

Họ và tên

.....SBD:.....
.....

Câu 1. Thể tích của khối cầu bán kính r là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^3$. B. $\frac{4}{3}\pi r^2$. C. $4\pi r^2$. D. $2\pi r^3$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hoành độ điểm cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 1 và -1 .

Câu 4. Hàm số $f(x) = \cos(3x - 2)$ có một nguyên hàm là

- A. $\sin(3x - 2) - 2$. B. $\frac{1}{3}\sin(3x - 2) - 2$.
C. $-\frac{1}{3}\sin(3x - 2) - 2$. D. $-\sin(3x - 2) - 2$.

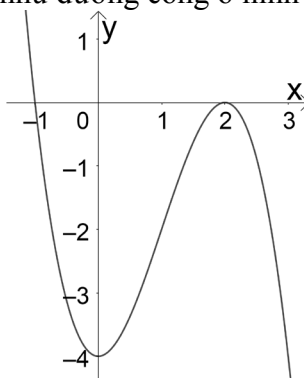
Câu 5. Cho khối lập phương có thể tích bằng 27, diện tích toàn phần của khối lập phương đã cho bằng

- A. 72. B. 36. C. 18. D. 54.

Câu 6. Cho khối lăng trụ có chiều cao $h = 5$ và diện tích đáy $S = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 15. B. 30. C. 11. D. 10.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong ở hình vẽ bên dưới ?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

C. $y = -x^3 - x^2 - 4$.

D. $y = x^3 - 3x - 4$.

Câu 8. Cho a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a^3)$ bằng

A. $27\log_3 a$.

B. $6\log_3 a$.

C. $2 + 3\log_3 a$.

D. $2 + \log_3 a$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;6;2020)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;0;2020)$.

B. $(0;6;2020)$.

C. $(1;6;0)$.

D. $(1;0;0)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 26$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3;4;2)$.

B. $(3;-4;-2)$.

C. $(3;-4;2)$.

D. $(-3;4;2)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -4$ với $u_1 = 2$. Số hạng u_3 của cấp số cộng đã cho là

A. -6 .

B. 8 .

C. 0 .

D. 4 .

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): 2x - 2y + 3z + 6 = 0$?

A. $Q = (3;-2;-3)$.

B. $M = (3;3;-2)$.

C. $N = (3;0;0)$.

D. $P = (2;-2;3)$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$ là

A. $[0;+\infty)$.

B. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(0;+\infty)$.

Câu 14. Số phức liên hợp của số phức $z = -2 + 4i$ là

A. $\bar{z} = -2 + 4i$.

B. $\bar{z} = -2 - 4i$.

C. $\bar{z} = 2 - 4i$.

D. $\bar{z} = 2 + 4i$.

Câu 15. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một lớp có 25 bạn nam và 20 bạn nữ ?

A. 45.

B. 25.

C. 20.

D. 500.

Câu 16. Cho $\int_2^6 f(x)dx = 5$. Khi đó $\int_2^6 [6 - 3f(x)]dx$ bằng

A. 9.

B. -9 .

C. 1.

D. 21.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_8(x^2 + 3x - 1)^3 \geq -\log_{0,5}(x + 2)$ là

A. $[-3;+\infty)$.

B. $[1;+\infty)$.

C. $(-2;+\infty)$.

D. $(-\infty;-3] \cup [1;+\infty)$.

Câu 18. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{-x+1}$ có phương trình là

A. $y = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -2$.

D. $y = 2$.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{8-x^2}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $-2\sqrt{2}$.

C. 8.

D. 4.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (3-2i)^2$ có tọa độ là

A. $Q(5;-12)$.

B. $N(13;-12)$.

C. $M(13;12)$.

D. $P(5;12)$.

Câu 21. Cắt khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 bởi mặt phẳng vuông góc và đi qua trung điểm của trục khối nón, thiết diện thu được là hình tròn có diện tích 9π . Thể tích khối nón bằng

A. 54π .

B. 16π .

C. 72π .

D. 216π .

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , SA vuông góc với mặt phẳng đáy,

$SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AB = a$. Gọi M là trung điểm của BC . Góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) có số đo bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 23. Biết $\int_1^{13} \frac{dx}{2x-1} = \ln a$ với $a \in \mathbb{Q}$. Giá trị của a là

A. 5.

B. 25.

C. 1.

D. 125.

Câu 24. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, M là trung điểm BC và $A'M = 3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $18a^3\sqrt{2}$.B. $3a^3\sqrt{2}$.C. $a^3\sqrt{2}$.D. $9a^3\sqrt{2}$.

Câu 25. Cho $I = \int_0^4 \sin \sqrt{x} dx$, nếu đặt $u = \sqrt{x}$ thì

A. $I = \int_0^4 2u \sin u du$.B. $I = \int_0^4 \sin u du$.C. $I = \int_0^2 2u \sin u du$.D. $I = \int_0^2 \sin u du$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại C , $A'C = a\sqrt{5}$, $BC = a$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$.B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 27. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = -3$, $x = 1$, $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_1^2 (-x^2 + 2x + 3) dx$.B. $S = \int_1^2 (-x^2 + 2x - 3) dx$.C. $S = \int_1^2 (-x^2 + 2x + 3) dx$.D. $S = \int_1^2 (x^2 - 2x - 3) dx$.

Câu 28. Cho hai số phức $z_1 = 4 + 3i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Biết số phức $\overline{z_1} - 2\overline{z_2} = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, khi đó $a^2 + b^2$ là

A. 5.

B. 26.

C. 53.

D. 37.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(-1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - y + 2z - 2 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{2}$.B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{2}$.C. $\frac{x-4}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$.D. $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	1	-2	3	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 31. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\frac{a}{b}\right) = \log_4(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2 = b$.B. $a = b$.C. $a = b^3$.D. $a = b^2$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	-	+	
y	1	3	0	$+\infty$

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$f'(x)$		0		0	
	-	+	-	+	

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{4}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}(-6;4;-8)$. B. $\vec{u}(6;4;-8)$. C. $\vec{u}(6;4;8)$. D. $\vec{u}(-6;4;8)$.

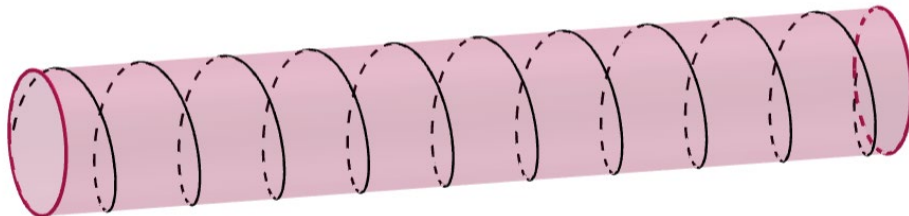
Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{2x+3} \leq \left(\frac{\pi}{4}\right)^{2x^2+3x}$ là

- A. $\left[-\frac{3}{2}; 1\right]$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [1; +\infty)$.
C. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = z-1$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$. Biết (P) có phương trình dạng $ax - y + cz + d = 0$. Hãy tính tổng $a + c + d$.

- A. $a + c + d = -3$. B. $a + c + d = -4$. C. $a + c + d = 4$. D. $a + c + d = 3$.

Câu 37. Một sợi dây (không co giãn) được quấn đối xứng đúng 10 vòng quanh một ống trụ tròn đều có bán kính $R = \frac{2}{\pi}$ cm (như hình vẽ).



Biết rằng sợi dây có chiều dài 50 cm. Hãy tính diện tích xung quanh của ống trụ đó.

- A. 80 cm^2 . B. 100 cm^2 . C. 60 cm^2 . D. 120 cm^2 .

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{ax-7}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2
		$-\infty$	

Số nghiệm của phương trình $3^{\log_3(x-9)} \cdot [\log_4(bx+a-2)^2 + \log_2(x-2)] = c(x-9)$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 39. Ông A có số tiền là 100000000 đồng gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép, có hai loại kì hạn: loại kì hạn 12 tháng với lãi suất là 12%/năm và loại kì hạn 1 tháng với lãi suất 1%/tháng. Ông A muốn gửi 10 năm. Theo anh chị, kết luận nào sau đây đúng (làm tròn đến hàng nghìn) ?

- A. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 16186000 đồng sau 10 năm.
 B. Cả hai loại kì hạn đều có cùng số tiền như nhau sau 10 năm.
 C. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 19454000 đồng sau 10 năm.
 D. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 15584000 đồng sau 10 năm.

Câu 40. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn.

- A. $\frac{24}{35}$. B. $\frac{144}{245}$. C. $\frac{72}{245}$. D. $\frac{18}{35}$.

Câu 41. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $|w - z_1| = |w - z_2|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x - y = 0$. B. $x = 0$. C. $x + y = 0$. D. $y = 0$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4y - z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{3}$, $\Delta_2: \frac{x+4}{5} = \frac{y+7}{9} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + 4t \\ z = 5 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 11 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -4 \\ y = -7 + 4t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$, $BC = 2a$, $CD = a$, góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{31}}$. B. $\frac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{31}}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = 0$ và $f'(x) = \frac{x+7}{\sqrt{2x-3}}$, $\forall x \in \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Biết rằng $\int_4^7 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = \frac{a}{b}$

($a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a + b$ bằng

- A. 250. B. 251. C. 133. D. 221.

Câu 45. Tổng bình phương tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (3m^2 - 12)x^3 + 3(m - 2)x^2 - x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. 9. B. 6. C. 5. D. 14.

Câu 46. Cho các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2\log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a ab - \log_b bc$. Tính giá trị của biểu thức $S = 2m^2 + 9M^2$.

