm thế nào để tính được góc giữa hai mặt phẳng, ta sẽ đi tìm hiểu bài này.	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	- Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần tính góc trong thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		
Mục tiêu: Giúp HS hình thành được công thức tính góc giữa hai đường thẳng, tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Nội dung: HS thực hiện HĐ1, HĐ2 và các ví dụ, từ đó hình thành công thức tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Công thức tính góc giữa hai đường thẳng HĐ1 (6 phút)	HS thực hiện cá nhân HĐ1. HD.	- Thông qua HĐ1, HS sẽ tìm hiểu được mối quan hệ của góc giữa hai đường thẳng và

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả như sau: “Vậy để tính cosin của góc giữa hai đường thẳng, ta đưa về tính cosin của góc giữa hai vectơ”. - GV cho HS nhắc lại công thức tính cosin của góc giữa 2 vectơ. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	a) Nếu $0 \leq (\vec{u}; \vec{u}') \leq 90^\circ$ thì $(\Delta; \Delta') = (\vec{u}; \vec{u}')$. Nếu $90^\circ < (\vec{u}; \vec{u}') \leq 180^\circ$ thì $(\Delta; \Delta') = 180^\circ - (\vec{u}; \vec{u}')$. b) Ta có $\cos(\Delta; \Delta') = \cos(\vec{u}; \vec{u}')$. - HS nhắc lại công thức tính cosin của góc giữa hai vectơ. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	góc giữa hai vectơ chỉ phương. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 1 (5 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.	HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS kĩ năng tính góc giữa hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 1 (5 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.	- HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài. <i>HD.</i> Đường thẳng Δ có một là $\vec{u} = (1; 2; -2)$, trục Oz có một vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Ta có: $\cos(\Delta, Oz) = \cos(\vec{u}, \vec{i}) = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{i} }{ \vec{u} \cdot \vec{i} } = \frac{2}{3}.$ Do đó $(\Delta, Oz) \approx 48,2^\circ$.	- Mục đích của hoạt động này là luyện tập cho HS kĩ năng tính góc giữa hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
2. Công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng	- HS thực hiện cá nhân HĐ2. <i>HD.</i>	- Thông qua HĐ2, HS tìm được mối quan hệ của góc giữa đường

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HD2 (6 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HD2 trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả như sau: “Vậy để tính sin của góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, ta đưa về tính cosin của góc giữa vector chỉ phương của đường thẳng và vector pháp tuyến của mặt phẳng đó”. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	a) Ta có $(\Delta; (P)) + (\Delta; \Delta') = 90^\circ$. b) Ta có $\sin(\Delta; (P)) = \cos(\Delta; \Delta')$ $= \left \cos(\vec{u}; \vec{n}) \right $. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	thẳng và mặt phẳng với góc giữa vector chỉ phương và vector pháp tuyến tương ứng. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 2 (5 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	- Thông qua Ví dụ 2, HS tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng tính góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 2. Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (5 phút) GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 3 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	- HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài. <i>HD.</i> Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$, mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 1)$. Ta có:	- Rèn luyện cho HS kỹ năng tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$\sin(\Delta, (P)) = \cos(\vec{u}, \vec{n}) $ $= \frac{ -1-2+1 }{\sqrt{1+4+1} \cdot \sqrt{1+1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ $\Rightarrow (\Delta, (P)) \approx 28,1^\circ.$	
Bài tập 5.20 (6 phút) GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 3 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	HS làm Bài tập 5.20 và ghi bài.	- Rèn luyện cho HS kỹ năng tính góc giữa hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (4 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Công thức tính góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.21, 5.22: Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 2. CÔNG THỨC TÍNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS hình thành được công thức tính góc giữa hai mặt phẳng. Nội dung: HS thực hiện HĐ3 và các ví dụ. Sản phẩm: Công thức tính góc giữa hai mặt phẳng trong không gian. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
3. Công thức tính góc giữa hai mặt phẳng Nhắc lại kiến thức (2 phút) - GV cho HS nhắc lại công thức tính góc giữa hai đường	- HS nhắc lại công thức tính góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. - HS thảo luận thực hiện HĐ3. HD.	- Thông qua HĐ3, HS khám phá được công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. HD3 (5 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. - Sau khi thực hiện HD3, GV giới thiệu cho HS công thức (1) công thức để tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng, từ đó suy ra góc giữa hai mặt phẳng. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	a) $((P);(Q)) = (\Delta; \Delta')$. b) $\cos((P);(Q)) = \left \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right $ $= \frac{ AA' + BB' + CC' }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}} \quad (1)$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 3 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS cách tính góc giữa hai mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 3 (5 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài. <i>HD.</i> Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -\sqrt{2}; 1)$, mặt phẳng (Oxz) có một vector pháp tuyến là $\vec{j} = (0; 1; 0)$. Ta có:	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS cách tính góc giữa hai mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$\cos((P), (Oxz)) = \frac{ -\sqrt{2} }{\sqrt{1+2+1} \cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow ((P), (Oxz)) = 45^\circ.$	
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện cho HS kỹ năng tính góc giữa hai mặt phẳng. Nội dung: HS thực hiện Ví dụ 4. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 4 (6 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS cách tính góc giữa hai mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Bài tập 5.22 (4 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét.	HS làm Bài tập 5.22 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là luyện tập cách tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS tính được góc giữa hai mặt phẳng trong tình huống thực tế. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng và Bài tập 5.23. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng (8 phút) - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình	- HS thảo luận và thực hiện Vận dụng 1. <i>HD.</i>	- Mục đích của hoạt động này là HS tính được góc giữa hai mặt

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	Giả sử $AA' = 7m$, $BB' = 6m$, $CC' = 5m$, tam giác ABC đều cạnh bằng $4m$ nên $OB = 2\sqrt{3}m$. Đơn vị trên các trục toạ độ là mét, nên ta có: $A'(0; -2; 7), B'(2\sqrt{3}; 0; 6), C'(0; 2; 5)$ $\Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (2\sqrt{3}; 2; -1),$ $\overrightarrow{A'C'} = (0; 4; -2).$ Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(A'B'C')$ là $\vec{n} = [\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}] = 4\sqrt{3}(0; 1; 2).$ Mặt phẳng toạ độ (Oxy) có một vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Khi đó $\cos((Oxy), (A'B'C')) = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow ((Oxy), (A'B'C')) \approx 26,6^\circ.$ Vậy góc giữa mái nhà và mặt sàn gần bằng $26,6^\circ$.	phẳng trong tình huống thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 5.23 (8 phút) GV chia lớp thành 4 nhóm, các nhóm thảo luận nhóm và trình bày lời giải ra bảng phụ, sau đó đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt đáp án.	- HS thảo luận nhóm và làm Bài tập 5.23.	- Mục đích của hoạt động này là HS tính được góc giữa hai mặt phẳng trong tình huống thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Góc giữa hai mặt phẳng. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.24: Tính góc giữa hai mặt phẳng. - Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho nội dung bài tiếp theo.		

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

5.20. Đường thẳng Δ_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 3)$, đường thẳng Δ_2 có một vector chỉ phương là $\vec{v} = (-1; 1; 2)$. Ta có $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = \frac{3\sqrt{21}}{42} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) \approx 70,9^\circ$.

5.21. Đường thẳng Oz có một vector chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$, mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -1)$. Ta có $\sin(Oz, (P)) = |\cos(\vec{k}, \vec{n})| = \frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow (Oz, (P)) \approx 24,1^\circ$.

5.22. Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 3)$, mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Ta có $\sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{2\sqrt{42}}{21} \Rightarrow (\Delta, (P)) \approx 38,1^\circ$.

5.23. Chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho O là giao điểm của AC và BD , điểm A thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy , điểm S thuộc tia Oz .

Ta có $OA = OB = OC = 115\sqrt{2}$, $OS = 7\sqrt{439}$

$\Rightarrow A(115\sqrt{2}; 0; 0)$, $B(0; 115\sqrt{2}; 0)$, $C(-115\sqrt{2}; 0; 0)$, $S(0; 0; 7\sqrt{439})$

$\Rightarrow \vec{SA} = (115\sqrt{2}; 0; -7\sqrt{439})$, $\vec{SB} = (0; 115\sqrt{2}; -7\sqrt{439})$, $\vec{SC} = (-115\sqrt{2}; 0; -7\sqrt{439})$.

Từ các vector trên ta tính được:

- Một vector pháp tuyến của (SAB) là $\vec{n}_1 = 115\sqrt{2}(7\sqrt{439}; 7\sqrt{439}; 115\sqrt{2})$,

- Một vector pháp tuyến của (SBC) là $\vec{n}_2 = -115\sqrt{2}(7\sqrt{439}; -7\sqrt{439}; -115\sqrt{2})$.

Do đó $\cos((SAB), (SBC)) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{26450}{69472} \Rightarrow ((SAB), (SBC)) \approx 67,6^\circ$.

5.24. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho mặt phẳng (Oxy) chứa đáy bể, O là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống đáy bể, tia Ox chứa chân đường vuông góc kẻ từ A xuống đáy bể, tia Oy

chứa chân đường vuông góc kẻ từ C xuống đáy bể, tia Oz chứa điểm B , đơn vị trên các trục là mét.

Ta có: $A(1;0;0,4)$, $B(0;0;0,44)$, $C(0;1;0,48)$.

a) Vì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ nên ta tính được $D = (1; 1; 0,44)$. Do đó khoảng cách từ D đến đáy bể là 44 cm.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;0;0,04)$, $\overrightarrow{BC} = (0;1;0,04)$.

Đặt $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (-0,04;0,04;-1)$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là

$$\vec{k} = (0;0;1) \Rightarrow \cos((ABCD), (Oxy)) = |\cos(\vec{n}, \vec{k})| = \frac{25}{\sqrt{627}}$$

$$\Rightarrow ((ABCD), (Oxy)) \approx 3,2^\circ.$$

Đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang gần bằng $3,2^\circ$.

Bài 17. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Thời gian thực hiện: 3 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết phương trình mặt cầu.
- Xác định tâm, bán kính mặt cầu khi biết phương trình.
- Lập phương trình mặt cầu khi biết tâm và bán kính.
- Vận dụng kiến thức về phương trình mặt cầu để giải quyết được một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán tính khoảng cách giữa hai điểm khi biết kinh độ, vĩ độ trên bề mặt trái đất, các bài toán có ứng dụng phương trình mặt cầu để giải quyết.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế có ứng dụng phương trình mặt cầu.

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 03 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1. Phương trình mặt cầu.
- + Tiết 2: Mục 2. Một số ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tiễn.
- + Tiết 3: Luyện tập.

Tiết 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Gọi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS thấy được tình huống cần viết được phương trình mặt cầu. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về mặt cầu. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (3 phút) - GV tổ chức cho học sinh đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. - Đặt vấn đề: GV có thể gọi vấn đề như sau: Cở sở toán học nào có thể cho phép ta thiết lập được phần mềm tính công thức khoảng cách trên bề mặt Trái Đất, ta sẽ cùng nhau đi tìm hiểu bài hôm nay.	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	- Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần viết phương trình mặt cầu. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		
Mục tiêu: Giúp HS hình thành được phương trình mặt cầu, xác định được tâm và bán kính của mặt cầu. Nội dung: HS thực hiện HĐ1 và các ví dụ, từ đó hình thành phương trình mặt cầu.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Phương trình mặt cầu Nhắc lại kiến thức (2 phút) - GV gọi HS nêu khái niệm về mặt cầu, điểm nằm bên trong mặt cầu, điểm nằm bên ngoài mặt cầu, đường kính của mặt cầu. - GV tổng kết và giới thiệu cho HS về mặt cầu như SGK. HĐ1 (6 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 1 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Sau khi HS thực hiện xong HĐ1, GV giới thiệu cho HS hệ thức (1) được gọi là phương trình mặt cầu. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. - GV đặt câu hỏi cho HS để rút ra phần Chú ý: + Nếu $M(x;y;z)$ nằm trong mặt cầu thì toạ độ điểm M thỏa mãn hệ thức nào? + Nếu M nằm ngoài mặt cầu thì toạ độ điểm M thỏa mãn hệ thức nào?	- HS nêu những khái niệm cơ bản về mặt cầu. <i>HD.</i> + Mặt cầu tâm I, bán kính R là tập hợp các điểm trong không gian cách I một khoảng bằng R. + Một điểm M nằm bên trong mặt cầu nếu $IM < R$, điểm M nằm bên ngoài mặt cầu nếu $IM > R$. + Đường kính của mặt cầu là đoạn thẳng nối hai điểm nằm trên mặt cầu và đi qua tâm của mặt cầu đó. - HS thực hiện cá nhân HĐ1. <i>HD.</i> Một điểm M thuộc mặt cầu khi và chỉ khi $IM^2 = R^2$ $\Leftrightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \quad (1).$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. - HS lần lượt trả lời các câu hỏi: + Nếu M nằm trong mặt cầu thì $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 < R^2$ + Nếu M nằm ngoài mặt cầu thì $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 > R^2$	- Thông qua HĐ1, HS sẽ hình thành được phương trình mặt cầu biết tâm và bán kính. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 1 (4 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi HS	- HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là hình thành cho HS kĩ năng

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.		xác định tâm và bán kính của mặt cầu. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 1 (4 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.	- HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài. <i>HD.</i> a) Tâm của mặt cầu là $I\left(-2; 0; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính của mặt cầu $R = \frac{3}{2}$. b) Điểm M nằm ngoài mặt cầu.	- Mục đích của hoạt động này là luyện tập cho HS kỹ năng xác định tâm và bán kính của mặt cầu. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 2 (7 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	- Thông qua Ví dụ 2, HS hình thành cách viết phương trình mặt cầu biết tâm và bán kính. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng viết phương trình mặt cầu. Nội dung: HS thực hiện các bài luyện tập và ví dụ Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (6 phút) GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 4 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	- HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài. <i>HD.</i> a) Phương trình mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R=1$ là $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình mặt cầu khi biết tâm và bán kính. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	b) Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm I của AB, ta có $I = \left(\frac{3}{2}; -2; \frac{1}{2}\right)$, bán kính là $R = IA = \frac{\sqrt{14}}{2}$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$.	vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 3 (4 phút) GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 3 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kĩ năng xác định tâm và bán kính khi biết phương trình mặt cầu. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học.
Luyện tập 3 (4 phút) GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 3 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.	- HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài. HD. Phương trình đã cho tương đương với phương trình: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 25.$ Do đó (S) là mặt cầu có tâm là $I(2; -3; 0)$, bán kính là $R = 5$.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kĩ năng xác định tâm và bán kính khi biết phương trình mặt cầu. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học.
Nhận xét (3 phút) Từ Ví dụ 3 và Luyện tập 3, GV rút ra nhận xét cho HS: Với các hằng số a, b, c, d thì $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (1) là phương trình đường tròn	- HS trả lời lần lượt các câu hỏi. + (1) là phương trình đường tròn khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$, tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.	- Mục đích của hoạt động này là HS biết thêm 1 dạng nữa của phương trình đường tròn, xác định được tâm I, bán kính R.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
khi nào? Nếu nó là phương trình đường tròn, hãy xác định tâm I và bán kính R .	- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Phương trình đường tròn.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.25, 5.26, 5.27.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 2. MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU TRONG THỰC TIỄN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: HS rèn luyện kỹ năng xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

Nội dung: HS thực hiện Ví dụ 4 và Luyện tập 4.

Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.

Ví dụ 4 (7 phút)

- GV cho HS nhắc lại phương trình mặt cầu khi biết tâm I và bán kính R . Nhắc lại điều kiện để phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là một phương trình mặt cầu, từ đó xác định tâm I và bán kính.

- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét.

- HS nhắc lại lần lượt nhắc lại các nội dung liên quan tới phương trình mặt cầu.

- HS thảo luận theo cặp và thực hiện ví dụ.

- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kỹ năng xác định một phương trình có là phương trình mặt cầu hay không, từ đó xác định tâm I và bán kính R .

- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Luyện tập 4 (4 phút)

GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS lên bảng trình

- HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài.

HD.

- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kỹ năng xác định một phương trình có là phương trình mặt

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	Ta có $a = -2; b = \frac{5}{2}; c = -3$ nên mặt cầu có tâm là $I\left(-2; \frac{5}{2}; -3\right)$, bán kính $R = \sqrt{4 + \frac{25}{4} + 9 - \frac{25}{4}} = \sqrt{13}.$	cầu hay không, từ đó xác định tâm I và bán kính R. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Mục tiêu: HS nhận biết được một số ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tiễn.

Nội dung: HS đọc nội dung trong SGK và thực hiện các ví dụ.

Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

2. Một số ứng dụng của phương trình mặt cầu (8 phút) GV giới thiệu ứng dụng của phương trình mặt cầu cho HS theo nội dung trong SGK. Nếu lớp học có điều kiện, GV có thể tổ chức cho HS tìm hiểu phần ứng dụng của phương trình mặt cầu thông qua hoạt động thuyết trình ngắn.	HS lắng nghe ghi nội dung cần ghi nhớ.	- Mục đích của hoạt động này là HS nhận biết được ứng dụng của phương trình mặt cầu, kinh độ, vĩ độ khi được gắn vào hệ tọa độ $Oxyz$. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 5 (12 phút) GV chia lớp thành các nhóm, các nhóm thảo luận nhóm và trình bày lời giải ra bảng phụ, sau đó đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS cách tính khoảng cách giữa hai điểm trên bề mặt trái đất khi biết kinh độ và vĩ độ. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: HS vận dụng được phương trình mặt cầu để giải quyết các vấn đề trong thực tiễn.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 5 và phần trải nghiệm. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, theo nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 5 (6 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	- HS thực hiện Luyện tập 5. Ta có $A(1;0;0), B\left(\frac{\sqrt{6}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $\Rightarrow \cos \widehat{AOB} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OB}}{OA \cdot OB}$ $= \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot \widehat{AOB} \approx 52,24^\circ.$ Độ dài cung AB là $\frac{52,24}{360} \cdot 2\pi \cdot 6371$ $\approx 5808,8230 \text{ (km)}.$	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS cách tính khoảng cách giữa hai điểm trên bề mặt trái đất khi biết kinh độ và vĩ độ. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
Trải nghiệm (5 phút) - GV chia lớp thành 4 nhóm, các nhóm thảo luận nhóm và trình bày cách làm ra bảng phụ, sau đó đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hành hoạt động trải nghiệm.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS cách tính khoảng cách giữa hai điểm trên bề mặt Trái Đất khi biết kinh độ và vĩ độ. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tiễn. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.29, 5.30. - Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho nội dung bài tiếp theo.		

