

**BỘ ĐỀ ÔN TẬP**

# **MÔN TOÁN**

**THPT QUỐC GIA 5+**

**2026**

**Bám sát đề thi minh  
họa và chính thức 2025**

Các dạng toán đa dạng giúp  
học sinh có kỹ năng tư duy và  
tăng kỹ năng phản xạ đề.

- ① Trắc nghiệm nhiều phương án
- ② Trắc nghiệm đúng sai



LÊ MINH KHA - 0399653362

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Mỗi ngày bác Sơn đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Sơn được thống kê ở bảng sau:

|                  |              |              |              |              |              |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Quãng đường (km) | [2, 7; 3, 0) | [3, 0; 3, 3) | [3, 3; 3, 6) | [3, 6; 3, 9) | [3, 9; 4, 2) |
| Số ngày          | 3            | 6            | 5            | 4            | 2            |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- (A) 0,975. (B) 0,5. (C) 0,9. (D) 0,575.

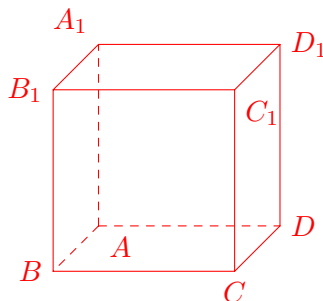
❖ **Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u}$  là

- (A) (2; -5; 0). (B) (0; 2; -5). (C) (2; 0; 5). (D) (2; 0; -5).

❖ **Câu 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 6$ . Số hạng  $u_4$  của cấp số nhân đó là

- (A) 27. (B) 54. (C) 162. (D) 11.

❖ **Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  (tham khảo hình vẽ bên). Phát biểu nào sau đây đúng?



- (A)  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}$ . (B)  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .  
(C)  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1C}$ . (D)  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{CA_1}$ .

❖ **Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = -2$ ,  $f(2) = 1$  và có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 2]$ . Giá trị của tích phân  $I = \int_1^2 f'(x)dx$  là

- (A)  $I = -1$ . (B)  $I = 2$ . (C)  $I = -3$ . (D)  $I = 3$ .

❖ **Câu 6.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  là

- (A)  $\int (\sin x + \cos x)dx = \sin x + \cos x + C$ .  
(B)  $\int (\sin x + \cos x)dx = -\sin x - \cos x + C$ .  
(C)  $\int (\sin x + \cos x)dx = -\sin x + \cos x + C$ .  
(D)  $\int (\sin x + \cos x)dx = \sin x - \cos x + C$ .

❖ **Câu 7.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình:

- (A)  $y = 1$ . (B)  $x = 1$ . (C)  $y = 2$ . (D)  $x = 2$ .

❖ **Câu 8.** Cho mặt phẳng  $(P) : 3x - y + z - 2 = 0$ . Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- (A)  $\vec{n} = (3; -1; 1)$ . (B)  $\vec{n} = (3; -1; 2)$ .  
(C)  $\vec{n} = (3; -1; -2)$ . (D)  $\vec{n} = (3; -1; 0)$ .

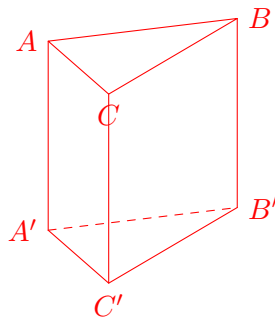
❖ **Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x+1) = 3$  là

- (A)  $x = 9$ . (B)  $x = 7$ . (C)  $x = 8$ . (D)  $x = 5$ .

❖ **Câu 10.** Tập nghiệm của phương trình  $\cos x = 1$  là

- (A)  $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . (B)  $S = \{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .  
(C)  $S = \{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . (D)  $S = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

❖ **Câu 11.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây song song với mặt phẳng  $(ACC'A')$ ?



- (A)  $AA'$ . (B)  $BB'$ . (C)  $AC$ . (D)  $AB$ .

❖ **Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ;  $SA = 3$ ;  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$  với  $AB = 4$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

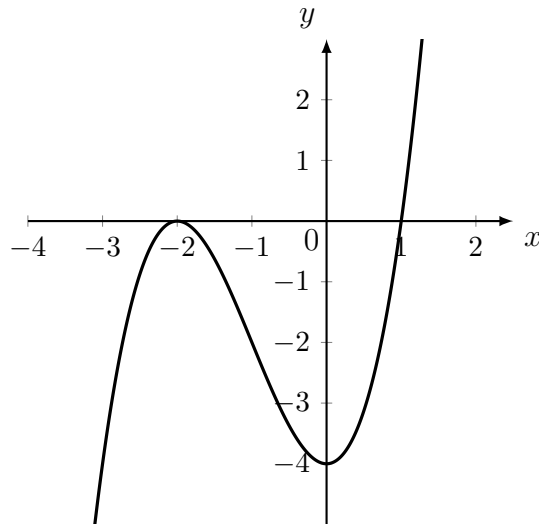
- (A) 48. (B) 16. (C) 8. (D) 24.

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ .

- a) Hàm số đã cho có đạo hàm là  $f'(x) = 3x^2 + 6x$ .  
b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .  
c) Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = -2$ .

d) Đồ thị của hàm số đã cho có dạng như hình vẽ sau.



**Bài 2.** Tại tỉnh X, 20% dân số thường xuyên chơi thể thao. Trong số những người thường xuyên chơi thể thao, có 70% người có thể lực tốt. Trong số những người không thường xuyên chơi thể thao, có 15% có thể lực tốt. Chọn ngẫu nhiên một người dân tỉnh X.

- Xác suất người đó có thể lực tốt và thường xuyên chơi thể thao là 0,14.
- Xác suất người đó có thể lực tốt, biết rằng người đó không thường xuyên chơi thể thao là 0,15.
- Tỉ lệ người có thể lực tốt trong toàn tỉnh X là 36%.
- Xác suất người đó thường xuyên chơi thể thao, biết rằng họ có thể lực tốt là  $\frac{8}{13}$ .

**Bài 3.** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức  $P'(x) = -0,0008x + 10,4$ . Ở đây  $P(x)$  là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm.

- Lợi nhuận khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức  $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$ .
- Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
- Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.
- Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 100.

**Bài 4.** Một chiếc máy bay thương mại Vietnam Airlines đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ  $D$  đến  $E$  có hình chiếu trên mặt đất là đoạn  $CB$ . Tại vị trí  $D$  thì máy bay cách mặt đất 9000 m, tại vị trí  $E$  thì máy bay cách mặt đất 12000 m. Một radar được đặt trên mặt đất tại vị trí  $O$  cách  $C$  khoảng 20000 m, cách  $B$  khoảng 16000 m và góc  $\widehat{BOC} = 90^\circ$ ; phạm vi theo dõi của radar là 20 km. Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là 1000 m) với  $O$  là vị trí đặt radar,  $B$  thuộc tia  $Oy$ ,  $C$  thuộc tia  $Ox$ .

- Tại  $D$ , máy bay cách radar 21000 m (làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét).
- Khi máy bay bay đến điểm  $I$  thỏa mãn  $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DE}$ , máy bay cách mặt đất 9750 m.
- Trên hành trình bay từ  $D$  đến  $E$ , máy bay sẽ đi qua điểm có tọa độ  $P(16; 3,2; 9,6)$ .

- d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa là 22500 m (làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét).

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Một khối chóp có đường cao  $h = 2a$  và diện tích đáy  $B = a^2$ . Thể tích của khối chóp bằng

- (A)  $\frac{2a^3}{3}$ . (B)  $2a^3$ . (C)  $a^3$ . (D)  $\frac{3a^3}{2}$ .

❖ **Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình  $(\frac{1}{3})^x > 81$  là

- (A)  $(4; +\infty)$ . (B)  $(-\infty; 4)$ . (C)  $(-\infty; -4)$ . (D)  $(-4; +\infty)$ .

❖ **Câu 3.** Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau:

|             |           |           |           |           |           |           |            |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| Khoảng điểm | [6, 5; 7) | [7; 7, 5) | [7, 5; 8) | [8; 8, 5) | [8, 5; 9) | [9; 9, 5) | [9, 5; 10) |
| Tần số      | 8         | 10        | 16        | 24        | 13        | 7         | 4          |

Độ lệch chuẩn (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn) của bảng số liệu trên là

- (A) 0,609. (B) 0,785. (C) 0,616. (D) 0,780.

❖ **Câu 4.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là

- (A)  $\widehat{CSO}$ . (B)  $\widehat{CSA}$ . (C)  $\widehat{CSD}$ . (D)  $\widehat{SCO}$ .

❖ **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 4; -3)$ ,  $B(1; 1; 3)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ , tọa độ điểm  $M$  là

- (A)  $M(1; 3; -1)$ . (B)  $M(1; 7; -9)$ . (C)  $M(1; -2; 9)$ . (D)  $M(1; 2; 1)$ .

❖ **Câu 6.** Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$ , biết  $F(0) = 1$ . Khi đó  $\int_0^\pi F(x)dx$  có kết quả là

- (A)  $\pi$ . (B) 0. (C)  $2\pi$ . (D) 2.

❖ **Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

|         |           |      |     |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ | $0$ | $-$       |
| $f(x)$  |           |      | $2$ |     | $2$       |     |     |           |
|         | $-\infty$ |      |     | $1$ |           |     |     | $-\infty$ |

- (A)  $y = 1$ . (B)  $y = -1$ . (C)  $y = 2$ . (D)  $y = 0$ .

❖ **Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là

- (A)  $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . (B)  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

Ⓒ  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Ⓓ  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

❖ **Câu 9.** Cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 = 8, u_{11} = 32$  có công sai  $d$  là

Ⓐ  $d = 4.$

Ⓑ  $d = 2.$

Ⓒ  $d = 3.$

Ⓓ  $d = 1.$

❖ **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$ ?

Ⓐ  $N(1; 2; -2).$

Ⓑ  $P(-1; 0; 1).$

Ⓒ  $Q(2; 1; -2).$

Ⓓ  $M(1; 0; -1).$

❖ **Câu 11.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2025^x$  là

Ⓐ  $\frac{2025^{x+1}}{x+1} + C.$

Ⓑ  $\frac{2025^x}{2 \ln 45} + C.$

Ⓒ  $2026^x + C.$

Ⓓ  $2025^x \cdot \ln 2025 + C.$

❖ **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): 11x - 3y - 2026 = 0$ ?

Ⓐ  $\vec{n} = (11; -3; 2026).$

Ⓑ  $\vec{n} = (11; -3; -2026).$

Ⓒ  $\vec{n} = (11; -3; 0).$

Ⓓ  $\vec{n} = (11; 3; 0).$

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hàm số  $f(x) = x - \ln x$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số là:  $D = (0; +\infty).$

b) Đạo hàm  $f'(x) = 1 + \frac{1}{x}.$

c) Phương trình  $f'(x) = 0$  có nghiệm duy nhất  $x = 1.$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{3}; 2\right]$  bằng  $\frac{1}{3} + \ln 3.$

❖ **Bài 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$ , với  $A(5; 3; 1), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4).$  Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $\overrightarrow{AB} = (-4; 5; -1), \overrightarrow{AC} = (0; -1; -1).$

b) Biết điểm  $D(a; b; c)$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành, ta có  $a + b + c = 9.$

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -10.$

d) Gọi  $\alpha$  là số đo góc  $A$  của tam giác  $ABC$ . Khi đó  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}.$

❖ **Bài 3.** Một xưởng mộc dùng gỗ sồi để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5625 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất một chiếc bàn, và lưu ý rằng trong mỗi ngày của chu kỳ sản xuất (thời gian giữa hai lần nhập nguyên liệu liên tiếp) thì lượng nguyên liệu lưu trữ trung bình mỗi ngày được tính bằng một nửa tổng lượng nguyên liệu tồn kho đầu kỳ và lượng nguyên liệu tồn kho cuối kỳ. Giả sử nguyên liệu được nhập về sau mỗi  $x$  ngày.

a) Một chu kỳ sản xuất, xưởng mộc phải nhập về  $5x$  đơn vị nguyên liệu.

b) Chi phí để lưu trữ nguyên liệu trong  $x$  ngày của một chu kỳ sản xuất là  $50x^2$  USD.

c) Hàm chi phí trung bình mỗi ngày trong một chu kỳ sản xuất là  $c(x) = 50x + \frac{5625}{x}.$

d) Để chi phí trung bình mỗi ngày của một chu kỳ sản xuất là ít nhất thì xưởng mộc nên nhập hàng mỗi 15 ngày và mỗi lần nhập về 75 đơn vị nguyên liệu.

 **Bài 4.** Một túi chứa ba quả bóng được đánh số 1, 2 và 3. Bạn An chọn ngẫu nhiên một trong các quả bóng này và ghi lại số trên quả bóng được chọn. Sau đó, An tung một số đồng xu cân đối đồng chất bằng với số trên quả bóng đã chọn.

- a) Xác suất để không có mặt ngửa nào xuất hiện là  $\frac{7}{24}$ .
- b) Xác suất để 2 đồng xu xuất hiện mặt ngửa và 1 đồng xu xuất hiện mặt sấp là  $\frac{3}{8}$ .
- c) Biết rằng không có mặt ngửa nào xuất hiện, xác suất An tung 2 đồng xu là  $\frac{2}{7}$ .
- d) Biết rằng luôn có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt ngửa, xác suất để An bốc được quả bóng đánh số 3 là  $\frac{10}{17}$ .

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

❖ **Câu 2.** Cho  $\int_1^2 f(x)dx = 3$ ;  $\int_2^5 f(x)dx = 4$ . Tính  $I = \int_1^5 \left[ f(x) - \frac{x}{2} \right] dx$ .

- (A)  $I = 1$ . (B)  $I = 7$ . (C)  $I = 5$ . (D)  $I = -1$ .

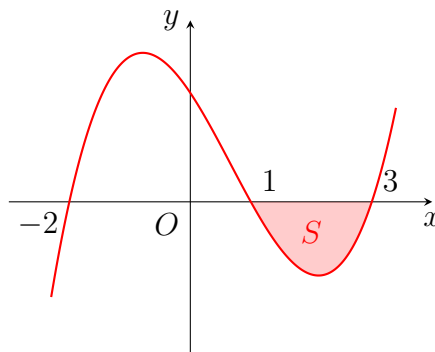
❖ **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(2; 1; -3)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(Q) : x + y + 3z = 0$  và  $(R) : 2x - y + z = 0$  là

- (A)  $4x + 5y - 3z - 4 = 0$ . (B)  $4x + 5y - 3z - 22 = 0$ .  
(C)  $4x - 5y - 3z - 12 = 0$ . (D)  $4x - 5y - 3z - 8 = 0$ .

❖ **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$ ,  $B(2; 3; 2)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- (A)  $(1; 2; 3)$ . (B)  $(3; 4; 1)$ . (C)  $(-1; -2; 3)$ . (D)  $(2; 3; -2)$ .

❖ **Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $[-2; 3]$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ.



Biết  $\int_{-2}^1 f'(x)dx = 3$  và diện tích  $S = \frac{5}{3}$ . Giá trị  $f(3) - f(-2)$  bằng

- (A)  $-\frac{4}{3}$ . (B)  $\frac{4}{3}$ . (C)  $-\frac{14}{3}$ . (D)  $\frac{14}{3}$ .

❖ **Câu 6.** Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 6x^5 + \frac{1}{x^3}$  thỏa mãn  $F(1) = 0$ . Tìm  $F(x)$ .

- (A)  $F(x) = x^6 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2}$ . (B)  $F(x) = x^6 + \frac{1}{2x^2} - \frac{3}{2}$ .  
(C)  $F(x) = x^6 - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2}$ . (D)  $F(x) = x^6 - \frac{3}{x^2} + 2$ .

❖ **Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Gọi  $M, m$

lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số trên đoạn  $[-1; 2]$ . Tính  $M + m$ .

|         |    |    |   |   |   |
|---------|----|----|---|---|---|
| $x$     | -3 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $f'(x)$ | +  | 0  | - | 0 | - |
| $f(x)$  |    |    |   |   |   |

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

❖ **Câu 8.** Cho bảng phân bố tần số ghép lớp về độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành như sau:

|                    |          |          |          |          |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Độ dài (cm)</b> | [10; 20) | [20; 30) | [30; 40) | [40; 50) |
| <b>Tần số</b>      | 7        | 19       | 24       | 10       |

Tính khoảng tứ phân vị (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) của mẫu số liệu trên?

- (A) 13,7. (B) 13,6. (C) 13,8. (D) 13,5.

❖ **Câu 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = 2$  và  $u_4 = 54$ . Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là

- (A) 59048. (B) 111007. (C) 19682. (D) 177146.

❖ **Câu 10.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $y = 2 \sin x - 3 \cos x$  là

- (A)  $2 \cos x - 3 \sin x + C$ . (B)  $-2 \cos x - 3 \sin x + C$ .  
(C)  $2 \cos x + 3 \sin x + C$ . (D)  $-2 \cos x + 3 \sin x + C$ .

❖ **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P) : \frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ ?

- (A)  $\vec{n}_1 = (3; 6; -2)$ . (B)  $\vec{n}_2 = (-3; -6; -2)$ .  
(C)  $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$ . (D)  $\vec{n}_4 = (-2; -1; 3)$ .

❖ **Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) > -2$  là

- (A)  $(\frac{13}{4}; +\infty)$ . (B)  $(3; 7)$ . (C)  $(3; \frac{13}{4})$ . (D)  $(7; +\infty)$ .

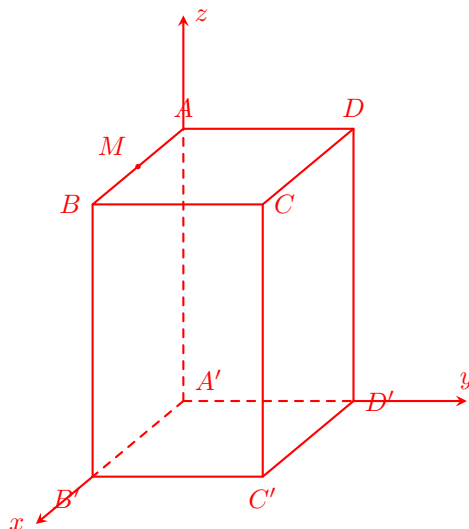
**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Một người đang điều khiển ô tô chạy trên đường cao tốc. Khi cách trạm thu phí 1000 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Sau đó 20 giây, người điều khiển ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc và  $v(t) > 0$  với mọi  $t \in [0; 30]$ . Sau 30 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, ô tô đến trạm thu phí.

- a) Quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500 m.  
b) Giá trị của  $b$  là 90.  
c) Giá trị của  $a$  là  $-\frac{5}{9}$ .  
d) Tốc độ tối đa cho phép của phương tiện khi qua trạm thu phí là 30 km/h. Người điều khiển ô tô đó đã tuân thủ đúng tốc độ quy định khi đi qua trạm thu phí.

❖ **Bài 2.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 4$ ,  $AD = 3$  và  $AA' = 12$ . Chọn hệ

trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  trùng với điểm  $A'$ ; các tia  $A'B'$ ,  $A'D'$ ,  $A'A$  lần lượt trùng với các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  (tham khảo hình vẽ). Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .



- Tọa độ của điểm  $D$  là  $(0; 3; 12)$ .
- Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{MD}$  là  $(2; -3; 0)$ .
- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(MDC')$  có tọa độ là  $(3; 2; 1)$ .
- Khoảng cách từ điểm  $A'$  đến mặt phẳng  $(MDC')$  lớn hơn 5.

**Bài 3.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kỳ 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

| Nhóm   | $[5; 6)$ | $[6; 7)$ | $[7; 8)$ | $[8; 9)$ | $[9; 10]$ |
|--------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Tần số | 2        | 3        | 8        | 15       | 12        |

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- Khoảng biến thiên mẫu số liệu là 5.
- Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.
- Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có hai học sinh nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn  $\frac{1}{3}$ .
- Biết rằng cả 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn  $\frac{1}{3}$ .

**Bài 4.** Cho hai hàm số  $f(x) = 2\sin x - 1$ ,  $g(x) = \sqrt{2}\cos(x - \frac{\pi}{4})$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- Phương trình  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- Phương trình  $g(x) = 0$  có hai nghiệm thuộc  $[0; \pi]$ .

$$\text{c) Phương trình } f(x).g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

$$\text{d) Phương trình } f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $3$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(-1; 3)$ . (B)  $(-\infty; -1)$ . (C)  $(-1; 0)$ . (D)  $(0; +\infty)$ .

❖ **Câu 2.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x-1}$  là

- (A)  $\frac{e^{2x}}{4x} + C$ . (B)  $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$ . (C)  $\frac{e^{2x}}{2x} + C$ . (D)  $2e^{2x-1} + C$ .

❖ **Câu 3.** Gọi  $S$  là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3^x, y = 0, x = 0, x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $S = \int_0^2 3^x dx$ . (B)  $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$ .  
(C)  $S = \pi \int_0^2 3^x dx$ . (D)  $S = \int_0^2 3^{2x} dx$ .

❖ **Câu 4.** Chỉ số ô nhiễm không khí (AQI) tại thủ đô Hà Nội trong tháng 6/2024 được thống kê trong bảng số liệu sau:

|              |            |            |            |            |            |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Chỉ số (AQI) | [130; 145) | [145; 160) | [160; 175) | [175; 190) | [190; 205) |
| Số ngày      | 8          | 7          | 6          | 7          | 2          |

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- (A) 175. (B) 176,5. (C) 180,2. (D) 178,2.

❖ **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $M(1; 3; -2)$  và nhận vectơ  $\vec{u} = (1; -1; 5)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là:

- (A)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ . (B)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ .  
(C)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$ . (D)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$ .

❖ **Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng

và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

|         |           |      |           |
|---------|-----------|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         |      | +         |
| $f(x)$  | 1         | 3    | $-\infty$ |

- Ⓐ 3.                      Ⓑ 1.                      Ⓒ 0.                      Ⓓ 2.

❖ **Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$  là:

- Ⓐ  $(0; \frac{4}{9})$ .                      Ⓑ  $(-\infty; \sqrt[3]{4})$ .                      Ⓒ  $(\sqrt[3]{4}; +\infty)$ .                      Ⓓ  $(-\infty; \frac{4}{9})$ .

❖ **Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P) : x - 3y + z - 5 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là:

- Ⓐ  $\vec{n} = (1; -3; -4)$ .                      Ⓑ  $\vec{n} = (1; -3; 1)$ .  
Ⓒ  $\vec{n} = (1; 3; 1)$ .                      Ⓓ  $\vec{n} = (-1; -3; 1)$ .

❖ **Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $SC$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- Ⓐ  $BD \perp (SAC)$ .                      Ⓑ  $OI \perp (ABCD)$ .  
Ⓒ  $BC \perp SB$ .                      Ⓓ  $SD \perp DC$ .

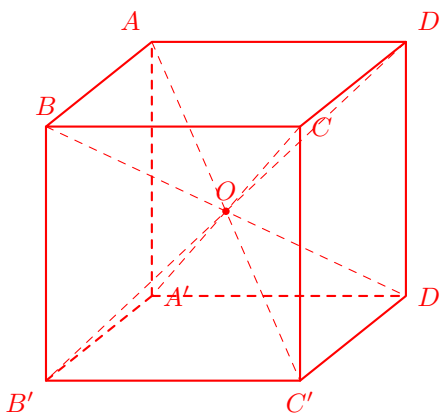
❖ **Câu 10.** Số nghiệm của phương trình  $2^{x^2-7x+5} = 1$  là

- Ⓐ 2.                      Ⓑ 1.                      Ⓒ 3.                      Ⓓ 0.

❖ **Câu 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_n = 3n + 2$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$ .

- Ⓐ  $u_1 = 2; d = 2$ .                      Ⓑ  $u_1 = 5; d = 3$ .  
Ⓒ  $u_1 = 3; d = 5$ .                      Ⓓ  $u_1 = 5; d = 2$ .

❖ **Câu 12.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?



- Ⓐ  $\vec{OA} + \vec{OA'} = \vec{0}$ .                      Ⓑ  $\vec{OA} + \vec{OC'} = \vec{0}$ .  
Ⓒ  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$ .                      Ⓓ  $\vec{OA} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d)

thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Bài 1.** Xét một hệ trục tọa độ  $Oxyz$  được cho sẵn, đơn vị trên mỗi trục là  $dm$ , mặt ngoài của một quả bóng được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu  $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$ , quả bóng nằm yên trên sàn nhà. Người ta nhìn thấy một tấm ván ngã xuống đè lên quả bóng, phần giao của tấm ván và sàn nhà là đường thẳng  $d$  có phương trình  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là hai tiếp điểm của tấm ván, sàn nhà với quả bóng và  $I$  là tâm quả bóng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Quả bóng có tâm  $I(2; -1; -1)$  và bán kính  $R = \sqrt{6}$ .
- b) Khoảng cách từ tâm quả bóng đến đường thẳng  $d$  bằng  $2\sqrt{6}$ .
- c) Nếu  $\cos \widehat{AIB}$  bằng  $\frac{a}{b}$  (phân số tối giản) thì giá trị  $a^2 + b^2 = 82$ .
- d) Một con kiến bò từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  trên quả bóng với tốc độ  $2 \text{ cm/s}$ ; thời gian ngắn nhất cho chuyển đi này là 21 giây (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Bài 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  với  $a, b, c$  đều dương.

- a) Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $M(2; -2; 3)$  sao cho độ dài  $OA, OB, OC$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 2. Khoảng cách từ điểm  $D(1; 1; 1)$  tới mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $\frac{m}{n}$  với  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Khi đó  $T = m + n = 8$ .
- b) Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .
- c) Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $H(1; 1; 1)$  sao cho  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$  là  $x+y+z-3=0$ .
- d) Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $G(1; 2; 3)$  sao cho  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  là  $6x+3y+2z+18=0$ .

**Bài 3.** Cho một bể chứa nước và ban đầu chưa có nước. Người ta bắt đầu bơm nước vào bể với lưu lượng là  $L_1(t) = 6t + 3$  (lít/phút). Cùng lúc đó, do bể có một vết nứt dưới đáy nên nước bị chảy ra ngoài với lưu lượng là  $L_2(t) = 2t$  (lít/phút). Dung tích tối đa của bể là 2015 lít. Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào là sai?