- A. $S = 28$. B. $S = 25$. C. $S = 26$. D. $S = 27$.

Câu 47. Cho phương trình: $4^{-|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{2x-x^2} \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0$ với m là tham số. Tổng

tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 48. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = |2x^3 - 15x + m - 5| + 9x$ trên $[0; 3]$ bằng 60. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số thực m .

- A. 48. B. 5. C. 6. D. 62.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB = BC\sqrt{5}$, $AC = 2BC\sqrt{2}$, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm O của cạnh AC . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2. Mặt phẳng (SBC) hợp với mặt phẳng (ABC) một góc α thay đổi. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$, a là số nguyên tố. Tổng $a + b$ bằng

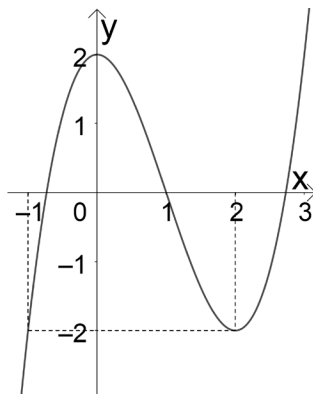
A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn. Biết $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có hình vẽ bên dưới.



Tập nghiệm của phương trình $f(|2\sin x - 1| - 1) = m$ (với m là tham số) trên đoạn $[0; 3\pi]$ có tối đa bao nhiêu phần tử?

A. 8.

B. 20.

C. 12.

D. 16.

----- HẾT -----

Họ và tên

.....SBD:.....
.....

Mã đề thi
102

Câu 1. Số phức z có số phức liên hợp là $\bar{z} = -3 + 4i$. Tìm z .

- A. $z = -3 + 4i$. B. $z = -3 - 4i$. C. $z = 3 - 4i$. D. $z = 3 + 4i$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				0		$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(1; 3)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 3. Hàm số $f(x) = \sin(4x + 3)$ có một nguyên hàm là

- A. $-\frac{1}{4}\cos(4x + 3) - 3$. B. $\frac{1}{4}\cos(4x + 3) + 3$.
C. $-\frac{1}{4}\sin(4x + 3) + 3$. D. $\frac{1}{4}\sin(4x + 3) - 3$.

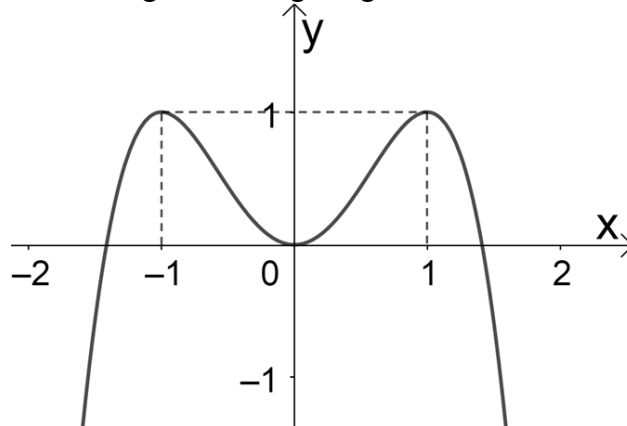
Câu 4. Cho khối lập phương có thể tích bằng 64, bán kính mặt cầu ngoại tiếp của khối lập phương đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 4. C. $2\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \ln(1 - x)$ là

- A. $(-\infty; 1]$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong ở hình vẽ ?



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 + 2x^2$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 - 2x^2$.

Câu 7. Có bao nhiêu cách chọn một viên bi từ một hộp có 13 viên bi đỏ và 27 viên bi vàng ?

- A. 13. B. 351. C. 40. D. 27.

Câu 8. Diện tích của mặt cầu bán kính r là

- A. $4\pi r^2$. B. $2\pi r^3$. C. $\frac{4}{3}\pi r^3$. D. $\frac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y + 6z - 8 = 0$. Bán kính của (S) bằng

- A. 3. B. 5. C. 9. D. 25.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(13;6;2020)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(13;0;2020)$. B. $(0;6;2020)$. C. $(13;6;0)$. D. $(13;0;0)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hoàn thành độ điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 4 và -2 . B. -2 . C. 0. D. 4.

Câu 12. Cho $\log_a(a^2b^3) = 11$ với $a > 0, b > 0, a \neq 1$. Tính $\log_a b$.

- A. 15. B. 9. C. 13. D. 3.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2, u_3 = 32$. Số hạng u_5 của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 128. B. -512 . C. 512. D. -128 .

Câu 14. Cho khối chóp có chiều cao $h = 5$ và thể tích $V = 15$. Diện tích đáy của khối chóp đã cho bằng

- A. 9. B. 3. C. 75. D. 15.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+5}{-2}$?

- A. $Q = (1;2;-2)$. B. $N = (2;-3;5)$. C. $P = (-2;3;5)$. D. $M = (4;1;-9)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	-1	$+\infty$		

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{u}(4;4;2)$. B. $\vec{u}(-4;4;2)$. C. $\vec{u}(-4;-4;2)$. D. $\vec{u}(4;-4;2)$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \frac{a}{2}$, $AB = a$. Gọi M là trung điểm của BC . Số đo góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 20. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 4x$, $y = 3$, $x = -1$, $x = -2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_{-2}^{-1} (x^2 + 4x + 3) dx$. B. $S = \int_{-2}^{-1} (-x^2 - 4x + 3) dx$.
C. $S = \int_{-2}^{-1} (-x^2 - 4x - 3) dx$. D. $S = \pi \int_{-2}^{-1} (-x^2 - 4x + 3)^2 dx$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (3 - 2i)(4 + 3i)$ có tọa độ là

- A. $P(6;1)$. B. $Q(18;1)$. C. $N(18;17)$. D. $M(6;17)$.

Câu 22. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-4}{-x+1}$ là

- A. $y = -3$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $y = 3$.

Câu 23. Cho $I = \int_1^9 e^{\sqrt{x}} dx$, nếu đặt $u = \sqrt{x}$ thì

- A. $I = \int_1^3 2e^u du$. B. $I = \int_1^3 ue^u du$. C. $I = \int_1^3 e^u du$. D. $I = \int_1^3 2ue^u du$.

Câu 24. Cắt khối trụ tròn xoay có chiều cao bằng 9 bởi mặt phẳng đi qua trục của khối trụ, thiết diện thu được là hình chữ nhật có diện tích 36. Thể tích khối trụ bằng

- A. 16π . B. 72π . C. 36π . D. 54π .

Câu 25. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{27 - 2x^2}$ bằng

- A. $-\frac{3\sqrt{6}}{2}$. B. -6 . C. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. D. 6 .

Câu 26. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 7$. Khi đó $\int_1^3 [5 + 2f(x)] dx$ bằng

- A. 21. B. 24. C. 12. D. 19.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(1; -2; 3)$ và song song với đường thẳng

(d): $\frac{x+3}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-6}{2}$ có phương trình là

- A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-5}{2}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-2}{2}$.
C. $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-5}{-2}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 28. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_9\left(\frac{a}{b}\right) = \log_3(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 = b$. B. $a^3b = 1$. C. $ab^3 = 1$. D. $a = b^3$.

Câu 29. Biết $\int_1^{85} \frac{dx}{3x+1} = \ln a$ với $a \in \mathbb{Q}$. Giá trị của a bằng

- A. 16. B. 64. C. 4. D. 1.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{27}(x-2)^3 \leq \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(-x^2 + 5x - 5)$ là

- A. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. B. $[1; 3]$.

C. $(2; 3]$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{3}\right)^{4x+3} \leq \left(\frac{e}{3}\right)^{4x^2+3x}$ là

A. $\left[\frac{3}{4}; 1\right]$.

B. $\left[-1; \frac{3}{4}\right]$.

C. $\left[-\frac{3}{4}; 1\right]$.

D. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup [1; +\infty)$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = -2 + 5i$. Biết số phức $2\overline{z_1} + \overline{z_2} = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, khi đó $a^2 - b^2$ là

A. -165 .

B. 7 .

C. 13 .

D. 55 .

Câu 33. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 2a$, M là trung điểm BC và $A'M = 3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3\sqrt{7}$.

B. $6a^3\sqrt{7}$.

C. $2a^3\sqrt{7}$.

D. $a^3\sqrt{7}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\parallel$	$+$	$-$
$f(x)$	2	$+\infty$	2	5
		$-\infty$		$-\infty$

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 4 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 1 .

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại C , $SA \perp (ABC)$, $SC = a\sqrt{5}$, $BC = a$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $a^3\sqrt{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$, $D(2; 2; -1)$. Biết rằng bốn điểm đó thuộc mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R . Khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc mặt cầu (S) đến gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ là

A. $\frac{11 + \sqrt{21}}{2}$.

B. $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$.

C. $\frac{9 + \sqrt{21}}{2}$.

D. $\frac{8 + \sqrt{21}}{2}$.

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{ax-7}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Số nghiệm của phương trình $3^{\log_3(x-4)} \cdot [\log_4(bx+a-2)^2 + \log_2(x-2)] = c(x-4)$ là

A. 0 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 1 .

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$, $BC = a$, $CD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD .

A. $\frac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{19}}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{19}}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = z-1$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + z = 0$. Biết (P) có phương trình dạng $3x + by + cz + d = 0$. Hãy tính tổng $b + c + d$.

A. $b + c + d = 4$.

B. $b + c + d = -4$.

C. $b + c + d = 7$.

D. $b + c + d = -7$.

Câu 40. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn.