Tiết 3. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Nhắc lại phương trình mặt cầu khi biết tâm và bán kính, xác định tâm và bán kính của một phương trình mặt cầu cho trước. Nội dung: HS ôn tập lại các công thức thông qua phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (10 phút) - GV cho HS nhắc lại phương trình mặt cầu khi biết tâm I và bán kính R. Nhắc lại điều kiện để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là một phương trình mặt cầu, từ đó xác định tâm I và bán kính. - GV phát phiếu học tập số 1 cho HS hoàn thiện cá nhân. Sau đó gọi đại diện HS trả lời, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án. - GV có thể tổ chức cho HS hoàn thiện phiếu học tập số 1 thông qua trò chơi trình chiếu trên máy chiếu.	- HS nhắc lại lần lượt nhắc lại các nội dung liên quan tới phương trình mặt cầu. - HS thực hiện phiếu học tập số 1. <i>Đáp án.</i> 1. B 2. D 3. D 4. C 5. D	- Mục đích của hoạt động này là để HS nhớ lại các kiến thức liên quan đến phương trình mặt cầu. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình mặt cầu trong một số trường hợp. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 5.25 (3 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 1 phút, sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp	HS làm Bài tập 5.25 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS cách xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
ý; GV tổng kết.		- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Bài tập 5.26 (4 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 5.26 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình mặt cầu khi biết tâm và bán kính. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Bài 5.27 (8 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 5.27 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình mặt cầu khi biết tâm và bán kính. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 5.28 (5 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 2 phút, sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 5.28 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là rèn luyện cho HS cách xác định tâm và bán kính của mặt cầu. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng được phương trình mặt cầu để giải quyết các vấn đề thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Sản phẩm: Lời giải của bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 5.30 (10 phút) - GV chia lớp thành các nhóm 4 HS, các nhóm thảo luận nhóm và trình bày lời giải ra bảng phụ, sau đó đại diện các nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi và nhận xét. - Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).	HS làm Bài tập 5.30 và ghi bài.	- Mục đích của hoạt động này là HS vận dụng được phương trình mặt cầu để giải quyết các vấn đề trong thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Ôn tập phương trình mặt cầu. - Giao cho HS làm Bài tập 5.29 và các bài tập trong SBT. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

- Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$. Mặt cầu tâm $I(-1; 2; 0)$, bán kính $R = 3$ có phương trình

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.
- Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 4$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.
- Điều kiện để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình mặt cầu là

A. $a^2 + b^2 + c^2 > 0$

B. $a^2 + b^2 + c > 0$

C. $a^2 + b^2 - c \geq 0$.

D. $a^2 + b^2 - c > 0$

4. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 16 = 0$ có tọa độ tâm I và bán kính R là:

A. $I(-2; -1; 2), R = 5.$

B. $I(-2; -1; -2), R = 5.$

C. $I(2; 1; -2), R = 5.$

D. $I(4; 2; -4), R = 13.$

5. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0.$

A. $I(-2; 4; 0), R = 2\sqrt{6}.$

B. $I(2; -4; 0), R = 2\sqrt{6}.$

C. $I(-1; 2; 0), R = 3.$

D. $I(1; -2; 0), R = 3.$

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

5.25. Mặt cầu có tâm $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$, bán kính $R = 3.$

5.26. Phương trình mặt cầu là $(x+2)^2 + y^2 + (z-5)^2 = 4.$

5.27. Bán kính mặt cầu là $R = d(I, (P)) = \sqrt{\frac{7}{2}}.$

Phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \frac{7}{2}.$

5.28. Tâm của (S) là $I(-1; 1; -4)$, bán kính của (S) là $R = \sqrt{1+1+16+18} = 6.$

5.29. a) Ta có $a=1, b=0, c=\frac{5}{2}$ và $d=30.$

Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1 + 0 + \frac{25}{4} - 30 < 0$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

b) Ta có $a=2, b=-1, c=1$ và $d=0.$

Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 6 > 0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{6}.$

c) Phương trình đã cho là phương trình bậc 3 nên phương trình đó không phải là phương trình mặt cầu.

d) Ta có $a=0, b=0, c=0$ và $d=5.$

Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = -5 < 0$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

5.30. Vùng phủ sóng là những điểm trong mặt cầu và thuộc mặt cầu có phương trình $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 1.$ Ta thấy $AM = \sqrt{2} > 1$ nên M nằm ngoài mặt cầu có phương trình trên. Do đó điểm M nằm ngoài vùng phủ sóng.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Ôn tập lại toàn bộ kiến thức, kỹ năng của chương V liên quan đến phương trình đường thẳng, phương trình mặt phẳng, phương trình mặt cầu, các công thức tính góc.
- Ôn tập lại cách viết phương trình mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu; nhận biết vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng, hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng; tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng song song.
- Vận dụng được các kiến thức về phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng, phương trình mặt cầu, các công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, các công thức tính góc, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng vào một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có),...

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1: Ôn tập lý thuyết và cách viết phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng, phương trình mặt cầu.
- + Tiết 2: Ôn tập lại về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, hai mặt phẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, các công thức tính góc.

TIẾT 1. ÔN TẬP LÝ THUYẾT VÀ CÁCH VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG, PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG, PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Nhắc lại toàn bộ lý thuyết của chương 5. Nội dung: Học sinh thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (10 phút) - GV chia lớp thành 4 nhóm, HS hoạt động theo nhóm, vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại toàn bộ lý thuyết chương 5: phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng, phương trình mặt cầu, các công thức tính góc, khoảng cách, xét vị trí tương đối giữa các đối tượng. - Sau đó, 4 nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, các nhóm khác theo dõi, nhận xét.	HS thực hiện vẽ sơ đồ tư duy.	- HS nhớ lại lý thuyết của chương 5. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Giúp HS rèn luyện kỹ năng viết phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng, phương trình mặt cầu. Nội dung: HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Trắc nghiệm (15 phút) - GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 12 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm.	- Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp các kiến thức đã học ở chương V. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Bài tập 5.40 (10 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi 4 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS làm Bài tập 5.40 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng và phương trình mặt cầu. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 5.42 (8 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi 3 HS trả lời câu hỏi, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS làm Bài tập 5.42 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện cho HS kỹ năng viết phương trình mặt phẳng song song hoặc vuông góc với một mặt phẳng cho trước, tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập lại về cách viết phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng, phương trình mặt cầu. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 5.41, 5.43, 5.44. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 2. ÔN TẬP VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG, HAI MẶT PHẪNG, GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG, CÁC CÔNG THỨC TÍNH GÓC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Giúp HS rèn luyện kỹ năng viết phương trình đường thẳng, phương trình mặt phẳng, xét vị trí tương đối, tính góc giữa hai đường thẳng. Nội dung: HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 5.43 (10 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọi 4 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS làm Bài tập 5.43 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện cho HS kỹ năng xét vị trí tương đối của hai đường thẳng, viết được phương trình đường thẳng và phương trình mặt phẳng, tìm được giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 5.47 (8 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS làm Bài tập 5.47 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện cho HS kỹ năng xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, tính góc giữa hai đường thẳng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Mục tiêu: HS vận dụng được kiến thức kĩ năng trong chương 5 để giải quyết một số vấn đề thực tế. Nội dung: HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập. Tổ chức hoạt động: HS làm việc nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 5.50 (10 phút) GV chia lớp thành các nhóm đôi, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 8 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS làm Bài tập 5.50 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện cho HS kĩ năng vận dụng kiến thức của chương để tính được góc giữa hai mặt phẳng trong thực tế. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
Bài tập 5.51 (7 phút) GV chia lớp thành các nhóm đôi, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 5 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS làm Bài tập 5.51 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện cho HS kĩ năng vận dụng kiến thức của chương để tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong thực tế. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
Bài tập 5.52 (8 phút) - GV chia lớp thành 4 nhóm, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 6 phút, sau đó các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS làm Bài tập 5.52 và ghi bài.	- Mục đích của phần này là rèn luyện cho HS kĩ năng vận dụng kiến thức của chương để tính được khoảng cách trong thực tế mà

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		ta không đo được trực tiếp. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học, năng lực mô hình hóa toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập lại về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, hai mặt phẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, các công thức tính góc.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Các bài tập còn lại trong SGK ở phần ôn tập cuối chương.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

5.31. D

5.32. D

5.33. B

5.34. C

5.35. C

5.36. D

5.37. A

5.38. C

5.39. A

5.40. a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; -2; 4)$ nên

$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = 2(5; -1; 2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$5(x-1) - 1(y-0) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow 5x - y + 2z - 3 = 0.$$

b) $\overrightarrow{AC} = (-2; -2; 4) = -2(1; 1; -2)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AC nên phương

trình chính tắc của đường thẳng AC là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$.

c) Trung điểm của AC là $I = (0; -1; 1)$, bán kính của mặt cầu đường kính AC là

$$R = \frac{AC}{2} = \sqrt{6}. \text{ Phương trình mặt cầu là } x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 6.$$

d) Mặt cầu tâm A và đi qua B có bán kính là $R = AB = \sqrt{19}$. Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 19$.

5.41. Vì đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và d đi qua $A(1; -2; 4)$,

ta có $\overrightarrow{OA} = (1; -2; 4)$ nên $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{OA}] = -3(0; 2; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng chứa d và gốc toạ độ O , phương trình mặt phẳng chứa d và gốc toạ độ O là:

$$0(x-0) + 2(y-0) + 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2y + z = 0.$$

5.42. a) Ta có: $d(A, (P)) = \frac{|1+2+4-1|}{\sqrt{1+4+4}} = 2.$

b) Mặt phẳng (Q) song song với (P) có một vector pháp tuyến là $(1; -2; 2)$, mặt phẳng (Q) đi qua $A(1; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng (Q) là

$$1(x-1) - 2(y+1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 7 = 0.$$

c) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 2)$, $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$, do đó mặt phẳng (R) có một vector pháp tuyến là $[\vec{n}, \overrightarrow{AB}] = -2(0; 1; 1)$.

Phương trình (R) là $0(x-1) + 1(y+1) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow y + z - 1 = 0.$

5.43. a) Đường thẳng d đi qua $M(0; 1; 0)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 2)$, đường thẳng d' đi qua $N(-1; -2; 3)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{v} = (2; 2; -1)$.

Đặt $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (-6; 5; -2)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; -3; 3) \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{MN} = 6 - 15 - 6 = -15 \neq 0$ suy ra d và d' chéo nhau.

b) Đường thẳng Δ song song với d và Δ đi qua $A(1; 0; 2)$, đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 2)$. Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{2}.$

c) Mặt phẳng (P) chứa A và đường thẳng d nên chứa điểm M , ta có $\vec{u} = (1; 2; 2)$,

$\overrightarrow{AM} = (-1; 1; -2)$, mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $[\vec{u}, \overrightarrow{AM}] = -3(2; 0; -1).$

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x-1) + 0(y-0) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - z = 0.$

d) Phương trình mặt phẳng (Oxz) là $y = 0$, phương trình đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2},$

từ phương trình đường thẳng d , ta cho $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}; z = -1.$

Toạ độ giao điểm của d và (Oxz) là $\left(-\frac{1}{2}; 0; -1\right).$

5.44. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -2; -2)$, đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$, do đó $\vec{n}_Q = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (4; -3; 5)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) .

Phương trình mặt phẳng (Q) là: $4(x-1) - 3(y+1) + 5(z-0) = 0$

$$\Leftrightarrow 4x - 3y + 5z - 7 = 0.$$

5.45. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$, đi qua $M(-1; 1; 0)$.

Đường thẳng d' có một vector chỉ phương là $\vec{u}_{d'} = (1; 1; 2)$, đi qua $N(1; 2; -1)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa d và song song với d' nên mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

$$\vec{n}_P = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (5; -3; -1).$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $5(x+1) - 3(y-1) - 1(z-0) = 0$

$$\Leftrightarrow 5x - 3y - z + 8 = 0.$$

5.46. Một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (1; -1; -1)$, một vector pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q = (2; 1; -1)$.

Vì mặt phẳng (R) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (R) có một vector pháp tuyến là

$$\vec{n}_R = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (2; -1; 3).$$

Phương trình mặt phẳng (R) là: $2(x+1) - 1(y-2) + 3(z-0) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 3z + 4 = 0.$$

5.47. a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 2; -2)$, đi qua điểm $A(-2; -3; 3)$.

Đường thẳng d' có một vector chỉ phương là $\vec{u}_{d'} = (-1; 1; 2)$, đi qua điểm $B(1; -2; 0)$.

Ta có $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (6; 0; 3)$, $\vec{AB} = (3; 1; -3) \Rightarrow [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \vec{AB} = 9 \neq 0$.

Do đó hai đường thẳng d, d' chéo nhau.

b) Ta có $\cos(d, d') = \left| \cos(\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}) \right| = \frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow (d, d') \approx 66^\circ$.

5.48. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$, mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -2)$. Ta có $\sin(d, (P)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{\sqrt{6}}{9} \Rightarrow (d, (P)) \approx 15,8^\circ$.

5.49. Ta có: $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) và $\vec{n}_{Oxy} = (0; 0; 1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) .

Do đó $\cos((P), (Oxy)) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow ((P), (Oxy)) \approx 54,74^\circ$.

5.50. Gọi 3 vị trí trên mặt hồ là A, B, C thì tam giác ABC là tam giác đều cạnh bằng 2 m. Gọi dây dọi lần lượt là AA', BB', CC' có độ dài lần lượt là 4 m; 4,4 m; 4,8 m.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O là trung điểm của BC , tia Ox chứa điểm A , tia Oy chứa điểm B , tia Oz đi qua trung điểm của $B'C'$ và đơn vị trên các trục là mét.

Ta có:

$$OB = OC = 1, OA = \sqrt{3} \Rightarrow A' = (\sqrt{3}; 0; 4), B' = (0; 1; 4,4), C' = (0; -1; 4,8)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (-\sqrt{3}; 1; 0,4), \overrightarrow{A'C'} = (-\sqrt{3}; -1; 0,8).$$

Mặt phẳng $(A'B'C')$ có một vector pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}] = 0,4\sqrt{3}(\sqrt{3}; 1; 5).$$

Mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó $\cos((ABC), (A'B'C')) = \left| \cos(\vec{n}, \vec{k}) \right| = \frac{5}{\sqrt{29}}$. Góc cần tìm gần bằng $21,8^\circ$.

5.51. Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 4; -1)$, mặt phẳng (Oxy) có một vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Khi đó $\sin(AB, (Oxy)) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \vec{k}) \right| = \frac{1}{\sqrt{33}} \Rightarrow (AB, (Oxy)) \approx 10^\circ$.

5.52. Ta có: Bán kính $OA = 1$ và $OB = \sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{OB^2 - OA^2} = \sqrt{2}$.

Chương VI. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Bài 18. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Thời gian thực hiện: 04 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết khái niệm xác suất có điều kiện.
- Nhận biết mối liên hệ giữa xác suất có điều kiện và xác suất.
- Vận dụng công thức nhân xác suất cho hai biến cố bất kì.
- Giải thích ý nghĩa của xác suất có điều kiện trong một số tình huống thực tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hóa toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, phiếu học tập, máy tính, máy chiếu (nếu có),...

- Học sinh:

- + SGK, dụng cụ học tập.
- + Ôn tập lại các quy tắc tính xác suất đã được học ở lớp 11.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này được dạy trong 04 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1. Xác suất có điều kiện.
- + Tiết 2. Mục 1 (tiếp). Lập bảng dữ liệu thống kê.
- + Tiết 3. Mục 2. Công thức nhân xác suất.
- + Tiết 4. Luyện tập.