- a) Nếu bơm được 30 phút thì dừng thì lượng nước trong bể chưa đầy bể.
- b) Thể tích nước được bơm vào bể trong 5 phút đầu tiên là 90 (lít).
- c) Thể tích nước chảy ra từ bể trong 5 phút đầu tiên là 10 (lít).
- d) Khi nước chảy vào vừa làm đầy bể, thì đã có nhiều hơn 900 lít nước bị chảy ra ngoài (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Bài 4.** Một thùng chứa 100 quả táo trong đó có 80% số quả táo được dán nhãn, số còn lại không được dán nhãn. Bạn Hoàng lấy ra một quả trong thùng, sau đó bạn Hà lấy ra một quả thứ hai.

◇ Gọi  $A$  là biến cố: "Quả táo bạn Hoàng lấy ra có dán nhãn".

◇ Gọi  $B$  là biến cố: "Quả táo bạn Hà lấy ra có dán nhãn".

- a)  $P(A) = \frac{4}{5}$ .
- b) Xác suất có điều kiện  $P(B|A) = \frac{79}{100}$ .
- c) Xác suất bạn Hà lấy ra quả táo có dán nhãn bằng 0,8.

- d) Biết rằng bạn Hà lấy ra quả táo có dán nhãn. Xác suất để Hoàng cũng lấy ra quả táo có dán nhãn là  $20,2\%$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị phần trăm).

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

|         |           |      |      |           |           |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$  | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$       | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $-2$ | $4$       | $-\infty$ |

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?

- (A)  $(-\infty; -1)$ . (B)  $(-2; 4)$ . (C)  $(2; +\infty)$ . (D)  $(-1; 2)$ .

❖ **Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -1; 4)$  và mặt phẳng  $(P) : 3x - 2y + z + 1 = 0$ . Phương trình của mặt phẳng đi qua  $M$  và song song với mặt phẳng  $(P)$  là

- (A)  $2x - 2y + 4z - 21 = 0$ . (B)  $x - 2z + 1 = 0$ .  
(C)  $10x + 9y + 5z - 74 = 0$ . (D)  $3x - 2y + z - 12 = 0$ .

❖ **Câu 3.** Điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, ta có bảng số liệu sau:

|           |        |        |        |        |         |
|-----------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Mức lương | [5; 6) | [6; 7) | [7; 8) | [8; 9) | [9; 10) |
| Tần số    | 4      | 5      | 5      | 4      | 2       |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm):

- (A)  $s^2 = 0,63$ . (B)  $s^2 = 2,52$ . (C)  $s^2 = 1,26$ . (D)  $s^2 = 1,59$ .

❖ **Câu 4.** Hàm số nào sau đây không là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ .

- (A)  $F(x) = x^3 + x^2 - 1$ . (B)  $F(x) = x^3 + x^2 - x$ .  
(C)  $F(x) = x^3 + x^2 - x + 2025$ . (D)  $F(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ .

❖ **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $M(1; 1; 1)$ ,  $N(2; 3; 4)$ ,  $P(7; 7; 5)$ . Tìm tọa độ điểm  $Q$  để tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.

- (A)  $Q(6; 5; 2)$ . (B)  $Q(-6; -5; -2)$ .  
(C)  $Q(-2; -3; -4)$ . (D)  $Q(-4; -3; 0)$ .

❖ **Câu 6.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{4}$  và công sai  $d = -\frac{1}{4}$ . Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- (A)  $S_5 = \frac{5}{4}$ . (B)  $S_5 = \frac{4}{5}$ . (C)  $S_5 = -\frac{5}{4}$ . (D)  $S_5 = -\frac{4}{5}$ .

❖ **Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $3^x = 10$  là

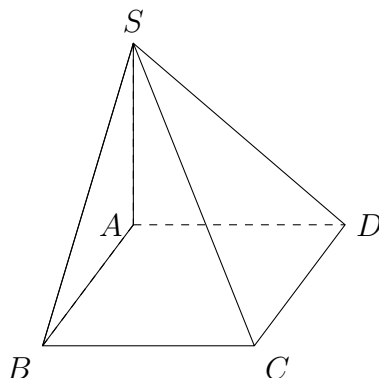
Ⓐ  $x = \frac{10}{3}$ .

Ⓑ  $x = \log_3 10$ .

Ⓒ  $x = \log_{10} 3$ .

Ⓓ  $x = \sqrt[3]{10}$ .

❖ **Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ . Mặt phẳng  $(SBC)$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?



Ⓐ  $(SCD)$ .

Ⓑ  $(ABCD)$ .

Ⓒ  $(SAB)$ .

Ⓓ  $(SBD)$ .

❖ **Câu 9.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2}$  là đường thẳng

Ⓐ  $y = -x + 1$ .

Ⓑ  $y = x - 1$ .

Ⓒ  $y = x - 5$ .

Ⓓ  $y = -x - 5$ .

❖ **Câu 10.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -3$  có phương trình là

Ⓐ  $y = -3x - 7$ .

Ⓑ  $y = -3x + 7$ .

Ⓒ  $y = -3x + 1$ .

Ⓓ  $y = -3x - 1$ .

❖ **Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  độc lập, biết  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,7$ . Khi đó  $P(\overline{B}|A)$  bằng

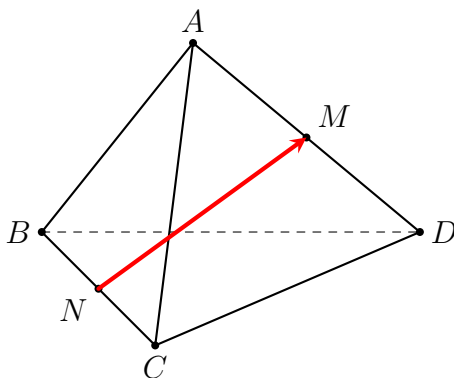
Ⓐ  $\frac{7}{10}$ .

Ⓑ  $\frac{4}{7}$ .

Ⓒ  $\frac{7}{25}$ .

Ⓓ  $\frac{3}{10}$ .

❖ **Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Tổng  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$  bằng



Ⓐ  $\vec{0}$ .

Ⓑ  $2\overrightarrow{AD}$ .

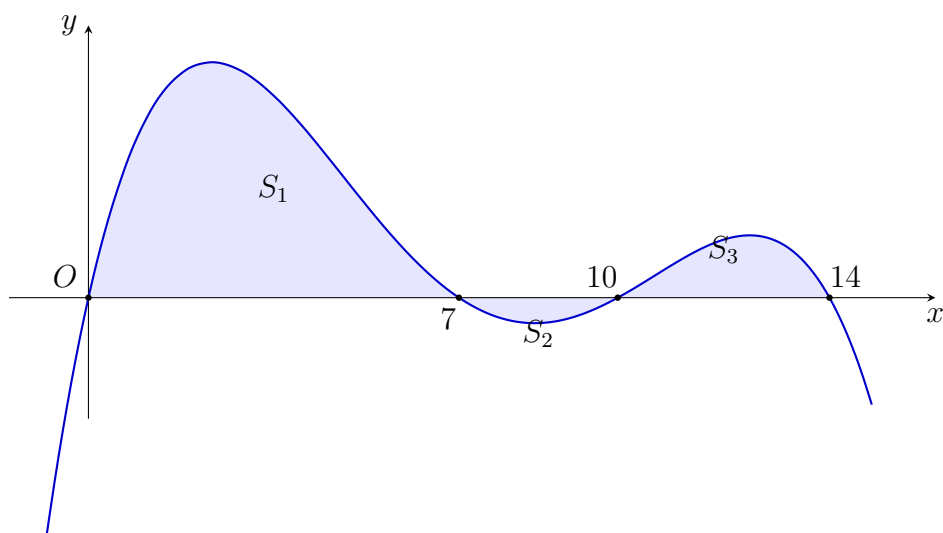
Ⓒ  $2\overrightarrow{NM}$ .

Ⓓ  $2\overrightarrow{MN}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hàm số  $y = g(x)$  có đồ thị như hình vẽ và đặt  $f(x) = \int_0^x g(t)dt$ . Gọi  $S_1, S_2$  và  $S_3$

lần lượt là diện tích của các phần hình phẳng được tô màu.



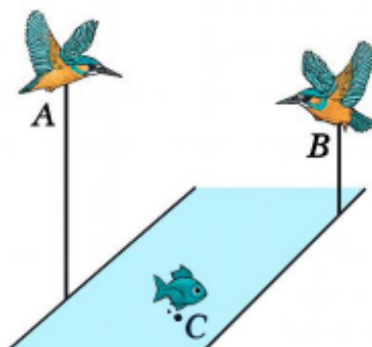
Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 7$ .
- Giá trị của hàm số tại  $x = 10$  là  $f(10) = S_1 - S_2$ .
- Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(7; 10)$ .
- Phương trình  $f(x) = 0$  có đúng hai nghiệm phân biệt trên  $[0; 14]$ .

**Bài 2.** Giả sử bệnh hiếm nghèo  $X$  có tỉ lệ nhiễm bệnh là 0,5%, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi  $A$  là biến cố “Người được chọn không nhiễm bệnh” và  $B$  là biến cố “người được chọn có phản ứng dương tính”.

- Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ  $P(A) = 0,995$ .
- Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là  $P(B|A) = 0,04$ .
- Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là  $P(B|\bar{A}) = 0,005$ .
- Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là  $P(\bar{A}|B) = \frac{25}{224}$ .

**Bài 3.** Trong không gian  $Oxyz$  cho trước với mặt nước phẳng lặn trùng với mặt phẳng  $(Oxy)$ , đơn vị trên mỗi trục là mét; có hai con chim bói cá ở các vị trí  $A(90; 0; 25)$  và  $B(80; 30; 15)$  trên các cành cây đang cùng ngắm mục tiêu là một chú cá đang bơi trên mặt hồ. Khi cá nằm im ở vị trí  $C(20; 10; 0)$  thì hai con chim quyết định tấn công mục tiêu của mình. Chim bói cá ở vị trí  $A$  xuất phát trước con còn lại 1 giây và bay về phía con cá với vận tốc 12 (m/s); chim bói cá còn lại cũng tấn công mục tiêu với vận tốc 15 (m/s).



- a) Góc tấn công của chim  $B$  (góc tạo bởi đường bay và mặt nước) lớn hơn  $15^\circ$ .
- b) Tại thời điểm chim  $B$  bắt đầu lao xuống, khoảng cách giữa hai chim là 29 m (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- c) Tốc độ của chim  $A$  theo phương thẳng đứng ( $Oz$ ) bằng 4 (m/s).
- d) Giả sử mặt trời chiếu xuống con chim  $B$  thì bóng con chim  $B$  trên mặt nước di chuyển với tốc độ lớn hơn 14,5 (m/s).

 **Bài 4.** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{32 - x}$ .

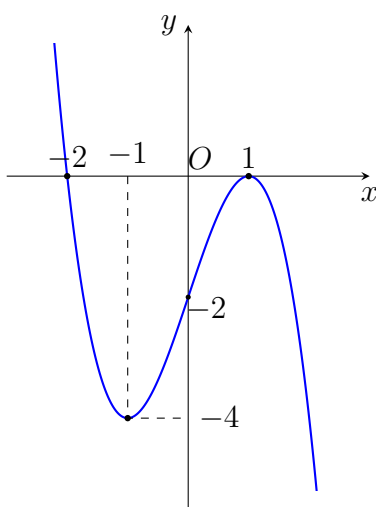
- a) Hàm số có tập xác định là  $(0; 32)$ .
- b)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{32 - x}}$ .
- c) Phương trình  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt.
- d) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là  $M$  và giá trị nhỏ nhất là  $m$  thì  $\frac{m}{M} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 3, u_3 = 5$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là:

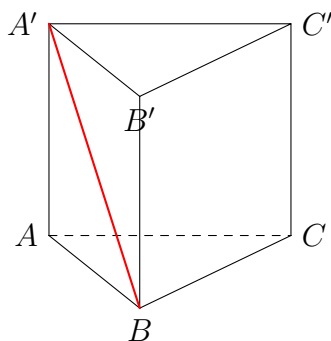
- (A) 1. (B) 2. (C) 8. (D) 4.

❖ **Câu 2.** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- (A)  $(-\infty; -1)$ . (B)  $(-1; 1)$ . (C)  $(-2; 1)$ . (D)  $(1; +\infty)$ .

❖ **Câu 3.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$  với  $AB = a$  và  $A'B = a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là



- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ . (B)  $\frac{a^3}{6}$ . (C)  $\frac{a^3}{2}$ . (D)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

❖ **Câu 4.** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$   
 (C)  $S = \pi \int_0^2 e^x dx.$

(B)  $S = \int_0^2 e^x dx.$   
 (D)  $S = \pi \int_0^2 e^x dx.$

❖ **Câu 5.** Mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(0; 0; 2), B(1; 0; 0)$  và  $C(0; 3; 0)$  có phương trình là

(A)  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$   
 (C)  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$

(B)  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1.$   
 (D)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1.$

❖ **Câu 6.** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 5$  thì  $\int_{-1}^2 4f(x)dx$  bằng:

(A) 20. (B) 10. (C)  $\frac{5}{2}.$  (D)  $\frac{5}{4}.$

❖ **Câu 7.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; 1; -1)$  và đường kính bằng 6 có phương trình là

(A)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 36.$   
 (B)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 9.$   
 (C)  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9.$   
 (D)  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 36.$

❖ **Câu 8.** Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai bằng 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

(A) 2,5 (cm). (B) 12,5 (cm). (C) 3,125 (cm). (D) 42,25 (cm).

❖ **Câu 9.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

(A)  $M = 5.$  (B)  $M = -5.$  (C)  $M = \frac{1}{3}.$  (D)  $M = -\frac{1}{3}.$

❖ **Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

(A)  $P(A) = P(\overline{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\overline{B}).$   
 (B)  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}).$   
 (C)  $P(A) = P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}) - P(B) \cdot P(A|B).$   
 (D)  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}).$

❖ **Câu 11.** Một thư viện ghi lại số giờ đọc sách của 50 sinh viên trong một ngày và thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Nhóm giờ     | [0; 1) | [1; 2) | [2; 3) | [3; 4) | [4; 5) |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Số sinh viên | 8      | 11     | 15     | 9      | 7      |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

(A) 1,69. (B) 1,85. (C) 2,02. (D) 1,98.

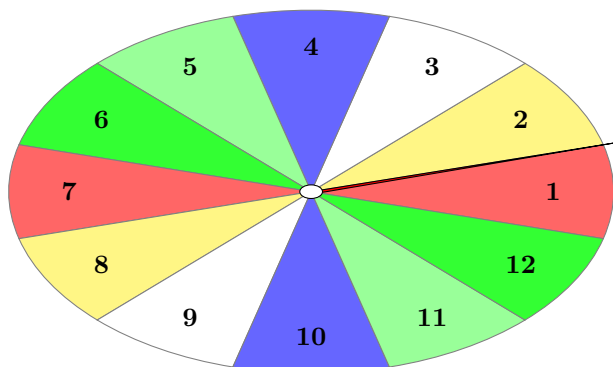
❖ **Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_5(2x - 1) < \log_5(x + 2)$  là

(A)  $S = (3; +\infty).$  (B)  $S = (-\infty; 3).$   
 (C)  $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right).$  (D)  $S = (-2; 3).$

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d)

thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Bài 1.** Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới.



Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên. Gọi  $A$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 3";  $B$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 5";  $C$  là biến cố "Bình quay được số chẵn".

- Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.
- Số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A, B, C$  lần lượt là 48, 24, 72.
- Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là  $\frac{1}{6}$ .
- Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là  $\frac{1}{12}$ .

**Bài 2.** Một nhà khoa học đang nghiên cứu tác dụng của chất  $X$  lên sự phát triển của loài hoa Kaiserkrone. Bằng cách trồng hai cây hoa đều cao 10 cm ở một môi trường có chất  $X$  và một môi trường không có chất  $X$  sau đó đánh giá. Sau 15 ngày trồng hoa, nhà khoa học nhận ra hoa được trồng trong môi trường không có chất  $X$  phát triển với tốc độ  $h'_1(t) = e^{0,1t}$ , hoa được trồng trong môi trường có chất  $X$  phát triển với tốc độ  $h'_2(t) = a \cdot e^{-0,1t}$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) trong đó  $t$  tính bằng ngày,  $h'$  tính bằng cm/ngày,  $0 \leq t \leq 15$ . Biết rằng ở thời điểm ban đầu, tốc độ tăng trưởng của cây hoa trong môi trường có chất  $X$  gấp 4 lần cây hoa trong môi trường không có chất  $X$ . Theo đánh giá của nhà khoa học, chất  $X$  có vai trò kích thích cây tăng trưởng thực sự nếu sau 15 ngày chiều cao của cây lớn hơn so với trồng thông thường.

- $a = 4$ .
- Hàm số xác định chiều cao của cây hoa được trồng trong môi trường không có chất  $X$  sau  $t$  ngày là  $h_1(t) = 10e^{0,1t} + 10$  (cm) (với  $0 \leq t \leq 15$ ).
- Chất  $X$  không có vai trò kích thích cây tăng trưởng thực sự.
- Biết rằng sau  $t_0$  ngày ( $0 < t_0 < 15$ ), hai cây hoa có chiều cao bằng nhau. Khi đó chiều cao của chúng bằng nhau và bằng 40 cm.

**Bài 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên các trục là mét), một thiết bị bay không người lái xuất phát từ điểm  $A(1; 2; 0)$ . Thiết bị chuyển động thẳng nhanh dần theo hướng của vectơ đơn vị  $\vec{u} = (a; b; c)$  với độ dài  $|\vec{u}| = 1$ . Tốc độ của thiết bị phụ thuộc vào thời gian  $t$  (giây) theo công thức  $v(t) = mt + 10$  (m/s), trong đó  $m$  là hằng số dương. Biết rằng sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, thiết bị đi được quãng đường 125 m. Vectơ chỉ phương chuyển động  $\vec{u}$  tạo với tia  $Ox$  một góc  $45^\circ$ , tạo với tia  $Oy$  một góc  $60^\circ$  và tạo với tia  $Oz$  một góc nhọn.

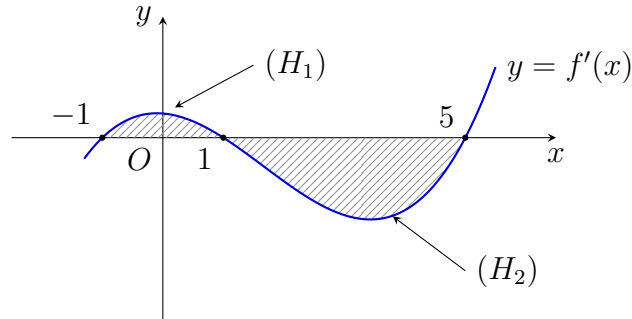
- $c = \frac{1}{2}$ .

b) Phương trình quỹ đạo là đường thẳng  $\frac{x-1}{\sqrt{2}} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ .

c)  $m = 4$ .

d) Sau 10 giây kể từ lúc xuất phát thì thiết bị đạt độ cao 200 mét.

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết  $f(-1) = -\frac{43}{4}$ , diện tích hình phẳng  $(H_1)$ ,  $(H_2)$  lần lượt bằng 20 và 128.

a) Giá trị của  $\int_{-1}^5 f'(x)dx$  bằng 148.

b) Giá trị của  $f(5)$  bằng  $-\frac{475}{4}$ .

c) Giá trị của  $f(2)$  bằng  $-4$ .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$ , trục tung và đường thẳng  $x = 5$  bằng  $\frac{625}{2}$ .

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn  $[-1; 3]$  như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

|         |                                                                                              |   |   |   |   |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|
| $x$     | -1                                                                                           | 0 | 2 | 3 |   |
| $f'(x)$ | +                                                                                            | 0 | - | 0 | + |
| $f(x)$  | <div><div>0</div><div><div><div>5</div><div>1</div></div><div><div>4</div></div></div></div> |   |   |   |   |

(A)  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$ .

(B)  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$ .

(C)  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$ .

(D)  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$ .

❖ **Câu 2.** Cho  $\log_a b = 2$  (với  $a > 0, b > 0, a \neq 1$ ). Tính  $\log_a(ab)$ .

(A) 2.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 3.

❖ **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

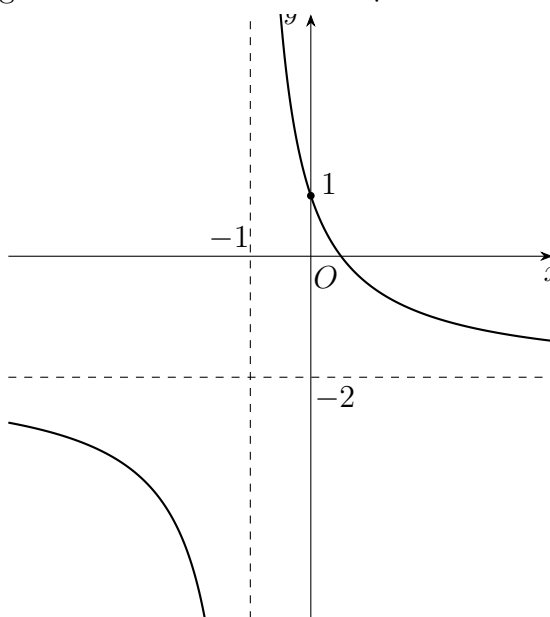
(A)  $(-1; -2; -3)$ .

(B)  $(1; 2; 3)$ .

(C)  $(-1; 2; -3)$ .

(D)  $(1; -2; 3)$ .

❖ **Câu 4.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



(A)  $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ .  
 (C)  $y = \frac{-2x-1}{x+1}$ .

(B)  $y = -x^3 + x + 1$ .  
 (D)  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .

❖ **Câu 5.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng nào sau đây?

(A) [7; 9). (B) [9; 11). (C) [11; 13). (D) [13; 15).

❖ **Câu 6.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

(A) 24. (B) 54. (C) 162. (D) 48.

❖ **Câu 7.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

(A)  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ . (B)  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$ .  
 (C)  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ . (D)  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

❖ **Câu 8.** Trong không gian, biết  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 1$  và góc giữa hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  bằng  $\frac{2\pi}{3}$ . Tính tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ .

(A) -1. (B) 1. (C) 2. (D)  $\frac{4\pi}{3}$ .

❖ **Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

(A)  $\vec{u}_\Delta = (-2; -1; 1)$ . (B)  $\vec{u}_\Delta = (1; -1; 3)$ .  
 (C)  $\vec{u}_\Delta = (-2; 0; 1)$ . (D)  $\vec{u}_\Delta = (2; 0; 1)$ .

❖ **Câu 10.** Cho tích phân  $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$ . Khi đó tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng?

(A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 0.

❖ **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(0; 2; 1)$  và  $C(1; -1; 2)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  có phương trình là

(A)  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$ . (B)  $x - 3y + z - 1 = 0$ .  
 (C)  $x - 3y + z + 1 = 0$ . (D)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$ .

❖ **Câu 12.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x} + \frac{3}{x}$  là

$$\textcircled{A} \int f(x)dx = e^{2x} + 3\ln x + C.$$

$$\textcircled{B} \int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + 3\ln|x| + C.$$

$$\textcircled{C} \int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + 3\ln x + C.$$

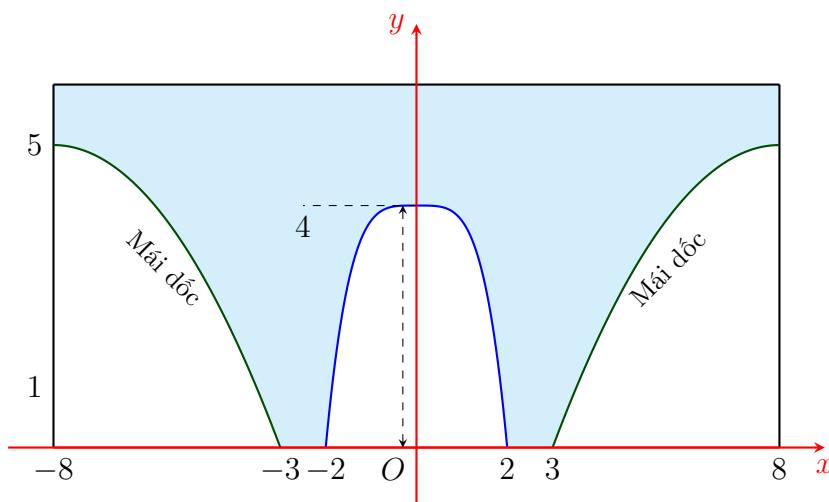
$$\textcircled{D} \int f(x)dx = e^{2x} + 3\ln|x| + C.$$

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 4$  có đồ thị  $(C)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- Tập xác định của hàm số là  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$  và  $y' = -3x^3 + 6x$ .
- Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ .
- Đồ thị  $(C)$  có hai điểm cực trị và phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là  $2x + y - 4 = 0$ .
- Diện tích của tam giác  $OAB$  bằng 4, với  $O$  là gốc tọa độ và  $A, B$  là các điểm cực trị của  $(C)$ .

**Bài 2.** Hình vẽ sau mô tả mặt cắt ngang của một cây cầu cao 6 mét, dài 16 mét, rộng 4 mét, được giới hạn bởi hai đường mái dốc và các đường thẳng; cầu có hầm chui cao 4 mét, rộng 4 mét. Trên hệ tọa độ  $Oxy$ , đường chui được mô hình hóa bằng hàm bậc bốn  $f(x) = ax^4 + b$ , hai đường cong mái dốc được mô hình hóa bởi hai parabol  $y = g(x)$  và  $y = h(x)$  đối xứng nhau qua trục  $Oy$ , parabol bên phải là  $y = g(x)$  có đỉnh  $I(8; 5)$ . Các số liệu được cho như hình vẽ (đơn vị mỗi trục là mét), biết cây cầu có chiều rộng bằng 8 mét.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số  $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 4$ .
- Parabol bên phải có phương trình là  $g(x) = -\frac{1}{5}(x - 8)^2 + 5$ .
- Diện tích phần mặt cắt giới hạn bởi hai parabol  $y = g(x)$  và  $y = h(x)$ , trục hoành, hai đường thẳng  $x = -8, x = 8$  nhỏ hơn 30 mét vuông.
- Thể tích vật liệu để xây dựng cây cầu nhỏ hơn  $500 \text{ m}^3$ .