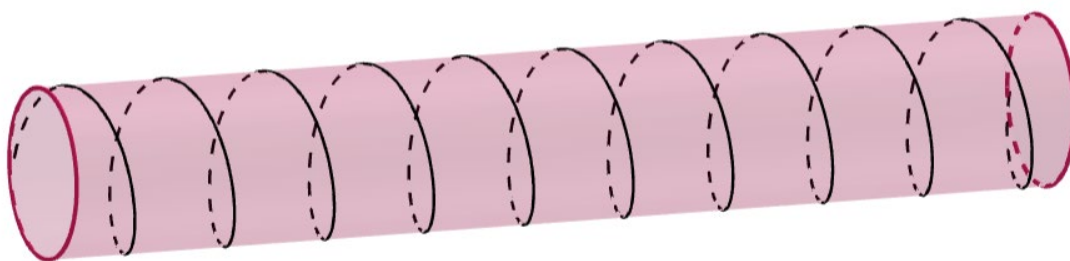
A. $\frac{21}{40}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Câu 41. Một sợi dây (kích thước rất bé, không co giãn) được quấn đối xứng đúng 10 vòng quanh một ống trụ tròn đều có bán kính $R = \frac{4}{\pi}$ cm, độ dài ống trụ là 60 cm (như hình vẽ).



Hãy tính chiều dài của sợi dây.

A. 80 cm.

B. 180 cm.

C. 120 cm.

D. 100 cm.

Câu 42. Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x + 4)^2 f(x) dx = a\pi + \frac{b}{2} \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$), trong đó hàm số $f(x)$ có $f(0) = -\frac{3}{4}$ và

$f'(x) = \frac{3}{(\sin x + 4 \cos x)^2}$. Tổng $a + b$ bằng

A. 8.

B. -6.

C. 6.

D. -8.

Câu 43. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $|w - z_1| = |w - z_2|$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = 0$.

B. $x = 0$.

C. $x + y = 0$.

D. $x - y = 0$.

Câu 44. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^3 + 3(m + 3)x^2 + x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. -15.

B. -20.

C. -18.

D. -9.

Câu 45. Ông A có số tiền là 1 tỉ đồng muốn gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép, có hai loại kì hạn: loại kì hạn 12 tháng với lãi suất là 12% / năm và loại kì hạn 1 tháng với lãi suất 1% / tháng. Ông A muốn gửi 10 năm. Theo anh chị, kết luận nào sau đây đúng (làm tròn đến hàng nghìn)?

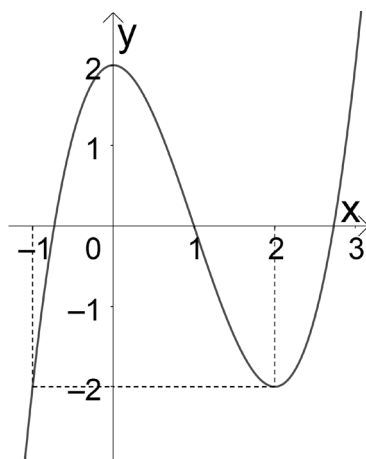
A. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 194539000 đồng sau 10 năm.

B. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 155847000 đồng sau 10 năm.

C. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 161860000 đồng sau 10 năm.

D. Cả hai loại kì hạn đều có cùng số tiền như nhau sau 10 năm.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn. Biết $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có hình vẽ bên dưới.



Tập nghiệm của phương trình $f(|2\sin x - 1| - 1) = m$ (với m là tham số) trên đoạn $[0; 3\pi]$ có tối đa bao nhiêu phần tử?

- A. 8. B. 20. C. 12. D. 16.

Câu 47. Cho các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2\log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a ab - \log_b bc$. Tính giá trị của biểu thức $S = 2m^2 + 9M^2$.

- A. $S = 27$. B. $S = 28$. C. $S = 25$. D. $S = 26$.

Câu 48. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = |2x^3 - 15x + m - 5| + 9x$ trên $[0; 3]$ bằng 60. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số thực m .

- A. 6. B. 62. C. 48. D. 5.

Câu 49. Cho phương trình: $4^{-|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{2x-x^2} \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0$ với m là tham số. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB = BC\sqrt{5}$, $AC = 2BC\sqrt{2}$, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm O của cạnh AC . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2. Mặt phẳng (SBC) hợp với mặt phẳng (ABC) một góc α thay đổi. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$, a là số nguyên tố. Tổng $a + b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

----- HẾT -----

MĂ	101	MĂ	103	MĂ	105	MĂ	107	MĂ	109	MĂ	111	MĂ	113	MĂ	115	MĂ	117	MĂ	119	MĂ	121	MĂ	123
1	A	1	D	1	A	1	D	1	A	1	A	1	C	1	C	1	D	1	D	1	C	1	C
2	A	2	C	2	B	2	C	2	A	2	B	2	A	2	D	2	D	2	A	2	A	2	D
3	C	3	C	3	A	3	C	3	A	3	B	3	B	3	B	3	A	3	A	3	A	3	A
4	B	4	C	4	C	4	A	4	B	4	D	4	B	4	D	4	C	4	A	4	C	4	C
5	D	5	D	5	D	5	A	5	C	5	B	5	D	5	A	5	C	5	C	5	B	5	B
6	B	6	D	6	D	6	B	6	C	6	A	6	A	6	A	6	B	6	A	6	D	6	B
7	A	7	A	7	B	7	A	7	B	7	D	7	B	7	C	7	B	7	B	7	D	7	A
8	C	8	D	8	D	8	D	8	C	8	A	8	B	8	C	8	C	8	B	8	B	8	C
9	B	9	B	9	B	9	C	9	C	9	A	9	C	9	D	9	A	9	C	9	B	9	C
10	B	10	B	10	A	10	B	10	C	10	D	10	D	10	C	10	D	10	B	10	A	10	C
11	A	11	D	11	A	11	D	11	B	11	A	11	D	11	A	11	B	11	A	11	A	11	D
12	B	12	C	12	A	12	D	12	B	12	A	12	C	12	A	12	A	12	D	12	C	12	C
13	D	13	A	13	D	13	B	13	A	13	B	13	A	13	B	13	C	13	B	13	B	13	B
14	B	14	B	14	C	14	A	14	B	14	B	14	C	14	B	14	B	14	D	14	B	14	B
15	A	15	A	15	A	15	A	15	A	15	B	15	B	15	B	15	B	15	D	15	B	15	C
16	A	16	C	16	D	16	C	16	D	16	A	16	A	16	D	16	C	16	A	16	B	16	B
17	B	17	B	17	D	17	B	17	A	17	A	17	A	17	D	17	C	17	D	17	C	17	D
18	A	18	D	18	A	18	A	18	A	18	D	18	A	18	C	18	B	18	A	18	B	18	C
19	D	19	B	19	A	19	A	19	C	19	A	19	C	19	B	19	C	19	B	19	A	19	A
20	A	20	A	20	B	20	C	20	D	20	C	20	A	20	A	20	D	20	C	20	D	20	B
21	C	21	C	21	C	21	C	21	D	21	D	21	D	21	D	21	A	21	C	21	C	21	D
22	C	22	A	22	B	22	A	22	A	22	C	22	B	22	A	22	A	22	A	22	D	22	A
23	A	23	D	23	B	23	A	23	A	23	B	23	A	23	C	23	C	23	D	23	B	23	A
24	B	24	B	24	A	24	D	24	D	24	B	24	B	24	B	24	B	24	C	24	C	24	D
25	C	25	C	25	B	25	B	25	D	25	B	25	D	25	D	25	A	25	B	25	A	25	C
26	B	26	D	26	B	26	D	26	B	26	C	26	C	26	B	26	D	26	B	26	D	26	A
27	C	27	B	27	C	27	C	27	B	27	B	27	D	27	B	27	A	27	C	27	A	27	A
28	D	28	D	28	D	28	C	28	B	28	C	28	C	28	A	28	B	28	B	28	C	28	B
29	D	29	C	29	A	29	B	29	A	29	C	29	B	29	A	29	D	29	C	29	B	29	C
30	C	30	B	30	D	30	C	30	C	30	A	30	B	30	D	30	A	30	A	30	A	30	B
31	C	31	D	31	C	31	C	31	D	31	A	31	B	31	D	31	D	31	C	31	D	31	A
32	D	32	D	32	C	32	C	32	D	32	B	32	D	32	C	32	A	32	C	32	A	32	B
33	B	33	A	33	C	33	B	33	D	33	B	33	C	33	A	33	D	33	A	33	D	33	D
34	A	34	A	34	A	34	D	34	C	34	C	34	C	34	B	34	D	34	D	34	C	34	D
35	A	35	B	35	D	35	B	35	D	35	C	35	B	35	C	35	B	35	A	35	B	35	B
36	A	36	C	36	D	36	C	36	D	36	C	36	C	36	B	36	C	36	B	36	C	36	B
37	D	37	C	37	C	37	A	37	B	37	D	37	C	37	D	37	B	37	B	37	B	37	D
38	B	38	A	38	C	38	D	38	C	38	C	38	A	38	D	38	C	38	B	38	D	38	C
39	C	39	B	39	A	39	D	39	C	39	C	39	B	39	D	39	A	39	C	39	A	39	A
40	D	40	A	40	B	40	D	40	B	40	A	40	D	40	C	40	B	40	C	40	A	40	D
41	D	41	B	41	B	41	D	41	A	41	D	41	C	41	C	41	B	41	A	41	A	41	A
42	A	42	B	42	D	42	D	42	D	42	C	42	D	42	C	42	C	42	D	42	C	42	D
43	C	43	A	43	A	43	A	43	C	43	C	43	A	43	A	43	A	43	A	43	C	43	D
44	B	44	C	44	B	44	A	44	B	44	B	44	B	44	B	44	D	44	B	44	D	44	A
45	C	45	A	45	C	45	B	45	B	45	D	45	A	45	B	45	A	45	D	45	D	45	B
46	D	46	A	46	B	46	B	46	B	46	D	46	D	46	A	46	D	46	D	46	A	46	D
47	D	47	D	47	D	47	B	47	C	47	A	47	A	47	A	47	C	47	D	47	D	47	C
48	C	48	B	48	B	48	B	48	A	48	D	48	A	48	B	48	A	48	D	48	C	48	B
49	B	49	A	49	C	49	B	49	A	49	D	49	D	49	C	49	D	49	C	49	B	49	A
50	D	50	C	50	C	50	A	50	D	50	D	50	D	50	A	50	B	50	B	50	D	50	A