Tiết 1. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Giới thiệu trò chơi “Ô cửa bí mật” – một trò chơi trên truyền hình nổi tiếng ở Mỹ, qua đó hình thành nhu cầu tính xác suất của một biến cố khi biết thêm một thông tin nào đó. Nội dung: Giới thiệu trò chơi “Ô cửa bí mật”. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Giới thiệu trò chơi “Ô cửa bí mật” (5 phút) - GV giới thiệu về nội dung trò chơi “Ô cửa bí mật” thông qua trình chiếu hoặc sử dụng bảng phụ. - GV đặt câu hỏi: <i>Giả sử người chơi chọn cửa số 1.</i> <i>Tính xác suất để ô cửa số 1 có ô tô?</i> <i>Tính xác suất để ô cửa số 2 có ô tô?</i> <i>Nếu như quản trò mở ô cửa số 3 – là ô cửa đã có con lừa, thì lúc này xác suất có ô tô ở cửa số 1 và cửa số 2 bằng nhau hay không?</i> - GV gợi ý rằng các kiến thức trong bài học sẽ giúp ta cho người chơi lời khuyên trong tình huống: Nên giữ nguyên sự lựa chọn ban đầu hay chuyển sang cửa chưa mở còn lại? <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế mô phỏng trò chơi “Ô cửa bí mật” trên PowerPoint hoặc Canva và trình chiếu để HS được trải nghiệm trò chơi thực tế.</i>	- HS lắng nghe, trả lời câu hỏi và suy nghĩ câu hỏi: Nên giữ nguyên sự lựa chọn ban đầu hay chuyển sang cửa chưa mở còn lại? <i>HD.</i> + Trước khi người quản trò mở ô cửa số 3 thì xác suất để ô cửa số 1 hay ô cửa số 2 có ô tô là như nhau (bằng $\frac{1}{3}$). + Nếu như quản trò mở ô cửa số 3 – ô cửa có con lừa thì lúc này xác suất có ô tô ở cửa số 1 và cửa số 2 không còn bằng nhau nữa.	- Mục đích của phần này là hình thành nhu cầu của HS trong việc tính xác suất của một biến cố khi biết thêm một thông tin nào đó. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS hình thành khái niệm xác suất có điều kiện. Nội dung: Thực hiện Hoạt động 1 và Ví dụ 1. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: GV tổ chức cho HS hoạt động theo cá nhân và theo nhóm đôi.		
1. Xác suất có điều kiện Hoạt động 1 (10 phút) - GV yêu cầu HS hoạt động thảo luận theo nhóm đôi thực hiện HD1. - Sau 5 phút, GV gọi 2 nhóm đại diện trả lời câu hỏi. - GV tổ chức cho HS nhận xét rồi tổng kết lại và trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Khung kiến thức về khái niệm xác suất có điều kiện và công thức tính xác suất có điều kiện. - GV có thể cho HS lấy thêm ví dụ về Xác suất có điều kiện.	- HS hoạt động theo nhóm thực hiện HD1. <i>HD.</i> Nếu Sơn lấy được bút bi đen thì trong 11 chiếc bút còn lại có 7 bút bi xanh và 4 bút bi đen. Vậy xác suất để Tùng lấy được bút bi xanh khi biết Sơn lấy được bút bi đen là $\frac{7}{11}$. - HS lắng nghe và ghi chép vào vở.	- Mục đích của phần này là giúp cho HS hình thành khái niệm xác suất có điều kiện. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 1 (8 phút) - GV tổ chức cho HS thực hiện tính toán VD1 bằng định nghĩa xác suất của biến cố $A B$ và bằng công thức. - Sau 4 phút, GV mời hai HS trình bày bài giải và các HS khác nhận xét. GV có thể thực hiện mẫu cách tính bằng công thức tính $P(A B)$ và giải thích chi tiết từng bước làm.	HS thực hiện cá nhân Ví dụ 1.	- Mục đích của phần này là giúp HS làm quen với việc tính xác suất có điều kiện từ định nghĩa và từ công thức. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng tính xác suất có điều kiện từ định nghĩa và từ công thức. Nội dung: Thực hiện Luyện tập 1, Ví dụ 2, Luyện tập 2. Sản phẩm: Bài làm của HS.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Tổ chức thực hiện: GV tổ chức cho HS hoạt động cá nhân.		
Luyện tập 1 (10 phút) - GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân Luyện tập 1. - Sau 5 phút, GV gọi 2 HS lên bảng thực hiện theo hai cách. Các HS còn lại quan sát và nhận xét bài làm của bạn. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	- HS thực hiện Luyện tập 1. <i>HD.</i> Bảng định nghĩa: Nếu B không xảy ra tức là Bình lấy được viên bi đen. Khi đó trong hộp còn lại 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen. Vậy $P(A \bar{B}) = \frac{20}{29}.$ Bảng công thức: Nếu B không xảy ra tức là Bình lấy được viên bi đen. Bình có 10 cách chọn bi đen. An có 29 cách chọn từ 29 viên còn lại. Vậy $n(\bar{B}) = 10 \cdot 29 \text{ và}$ $P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)}.$ Bình có 10 cách chọn bi đen. An có 20 cách chọn viên bi trắng. Vậy $n(A\bar{B}) = 20 \cdot 10$ và $P(A\bar{B}) = \frac{n(A\bar{B})}{n(\Omega)}.$ Vậy $P(A \bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(A\bar{B})}{n(\bar{B})}.$ $= \frac{20 \cdot 10}{10 \cdot 29} = \frac{20}{29}.$	- Mục đích của phần này là giúp HS thực hành tính xác suất có điều kiện từ định nghĩa và từ công thức. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
Ví dụ 2 (5 phút) - GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân Ví dụ 2. - GV mời hai HS lên bảng thực hiện câu a, câu b. Các HS còn lại quan sát và nhận xét.	HS thực hiện theo sự chỉ dẫn của GV.	- Mục đích của phần này là để minh họa việc tính xác suất có điều kiện từ định nghĩa và từ công thức.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 2 (5 phút) - GV yêu cầu HS thực hiện Luyện tập 2 theo nhóm đôi. GV lưu ý HS sử dụng tính chất đã học ở lớp 11: Nếu cặp biến cố A và B độc lập thì cặp biến cố $\bar{A}$ và B; A và $\bar{B}$ cũng độc lập.	- HS thảo luận thực hiện Luyện tập 2. <i>HD.</i> Theo định nghĩa $P(\bar{A} B)$ là xác suất của $\bar{A}$ (tức là xác suất không xuất hiện của A) biết rằng biến cố B đã xảy ra. Vì $\bar{A}$, B độc lập nên việc xảy ra B không ảnh hưởng tới xác suất không xuất hiện của A. Do đó $P(\bar{A} B) = P(\bar{A})$. Tương tự $P(A \bar{B})$ là xác suất của A biết rằng biến cố B không xảy ra. Vì A, $\bar{B}$ độc lập nên việc không xảy ra B không ảnh hưởng tới xác suất xuất hiện của A. Do đó $P(A \bar{B}) = P(A)$.	- Mục đích của phần này là luyện tập sử dụng công thức xác suất có điều kiện. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: khái niệm và công thức tính xác suất có điều kiện.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 2. LẬP BẢNG DỮ LIỆU THỐNG KÊ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Củng cố các công thức tính xác suất có điều kiện đã học trong tiết 1. Nội dung: HS thực hiện viết lại công thức trên phiếu học tập. Sản phẩm: Câu trả lời của HS trên phiếu học tập. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm đôi dưới sự hướng dẫn của GV.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Hoạt động khởi động (8 phút) - HS làm theo nhóm đôi vào Phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục được in trên khổ giấy A4, sau 5 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	HS thực hiện hoạt động theo nhóm đôi dưới sự hướng dẫn của GV.	- Mục đích của phần này là giúp học sinh tổng hợp lại các công thức tính xác suất điều kiện trong trường hợp hai biến cố bất kì và hai biến cố độc lập. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Mục tiêu: Giúp HS luyện tập tính xác suất có điều kiện từ bảng dữ liệu thống kê 2×2 .

Nội dung: HS thực hiện Ví dụ 3, từ đó biết cách sử dụng bảng dữ liệu thống kê 2×2 trong tính toán.

Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.

Lập bảng dữ liệu thống kê 2×2 (5 phút) - GV trình chiếu nội dung đề bài Ví dụ 3 trên máy chiếu hoặc bảng phụ. - GV yêu cầu HS xác định, phân loại các biến cố, từ đó lập bảng dữ liệu thống kê 2×2.	- HS đọc đề bài và xác định các biến cố: người lái xe có thắt dây an toàn bị tử vong/sống sót; người lái xe không thắt dây an toàn bị tử vong/sống sót. - HS lập bảng dữ liệu thống kê 2×2.	- Mục đích của phần này là giúp HS làm quen việc tóm tắt thông tin dưới dạng bảng dữ liệu thống kê 2×2. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
Ví dụ 3 (15 phút) - GV hướng dẫn HS gọi tên các biến cố, xác định các biến cố cần tính và số kết quả thuận lợi cho các biến cố đã biết.	- HS thực hiện gọi tên các biến cố: A: Người lái xe tử vong khi xảy ra tai nạn giao thông.	- Mục tiêu của phần này là giúp HS minh họa việc tính xác suất có điều kiện từ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV thực hiện mẫu câu a của Ví dụ 3, giải thích chi tiết các bước làm cho HS. - GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân để hoàn thành câu b và câu c của Ví dụ 3. - Sau 6 phút GV mời hai HS trình bày lời giải, đưa ra nhận xét và tổng kết lại phương pháp giải.	B: Người lái xe không tử vong và không thắt dây an toàn khi xảy ra tai nạn giao thông. a) Ta cần tính $P(A B)$. b) Ta cần tính $P(A \bar{B})$. c) Ta cần tìm tỉ số $\frac{P(A B)}{P(A \bar{B})}.$ - HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3.	bảng dữ liệu thống kê 2×2. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Giúp HS luyện tập tính xác suất có điều kiện từ bảng dữ liệu thống kê 2×2 .

Nội dung: HS thực hiện luyện tập 3.

Sản phẩm: Bài làm của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm đôi dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 3 (15 phút) - GV trình chiếu nội dung Luyện tập 3 trên máy chiếu hoặc bảng phụ. - GV yêu cầu HS suy nghĩ và hoạt động theo nhóm đôi, sau 10 phút, GV mời đại diện hai nhóm HS lên bảng trình bày bài. - Các HS còn lại nhận xét bài làm và GV tổng kết lại phương pháp giải.	- HS thực hiện Luyện tập 3 theo nhóm đôi. <i>HD.</i> Không gian mẫu Ω là tập hợp 4 000 bệnh nhân. a) Gọi A là biến cố: “Bệnh nhân đó uống thuốc M”. B là biến cố: “Bệnh nhân đó khỏi bệnh”. Ta cần tính $P(A B)$. Ta có B là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân khỏi bệnh. Ta có $n(B) = 1600 + 1200 = 2800.$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)}.$ AB là biến cố: “Bệnh nhân đó uống thuốc M và khỏi bệnh”. AB là tập hợp con của không gian	- Mục đích của phần này là giúp HS luyện tập tính xác suất có điều kiện từ bảng dữ liệu thống kê 2×2. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	---	---

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	mẫu gồm các bệnh nhân uống thuốc M và khỏi bệnh . Ta có $n(AB) = 1600,$ $P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)}.$ Do đó $P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)}$ $= \frac{1600}{2800} = \frac{4}{7}.$ b) $\bar{B}$ là biến cố: “Không khỏi bệnh”. $\bar{A}$ là biến cố: “Người đó dùng thuốc N”. Ta cần tính $P(\bar{A} \bar{B})$. Ta có $\bar{B}$ là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân không khỏi bệnh. Vậy $n(\bar{B}) = 800 + 400 = 1200.$ $\bar{A}\bar{B}$ biến cố: “Bệnh nhân đó uống thuốc N và không khỏi bệnh”, $\bar{A}\bar{B}$ là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân uống thuốc N và không khỏi bệnh $n(\bar{A}\bar{B}) = 400$. Do đó $P(\bar{A} \bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(\bar{A}\bar{B})}{n(\bar{B})}$ $= \frac{400}{1200} = \frac{1}{3}.$	

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Cách lập bảng dữ liệu thống kê 2×2 .

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 3. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Ôn tập phương pháp sơ đồ cây để mô tả trực quan không gian mẫu và biến cố cần tính xác suất. Nội dung: HS thực hiện Phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS trên Phiếu học tập. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (5 phút) HS thực hiện cá nhân vào Phiếu học tập số 2 như trong Phụ lục, sau 3 phút GV gọi đại diện hai HS trình bày sơ đồ cây, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Phiếu học tập.	- Mục đích của phần này là để HS ôn tập lại phương pháp sơ đồ cây để mô tả trực quan không gian mẫu và biến cố cần tính xác suất. - Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS hình thành công thức nhân xác suất. Nội dung: HS thực hiện Hoạt động 2, Ví dụ 4, từ đó hình thành công thức nhân xác suất. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện hoạt động cá nhân theo sự hướng dẫn của GV.		
2. Công thức nhân xác suất Hoạt động 2 (10 phút) - GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân hoàn thành HĐ2. - Sau 3 phút, GV gọi 1 HS trình bày lời giải. GV cho các HS khác nhận xét và tổng kết lại phương pháp giải.	- HS thực hiện cá nhân HĐ2. HD. Theo công thức: Với hai biến cố A và B bất kì với $P(B) > 0$. Ta có: $P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$ Suy ra	- Mục đích của phần này là giúp HS hình thành công thức nhân xác suất. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV trình bày công thức nhân xác suất qua Khung kiến thức.	$P(AB) = P(B) \cdot P(A B) \quad (2)$ - HS lắng nghe và ghi chép lại nội dung từ khung kiến thức.	
Ví dụ 4 (10 phút) - GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân suy nghĩ, thực hiện trình bày lời giải của Ví dụ 4 bằng sơ đồ hình cây và sử dụng công thức nhân xác suất vừa học. - Sau 6 phút, GV yêu cầu hai HS trình bày lời giải theo hai cách. GV tổ chức nhận xét và tổng kết lại phương pháp giải.	HS thực hiện theo sự hướng dẫn của GV.	- Mục đích của phần này là minh họa một ứng dụng công thức nhân xác suất và minh họa trực quan bằng sơ đồ hình cây. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: HS luyện tập áp dụng công thức nhân xác suất và sơ đồ hình cây. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 4. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện hoạt động cá nhân theo sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 4 (8 phút) - GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân hoàn thành Luyện tập 4. - Sau 5 phút, GV gọi hai HS lên bảng, GV nhận xét bài làm và tổng kết lại phương pháp giải.	- HS hoạt động cá nhân hoàn thành Luyện tập 4. HD. a) $P(XĐ) = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} = \frac{35}{132}$. b) $P(ĐĐ) = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{20}{132}$; $P(XX) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{42}{132}$. Xác suất để hai viên bi rút ra cùng màu là $\frac{20}{132} + \frac{42}{132} = \frac{62}{132}.$	- Mục đích của phần này là giúp HS luyện tập áp dụng công thức nhân xác suất và sơ đồ hình cây trong việc giải bài toán xác suất điều kiện. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Mục tiêu: Vận dụng công thức tính xác suất có điều kiện, công thức nhân xác suất vào bài toán thực tế. Nội dung: HS giải quyết tình huống mở đầu – chiến thuật trò chơi “Ô cửa bí mật”. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động theo nhóm đôi, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng (10 phút) - GV yêu cầu HS xác định và gọi tên các biến cố. - GV hướng dẫn HS giải quyết từng câu hỏi của phần Vận dụng theo nhóm đôi. - GV cho 3 nhóm HS lên trình bày, các HS còn lại nhận xét. Sau đó GV tổng kết phương pháp giải.	- HS thảo luận thực hiện phần Vận dụng. HD. Gọi $E_1; E_2; E_3$ tương ứng là các biến cố: “Sau ô cửa số 1 có ô tô”; “Sau ô cửa số 2 có ô tô”; “Sau ô cửa số 3 có ô tô” và H là biến cố: “Người quản trò mở ô cửa số 3 thấy con lừa”. a) + Trước khi người chủ trò mở cánh cửa số 3 thì ba biến cố E_1, E_2, E_3 là đồng khả năng. Do đó $P(E_1) = P(E_2) = P(E_3) = \frac{1}{3}.$ + Xét $P(H E_1)$. Nếu E_1 xảy ra, tức là sau cửa số 1 có ô tô: Khi đó sau cửa số 2 và 3 là con lừa. Người quản trò chọn mở cửa số 2 hay số 3 với xác suất như nhau. Do đó $P(H E_1) = \frac{1}{2}.$ + Xét $P(H E_2)$. Nếu E_2 xảy ra tức là cửa số 2 có ô tô: Khi đó chủ trò chắc chắn phải mở cửa số 3 và thấy con lừa. Do đó $P(H E_2) = 1.$ b) Theo công thức (1) và công thức nhân xác suất ta có	- Mục đích của phần này là giúp HS ứng dụng công thức xác suất có điều kiện và công thức nhân xác suất đã học để giải quyết tình huống mở đầu. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$P(E_1 H) = \frac{P(E_1 H)}{P(H)}$ $= \frac{P(E_1)P(H E_1)}{P(H)} \quad (1)$ $P(E_2 H) = \frac{P(E_2 H)}{P(H)}$ $= \frac{P(E_2)P(H E_2)}{P(H)} \quad (2)$ c) Từ (1), (2) và a) suy ra $\frac{P(E_2 H)}{P(E_1 H)} = \frac{P(H E_2)}{P(H E_1)}$ $= \frac{1}{2} = 2.$ Vậy $P(E_2 H) = 2P(E_1 H)$. Người chơi nên chuyển sang cửa số 2. Bởi vì với điều kiện H “người quản trò mở cửa số 3 ở đó không có ô tô” thì xác suất để cửa số 2 có ô tô gấp đôi xác suất để cửa số 1 có ô tô.	

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Công thức nhân xác suất.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 4. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Giúp HS hệ thống lại các công thức đã học liên quan đến xác suất có điều kiện. Nội dung: HS thực hiện Phiếu học tập số 3. Sản phẩm: câu trả lời của HS trên phiếu học tập.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) GV hướng dẫn HS thực hiện cá nhân hoàn thành Phiếu học tập số 3, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV. <i>HD.</i> Nội dung được tổng hợp từ các khung kiến thức.	- Mục đích của phần này là giúp học sinh tổng hợp lại các công thức đã học liên quan đến xác suất có điều kiện. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Giúp HS luyện tập áp dụng công thức tính xác suất có điều kiện và công thức nhân xác suất. Nội dung: HS thực hiện Bài tập 6.1, 6.3 và 6.5. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 6.1 (7 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân Bài 6.1 trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. - GV chú ý cho HS phân biệt xác suất thông thường và xác suất có điều kiện qua một số từ khóa của câu hỏi.	- HS đọc nội dung và làm Bài tập 6.1. <i>HD.</i> Gọi A là biến cố: “Người đó rút được thẻ số 10”; B là biến cố: “Người đó rút được thẻ mang số chẵn”. Ta có $AB = \{10\}$. $P(AB) = \frac{1}{20} ; P(B) = \frac{10}{20}.$ Vậy $P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{10}.$	- Mục đích của phần này là giúp HS ôn tập lại công thức tính xác suất có điều kiện. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 6.2 (8 phút) - GV yêu cầu HS suy nghĩ và làm bài 6.2 vào vở. Sau 5 phút, GV yêu cầu HS lên chữa bài 6.2. Các HS còn lại quan sát, nhận xét, sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	- HS đọc nội dung và làm Bài tập 6.2. <i>HD.</i> $P(AB) = P(A)P(B A) = 0,2 \cdot 0,8 = 0,16.$	- Mục đích của phần này là giúp HS ôn tập và tìm được mối quan hệ giữa công thức tính xác suất có điều kiện và công thức nhân xác suất.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ $= \frac{0,16}{0,51} \approx 0,3137.$	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 6.3 (10 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân Bài 6.1 trong 8 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. GV chú ý HS gọi tên và xác định các xác suất có điều kiện thông qua biến cố xảy ra trước và biến cố xảy ra sau.	- HS đọc nội dung và làm Bài tập 6.3. <i>HD.</i> Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7”; B là biến cố: “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm”. a) Cần tính $P(A B)$. Ta có $n(\Omega) = 36; AB = \{(2,5); (5,2)\}$ $\Rightarrow n(AB) = 2$ $\Rightarrow P(AB) = \frac{2}{36}.$ $\bar{B} = \{(a,b), a, b \in \{1,2,3,4,6\}\}$ $\Rightarrow n(\bar{B}) = (5)(5) = 25$ $\Rightarrow P(\bar{B}) = \frac{25}{36}$ $\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}).$ $= 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$ Từ đó $P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{2}{11}.$ b) Ta cần tính $P(B A)$. Ta có $P(B A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$. Ở câu a) ta đã c $P(AB) = \frac{2}{36}$. Cần tính $P(A)$.	- Mục đích của phần này là giúp HS ôn tập lại công thức tính xác suất có điều kiện. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$A = \left\{ (1,6); (2,5); (3,4), \right. \\ \left. (4,3); (2,5); (1,6) \right\};$ $n(A) = 6;$ $P(A) = \frac{6}{36}.$ Từ đó $P(B A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$	
Bài tập 6.6 (10 phút) - GV cho HS thực hiện cá nhân Bài 6.1 trong 8 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. GV chú ý phân biệt rõ cho HS biến cố $A.B$ và $A B$. Ở đây $P(A.B)$ là ta đi tìm xác suất của sự kiện A và B xảy ra cùng lúc. Trong khi đó $P(A B)$ là ta đi tìm xác suất của sự kiện A khi đã biết sự kiện B xảy ra.	- HS đọc nội dung và làm Bài tập 6.6. HD. Gọi A là biến cố: “Lần 1 Hà lấy được kẹo màu cam”; B là biến cố: “Lần 2 Hà lấy được kẹo màu cam”. Khi đó AB là biến cố: “Cả hai lần Hà lấy được kẹo màu cam”. Gọi n là số kẹo ban đầu trong túi. Ta có $P(A) = \frac{6}{n}, P(B A) = \frac{5}{n-1}.$ Theo công thức nhân xác suất: $P(AB) = P(A)P(B A)$ $= \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Rightarrow n = 10.$ Vậy ban đầu trong túi có 10 cái kẹo.	- Mục đích của phần này là giúp HS ôn tập lại công thức nhân xác suất. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Công thức tính xác suất có điều kiện, lập bảng ữ liệu thống kê 2×2 , công thức nhân xác suất. - GV yêu cầu HS làm các bài tập: Bài tập 6.4, bài 6.5.		