**Bài 3.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , đơn vị mỗi trục là km, mặt đất trùng với mặt phẳng  $(Oxy)$ , trục  $Oz$  hướng lên, đường đi của máy bay được coi là đường thẳng và chúng được coi là các điểm. Một máy bay cất cánh từ mặt đất, đang tăng độ cao và được tháp kiểm soát không lưu phát hiện tại  $A(8; 8; 4)$ , 2 phút sau đó nó đi đến điểm  $B(4; 12; 6)$ . Máy bay tiếp tục đi vào một lớp mây, bắt đầu ở độ cao 9 km và kết thúc ở độ cao 10 km. Ngay sau khi ra khỏi lớp mây, máy bay chuyển từ chế độ tăng độ cao sang chế độ bay ngang cùng chiều với tia  $Oy$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Phương trình đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-4}{-1}$ .
- b) Máy bay cất cánh tại điểm có hoành độ bằng 16.
- c) Thời gian tính từ lúc cất cánh đến khi vừa ra khỏi lớp mây của máy bay này là 10 phút.
- d) Giả sử vận tốc máy bay không đổi trong quá trình bay thì sau 30 phút nó ở vị trí cách điểm cất cánh một khoảng lớn hơn 80 km.

 **Bài 4.** Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

- a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.
- b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.
- c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.
- d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

✧ **Câu 1.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , tâm của đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 6x - 4y - 23 = 0$  có tọa độ là:

- (A)  $(-3; -2)$ . (B)  $(3; 2)$ . (C)  $(3; -2)$ . (D)  $(-3; 2)$ .

✧ **Câu 2.** Điểm cực tiểu của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  là

- (A)  $x = 3$ . (B)  $x = 1$ . (C)  $x = \frac{1}{3}$ . (D)  $x = -1$ .

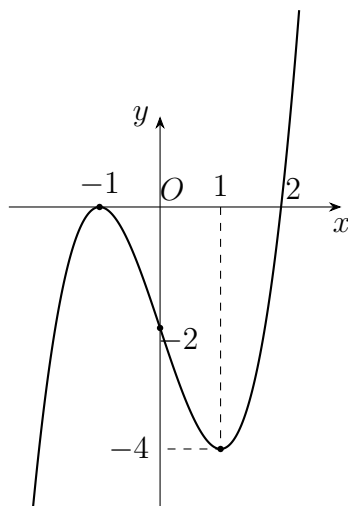
✧ **Câu 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng thứ 5 của cấp số nhân là

- (A)  $u_5 = -5$ . (B)  $u_5 = 48$ . (C)  $u_5 = -96$ . (D)  $u_5 = 3$ .

✧ **Câu 4.** Tập nghiệm của phương trình  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  là

- (A)  $\{\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . (B)  $\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .  
(C)  $\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . (D)  $\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

✧ **Câu 5.** Cho hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$  có đồ thị như hình vẽ.

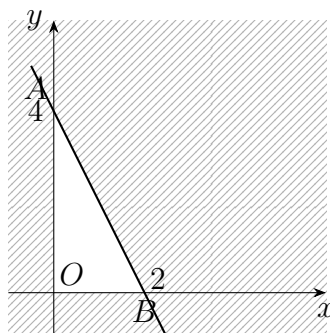


Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- (A)  $(-\infty; -1)$ . (B)  $(-1; 1)$ . (C)  $(1; +\infty)$ . (D)  $(-4; 0)$ .

✧ **Câu 6.** Miền không bị gạch chéo trong hình vẽ (kể cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương

trình nào dưới đây?



(A)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4 \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ 2x - y \leq 4 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x - y \leq 4 \end{cases}$

❖ **Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A(2; -3; 1)$  qua mặt phẳng  $Oxz$  có tọa độ là

(A)  $(2; -3; -1)$ .

(B)  $(-2; -3; 1)$ .

(C)  $(2; 3; 1)$ .

(D)  $(-2; 3; -1)$ .

❖ **Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{3x+7}{x+1}$ . Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0; 3]$  bằng

(A) 4.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 7.

❖ **Câu 9.** Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một nhóm học sinh được thống kê trong bảng sau:

| Thời gian (phút) | $[10, 5; 12, 5)$ | $[12, 5; 14, 5)$ | $[14, 5; 16, 5)$ | $[16, 5; 18, 5)$ | $[18, 5; 20, 5)$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Số học sinh      | 10               | 20               | 25               | 18               | 15               |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng

(A)  $\frac{19}{6}$ .

(B)  $\frac{35}{2}$ .

(C)  $\frac{43}{3}$ .

(D)  $\frac{83}{6}$ .

❖ **Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $\vec{a}(1; 2; 3)$  và  $\vec{b}(0; -1; 2)$ . Vectơ  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$  có tọa độ là

(A)  $(-0; 2; 6)$ .

(B)  $(1; 3; 1)$ .

(C)  $(1; 1; 5)$ .

(D)  $(-1; -3; -1)$ .

❖ **Câu 11.** Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = 2x - 5 + \frac{10}{x+3}$

(A)  $y = x + 3$ .

(B)  $y = 2x + 3$ .

(C)  $y = 2x + 3$ .

(D)  $y = 2x - 5$ .

❖ **Câu 12.** Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AA' = 3a$ ,  $AB = a$ . Khi đó cosin của góc giữa hai vectơ  $\vec{AB'}$  và  $\vec{A'C}$  bằng

(A)  $\frac{7}{20}$ .

(B)  $\frac{7}{20}$ .

(C)  $\frac{17}{20}$ .

(D)  $\frac{17}{20}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Bài 1.** Một cơ sở sản xuất hàng thủ công thống kê về số lượng sản phẩm  $X$  bán được trong 30 ngày như sau:

|                   |            |            |            |            |            |
|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số lượng sản phẩm | [100; 140) | [140; 180) | [180; 220) | [220; 260) | [260; 300) |
| Số ngày           | 3          | 6          | 12         | 6          | 3          |

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là 200.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là 60.
- Trung bình số sản phẩm bán được trong một ngày là 220.
- Phương sai của mẫu số liệu đã cho là 1920.

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 5$  có đồ thị là  $(C)$ . Khi đó:

- Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .
- Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên khoảng  $(0; +\infty)$  bằng 2.
- Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm có hoành độ bằng 1 là đường thẳng có phương trình  $y = -3x + 3$ .

**Bài 3.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có  $SA = AB = 4\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ .

- $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$ .
- $\overrightarrow{DS} = -2\overrightarrow{DM} + 3\overrightarrow{DG}$ .
- Nếu chọn hệ tọa độ  $Oxyz$  sao cho  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ ,  $B$  thuộc tia  $Ox$ ,  $C$  thuộc tia  $Oy$ ,  $S$  thuộc tia  $Oz$ . Điểm  $E(a; b; c)$  thuộc mặt phẳng  $(SBD)$  sao cho  $C, E, G$  thẳng hàng thì  $a + b + c = 2$ .
- Nếu chọn hệ tọa độ  $Oxyz$  sao cho  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ ,  $B$  thuộc tia  $Ox$ ,  $C$  thuộc tia  $Oy$ ,  $S$  thuộc tia  $Oz$ . Điểm  $F(x; y; z)$  thuộc mặt phẳng  $(SAC)$  sao cho  $FG + FB$  nhỏ nhất thì  $x + y + z = -1$ .

**Bài 4.** Tại một khu bảo tồn thiên nhiên các nhà khoa học đã thả một số cá thể của một loài động vật quý hiếm trong một khu rừng rộng 10 hecta và theo dõi sự tăng trưởng số lượng của chúng. Họ thấy rằng số lượng cá thể của loài động vật đó sau  $t$  năm kể từ khi nuôi tại khu bảo tồn được xấp xỉ bởi hàm số  $h(t) = 70 \log_2 \left( \frac{8t+1}{t+1} \right) + 30$  (cá thể,  $t$  là số thực dương) và tốc độ tăng trưởng số lượng cá thể của loài động vật đó tại thời điểm sau đúng  $t$  năm kể từ khi nuôi được xấp xỉ bởi hàm số  $h'(t)$  (đơn vị: cá thể/năm).

- Thời điểm ban đầu, người ta thả nuôi 30 cá thể.
- Sau 9 tháng kể từ khi bắt đầu nuôi, số lượng cá thể của loài động vật đó là 170.
- Tốc độ tăng trưởng số lượng cá thể của loài động vật đó tại thời điểm đúng 6 năm kể từ khi nuôi là  $\frac{10}{7}$  (cá thể/năm).
- Số lượng cá thể của loài động vật đó không vượt quá 240.

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+2}$  có tập xác định là  $D$ . Hàm số đã cho có đạo hàm trên  $D$  là

(A)  $y' = -\frac{2}{(x+2)^2}$ .

(B)  $y' = \frac{6}{(x+2)^2}$ .

(C)  $y' = \frac{2}{(x+2)^2}$ .

(D)  $y' = -\frac{6}{(x+2)^2}$ .

❖ **Câu 2.** Cho khối lăng trụ có thể tích  $V = 32$ , đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Chiều cao  $h$  của khối lăng trụ đã cho bằng

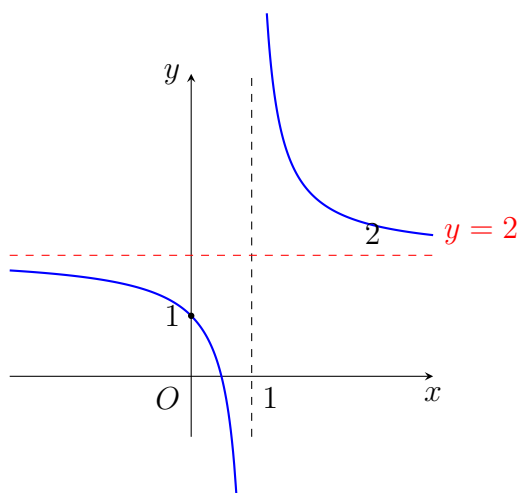
(A)  $h = 4$ .

(B)  $h = 8$ .

(C)  $h = 16$ .

(D)  $h = 2$ .

❖ **Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là



(A)  $x = 1$ .

(B)  $y = 2$ .

(C)  $y = 1$ .

(D)  $y = 3$ .

❖ **Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài cạnh bằng 1. Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  bằng

(A)  $\sqrt{2}$ .

(B) 3.

(C)  $\sqrt{3}$ .

(D)  $2\sqrt{3}$ .

❖ **Câu 5.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là  $Q_1, Q_2$  và  $Q_3$ . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

(A)  $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$ .

(B)  $Q_2 - Q_1$ .

(C)  $Q_3 - Q_2$ .

(D)  $Q_3 - Q_1$ .

❖ **Câu 6.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{u} = (3; -1; 2)$  và điểm  $A(0; -1; 1)$ . Toạ độ điểm  $B$  thoả mãn  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$  là

(A)  $(6; -1; 3)$ .

(B)  $(-3; 2; -3)$ .

(C)  $(-3; 0; -1)$ .

(D)  $(3; -2; 3)$ .

❖ **Câu 7.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thoả mãn  $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ .

Toạ độ điểm  $M$  là

- (A)  $(2; -1; -3)$ . (B)  $(2; 1; 3)$ . (C)  $(-2; 1; 3)$ . (D)  $(-2; -1; 3)$ .

❖ **Câu 8.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 9. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- (A) 3. (B) 9. (C)  $\sqrt{3}$ . (D) 6.

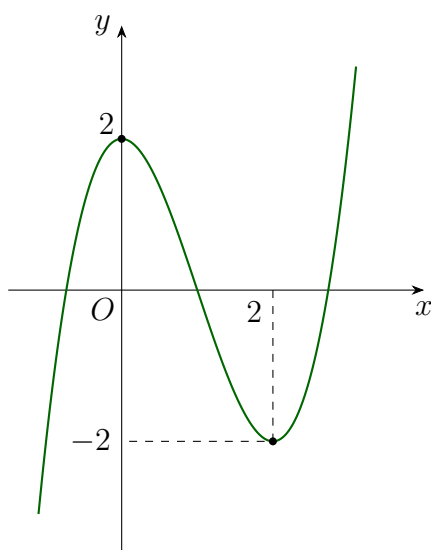
❖ **Câu 9.** Kết quả đo chiều cao của 45 học sinh lớp 12A được thống kê như sau:

|                |            |            |            |            |            |
|----------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Chiều cao (cm) | [155; 160) | [160; 165) | [165; 170) | [170; 175) | [175; 180) |
| Số học sinh    | 10         | 18         | 9          | 5          | 3          |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- (A) 25. (B) 20. (C) 35. (D) 30.

❖ **Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là



- (A)  $x = 1$ . (B)  $x = 2$ . (C)  $x = 0$ . (D)  $x = -2$ .

❖ **Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(4x - 7) = 2$  là

- (A)  $x = \frac{13}{4}$ . (B)  $x = \frac{9}{4}$ . (C)  $x = 3$ . (D)  $x = 4$ .

❖ **Câu 12.** Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

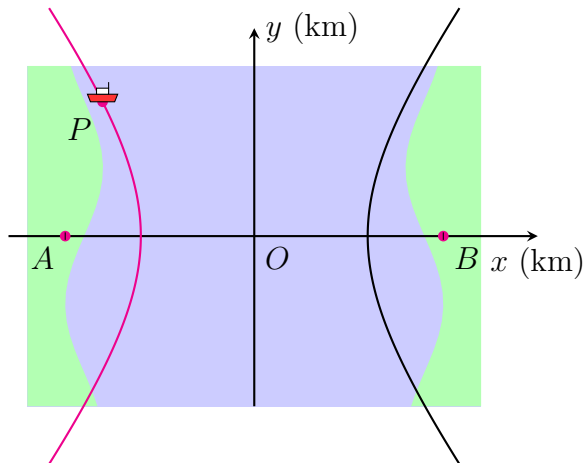
- (A)  $y = -x^3 + 3x + 1$ . (B)  $y = 2x^3 + x - 5$ .  
(C)  $y = \sqrt{x}$ . (D)  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2\cos^2 \frac{x}{2}$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tập giá trị của hàm số  $f(x)$  là  $[0; 2]$ .  
b)  $f(x) = 1 - \cos x$ .  
c) Một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $F(x) = x + \sin x$ .  
d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0; x = \pi$  lớn hơn 4.

**Bài 2.** Trong một khu vực trên biển có hai trạm định vị vô tuyến được đặt tại điểm  $A$  và  $B$  cách nhau 1000 km. Một con tàu di chuyển trên biển, nó luôn nhận tín hiệu từ trạm  $A$  trước tín hiệu từ trạm  $B$  một khoảng là 0,002 giây. Biết rằng các tín hiệu hai trạm truyền đi với tốc độ không đổi trong không khí là  $3 \cdot 10^8$  (m/s). Gọi  $t_1, t_2$  (đơn vị giây) lần lượt là thời gian truyền tín hiệu từ trạm  $A$  và trạm  $B$  đến con tàu. Xét hệ tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng km). Gọi vị trí trên biển của con tàu là  $P$ .



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- $t_1 - t_2 = 0,002$ .
- Hiệu khoảng cách giữa tàu với trạm  $A$  và trạm  $B$  là một đẳng thức cố định được xác định bởi  $|PA - PB| = 600$  (km).
- Quỹ đạo chuyển động của tàu là một đường hypebol có phương trình là  $\frac{x^2}{400^2} - \frac{y^2}{300^2} = 1$ .
- Khi con tàu cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng 800 km thì hoành độ của nó nhỏ hơn 600.

**Bài 3.** Tốc độ phát triển của một loại nấm mốc trên một sàn nhà tỷ lệ thuận với lượng nấm mốc hiện tại. Diện tích nấm mốc trên sàn lúc đầu ( $t = 0$ ) là  $2 \text{ cm}^2$  và sau 2 ngày là  $9 \text{ cm}^2$ . Gọi  $A(t)$  là diện tích nấm mốc tại thời điểm  $t$  thì  $A'(t) = k \cdot A(t)$  (với  $k$  là hằng số). Cho biết  $A(t) = e^{g(t)}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- $g(t) = e^{kt} + C$  với  $C$  là hằng số xác định.
- $k = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2}$ .
- $g(0) = 2 \ln 2$ .
- Sau 3 ngày (tính từ thời điểm  $t = 0$ ), diện tích nấm mốc bao phủ lớn hơn  $20 \text{ cm}^2$ .

**Bài 4.** Khi trả lời câu hỏi trong một bài thi trắc nghiệm, học sinh có thể biết đáp án hoặc dự đoán đáp án. Các câu hỏi trắc nghiệm có 4 đáp án nhưng chỉ có 1 đáp án đúng. Giả sử với mỗi câu hỏi bạn Tuấn có xác suất biết đáp án đúng là 0,6 và xác suất Tuấn không biết đáp án đúng là 0,4. Trong trường hợp không biết đáp án Tuấn sẽ dự đoán đáp án đúng bằng cách chọn ngẫu nhiên một trong 4 đáp án của đề thi. Giả sử Tuấn gặp một câu hỏi trắc nghiệm.

Gọi  $A$  là biến cố: "Câu trả lời của Tuấn là đúng".

Gọi  $B$  là biến cố: "Câu hỏi đó Tuấn đã biết đáp án".

- $P(B) = 0,6, P(\overline{B}) = 0,4$ .
- Xác suất có điều kiện:  $P(A|B) = 0,5; P(A|\overline{B}) = 0,25$ .
- Xác suất để câu trả lời của Tuấn đúng là 72%.

d) Với câu trắc nghiệm mà câu trả lời của Tuấn là đúng, xác suất để câu đó là câu mà Tuấn biết đáp án đúng là  $\frac{6}{7}$ .

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x + \sin x$  là

(A)  $\frac{1}{2}x^2 + \cos x + C$ .

(B)  $\frac{1}{2}x^2 - \cos x + C$ .

(C)  $x^2 - \cos x + C$ .

(D)  $x^2 + \cos x + C$ .

❖ **Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ . Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A)  $-1$ .

(B)  $0$ .

(C)  $1$ .

(D)  $4$ .

❖ **Câu 3.** Cho  $\int_0^1 f(x)dx = 2$  và  $\int_0^1 g(x)dx = 5$  khi đó  $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)]dx$  bằng

(A)  $-4$ .

(B)  $16$ .

(C)  $-3$ .

(D)  $11$ .

❖ **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  và song song

với đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$  là

(A)  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-4}$ .

(B)  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$ .

(C)  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$ .

(D)  $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ .

❖ **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (3; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (1; -1; -2)$  và  $\vec{c} = (2; 1; -1)$ . Tích vô hướng  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$  bằng

(A)  $0$ .

(B)  $3$ .

(C)  $6$ .

(D)  $9$ .

❖ **Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(1) = 3$  và  $f'(1) = 2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 9}{x - 1}$  bằng

(A)  $12$ .

(B)  $6$ .

(C)  $2$ .

(D)  $18$ .

❖ **Câu 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $y = x$  và đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 2x$  bằng

(A)  $4$ .

(B)  $\frac{7}{2}$ .

(C)  $\frac{9}{2}$ .

(D)  $3$ .

❖ **Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng qua  $A(1; 2; -1)$  và vuông góc với các mặt phẳng  $(P) : 2x - y + 3z - 2 = 0$ ;  $(Q) : x + y + z - 1 = 0$  có phương trình là

(A)  $x + y + 2z - 1 = 0$ .

(B)  $4x - y + z - 1 = 0$ .

(C)  $4x - y - 3z - 5 = 0$ .

(D)  $x - y + z + 2 = 0$ .

❖ **Câu 9.** Trong hải dương học, độ sâu  $d$  (m) mà ánh sáng có thể xuyên qua liên hệ với cường độ ánh sáng  $I$  bằng công thức  $I = I_0 e^{-kd}$ . Biết tại độ sâu 10m cường độ ánh sáng bằng một nửa cường độ tại mặt nước, giá trị của  $k$  là

(A)  $0,069$ .

(B)  $0,077$ .

(C)  $0,083$ .

(D)  $0,091$ .

❖ **Câu 10.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2+x}{x+1}$  là

- (A)  $y = 2x + 1$ . (B)  $y = 2x - 3$ . (C)  $y = 2x$ . (D)  $y = 2x - 1$ .

❖ **Câu 11.** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm doanh số bán hàng của 30 cửa hàng là

- (A) 60. (B) 10. (C) 16,375. (D) 26,375.

❖ **Câu 12.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy, mặt bên  $(SBC)$  tạo với đáy một góc  $30^\circ$ . Thể tích khối chóp bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ . (B)  $\frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$ . (C)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ . (D)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Một công ty khí tượng sử dụng hai mô hình dự báo thời tiết hoạt động độc lập với nhau là Mô hình 1 và Mô hình 2. Dựa trên dữ liệu quá khứ, độ chính xác của các mô hình được quy định như sau:

- ❖ Mô hình 1: Có xác suất dự báo đúng là 80%. Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình báo có mưa là 0,8; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là 0,8.
- ❖ Mô hình 2: Có xác suất dự báo đúng là 90%. Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình dự báo có mưa là 0,9; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là 0,9.

Biết rằng tỷ lệ ngày có mưa ở khu vực này là 20%.

- a) Xác suất để cả hai mô hình đều dự báo sai là 0,2.
- b) Trong trường hợp Mô hình 1 dự báo không mưa và Mô hình 2 dự báo có mưa, xác suất Mô hình 1 dự báo đúng thấp hơn xác suất Mô hình 2 dự báo đúng.
- c) Xác suất để cả hai mô hình đều dự báo có mưa là 0,16.
- d) Nếu cả hai mô hình đều dự báo trời có mưa thì xác suất để thực tế trời có mưa là 0,9.

❖ **Bài 2.** Chi phí vận hành trung bình (tính bằng triệu đồng/chuyến) của một công ty vận tải khi vận hành  $x$  chuyến xe mỗi ngày được cho bởi hàm số  $A(x) = 0,2x + 2 + \frac{500}{x}$  với  $10 \leq x \leq 100$ .

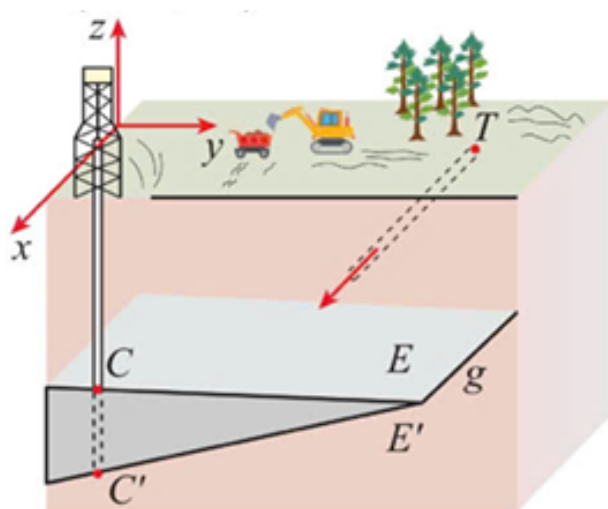
- a) Đạo hàm của hàm chi phí trung bình là  $A'(x) = \frac{0,2x^2 + 500}{x^2}$ .
- b) Chi phí trung bình trên mỗi chuyến xe thấp nhất bằng 22 triệu đồng.
- c) Nếu do giới hạn về số lượng tài xế khiến công ty chỉ có thể vận hành tối đa 40 chuyến xe mỗi ngày. Chi phí trung bình mỗi chuyến xe trong trường hợp này thấp nhất bằng 22,5 triệu đồng.
- d) Tổng chi phí vận hành của công ty vận tải trong một ngày thấp nhất bằng 1,1 tỷ đồng.

❖ **Bài 3.** Một kiến trúc sư thiết kế bồn hoa trong công viên trên hệ trục tọa độ  $Oxy$  (đơn vị: mét). Bồn hoa là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = -x^2 + 4$  và trục hoành  $Ox$ . Kiến trúc sư bố trí một dải đèn LED thẳng, được mô phỏng bởi đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(0;1)$ , cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  (có hoành độ lần lượt là  $x_1, x_2$ ). Dải đèn chia bồn hoa thành hai phần riêng biệt: Phần hình phẳng nằm phía trên dây cung  $AB$  được dùng để trồng Hoa Hồng, phần còn lại của bồn hoa (nằm phía dưới dây cung  $AB$ ) được dùng để trồng Cỏ Nhật.

- a) Diện tích toàn bộ bồn hoa (tổng diện tích trồng Hoa Hồng và Cỏ Nhật) bằng  $16m^2$ .

- b) Tích các hoành độ giao điểm của đường thẳng  $d$  và parabol  $(P)$  luôn bằng 3 (tức là  $x_1x_2 = 3$ ).
- c) Diện tích trồng Hoa Hồng đạt giá trị nhỏ nhất khi dải đèn LED được thiết kế nằm ngang (song song với trục hoành).
- d) Khi diện tích trồng Hoa Hồng gấp đôi diện tích trồng Cỏ Nhật, chiều dài của dải đèn LED (tính bằng độ dài đoạn thẳng  $AB$ ) xấp xỉ 3,84 mét (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Bài 4.** Một lớp than đá hình lăng trụ tam giác có các mặt phẳng giới hạn trên và dưới là  $(E)$  và  $(E')$ , tiếp giáp với các lớp đất xung quanh. Trên hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét, mặt đất là mặt phẳng  $(Oxy)$ . Các kĩ sư thực hiện ba lần khoan thăm dò, lần thứ nhất cắt mặt  $(E)$  và  $(E')$  lần lượt tại điểm  $A(-20; 30; -200)$ ,  $A'(-20; 30; -236)$ ; lần thứ hai cắt mặt  $(E)$  và  $(E')$  lần lượt tại điểm  $B(120; 180; -80)$ ,  $B'(120; 180; -120)$ ; lần thứ ba cắt mặt  $(E)$  và  $(E')$  lần lượt tại điểm  $C(80; 120; -120)$ ,  $C'(80; 120; -160)$ . Từ điểm  $T(-200; 200; 0)$ , một đường hầm được đào theo hướng của vectơ  $\vec{v} = (2; -1; -1)$ .