MÃ	102	MÃ	104	MÃ	106	MÃ	108	MÃ	110	MÃ	112	MÃ	114	MÃ	116	MÃ	118	MÃ	120	MÃ	122	MÃ	124
1	B	1	A	1	A	1	B	1	D	1	D	1	B	1	D	1	A	1	D	1	C	1	A
2	A	2	A	2	C	2	D	2	B	2	A	2	C	2	D	2	A	2	A	2	C	2	D
3	A	3	D	3	A	3	C	3	A	3	A	3	B	3	D	3	A	3	B	3	B	3	B
4	C	4	B	4	C	4	A	4	A	4	D	4	D	4	A	4	B	4	D	4	D	4	B
5	D	5	C	5	A	5	B	5	B	5	D	5	A	5	B	5	A	5	C	5	B	5	B
6	A	6	C	6	D	6	C	6	B	6	D	6	B	6	A	6	A	6	C	6	C	6	D
7	C	7	A	7	A	7	D	7	B	7	C	7	C	7	A	7	D	7	A	7	D	7	D
8	A	8	B	8	B	8	B	8	A	8	C	8	C	8	B	8	D	8	C	8	B	8	D
9	B	9	C	9	D	9	A	9	A	9	C	9	C	9	A	9	D	9	C	9	B	9	A
10	A	10	D	10	A	10	D	10	C	10	D	10	D	10	D	10	A	10	B	10	D	10	B
11	D	11	C	11	A	11	B	11	A	11	D	11	B	11	C	11	C	11	D	11	B	11	A
12	D	12	C	12	D	12	D	12	C	12	A	12	C	12	C	12	B	12	B	12	A	12	C
13	C	13	A	13	A	13	A	13	A	13	A	13	A	13	B	13	B	13	A	13	B	13	C
14	A	14	C	14	C	14	C	14	A	14	A	14	D	14	A	14	B	14	B	14	A	14	B
15	D	15	B	15	D	15	A	15	B	15	B	15	C	15	B	15	D	15	A	15	C	15	D
16	D	16	A	16	A	16	C	16	C	16	B	16	C	16	C	16	D	16	A	16	A	16	C
17	B	17	A	17	D	17	D	17	C	17	D	17	A	17	C	17	A	17	A	17	A	17	C
18	B	18	A	18	D	18	A	18	D	18	A	18	C	18	D	18	D	18	D	18	D	18	B
19	D	19	B	19	C	19	A	19	C	19	D	19	A	19	C	19	A	19	A	19	D	19	C
20	B	20	D	20	B	20	B	20	C	20	D	20	D	20	D	20	C	20	D	20	A	20	C
21	B	21	B	21	C	21	C	21	D	21	C	21	B	21	A	21	C	21	C	21	D	21	A
22	B	22	B	22	C	22	D	22	A	22	B	22	A	22	D	22	D	22	B	22	B	22	B
23	D	23	B	23	B	23	A	23	D	23	C	23	B	23	A	23	C	23	A	23	A	23	C
24	C	24	D	24	C	24	D	24	B	24	B	24	A	24	C	24	C	24	A	24	C	24	A
25	A	25	A	25	B	25	C	25	C	25	B	25	B	25	C	25	C	25	A	25	D	25	A
26	B	26	D	26	A	26	B	26	B	26	B	26	A	26	D	26	D	26	B	26	C	26	C
27	C	27	D	27	B	27	B	27	C	27	A	27	A	27	D	27	D	27	B	27	A	27	A
28	C	28	A	28	B	28	C	28	A	28	B	28	D	28	B	28	A	28	B	28	B	28	D
29	C	29	D	29	A	29	C	29	C	29	C	29	A	29	B	29	C	29	C	29	A	29	D
30	C	30	A	30	B	30	A	30	B	30	A	30	A	30	A	30	C	30	D	30	B	30	D
31	C	31	B	31	D	31	D	31	D	31	B	31	B	31	C	31	A	31	D	31	C	31	C
32	B	32	B	32	B	32	A	32	A	32	B	32	B	32	C	32	B	32	B	32	A	32	B
33	C	33	D	33	D	33	B	33	B	33	C	33	C	33	C	33	A	33	D	33	A	33	B
34	B	34	B	34	A	34	C	34	D	34	A	34	B	34	B	34	C	34	B	34	D	34	D
35	A	35	A	35	D	35	C	35	A	35	C	35	B	35	C	35	C	35	A	35	C	35	C
36	B	36	D	36	C	36	C	36	C	36	B	36	D	36	B	36	D	36	C	36	D	36	A
37	A	37	A	37	C	37	A	37	C	37	A	37	A	37	A	37	B	37	C	37	D	37	A
38	D	38	D	38	B	38	A	38	D	38	C	38	C	38	A	38	B	38	C	38	A	38	B
39	D	39	C	39	B	39	D	39	D	39	D	39	A	39	D	39	D	39	B	39	D	39	A
40	A	40	D	40	A	40	D	40	A	40	C	40	A	40	D	40	A	40	D	40	C	40	D
41	D	41	C	41	C	41	A	41	D	41	C	41	C	41	B	41	B	41	A	41	B	41	D
42	B	42	C	42	B	42	D	42	B	42	A	42	D	42	B	42	D	42	B	42	B	42	B
43	A	43	B	43	D	43	B	43	B	43	B	43	D	43	A	43	B	43	B	43	A	43	C
44	C	44	A	44	D	44	B	44	D	44	A	44	A	44	D	44	B	44	D	44	B	44	C
45	A	45	C	45	B	45	B	45	C	45	A	45	B	45	A	45	B	45	B	45	B	45	A
46	D	46	C	46	B	46	D	46	A	46	D	46	D	46	B	46	B	46	A	46	A	46	B
47	A	47	A	47	D	47	B	47	D	47	B	47	C	47	B	47	B	47	C	47	C	47	B
48	A	48	B	48	A	48	C	48	A	48	B	48	D	48	A	48	A	48	C	48	B	48	A
49	C	49	D	49	C	49	A	49	B	49	A	49	B	49	C	49	B	49	D	49	C	49	D
50	B	50	C	50	B	50	A	50	D	50	C	50	D	50	A	50	C	50	D	50	D	50	D

- Câu 36.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $|w - z_1| = |w - z_2|$ là đường thẳng có phương trình
- A.** $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $x - y = 0$.

Lời giải

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = 1 \pm i. \text{ Do đó}$$

$$|w - z_1| = |w - z_2| \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2 \Leftrightarrow y = 0.$$

- Câu 37.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = z-1$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$. Biết (P) có phương trình dạng $ax - y + cz + d = 0$. Hãy tính tổng $a + c + d$.
- A.** $a + c + d = 3$. **B.** $a + c + d = -4$. **C.** $a + c + d = 4$. **D.** $a + c + d = -3$.

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u_d} = (3; 2; 1)$

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n_Q} = (2; -1; 1)$

Gọi $\vec{n_P}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

$$\Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{u_d}; \vec{n_Q}] = (3; -1; -7).$$

$$\text{Chọn } A(2; 0; 1) \in d \Rightarrow A(2; 0; 1) \in (P)$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-2) - 1(y-0) - 7(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 7z + 1 = 0.$$

$$\text{Do đó } a = 3, c = -7, d = 1 \text{ nên } a + c + d = -3.$$

- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4y - z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{3}$, $\Delta_2: \frac{x+4}{5} = \frac{y+7}{9} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = -4 \\ y = -7 + 4t \\ z = -t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + 4t \\ z = 5 - t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 6 \\ y = 11 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n} = (0; 4; -1)$.

Vì $d \perp (P)$ nên $\vec{n} = (0; 4; -1)$ là một VTCP của đường thẳng d .

Giả sử $A(1+t; -2+4t; 2+3t) \in \Delta_1$ là giao điểm của d và Δ_1 , $B(-4+5s; -7+9s; s) \in \Delta_2$ là giao điểm của d và Δ_2 . Ta có $\overrightarrow{AB} = (5s-t-5; 9s-4t-5; s-3t-2)$ cùng phương với $\vec{n} = (0; 4; -1)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} (5s-t-5) \cdot 4 = 0 \cdot (9s-4t-5) \\ (9s-4t-5) \cdot (-1) = 4 \cdot (s-3t-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5s-t=5 \\ 13s-16t=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ s=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; -2; 2).$$

Vậy d có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x=1 \\ y=-2+4t \\ z=2-t \end{cases}$$

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn.

A. $\frac{18}{35}$. **B.** $\frac{144}{245}$. **C.** $\frac{72}{245}$. **D.** $\frac{24}{35}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 7 \cdot A_7^3 = 1470$.