PHỤ LỤC. Phiếu học tập số 1

Điền các công thức ở cột tương ứng.

	Nếu A và B là hai biến cố bất kì	Nếu A và B là hai biến cố độc lập
$P(A B)$		
$P(B A)$		
$P(\bar{A} B)$		
$P(A \bar{B})$		

HD.

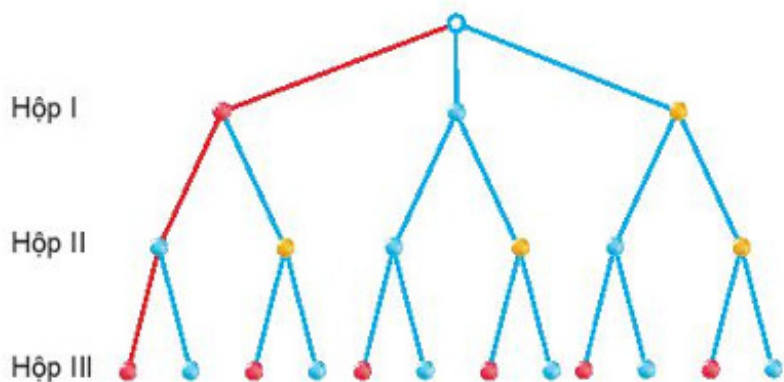
	Nếu A và B là hai biến cố bất kì	Nếu A và B là hai biến cố độc lập
$P(A B)$	$\frac{P(AB)}{P(B)}$	$P(A)$
$P(B A)$	$\frac{P(AB)}{P(A)}$	$P(B)$
$P(\bar{A} B)$	$\frac{P(\bar{A}B)}{P(B)}$	$P(\bar{A})$
$P(A \bar{B})$	$\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}$	$P(A)$

PHỤ LỤC. Phiếu học tập số 2

Đề bài: Có ba chiếc hộp. Hộp I có chứa ba viên bi: 1 viên bi màu đỏ, 1 viên bi màu xanh và 1 viên bi màu vàng. Hộp II chứa hai viên bi: 1 viên bi màu xanh và 1 viên bi màu vàng. Hộp III chứa hai viên bi: 1 viên bi màu đỏ và 1 viên bi màu xanh. Từ mỗi hộp ta lấy ngẫu nhiên một viên bi.

Vẽ sơ đồ hình cây để mô tả các phần tử của không gian mẫu.

HD.



PHỤ LỤC. Phiếu học tập số 3

Điền vào chỗ trống để hoàn thiện sơ đồ tư duy sau.



ĐÁP ÁN/LỜI GIẢI/HƯỚNG DẪN CÁC BÀI TẬP TRONG SGK

6.4. Gọi A là biến cố: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đó không nhỏ hơn 10”

B là biến cố: “ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm”. Cần tính $P(A|B)$.

$$AB = \{(5,6); (5,5); (6,5)\} \quad n(AB) = 3 \quad P(AB) = \frac{3}{36}.$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{3}{11}.$$

6.5. a) Gọi A là biến cố: “Thí nghiệm thứ nhất thành công” và B là biến cố: “Thí nghiệm thứ hai thành công”. Khi đó biến cố “Cả hai thí nghiệm đều thành công” là AB .

Theo công thức nhân xác suất ta có $P(AB) = P(A)P(B|A)$.

Theo bài ra $P(A)=0,7; P(B|A)=0,9$. Thay vào ta được $P(AB)=0,7 \cdot 0,9=0,63$.

b) Biến cố: “Cả hai thí nghiệm đều không thành công” là $\bar{A}\bar{B}$. Theo công thức nhân xác suất ta có $P(\bar{A}\bar{B})=P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})$.

Ta có $P(\bar{B}|\bar{A})$ là xác suất để thí nghiệm thứ hai không thành công nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công. Do đó, từ dữ kiện của bài toán ta có $P(\bar{B}|\bar{A})=1-0,4=0,6$;

$P(\bar{A})=1-P(A)=1-0,7=0,3$. Vậy $P(\bar{A}\bar{B})=(0,3)(0,6)=0,18$.

c) Biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công” là $A\bar{B}$. Theo công thức nhân xác suất ta có $P(A\bar{B})=P(A)P(\bar{B}|A)$. Ta có $P(\bar{B}|A)$ là xác suất để thí nghiệm thứ hai không thành công nếu thí nghiệm thứ nhất thành công. Do đó từ dữ kiện của bài toán ta có $P(\bar{B}|A)=1-0,9=0,1; P(A)=0,7$.

Vậy $P(\bar{B}|A)=0,7 \cdot 0,1=0,07$.

BÀI 19. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES

Thời gian thực hiện: 04 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Mô tả và biết vận dụng công thức xác suất toàn phần vào các tình huống có nội dung thực tiễn.
- Nắm được và biết vận dụng công thức Bayes vào các tình huống có nội dung thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hóa toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, phiếu học tập, máy tính, máy chiếu,...

- **Học sinh:**

+ SGK, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này được dạy trong 04 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1: Công thức xác suất toàn phần.
- + Tiết 2: Mục 1 (tiếp): Sơ đồ hình cây.
- + Tiết 3: Mục 2: Công thức Bayes.
- + Tiết 4. Luyện tập và vận dụng.

Tiết 1. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Gọi nhu cầu cần tìm hiểu công thức xác suất toàn phần. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (5 phút) - GV tổ chức cho HS đọc tình huống mở đầu. - GV gợi ý rằng các kiến thức trong bài học sẽ giúp nhà tổ chức sự kiện xác định được xác suất để bán được hết vé.	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	- Mục đích của phần này là hình thành nhu cầu của HS trong việc tính xác suất của một biến cố khi biết được xác suất của các biến cố có liên quan. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		
Mục tiêu: Hình thành cho HS công thức xác suất toàn phần. Nội dung: HS thực hiện Hoạt động 1 và Ví dụ 1, từ đó hình thành công thức xác suất toàn phần. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm đôi, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động 1 (8 phút)	- HS thực hiện hoạt động theo sự hướng dẫn của GV.	- Mục đích của phần này là khởi động cho

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV yêu cầu HS hoạt động thảo luận theo nhóm đôi hoàn thành HD1. - Sau 5 phút, GV gọi 2 nhóm đại diện trả lời câu hỏi, GV cho HS nhận xét rồi tổng kết lại. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung Khung kiến thức về công thức xác suất toàn phần.	HD. a) $P(A)=0,75$; $P(\bar{A})=0,25$; $P(B A)=0,4$; $P(B \bar{A})=0,9$. b) Nhà tổ chức quan tâm tới $P(B)$ nhất. - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	hình thành công thức xác suất toàn phần. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
Ví dụ 1 (10 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 7 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng thực hiện bài, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức. - GV lưu ý phân tích lại các bước tính cho HS.	- HS thực hiện cá nhân Ví dụ 1. - HS thực hiện tính toán sau đó quan sát, lắng nghe và ghi chép cách tính bằng công thức.	- Mục đích của phần này là minh họa vận dụng công thức xác suất toàn phần trong một bài toán có nội dung thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: HS vận dụng công thức xác suất toàn phần để giải quyết bài toán xác suất. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1 và bài 6.8. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện làm bài cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 1 (10 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi một HS trình bày bài, các HS khác theo dõi và nhận xét. - GV nhận xét và chốt kiến thức.	- HS thực hiện cá nhân Luyện tập 1. HD. Gọi A là biến cố: “Trời mưa” và B là biến cố: “Bán hết vé”. Theo bài ra $P(A)=0,75$. Suy ra	- Mục đích của phần này là vận dụng công thức xác suất toàn phần để giải quyết vấn đề đặt ra trong tình huống mở đầu. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình

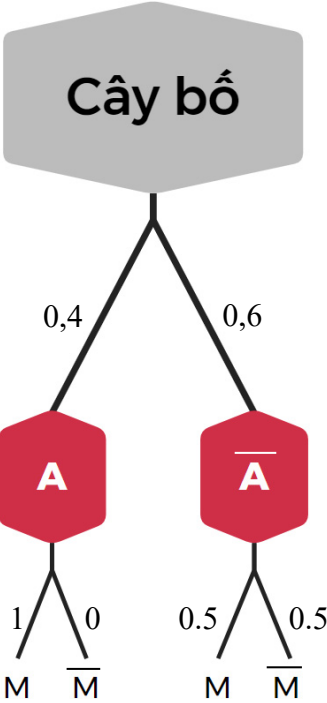
Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,75 = 0,25.$ Lại có: +) nếu trời mưa thì xác suất bán hết vé là 0,4. Vậy $P(B A) = 0,4$. +) nếu trời không mưa thì xác suất bán hết vé là 0,9. Vậy $P(B \bar{A}) = 0,9$. Thay vào công thức xác suất toàn phần ta được $P(B)$ $= P(A)P(B A) + P(\bar{A})P(B \bar{A})$ $= 0,75 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,9$ $= 0,3 + 0,225 = 0,525$	hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 6.8 (10 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi một HS trình bày bài, các HS khác theo dõi và nhận xét. - GV nhận xét và chốt kiến thức. GV gợi ý cách gọi tên 2 biến cố A và B trong trường hợp HS chưa có ý tưởng làm bài.	- HS thực hiện cá nhân Bài 6.8. HD. Gọi A là biến cố: “bắt được thỏ trắng từ chuồng II”; B là biến cố: “Sau đó bắt được thỏ trắng từ chuồng I”. Theo công thức xác suất toàn phần $P(B)$ $= P(A)P(B A) + P(\bar{A})P(B \bar{A}).$ Ta có $P(A) = \frac{3}{10};$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}.$ Nếu A xảy ra thì chuồng I có 5 thỏ đen và 11 thỏ trắng. Vậy $P(B A) = \frac{11}{16}.$	- Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kỹ năng vận dụng công thức xác suất toàn phần, - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	Nếu A không xảy ra thì chuồng I có 6 thỏ đen và 10 thỏ trắng. Vậy $P(B \bar{A}) = \frac{10}{16}.$ Do đó $P(B)$ $= P(A)P(B A) + P(\bar{A})P(B \bar{A})$ $= \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160}.$	
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: công thức tính xác suất toàn phần. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 2. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS hiểu được phương pháp mô tả trực quan công thức xác suất toàn phần bằng sơ đồ hình cây. Nội dung: HS sử dụng sơ đồ hình cây mô tả xác suất của biến cố trong Ví dụ 1. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện theo nhóm đôi, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vẽ sơ đồ hình cây (10 phút) - GV yêu cầu HS hoạt động theo nhóm đôi vẽ sơ đồ hình cây mô tả xác suất của biến cố trong Ví dụ 1, sau đó GV gọi hai nhóm lên bảng vẽ sơ đồ, GV tổng kết lại cách vẽ. GV lưu ý HS khi điền thông số tương ứng với xác suất của biến cố vào từng nhánh thì tổng xác suất của các nhánh cùng gốc luôn bằng 1.	HS thực hiện vẽ sơ đồ hình cây.	- Mục đích của phần này là mô tả trực quan công thức xác suất toàn phần bằng sơ đồ hình cây. - Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: HS sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất toàn phần của biến cố. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 2, Luyện tập 3. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (10 phút) - GV yêu cầu HS suy nghĩ, thực hiện trình bày lời giải bằng sơ đồ hình cây và sử dụng công thức xác suất toàn phần. - Sau 6 phút, GV mời hai HS lên bảng thực hiện, các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	- HS thực hiện cá nhân Luyện tập 2. <i>HD.</i> Hai nhánh cây đi tới $\bar{B}$ là $OA\bar{B}$ và $O\bar{A}\bar{B}$. Như vậy $P(\bar{B}) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,6 = 0,64.$	- Mục đích của phần này là giúp HS luyện tập sử dụng sơ đồ hình cây và áp dụng công thức tính xác suất toàn phần. - Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Vận dụng công thức xác suất toàn phần để giải quyết bài toán di truyền. Nội dung: Thực hiện phần Vận dụng và Luyện tập 3. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện theo nhóm đôi và hoạt động cá nhân.		
Vận dụng (13 phút) - GV trình chiếu nội dung Vận dụng trên máy chiếu hoặc bảng phụ và yêu cầu HS suy nghĩ, thực hiện đặt tên các biến cố và vẽ sơ đồ cây để minh họa xác suất của biến cố. GV chú ý tới HS rằng M và N là hai biến cố độc lập, từ đó áp dụng công thức nhân xác suất: $P(E) = P(M).P(N).$ - Sau 8 phút GV mời hai HS trình bày lời giải, đưa ra nhận xét và tổng kết lại phương pháp giải.	- HS lắng nghe, thực hiện các nhiệm vụ được giao và ghi chép vào vở. <i>HD.</i>	- Mục đích của phần này là vận dụng công thức xác suất toàn phần để giải một bài toán di truyền. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, năng lực mô hình hóa toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		
Luyện tập 3 (10 phút) - GV yêu cầu HS suy nghĩ, thực hiện trình bày lời giải bằng sơ đồ hình cây và sử dụng công thức xác suất toàn phần. - Sau 6 phút, GV mời hai HS lên bảng thực hiện ý a và b, các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	- HS thực hiện Luyện tập 3. <i>HD.</i> Gọi H là biến cố: “Cây con nhận gene B từ bố”; $\bar{H}$ là biến cố: “Cây con nhận gene B từ mẹ”; F là biến cố: “Cây con có kiểu gene BB”. Theo giả thiết, H và $\bar{H}$ độc lập nên $P(F) = P(K)P(H).$ + Tính $P(K)$: Theo công thức xác suất toàn phần $P(K) = P(A) \cdot P(K A) + P(\bar{A}) \cdot P(K \bar{A}) \quad (2)$ $P(K A)$ là xác suất để cây con nhận gene B từ bố với điều kiện bố có kiểu gene bb. Vậy $P(K A) = 0$.	- Mục đích của phần này là xác suất toàn phần, tiếp tục triển khai bài toán di truyền nêu trong vận dụng. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, năng lực mô hình hóa toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$P(K \bar{A})$ là xác suất để cây con nhận gene B từ bố với điều kiện bố có kiểu gene Bb. Vậy $P(K \bar{A}) = \frac{1}{2}$. Thay vào (2) ta được $P(K) = 0,3.$ + Tính $P(H)$: Tương tự $P(H) = 0,3$. Vậy $P(F) = P(K)P(H) = (0,3)(0,3)$ Vậy tỉ lệ cây con có kiểu gene BB là khoảng 9%. b) Gọi G là biến cố: “Cây con có kiểu gene Bb”. Vì $\bar{G} = E \cup F$ và hai biến cố E, F xung khắc nên $P(\bar{G}) = P(E) + P(F)$ $= 0,49 + 0,09 = 0,58.$ Vậy $P(G) = 1 - P(\bar{G})$ $= 1 - 0,58 = 0,42.$ Vậy tỉ lệ cây con có kiểu gene Bb là khoảng 42%.	

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Sử dụng sơ đồ cây và vận dụng công thức xác suất toàn phần để giải một bài toán di truyền.
- GV giao HS thực hiện một số bài tập trong SGK: Bài 6.7 và bài 6.9.