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Phương trình của mặt phẳng  $(E)$  là  $3x - 2y + 6z - 1200 = 0$ .
- b) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(E')$  là  $\vec{n}' = (2; 2; -5)$ .
- c) Khi đào hầm, vị trí đầu tiên mà đường hầm gặp lớp than là  $M(a; b; c)$ , khi đó  $a > 90$ .
- d) Chiều dài đoạn đường hầm nằm trong lớp than đá lớn hơn 80 mét.

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Mỗi ngày bác Sơn đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Sơn được thống kê ở bảng sau:

|                  |              |              |              |              |              |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Quãng đường (km) | [2, 7; 3, 0] | [3, 0; 3, 3] | [3, 3; 3, 6] | [3, 6; 3, 9] | [3, 9; 4, 2] |
| Số ngày          | 3            | 6            | 5            | 4            | 2            |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- (A) 0,975.                      (B) 0,5.                      (C) 0,9.                      (D) 0,575.

➤ *Hướng dẫn giải.* Tổng số ngày là  $n = 3 + 6 + 5 + 4 + 2 = 20$ .

- Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$ : Vị trí  $\frac{n}{4} = 5$ . Nhóm chứa  $Q_1$  là [3, 0; 3, 3).

Ta có:  $Q_1 = 3,0 + \frac{5-3}{6} \cdot (3,3 - 3,0) = 3,1$ .

- Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$ : Vị trí  $\frac{3n}{4} = 15$ . Nhóm chứa  $Q_3$  là [3, 6; 3, 9).

Ta có:  $Q_3 = 3,6 + \frac{15-14}{4} \cdot (3,9 - 3,6) = 3,675$ .

- Khoảng tứ phân vị:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,675 - 3,1 = 0,575$ .

❖ **Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u}$  là

- (A) (2; -5; 0).                      (B) (0; 2; -5).                      (C) (2; 0; 5).                      (D) (2; 0; -5).

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $\vec{u} = 2\vec{i} + 0\vec{j} - 5\vec{k}$  nên tọa độ của vectơ  $\vec{u}$  là (2; 0; -5).

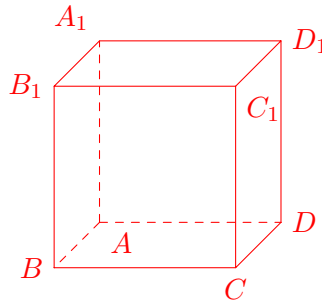
❖ **Câu 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 6$ . Số hạng  $u_4$  của cấp số nhân đó là

- (A) 27.                      (B) 54.                      (C) 162.                      (D) 11.

➤ *Hướng dẫn giải.* Công bội của cấp số nhân là  $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$ .

Số hạng thứ tư là  $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$ .

❖ **Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  (tham khảo hình vẽ bên). Phát biểu nào sau đây đúng?



- (A)  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}$ .  
(C)  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1C}$ .

- (B)  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .  
(D)  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{CA_1}$ .

**Hướng dẫn giải.** Theo quy tắc hình hộp, vectơ đường chéo của hình hộp bằng tổng của ba vectơ chung gốc xuất phát từ một đỉnh. Với hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ , ta có  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = -2$ ,  $f(2) = 1$  và có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 2]$ . Giá trị của tích phân  $I = \int_1^2 f'(x)dx$  là

- (A)  $I = -1$ . (B)  $I = 2$ . (C)  $I = -3$ . (D)  $I = 3$ .

**Hướng dẫn giải.** Sử dụng định nghĩa tích phân:  $I = \int_1^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 1 - (-2) = 3$ .

**Câu 6.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  là

- (A)  $\int (\sin x + \cos x)dx = \sin x + \cos x + C$ .  
 (B)  $\int (\sin x + \cos x)dx = -\sin x - \cos x + C$ .  
 (C)  $\int (\sin x + \cos x)dx = -\sin x + \cos x + C$ .  
 (D)  $\int (\sin x + \cos x)dx = \sin x - \cos x + C$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có nguyên hàm cơ bản:  $\int \sin x dx = -\cos x + C$  và  $\int \cos x dx = \sin x + C$ .  
 Vậy  $\int (\sin x + \cos x)dx = \sin x - \cos x + C$ .

**Câu 7.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình:

- (A)  $y = 1$ . (B)  $x = 1$ . (C)  $y = 2$ . (D)  $x = 2$ .

**Hướng dẫn giải.** Mẫu số  $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ . Do đó tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$ .

**Câu 8.** Cho mặt phẳng  $(P) : 3x - y + z - 2 = 0$ . Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- (A)  $\vec{n} = (3; -1; 1)$ . (B)  $\vec{n} = (3; -1; 2)$ .  
 (C)  $\vec{n} = (3; -1; -2)$ . (D)  $\vec{n} = (3; -1; 0)$ .

**Hướng dẫn giải.** Mặt phẳng  $(P) : Ax + By + Cz + D = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (A; B; C)$ .

Từ phương trình  $(P) : 3x - y + z - 2 = 0$ , ta có  $\vec{n} = (3; -1; 1)$ .

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x+1) = 3$  là

- (A)  $x = 9$ . (B)  $x = 7$ . (C)  $x = 8$ . (D)  $x = 5$ .

**Hướng dẫn giải.** Điều kiện  $x > -1$ . Phương trình tương đương với:  $x + 1 = 2^3 = 8 \Leftrightarrow x = 7$ .

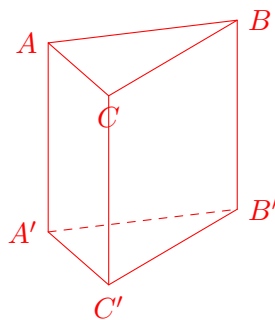
**Câu 10.** Tập nghiệm của phương trình  $\cos x = 1$  là

- (A)  $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . (B)  $S = \{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .  
 (C)  $S = \{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . (D)  $S = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Hướng dẫn giải.** Phương trình  $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 11.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây song song với

mặt phẳng  $(ACC'A')$ ?



- (A)  $AA'$ . (B)  $BB'$ . (C)  $AC$ . (D)  $AB$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $BB' \parallel AA'$  (tính chất lăng trụ). Vì  $AA' \subset (ACC'A')$  và  $BB' \not\subset (ACC'A')$  nên  $BB' \parallel (ACC'A')$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ;  $SA = 3$ ;  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$  với  $AB = 4$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

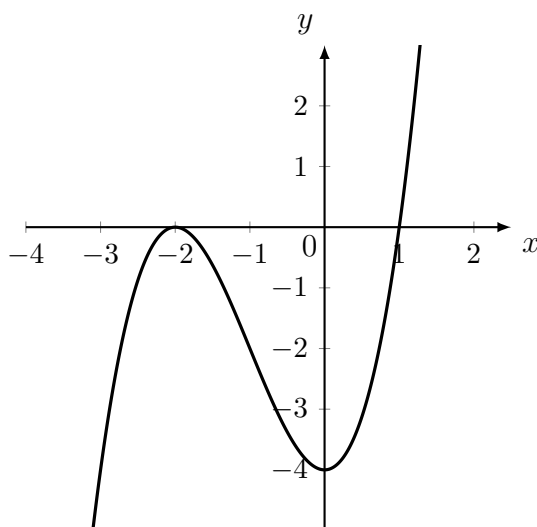
- (A) 48. (B) 16. (C) 8. (D) 24.

**Hướng dẫn giải.** Diện tích đáy  $\triangle ABC$ :  $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ .  
Thể tích khối chóp:  $V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 3 = 8$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Bài 1.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ .

- a) Hàm số đã cho có đạo hàm là  $f'(x) = 3x^2 + 6x$ .  
b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .  
c) Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = -2$ .  
d) Đồ thị của hàm số đã cho có dạng như hình vẽ sau.



**Hướng dẫn giải.**

**a) Đúng.** Ta có  $f'(x) = (x^3 + 3x^2 - 4)' = 3x^2 + 6x$ .

◇ **b) Sai.** Xét  $f'(x) = 0 \iff 3x^2 + 6x = 0 \iff \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu  $f'(x)$ :

|         |           |      |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$       |

Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$ , nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

Vì khoảng  $(-1; +\infty)$  chứa khoảng  $(-1; 0)$  là khoảng nghịch biến của hàm số nên khẳng định này sai.

◇ **c) Đúng.** Dựa vào bảng xét dấu,  $f'(x)$  đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua  $x = -2$  nên hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$ .

◇ **d) Đúng.** Kiểm tra các yếu tố của đồ thị:

★ Điểm cực đại:  $(-2; f(-2)) = (-2; 0)$ .

★ Điểm cực tiểu:  $(0; f(0)) = (0; -4)$ .

★ Giao điểm trục hoành:  $x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \iff (x - 1)(x + 2)^2 = 0 \iff x = 1; x = -2$ .

Đồ thị khớp hoàn toàn với các đặc điểm trên.

**Bài 2.** Tại tỉnh X, 20% dân số thường xuyên chơi thể thao. Trong số những người thường xuyên chơi thể thao, có 70% người có thể lực tốt. Trong số những người không thường xuyên chơi thể thao, có 15% có thể lực tốt. Chọn ngẫu nhiên một người dân tỉnh X.

a) Xác suất người đó có thể lực tốt và thường xuyên chơi thể thao là 0,14.

b) Xác suất người đó có thể lực tốt, biết rằng người đó không thường xuyên chơi thể thao là 0,15.

c) Tỷ lệ người có thể lực tốt trong toàn tỉnh X là 36%.

d) Xác suất người đó thường xuyên chơi thể thao, biết rằng họ có thể lực tốt là  $\frac{8}{13}$ .

**Hướng dẫn giải.** Gọi  $A$  là biến cố: "Người được chọn thường xuyên chơi thể thao"  $\Rightarrow P(A) = 0,2$  và  $P(\bar{A}) = 0,8$ .

Gọi  $B$  là biến cố: "Người được chọn có thể lực tốt".

Theo giả thiết:  $P(B|A) = 0,7$  và  $P(B|\bar{A}) = 0,15$ .

◇ **a) Đúng.** Xác suất người đó có thể lực tốt và thường xuyên chơi thể thao là:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14.$$

◇ **b) Đúng.** Đây là xác suất có điều kiện  $P(B|\bar{A}) = 0,15$  theo dữ kiện đề bài.

◇ **c) Sai.** Tỷ lệ người có thể lực tốt trong toàn tỉnh là:

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,14 + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,14 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26 = 26\%.$$

◇ **d) Sai.** Xác suất người đó thường xuyên chơi thể thao, biết rằng họ có thể lực tốt là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,14}{0,26} = \frac{7}{13}.$$

**Bài 3.** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức  $P'(x) = -0,0008x + 10,4$ . Ở đây  $P(x)$  là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm.

- a) Lợi nhuận khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức  $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$ .
- b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
- c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.
- d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 100.

 **Hướng dẫn giải.** Ta có hàm lợi nhuận  $P(x)$  là nguyên hàm của hàm lợi nhuận biên  $P'(x)$ :

$$P(x) = \int (-0,0008x + 10,4)dx = -0,0004x^2 + 10,4x + C.$$

Giả sử khi không bán sản phẩm nào thì lợi nhuận bằng 0, tức  $P(0) = 0 \Rightarrow C = 0$ .

$$\text{Vậy } P(x) = -0,0004x^2 + 10,4x.$$

- ◇ **a) Sai.** Công thức đúng phải là  $P(x) = -0,0004x^2 + 10,4x$ . Hệ số của  $x^2$  trong đề bài bị sai.
- ◇ **b) Đúng.** Lợi nhuận khi bán 50 sản phẩm đầu tiên là:  $P(50) = -0,0004 \cdot (50)^2 + 10,4 \cdot 50 = -1 + 520 = 519$  (triệu đồng).
- ◇ **c) Sai.** Sự thay đổi lợi nhuận từ 50 lên 55 sản phẩm là:  
 $\Delta P = P(55) - P(50) = [-0,0004 \cdot (55)^2 + 10,4 \cdot 55] - 519 = 570,79 - 519 = 51,79$  (triệu đồng).
- ◇ **d) Sai.** Sự thay đổi lợi nhuận từ 50 lên  $a$  đơn vị là:  $P(a) - P(50) > 517 \iff -0,0004a^2 + 10,4a - 519 > 517 \iff -0,0004a^2 + 10,4a - 1036 > 0$ .

Giải bất phương trình ta được  $100 < a < 25900$ .

Vì  $a > 100$  nên giá trị nhỏ nhất của  $a$  không thể là 100 (tại  $a = 100$  thì thay đổi đúng bằng 517, không lớn hơn).

Nếu  $a$  là số nguyên thì giá trị nhỏ nhất là 101.

 **Bài 4.** Một chiếc máy bay thương mại Vietnam Airlines đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ  $D$  đến  $E$  có hình chiếu trên mặt đất là đoạn  $CB$ . Tại vị trí  $D$  thì máy bay cách mặt đất 9000 m, tại vị trí  $E$  thì máy bay cách mặt đất 12000 m. Một radar được đặt trên mặt đất tại vị trí  $O$  cách  $C$  khoảng 20000 m, cách  $B$  khoảng 16000 m và góc  $\widehat{BOC} = 90^\circ$ ; phạm vi theo dõi của radar là 20 km. Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là 1000 m) với  $O$  là vị trí đặt radar,  $B$  thuộc tia  $Oy$ ,  $C$  thuộc tia  $Ox$ .

- a) Tại  $D$ , máy bay cách radar 21000 m (làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét).
- b) Khi máy bay bay đến điểm  $I$  thỏa mãn  $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DE}$ , máy bay cách mặt đất 9750 m.
- c) Trên hành trình bay từ  $D$  đến  $E$ , máy bay sẽ đi qua điểm có tọa độ  $P(16; 3,2; 9,6)$ .
- d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của radar là 22500 m (làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét).

 **Hướng dẫn giải.** Từ giả thiết, ta xác định tọa độ các điểm (đơn vị: km):  $O(0; 0; 0)$ ,  $C(20; 0; 0)$ ,  $B(0; 16; 0)$ . Do  $D, E$  có hình chiếu là  $C, B$  và độ cao tương ứng là 9 km, 12 km nên:  $D(20; 0; 9)$  và  $E(0; 16; 12)$ .

- ◇ **a) Sai.** Khoảng cách từ  $D$  đến radar  $O$  là:  $OD = \sqrt{20^2 + 0^2 + 9^2} = \sqrt{481} \approx 21,932$  km  $\approx 21932$  m.

Làm tròn đến hàng nghìn ta được 22000 m. Khẳng định 21000 m là sai.

◇ **b) Đúng.** Gọi  $z_I$  là cao độ của điểm  $I$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DE} \Rightarrow z_I - z_D = \frac{1}{4}(z_E - z_D).$$

$$\Rightarrow z_I = 9 + \frac{1}{4}(12 - 9) = 9 + 0,75 = 9,75 \text{ (km)} = 9750 \text{ m.}$$

◇ **c) Đúng.** Phương trình đường thẳng  $DE$ : 
$$\begin{cases} x = 20 - 20t \\ y = 16t \\ z = 9 + 3t \end{cases} \quad (t \in [0; 1]).$$

Thay tọa độ điểm  $P(16; 3,2; 9,6)$  vào:  $16 = 20 - 20t \Rightarrow t = 0,2$ .

Kiểm tra:  $y = 16(0,2) = 3,2$  (đúng),  $z = 9 + 3(0,2) = 9,6$  (đúng).

◇ **d) Sai.** Một điểm  $M(x; y; z)$  trên đường bay nằm trong phạm vi ra đa khi  $OM \leq 20 \text{ km}$ .

$$\iff (20 - 20t)^2 + (16t)^2 + (9 + 3t)^2 \leq 20^2 \iff 665t^2 - 746t + 81 \leq 0 \iff \frac{81}{665} \leq t \leq 1.$$

Khoảng cách giữa hai vị trí giới hạn này là:

$$d = \left(1 - \frac{81}{665}\right) \cdot |\overrightarrow{DE}| = \frac{584}{665} \cdot \sqrt{(-20)^2 + 16^2 + 3^2} = \frac{584}{665} \cdot \sqrt{665} = \frac{584}{\sqrt{665}} \approx 22,646 \text{ km} \approx 22646 \text{ m.}$$

Làm tròn đến hàng trăm ta được 22600 m. Khẳng định 22500 m là sai.

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Một khối chóp có đường cao  $h = 2a$  và diện tích đáy  $B = a^2$ . Thể tích của khối chóp bằng

- (A)  $\frac{2a^3}{3}$ . (B)  $2a^3$ . (C)  $a^3$ . (D)  $\frac{3a^3}{2}$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Thể tích của khối chóp được tính bởi công thức  $V = \frac{1}{3}Bh$ . Thay số vào ta có  $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}$ .

❖ **Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình  $(\frac{1}{3})^x > 81$  là

- (A)  $(4; +\infty)$ . (B)  $(-\infty; 4)$ . (C)  $(-\infty; -4)$ . (D)  $(-4; +\infty)$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có:  $(\frac{1}{3})^x > 81 \Leftrightarrow 3^{-x} > 3^4 \Leftrightarrow -x > 4 \Leftrightarrow x < -4$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-\infty; -4)$ .

❖ **Câu 3.** Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau:

|             |           |           |           |           |           |           |            |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| Khoảng điểm | [6, 5; 7) | [7; 7, 5) | [7, 5; 8) | [8; 8, 5) | [8, 5; 9) | [9; 9, 5) | [9, 5; 10) |
| Tần số      | 8         | 10        | 16        | 24        | 13        | 7         | 4          |

Độ lệch chuẩn (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn) của bảng số liệu trên là

- (A) 0,609. (B) 0,785. (C) 0,616. (D) 0,780.

➤ *Hướng dẫn giải.* Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là:

$$x_1 = 6,75; x_2 = 7,25; x_3 = 7,75; x_4 = 8,25; x_5 = 8,75; x_6 = 9,25; x_7 = 9,75.$$

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{8 \cdot 6,75 + 10 \cdot 7,25 + 16 \cdot 7,75 + 24 \cdot 8,25 + 13 \cdot 8,75 + 7 \cdot 9,25 + 4 \cdot 9,75}{82} = \frac{666}{82} \approx 8,122.$$

$$\text{Phương sai: } s^2 = \frac{1}{82} \sum n_i x_i^2 - (\bar{x})^2 \approx 0,60856.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{s^2} \approx 0,780.$$

❖ **Câu 4.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là

- (A)  $\widehat{CSO}$ . (B)  $\widehat{CSA}$ . (C)  $\widehat{CSD}$ . (D)  $\widehat{SCO}$ .

➤ *Hướng dẫn giải.*

Vì  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp OC$ . Mặt khác  $OC \perp BD$  (tính chất hình vuông). Suy ra  $OC \perp (SBD)$ .

Do đó, hình chiếu vuông góc của  $C$  lên mặt phẳng  $(SBD)$  là  $O$ .

Góc giữa  $SC$  và  $(SBD)$  là góc giữa  $SC$  và hình chiếu  $SO$ , chính là góc  $\widehat{CSO}$ .

❖ **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 4; -3), B(1; 1; 3)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ , tọa độ điểm  $M$  là

- (A)  $M(1; 3; -1)$ . (B)  $M(1; 7; -9)$ . (C)  $M(1; -2; 9)$ . (D)  $M(1; 2; 1)$ .

**Hướng dẫn giải.**  $M$  thuộc đoạn  $AB$  và  $MA = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ .

$$\overrightarrow{AB} = (0; -3; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (0; -2; 4).$$

Gọi  $M(x; y; z)$ , ta có  $(x - 1; y - 4; z + 3) = (0; -2; 4) \Rightarrow M(1; 2; 1)$ .

❖ **Câu 6.** Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$ , biết  $F(0) = 1$ . Khi đó  $\int_0^\pi F(x)dx$  có kết quả là

- (A)  $\pi$ . (B)  $0$ . (C)  $2\pi$ . (D)  $2$ .

**Hướng dẫn giải.**  $F(x) = \int \sin x dx = -\cos x + C$ .

$$F(0) = 1 \Rightarrow -\cos 0 + C = 1 \Rightarrow -1 + C = 1 \Rightarrow C = 2.$$

Vậy  $F(x) = -\cos x + 2$ .

$$\int_0^\pi (-\cos x + 2)dx = [-\sin x + 2x]_0^\pi = (0 + 2\pi) - (0 + 0) = 2\pi.$$

❖ **Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

|         |           |      |     |     |           |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |           |     |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ | $0$       | $-$ |
| $f(x)$  |           |      | $2$ |     | $2$       |     |           |     |
|         | $-\infty$ |      |     | $1$ |           |     | $-\infty$ |     |

- (A)  $y = 1$ . (B)  $y = -1$ . (C)  $y = 2$ . (D)  $y = 0$ .

**Hướng dẫn giải.** Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đạo hàm  $f'(x)$  đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua các điểm  $x = -1$  và  $x = 1$ .

Do đó, hàm số đạt cực đại tại các điểm này.

Giá trị cực đại tương ứng của hàm số là  $y_{CE} = f(-1) = f(1) = 2$ .

❖ **Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là

- (A)  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . (B)  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
 (C)  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . (D)  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Hướng dẫn giải.** Hàm số  $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$  xác định khi và chỉ khi mẫu số khác 0, tức là:  
 $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

❖ **Câu 9.** Cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 = 8, u_{11} = 32$  có công sai  $d$  là

- (A)  $d = 4$ . (B)  $d = 2$ . (C)  $d = 3$ . (D)  $d = 1$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $u_{11} = u_3 + 8d \Leftrightarrow 32 = 8 + 8d \Leftrightarrow 8d = 24 \Leftrightarrow d = 3$ .

❖ **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$ ?

- (A)  $N(1; 2; -2)$ . (B)  $P(-1; 0; 1)$ . (C)  $Q(2; 1; -2)$ . (D)  $M(1; 0; -1)$ .

**Hướng dẫn giải.** Thay tọa độ điểm  $M(1; 0; -1)$  vào phương trình đường thẳng  $d: \frac{1-1}{1} = \frac{0}{2} = \frac{-1+1}{-2}$

$$\frac{-1+1}{-2} = 0 \text{ (đúng)}.$$

❖ **Câu 11.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2025^x$  là

- (A)  $\frac{2025^{x+1}}{x+1} + C$ .  
(C)  $2026^x + C$ .

- (B)  $\frac{2025^x}{2 \ln 45} + C$ .  
(D)  $2025^x \cdot \ln 2025 + C$ .

➤ **Hướng dẫn giải.**  $\int 2025^x dx = \frac{2025^x}{\ln 2025} + C$ . Vì  $2025 = 45^2$  nên  $\ln 2025 = 2 \ln 45$ .

Do đó  $\int 2025^x dx = \frac{2025^x}{2 \ln 45} + C$ .

❖ **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P) : 11x - 3y - 2026 = 0$ ?

(A)  $\vec{n} = (11; -3; 2026)$ .

(B)  $\vec{n} = (11; -3; -2026)$ .

(C)  $\vec{n} = (11; -3; 0)$ .

(D)  $\vec{n} = (11; 3; 0)$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Mặt phẳng có phương trình tổng quát  $Ax + By + Cz + D = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (A; B; C)$ .

Áp dụng:  $(P) : 11x - 3y + 0z - 2026 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (11; -3; 0)$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hàm số  $f(x) = x - \ln x$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số là:  $D = (0; +\infty)$ .

b) Đạo hàm  $f'(x) = 1 + \frac{1}{x}$ .

c) Phương trình  $f'(x) = 0$  có nghiệm duy nhất  $x = 1$ .

d) Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{3}; 2\right]$  bằng  $\frac{1}{3} + \ln 3$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Xét hàm số  $f(x) = x - \ln x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

❖ **a) Đúng.** Điều kiện xác định của hàm số logarit  $\ln x$  là  $x > 0$ . Vậy tập xác định  $D = (0; +\infty)$ .

❖ **b) Sai.** Ta có đạo hàm của hàm số là:  $f'(x) = (x)' - (\ln x)' = 1 - \frac{1}{x}$ .

❖ **c) Đúng.** Xét phương trình  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ . Vì  $1 \in D$  nên  $x = 1$  là nghiệm duy nhất.

❖ **d) Đúng.** Xét hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{3}; 2\right]$ .

Đạo hàm  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{3}; 2\right]$ .

Tính giá trị tại các điểm đầu mút và điểm cực trị:

★  $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} - \ln\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + \ln 3 \approx 1,43$ .

★  $f(1) = 1 - \ln 1 = 1$ .

★  $f(2) = 2 - \ln 2 \approx 1,31$ .

So sánh các giá trị trên, ta thấy giá trị lớn nhất là  $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + \ln 3$ .

❖ **Bài 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$ , với  $A(5; 3; 1)$ ,  $B(1; 6; 2)$ ,  $C(5; 0; 4)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $\overrightarrow{AB} = (-4; 5; -1), \overrightarrow{AC} = (0; -1; -1).$

b) Biết điểm  $D(a; b; c)$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành, ta có  $a + b + c = 9.$

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -10.$

d) Gọi  $\alpha$  là số đo góc  $A$  của tam giác  $ABC$ . Khi đó  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}.$

 **Hướng dẫn giải.** Cho tam giác  $ABC$  với  $A(5; 3; 1), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4).$

◇ a) Sai.

Ta tính tọa độ các vectơ:

$$\overrightarrow{AB} = (1 - 5; 6 - 3; 2 - 1) = (-4; 3; 1).$$

$$\overrightarrow{AC} = (5 - 5; 0 - 3; 4 - 1) = (0; -3; 3).$$

So với mệnh đề đề bài đưa ra là  $(-4; 5; -1)$  và  $(0; -1; -1)$  thì đây là mệnh đề sai.