Gọi A là biến cố số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn.

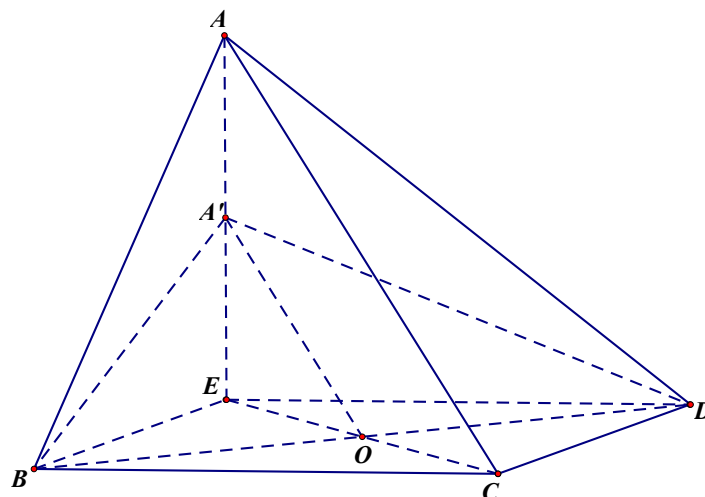
Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot 4! - C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot 3! = 756$.

Xác suất cần tìm là $\frac{756}{1470} = \frac{18}{35}$.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$, $BC = 2a$, $CD = a$, góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD .

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{31}}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{31}}$.

Lời giải



Dựng E là hình chiếu của A lên (BCD) . Khi đó $BC \perp AE, BC \perp AB \Rightarrow BC \perp EB$.

Chứng minh tương tự có $ED \perp CD$, suy ra $BCDE$ là hình chữ nhật.

Góc giữa AB và (BCD) chính là góc $\widehat{ABE}$, do đó $\widehat{ABE} = 60^\circ$.

Tam giác ABE vuông tại E có $AE = BE \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Gọi O, A' lần lượt là trung điểm EC và AE .

Khi đó $d(BD; AC) = d(A; (A'BD)) = d(E; (A'BD)) = EH$.

(H là hình chiếu của E lên $(A'BD)$).

$$\frac{1}{EH^2} = \frac{1}{EB^2} + \frac{1}{ED^2} + \frac{1}{EA'^2} = \frac{31}{12a^2} \Rightarrow d(AC; BD) = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}.$$

Câu 41. Tổng bình phương tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (3m^2 - 12)x^3 + 3(m - 2)x^2 - x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 14.

B. 9.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

$$y' = 9(m^2 - 4)x^2 + 6(m - 2)x - 1.$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m = 2$. Ta có $y' = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Ta nhận $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu. (*)

Trường hợp 2: $m = -2$. Ta có $y' = -24x - 1 < 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{24}$.

Do đó $m = -2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 3: $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$.

y' là một tam thức bậc hai có $\Delta' = 9(m - 2)^2 + 9(m^2 - 4) = 18(m^2 - 2m)$

$$\text{Ta có } y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 2m(m - 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ 0 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2. (**)$$

Từ (*), (**) suy ra $0 \leq m < 2$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy tổng bình phương các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 5.

Câu 42. Ông A có số tiền là 100 000 000 đồng gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép, có hai loại kì hạn: loại kì hạn 12 tháng với lãi suất là 12% / năm và loại kì hạn 1 tháng với lãi suất 1% / tháng. Ông A muốn gửi 10 năm. Theo anh chị, kết luận nào sau đây đúng (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. Cả hai loại kì hạn đều có cùng số tiền như nhau sau 10 năm.

B. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 19 454 000 đồng sau 10 năm.

C. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 15584000 đồng sau 10 năm.

D. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 16186000 đồng sau 10 năm.

Lời giải

Gửi theo kì hạn 1 tháng, sau 10 năm số tiền ông A có là

$$100000000 \cdot 1,01^{120} \approx 330039000 \text{ đồng.}$$

Gửi theo kì hạn 1 năm, sau 10 năm số tiền ông A có là

$$100000000 \cdot 1,12^{10} \approx 310585000 \text{ đồng.}$$

Số tiền gửi theo kì hạn 1 tháng nhiều hơn kì hạn 1 năm sau 10 năm là 19454000 đồng.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{ax-7}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	$\nearrow$ 2	$\nearrow$ $+\infty$	$\nearrow$ 2 $-\infty$

Số nghiệm của phương trình $3^{\log_3(x-9)} \cdot [\log_4(bx+a-2)^2 + \log_2(x-2)] = c(x-9)$ là

A. 13.

B. 12.

C. 14.

D. 15.

Lời giải

Dựa vào BBT ta có $a = 2b$, $c = 3b$, $\frac{7}{c} > 0$, $7b - ac > 0 \Rightarrow 0 < b < \frac{7}{6}$.

Vì $b \in \mathbb{Z}$ nên $b = 1 \Rightarrow a = 2$, $c = 3$.

Ta có phương trình

$$3^{\log_3(x-9)} \cdot [\log_4 x^2 + \log_2(x-2)] = 3(x-9) \quad (1)$$

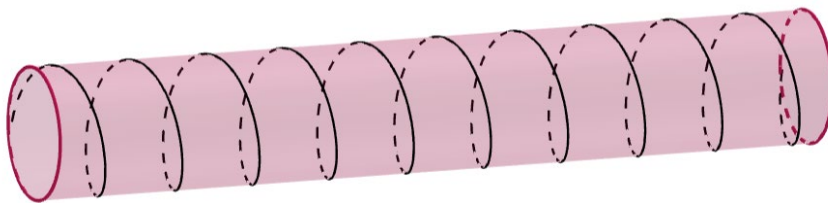
Điều kiện: $x > 9$.

$$(1) \Leftrightarrow (x-9) \log_2 x(x-2) = 3(x-9)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x^2 - 2x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 4 \\ x = -2 < 0 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện ta có PT vô nghiệm.

Câu 44. Một sợi dây (không co giãn) được quấn đối xứng đúng 10 vòng quanh một ống trụ tròn đều có bán kính $R = \frac{2}{\pi}$ cm (như hình vẽ).



Biết rằng sợi dây có chiều dài 50 cm. Hãy tính diện tích xung quanh của ống trụ đó.

- A.** 120 cm^2 . **B.** 100 cm^2 . **C.** 60 cm^2 . **D.** 80 cm^2 .

Lời giải

Gọi độ dài đường sinh của ống trụ là $10x \text{ cm}$ ($x > 0$).

Chia ống trụ thành 10 ống trụ bằng nhau và cắt 1 ống trụ nhỏ theo 1 đường sinh rồi trải phẳng ta được một hình chữ nhật có hai kích thước là $x \text{ cm}$ và $2\pi R = 4 \text{ cm}$. Khi đó độ dài đường chéo hình chữ nhật chính là độ dài của một vòng dây. Do đó ta có:

$$\sqrt{x^2 + 16} \cdot 10 = 50 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (cm)} \Rightarrow h = 3 \cdot 10 = 30 \text{ cm}.$$

Vậy diện tích xung quanh của ống trụ là $2\pi R \cdot h = 4 \cdot 30 = 120 \text{ cm}^2$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = 0$ và $f'(x) = \frac{x+7}{\sqrt{2x-3}}, \forall x \in \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Biết rằng $\int_4^7 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = \frac{a}{b}$ (

$a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a + b$ bằng

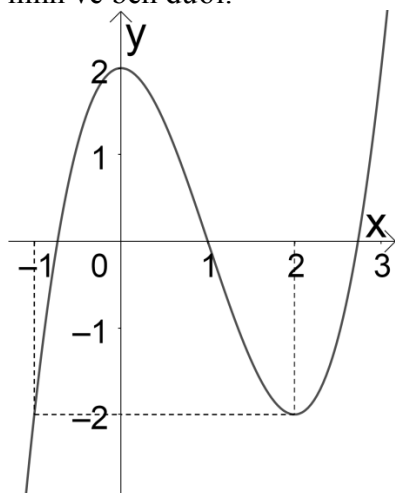
- A.** 250. **B.** 251. **C.** 133. **D.** 221.

Lời giải

$$\begin{aligned} \int_4^7 f\left(\frac{x}{2}\right) dx &= 2 \int_4^7 f\left(\frac{x}{2}\right) d\frac{x}{2} = 2 \int_2^{\frac{7}{2}} f(x) dx = 2 \int_2^{\frac{7}{2}} f(x) d\left(x - \frac{7}{2}\right) \\ &= 2 \left[\left(x - \frac{7}{2}\right) f(x) \Big|_2^{\frac{7}{2}} - \int_2^{\frac{7}{2}} \left(x - \frac{7}{2}\right) f'(x) dx \right] = -2 \int_2^{\frac{7}{2}} \left(x - \frac{7}{2}\right) \frac{x+7}{\sqrt{2x-3}} dx = \frac{236}{15}. \end{aligned}$$

Vậy $a + b = 251$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn. Biết $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có hình vẽ bên dưới.



Tập nghiệm của phương trình $f(|2\sin x - 1| - 1) = m$ (với m là tham số) trên đoạn $[0; 3\pi]$ có tối đa bao nhiêu phân tử?

A. 8.

B. 20.

C. 12.

D. 16.

Lời giải

Đặt $2\sin x - 1 = t$, $x \in [0; 3\pi] \Rightarrow t \in [-3; 1]$.