Tiết 3. CÔNG THỨC BAYES

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gọi động cơ tìm hiểu về công thức Bayes. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu trong SGK, từ đó nảy sinh nhu cầu sử dụng công thức Bayes để tính xác suất. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) - GV trình chiếu nội dung tình huống mở đầu và thuyết minh về hai sai lầm thường xảy ra trong tình huống xét nghiệm. - GV đặt vấn đề về trường hợp kết quả xét nghiệm của ông M: <i>Xét nghiệm của ông M cho kết quả dương tính. Biết rằng nếu một người mắc bệnh X thì với xác suất 0,95 xét nghiệm cho dương tính; vậy điều này có tương đương với xác suất ông M mắc bệnh hiểm nghèo là 0,95 hay không? Bài học này sẽ giúp chúng ta hiểu đúng xác suất đó.</i>	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	- Mục đích của phần này là đưa ra tình huống xuất hiện nhu cầu cần tìm hiểu công thức Bayes. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giới thiệu công thức Bayes và ý nghĩa của công thức Bayes. Nội dung: HS thực hiện Hoạt động 2, Ví dụ 2 trong SGK, từ đó dẫn dắt đến công thức Bayes. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và theo nhóm đôi, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Nhắc lại kiến thức (2 phút) - GV chú ý cho HS nhắc lại định nghĩa và công thức của xác suất có điều kiện trước khi thực hiện HĐ2. Hoạt động 2 (8 phút)	- HS nhắc lại khái niệm và công thức xác suất có điều kiện. - HS thảo luận thực hiện HĐ2. <i>HD.</i> $P(A B)$ là xác suất để ông M bị bệnh hiểm nghèo X nếu xét nghiệm là dương tính. $P(B A)$ là	- Mục đích của phần này là giúp HS phân biệt: $P(A B)$ và $P(B A)$. - Góp phần phát triển năng lực tư

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV yêu cầu HS thực hiện thảo luận theo nhóm đôi hoàn thành HĐ2. - Sau 5 phút, GV tổ chức cho hai nhóm báo cáo kết quả rồi nhận xét và tổng kết.	xác suất để xét nghiệm dương tính nếu ông M thực sự bị bệnh hiểm nghèo X. Do $P(B A)=0,95$ nên không phải ông M có xác suất mắc bệnh hiểm nghèo.	duy và lập luận toán học.
Công thức Bayes (5 phút) - GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung công thức Bayes. - GV trình bày mục Chú ý: Sử dụng công thức xác suất toàn phần để viết lại công thức Bayes. - GV giải thích ý nghĩa của công thức Bayes.	HS quan sát và ghi chép vào vở.	- Mục đích của phần này là trình bày công thức Bayes và ý nghĩa của công thức Bayes. - Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 2 (10 phút) - GV yêu cầu HS thực hiện thảo luận theo nhóm đôi hoàn thành Ví dụ 2. - Sau 5 phút, GV mời đại diện nhóm HS lên bảng trình bày bài. GV lưu ý phân tích các bước áp dụng công thức Bayes tính $P(A B)$.	- HS thực hiện và ghi chép vào vở.	- Mục đích của phần này là minh họa cách vận dụng công thức công thức Bayes. - Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng vận dụng công thức Bayes vào giải bài toán xác suất. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 4. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 4 (10 phút) - GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân hoàn thành Luyện tập 4. - Sau 8 phút, GV mời 1 HS lên bảng trình bày bài tập, các HS	- HS thực hiện Luyện tập 4. <i>HD.</i> Gọi A là biến cố: “Chai rượu là rượu loại I”. B là biến cố: “Ông Tùng xác nhận đây là rượu	- Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kxi năng vận dụng công thức Bayes.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
còn lại quan sát và nhận xét. GV tổng kết lại phương pháp giải.	loại I". Bài toán yêu cầu tính $P(A B)$. Áp dụng công thức Bayes ta có $P(A B) = \frac{P(A)P(B A)}{P(A)P(B A) + P(\bar{A})P(B \bar{A})}.$ Ta cần xác định $P(A)$, $P(\bar{A})$, $P(B A)$ và $P(B \bar{A})$. Ta có $P(A) = 0,3$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,3 = 0,7.$ $P(B A)$ là xác suất để một chai rượu loại I được ông Tùng xác nhận là rượu loại A. Theo bài ra ta có $P(B A) = 0,9$, là xác suất để một chai rượu không phải loại I được ông Tùng xác nhận nhầm là rượu loại I. Theo đề bài ta có $P(B \bar{A}) = 1 - 0,95 = 0,05$. Thay vào công thức Bayes ta được $P(A B) = \frac{P(A)P(B A)}{P(A)P(B A) + P(\bar{A})P(B \bar{A})} = \frac{0,3 \cdot 0,9}{0,3 \cdot 0,9 + 0,7 \cdot 0,05} \approx 0,8852.$	- Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: công thức Bayes. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 4. LUYỆN TẬP VÀ VẬN DỤNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: HS ôn tập lại công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) - HS thực hiện cá nhân phiếu học tập như trong Phụ lục, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	- HS thực hiện hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV. Đáp án: Công thức xác suất toàn phần: $P(B)$ $= P(A).P(B A) + P(\bar{A}).P(B \bar{A}).$ Công thức Bayes: $P(A B)$ $= \frac{P(A).P(B A)}{P(A).P(B A) + P(\bar{A}).P(B \bar{A})}.$ Ngoài ra công thức Bayes còn có thể viết dưới dạng: $P(A B) = \frac{P(A).P(B A)}{P(B)}.$	- Mục đích của phần này là giúp học sinh tổng hợp lại các công thức tính xác suất toàn phần và công thức Bayes. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng công thức Bayes vào một số tình huống thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện Ví dụ 3, Luyện tập 5 và Ví dụ 4. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 3 (12 phút) - Quay trở lại tình huống mở đầu về kết quả xét nghiệm bệnh của ông M, GV yêu cầu HS thực hiện áp dụng công thức Bayes để tìm công thức tổng quát cho xác suất ông M mắc bệnh hiểm nghèo X.	HS thực hiện và ghi lời giải vào vở.	- Mục đích của phần này là giúp HS vận dụng công thức Bayes để giải quyết tình huống mở đầu. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
GV gợi ý HS cách đặt ẩn phụ p là tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo. Sử dụng công thức Bayes để tính xác suất $P(A B)$ theo p. - Sau 8 phút, GV mời 1 HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát và nhận xét. GV tổng kết lại phương pháp giải.		lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực mô hình hóa toán học.
Luyện tập 5 (10 phút) - GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân hoàn thành Luyện tập 5. - Sau 6 phút, GV mời 2 HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát và nhận xét. GV tổng kết lại phương pháp giải.	- HS thực hiện cá nhân Luyện tập 5. HD. a) $p=0,002$; b) $P(A B) = \frac{(0,002)(0,95)}{(0,002)(0,95) + (0,998)(0,01)} \approx 0,16.$	- Mục đích của phần này là cung cấp số liệu cụ thể về tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo, từ đó HS vận dụng công thức Bayes để giải quyết tình huống mở đầu. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 4 (10 phút) - GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân hoàn thành Ví dụ 4. - Sau 8 phút, GV mời 1 HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát và nhận xét, GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi chép vào vở.	- Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kĩ năng vận dụng công thức Bayes trong chẩn đoán bệnh. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, năng lực mô hình hóa toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Công thức xác suất toàn phần, Sơ đồ cây, Công thức Bayes và ứng dụng của công thức Bayes để chẩn đoán bệnh trong y học.
- GV giao HS thực hiện các bài tập trong SGK: Bài 6.10 và 6.11.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP

Điền vào chỗ trống để thu được công thức đúng.

**Công thức
xác suất
toàn phần
và công
thức Bayes**

XS
TP

Bay
-es

$P(B) = P(A) \cdot \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot \underline{\hspace{2cm}}}{P(A) \cdot P(B|A) + \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}}}$

$P(A|B) = \frac{\underline{\hspace{2cm}} \cdot P(B|A)}{\underline{\hspace{2cm}}}$

ĐÁP ÁN/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI CÁC BÀI TẬP TRONG SGK

6.7. Gọi A là biến cố: “Máy bay xuất hiện ở vị trí X”; B là biến cố: “Máy bay bị bắn rơi”.

Ta có $P(A)=0,55$ và $P(\bar{A})=1-0,55=0,45$.

Nếu máy bay xuất hiện tại X thì có hai quả tên lửa bắn lên. $P(B|A)$ là xác suất để máy bay rơi khi có hai quả tên lửa bắn lên.

Ta tính xác suất của biến cố đối $P(\bar{B}|A)$: “Máy bay không rơi khi có hai quả tên lửa bắn lên”. $P(\bar{B}|A) = (1-0,8)(1-0,8) = 0,2^2 = 0,04$.

Vậy $P(B|A)=1-P(\bar{B}|A)=1-0,04=0,96$.

$P(B|\bar{A})$: Nếu máy bay xuất hiện tại Y thì có một quả tên lửa bắn lên. Máy bay rơi khi bị quả tên lửa này bắn trúng. Do đó $P(B|\bar{A})=0,8$.

Theo công thức xác suất toàn phần

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,55 \cdot 0,96 + 0,45 \cdot 0,8 = 0,888.$$

6.9. Gọi A là biến cố: “Linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn”; B là biến cố: “Linh kiện điện tử có dấu OTK”. Ta cần tính $P(B)$. Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}).$$

Theo giả thiết $P(A)=0,8$, do đó $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

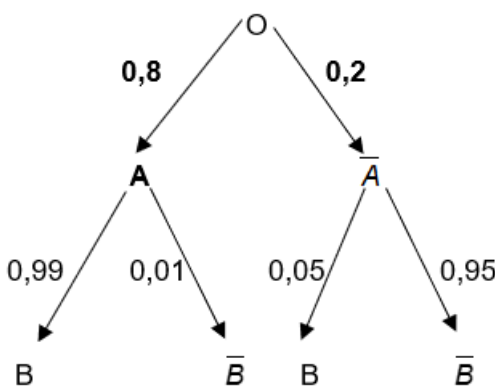
Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn có dấu OTK. Theo giả thiết ta có $P(B|A)=0,99$.

Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là xác suất để linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn có dấu OTK. Theo giả thiết nếu linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó không có dấu OTK với xác suất 0,95. Vậy nếu linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có dấu OTK với xác suất là $1 - 0,95 = 0,05$.

Vậy $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Thành thử $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,8 \cdot 0,99 + 0,2 \cdot 0,05 = 0,802$.

b)



A: “Đạt chất lượng”; B: “Có dấu OTK”.

$$P(\bar{B}) = (0,8)(0,01) + (0,2)(0,95) = 0,198.$$

6.10. a) Gọi A là biến cố: “VĐV thuộc đội I”; B là biến cố: “VĐV thuộc đội II”; E là biến cố: “VĐV đạt HCV”. Ta có $B = \bar{A}$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(E) = P(A)P(E|A) + P(\bar{A})P(E|\bar{A}), \quad P(A) = \frac{5}{12}, \quad P(\bar{A}) = P(B) = \frac{7}{12}.$$

$P(E|A)$ là xác suất để VĐV thuộc đội I đoạt HCV. Theo bài ra ta có $P(E|A) = 0,65$.

$P(E|\bar{A})$ là xác suất để VĐV thuộc đội II đoạt HCV. Theo bài ra ta có $P(E|\bar{A}) = 0,55$.

$$\text{Thay vào ta được } P(E) = \frac{5}{12} \cdot 0,65 + \frac{7}{12} \cdot 0,55 \approx 0,5917$$

b) Theo công thức Bayes và a) ta có

$$P(A|E) = \frac{P(A)P(E|A)}{P(E)} \approx \frac{\frac{5}{12} \cdot 0,65}{0,5917} \approx 0,4577.$$

6.11. a) Gọi A là biến cố: “Thư đó là thư rác”; B là biến cố: “Thư đó là bị chặn”.

Ta có $P(A) = 0,03$; $P(\bar{A}) = 0,97$; $P(B|A) = 0,95$; $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

Ta phải tính $P(A|B)$. Công thức Bayes cho ta

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{0,03 \cdot 0,95}{0,03 \cdot 0,95 + 0,97 \cdot 0,01} \approx 0,746.$$

b) Ta phải tính $P(\bar{A}|\bar{B})$.

Ta có $P(B|\bar{A}) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,99$; $P(B|A) = 0,95 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,05$.

Công thức Bayes cho ta

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A}) + P(A)P(\bar{B}|A)} = \frac{0,97 \cdot 0,99}{0,97 \cdot 0,99 + 0,03 \cdot 0,05} \approx 0,998.$$

c) Từ câu a, ta thấy xác suất một thư là thư rác nếu biết rằng thư đó bị chặn là 0,746. Nghĩa là trong số các thư bị chặn có khoảng 74,6% thư rác. Vậy trong số các thư bị chặn có $100\% - 74,6\% = 25,4\%$ là thư đúng.

Từ câu b, ta thấy xác suất để đó là thư đúng nếu biết rằng thư đó không bị chặn là 0,998. Nghĩa là trong số các thư không bị chặn có khoảng 99,8% thư đúng. Vậy trong số các thư không bị chặn có $100\% - 99,8\% = 0,2\%$ là thư rác.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

Thời gian thực hiện: 1 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Ôn tập lại các kiến thức chương VI: Xác suất có điều kiện và công thức tính xác suất có điều kiện, công thức nhân xác suất, công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.
- Vận dụng các công thức xác suất đã học để giải quyết bài toán xác suất liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực năng lực mô hình hóa toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, phiếu học tập, máy tính, máy chiếu,...

- Học sinh:

- + SGK, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Ôn tập tổng hợp các công thức tính xác suất được học ở chương VI. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập để ôn lại lí thuyết. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) - HS thực hiện cá nhân hoàn thành phiếu học tập như trong Phụ lục, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	- HS thực hiện hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV. <i>Đáp án:</i> 1c, 2a, 3e, 4b.	- Mục đích của phần này là giúp HS tổng hợp lại các công thức tính xác suất đã học. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: HS luyện tập áp dụng các công thức xác suất đã học vào các bài toán. Nội dung: HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Sản phẩm: Lời giải của các bài tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Trắc nghiệm (15 phút) - GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 12 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm.	- Mục đích của phần này là giúp HS ôn tập công thức tính xác suất có điều kiện và công thức nhân xác suất. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 6.18 (7 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày ý a và b, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS làm Bài tập 6.18 và ghi bài. <i>HD.</i> Gọi E là biến cố: “Người đó dùng thuốc X”, F là biến cố: “Người đó khỏi bệnh”. $P(E) = \frac{2400}{4000}; P(F) = \frac{2800}{4000}$ $P(EF) = \frac{1600}{4000};$ $P(\bar{E}F) = \frac{1200}{4000}.$ a) $P(F E) = \frac{P(EF)}{P(E)} = \frac{1600}{2400} = \frac{2}{3}.$ b) $P(\bar{E} F) = \frac{P(\bar{E}F)}{P(F)} = \frac{1200}{2800} = \frac{3}{7}.$	- Mục tiêu của bài này là giúp HS rèn luyện kỹ năng đọc dữ liệu từ bảng thống kê để tính xác suất có điều kiện. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 6.20 (7 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày ý lời giải, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS làm Bài tập 6.20 và ghi bài. <i>HD.</i> Gọi A là biến cố: “Chọn chuông I”; B là biến cố: “Bắt gà mái”.	- Mục tiêu của bài này là giúp HS rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức tính xác suất toàn phần.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$P(A) = \frac{1}{3}, P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3},$ $P(B A) = \frac{5}{7}, P(B \bar{A}) = \frac{3}{8}.$ $P(B)$ $= P(A)P(B A) + P(\bar{A})P(B \bar{A})$ $= \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{110}{168} \approx 0,6547.$	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 6.21 (6 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 4 - 5 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày ý lời giải, các HS khác theo dõi và nhận xét.	- HS làm Bài tập 6.21 và ghi bài. <i>HD.</i> Gọi A là biến cố: “Người đó có bệnh nền”; B là biến cố: “Người đó có phản ứng phụ sau tiêm”. Ta có $P(A) = 0,18$; $P(\bar{A}) = 0,82$; $P(B A) = 0,35$; $P(B \bar{A}) = 0,16$. Ta cần tính $P(A B)$. Theo công thức Bayes ta có $P(A B)$ $= \frac{P(A)P(B A)}{P(A)P(B A) + P(\bar{A})P(B \bar{A})}$ $= \frac{0,063}{0,1942} \approx 0,3244.$	- Mục tiêu của bài này là giúp HS rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức tính xác suất toàn phần. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: ôn tập lại các công thức tính xác suất có điều kiện, công thức nhân xác suất, công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.
- GV giao cho HS thực hiện các bài tập sau trong SGK: Bài tập 6.14, 6.17 và 6.19.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP

Nối nội dung cột trái với nội dung tương ứng bên cột phải để tạo thành mệnh đề đúng.

1. Công thức xác suất toàn phần:	$a. P(A B) = \frac{P(A).P(B A)}{P(A).P(B A) + P(\bar{A}).P(B \bar{A})}.$
2. Công thức Bayes:	$b. P(AB) = P(B)P(A B) = P(A)P(B A).$
3. Công thức tính xác suất có điều kiện:	$c. P(B) = P(A).P(B A) + P(\bar{A}).P(B \bar{A}).$
4. Công thức nhân xác suất:	$d. P(A B) = \frac{P(A).P(B A)}{P(A)}$
	$e. P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$

ĐÁP SỐ/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI MỘT SỐ BÀI TẬP

6.12. Đáp án A. $P(AB) = P(A)P(B|A) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}.$

6.13. Đáp án D. $P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}. P(B\bar{A}) = P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}.$

6.14. Đáp án B. $P(B) = P(BA) + P(B\bar{A}) = \frac{2}{15} + \frac{3}{20} = \frac{17}{60}.$

6.15. Đáp án A. Gọi E là biến cố: “Chiếc thứ nhất là chocolate đen”; F là biến cố: “Chiếc thứ hai là chocolate đen”.

$$P(EF) = P(E)P(F|E),$$

$$P(E) = \frac{6}{10}, P(F|E) = \frac{5}{9} \Rightarrow P(EF) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}.$$

6.16. Đáp án B. Gọi E là biến cố: “Chiếc thứ nhất là chocolate trắng”; F là biến cố: “Chiếc thứ hai là chocolate trắng”.

$$P(E) = \frac{4}{10}, P(F|E) = \frac{3}{9} \rightarrow P(EF) = P(E)P(F|E) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}.$$

6.17. Đáp án D. Gọi E là biến cố: “Chiếc thứ nhất là chocolate đen”; F là biến cố: “Chiếc thứ hai là chocolate trắng”.

$$P(E) = \frac{6}{10}, P(F|E) = \frac{4}{9} \Rightarrow P(EF) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}.$$

6.19. Gọi A là biến cố: “Học sinh đó học khá môn Toán”, B là biến cố: “Học sinh đó học khá môn Lí”.

$$\text{Từ bài ra ta có } P(A) = \frac{14}{25}, P(B) = \frac{16}{25}; P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{1}{25}.$$

a) Ta cần tính $P(AB)$. Ta có $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$.

Lại có $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A}\overline{B}) = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}$.

Vậy $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{14}{25} + \frac{16}{25} - \frac{24}{25} = \frac{6}{25}$.

b) Cần tính $P(\overline{A}\overline{B})$. Ta có $A = AB \cup A\overline{B} \rightarrow P(A) = P(AB) + P(A\overline{B})$

$\Rightarrow P(\overline{A}\overline{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{14}{25} - \frac{6}{25} = \frac{8}{25}$.

c) $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{6}{16}$.

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

TÍNH NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA. TÍNH GẦN ĐÚNG TÍCH PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÌNH THANG

Thời gian thực hiện: 1 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Sử dụng phần mềm GeoGebra để tính nguyên hàm, tích phân trong trường hợp hàm dưới dấu tích phân cho dưới dạng bảng (tại một số mốc) hoặc cho bởi một đồ thị (mà ta không biết phương trình của nó) hoặc không có nguyên hàm dưới dạng hàm số sơ cấp.
- Sử dụng phương pháp hình thang để tính gần đúng tích phân.