◇ b) Đúng.

Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$

Gọi  $D(a; b; c)$ , ta có  $\overrightarrow{AD} = (a - 5; b - 3; c - 1).$

$$\text{Vectơ } \overrightarrow{BC} = (5 - 1; 0 - 6; 4 - 2) = (4; -6; 2).$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 5 = 4 \\ b - 3 = -6 \\ c - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = -3 \\ c = 3 \end{cases}.$$

Khi đó,  $a + b + c = 9 + (-3) + 3 = 9.$  Vậy mệnh đề này đúng.

◇ c) Sai.

Tích vô hướng của hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  là:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-4) \cdot 0 + 3 \cdot (-3) + 1 \cdot 3 = 0 - 9 + 3 = -6.$$

Mệnh đề ghi kết quả bằng  $-10$  nên đây là mệnh đề sai.

◇ d) Sai.

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}.$$

Độ dài các vectơ:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{26}.$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{0^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{-6}{\sqrt{26} \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{-2}{\sqrt{52}} = \frac{-2}{2\sqrt{13}} = -\frac{1}{\sqrt{13}} = -\frac{\sqrt{13}}{13}.$$

Giá trị này khác với  $\frac{\sqrt{21}}{7}$  nên mệnh đề này sai.

 **Bài 3.** Một xưởng mộc dùng gỗ sồi để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5625 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất một chiếc bàn, và lưu ý rằng trong mỗi ngày của chu kỳ sản xuất (thời gian giữa hai lần nhập nguyên liệu liên tiếp) thì lượng nguyên liệu lưu trữ trung bình mỗi ngày được tính bằng một nửa tổng lượng nguyên liệu tồn kho đầu kì và lượng nguyên liệu tồn kho cuối kì. Giả sử nguyên liệu được nhập về sau mỗi  $x$  ngày.

- a) Một chu kỳ sản xuất, xưởng mộc phải nhập về  $5x$  đơn vị nguyên liệu.  
 b) Chi phí để lưu trữ nguyên liệu trong  $x$  ngày của một chu kỳ sản xuất là  $50x^2$  USD.  
 c) Hàm chi phí trung bình mỗi ngày trong một chu kỳ sản xuất là  $c(x) = 50x + \frac{5625}{x}$ .  
 d) Để chi phí trung bình mỗi ngày của một chu kỳ sản xuất là ít nhất thì xưởng mộc nên nhập hàng mỗi 15 ngày và mỗi lần nhập về 75 đơn vị nguyên liệu.

 *Hướng dẫn giải.* Xét trong một chu kỳ sản xuất dài  $x$  ngày ( $x > 0$ ):

◇ a) **Đúng.**

Vì mỗi ngày xưởng sản xuất 5 chiếc bàn, nên trong  $x$  ngày, lượng nguyên liệu cần thiết (một đơn vị nguyên liệu cho một chiếc bàn) là:  $5 \cdot x = 5x$  (đơn vị).

◇ b) **Sai.**

- Lượng nguyên liệu tồn kho đầu kỳ là  $5x$ , cuối kỳ là 0.
- Lượng nguyên liệu lưu trữ trung bình mỗi ngày là:  $\frac{5x + 0}{2} = 2,5x$  (đơn vị).
- Chi phí lưu trữ mỗi ngày là:  $2,5x \cdot 10 = 25x$  (USD).
- Tổng chi phí lưu trữ trong một chu kỳ ( $x$  ngày) là:  $25x \cdot x = 25x^2$  (USD).

◇ c) **Sai.**

Tổng chi phí trong một chu kỳ bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí lưu trữ:

$$C(x) = 5625 + 25x^2 \text{ (USD)}.$$

Hàm chi phí trung bình mỗi ngày là:

$$c(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{5625 + 25x^2}{x} = 25x + \frac{5625}{x} \text{ (USD)}.$$

◇ d) **Đúng.**

Để chi phí trung bình mỗi ngày là ít nhất, ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $c(x) = 25x + \frac{5625}{x}$  trên  $(0; +\infty)$ .

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương  $25x$  và  $\frac{5625}{x}$ :

$$c(x) = 25x + \frac{5625}{x} \geq 2\sqrt{25x \cdot \frac{5625}{x}} = 2\sqrt{140625} = 2 \cdot 375 = 750.$$

Dấu "=" xảy ra khi  $25x = \frac{5625}{x} \Leftrightarrow x^2 = \frac{5625}{25} = 225 \Leftrightarrow x = 15$  (vì  $x > 0$ ).

Khi  $x = 15$ , lượng nguyên liệu mỗi lần nhập là  $5 \cdot 15 = 75$  (đơn vị).

 **Bài 4.** Một túi chứa ba quả bóng được đánh số 1, 2 và 3. Bạn An chọn ngẫu nhiên một trong các quả bóng này và ghi lại số trên quả bóng được chọn. Sau đó, An tung một số đồng xu cân đối đồng chất bằng với số trên quả bóng đã chọn.

- a) Xác suất để không có mặt ngửa nào xuất hiện là  $\frac{7}{24}$ .  
 b) Xác suất để 2 đồng xu xuất hiện mặt ngửa và 1 đồng xu xuất hiện mặt sấp là  $\frac{3}{8}$ .  
 c) Biết rằng không có mặt ngửa nào xuất hiện, xác suất An tung 2 đồng xu là  $\frac{2}{7}$ .

d) Biết rằng luôn có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt ngửa, xác suất để An bốc được quả bóng đánh số 3 là  $\frac{10}{17}$ .

 *Hướng dẫn giải.* Gọi  $B_i$  là biến cố An chọn được quả bóng đánh số  $i$  với  $i \in \{1, 2, 3\}$ . Ta có  $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$ .

Gọi  $A$  là biến cố "không có mặt ngửa nào xuất hiện" (tức là tất cả các đồng xu đều sấp).

◇ Nếu chọn quả bóng số 1 (tung 1 đồng xu):  $P(A|B_1) = \frac{1}{2}$ .

◇ Nếu chọn quả bóng số 2 (tung 2 đồng xu):  $P(A|B_2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ .

◇ Nếu chọn quả bóng số 3 (tung 3 đồng xu):  $P(A|B_3) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ .

**a) Đúng.** Xác suất để không có mặt ngửa nào xuất hiện là:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{7}{24}.$$

**b) Sai.** Biến cố "2 đồng xu ngửa và 1 đồng xu sấp" chỉ có thể xảy ra khi An bốc được quả bóng số 3 (tung 3 đồng xu).

$$\text{Xác suất này là: } P = P(B_3) \cdot \left[ C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right] = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{8}.$$

**c) Đúng.** Ta cần tính xác suất có điều kiện  $P(B_2|A)$ . Áp dụng công thức Bayes:

$$P(B_2|A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{7}{24}} = \frac{1}{12} \cdot \frac{24}{7} = \frac{2}{7}.$$

**d) Sai** Gọi  $E$  là biến cố "có ít nhất một mặt ngửa xuất hiện".

$$\text{Ta có } P(E) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}.$$

Xác suất cần tìm là  $P(B_3|E)$ :

$$P(B_3|E) = \frac{P(B_3 \cap E)}{P(E)} = \frac{P(B_3) \cdot P(E|B_3)}{P(E)}$$

$$\text{Trong đó } P(E|B_3) = 1 - P(A|B_3) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$$

$$\text{Suy ra } P(B_3|E) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8}}{\frac{17}{24}} = \frac{\frac{7}{24}}{\frac{17}{24}} = \frac{7}{17}.$$

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

🔗 *Hướng dẫn giải.* Dựa vào bảng xét dấu của  $f'(x)$ , ta thấy:

- ❖ Khi đi qua điểm  $x = -3$ , đạo hàm  $f'(x)$  đổi dấu từ âm sang dương, nên hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -3$ .
- ❖ Khi đi qua điểm  $x = 1$ , đạo hàm  $f'(x)$  không đổi dấu (vẫn mang dấu dương), nên  $x = 1$  không phải là điểm cực trị.
- ❖ Khi đi qua điểm  $x = 2$ , đạo hàm  $f'(x)$  đổi dấu từ dương sang âm, nên hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$ .

Vậy hàm số  $y = f(x)$  có tất cả 2 điểm cực trị.

❖ **Câu 2.** Cho  $\int_1^2 f(x)dx = 3$ ;  $\int_2^5 f(x)dx = 4$ . Tính  $I = \int_1^5 \left[ f(x) - \frac{x}{2} \right] dx$ .

- (A)  $I = 1$ . (B)  $I = 7$ . (C)  $I = 5$ . (D)  $I = -1$ .

🔗 *Hướng dẫn giải.* Ta có  $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 3 + 4 = 7$ .

Khi đó:

$$I = \int_1^5 f(x)dx - \int_1^5 \frac{x}{2}dx = 7 - \left[ \frac{x^2}{4} \right]_1^5 = 7 - \left( \frac{25}{4} - \frac{1}{4} \right) = 7 - 6 = 1.$$

❖ **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(2; 1; -3)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(Q) : x + y + 3z = 0$  và  $(R) : 2x - y + z = 0$  là

- (A)  $4x + 5y - 3z - 4 = 0$ . (B)  $4x + 5y - 3z - 22 = 0$ .  
(C)  $4x - 5y - 3z - 12 = 0$ . (D)  $4x - 5y - 3z - 8 = 0$ .

🔗 *Hướng dẫn giải.* Vectơ pháp tuyến của  $(Q)$  là  $\vec{n}_Q = (1; 1; 3)$ , của  $(R)$  là  $\vec{n}_R = (2; -1; 1)$ .

Vectơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R] = (4; 5; -3)$ .

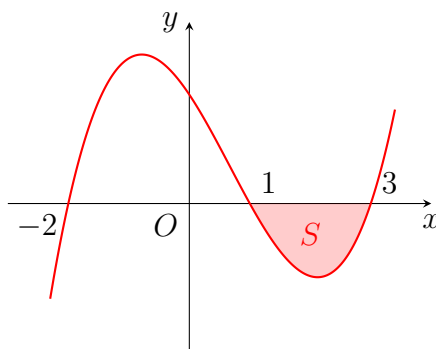
Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:  $4(x - 2) + 5(y - 1) - 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$ .

❖ **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$ ,  $B(2; 3; 2)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- (A)  $(1; 2; 3)$ . (B)  $(3; 4; 1)$ . (C)  $(-1; -2; 3)$ . (D)  $(2; 3; -2)$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 3 - 1; 2 - (-1)) = (1; 2; 3)$ .

**❖ Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $[-2; 3]$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ.



Biết  $\int_{-2}^1 f'(x)dx = 3$  và diện tích  $S = \frac{5}{3}$ . Giá trị  $f(3) - f(-2)$  bằng

- (A)  $-\frac{4}{3}$ . (B)  $\frac{4}{3}$ . (C)  $-\frac{14}{3}$ . (D)  $\frac{14}{3}$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $f(3) - f(-2) = \int_{-2}^3 f'(x)dx = \int_{-2}^1 f'(x)dx + \int_1^3 f'(x)dx$ .

Theo đề bài  $\int_{-2}^1 f'(x)dx = 3$ .

Diện tích  $S$  nằm dưới trục hoành nên  $\int_1^3 f'(x)dx = -S = -\frac{5}{3}$ .

Vậy  $f(3) - f(-2) = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$ .

**❖ Câu 6.** Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 6x^5 + \frac{1}{x^3}$  thỏa mãn  $F(1) = 0$ . Tìm  $F(x)$ .

- (A)  $F(x) = x^6 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2}$ . (B)  $F(x) = x^6 + \frac{1}{2x^2} - \frac{3}{2}$ .  
(C)  $F(x) = x^6 - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2}$ . (D)  $F(x) = x^6 - \frac{3}{x^2} + 2$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $F(x) = \int (6x^5 + x^{-3})dx = x^6 - \frac{1}{2x^2} + C$ .

Vì  $F(1) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}$ .

Vậy  $F(x) = x^6 - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2}$ .

**❖ Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Gọi  $M, m$  lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số trên đoạn  $[-1; 2]$ . Tính  $M + m$ .

|         |    |    |   |   |   |   |
|---------|----|----|---|---|---|---|
| $x$     | -3 | -1 | 0 | 1 | 2 |   |
| $f'(x)$ |    | +  | 0 | - | 0 | - |
| $f(x)$  |    |    | 3 |   | 2 |   |
|         | -2 |    |   | 0 |   | 1 |

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

**Hướng dẫn giải.** Xét trên đoạn  $[-1; 2]$ , từ bảng biến thiên ta thấy:

- Giá trị lớn nhất  $M = f(-1) = 3$ .
- Giá trị nhỏ nhất  $m = f(0) = 0$ . Vậy  $M + m = 3 + 0 = 3$ .

❖ **Câu 8.** Cho bảng phân bố tần số ghép lớp về độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành như sau:

| Độ dài (cm) | [10; 20) | [20; 30) | [30; 40) | [40; 50) |
|-------------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số      | 7        | 19       | 24       | 10       |

Tính khoảng tứ phân vị (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) của mẫu số liệu trên?

- (A) 13,7. (B) 13,6. (C) 13,8. (D) 13,5.

➤ *Hướng dẫn giải.* Tổng số mẫu  $n = 60$ .

- Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  tương ứng vị trí thứ 15. Nhóm chứa  $Q_1$  là [20; 30).

$$Q_1 = 20 + \frac{15-7}{19} \cdot 10 \approx 24,21.$$

- Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  tương ứng vị trí thứ 45. Nhóm chứa  $Q_3$  là [30; 40).

$$Q_3 = 30 + \frac{45-26}{24} \cdot 10 \approx 37,92.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = 37,92 - 24,21 = 13,71 \approx 13,7.$$

❖ **Câu 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = 2$  và  $u_4 = 54$ . Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là

- (A) 59048. (B) 111007. (C) 19682. (D) 177146.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 54 = 2 \cdot q^3 \Rightarrow q = 3$ .

$$\text{Tổng 10 số hạng đầu: } S_{10} = u_1 \cdot \frac{q^{10}-1}{q-1} = 2 \cdot \frac{3^{10}-1}{3-1} = 3^{10} - 1 = 59049 - 1 = 59048.$$

❖ **Câu 10.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $y = 2 \sin x - 3 \cos x$  là

- (A)  $2 \cos x - 3 \sin x + C$ . (B)  $-2 \cos x - 3 \sin x + C$ .  
(C)  $2 \cos x + 3 \sin x + C$ . (D)  $-2 \cos x + 3 \sin x + C$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $\int (2 \sin x - 3 \cos x) dx = -2 \cos x - 3 \sin x + C$ .

❖ **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P) : \frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ ?

- (A)  $\vec{n}_1 = (3; 6; -2)$ . (B)  $\vec{n}_2 = (-3; -6; -2)$ .  
(C)  $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$ . (D)  $\vec{n}_4 = (-2; -1; 3)$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (-\frac{1}{2}; -1; \frac{1}{3})$ .

Vectơ cùng phương với  $\vec{n}$  là  $-6 \cdot \vec{n} = (3; 6; -2)$ .

❖ **Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) > -2$  là

- (A)  $(\frac{13}{4}; +\infty)$ . (B)  $(3; 7)$ . (C)  $(3; \frac{13}{4})$ . (D)  $(7; +\infty)$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Điều kiện:  $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$ .

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) > -2 \Leftrightarrow x-3 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4 \Leftrightarrow x < 7.$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm là  $(3; 7)$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Một người đang điều khiển ô tô chạy trên đường cao tốc. Khi cách trạm thu phí 1000 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Sau đó 20 giây, người điều khiển ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc và  $v(t) > 0$

với mọi  $t \in [0; 30]$ . Sau 30 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc, ô tô đến trạm thu phí.

- a) Quãng đường từ vị trí ô tô bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là 500 m.
- b) Giá trị của  $b$  là 90.
- c) Giá trị của  $a$  là  $-\frac{5}{9}$ .
- d) Tốc độ tối đa cho phép của phương tiện khi qua trạm thu phí là 30 km/h. Người điều khiển ô tô đó đã tuân thủ đúng tốc độ quy định khi đi qua trạm thu phí.

**Hướng dẫn giải.** Đổi tốc độ ban đầu:  $v_0 = 90 \text{ km/h} = \frac{90 \cdot 1000}{3600} = 25 \text{ m/s}$ .

**a) Đúng.** Quãng đường ô tô đi được trong 20 giây đầu (trước khi giảm tốc) là  $s_1 = 25 \cdot 20 = 500 \text{ m}$ .

Quãng đường từ vị trí bắt đầu giảm tốc đến trạm thu phí là  $s_2 = 1000 - 500 = 500 \text{ m}$ .

**b) Sai.** Tại thời điểm bắt đầu giảm tốc ( $t = 0$ ), tốc độ của ô tô là 25 m/s.

Thay vào công thức  $v(t) = at + b$ , ta có  $v(0) = a \cdot 0 + b = 25 \Rightarrow b = 25$ .

**c) Đúng.** Quãng đường đi được từ lúc giảm tốc đến trạm thu phí ( $t = 0$  đến  $t = 30$ ) là:

$$s_2 = \int_0^{30} v(t) dt = \int_0^{30} (at + 25) dt = 500.$$

$$\Leftrightarrow \left[ \frac{at^2}{2} + 25t \right]_0^{30} = 500 \Leftrightarrow \frac{a \cdot 30^2}{2} + 25 \cdot 30 = 500 \Leftrightarrow 450a + 750 = 500 \Leftrightarrow a = -\frac{5}{9}.$$

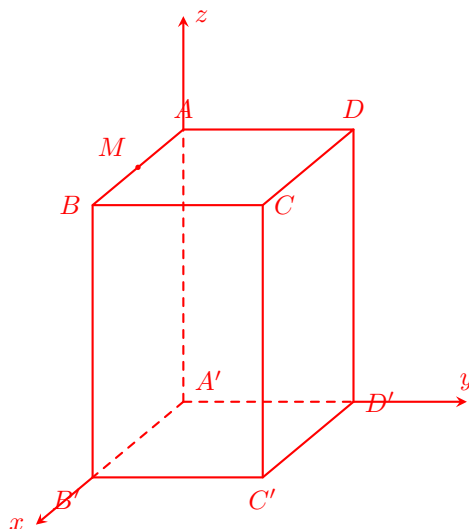
**d) Đúng.** Tốc độ của ô tô khi đến trạm thu phí ( $t = 30$ ) là:

$$v(30) = -\frac{5}{9} \cdot 30 + 25 = -\frac{50}{3} + 25 = \frac{25}{3} \text{ (m/s)}.$$

Đổi tốc độ này sang km/h:  $\frac{25}{3} \cdot 3,6 = 30 \text{ km/h}$ .

Vì tốc độ của xe đúng bằng 30 km/h nên người điều khiển ô tô đã tuân thủ đúng quy định.

**Bài 2.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 4$ ,  $AD = 3$  và  $AA' = 12$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  trùng với điểm  $A'$ ; các tia  $A'B'$ ,  $A'D'$ ,  $A'A$  lần lượt trùng với các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  (tham khảo hình vẽ). Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .



- a) Tọa độ của điểm  $D$  là  $(0; 3; 12)$ .  
 b) Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{MD}$  là  $(2; -3; 0)$ .  
 c) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(MDC')$  có tọa độ là  $(3; 2; 1)$ .  
 d) Khoảng cách từ điểm  $A'$  đến mặt phẳng  $(MDC')$  lớn hơn 5.

### Hướng dẫn giải.

Từ giả thiết bài toán, ta xác định tọa độ các đỉnh như sau:

Gốc tọa độ  $O \equiv A'(0; 0; 0)$ .

Tia  $Ox \equiv A'B' \Rightarrow B'(4; 0; 0)$ .

Tia  $Oy \equiv A'D' \Rightarrow D'(0; 3; 0)$ .

Tia  $Oz \equiv A'A \Rightarrow A(0; 0; 12)$ .

Từ đó suy ra:  $B(4; 0; 12)$ ,  $D(0; 3; 12)$ ,  $C'(4; 3; 0)$ .

Điểm  $M$  là trung điểm của  $AB$  nên  $M\left(\frac{0+4}{2}; \frac{0+0}{2}; \frac{12+12}{2}\right) = (2; 0; 12)$ .

a) **Đúng.** Tọa độ điểm  $D$  là  $(0; 3; 12)$ .

b) **Sai.** Ta có  $\overrightarrow{MD} = (0 - 2; 3 - 0; 12 - 12) = (-2; 3; 0)$ . Vectơ  $(2; -3; 0)$  chính là vectơ  $\overrightarrow{DM}$ .

c) **Đúng.** Xét mặt phẳng  $(MDC')$  đi qua các điểm  $M(2; 0; 12)$ ,  $D(0; 3; 12)$ ,  $C'(4; 3; 0)$ . Ta có:  $\overrightarrow{MD} = (-2; 3; 0)$  và  $\overrightarrow{DC'} = (4 - 0; 3 - 3; 0 - 12) = (4; 0; -12)$ .

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(MDC')$  là:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{DC'}] = \left( \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -12 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -12 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} \right) = (-36; -24; -12) = -12(3; 2; 1).$$

Vậy  $(3; 2; 1)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(MDC')$ .

d) **Sai.** Phương trình mặt phẳng  $(MDC')$  là:

$$3(x - 0) + 2(y - 3) + 1(z - 12) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 18 = 0.$$

Khoảng cách từ điểm  $A'(0; 0; 0)$  đến mặt phẳng  $(MDC')$  là:

$$d(A', (MDC')) = \frac{|3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 18|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{18}{\sqrt{14}} \approx 4,81 < 5.$$

 **Bài 3.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kỳ 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

| Nhóm   | [5; 6) | [6; 7) | [7; 8) | [8; 9) | [9; 10] |
|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Tần số | 2      | 3      | 8      | 15     | 12      |

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng biến thiên mẫu số liệu là 5.  
 b) Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.  
 c) Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có hai học sinh nữ nào đứng cạnh

nhau lớn hơn  $\frac{1}{3}$ .

- d) Biết rằng cả 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn  $\frac{1}{3}$ .

 **Hướng dẫn giải.** a) **Đúng.**

Đối với mẫu số liệu ghép nhóm, khoảng biến thiên  $R$  là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên.

Ta có:  $R = 10 - 5 = 5$ .

b) **Đúng.**

Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là:  $x_1 = 5,5$ ;  $x_2 = 6,5$ ;  $x_3 = 7,5$ ;  $x_4 = 8,5$ ;  $x_5 = 9,5$ .

Điểm trung bình của cả lớp là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 5,5 + 3 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 15 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = \frac{332}{40} = 8,3.$$

Số học sinh có điểm thấp hơn trung bình (nhỏ hơn 8,3) chắc chắn bao gồm toàn bộ học sinh của 3 nhóm đầu:  $2 + 3 + 8 = 13$  (em).

Ngoài ra còn có thể có thêm các học sinh trong nhóm  $[8; 9)$  có điểm từ 8 đến dưới 8,3. Vậy có ít nhất 13 học sinh.

c) **Đúng.**

Số cách xếp 8 học sinh là  $n(\Omega) = 8!$ .

Để không có hai học sinh nữ cạnh nhau, ta xếp 5 nam trước ( $5!$  cách), sau đó xếp 3 nữ vào 6 khoảng trống giữa các nam (có  $A_6^3$  cách).

$$\text{Xác suất là: } P = \frac{5! \cdot A_6^3}{8!} = \frac{5}{14}.$$

Vì  $\frac{5}{14} \approx 0,357 > 0,333 \approx \frac{1}{3}$  nên khẳng định đúng.

d) **Sai.**

Số học sinh có điểm thi  $\geq 8$  là  $15 + 12 = 27$  (em).

Trong 27 em này có 8 em thuộc CLB Toán và 19 em không thuộc CLB Toán.

Số cách chọn 6 em từ 27 em là  $C_{27}^6 = 296\,010$ .

Số cách chọn 6 em có đúng 2 em thuộc CLB Toán là  $C_8^2 \cdot C_{19}^4 = 28 \cdot 3\,876 = 108\,528$ .

$$\text{Xác suất là: } P = \frac{108\,528}{296\,010} \approx 0,3666.$$

Vì  $0,3666 > \frac{1}{3} \approx 0,3333$  nên khẳng định xác suất nhỏ hơn  $\frac{1}{3}$  là sai.

 **Bài 4.** Cho hai hàm số  $f(x) = 2\sin x - 1$ ,  $g(x) = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Phương trình  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

b) Phương trình  $g(x) = 0$  có hai nghiệm thuộc  $[0; \pi]$ .

$$\text{c) Phương trình } f(x).g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

d) Phương trình  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

 *Hướng dẫn giải.* Ta có  $g(x) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4}\right) = \cos x + \sin x$ .

a) Sai.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì thiếu họ nghiệm  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$  nên mệnh đề không tương đương.

b) Sai.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Xét } x \in [0; \pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{3\pi}{4} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq k \leq \frac{1}{4} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0.$$

Vậy trên đoạn  $[0; \pi]$ , phương trình chỉ có 1 nghiệm duy nhất là  $x = \frac{3\pi}{4}$ .

c) Đúng.

$$\text{Phương trình } f(x)g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

d) Sai.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2 \sin x - 1 = \cos x + \sin x \Leftrightarrow \sin x - \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Thiếu họ nghiệm  $x = \pi + k2\pi$  nên mệnh đề không tương đương.

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $3$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(-1; 3)$ . (B)  $(-\infty; -1)$ . (C)  $(-1; 0)$ . (D)  $(0; +\infty)$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Dựa vào bảng xét dấu, hàm số nghịch biến trên các khoảng mà  $f'(x) < 0$ . Các khoảng đó là  $(-1; 0)$  và  $(3; +\infty)$ . Đối chiếu các phương án, ta chọn  $(-1; 0)$ .

❖ **Câu 2.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x-1}$  là

- (A)  $\frac{e^{2x}}{4x} + C$ . (B)  $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$ . (C)  $\frac{e^{2x}}{2x} + C$ . (D)  $2e^{2x-1} + C$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản:  $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C$ . Ta có  $\int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2}e^{2x-1} + C$ .