Vì $f'(x)$ là hàm đa thức bậc ba nên nó có dạng $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Dựa vào đồ thị ta có hệ

$$\begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ c = 0 \\ -a + b - c + d = -2 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = x^3 - 3x^2 + 2.$$

Từ $f(0) = 0$ suy ra $f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + 2x$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$. Từ đây ta có BBT

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{3}$	1	$1 + \sqrt{3}$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-1	$\frac{5}{4}$	-1	$+\infty$

Từ đây suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x - 1)$ như sau

x	$-\infty$	$2 - \sqrt{3}$	2	$2 + \sqrt{3}$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-1	$\frac{5}{4}$	-1	$+\infty$

Từ BBT trên suy ra BBT của hàm số $y = f(|x| - 1)$ như sau:

x	$-\infty$	$-2 - \sqrt{3}$	-3	-2	$\sqrt{3} - 2$	0	$2 - \sqrt{3}$	1	2	$2 + \sqrt{3}$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-	0	+	0	+	0	+
y	$-\infty$	-1	0	$\frac{5}{4}$	-1	$\frac{3}{4}$	-1	0	$\frac{5}{4}$	-1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(|t| - 1) = m$ có tối đa 4 nghiệm $t \in (-1; 1)$.

Với mỗi giá trị $t \in (-1; 1)$ thì phương trình $2\sin x - 1 = t$ có tối đa 4 nghiệm trên $[0; 3\pi]$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $f(|2\sin x - 1| - 1) = m$ có tối đa 16 phần tử.

Câu 47. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = |2x^3 - 15x + m - 5| + 9x$ trên $[0; 3]$ bằng 60. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số thực m .

A. 48.

B. 5.

C. 6.

D. 62.

Lời giải

Ta có: $|2x^3 - 15x + m - 5| + 9x \leq 60, \forall x \in [0; 3] \Leftrightarrow |2x^3 - 15x + m - 5| \leq 60 - 9x, \forall x \in [0; 3]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - 15x + m - 5 \geq 9x - 60 \\ 2x^3 - 15x + m - 5 \leq 60 - 9x \end{cases}, \forall x \in [0; 3] \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2x^3 + 24x - 55 \\ m \leq -2x^3 + 6x + 65 \end{cases}, \forall x \in [0; 3] (*)$$

* Đặt $g(x) = -2x^3 + 24x - 55$

$$g'(x) = -6x^2 + 24$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [0; 3] \Rightarrow g(2) = -23 \\ x = -2 \notin [0; 3] \end{cases}$$

$$g(0) = -55; g(3) = -37$$

$$\Rightarrow \max_{[0; 3]} g(x) = g(2) = -23$$

* Đặt $h(x) = -2x^3 + 6x + 65$

$$h'(x) = -6x^2 + 6$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 3] \Rightarrow h(1) = 69 \\ x = -1 \notin [0; 3] \end{cases}$$

$$h(0) = 65; h(3) = 29$$

$$\Rightarrow \min_{[0; 3]} h(x) = 29$$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} m \geq \max_{[0; 3]} g(x) = -23 \\ m \leq \min_{[0; 3]} h(x) = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -23 \\ m \leq 29 \end{cases}$$

Vậy $\max_{[0; 3]} f(x) = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -23 \\ m = 29 \end{cases}$. Do đó tổng các giá trị của tham số m thỏa mãn là 6.

Câu 48. Cho phương trình: $4^{-|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{2x-x^2} \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0$ với m là tham số.

Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

$$4^{-|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{2x-x^2} \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0$$

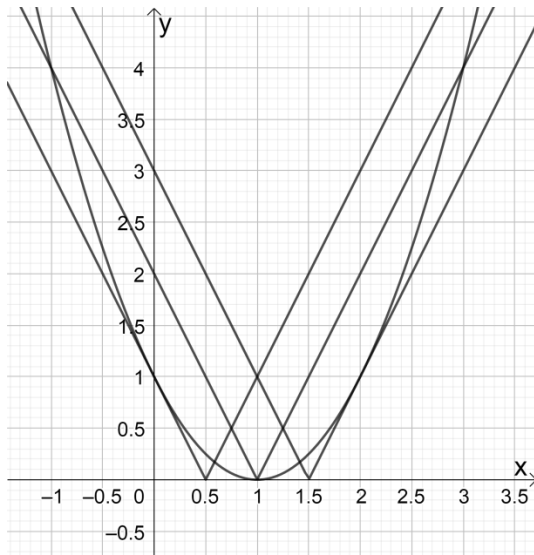
$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 4^{-|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) = 2^{2x-x^2} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \\
&\Leftrightarrow 2^{-(2|x-m|-1)} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{-(x^2-2x)} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \\
&\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-m|+2} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \quad (*)
\end{aligned}$$

Phương trình cuối có dạng $f(u) = f(v)$, trong đó $u = x^2 - 2x + 3 \geq 2$, $v = 2|x-m| + 2 \geq 2$ và $f(t) = 2^t \cdot \log_2 t$ là hàm số đồng biến trên $[2; +\infty)$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 2|x-m| + 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \quad (1)$$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Bằng cách vẽ đồ thị ta thấy có 3 trường hợp của tham số m như sau



Vậy có 3 giá trị là $m = \frac{1}{2}$, $m = 1$, $m = \frac{3}{2}$.

Câu 49. Cho các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2 \log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a ab - \log_b bc$. Tính giá trị của biểu thức $S = 2m^2 + 9M^2$.

A. $S = 25$.

B. $S = 26$.

C. $S = 27$.

D. $S = 28$.

Lời giải

Ta có

$$\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2 \log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a c - \log_a b - 2 \log_b c - 1$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a b \cdot \log_b c - \log_a b - 2 \log_b c - 1 \quad (1)$$

Đặt $x = \log_a b$, $y = \log_b c$ ta có $P = x - y \Leftrightarrow y = x - P$.

Khi đó (1) trở thành

$$x^2 + y^2 = xy - x - 2y - 1 \Leftrightarrow x^2 + (x - P)^2 = x(x - P) - x - 2(x - P) - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (3-P)x + (P-1)^2 = 0. (2)$$

Tồn tại a, b, c thỏa mãn (1) khi và chỉ khi (2) có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta = (3-P)^2 - 4(P-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq P \leq \frac{5}{3}.$$

Thử lại, khi $P = -1$, ta có $x = -2$, $y = -1$ hay $\begin{cases} \log_a b = -2 \\ \log_b c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{a^2} \\ c = a^2 \end{cases}.$

Do đó $\forall 0 < a \neq 1, b = \frac{1}{a^2}, c = a^2$ thì (1) luôn thỏa mãn.

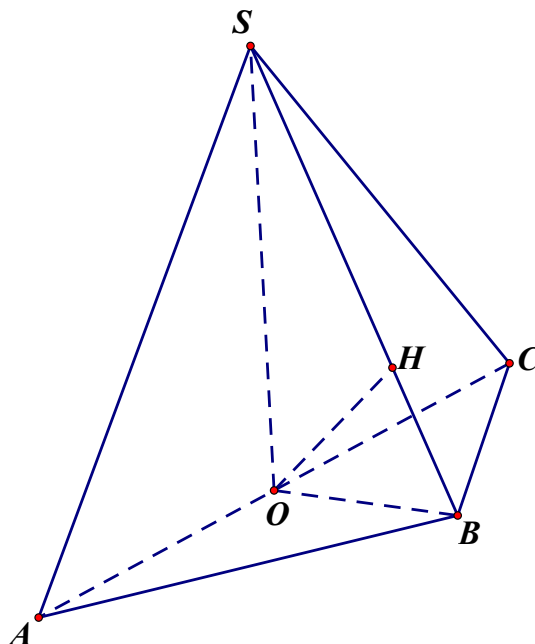
Khi $P = \frac{5}{3}$ thì $x = -\frac{2}{3}, y = -\frac{7}{3}$ hay $\begin{cases} \log_a b = -\frac{2}{3} \\ \log_b c = -\frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} \\ c = a^{\frac{14}{9}} \end{cases}.$

Do đó $\forall 0 < a \neq 1, b = a^{-\frac{2}{3}}, c = a^{\frac{14}{9}}$ thì (1) luôn thỏa mãn.

Vậy $M = \frac{5}{3}, m = -1$ nên $S = 2m^2 + 9M^2 = 27$.

- Câu 50.** Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB = BC\sqrt{5}, AC = 2BC\sqrt{2}$, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm O của cạnh AC . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2. Mặt phẳng (SBC) hợp với mặt phẳng (ABC) một góc α thay đổi. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*, a$ là số nguyên tố. Tổng $a + b$ bằng
- A.** 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của O lên SB .

Ta có $OB = \sqrt{\frac{2BC^2 + 2BA^2 - AC^2}{4}} = BC$, $OC = \frac{1}{2}AC = BC\sqrt{2}$. Suy ra $OB \perp BC$.

Suy ra $BC \perp (SOB) \Rightarrow BC \perp OH \Rightarrow OH \perp (SBC)$.

Dễ thấy $\widehat{SBO} = \alpha$ và $OH = d(O; (SBC)) = \frac{1}{2}d(A; (SBC)) = 1$.

Suy ra $SO = \frac{OH}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$, $OB = \frac{OH}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} \Rightarrow BC = OB = \frac{1}{\sin \alpha}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}SO.2S_{OBC} = \frac{1}{3}SO.2.\frac{1}{2}OB^2 = \frac{1}{3}.\frac{1}{\cos \alpha}.\left(\frac{1}{\sin \alpha}\right)^2 = \frac{1}{3\cos \alpha.\sin^2 \alpha}.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta có

$$1 = \frac{1}{2}\sin^2 \alpha + \frac{1}{2}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{4}\sin^4 \alpha.\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{27} \geq \frac{1}{4}\sin^4 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $\min V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ đạt được khi $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}\sin^2 \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $a + b = 5$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $|w - z_1| = |w - z_2|$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $x - y = 0$.