2. Về năng lực

- Rèn luyện và phát triển năng lực toán học, đặc biệt là năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán, năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, ...), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi thực hành các thao tác, chuẩn bị bài học tại nhà, ...), ...

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy tính được cài đặt phần mềm GeoGebra Classic 5 (hoặc phiên bản mới hơn), máy chiếu.

- Học sinh:

- + SGK, dụng cụ học tập.
- + HS học trong phòng máy hoặc tự chuẩn bị máy tính theo từng nhóm đã chia.
- + Khuyến khích HS thao tác trước với phần mềm GeoGebra tại nhà nếu có điều kiện.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gọi động cơ dẫn đến nhu cầu tính toán gần đúng tích phân trong trường hợp hàm dưới dấu tích phân cho dạng bảng (tại một số mốc). Nội dung: Đặt vấn đề về bài toán thực tế cần ứng dụng tính gần đúng tích phân để tìm thể tích một vật thể. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (2 phút) - GV sử dụng máy tính và trình chiếu nội dung bài toán: <i>Một thân cây dài 4,8 m được cắt thành các khúc gỗ dài 60 cm. Người ta đo đường kính của mỗi mặt cắt ngang và diện tích S của nó được ghi lại trong bảng dưới đây, ở đây x (cm) là khoảng cách tính từ đỉnh thân cây đến vết cắt.</i> <i>(Bảng vẽ như trong phần Vận dụng – SGK Toán 12 tập 2 – Tr.84)</i> <i>Tìm thể tích gần đúng của thân cây này.</i> - Đặt vấn đề: GV có thể gọi vấn đề như sau: Muốn tìm thể tích gần đúng của thân cây, ta cần tính tích phân của một hàm số được cho giá trị chỉ tại một số mốc nhất định. Chúng ta sẽ cùng tìm hiểu cách tính gần đúng các tích phân đó thông qua bài học này.	HS quan sát và suy nghĩ về tình huống.	- Mục đích của phần này là đưa ra một bài toán thực tế làm nảy sinh nhu cầu tính gần đúng tích phân để tìm thể tích của một vật thể. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS sử dụng được các câu lệnh trên GeoGebra để tính nguyên hàm và tích phân, và tính gần đúng tích phân bằng phương pháp hình thang.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Nội dung: HS sử dụng phần mềm GeoGebra để tính nguyên hàm và tích phân, thực hiện tính gần đúng tích phân với độ chính xác cho trước bằng phương pháp hình thang. Sản phẩm: Kết quả của HS trên phần mềm GeoGebra. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Tính nguyên hàm và tích phân với phần mềm GeoGebra a) Tính nguyên hàm của hàm số (7 phút) - GV sử dụng máy tính và trình chiếu hướng dẫn HS các câu lệnh để tính nguyên hàm của hàm số với phần mềm GeoGebra . - HS thực hiện thao tác đồng thời với các bước GV hướng dẫn. + GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 3 phút thực hiện nhiệm vụ: Sử dụng câu lệnh đã được học để giải quyết Bài tập 4.4 (Bài 11: Nguyên Hàm – SGK Toán 12 tập 2 – Tr.11). + GV gọi hai nhóm HS đại diện nêu kết quả kiểm tra, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV thực hiện thao tác trên GeoGebra để minh họa và tổng kết. + Lưu ý: GV có thể giới thiệu bổ sung thêm các câu lệnh tương ứng bằng tiếng Việt trên GeoGebra.	- HS thực hiện theo sự hướng dẫn của GV và gợi ý ở ví dụ mẫu trong SGK. - HS thực hiện yêu cầu tương ứng.	- Mục đích của phần này là giới thiệu các câu lệnh tính nguyên hàm của hàm số bằng phần mềm GeoGebra. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán, năng lực tư duy và lập luận toán học.
b) Tính tích phân (6 phút) - GV sử dụng máy tính và trình chiếu hướng dẫn HS các câu lệnh để tính tích phân của hàm số với phần mềm GeoGebra . - HS thực hiện thao tác đồng thời với các bước GV hướng dẫn.	- HS thực hiện theo sự hướng dẫn của GV và gợi ý ở ví dụ mẫu trong SGK.	- Mục đích của phần này là giới thiệu các câu lệnh tính tích phân của hàm số bằng phần mềm GeoGebra. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
+ GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 3 phút thực hiện nhiệm vụ: Sử dụng câu lệnh đã được học để giải quyết Bài tập 4.10 (Bài 12: Tích Phân – SGK Toán 12 tập 2 – Tr.11) + GV gọi hai nhóm HS đại diện nêu kết quả kiểm tra, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV thực hiện thao tác trên GeoGebra để minh họa và tổng kết. + Lưu ý: GV có thể giới thiệu bổ sung thêm các câu lệnh tương ứng bằng tiếng Việt trên GeoGebra.	- HS thực hiện yêu cầu tương ứng.	công cụ và phương tiện học toán, năng lực tư duy và lập luận toán học.
2. Tính gần đúng tích phân bằng phương pháp hình thang (12 phút) - GV sử dụng máy tính và màn chiếu (hoặc viết bảng) trình bày nội dung và ý nghĩa hình học của phương pháp hình thang tính gần đúng tích phân, đánh giá sai số. - GV thực hiện hướng dẫn chi tiết thuật toán từng bước để tính gần đúng tích phân. - GV tổ chức cho HS thực hiện phần Ví dụ. + HS hoạt động cá nhân hoàn thành phần Ví dụ trong 3 – 4 phút, sau đó GV gọi đại diện các HS trả lời từng câu hỏi, các HS khác lắng nghe và nhận xét, GV tổng kết.	- HS theo dõi từng bước làm của GV. - HS thực hiện phần Ví dụ.	- Mục đích của phần này là giới thiệu phương pháp tính gần đúng tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kỹ năng sử dụng phần mềm GeoGebra để tính nguyên hàm và tích phân, tính gần đúng tích phân bằng phương pháp hình thang. Nội dung: HS thực hiện thao tác trên GeoGebra và áp dụng thuật toán đã học để giải bài tập.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Sản phẩm: Câu lệnh và kết quả bài toán. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Thực hành (10 phút) - GV tổ chức cho HS hoạt động cá nhân để thực hiện yêu cầu trong phần Thực hành 1 và Thực hành 2. - Sau 8 phút, GV gọi 4 HS trình bày các kết quả thu được của 2 phần, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV chiếu hình và tổng kết.	- HS thực hiện thao tác nội dung phần Thực hành 1 trên máy và giải bài toán Thực hành 2. <i>HD.</i> 1. Ta có: $f(x) = \frac{e^x}{x},$ $f'(x) = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) e^x,$ $f''(x) = \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) e^x.$ Có thể thấy rằng (chẳng hạn, dùng GeoGebra để vẽ đồ thị của hàm số $y = f''(x)$): $M = \max_{x \in [1;2]} f''(x) \leq e.$ 2. Ta cần tìm n sao cho: $\frac{(2-1)^3 \cdot e}{12n^2} < 0,01 \cdot \frac{1}{n^2} \left\langle \frac{12}{100e}; n \right\rangle 4.$ Do đó ta chọn $n = 5$. 3. Chia đoạn $[1; 2]$ thành 5 đoạn có độ dài bằng nhau là $[1;1,2], [1,2;1,4], [1,4;1,6], [1,6;1,8], [1,8;2]$. Áp dụng công thức hình thang, ta có:	- Mục đích của phần này là để HS rèn luyện kỹ năng tính gần đúng tích phân với độ chính xác cho trước bằng phương pháp hình thang - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ $\approx \frac{2-1}{10} \left[e + \frac{10e^{\frac{6}{5}}}{6} + \frac{10e^{\frac{7}{5}}}{7} + \frac{10e^{\frac{8}{5}}}{8} + \frac{10e^{\frac{9}{5}}}{9} + e^2 \right]$ $\approx 3,063.$	

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: HS áp dụng thuật toán tính gần đúng tích phân vào một tình huống thực tiễn ở phần mở đầu bài học.

Nội dung: HS thực hiện giải quyết bài toán phần Vận dụng trong SGK.

Sản phẩm: Bài làm của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Vận dụng (6 phút) - GV trình chiếu yêu cầu phần Vận dụng trong SGK. - GV tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm đôi, giải quyết yêu cầu phần Vận dụng.	- HS thực hiện theo nhóm. <i>HD.</i> Thể tích cần tính là $V = \int_0^{480} S(x) dx,$ ở đó $S(x)$ là diện tích mặt cắt ngang tại vị trí cách đỉnh thân cây một khoảng x (cm). Sử dụng phương pháp hình thang để tính gần đúng tích phân này. Ta chia đoạn $[0; 480]$ thành $n = 8$ đoạn bằng nhau, mỗi đoạn có độ dài là 60. Do đó: $V \approx 125400 (cm^3)$ $= 0,1254 (m^3).$	- Mục đích của phần này là để HS củng cố và vận dụng kỹ năng tính gần đúng tích phân để giải quyết bài toán thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
---	---	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Sử dụng được phần mềm GeoGebra để tính nguyên hàm và tích phân; dùng phương pháp hình thang để tính gần đúng tích phân

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
trong trường hợp hàm dưới dấu tích phân cho dưới dạng bảng hoặc không có nguyên hàm dưới dạng hàm số sơ cấp.		

VẼ ĐỒ HỌA 3D VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA

Thời gian thực hiện: 1 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ một số hình 3D.

2. Về năng lực

- Rèn luyện và phát triển năng lực toán học, đặc biệt là năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, ...), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi thực hành các thao tác, chuẩn bị bài học tại nhà, ...), ...

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, phiếu học tập, máy tính được cài đặt phần mềm GeoGebra Classic 5 (hoặc phiên bản mới hơn), máy chiếu, dải giấy màu hình chữ nhật để tạo dải Mobius.
- + GV chia trước lớp thành 6 nhóm.

- Học sinh:

- + SGK, dụng cụ học tập.
- + HS học trong phòng máy hoặc tự chuẩn bị máy tính theo từng nhóm đã chia.
- + Khuyến khích HS thao tác trước với phần mềm GeoGebra tại nhà nếu có điều kiện.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: HS tiếp cận với các mô hình bất khả “impossible models”, từ đó hình thành nhu cầu sử dụng phần mềm GeoGebra cho một số thiết kế 3D. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) - GV đưa ra khái niệm về mô hình bất khả “impossible models” và trình chiếu ảnh minh họa “cầu thang bất khả” – “impossible staircase”. - HS làm theo nhóm đôi vào hai phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục, sau 5 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	- HS thực hiện phiếu học tập. <i>HD.</i> C, D, F là các mô hình bất khả.	- Mục đích của phần này là để HS tiếp cận với mô hình bất khả. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM Mục tiêu: HS sử dụng các công cụ có sẵn trên phần mềm GeoGebra để vẽ một số mô hình 3D bất khả. Nội dung: HS sử dụng phần mềm GeoGebra để thao tác vẽ tam giác Penrose theo sự hướng dẫn của GV. Sản phẩm: Kết quả của HS trên phần mềm GeoGebra. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vẽ tam giác Penrose (15 phút) - GV sử dụng máy tính và máy chiếu hướng dẫn HS các bước để vẽ tam giác Penrose như trong SGK bằng cách dựng các hình hộp chữ nhật và lựa chọn một góc nhìn thích hợp. - HS thực hiện thao tác đồng thời với các bước GV hướng dẫn, GV quan	HS thực hành theo hướng dẫn của GV.	- Mục đích của phần này là hướng dẫn cho HS các bước vẽ tam giác Penrose. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán, năng

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
sát HS thực hành và sản phẩm của HS.		lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS sử dụng công cụ GeoGebra vẽ mặt Mobius. Nội dung: HS thực hiện tạo lập mặt Mobius bằng mảnh giấy hình chữ nhật và mô phỏng trên phần mềm GeoGebra. Sản phẩm: Hình vẽ mặt Mobius tạo từ mảnh giấy và bài thuyết trình của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Dải băng Mobius kì diệu (15 phút) - GV giới thiệu về mặt Mobius và gợi ý phương trình của mặt Mobius như trong SGK. - GV giao nhiệm vụ để HS hoạt động theo nhóm đã chia (5 phút) + Nhiệm vụ: Sử dụng băng giấy hình chữ nhật để tạo ra dải Mobius, sau đó mô phỏng lại bằng phần mềm GeoGebra. HS có thể sử dụng màu để trang trí lên dải Mobius. Ngoài ra, hãy tìm kiếm thêm những tính chất thú vị xoay quanh dải Mobius. - GV cho HS hoạt động nhóm trong 15 phút, GV hỗ trợ HS về kĩ thuật hoặc gợi ý cho HS trang trí sản phẩm của mình.	- HS tự tìm hiểu các bước vẽ trong SGK theo gợi mở của GV. - <i>HD.</i> Từ dải băng hình chữ nhật đã cho, đánh dấu các điểm ABCD. Sau khi vặn xoắn dải băng 180 độ, sử dụng băng dính/ keo dán để dán C trùng với A, D trùng với B, ta được dải Mobius.	- Mục đích của phần này là gợi mở để HS tự thực hành ghép dải Mobius và mô phỏng trên phần mềm GeoGebra. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán.
2. Thuyết trình sản phẩm (5 phút) - GV tổ chức cho đại diện hai nhóm HS thuyết trình về sản phẩm của mình. + Mỗi nhóm được 1 phút 30 giây thuyết trình về sản phẩm giấy và mô hình 3D của mình.	HS thực hiện theo nhóm dưới sự hướng dẫn và điều phối của GV.	- Mục đích của phần này là để HS thuyết trình giới thiệu được về sản phẩm của nhóm mình. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực sử dụng công cụ,

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
+ Các nhóm khác lắng nghe và nhận xét; GV tổ chức HS tự đánh giá giữa các nhóm và tổng kết. Nếu điều kiện lớp học cho phép, HS có thể trình chiếu sản phẩm của mình khi thuyết trình, hoặc in sản phẩm để thuyết trình.		phương tiện học toán.

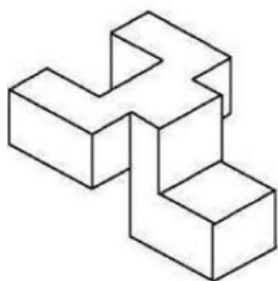
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

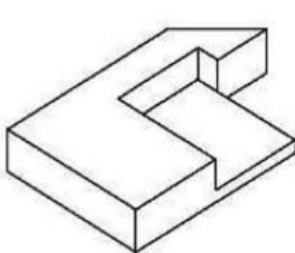
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: vẽ một số hình 3D với phần mềm GeoGebra.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP

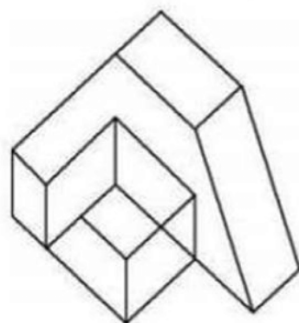
Trong các hình sau, những mô hình nào là mô hình bất khả.



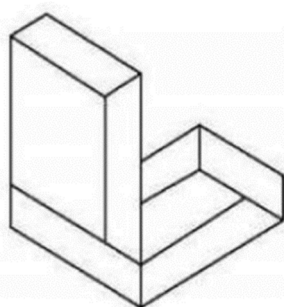
A.



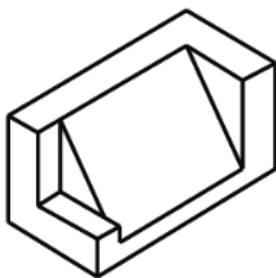
B.



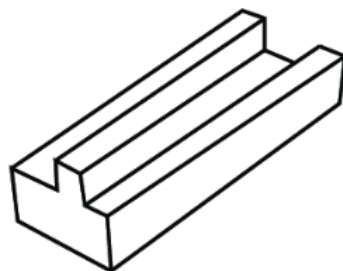
C.



D.



E.



F.

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Ôn tập các kiến thức đã học trong cả năm học.
- Vận dụng được các kiến thức đã học trong năm học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay.
- + Ôn lại các kiến thức trong chương VI.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1. Hệ thống hóa kiến thức và bài tập Trắc nghiệm.
- + Tiết 2. Một số bài tập tự luận.

Tiết 1. HỆ THỐNG HÓA KIẾN THỨC. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Mục tiêu: HS hệ thống lại được các kiến thức cơ bản trong cả năm học. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Phiếu học tập (15 phút) - GV tổ chức cho HS thực hiện cá nhân Phiếu học tập số 1 ở phần Phụ lục trong vòng 10 phút. - GV đọc hoặc trình chiếu đáp án; HS đối chiếu bài làm của mình với đáp án của GV; GV chốt lại một số kiến thức trọng tâm đã học trong cả năm học mà nhiều HS trong lớp không nhớ.	- HS thực hiện phiếu học tập số 1. - Câu trả lời: 1. (1) $F'(x) = f(x)$; (2) $\int f(x) dx$; (3) hình phẳng; (4) $\int_a^b f(x) dx$ (5) một nguyên hàm của $f(x)$ trên K; (6) $\int_a^b f(x) dx$; (7) $\int_a^b f(x) - g(x) dx$; (8) $\pi \int_a^b f(x)^2 dx$. 2. (1) – (e); (2) – (c); (3) – (k); (4) – (g); (5) – (d). 3. (1) hôm nay trời mưa; (2) hôm nay bạn An mang ô; (3) hôm nay bạn An đi học; (4) hôm nay trời mưa; (5) hôm nay bạn An đi học; (6) hôm nay trời mưa; (7)	- Mục đích của phần này là để HS nhớ và hệ thống lại được các kiến thức cơ bản trong đã học trong cả năm học. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	hôm nay bạn An không mang ô; (8) A; (9) B; (10) $P(A \bar{B})$.	
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Luyện tập một số dạng bài tập liên quan đến các kiến thức đã học Nội dung: Thực hiện phần trắc nghiệm và giải một số bài tập tự luận trong SGK. Sản phẩm: Lời giải các bài tập của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Phần trắc nghiệm (25 phút) - GV tổ chức cho HS làm phần Trắc nghiệm. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 15 - 20 phút, sau đó GV đọc hoặc trình chiếu đáp án phần trắc nghiệm; HS so sánh, đối chiếu với bài làm của mình, rút kinh nghiệm những lỗi sai.	HS thực hiện phần trắc nghiệm và ghi bài.	- Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp các kiến thức đã học trong năm. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
+ Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập còn lại trong SGK để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trên.		
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút) - GV dặn dò HS chuẩn bị các bài tập tự luận còn lại trong phần Bài tập ôn tập cuối năm.		