❖ **Câu 3.** Gọi  $S$  là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 3^x, y = 0, x = 0, x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $S = \int_0^2 3^x dx$ . (B)  $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$ .  
(C)  $S = \pi \int_0^2 3^x dx$ . (D)  $S = \int_0^2 3^{2x} dx$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  là  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ . Vì  $3^x > 0$  với mọi  $x \in [0; 2]$  nên  $S = \int_0^2 3^x dx$ .

❖ **Câu 4.** Chỉ số ô nhiễm không khí (AQI) tại thủ đô Hà Nội trong tháng 6/2024 được thống kê trong bảng số liệu sau:

|              |            |            |            |            |            |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Chỉ số (AQI) | [130; 145) | [145; 160) | [160; 175) | [175; 190) | [190; 205) |
| Số ngày      | 8          | 7          | 6          | 7          | 2          |

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- (A) 175. (B) 176,5. (C) 180,2. (D) 178,2.

➤ **Hướng dẫn giải.** Tổng số ngày là  $n = 8 + 7 + 6 + 7 + 2 = 30$ . Vị trí của tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = 22,5$ . Nhóm chứa  $Q_3$  là nhóm [175; 190) (vì tần số tích lũy đến nhóm trước đó là

$21 < 22,5$ ). Ta có  $Q_3 = 175 + \left(\frac{22,5 - 21}{7}\right) \cdot 15 = 175 + \frac{1,5}{7} \cdot 15 \approx 178,21$ .

❖ **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $M(1; 3; -2)$  và nhận vectơ  $\vec{u} = (1; -1; 5)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là:

(A)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$  .      (B)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$  .

(C)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$  .      (D)  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$  .

➤ **Hướng dẫn giải.** Đường thẳng đi qua  $M(1; 3; -2)$  và có VTCP  $\vec{u} = (1; -1; 5)$  có phương trình

tham số:  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$  .

❖ **Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

|         |           |      |           |
|---------|-----------|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         |      | +         |
| $f(x)$  | 1         | 3    | $-\infty$ |

- (A) 3.      (B) 1.      (C) 0.      (D) 2.

➤ **Hướng dẫn giải.** - Tiệm cận ngang:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$  là TCN;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$  là TCN. - Tiệm cận đứng:  $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow x = -1$  là TCD. Tổng cộng có 3 đường tiệm cận.

❖ **Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$  là:

- (A)  $(0; \frac{4}{9})$ .      (B)  $(-\infty; \sqrt[3]{4})$ .      (C)  $(\sqrt[3]{4}; +\infty)$ .      (D)  $(-\infty; \frac{4}{9})$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Điều kiện:  $x > 0$ . Vì cơ số  $0 < \frac{2}{3} < 1$  nên  $\log_{\frac{2}{3}} x > 2 \Leftrightarrow x < \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow x < \frac{4}{9}$ . Kết hợp điều kiện, tập nghiệm là  $(0; \frac{4}{9})$ .

❖ **Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P) : x - 3y + z - 5 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là:

- (A)  $\vec{n} = (1; -3; -4)$ .      (B)  $\vec{n} = (1; -3; 1)$ .  
(C)  $\vec{n} = (1; 3; 1)$ .      (D)  $\vec{n} = (-1; -3; 1)$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $ax + by + cz + d = 0$  là  $\vec{n} = (a; b; c)$ . Ở đây  $\vec{n} = (1; -3; 1)$ .

❖ **Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ . Gọi  $I$  là

trung điểm  $SC$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

(A)  $BD \perp (SAC)$ .

(B)  $OI \perp (ABCD)$ .

(C)  $BC \perp SB$ .

(D)  $SD \perp DC$ .

**Hướng dẫn giải.** Vì  $ABCD$  là hình chữ nhật nên  $BD$  không vuông góc với  $AC$  (trừ khi là hình vuông). Do đó  $BD$  không vuông góc với mặt phẳng  $(SAC)$ . Các khẳng định còn lại đều đúng dựa trên tính chất vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.

❖ **Câu 10.** Số nghiệm của phương trình  $2^{x^2-7x+5} = 1$  là

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 0.

**Hướng dẫn giải.**  $2^{x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow x^2-7x+5 = 0$ . Phương trình bậc hai này có  $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 5 = 29 > 0$  nên có 2 nghiệm phân biệt.

❖ **Câu 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_n = 3n + 2$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$ .

(A)  $u_1 = 2; d = 2$ .

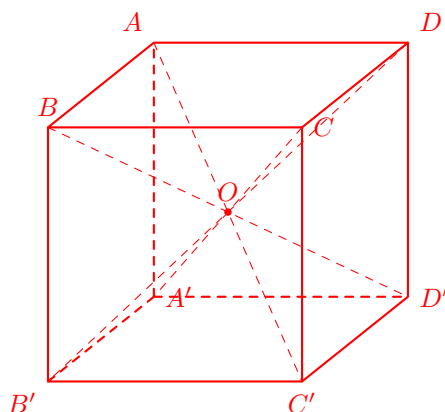
(B)  $u_1 = 5; d = 3$ .

(C)  $u_1 = 3; d = 5$ .

(D)  $u_1 = 5; d = 2$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $u_1 = 3(1) + 2 = 5$  và  $u_2 = 3(2) + 2 = 8$ . Công sai  $d = u_2 - u_1 = 8 - 5 = 3$ .

❖ **Câu 12.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?



(A)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA'} = \vec{0}$ .

(B)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC'} = \vec{0}$ .

(C)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$ .

(D)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .

**Hướng dẫn giải.** Tâm  $O$  của hình hộp là trung điểm của đường chéo  $AC'$ .

Do đó  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC'} = \vec{0}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Bài 1.** Xét một hệ trục tọa độ  $Oxyz$  được cho sẵn, đơn vị trên mỗi trục là  $dm$ , mặt ngoài của một quả bóng được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu  $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$ , quả bóng nằm yên trên sàn nhà. Người ta nhìn thấy một tấm ván ngã xuống đè lên quả bóng, phần giao của tấm ván và sàn nhà là đường thẳng  $d$  có phương trình  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là hai tiếp điểm của tấm ván, sàn nhà với quả bóng và  $I$  là tâm quả bóng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Quả bóng có tâm  $I(2; -1; -1)$  và bán kính  $R = \sqrt{6}$ .

- b) Khoảng cách từ tâm quả bóng đến đường thẳng  $d$  bằng  $2\sqrt{6}$ .  
 c) Nếu  $\cos \widehat{AIB}$  bằng  $\frac{a}{b}$  (phân số tối giản) thì giá trị  $a^2 + b^2 = 82$ .  
 d) Một con kiến bò từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  trên quả bóng với tốc độ 2 cm/s; thời gian ngắn nhất cho chuyến đi này là 21 giây (làm tròn đến hàng đơn vị).

 *Hướng dẫn giải.*

a) **Mệnh đề đúng.**

Mặt ngoài quả bóng là mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I(2; -1; -1)$  và bán kính  $R = \sqrt{6}$ .

b) **Mệnh đề sai.**

Đường thẳng  $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$  qua  $M(-2; -1; 0)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_d = (2; -3; 1)$ .

Ta có:  $\vec{MI} = (4; 0; -1)$ ;  $[\vec{u}_d, \vec{MI}] = (3; 6; 12)$ .

$$\text{Do đó } d(I, d) = \frac{|\vec{u}_d, \vec{MI}|}{|\vec{u}_d|} = \frac{\sqrt{3^2 + 6^2 + 12^2}}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

c) **Mệnh đề đúng.**

Gọi  $K$  là hình chiếu của  $I$  trên  $d$

$$\text{thì } IK = \frac{3\sqrt{6}}{2} \text{ và } KA \perp IA; \text{ suy ra } \cos \widehat{AIK} = \frac{IA}{IK} = \frac{\sqrt{6}}{\frac{3\sqrt{6}}{2}} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Do vậy } \cos \widehat{AIB} = 2 \cos^2 \widehat{AIK} - 1 = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{9} = \frac{a}{b} \Rightarrow a^2 + b^2 = 82.$$

d) **Mệnh đề đúng.**

Độ dài cung tròn bé nhất mà con kiến có thể đi:  $l_{\text{arc } AB} = R \times \widehat{AIB} = \sqrt{6} \times \arccos\left(-\frac{1}{9}\right) \approx 4,12 \text{ dm}.$

$$\text{Thời gian tối thiểu để kiến đến nơi là } \frac{l_{\text{arc } AB} \times 10}{2} \approx 21 \text{ giây}.$$

 **Bài 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  với  $a, b, c$  đều dương.

- a) Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $M(2; -2; 3)$  sao cho độ dài  $OA, OB, OC$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 2. Khoảng cách từ điểm  $D(1; 1; 1)$  tới mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $\frac{m}{n}$  với  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Khi đó  $T = m + n = 8$ .  
 b) Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .  
 c) Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $H(1; 1; 1)$  sao cho  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$  là  $x + y + z - 3 = 0$ .  
 d) Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $G(1; 2; 3)$  sao cho  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  là  $6x + 3y + 2z + 18 = 0$ .

 *Hướng dẫn giải.* b) **Đúng.** Vì  $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$  nên phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  theo đoạn chắn là:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

a) **Đúng.** Vì  $a, b, c > 0$  nên  $OA = a, OB = b, OC = c$ .

Do  $a, b, c$  lập thành cấp số cộng công sai  $d = 2$  nên  $b = a + 2$  và  $c = a + 4$ .

Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua  $M(2; -2; 3)$  nên:

$$\begin{aligned}\frac{2}{a} - \frac{2}{a+2} + \frac{3}{a+4} &= 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a(a+2)} + \frac{3}{a+4} = 1 \\ \Leftrightarrow 4(a+4) + 3(a^2+2a) &= a(a+2)(a+4) \Leftrightarrow 3a^2+10a+16 = a^3+6a^2+8a \\ \Leftrightarrow a^3+3a^2-2a-16 &= 0 \Leftrightarrow (a-2)(a^2+5a+8) = 0\end{aligned}$$

Vì  $a > 0$  nên  $a = 2 \Rightarrow b = 4, c = 6$ .

Phương trình  $(ABC) : \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ .

Khoảng cách từ  $D(1; 1; 1)$  đến  $(ABC)$  là:

$$d(D, (ABC)) = \frac{|6 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 12|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{1}{7}$$

Suy ra  $m = 1, n = 7 \Rightarrow T = m + n = 8$ .

**c) Đúng.** Với  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ , trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  có tính chất  $OH \perp (ABC)$ .

Do đó mặt phẳng  $(ABC)$  nhận  $\overrightarrow{OH} = (1; 1; 1)$  làm vectơ pháp tuyến và đi qua  $H(1; 1; 1)$ :

$1(x-1) + 1(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 3 = 0$ . Khi đó  $a = b = c = 3 > 0$  (thỏa mãn).

**d) Sai.** Nếu  $G(1; 2; 3)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  thì:  $a = 3x_G = 3, b = 3y_G = 6, c = 3z_G = 9$ .

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là:  $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$ .

Phương trình ở đề bài sai dấu của hệ số tự do (+18 thay vì -18).

**Bài 3.** Cho một bể chứa nước và ban đầu chưa có nước. Người ta bắt đầu bơm nước vào bể với lưu lượng là  $L_1(t) = 6t + 3$  (lít/phút). Cùng lúc đó, do bể có một vết nứt dưới đáy nên nước bị chảy ra ngoài với lưu lượng là  $L_2(t) = 2t$  (lít/phút). Dung tích tối đa của bể là 2015 lít. Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào là sai?

- Nếu bơm được 30 phút thì dừng thì lượng nước trong bể chưa đầy bể.
- Thể tích nước được bơm vào bể trong 5 phút đầu tiên là 90 (lít).
- Thể tích nước chảy ra từ bể trong 5 phút đầu tiên là 10 (lít).
- Khi nước chảy vào vừa làm đầy bể, thì đã có nhiều hơn 900 lít nước bị chảy ra ngoài (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Hướng dẫn giải.** Gọi  $V(t)$  là lượng nước có trong bể tại thời điểm  $t$  (phút).

Tốc độ biến thiên lượng nước trong bể là:

$$V'(t) = L_1(t) - L_2(t) = (6t + 3) - 2t = 4t + 3 \text{ (lít/phút)}.$$

Vì ban đầu bể không có nước nên  $V(0) = 0$ . Thể tích nước trong bể tại thời điểm  $t$  là:

$$V(t) = \int_0^t (4x + 3)dx = (2x^2 + 3x) \Big|_0^t = 2t^2 + 3t \text{ (lít)}.$$

Xét từng mệnh đề:

◇ **M a): Đúng.**

Với  $t = 30$ , lượng nước trong bể là  $V(30) = 2 \cdot 30^2 + 3 \cdot 30 = 1890$  (lít).

Vì  $1890 < 2015$  nên nước chưa đầy bể.

◇ **b): Đúng.**

Lượng nước bơm vào trong 5 phút đầu là:

$$V_{\text{vào}} = \int_0^5 (6t + 3)dt = (3t^2 + 3t) \Big|_0^5 = 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 = 90 \text{ (lít)}.$$

◇ **c): Sai.**

Lượng nước chảy ra trong 5 phút đầu là:

$$V_{\text{ra}} = \int_0^5 2t dt = t^2 \Big|_0^5 = 25 \text{ (lít)}. \text{ (Đề bài ghi 10 lít là sai).}$$

◇ **d): Đúng.**

Bể đầy khi  $V(t) = 2015 \Leftrightarrow 2t^2 + 3t - 2015 = 0$ .

Giải phương trình với  $t > 0$ , ta được  $t = 31$  (phút).

Lượng nước đã chảy ra ngoài khi đó là:  $V_{\text{ra}}(31) = 31^2 = 961$  (lít).

Vì  $961 > 900$  nên mệnh đề này đúng.

🔗 **Bài 4.** Một thùng chứa 100 quả táo trong đó có 80% số quả táo được dán nhãn, số còn lại không được dán nhãn. Bạn Hoàng lấy ra một quả trong thùng, sau đó bạn Hà lấy ra một quả thứ hai.

◇ Gọi  $A$  là biến cố: "Quả táo bạn Hoàng lấy ra có dán nhãn".

◇ Gọi  $B$  là biến cố: "Quả táo bạn Hà lấy ra có dán nhãn".

a)  $P(A) = \frac{4}{5}$ .

b) Xác suất có điều kiện  $P(B|A) = \frac{79}{100}$ .

c) Xác suất bạn Hà lấy ra quả táo có dán nhãn bằng 0,8.

d) Biết rằng bạn Hà lấy ra quả táo có dán nhãn. Xác suất để Hoàng cũng lấy ra quả táo có dán nhãn là 20,2% (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị phần trăm).

🔗 **Hướng dẫn giải.** Số quả táo được dán nhãn là  $80\% \cdot 100 = 80$  quả; số táo không được dán nhãn là 20 quả.

$$\text{Khi đó } P(A) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}; P(\bar{A}) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}; P(B|A) = \frac{79}{99}; P(B|\bar{A}) = \frac{80}{99}.$$

a) **Đúng** Ta có  $n(A) = 80$ , suy ra  $P(A) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ .

b) **Sai** Ta có  $P(B|A) = \frac{79}{99}$ .

c) **Đúng** Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{79}{99} + \frac{1}{5} \cdot \frac{80}{99} = 0,8.$$

d) **Sai** Xác suất để Hoàng cũng lấy ra quả táo có dán nhãn biết bạn Hà lấy ra quả táo có dán nhãn là  $P(A|B)$ .

Áp dụng công thức Bayes ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{79}{99}}{0,8} \approx 79,80\%.$$

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

|         |           |      |      |           |           |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$  | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$       | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $-2$ | $4$       | $-\infty$ |

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?

- (A)  $(-\infty; -1)$ . (B)  $(-2; 4)$ . (C)  $(2; +\infty)$ . (D)  $(-1; 2)$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng  $(-1; 2)$ , đạo hàm  $f'(x) > 0$ . Do đó, hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 2)$ .

❖ **Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -1; 4)$  và mặt phẳng  $(P) : 3x - 2y + z + 1 = 0$ . Phương trình của mặt phẳng đi qua  $M$  và song song với mặt phẳng  $(P)$  là

- (A)  $2x - 2y + 4z - 21 = 0$ . (B)  $x - 2z + 1 = 0$ .  
(C)  $10x + 9y + 5z - 74 = 0$ . (D)  $3x - 2y + z - 12 = 0$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Mặt phẳng song song với  $(P)$  có dạng  $(Q) : 3x - 2y + z + D = 0$  với  $D \neq 1$ . Vì  $(Q)$  đi qua  $M(2; -1; 4)$  nên ta có:  $3(2) - 2(-1) + 4 + D = 0 \Leftrightarrow 6 + 2 + 4 + D = 0 \Leftrightarrow D = -12$ . Vậy phương trình mặt phẳng là  $3x - 2y + z - 12 = 0$ .

❖ **Câu 3.** Điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, ta có bảng số liệu sau:

|           |        |        |        |        |         |
|-----------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Mức lương | [5; 6) | [6; 7) | [7; 8) | [8; 9) | [9; 10) |
| Tần số    | 4      | 5      | 5      | 4      | 2       |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm):

- (A)  $s^2 = 0,63$ . (B)  $s^2 = 2,52$ . (C)  $s^2 = 1,26$ . (D)  $s^2 = 1,59$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Giá trị đại diện các nhóm lần lượt là:  $x_1 = 5,5; x_2 = 6,5; x_3 = 7,5; x_4 = 8,5; x_5 = 9,5$ .

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{4 \cdot 5,5 + 5 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 4 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{20} = 7,25.$$

$$\text{Phương sai: } s^2 = \frac{1}{20} [4 \cdot (5,5)^2 + 5 \cdot (6,5)^2 + 5 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot (8,5)^2 + 2 \cdot (9,5)^2] - (7,25)^2 = 1,5875 \approx 1,59.$$

❖ **Câu 4.** Hàm số nào sau đây không là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ .

(A)  $F(x) = x^3 + x^2 - 1$ .

(B)  $F(x) = x^3 + x^2 - x$ .

(C)  $F(x) = x^3 + x^2 - x + 2025$ .

(D)  $F(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ .

**Hướng dẫn giải.** Họ nguyên hàm của  $f(x)$  là  $\int(3x^2 + 2x - 1)dx = x^3 + x^2 - x + C$ .

Các phương án B, C, D đều có dạng trên. Phương án A có  $F'(x) = 3x^2 + 2x \neq f(x)$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $M(1; 1; 1)$ ,  $N(2; 3; 4)$ ,  $P(7; 7; 5)$ . Tìm tọa độ điểm  $Q$  để tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.

(A)  $Q(6; 5; 2)$ .

(B)  $Q(-6; -5; -2)$ .

(C)  $Q(-2; -3; -4)$ .

(D)  $Q(-4; -3; 0)$ .

**Hướng dẫn giải.** Để  $MNPQ$  là hình bình hành thì  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ .

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (1; 2; 3)$ . Gọi  $Q(x; y; z)$ , ta có  $\overrightarrow{QP} = (7 - x; 7 - y; 5 - z)$ .

$$\text{Từ } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Rightarrow \begin{cases} 7 - x = 1 \\ 7 - y = 2 \\ 5 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow Q(6; 5; 2).$$

**Câu 6.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{4}$  và công sai  $d = -\frac{1}{4}$ . Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

(A)  $S_5 = \frac{5}{4}$ .

(B)  $S_5 = \frac{4}{5}$ .

(C)  $S_5 = -\frac{5}{4}$ .

(D)  $S_5 = -\frac{4}{5}$ .

**Hướng dẫn giải.** Tổng 5 số hạng đầu:  $S_5 = \frac{5}{2}[2u_1 + (5 - 1)d] = \frac{5}{2}\left[2 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right] = \frac{5}{2}\left[\frac{1}{2} - 1\right] = -\frac{5}{4}$ .

**Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $3^x = 10$  là

(A)  $x = \frac{10}{3}$ .

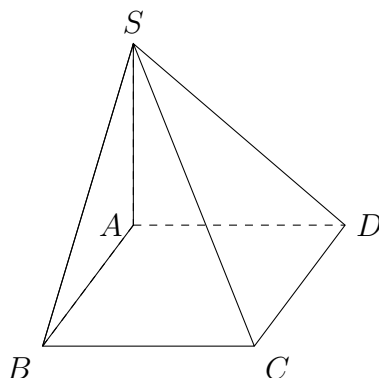
(B)  $x = \log_3 10$ .

(C)  $x = \log_{10} 3$ .

(D)  $x = \sqrt[3]{10}$ .

**Hướng dẫn giải.** Theo định nghĩa lôgarit:  $3^x = 10 \Leftrightarrow x = \log_3 10$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA \perp (ABCD)$ . Mặt phẳng  $(SBC)$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?



(A)  $(SCD)$ .

(B)  $(ABCD)$ .

(C)  $(SAB)$ .

(D)  $(SBD)$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $BC \perp AB$  (cạnh hình vuông) và  $BC \perp SA$  (do  $SA \perp (ABCD)$ ).

Suy ra  $BC \perp (SAB)$ . Mà  $BC \subset (SBC)$  nên  $(SBC) \perp (SAB)$ .

❖ **Câu 9.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2}$  là đường thẳng

- (A)  $y = -x + 1$ . (B)  $y = x - 1$ . (C)  $y = x - 5$ . (D)  $y = -x - 5$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2} = x - 5 + \frac{14}{x + 2}$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (x - 5)] = 0$  nên đường tiệm cận xiên là  $y = x - 5$ .

❖ **Câu 10.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -3$  có phương trình là

- (A)  $y = -3x - 7$ . (B)  $y = -3x + 7$ .  
(C)  $y = -3x + 1$ . (D)  $y = -3x - 1$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$ . Theo đề bài  $y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1$ .

Với  $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -4$ .

Phương trình tiếp tuyến:  $y = -3(x - 1) - 4 \Leftrightarrow y = -3x - 1$ .

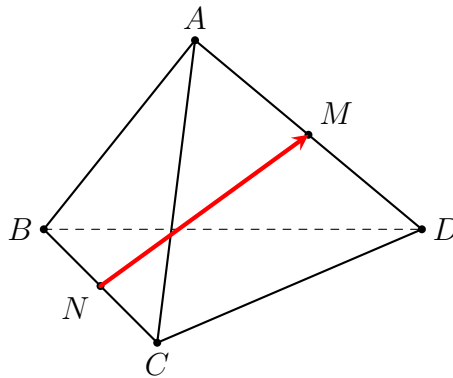
❖ **Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  độc lập, biết  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,7$ . Khi đó  $P(\overline{B}|A)$  bằng

- (A)  $\frac{7}{10}$ . (B)  $\frac{4}{7}$ . (C)  $\frac{7}{25}$ . (D)  $\frac{3}{10}$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Vì  $A, B$  độc lập nên  $A$  và  $\overline{B}$  cũng độc lập.

Do đó  $P(\overline{B}|A) = P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3 = \frac{3}{10}$ .

❖ **Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Tổng  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$  bằng



- (A)  $\vec{0}$ . (B)  $2\overrightarrow{AD}$ . (C)  $2\overrightarrow{NM}$ . (D)  $2\overrightarrow{MN}$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$  và  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN}$ .

Cộng hai vế ta được:  $2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN})$ .

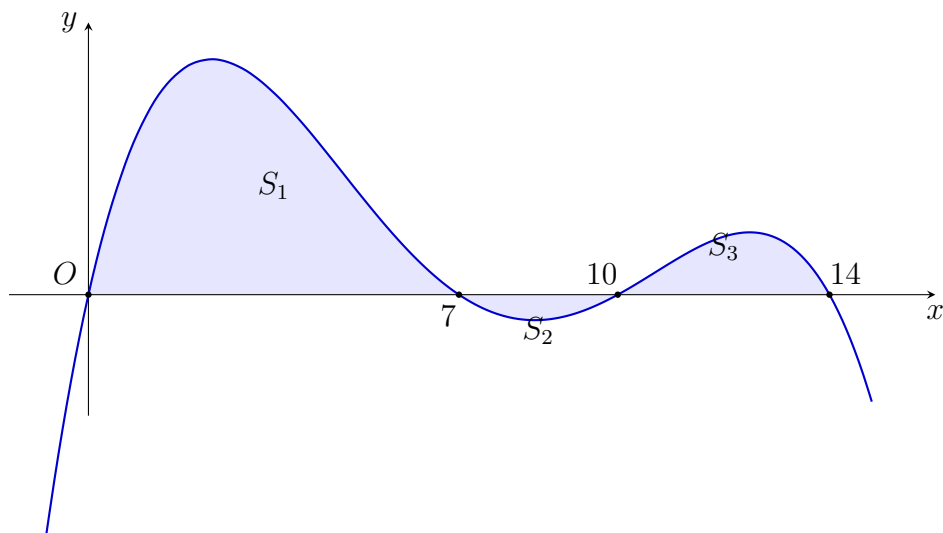
Vì  $M, N$  là trung điểm nên  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$  và  $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$ .

Vậy  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

❖ **Bài 1.** Cho hàm số  $y = g(x)$  có đồ thị như hình vẽ và đặt  $f(x) = \int_0^x g(t)dt$ . Gọi  $S_1, S_2$  và  $S_3$

lần lượt là diện tích của các phần hình phẳng được tô màu.



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = 7$ .
- Giá trị của hàm số tại  $x = 10$  là  $f(10) = S_1 - S_2$ .
- Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(7; 10)$ .
- Phương trình  $f(x) = 0$  có đúng hai nghiệm phân biệt trên  $[0; 14]$ .

🔗 *Hướng dẫn giải.* Dựa vào định nghĩa hàm số  $f(x) = \int_0^x g(t)dt$ , ta có  $f'(x) = g(x)$ .

◇ **Khẳng định a) Sai.**

Tại  $x = 7$ , ta thấy  $g(x)$  (tức  $f'(x)$ ) đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm này. Do đó, hàm số  $f(x)$  đạt **cực đại** tại  $x = 7$ , không phải cực tiểu.