Lời giải

$$z^2 + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = -1 \pm i. \text{ Do đó}$$

$$|w - z_1| = |w - z_2| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = (x+1)^2 + (y+1)^2 \Leftrightarrow y = 0.$$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = z-1$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + z = 0$. Biết (P) có phương trình dạng $3x + by + cz + d = 0$. Hãy tính tổng $b + c + d$.

- A.** $b + c + d = 4$. **B.** $b + c + d = -4$. **C.** $b + c + d = 7$. **D.** $b + c + d = -7$.

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u_d} = (3; 2; 1)$

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n_Q} = (2; -1; 1)$

Gọi $\vec{n_P}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

$$\Rightarrow \vec{n_P} = [\vec{u_d}; \vec{n_Q}] = (3; -1; -7).$$

Chọn $A(2; 0; 1) \in d \Rightarrow A(2; 0; 1) \in (P)$. Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-2) - 1(y-0) - 7(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 7z + 1 = 0.$$

Do đó $b = -1, c = -7, d = 1$ nên $b + c + d = -7$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 4; -1), B(1; 4; -1), C(2; 4; 3), D(2; 2; -1)$. Biết rằng bốn điểm đó thuộc mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R . Khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc mặt cầu (S) đến gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ là

- A.** $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$. **B.** $\frac{9 + \sqrt{21}}{2}$. **C.** $\frac{8 + \sqrt{21}}{2}$. **D.** $\frac{11 + \sqrt{21}}{2}$.

Lời giải

Giả sử mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Ta có hệ PT:

Góc giữa (ABC) và (BCD) chính là góc $\widehat{ABE}$, do đó $\widehat{ABE} = 60^\circ$.

Tam giác ABE vuông tại E có $AE = BE \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

Gọi O, A' lần lượt là trung điểm EC và AE .

Khi đó $d(BD; AC) = d(A; (A'BD)) = d(E; (A'BD)) = EH$

(H là hình chiếu của E lên $(A'BD)$).

$$\frac{1}{EH^2} = \frac{1}{EB^2} + \frac{1}{ED^2} + \frac{1}{EA'^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow d(AC; BD) = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}.$$

- Câu 41.** Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^3 + 3(m + 3)x^2 + x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là
A. -9. **B.** -15. **C.** -20. **D.** -18.

Lời giải

$$y' = 3(m^2 - 9)x^2 + 6(m + 3)x + 1.$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m = -3$.

Ta có $y' = 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Ta nhận $m = -3$ thỏa mãn yêu cầu. (*)

Trường hợp 2: $m = 3$.

$$\text{Ta có } y' = 36x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{36}.$$

Do đó $m = 3$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 3: $m \neq \pm 3$.

$$y' \text{ là một tam thức bậc hai có } \Delta' = 9(m + 3)^2 - 3(m^2 - 9) = 6(m^2 + 9m + 18)$$

$$\text{Ta có } y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 > 0 \\ m^2 + 9m + 18 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow -6 \leq m < -3. (**)$$

Từ (*), (**) suy ra $-6 \leq m < -3$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-6; -5; -4; -3\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là -18.

- Câu 42.** Ông A có số tiền là 1 tỉ đồng muốn gửi tiết kiệm theo thẻ thức lãi kép, có hai loại kì hạn: loại kì hạn 12 tháng với lãi suất là 12% / năm và loại kì hạn 1 tháng với lãi suất 1% / tháng. Ông A muốn gửi 10 năm. Theo anh chị, kết luận nào sau đây đúng (làm tròn đến hàng nghìn)?
A. Cả hai loại kì hạn đều có cùng số tiền như nhau sau 10 năm.
B. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 194539000 đồng sau 10 năm.

C. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 155847000 đồng sau 10 năm.

D. Gửi theo kì hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kì hạn 1 năm là 161860000 đồng sau 10 năm.

Lời giải

Gửi theo kì hạn 1 tháng, sau 10 năm số tiền ông A có là

$$1000000000.1,01^{120} \approx 3300387000 \text{ đồng.}$$

Gửi theo kì hạn 1 năm, sau 10 năm số tiền ông A có là

$$1000000000.1,12^{10} \approx 3105848000 \text{ đồng.}$$

Số tiền gửi theo kì hạn 1 tháng nhiều hơn kì hạn 1 năm sau 10 năm là 194539000 đồng.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{ax-7}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	2 ↗ $+\infty$		$-\infty$ ↗ 2

Số nghiệm của phương trình $3^{\log_3(x-4)} \cdot [\log_4(bx+a-2)^2 + \log_2(x-2)] = c(x-4)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Dựa vào BBT ta có $a = 2b$, $c = 3b$, $\frac{7}{c} > 0$, $7b - ac > 0 \Rightarrow 0 < b < \frac{7}{6}$.

Vì $b \in \mathbb{Z}$ nên $b = 1 \Rightarrow a = 2$, $c = 3$.

Ta có phương trình

$$3^{\log_3(x-4)} \cdot [\log_4 x^2 + \log_2(x-2)] = 3(x-4) \quad (1)$$

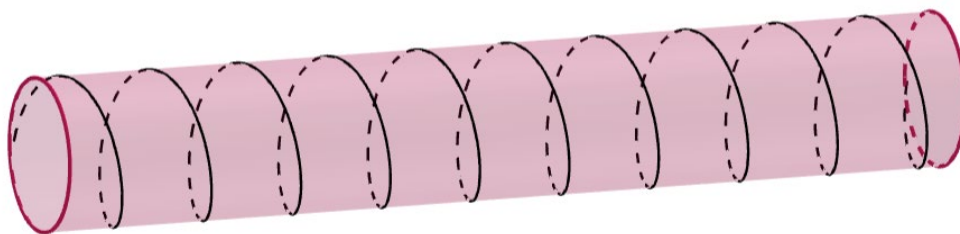
Điều kiện: $x > 4$.

$$(1) \Leftrightarrow (x-4) \log_2 x (x-2) = 3(x-4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 - 2x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện ta có phương trình vô nghiệm.

Câu 44. Một sợi dây (kích thước rất bé, không co giãn) được quấn đối xứng đúng 10 vòng quanh một ống trụ tròn đều có bán kính $R = \frac{4}{\pi}$ cm, độ dài ống trụ là 60 cm (như hình vẽ).



Hãy tính chiều dài của sợi dây.

A. 100 cm .

B. 180 cm .

C. 120 cm .

D. 80 cm .

Lời giải

Chia ống trụ thành 10 ống trụ nhỏ bằng nhau và cắt 1 ống trụ nhỏ theo 1 đường sinh rồi trải phẳng ta được một hình chữ nhật có hai kích thước là 6 cm và $2\pi R = 8$ cm. Khi đó độ dài đường chéo hình chữ nhật chính là độ dài của một vòng dây. Do đó chiều dài của sợi dây là

$$\sqrt{6^2 + 8^2} \cdot 10 = 100 \text{ (cm)}.$$

Vậy độ dài của sợi dây là 100 cm .

Câu 45. Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x + 4)^2 f(x) dx = a\pi + \frac{b}{2} \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$), trong đó hàm số $f(x)$ có $f(0) = -\frac{3}{4}$ và $f'(x) = \frac{3}{(\sin x + 4 \cos x)^2}$. Tổng $a + b$ bằng

A. -6 .

B. 6 .

C. -8 .

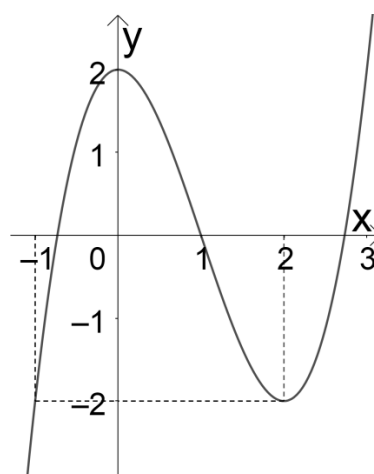
D. 8 .

Lời giải

$$\int f'(x) dx = \int \frac{3}{(\tan x + 4)^2} d \tan x = -\frac{3}{\tan x + 4} + C.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x + 4)^2 f(x) dx = -3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x + 4) dx = 3(\ln |\cos x| - 4x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{3}{2} \ln 2 - 3\pi.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn. Biết $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có hình vẽ bên dưới.



Tập nghiệm của phương trình $f(|2 \sin x - 1| - 1) = m$ (với m là tham số) trên đoạn $[0; 3\pi]$ có tối đa bao nhiêu phần tử?

A. 8 .

B. 20 .

C. 12 .

D. 16 .

Lời giải

Đặt $2\sin x - 1 = t, x \in [0; 3\pi] \Rightarrow t \in [-3; 1]$.