Tiết 2. MỘT SỐ BÀI TẬP TỰ LUẬN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Luyện tập các dạng bài tập liên quan đến các kiến thức hình học và thống kê, xác suất trong năm học. Nội dung: Giải một số bài tập tự luận trong SGK. Sản phẩm: Lời giải các bài tập của HS.		

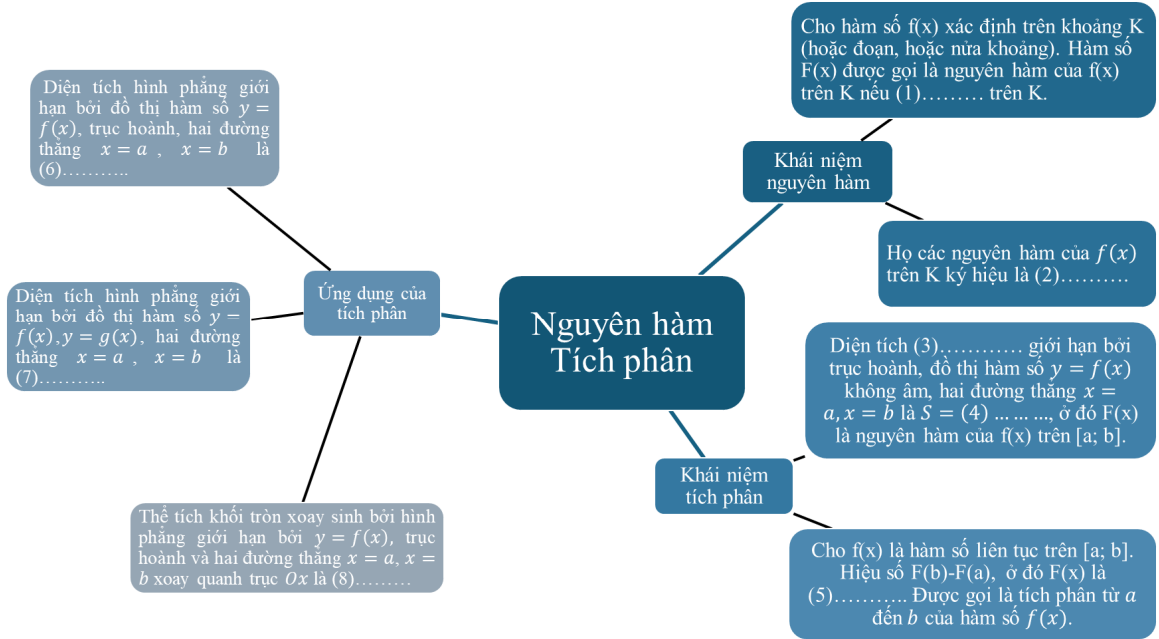
Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 16 (8 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 16. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 16 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập lại cách tìm nguyên hàm của một hàm số. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 26 (7 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 26. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 26 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập lại cách viết phương trình đường thẳng và phương trình mặt phẳng trong không gian. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 27 (8 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 28. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 28 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập phương pháp tọa độ trong không gian. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 28 (8 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 28.	HS làm Bài tập 28 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
+ GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.		giúp HS ôn tập ứng dụng của phương pháp tọa độ trong không gian trong việc giải quyết các bài toán liên quan đến thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học.
Bài tập 29 (5 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 29. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 4 phút, sau đó gọi một HS trả lời; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 29 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập lại cách tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 30 (7 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 30. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 30 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập lại cách tính xác suất có điều kiện và công thức xác suất toàn phần. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- Tuỳ tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập còn lại trong SGK để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trên.		
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm trong năm học; - GV dặn dò HS ôn tập chuẩn bị cho tiết kiểm tra cuối năm.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

1. Điền vào chỗ trống cho phù hợp:



2. Nối khái niệm cột A với công thức ở cột B cho phù hợp:

Cột A	Đáp án	Cột B
(1) Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$, có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(a; b; c)$.		(a) $ax + by + cz = 0$.

(2) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$, có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(a; b; c)$.		(b) $\frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.
(3) Phương trình tổng quát của mặt phẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(a, b, c)$, đi qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$.		(c) $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$.
(4) Khoảng cách từ điểm $M(x_0, y_0, z_0)$ đến mặt phẳng $Ax + By + Cz + D = 0$.		(d) $\frac{ aa' + bb' + cc' }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$.
(5) Cosin góc giữa hai vectơ $\vec{u}(a, b, c)$ và $\vec{v}(a', b', c')$.		(e) $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct. \end{cases}$
		(g) $\frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.
		(h) $\frac{ a + b + c }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$.
		(k) $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.

3. Cho các biến cố

A: “Hôm nay trời mưa”;

B: “Hôm nay bạn An mang ô”

C: “Hôm nay bạn An đi học”.

Điền vào chỗ trống cho phù hợp:

- $P(A|B)$ là xác suất (1)..... biết (2)
- $P(C|A)$ là xác suất (3)..... biết (4).....
- $P(C|A\bar{B})$ là xác suất (5)..... biết (6)..... và (7).....
- $P(A|B) = \frac{P(B|A)P((8).....)}{P((9).....)}$;
- $P(A) = P(A|B) \cdot P(B) + (10)..... \cdot P(\bar{B})$.

TRẢ LỜI/HƯỚNG DẪN/GIẢI MỘT SỐ BÀI TẬP TRONG SGK

1. D 2. B 3. D 4. B 5. D 6. A 7. B 8. B
 9. B 10. C 11. A 12. B 13a. B 13b. A 14. A 15. B

16. a) Ta có $y = x^3 - 3x^2$.

+ Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

+ Sự biến thiên:

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, $f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên khoảng $(0; 2)$, $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, giá trị cực đại của hàm số $y_{CD} = 0$.

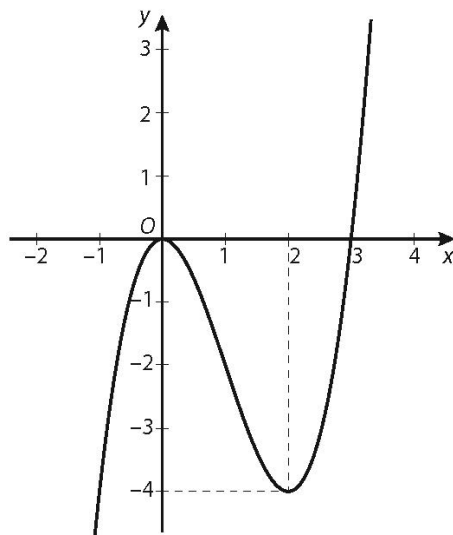
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, giá trị cực tiểu của hàm số $y_{CT} = -4$.

Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2) = -\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	4	$+\infty$	

+ Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 0)$ và cắt trục hoành tại các điểm $(0; 0)$ và $(3; 0)$. Đồ thị có tâm đối xứng là điểm $(1; -2)$.



b) Ta có $y = \frac{2x+1}{x+2}$.

+ Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

+ Sự biến thiên:

Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$ với mọi $x \neq -2$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Hàm số không có cực trị.

Tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$.

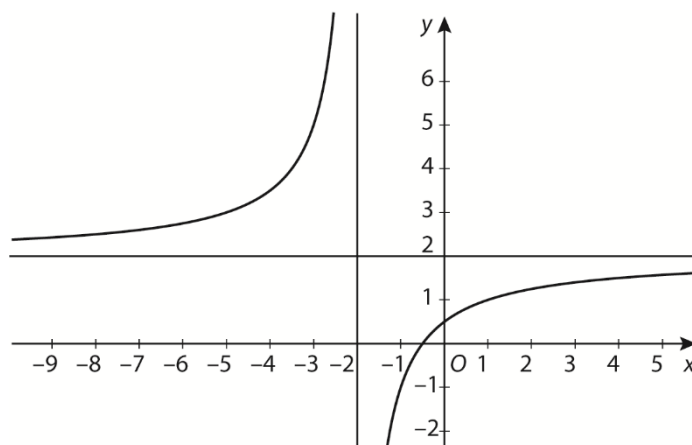
Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$; tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		
y	2	$+\infty$ $-\infty$	2

+ Đồ thị: Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; \frac{1}{2})$, cắt trục hoành tại điểm $(-\frac{1}{2}; 0)$.

Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $(-2; 2)$.



c) Ta có $y = \frac{2x^2+x-2}{x-1} = 2x+3 + \frac{1}{x-1}$.

+ Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

+ Sự biến thiên:

Ta có $y' = \frac{2x^2 - 4x + 1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ hoặc $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$ và $\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}; +\infty\right)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}; 1\right)$ và $\left(1; \frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$, $y_{CD} = 5 - 2\sqrt{2}$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$, $y_{CT} = 5 + 2\sqrt{2}$.

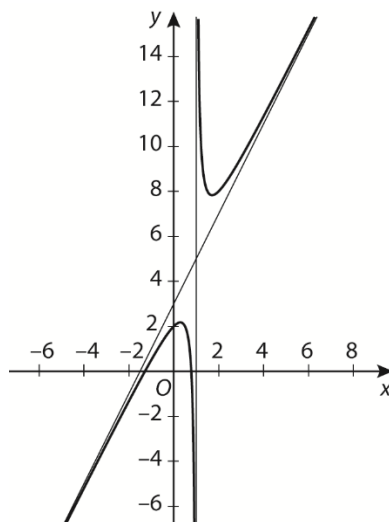
Tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$; tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x + 3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{2-\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{2+\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$			
y'		+	0	-	-	0	+	
y								
	$-\infty$	$5-2\sqrt{2}$	$-\infty$	$+\infty$	$5+2\sqrt{2}$	$+\infty$		

+ Đồ thị: Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;2)$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;8)$, $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(1;5)$.



17. a) $y_{\min} = \sqrt{2}$ đạt được khi $x = -1$.

18. a) $v(t) = 15 - 10t$ (m/s). $v = 0 \Leftrightarrow 15 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 1,5$ (s).

b) $v(t) = v_0 - 10t$. Ô tô sẽ dừng lại khi $v(t) = 0$, tức là khi $t = \frac{v_0}{10}$.

Quãng đường ô tô đi được kể từ khi đạp phanh đến khi dừng lại là $s = \int_0^{\frac{v_0}{10}} v(t) dt$.

$$20 \geq \int_0^{\frac{v_0}{10}} v(t) dt \Rightarrow v_0 = 20 \text{ (m/s)}.$$

19. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + 2x - \frac{3}{2}$.

20. a) $I = 1$.

b) $I = 0$.

c) $I = \frac{2-3\sqrt{2}}{2}$. d) $I = 2e^2 - 2e - \ln 2$.

21. $S = \frac{125}{6}$.

22. $V = \frac{\pi}{15}$.

23. a) Ta có

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0. \end{aligned}$$

b) Theo câu a) và theo giả thiết thì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$; $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$ nên $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow AD \perp BC$.

24. a) Ta có $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AG} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) + (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$$

b) $AG = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

$$25. (d): \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

$$26. a) (d): \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}.$$

$$b) (P): 2x + 9y + 8z - 23 = 0.$$

$$27. a) (OAB): x + 5y + 3z = 0.$$

$$b) I = (2; -1; 1).$$

$$c) |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| \text{ nhỏ nhất khi } M = (2; -1; 0).$$

$$28. A'B' = \frac{5\sqrt{74}}{12} \approx 3,6.$$

$$29. \Delta_Q = 14,01 - 11,625 = 2,385.$$

30. Gọi B là biến cố: “Bình bắt được gà mái của chuồng I”; C là biến cố “Bình bắt được gà mái”.

$$P(B|C) = \frac{104}{107}.$$

31. Gọi A là biến cố “Sơn chạy bộ buổi sáng”; B là biến cố “Sơn ăn thêm một quả trứng trong bữa sáng”.

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{2,1}{3,1} \approx 0,6774.$$

MA TRẬN KIẾN THỨC - KĨ NĂNG – NĂNG LỰC

TOÁN 12 - HỌC KÌ II

TT	Nội dung kiến thức	Đơn vị kiến thức	Kiến thức, kĩ năng	Thành tố năng lực toán học				
				NL tư duy và lập luận toán học	NL mô hình hóa toán học	NL giải quyết vấn đề toán học	NL giao tiếp toán học	NL sử dụng các công cụ, phương tiện toán học
4	4. Nguyên hàm và tích phân	4.1. Nguyên hàm	4.1.1. Nhận biết được khái niệm nguyên hàm của một hàm số				x	
			4.1.2. Giải thích được tính chất cơ bản của nguyên hàm	x				
			4.1.3. Tính được nguyên hàm trong những trường hợp đơn giản (dựa vào nguyên hàm của một số hàm sơ cấp)	x				
			4.1.4. Vận dụng được kiến thức về nguyên hàm để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn (.....)		x	x		
		4.2. Tích phân	4.2.1. Nhận biết được định nghĩa của tích phân	x			x	
			4.2.2. Nhận biết được các tính chất của tích phân				x	
			4.2.3. Tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản.	x				

			4.2.4. Vận dụng được tích phân để giải quyết một số bài toán thực tiễn.		x	x		
		4.3. Ứng dụng hình học của tích phân	4.3.1. Sử dụng tích phân để tính được diện tích một số hình phẳng.	x		x		
			4.3.2. Sử dụng tích phân để tính được thể tích của một số hình khối (nói riêng, những hình khối thường gặp trong hình học không gian).	x		x		
5	5. Phương pháp tọa độ trong không gian	5.1. Phương trình mặt phẳng	5.1.1. Nhận biết được phương trình tổng quát của mặt phẳng.				x	
			5.1.2. Viết được phương trình mặt phẳng trong các trường hợp: qua một điểm và biết vectơ pháp tuyến, qua một điểm và biết cặp vectơ chỉ phương, qua ba điểm không thẳng hàng.	x		x		
			5.1.3. Nhận biết được hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc: - Xác định vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng; - Viết phương trình của một mặt phẳng có điều kiện song song hoặc vuông góc với một mặt phẳng khác.	x		x		
			5.1.4. Tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng	x				
			5.1.5. Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt phẳng để giải quyết một số bài toán liên quan đến thực tiễn.		x	x		

		5.2. Phương trình đường thẳng trong không gian	5.2.1. Nhận biết được các phương trình tham số, chính tắc, vectơ chỉ phương của đường thẳng trong không gian.				X	
			5.2.2. Viết được phương trình đường thẳng trong các trường hợp: đi qua một điểm và biết vectơ chỉ phương; đi qua hai điểm.	X		X		
			5.2.3. Nhận biết được vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.	X		X		
			5.2.4. Tính được góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng.	X		X		
			5.2.5. Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.		X	X		
		5.3. Phương trình mặt cầu	5.3.1. Nhận biết được phương trình mặt cầu.	X				
			5.3.2. Xác định được tâm và bán kính mặt cầu khi biết phương trình.				X	
			5.3.3. Lập được phương trình mặt cầu khi biết tâm và bán kính	X				
			5.3.4. Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt cầu để giải quyết một số bài toán liên quan đến thực tiễn.		X	X		
6		6.1. Xác suất có điều kiện	6.1.1. Nhận biết được khái niệm xác suất có điều kiện.	X			X	

	6. Xác suất có điều kiện		6.1.2. Nhận biết được mối liên hệ giữa xác suất có điều kiện và xác suất.	x				
			6.1.3. Vận dụng được công thức nhân xác suất cho hai biến cố bất kì.	x		x		
			6.1.4. Giải thích được ý nghĩa của xác suất có điều kiện trong những tình huống quen thuộc.		x		x	
		6.2. Công thức xác suất toàn phần	6.2.1. Mô tả được công thức xác suất toàn phần thông qua bảng dữ liệu thống kê 2x2 và sơ đồ hình cây.	x				
			6.2.2. Sử dụng được công thức xác suất toàn phần để tính xác suất có điều kiện và vận dụng vào một số bài toán thực tiễn.		x	x		
		6.3. Công thức Bayes	6.3.1. Mô tả được công thức Bayes thông qua bảng dữ liệu thống kê 2x2 và sơ đồ hình cây.	x				
			6.3.2. Sử dụng được công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện và vận dụng vào một số bài toán thực tiễn.		x	x		
			6.3.3. Sử dụng được sơ đồ hình cây để tính xác suất có điều kiện trong một số bài toán thực tiễn liên quan tới thống kê.		x	x		

Ghi chú. Mỗi kiến thức, kĩ năng ở trên có thể liên quan đến nhiều thành tố của năng lực toán học, nhưng trong bảng trên chỉ liệt kê 1-2 thành tố nổi trội nhất. GV có thể tham khảo (và bổ sung, điều chỉnh thêm; nếu cần) Bảng ma trận trên để thiết kế các câu hỏi, bài tập phù hợp, dùng trong các đề kiểm tra thường xuyên và định kì.

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

MÔN TOÁN LỚP 12 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

Nguyên hàm và tích phân: 3,4 điểm = 2,4 điểm TN + 1,0 điểm TL = 12 câu TN (5+4+3) + 1 câu tự luận

Phương pháp tọa độ trong không gian: 4,0 điểm = 3,0 điểm TN + 1,0 điểm TL = 15 câu TN (4+3+3) + 1 câu tự luận.

Xác suất có điều kiện: 2,6 điểm = 8 câu TN (5+5+3) + 1 câu TL.