◇ **Khẳng định b) Đúng.**

Theo định nghĩa tích phân và diện tích hình phẳng:

$$f(10) = \int_0^{10} g(t)dt = \int_0^7 g(t)dt + \int_7^{10} g(t)dt$$

Vì trên  $[0; 7]$ ,  $g(t) \geq 0$  nên  $\int_0^7 g(t)dt = S_1$ .

Vì trên  $[7; 10]$ ,  $g(t) \leq 0$  nên  $\int_7^{10} g(t)dt = -S_2$ .

Vậy  $f(10) = S_1 - S_2$ .

◇ **Khẳng định c) Đúng.**

Trên khoảng  $(7; 10)$ , đồ thị hàm số  $y = g(x)$  nằm phía dưới trục hoành nên  $g(x) < 0$ .

Mà  $f'(x) = g(x)$ , suy ra  $f'(x) < 0$  trên  $(7; 10)$ . Vậy hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng này.

◇ **Khẳng định d) Sai.**

Ta xét các giá trị của  $f(x)$  trên  $[0; 14]$ :

$$\star f(0) = \int_0^0 g(t)dt = 0, \text{ vậy } x = 0 \text{ là một nghiệm.}$$

☆ Khi  $x$  tăng từ 0 đến 7,  $f(x)$  tăng từ 0 đến  $S_1 > 0$ .

☆ Khi  $x$  tăng từ 7 đến 10,  $f(x)$  giảm từ  $S_1$  xuống  $f(10) = S_1 - S_2$ . Dựa vào hình vẽ, diện tích  $S_1$  lớn hơn  $S_2$ , do đó  $f(10) > 0$ . Như vậy trên  $(0, 10]$ ,  $f(x)$  luôn dương.

☆ Khi  $x$  tăng từ 10 đến 14,  $f(x)$  tăng từ  $f(10)$  lên đến  $f(14) = S_1 - S_2 + S_3$ . Vì  $f(10) > 0$  và  $S_3 > 0$  nên  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in (10, 14]$ .

Vậy phương trình  $f(x) = 0$  chỉ có duy nhất một nghiệm  $x = 0$  trên đoạn  $[0; 14]$ .

**Bài 2.** Giả sử bệnh hiểm nghèo  $X$  có tỉ lệ nhiễm bệnh là 0,5%, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi  $A$  là biến cố “Người được chọn không nhiễm bệnh” và  $B$  là biến cố “người được chọn có phản ứng dương tính”.

- Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ  $P(A) = 0,995$ .
- Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là  $P(B|A) = 0,04$ .
- Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là  $P(B|\bar{A}) = 0,005$ .
- Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là  $P(\bar{A}|B) = \frac{25}{224}$ .

**Hướng dẫn giải.**

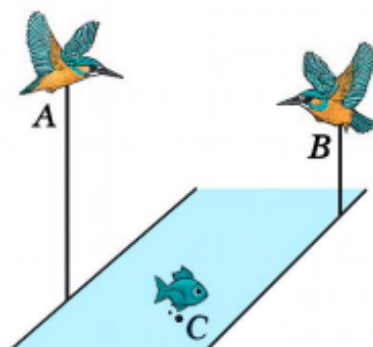
- (Đúng)** Người được chọn không mắc bệnh có tỉ lệ  $P(A) = 1 - 0,5\% = 0,995$ .
- (Đúng)** Do trong số những người không mắc bệnh có 4% phản ứng dương tính nên

$$P(B|A) = 0,04.$$

- (Sai)** Những người mắc bệnh đều có phản ứng dương tính nên  $P(B|\bar{A}) = 1$ .
- (Đúng)** Khả năng mắc bệnh của một người có phản ứng dương tính là

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(\bar{A})P(B|\bar{A}) + P(A)P(B|A)} = \frac{0,005 \cdot 1}{0,005 \cdot 1 + 0,995 \cdot 0,04} = \frac{25}{224}.$$

**Bài 3.** Trong không gian  $Oxyz$  cho trước với mặt nước phẳng lặng trùng với mặt phẳng  $(Oxy)$ , đơn vị trên mỗi trục là mét; có hai con chim bói cá ở các vị trí  $A(90; 0; 25)$  và  $B(80; 30; 15)$  trên các cành cây đang cùng ngắm mục tiêu là một chú cá đang bơi trên mặt hồ. Khi cá nằm im ở vị trí  $C(20; 10; 0)$  thì hai con chim quyết định tấn công mục tiêu của mình. Chim bói cá ở vị trí  $A$  xuất phát trước con còn lại 1 giây và bay về phía con cá với vận tốc 12 (m/s); chim bói cá còn lại cũng tấn công mục tiêu với vận tốc 15 (m/s).



- a) Góc tấn công của chim  $B$  (góc tạo bởi đường bay và mặt nước) lớn hơn  $15^\circ$ .  
 b) Tại thời điểm chim  $B$  bắt đầu lao xuống, khoảng cách giữa hai chim là 29 m (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).  
 c) Tốc độ của chim  $A$  theo phương thẳng đứng ( $Oz$ ) bằng 4 (m/s).  
 d) Giả sử mặt trời chiếu xuống con chim  $B$  thì bóng con chim  $B$  trên mặt nước di chuyển với tốc độ lớn hơn 14,5 (m/s).

 **Hướng dẫn giải.** Ta có tọa độ các điểm:  $A(90; 0; 25)$ ,  $B(80; 30; 15)$ ,  $C(20; 10; 0)$ .

◇ **a) Sai.** Vectơ chỉ phương của đường bay chim  $B$  là  $\overrightarrow{BC} = (20 - 80; 10 - 30; 0 - 15) = (-60; -20; -15)$ .

Độ dài  $BC = \sqrt{(-60)^2 + (-20)^2 + (-15)^2} = 65$  (m).

Góc  $\alpha$  tạo bởi đường thẳng  $BC$  và mặt phẳng ( $Oxy$ ) thỏa mãn:

$$\sin \alpha = \frac{|z_C - z_B|}{BC} = \frac{|0 - 15|}{65} = \frac{15}{65} = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13,34^\circ < 15^\circ.$$

◇ **b) Đúng.**

Vectơ  $\overrightarrow{AC} = (-70; 10; -25)$ , độ dài  $AC = \sqrt{(-70)^2 + 10^2 + (-25)^2} = 75$  (m).

Khi chim  $B$  bắt đầu bay (tức là sau khi chim  $A$  đã bay được 1 giây), chim  $A$  đã đi được quãng đường  $s = 12 \cdot 1 = 12$  (m).

Vị trí chim  $A$  lúc này là  $A'$ , thỏa mãn  $\overrightarrow{AA'} = \frac{12}{75} \overrightarrow{AC} = 0,16 \cdot (-70; 10; -25) = (-11,2; 1,6; -4)$ .

Suy ra tọa độ  $A'(90 - 11,2; 0 + 1,6; 25 - 4) = (78,8; 1,6; 21)$ .

Khoảng cách giữa hai chim lúc này là:

$$A'B = \sqrt{(80 - 78,8)^2 + (30 - 1,6)^2 + (15 - 21)^2} = \sqrt{1,2^2 + 28,4^2 + (-6)^2} = \sqrt{844} \approx 29,05 \approx 29 \text{ (m)}.$$

◇ **c) Đúng.** Gọi  $\beta$  là góc tạo bởi đường bay chim  $A$  và mặt nước ( $Oxy$ ), ta có  $\sin \beta = \frac{|z_C - z_A|}{AC} = \frac{25}{75} = \frac{1}{3}$ .

Tốc độ của chim  $A$  theo phương thẳng đứng là thành phần vận tốc theo trục  $Oz$ :

$$v_{Az} = v_A \cdot \sin \beta = 12 \cdot \frac{1}{3} = 4 \text{ (m/s)}.$$

◇ **d) Đúng.**

Bóng của chim  $B$  trên mặt nước là hình chiếu của  $B$  lên mặt phẳng ( $Oxy$ ).

Quãng đường bóng di chuyển là hình chiếu của đoạn  $BC$  lên mặt phẳng ( $Oxy$ ):

$$d = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-60)^2 + (-20)^2} = 20\sqrt{10} \text{ (m)}.$$

Thời gian chim  $B$  bay từ  $B$  đến  $C$  là  $t = \frac{BC}{v_B} = \frac{65}{15} = \frac{13}{3}$  (s).

Tốc độ của bóng là:  $v_{bng} = \frac{d}{t} = \frac{20\sqrt{10}}{13/3} = \frac{60\sqrt{10}}{13} \approx 14,598 \text{ (m/s)} > 14,5 \text{ (m/s)}.$

 **Bài 4.** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{32 - x}$ .

a) Hàm số có tập xác định là  $(0; 32)$ .

b)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{32-x}}$ .

c) Phương trình  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là  $M$  và giá trị nhỏ nhất là  $m$  thì  $\frac{m}{M} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

 *Hướng dẫn giải.*

a) **a) Sai** Hàm số có tập xác định là  $\mathcal{D} = [0; 32]$ .

b) **b) Đúng** Ta có  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{32-x}}$ .

c) **c) Sai** Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{32-x} = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = 16$ .

d) **d) Đúng** Bảng biến thiên

| $x$     | 0           | 16         | 32         |             |
|---------|-------------|------------|------------|-------------|
| $f'(x)$ |             | +          | 0          | −           |
| $f(x)$  |             | 8          |            |             |
|         | $4\sqrt{2}$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | $4\sqrt{2}$ |

Từ bảng biến thiên, ta có  $\max_{x \in \mathcal{D}} f(x) = 8$ ,  $\min_{x \in \mathcal{D}} f(x) = 4\sqrt{2}$ . Vậy  $\frac{m}{M} = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

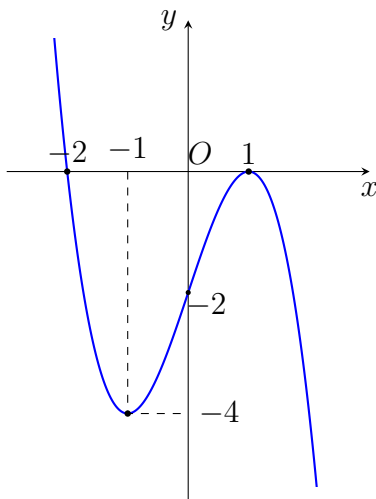
**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 3, u_3 = 5$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là:

- (A) 1. (B) 2. (C) 8. (D) 4.

🔗 *Hướng dẫn giải.* Công sai của cấp số cộng là:  $d = u_3 - u_2 = 5 - 3 = 2$ .

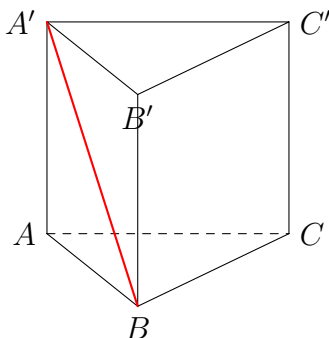
❖ **Câu 2.** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- (A)  $(-\infty; -1)$ . (B)  $(-1; 1)$ . (C)  $(-2; 1)$ . (D)  $(1; +\infty)$ .

🔗 *Hướng dẫn giải.* Dựa vào đồ thị, hàm số đi lên trên khoảng  $(-1; 1)$ . Do đó, hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

❖ **Câu 3.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$  với  $AB = a$  và  $A'B = a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là



- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ . (B)  $\frac{a^3}{6}$ . (C)  $\frac{a^3}{2}$ . (D)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

**Hướng dẫn giải.** Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  có  $AB = BC = a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2$ .

Xét tam giác vuông  $A'AB$ :  $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$ .

Thể tích:  $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 4.** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$ .

(B)  $S = \int_0^2 e^x dx$ .

(C)  $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ .

(D)  $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ .

**Hướng dẫn giải.** Diện tích hình phẳng cần tìm là  $S = \int_0^2 |e^x| dx = \int_0^2 e^x dx$  (vì  $e^x > 0, \forall x$ ).

**Câu 5.** Mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(0; 0; 2), B(1; 0; 0)$  và  $C(0; 3; 0)$  có phương trình là

(A)  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .

(B)  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1$ .

(C)  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .

(D)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$ .

**Hướng dẫn giải.** Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua  $B(1; 0; 0), C(0; 3; 0), A(0; 0; 2)$  là:  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .

**Câu 6.** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 5$  thì  $\int_{-1}^2 4f(x) dx$  bằng:

(A) 20.

(B) 10.

(C)  $\frac{5}{2}$ .

(D)  $\frac{5}{4}$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $\int_{-1}^2 4f(x) dx = 4 \int_{-1}^2 f(x) dx = 4 \cdot 5 = 20$ .

**Câu 7.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; 1; -1)$  và đường kính bằng 6 có phương trình là

(A)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 36$ .

(B)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 9$ .

(C)  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$ .

(D)  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 36$ .

**Hướng dẫn giải.** Bán kính mặt cầu  $R = \frac{6}{2} = 3$ .

Phương trình mặt cầu tâm  $I(2; 1; -1)$  là:  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 3^2 = 9$ .

**Câu 8.** Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai bằng 6,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

(A) 2,5 (cm).

(B) 12,5 (cm).

(C) 3,125 (cm).

(D) 42,25 (cm).

**Hướng dẫn giải.** Độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai:  $s = \sqrt{6,25} = 2,5$  (cm).

**Câu 9.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

(A)  $M = 5$ .

(B)  $M = -5$ .

(C)  $M = \frac{1}{3}$ .

(D)  $M = -\frac{1}{3}$ .

**Hướng dẫn giải.** Đạo hàm  $y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0$ . Hàm số nghịch biến trên  $[0; 2]$ .

Giá trị lớn nhất  $M = y(0) = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$ .

**❖ Câu 10.** Cho hai biến cố  $A, B$  với  $0 < P(B) < 1$ . Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- (A)  $P(A) = P(\overline{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\overline{B})$ .  
 (B)  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B})$ .  
 (C)  $P(A) = P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$ .  
 (D)  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B})$ .

**Hướng dẫn giải.** Theo công thức xác suất toàn phần:  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B})$ .

**❖ Câu 11.** Một thư viện ghi lại số giờ đọc sách của 50 sinh viên trong một ngày và thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

| Nhóm giờ     | $[0; 1)$ | $[1; 2)$ | $[2; 3)$ | $[3; 4)$ | $[4; 5)$ |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Số sinh viên | 8        | 11       | 15       | 9        | 7        |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

- (A) 1,69. (B) 1,85. (C) 2,02. (D) 1,98.

**Hướng dẫn giải.** Tổng số sinh viên  $n = 50$ .

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là:  $cf_1 = 8, cf_2 = 19, cf_3 = 34, cf_4 = 43, cf_5 = 50$ .

- Tìm  $Q_1$ : Ta có  $\frac{n}{4} = 12,5$ . Nhóm chứa  $Q_1$  là  $[1; 2)$ .

$$Q_1 = 1 + \frac{12,5-8}{11} \cdot 1 \approx 1,409.$$

- Tìm  $Q_3$ : Ta có  $\frac{3n}{4} = 37,5$ . Nhóm chứa  $Q_3$  là  $[3; 4)$ .

$$Q_3 = 3 + \frac{37,5-34}{9} \cdot 1 \approx 3,389.$$

- Khoảng tứ phân vị:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,389 - 1,409 = 1,98$ .

**❖ Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$  là

- (A)  $S = (3; +\infty)$ . (B)  $S = (-\infty; 3)$ .  
 (C)  $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ . (D)  $S = (-2; 3)$ .

**Hướng dẫn giải.** Điều kiện:  $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ .

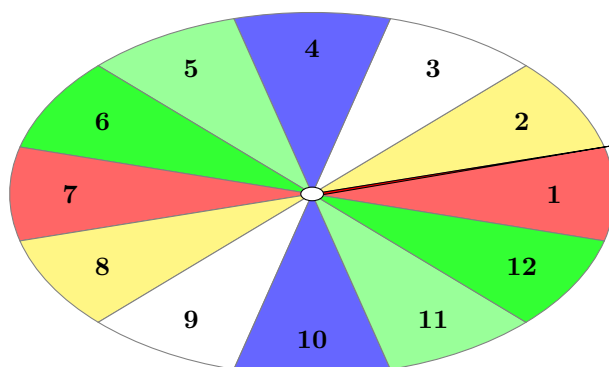
Bất phương trình  $\Leftrightarrow 2x-1 < x+2 \Leftrightarrow x < 3$ .

Kết hợp điều kiện ta có  $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

**❖ Bài 1.** Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như

hình vẽ bên dưới.



Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên. Gọi  $A$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 3";  $B$  là biến cố "An quay được số chia hết cho 5";  $C$  là biến cố "Bình quay được số chẵn".

- Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.
- Số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A, B, C$  lần lượt là 48, 24, 72.
- Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là  $\frac{1}{6}$ .
- Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là  $\frac{1}{12}$ .

### Hướng dẫn giải.

- Sai** Khi An quay thì có 12 khả năng xảy ra, còn khi Bình quay thì có 12 khả năng xảy ra.  
Theo quy tắc nhân, số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = 12 \cdot 12 = 144$ .
- Đúng**
  - ★ Xét biến cố  $A$ : An quay được số chia hết cho 3 (gồm  $\{3, 6, 9, 12\}$ ) có 4 khả năng, Bình quay ngẫu nhiên có 12 khả năng. Vậy  $n(A) = 4 \cdot 12 = 48$ .
  - ★ Xét biến cố  $B$ : An quay được số chia hết cho 5 (gồm  $\{5, 10\}$ ) có 2 khả năng, Bình quay ngẫu nhiên có 12 khả năng. Vậy  $n(B) = 2 \cdot 12 = 24$ .
  - ★ Xét biến cố  $C$ : An quay ngẫu nhiên có 12 khả năng, Bình quay được số chẵn (gồm  $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ ) có 6 khả năng. Vậy  $n(C) = 12 \cdot 6 = 72$ .
- Sai** Vì việc quay của An và Bình là độc lập nên việc An quay được số chia hết cho 3 không ảnh hưởng đến xác suất quay của Bình.  
Khi An quay được số chia hết cho 3, số khả năng Bình quay được số chẵn vẫn là 6 khả năng trong tổng số 12 khả năng của Bình.  
Do đó xác suất cần tìm là  $P(C|A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ .
- Sai** Tương tự, việc Bình quay được số lẻ không ảnh hưởng đến kết quả quay của An.  
Số khả năng An quay được số chia hết cho 5 là 2 khả năng ( $\{5, 10\}$ ).  
Xác suất để An quay được số chia hết cho 5 khi biết Bình quay được số lẻ là  $P(B|\text{Bình lẻ}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ .

 **Bài 2.** Một nhà khoa học đang nghiên cứu tác dụng của chất  $X$  lên sự phát triển của loài hoa Kaiserkrone. Bằng cách trồng hai cây hoa đều cao 10 cm ở một môi trường có chất  $X$  và một môi

trường không có chất  $X$  sau đó đánh giá. Sau 15 ngày trồng hoa, nhà khoa học nhận ra hoa được trồng trong môi trường không có chất  $X$  phát triển với tốc độ  $h_1'(t) = e^{0,1t}$ , hoa được trồng trong môi trường có chất  $X$  phát triển với tốc độ  $h_2'(t) = a \cdot e^{-0,1t}$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) trong đó  $t$  tính bằng ngày,  $h'$  tính bằng cm/ngày,  $0 \leq t \leq 15$ . Biết rằng ở thời điểm ban đầu, tốc độ tăng trưởng của cây hoa trong môi trường có chất  $X$  gấp 4 lần cây hoa trong môi trường không có chất  $X$ . Theo đánh giá của nhà khoa học, chất  $X$  có vai trò kích thích cây tăng trưởng thực sự nếu sau 15 ngày chiều cao của cây lớn hơn so với trồng thông thường.

- $a = 4$ .
- Hàm số xác định chiều cao của cây hoa được trồng trong môi trường không có chất  $X$  sau  $t$  ngày là  $h_1(t) = 10e^{0,1t} + 10$  (cm) (với  $0 \leq t \leq 15$ ).
- Chất  $X$  không có vai trò kích thích cây tăng trưởng thực sự.
- Biết rằng sau  $t_0$  ngày ( $0 < t_0 < 15$ ), hai cây hoa có chiều cao bằng nhau. Khi đó chiều cao của chúng bằng nhau và bằng 40 cm.

 **Hướng dẫn giải.** a) **Đúng.**

Từ giả thiết: "Biết rằng ở thời điểm ban đầu (tức  $t = 0$ ), tốc độ tăng trưởng của cây hoa trong môi trường có chất  $X$  gấp 4 lần cây hoa trong môi trường không có chất  $X$ " ta có:

$$h_2'(0) = 4h_1'(0) \Leftrightarrow a \cdot e^{-0,1 \cdot 0} = 4 \cdot e^{0,1 \cdot 0} \Leftrightarrow a \cdot e^0 = 4 \cdot e^0 \Leftrightarrow a = 4.$$

Suy ra  $h_2'(t) = 4e^{-0,1t}$ .

b) **Sai.**

Hàm số xác định chiều cao của cây hoa được trồng trong môi trường không có chất  $X$  sau  $t$  ngày là  $h_1(t) = \int h_1'(t) dt$  (với  $0 \leq t \leq 15$ ).

Áp dụng công thức nguyên hàm  $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C$ , ta có:

$$\int h_1'(t) dt = \int (e^{0,1t}) dt = \frac{e^{0,1t}}{0,1} + C = 10e^{0,1t} + C.$$

Lại có  $h_1(0) = 10 \Rightarrow 10 \cdot e^{0,1 \cdot 0} + C = 10 \Leftrightarrow 10 + C = 10 \Leftrightarrow C = 0$ .

Vậy  $h_1(t) = 10e^{0,1t}$ .

c) **Đúng.**

Chất  $X$  có vai trò kích thích cây tăng trưởng thực sự nếu  $h_2(15) > h_1(15) \Leftrightarrow h_2(15) - h_1(15) > 0$ .

Ta có chiều cao của cây hoa được trồng trong môi trường có chất  $X$  sau 15 ngày (tức từ 0 đến ngày thứ 15) là  $h_2(15) = 10 + \int_0^{15} h_2'(t) dt$ .

Chiều cao của cây hoa được trồng trong môi trường không có chất  $X$  sau 15 ngày (tức từ 0 đến ngày thứ 15) là  $h_1(15) = 10 + \int_0^{15} h_1'(t) dt$ .

Khi đó:

$$\begin{aligned} h_2(15) - h_1(15) &= \int_0^{15} h_2'(t) dt - \int_0^{15} h_1'(t) dt = \int_0^{15} [h_2'(t) - h_1'(t)] dt \\ &= \int_0^{15} (4e^{-0,1t} - e^{0,1t}) dt \approx -3,74 < 0. \end{aligned}$$

Suy ra  $h_2(15) - h_1(15) < 0$ . Vậy chất  $X$  không có vai trò kích thích cây tăng trưởng thực sự.

d) **Đúng.**

Sau  $t_0$  ngày ( $0 < t_0 < 15$ ), hai cây hoa có chiều cao bằng nhau khi và chỉ khi  $h_2(t_0) - h_1(t_0) = 0$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \int_0^{t_0} h_2'(t) dt - \int_0^{t_0} h_1'(t) dt = 0 \Leftrightarrow \int_0^{t_0} [h_2'(t) - h_1'(t)] dt = 0 \\ &\Leftrightarrow \int_0^{t_0} (4e^{-0,1t} - e^{0,1t}) dt = 0 \Leftrightarrow \left( \frac{4e^{-0,1t}}{-0,1} - \frac{e^{0,1t}}{0,1} \right) \Big|_0^{t_0} = 0 \\ &\Leftrightarrow (-40e^{-0,1t} - 10e^{0,1t}) \Big|_0^{t_0} = 0 \\ &\Leftrightarrow -40e^{-0,1t_0} - 10e^{0,1t_0} - (-40e^{0,1 \cdot 0} - 10e^{0,1 \cdot 0}) = 0 \\ &\Leftrightarrow -40e^{-0,1t_0} - 10e^{0,1t_0} - (-40e^0 - 10e^0) = 0 \\ &\Leftrightarrow -40e^{-0,1t_0} - 10e^{0,1t_0} + 50 = 0 \end{aligned}$$

Nhân cả hai vế với  $e^{0,1t_0}$ :

$$-10(e^{0,1t_0})^2 + 50e^{0,1t_0} - 40e^0 = 0$$

(Coi  $e^{0,1t_0}$  tương đương với biến  $x$ , khi đó ta bấm máy tính tìm nghiệm phương trình bậc hai để tìm nghiệm  $e^{0,1t_0}$ ):

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^{0,1t_0} = 4 \\ e^{0,1t_0} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,1t_0 = \ln 4 \\ 0,1t_0 = \ln 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_0 = \frac{\ln 4}{0,1} = 10 \ln 4 \in (0; 15) \text{ (tm)} \\ t_0 = 0 \notin (0; 15) \text{ (l)} \end{cases}$$

Vậy sau  $t_0 = 10 \ln 4$  ngày thì hai cây hoa có chiều cao bằng nhau và bằng:

$$h_1(10 \ln 4) = 10e^{0,1 \cdot 10 \ln 4} = 40 \text{ (cm)}.$$

**Bài 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên các trục là mét), một thiết bị bay không người lái xuất phát từ điểm  $A(1; 2; 0)$ . Thiết bị chuyển động thẳng nhanh dần theo hướng của vectơ đơn vị  $\vec{u} = (a; b; c)$  với độ dài  $|\vec{u}| = 1$ . Tốc độ của thiết bị phụ thuộc vào thời gian  $t$  (giây) theo công thức  $v(t) = mt + 10$  (m/s), trong đó  $m$  là hằng số dương. Biết rằng sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, thiết bị đi được quãng đường 125 m. Vectơ chỉ phương chuyển động  $\vec{u}$  tạo với tia  $Ox$  một góc  $45^\circ$ , tạo với tia  $Oy$  một góc  $60^\circ$  và tạo với tia  $Oz$  một góc nhọn.