Vì $f'(x)$ là hàm đa thức bậc ba nên nó có dạng $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Dựa vào đồ thị ta có hệ

$$\begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ c = 0 \\ -a + b - c + d = -2 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = x^3 - 3x^2 + 2.$$

Từ $f(0) = 0$ suy ra $f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + 2x$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$. Từ đây ta có BBT

x	$-\infty$	$1-\sqrt{3}$			1	$1+\sqrt{3}$			$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	$\searrow$			$-\frac{1}{4}$	$\swarrow$			$\frac{5}{4}$
		$\swarrow$			$+\infty$	$\searrow$			$-\frac{1}{4}$
		$\swarrow$			$+\infty$	$\searrow$			$+\infty$

Từ đây suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x - 1)$ như sau

x	$-\infty$	$2-\sqrt{3}$		2	$2+\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	+
y	$+\infty$	-1		$\frac{5}{4}$	-1		$+\infty$

Từ BBT trên suy ra BBT của hàm số $y = f(|x| - 1)$ như sau:

x	$-\infty$	$-2-\sqrt{3}$	-3	-2	$\sqrt{3}-2$	0	$2-\sqrt{3}$	1	2	$2+\sqrt{3}$	$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+
y	$-\infty$			$\frac{5}{4}$		$-\frac{3}{4}$		$\frac{5}{4}$			$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(|t| - 1) = m$ có tối đa 4 nghiệm $t \in (-1; 1)$.

Với mỗi giá trị $t \in (-1; 1)$ thì phương trình $2\sin x - 1 = t$ có tối đa 4 nghiệm trên $[0; 3\pi]$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $f(|2\sin x - 1| - 1) = m$ có tối đa 16 phần tử.

Câu 47. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = |2x^3 - 15x + m - 5| + 9x$ trên $[0; 3]$ bằng 60. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số thực m .

A. 48.

B. 5.

C. 6.

D. 62.

Lời giải

Ta có: $|2x^3 - 15x + m - 5| + 9x \leq 60, \forall x \in [0; 3] \Leftrightarrow |2x^3 - 15x + m - 5| \leq 60 - 9x, \forall x \in [0; 3]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - 15x + m - 5 \geq 9x - 60 \\ 2x^3 - 15x + m - 5 \leq 60 - 9x \end{cases}, \forall x \in [0; 3] \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2x^3 + 24x - 55 \\ m \leq -2x^3 + 6x + 65 \end{cases}, \forall x \in [0; 3] (*)$$

* Đặt $g(x) = -2x^3 + 24x - 55$

$$g'(x) = -6x^2 + 24$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [0; 3] \Rightarrow g(2) = -23 \\ x = -2 \notin [0; 3] \end{cases}$$

$$g(0) = -55; g(3) = -37$$

$$\Rightarrow \max_{[0; 3]} g(x) = g(2) = -23$$

* Đặt $h(x) = -2x^3 + 6x + 65$

$$h'(x) = -6x^2 + 6$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 3] \Rightarrow h(1) = 69 \\ x = -1 \notin [0; 3] \end{cases}$$

$$h(0) = 65; h(3) = 29$$

$$\Rightarrow \min_{[0; 3]} h(x) = 29$$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} m \geq \max_{[0; 3]} g(x) = -23 \\ m \leq \min_{[0; 3]} h(x) = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -23 \\ m \leq 29 \end{cases}$$

Vậy $\max_{[0; 3]} f(x) = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -23 \\ m = 29 \end{cases}$. Do đó tổng các giá trị của tham số m thỏa mãn là 6.

Câu 48. Cho phương trình: $4^{-|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{2x-x^2} \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0$ với m là tham số.

Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

$$4^{-|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{2x-x^2} \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0$$

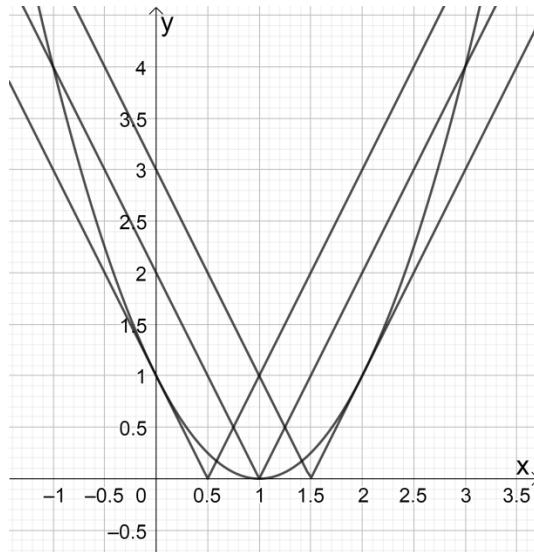
$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 4^{-|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) = 2^{2x-x^2} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \\
&\Leftrightarrow 2^{-(2|x-m|-1)} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{-(x^2-2x)} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \\
&\Leftrightarrow 2^{x^2-2x+3} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-m|+2} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \quad (*)
\end{aligned}$$

Phương trình cuối có dạng $f(u) = f(v)$, trong đó $u = x^2 - 2x + 3 \geq 2$, $v = 2|x-m| + 2 \geq 2$ và $f(t) = 2^t \cdot \log_2 t$ là hàm số đồng biến trên $[2; +\infty)$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 2|x-m| + 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \quad (1)$$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Bằng cách vẽ đồ thị ta thấy có 3 trường hợp của tham số m như sau



Vậy có 3 giá trị là $m = \frac{1}{2}$, $m = 1$, $m = \frac{3}{2}$.

Câu 49. Cho các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2\log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a ab - \log_b bc$. Tính giá trị của biểu thức $S = 2m^2 + 9M^2$.

A. $S = 25$.

B. $S = 26$.

C. $S = 27$.

D. $S = 28$.

Lời giải

Ta có

$$\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2\log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a c - \log_a b - 2\log_b c - 1$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a b \cdot \log_b c - \log_a b - 2\log_b c - 1. \quad (1)$$

Đặt $x = \log_a b$, $y = \log_b c$ ta có $P = x - y \Leftrightarrow y = x - P$.

Khi đó (1) trở thành

$$x^2 + y^2 = xy - x - 2y - 1 \Leftrightarrow x^2 + (x - P)^2 = x(x - P) - x - 2(x - P) - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (3-P)x + (P-1)^2 = 0. (2)$$

Tồn tại a, b, c thỏa mãn (1) khi và chỉ khi (2) có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta = (3-P)^2 - 4(P-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq P \leq \frac{5}{3}.$$

Thử lại, khi $P = -1$, ta có $x = -2$, $y = -1$ hay $\begin{cases} \log_a b = -2 \\ \log_b c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{a^2} \\ c = a^2 \end{cases}.$

Do đó $\forall 0 < a \neq 1, b = \frac{1}{a^2}, c = a^2$ thì (1) luôn thỏa mãn.

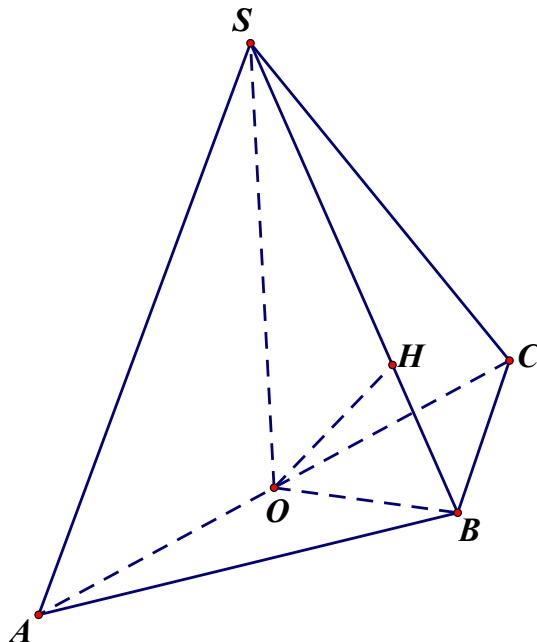
Khi $P = \frac{5}{3}$ thì $x = -\frac{2}{3}, y = -\frac{7}{3}$ hay $\begin{cases} \log_a b = -\frac{2}{3} \\ \log_b c = -\frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} \\ c = a^{\frac{14}{9}} \end{cases}.$

Do đó $\forall 0 < a \neq 1, b = a^{-\frac{2}{3}}, c = a^{\frac{14}{9}}$ thì (1) luôn thỏa mãn.

Vậy $M = \frac{5}{3}, m = -1$ nên $S = 2m^2 + 9M^2 = 27$.

- Câu 50.** Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB = BC\sqrt{5}, AC = 2BC\sqrt{2}$, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm O của cạnh AC . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2. Mặt phẳng (SBC) hợp với mặt phẳng (ABC) một góc α thay đổi. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*, a$ là số nguyên tố. Tổng $a + b$ bằng
- A.** 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của O lên SB .

Ta có $OB = \sqrt{\frac{2BC^2 + 2BA^2 - AC^2}{4}} = BC$, $OC = \frac{1}{2}AC = BC\sqrt{2}$. Suy ra $OB \perp BC$.

Suy ra $BC \perp (SOB) \Rightarrow BC \perp OH \Rightarrow OH \perp (SBC)$.

Dễ thấy $\widehat{SBO} = \alpha$ và $OH = d(O; (SBC)) = \frac{1}{2}d(A; (SBC)) = 1$.

Suy ra $SO = \frac{OH}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$, $OB = \frac{OH}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} \Rightarrow BC = OB = \frac{1}{\sin \alpha}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}SO.2S_{OBC} = \frac{1}{3}SO.2.\frac{1}{2}OB^2 = \frac{1}{3}.\frac{1}{\cos \alpha}.\left(\frac{1}{\sin \alpha}\right)^2 = \frac{1}{3\cos \alpha.\sin^2 \alpha}.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta có

$$1 = \frac{1}{2}\sin^2 \alpha + \frac{1}{2}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{4}\sin^4 \alpha.\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{27} \geq \frac{1}{4}\sin^4 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos \alpha} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $\min V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ đạt được khi $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}\sin^2 \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $a + b = 5$.