TT	Nội dung kiến thức	Đơn vị kiến thức	Mức độ nhận thức								Tổng			% tổng điểm
			Nhận biết		Thông hiểu		Vận dụng		Vận dụng cao		Số CH			
			Câu hỏi số	Thời gian (phút)	Câu hỏi số	Thời gian (phút)	Câu hỏi số	Thời gian (phút)	Câu hỏi số	Thời gian (phút)	TN	TL	Thời gian (phút)	
1	4. Nguyên hàm và tích phân	4.1. Nguyên hàm	1 (4.1.1)	2	15 (4.1.3)	2	27 (4.1.3)	4			4	1	30	34
			2 (4.1.3)											
		4.2. Tích phân	3 (4.2.1)	2	16 (4.2.2)	2	28 (4.2.4)	4			5			
			4 (4.2.2)		17 (4.2.3)									
		4.3. Ứng dụng hình học của tích phân	5 (4.3.1)	1	18 (4.3.2)	2	29 (4.3.2)	4			3			

2	2. Phương pháp tọa độ trong không gian	5.1. Phương trình mặt phẳng	6 (5.1.1) 7 (5.1.2)	2	19 (5.1.3)	2	30 (5.1.5)	4			4	1	35	40
		5.2. Phương trình đường thẳng trong không gian	8 (5.2.1)	1	20 (5.2.2)	2	31 (5.2.3)	4			3			
		5.3. Phương trình mặt cầu	9 (5.3.2)	1	21 (5.3.2)	2	32 (5.3.3)	4			3			
3	6. Xác suất có điều kiện	6.1. Xác suất có điều kiện	10 (6.1.1) 11 (6.1.2) 12 (6.1.3)	3	22 (6.1.2) 23 (6.1.3)	2	33 (6.1.4)	4			6	0	25	26
		6.2. Công thức xác suất toàn phần	13 (6.2.1)	1	24 (6.2.1) 25 (6.2.2)	4	34 (6.2.1)	4			4			
		6.3. Công thức Bayes	14 (6.3.1)	1	26 (6.3.2)	2	35 (6.3.3)	4			3			

Tổng		14	14	12	24	9	36			76	14	90	
Tỉ lệ (%)		40		30		30		0		70	30	100	100
Tỉ lệ chung (%)		70				30							100

Các thành tố của năng lực toán học			Số câu	Ghi chú (các câu cụ thể)
1	Năng lực tư duy và lập luận toán học		21	2, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 27, 29, 30, 32.
2	Năng lực mô hình hóa toán học		5	25, 26, 28,30, 33, 35, 36
3	Năng lực giải quyết vấn đề toán học	Vấn đề tuần túy toán học	7	18, 19, 20, 31, 12, 7, 29
		Vấn đề thực tiễn	9	23, 25, 26, 28, 30, 33, 34, 35, 36
4	Năng lực giao tiếp toán học	Đọc thông tin từ đồ thị, hình vẽ, bảng biểu	1	10
		Nhận biết được khái niệm và diễn đạt được nội dung toán học	8	1, 3, 4, 6, 8, 9, 16, 21
5	Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán		1	37

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II (90 phút)

A. TRẮC NGHIỆM (7 điểm)

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$. B. $x^4 + x^2 + C$. C. $x^5 + x^3 + C$. D. $4x^3 + 2x + C$.

Câu 3. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

- A. 52. B. 26. C. 54. D. 56.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x)dx = 9; \int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 36$. C. $I = \frac{9}{4}$. D. $I = 13$.

Câu 5. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1)dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1)dx$.
C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)dx$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

- A. $x - 2y - 3z - 6 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d

A. $\vec{u} = (1; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (2; -5; 3)$. C. $\vec{u} = (2; 5; 3)$. D. $\vec{u} = (1; 3; 2)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu (S)

A. $I(-3; 1; -1)$. B. $I(3; 1; -1)$. C. $I(3; -1; 1)$. D. $I(-3; -1; 1)$.

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời các câu hỏi từ 10 đến 12:

Cho $P(A) = \frac{2}{7}; P(B|A) = \frac{1}{4}; P(B|\bar{A}) = \frac{1}{5}$.

Câu 10. Giá trị $P(AB)$ là

A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{14}$. C. $\frac{7}{8}$. D. $\frac{2}{35}$.

Câu 11. Giá trị $P(B\bar{A})$ là

A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{2}{35}$. C. $\frac{1}{14}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 12. Giá trị $P(B)$ là

A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{3}{14}$. C. $\frac{1}{14}$. D. $\frac{2}{7}$.

Câu 13. Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,5; P(B) = 0,7; P(A|B) = 0,3$. Tính $P(B|A)$.

A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{21}{50}$.

Câu 14. Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,4; P(A|B) = 0,7; P(B|A) = 0,3$. Tính $P(\bar{B})$.

A. 0,21. B. 0,28. C. $\frac{6}{35}$. D. $\frac{29}{35}$.

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 16. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$.

A. 7. B. $5 + \frac{\pi}{2}$. C. $5 + \pi$. D. 3.

Câu 17. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 18. Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V là

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. 2π . D. 2.

Câu 19. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$.
C. $2x + y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-2; 2; -3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$. B. $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 36$. C.
 $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$. D. $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 36$.

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời các câu từ 22 đến 24:

Bạn An có một túi kẹo, trong đó có 8 viên bi đen và 6 viên bi trắng. An lấy ngẫu nhiên 1 viên bi trong túi để cho Việt, rồi lại lấy ngẫu nhiên tiếp 1 viên bi nữa trong túi và cũng đưa cho Việt.

Câu 22. Xác suất để Việt nhận được 2 viên bi trắng là

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{15}{91}$. C. $\frac{30}{91}$. D. $\frac{15}{182}$.

Câu 23. Xác suất để Việt nhận được 2 viên bi đen là

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{4}{13}$. C. $\frac{8}{13}$. D. $\frac{2}{13}$.

Câu 24. Xác suất để Việt nhận được viên bi đen ở lần thứ nhất và viên bi trắng ở lần thứ hai là

- A. $\frac{24}{91}$. B. $\frac{4}{13}$. C. $\frac{9}{13}$. D. $\frac{67}{91}$.

Sử dụng dữ kiện sau để trả lời các câu 25 và 26:

Một xạ thủ bắn vào bia số 1 và bia số 2. Xác suất để xạ thủ đó bắn trúng bia số 1 là 0,8 và bắn trúng bia số 2 là 0,9. Xác suất để xạ thủ đó bắn trúng cả hai bia là 0,75.

Câu 25. Biết xạ thủ đó bắn trúng bia số 1, xác suất để xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 là

- A. $\frac{15}{16}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 26. Biết xạ thủ đó bắn không trúng bia số 1, xác suất để xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 là

- A. $\frac{41}{50}$. B. $\frac{9}{50}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

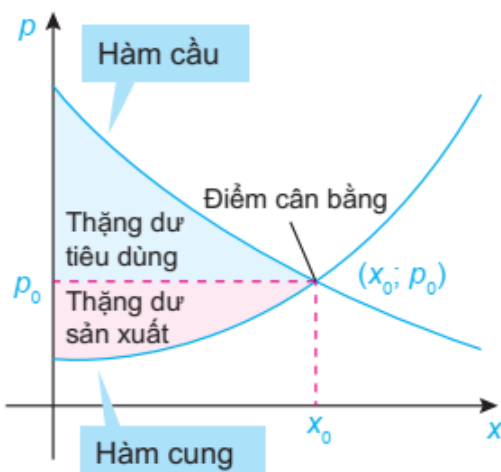
Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

- A. $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$. B. $2e^x - \tan x + C$ C. $2e^x + \tan x + C$. D. $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$.

Câu 28. Ta đã biết rằng hàm cầu liên quan đến giá p của một sản phẩm với nhu cầu của người tiêu dùng, hàm cung liên quan đến giá p của sản phẩm với mức độ sẵn sàng cung cấp sản phẩm của nhà sản xuất. Điểm cắt nhau (x_0, p_0) của đồ thị hàm cầu

$p = D(x)$ và đồ thị hàm cung $p = S(x)$

được gọi là *điểm cân bằng*. Các nhà kinh tế gọi diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị hàm cầu, đường ngang $p = p_0$ và đường thẳng đứng $x = 0$ là *thặng dư tiêu dùng*. Tương tự, diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị của hàm cung, đường nằm ngang $p = p_0$ và đường thẳng đứng $x = 0$ được gọi là *thặng dư sản xuất*, như trong hình bên.



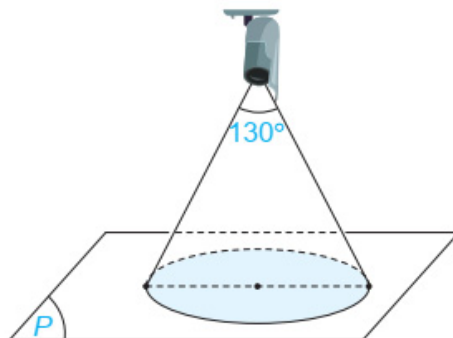
Giả sử hàm cung và hàm cầu của một loại sản phẩm được mô hình hoá bởi: Hàm cầu: $y = -0,01 \cdot e^x + 19$ và hàm cung: $p = 0,09e^x + 1$ trong đó x là số đơn vị sản phẩm. Thặng dư tiêu dùng và thặng dư sản xuất cho sản phẩm này lần lượt là (Tính chính xác tới chữ số phần trăm).

- A. 68,01 và 7,57. B. 68,02 và 7,56. C. 69,02 và 7,56. D. 70,02 và 7,66.

Câu 29. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 0,2 m B. 2 m. C. 10m. D. 20 m.

Câu 30. Góc quan sát ngang của một camera là 130° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $C(1;2;2)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có bán kính bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



- A. 57,7.
- B. 57,8.
- C. 56,7.
- D. 56,8.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng: $(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $(d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $(d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

A. 1 B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 32. Biết rằng nếu vị trí M có vĩ độ và kinh độ tương ứng là $\alpha^\circ N, \beta^\circ E$ ($0 < \alpha, \beta < 90$) thì có tọa độ $M(\cos \alpha^\circ \cos \beta^\circ, \cos \alpha^\circ \sin \beta^\circ, \sin \alpha^\circ)$. Biết 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 6 371 km trong thực tế. Khoảng cách trên mặt đất từ vị trí $P: 30^\circ N 45^\circ E$ đến vị trí $Q: 60^\circ N 45^\circ E$ là (tính chính xác tới chữ số thập phân thứ tư sau dấu phẩy)

- A. 3335,8475 km. B. 3335,8478 km. C. 3355,8478 km. D. 3355,8475 km.

Câu 33. Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 8 con thỏ đen và 4 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng II. Sau đó, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng.

- A. $\frac{5}{13}$. B. $\frac{37}{104}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{35}{104}$.

Câu 34. Giả sử có một loại bệnh mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,01%. Giả sử có một loại xét nghiệm, nếu một người bị bệnh thì xác suất xét nghiệm ra dương tính là 90%, nếu một người *không* bị bệnh thì xác suất ra dương tính là 5%. Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần vạn)?

- A. 0,01% B. 4,9995%. C. 0,1797%. D. 0,001%.

Câu 35. Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên trong hai đội. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I.

- A. $\frac{39}{140}$. B. $\frac{39}{83}$. C. $\frac{43}{83}$. D. $\frac{37}{140}$.

B. TỰ LUẬN (3 điểm)

Câu 36. Hình bên là cánh cửa gỗ, phía dưới có dạng hình chữ nhật ABCD và mép trên là một phần của đường parabol với các kích thước như sau: $AB = 2,2m$, $AD = 4m$, $EO = 5,5m$. Biết giá thành sản xuất cửa gỗ là 30 triệu đồng/ m^2 . Tính tổng chi phí để sản xuất của gỗ đã cho (Làm tròn tới chữ số phần trăm).



Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}.$$

- a) Tính góc tạo bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P) .
b) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) .

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

1.C	2. A	3.A	4.D	5.D	6.A	7.C	8.B
9.D	10.B	11.D	12. B	13.D	14.D	15.C	16.A
17.C	18.B	19.C	20.C	21.A	22.B	23.B	24.A
25.A	26.D	27. C	28.B	29. C	30.B	31.A	32.B
33.B	34.C	35.B					

Hướng dẫn giải

Câu 13. Theo công thức Bayes ta có: $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7 \cdot 0,3}{0,5} = 0,42$.

Câu 14. Ta có:

$$P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A) \Rightarrow P(B) = 0,4 \cdot 0,3 : 0,7 = \frac{6}{35} \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{29}{35}.$$

Câu 26. Xét hai biến cố sau: A: “Xạ thủ đó bắn trúng bia số 1”; B: “Xạ thủ đó bắn trúng bia số 2”.

Ta có $P(A) = 0,8$; $P(B) = 0,9$; $P(AB) = 0,75$.

Nếu xạ thủ đó bắn trúng bia số 1, xác suất để xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 là

$$P(B|A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{0,75}{0,8} = \frac{15}{16}.$$

Biết xạ thủ đó bắn không trúng bia số 1, xác suất để xạ thủ đó bắn trúng bia số 2 là

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(BA)}{1 - P(A)} = \frac{0,9 - 0,75}{1 - 0,8} = \frac{3}{4}.$$

Câu 28. Hoàn chỉnh đồ thị cân bằng là nghiệm của phương trình

$$-0,01e^x + 19 = 0,09e^x + 1 \Rightarrow 0,1e^x = 18 \Rightarrow x = \ln 180.$$

Suy ra tung độ điểm cân bằng là $y = 0,09 \cdot e^{\ln 180} + 1 = 17,2$.

Thặng dư sản xuất cho sản phẩm đã cho là $\int_0^{\ln 180} |17,2 - 0,09e^x - 1| dx \approx 68,02$.

Thặng dư tiêu dùng cho sản phẩm đã cho là $\int_0^{\ln 180} |-0,01e^x + 19 - 17,2| dx \approx 7,56$.

Câu 29. Xét phương trình $-5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Do vậy, kể từ lúc người lái đạp phanh thì sau 2s ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10m.$$

Câu 30. Khoảng cách từ điểm C tới mặt phẳng (P) là $d(C; (P)) = CH = \frac{|1 + 4 - 4 + 5|}{\sqrt{1 + 2^2 + 2^2}} = 2$.

Vùng quan sát là diện tích hình tròn tâm H bán kính HA và vùng quan sát có diện tích

$$\pi \cdot (CH \cdot \tan 65^\circ)^2 \approx 57,8.$$

Câu 31. Ta có $d_1 \parallel d_2$ nên hai đường thẳng đo xác định duy nhất mặt phẳng (P).

Giả sử có đường thẳng d cắt cả 4 đường thẳng đã cho thì d phải thuộc (P).

Kiểm tra được các đường thẳng d_3, d_4 cắt (P) lần lượt tại A và B. Vậy có duy nhất đường thẳng AB cắt cả 4 đường thẳng đã cho.

Câu 32. Ta có $P\left(\frac{\sqrt{6}}{4}; \frac{\sqrt{6}}{4}; \frac{1}{2}\right), Q\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$$\text{Từ đó } \cos(\widehat{POQ}) = \frac{\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}}{|\overrightarrow{OP}| |\overrightarrow{OQ}|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{POQ} = \frac{\pi}{6}.$$

Khoảng cách trên mặt đất từ P tới Q là $\frac{30 \cdot 2\pi}{360} \cdot 6371 \approx 3335,8478 \text{ km}$.

Câu 33. Gọi biến cố A: “Lấy chuông I ra được thỏ trắng”;

B: “Lấy chuông II ra được thỏ trắng”;

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{10}{16}; P(\bar{A}) = \frac{6}{16}; P(B|A) = \frac{5}{13}; P(B|\bar{A}) = \frac{4}{13}.$$

$$\text{Ta cần tính } P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{5}{13} + \frac{6}{16} \cdot \frac{4}{13} = \frac{37}{104}.$$

Câu 34. Xét hai biến cố: M: “Người được chọn ra mắc bệnh”;

D: “Người được chọn ra có xét nghiệm dương tính”.

$$\text{Ta có } P(M) = 0,01\% = 0,0001 \Rightarrow P(\bar{M}) = 1 - 0,0001 = 0,9999.$$

Trong số những người không mắc bệnh nhưng có 5% số người có xét nghiệm dương tính nên

$$P(D|\bar{M}) = 5\% = 0,05.$$

Vì ai mắc bệnh có xác suất xét nghiệm dương tính nên $P(D|M) = 90\% = 0,9$.

Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh của người đó là $P(M|D)$. Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(M|D) = \frac{P(M)P(D|M)}{P(M)P(D|M) + P(\bar{M})P(D|\bar{M})} = \frac{0,0001 \cdot 0,9}{0,0001 \cdot 0,9 + 0,9999 \cdot 0,05} = 0,1797\%.$$

Câu 35. Gọi A là biến cố: “Vận động viên được chọn thuộc đội I”;

V là biến cố: “Vận động viên được huy chương vàng”.

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}; P(V|A) = 0,65; P(V|\bar{A}) = 0,55.$$

Xác suất để vận động viên được chọn thuộc đội I khi anh ấy đạt huy chương vàng được tính theo công thức Bayes:

$$P(A|V) = \frac{P(A)P(V|A)}{P(A)P(V|A) + P(\bar{A})P(V|\bar{A})} = \frac{\frac{3}{7} \cdot 0,65}{\frac{3}{7} \cdot 0,65 + \frac{4}{7} \cdot 0,55} = \frac{39}{83}.$$

Câu 36. Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó ta có $C(1,1;0), D(-1,1;0), E(0;1,5)$.

Phương trình của parabol có dạng $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do (P) đi qua D, E, C nên có phương trình

$$y = -\frac{150}{121}x^2 + 1,5.$$

Vậy diện tích của cánh cửa gỗ là $2,2 \cdot 4 + \int_{-1,1}^{1,1} \left| -\frac{150}{121}x^2 + 1,5 \right| dx = 11 \text{ m}^2$.

Suy ra cho phí sản xuất cánh cửa là $11 \cdot 30 = 330$ (triệu đồng).

Câu 37. a) Ta có một VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 2; -2)$.

Một VTCP của đường thẳng d là $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Ta có $\sin(d; (P)) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{|2 - 2 - 2|}{3 \cdot \sqrt{6}} = \frac{2}{3\sqrt{6}} \Rightarrow (d; (P)) \approx 15^\circ 47' 35,41''$.

b) Ta có $\vec{n}_Q = [\vec{n}; \vec{u}] = (0; -5; -5)$. Do mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1; -1; 0)$ thuộc đường thẳng d nên mặt phẳng (Q) có phương trình $0 - 5(y + 1) - 5(z - 0) = 0 \Leftrightarrow y + z + 1 = 0$.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn
các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VINH THÁI

Biên tập nội dung: VŨ THỊ VÂN

Thiết kế sách: LƯU THẾ SƠN

Trình bày bìa: PHẠM VIỆT QUANG

Sửa bản in: BAN BIÊN TẬP SÁCH TOÁN-TIN

Chế bản: CÔNG TY CP DVXB GIÁO DỤC HÀ NỘI

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ,
chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản
của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

KẾ HOẠCH BÀI DẠY TOÁN 12 TẬP HAI

(HỖ TRỢ GIÁO VIÊN THIẾT KẾ KẾ HOẠCH BÀI DẠY THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 12
BỘ SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

Mã số:

In cuốn (QĐ), khổ 19 x 26,5cm.

In tại Công ty cổ phần in

Số ĐKXB:/CXBIPH/...../GD

Số QĐXB: / QĐ-GD ngày ... tháng ... năm

In xong và nộp lưu chiểu tháng năm

Mã số ISBN: 978-604-0-.....