- $c = \frac{1}{2}$ .
- Phương trình quỹ đạo là đường thẳng  $\frac{x-1}{\sqrt{2}} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ .
- $m = 4$ .
- Sau 10 giây kể từ lúc xuất phát thì thiết bị đạt độ cao 200 mét.

**Hướng dẫn giải.**

♦ **Khẳng định a): Đúng.**

Vectơ đơn vị  $\vec{u} = (a; b; c)$  có các thành phần là cosin chỉ phương:  $a = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  và  $b = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ .

$$\begin{aligned} &\text{Vì } |\vec{u}| = 1 \text{ nên } a^2 + b^2 + c^2 = 1 \Leftrightarrow \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 + c^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + c^2 = 1 \Leftrightarrow c^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow c = \pm \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Do  $\vec{u}$  tạo với tia  $Oz$  một góc nhọn nên  $c > 0$ , suy ra  $c = \frac{1}{2}$ .

♦ **Khẳng định b): Đúng.**

Thiết bị xuất phát từ  $A(1; 2; 0)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

Chọn vectơ chỉ phương cùng phương với  $\vec{u}$  là  $\vec{k} = 2\vec{u} = (\sqrt{2}; 1; 1)$ .

Phương trình đường thẳng quỹ đạo đi qua  $A$  là:

$$\frac{x-1}{\sqrt{2}} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}.$$

♦ **Khẳng định c): Sai.**

Quãng đường  $s(t)$  là nguyên hàm của vận tốc  $v(t)$ :  $s(t) = \int_0^t (mx+10)dx = \left(\frac{1}{2}mx^2 + 10x\right)\Big|_0^t = \frac{1}{2}mt^2 + 10t$ .

Theo giả thiết, sau 5 giây đi được 125 m:  $s(5) = 125 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m \cdot 5^2 + 10 \cdot 5 = 125$

$\Leftrightarrow 12,5m + 50 = 125 \Leftrightarrow 12,5m = 75 \Leftrightarrow m = 6$ . Vậy  $m = 6$  chứ không phải 4.

♦ **Khẳng định d): Đúng.**

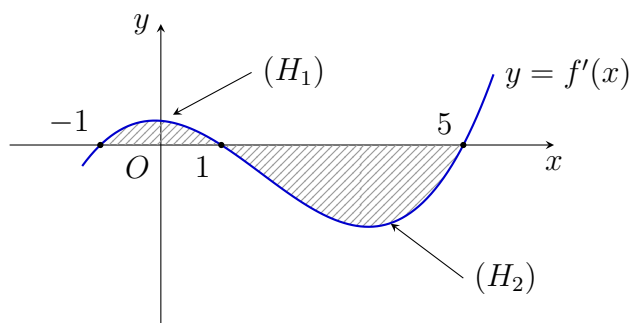
Sau 10 giây kể từ lúc xuất phát, quãng đường thiết bị đi được là:

$$s(10) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^2 + 10 \cdot 10 = 300 + 100 = 400 \text{ (m)}.$$

Vị trí của thiết bị tại thời điểm  $t$  là  $M$  sao cho  $\overrightarrow{AM} = s(t) \cdot \vec{u}$ .

Độ cao của thiết bị chính là cao độ  $z$  của điểm  $M$ :  $z_M = z_A + s(10) \cdot c = 0 + 400 \cdot \frac{1}{2} = 200$  (m).

🔗 **Bài 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết  $f(-1) = -\frac{43}{4}$ , diện tích hình phẳng  $(H_1)$ ,  $(H_2)$  lần lượt bằng 20 và 128.

a) Giá trị của  $\int_{-1}^5 f'(x)dx$  bằng 148.

b) Giá trị của  $f(5)$  bằng  $-\frac{475}{4}$ .

c) Giá trị của  $f(2)$  bằng  $-4$ .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$ , trục tung và đường thẳng  $x = 5$  bằng  $\frac{625}{2}$ .

🔗 *Hướng dẫn giải.*

Diện tích của hình phẳng  $(H_1)$  bằng 20 nên ta có:

$$\int_{-1}^1 f'(x)dx = 20 \Leftrightarrow f(x)\Big|_{-1}^1 = 20 \Leftrightarrow f(1) - f(-1) = 20 \Leftrightarrow f(1) = 20 + f(-1) = 20 - \frac{43}{4} = \frac{37}{4}.$$

Diện tích của hình phẳng ( $H_2$ ) bằng 128 nên ta có (do đồ thị nằm dưới trục hoành):

$$-\int_1^5 f'(x)dx = 128 \Leftrightarrow -f(x)\Big|_1^5 = 128 \Leftrightarrow f(1) - f(5) = 128 \Leftrightarrow f(5) = f(1) - 128 = \frac{37}{4} - 128 = -\frac{475}{4}.$$

Xét tính đúng sai của các khẳng định:

a) **Sai** Ta có  $\int_{-1}^5 f'(x)dx = \int_{-1}^1 f'(x)dx + \int_1^5 f'(x)dx = 20 - 128 = -108 \neq 148.$

b) **Đúng** Theo tính toán ở trên,  $f(5) = -\frac{475}{4}.$

c) **Đúng** Từ đồ thị, ta thấy  $f'(x)$  có các nghiệm là  $-1, 1, 5.$

Giả sử  $f'(x) = a(x+1)(x-1)(x-5) = a(x^3 - 5x^2 - x + 5).$

Khi đó  $f(x) = \int f'(x)dx = a\left(\frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x\right) + C.$

Dựa vào  $f(1) = \frac{37}{4}$  và  $f(-1) = -\frac{43}{4}$  ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{3} - \frac{1}{2} + 5\right) + C = \frac{37}{4} \\ a\left(\frac{1}{4} + \frac{5}{3} - \frac{1}{2} - 5\right) + C = -\frac{43}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot \frac{37}{12} + C = \frac{37}{4} \\ a \cdot \left(-\frac{43}{12}\right) + C = -\frac{43}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ C = 0 \end{cases}$$

Vậy  $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x.$

Suy ra  $f(2) = \frac{3}{4}(2^4) - 5(2^3) - \frac{3}{2}(2^2) + 15(2) = 12 - 40 - 6 + 30 = -4.$

d) **Đúng** Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $y = f(x)$  và  $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$ :

$$\frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x = -\frac{3}{2}x^2 + 15x \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{20}{3} \end{cases}$$

Trên đoạn  $[0; 5]$ , ta thấy  $f(x) \leq -\frac{3}{2}x^2 + 15x$ . Diện tích cần tìm là:

$$S = \int_0^5 \left| \left( \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x \right) - \left( -\frac{3}{2}x^2 + 15x \right) \right| dx = \int_0^5 (5x^3 - \frac{3}{4}x^4) dx = \frac{625}{2}.$$

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn  $[-1; 3]$  như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

|         |                                                                                              |   |   |   |   |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|
| $x$     | -1                                                                                           | 0 | 2 | 3 |   |
| $f'(x)$ | +                                                                                            | 0 | - | 0 | + |
| $f(x)$  | <div><div>0</div><div><div><div>5</div><div>1</div></div><div><div>4</div></div></div></div> |   |   |   |   |

(A)  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$ .

(B)  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$ .

(C)  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$ .

(D)  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Dựa vào bảng biến thiên của hàm số trên đoạn  $[-1; 3]$ , ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số là 5, đạt được tại  $x = 0$ .

Vậy  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$ .

❖ **Câu 2.** Cho  $\log_a b = 2$  (với  $a > 0, b > 0, a \neq 1$ ). Tính  $\log_a(ab)$ .

(A) 2.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 3.

➤ **Hướng dẫn giải.** Ta có:  $\log_a(ab) = \log_a a + \log_a b = 1 + 2 = 3$ .

❖ **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

(A)  $(-1; -2; -3)$ .

(B)  $(1; 2; 3)$ .

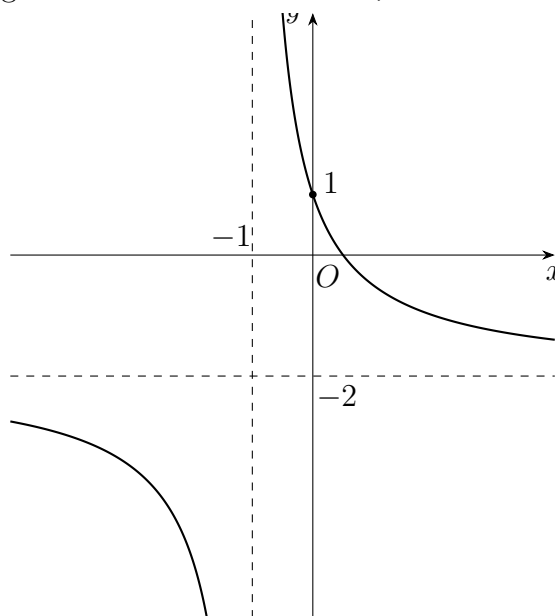
(C)  $(-1; 2; -3)$ .

(D)  $(1; -2; 3)$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Phương trình mặt cầu có dạng  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$  có tâm là  $I(a; b; c)$ .

Từ phương trình  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ , ta suy ra tâm  $I(1; -2; 3)$ .

❖ **Câu 4.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



(A)  $y = \frac{-2x + 1}{x + 1}$ .

(B)  $y = -x^3 + x + 1$ .

(C)  $y = \frac{-2x - 1}{x + 1}$ .

(D)  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$  và tiệm cận ngang  $y = -2$ .

Đồ thị đi qua điểm  $(0; 1)$ .

Kiểm tra hàm số  $y = \frac{-2x + 1}{x + 1}$ :

- TCD:  $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ .

- TCN:  $y = \frac{-2}{1} = -2$ .

- Tại  $x = 0$ ,  $y = 1$  (thỏa mãn).

❖ **Câu 5.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng nào sau đây?

(A) [7; 9).

(B) [9; 11).

(C) [11; 13).

(D) [13; 15).

➤ *Hướng dẫn giải.* Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là:  $x_1 = 6, x_2 = 8, x_3 = 10, x_4 = 12, x_5 = 14$ .

Giá trị trung bình là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 6 + 7 \cdot 8 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 14}{20} = \frac{12 + 56 + 70 + 36 + 14}{20} = \frac{188}{20} = 9,4.$$

Giá trị 9,4 thuộc khoảng [9; 11).

❖ **Câu 6.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

(A) 24.

(B) 54.

(C) 162.

(D) 48.

**Hướng dẫn giải.** Số hạng tổng quát của cấp số nhân là  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ .

Vậy  $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$ .

**Câu 7.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

- (A)  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ . (B)  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$ .  
 (C)  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ . (D)  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

**Hướng dẫn giải.** Theo công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số trên đoạn  $[a; b]$  là  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Câu 8.** Trong không gian, biết  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 1$  và góc giữa hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  bằng  $\frac{2\pi}{3}$ . Tính tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ .

- (A)  $-1$ . (B)  $1$ . (C)  $2$ . (D)  $\frac{4\pi}{3}$ .

**Hướng dẫn giải.** Tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 2 \cdot 1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

- (A)  $\vec{u}_\Delta = (-2; -1; 1)$ . (B)  $\vec{u}_\Delta = (1; -1; 3)$ .  
 (C)  $\vec{u}_\Delta = (-2; 0; 1)$ . (D)  $\vec{u}_\Delta = (2; 0; 1)$ .

**Hướng dẫn giải.** Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$ , các hệ số của  $t$  là thành phần của một vectơ chỉ phương.

Vậy  $\vec{u}_\Delta = (-2; 0; 1)$ .

**Câu 10.** Cho tích phân  $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$ . Khi đó tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng?

- (A)  $1$ . (B)  $4$ . (C)  $2$ . (D)  $0$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 2x dx = 2$ .

$$\text{Mà } \int_0^1 2x dx = [x^2]_0^1 = 1.$$

$$\text{Suy ra } \int_0^1 f(x) dx + 1 = 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 1.$$

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(0; 2; 1)$  và  $C(1; -1; 2)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  có phương trình là

- (A)  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$ . (B)  $x - 3y + z - 1 = 0$ .  
 (C)  $x - 3y + z + 1 = 0$ . (D)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$ .

 **Hướng dẫn giải.** Vectơ  $\overrightarrow{BC} = (1 - 0; -1 - 2; 2 - 1) = (1; -3; 1)$ .

Mặt phẳng vuông góc với  $BC$  nên nhận  $\overrightarrow{BC}$  làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng đi qua  $A(1; 1; 1)$  là:  $1(x-1) - 3(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + z + 1 = 0$ .

❖ **Câu 12.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x} + \frac{3}{x}$  là

- Ⓐ  $\int f(x)dx = e^{2x} + 3 \ln x + C.$  Ⓑ  $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + 3 \ln |x| + C.$   
 Ⓒ  $\int f(x)dx = \frac{e^{2x}}{2} + 3 \ln x + C.$  Ⓓ  $\int f(x)dx = e^{2x} + 3 \ln |x| + C.$

 **Hướng dẫn giải.** Ta có  $\int \left( e^{2x} + \frac{3}{x} \right) dx = \frac{1}{2} e^{2x} + 3 \ln |x| + C.$

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

 **Bài 1.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 4$  có đồ thị  $(C)$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Tập xác định của hàm số là  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$  và  $y' = -3x^3 + 6x$ .  
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ .  
 c) Đồ thị  $(C)$  có hai điểm cực trị và phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là  $2x + y - 4 = 0$ .  
 d) Diện tích của tam giác  $OAB$  bằng 4, với  $O$  là gốc tọa độ và  $A, B$  là các điểm cực trị của  $(C)$ .

 **Hướng dẫn giải.** Xét hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 4$ .

Tập xác định của hàm số đa thức luôn là  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Đạo hàm của hàm số:  $y' = (-x^3 + 3x^2 + 4)' = -3x^2 + 6x$ .

Mệnh đề ghi  $y' = -3x^3 + 6x$  là **Sai** (sai số mũ của biến  $x$ ).

Cho  $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow -3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu  $y'$ :

|      |           |     |     |           |     |
|------|-----------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$       | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ |

Trong khoảng  $(0; 2)$ , ta thấy  $y' > 0$  nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

Vậy ý b) **Đúng**.

Từ bảng xét dấu, hàm số có hai điểm cực trị là:

- ❖ Điểm cực tiểu:  $x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(0; 4)$ .  
 ❖ Điểm cực đại:  $x = 2 \Rightarrow y = -(2)^3 + 3(2)^2 + 4 = 8 \Rightarrow B(2; 8)$ .

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị  $A(0; 4)$  và  $B(2; 8)$ :

$$\frac{x-0}{2-0} = \frac{y-4}{8-4} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y-4}{4} \Leftrightarrow 2x = y - 4 \Leftrightarrow 2x - y + 4 = 0.$$

Mệnh đề ghi phương trình là  $2x + y - 4 = 0$  là **Sai** (sai dấu của biến  $y$ ).

Tọa độ các điểm cực trị là  $A(0; 4)$ ,  $B(2; 8)$  và gốc tọa độ  $O(0; 0)$ .

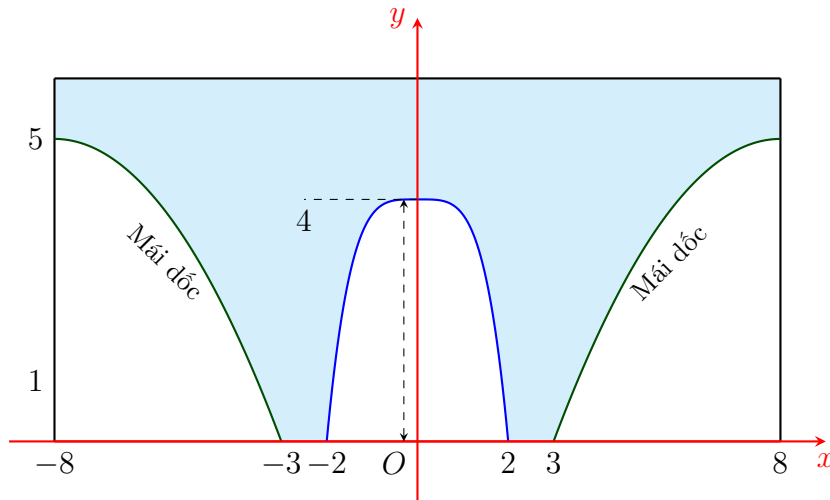
Diện tích tam giác  $OAB$  được tính theo công thức:

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} |x_A y_B - x_B y_A| = \frac{1}{2} |0 \cdot 8 - 2 \cdot 4| = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4.$$

(Hoặc có thể thấy cạnh  $OA = 4$  nằm trên trục  $Oy$ , chiều cao từ  $B$  xuống  $OA$  chính là  $|x_B| = 2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$ ).

Vậy ý d) **Đúng**.

**Bài 2.** Hình vẽ sau mô tả mặt cắt ngang của một cây cầu cao 6 mét, dài 16 mét, rộng 4 mét, được giới hạn bởi hai đường mái dốc và các đường thẳng; cầu có hầm chui cao 4 mét, rộng 4 mét. Trên hệ tọa độ  $Oxy$ , đường chui được mô hình hóa bằng hàm bậc bốn  $f(x) = ax^4 + b$ , hai đường cong mái dốc được mô hình hóa bởi hai parabol  $y = g(x)$  và  $y = h(x)$  đối xứng nhau qua trục  $Oy$ , parabol bên phải là  $y = g(x)$  có đỉnh  $I(8; 5)$ . Các số liệu được cho như hình vẽ (đơn vị mỗi trục là mét), biết cây cầu có chiều rộng bằng 8 mét.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số  $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 4$ .
- Parabol bên phải có phương trình là  $g(x) = -\frac{1}{5}(x - 8)^2 + 5$ .
- Diện tích phần mặt cắt giới hạn bởi hai parabol  $y = g(x)$  và  $y = h(x)$ , trục hoành, hai đường thẳng  $x = -8, x = 8$  nhỏ hơn 30 mét vuông.
- Thể tích vật liệu để xây dựng cây cầu nhỏ hơn  $500 \text{ m}^3$ .

**Hướng dẫn giải.** a) **Đúng**.

Đường chui cao 4m, rộng 4m nên đi qua các điểm  $(0; 4)$  và  $(\pm 2; 0)$ .

Thay vào  $f(x) = ax^4 + b$ :

$$\begin{cases} f(0) = 4 \\ f(2) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} b = 4 \\ a \cdot 2^4 + 4 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} b = 4 \\ a = -1/4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 4.$$

b) **Đúng**.

Parabol  $g(x)$  có đỉnh  $I(8; 5)$  nên có dạng  $g(x) = k(x - 8)^2 + 5$ .

Dựa vào hình vẽ, đường dốc bắt đầu từ  $x = 3$  (do đối xứng với bên trái tại  $x = -3$ ), nên  $g(3) = 0$ .

$$\Rightarrow k(3-8)^2 + 5 = 0 \iff 25k = -5 \iff k = -1/5.$$

$$\text{Vậy } g(x) = -\frac{1}{5}(x-8)^2 + 5.$$

c) Sai.

Ký hiệu  $S_1, S_2$  là diện tích phần dưới hai mái dốc. Vì tính đối xứng nên  $S_1 = S_2$ .

Diện tích giới hạn bởi hai parabol và trục hoành là:

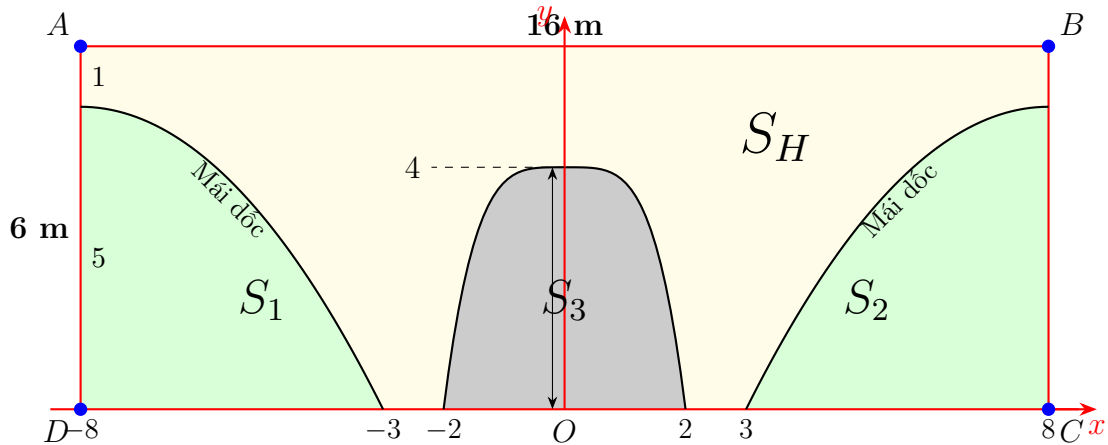
$$S = S_1 + S_2 = 2S_2 = 2 \int_3^8 |g(x)| dx = 2 \int_3^8 \left[ -\frac{1}{5}(x-8)^2 + 5 \right] dx.$$

$$\text{Tính tích phân: } S = 2 \cdot \left[ -\frac{1}{15}(x-8)^3 + 5x \right]_3^8 = 2 \cdot \left( 40 - \left( \frac{25}{3} + 15 \right) \right) = \frac{100}{3} \approx 33,33 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vì  $33,33 > 30$  nên mệnh đề này sai.

d) Đúng.

Diện tích mặt cắt ngang  $S_H$  bằng diện tích hình chữ nhật lớn trừ đi các phần rỗng:



$$S_{ABCD} = 16 \cdot 6 = 96 \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Phần hàm chui } S_3 = \int_{-2}^2 \left( -\frac{1}{4}x^4 + 4 \right) dx = \left[ -\frac{1}{20}x^5 + 4x \right]_{-2}^2 = \frac{64}{5} = 12,8 \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$S_H = S_{ABCD} - (S_1 + S_2) - S_3 = 96 - \frac{100}{3} - 12,8 = \frac{748}{15} \approx 49,87 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Thể tích vật liệu (với chiều rộng cầu  $L = 8\text{m}$ ):

$$V = S_H \cdot 8 = \frac{748}{15} \cdot 8 = \frac{5984}{15} \approx 398,93 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Vì  $398,93 < 500$  nên mệnh đề này đúng.

**Bài 3.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , đơn vị mỗi trục là km, mặt đất trùng với mặt phẳng ( $Oxy$ ), trục  $Oz$  hướng lên, đường đi của máy bay được coi là đường thẳng và chúng được coi là các điểm. Một máy bay cất cánh từ mặt đất, đang tăng độ cao và được tháp kiểm soát không lưu phát hiện tại  $A(8; 8; 4)$ , 2 phút sau đó nó đi đến điểm  $B(4; 12; 6)$ . Máy bay tiếp tục đi vào một lớp mây, bắt đầu ở độ cao 9 km và kết thúc ở độ cao 10 km. Ngay sau khi ra khỏi lớp mây, máy bay chuyển từ chế độ tăng độ cao sang chế độ bay ngang cùng chiều với tia  $Oy$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Phương trình đường thẳng  $AB$  là  $\frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-4}{-1}$ .

b) Máy bay cất cánh tại điểm có hoành độ bằng 16.

- c) Thời gian tính từ lúc cất cánh đến khi vừa ra khỏi lớp mây của máy bay này là 10 phút.  
d) Giả sử vận tốc máy bay không đổi trong quá trình bay thì sau 30 phút nó ở vị trí cách điểm cất cánh một khoảng lớn hơn 80 km.

 *Hướng dẫn giải.* a) Sai.

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-4; 4; 2)$ . Chọn  $\vec{u}_{AB} = (2; -2; -1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

Đường thẳng  $AB$  đi qua điểm  $A(8; 8; 4)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_{AB} = (2; -2; -1)$  có phương trình chính tắc là  $\frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ .

b) Đúng.

Gọi  $C$  là điểm máy bay cất cánh. Khi đó  $\begin{cases} C \in (Oxy) : z = 0 \\ C \in AB \end{cases}$  suy ra  $C = (Oxy) \cap AB$ .

Thay  $z = 0$  vào phương trình đường thẳng  $AB$ , ta được  $\frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{-2} = \frac{0-4}{-1}$

$$\Leftrightarrow \frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{-2} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-8}{2} = 4 \\ \frac{y-8}{-2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-8 = 8 \\ y-8 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$C(16; 0; 0)$ .

Vậy máy bay cất cánh tại điểm có hoành độ bằng 16.

c) Đúng.

Vì vận tốc của máy bay là không đổi nên thời gian tính từ lúc cất cánh (tại điểm  $C$ ) đến khi vừa ra khỏi lớp mây (tức tại điểm  $Q$ ) của máy bay là  $t = \frac{CQ}{v}$ .

**Bước 1:** Tính quãng đường  $CQ$  (km).

Vì  $Q$  là điểm kết thúc lớp mây nên có độ cao 10 km nên cao độ của điểm  $Q$  bằng 10.

Mà  $Q \in AB$  nên thay  $z_Q = 10$  vào phương trình đường thẳng  $AB$ , ta được:

$$\frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{-2} = \frac{10-4}{-1} \Leftrightarrow \frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{-2} = -6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-8}{2} = -6 \\ \frac{y-8}{-2} = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-8 = -12 \\ y-8 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 20 \end{cases} \Rightarrow Q(-4; 20; 10).$$

Suy ra quãng đường  $CQ = \sqrt{(-4-16)^2 + 20^2 + 10^2} = 30$  (km).

**Bước 2:** Tính vận tốc của máy bay.

Vì máy bay đi từ  $A$  đến  $B$  mất 2 phút nên vận tốc của máy bay là:

$$v = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-4)^2 + 4^2 + 2^2}}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (km/phút)}.$$

Suy ra thời gian tính từ lúc cất cánh đến khi vừa ra khỏi lớp mây là  $t = \frac{30}{3} = 10$  phút.

d) Đúng.

**Nhận xét:** Trong 30 phút bay:

10 phút đầu, máy bay bay từ  $C$  đến  $Q$ ;

20 phút tiếp theo, máy bay bay từ  $Q \rightarrow Q'$  với vận tốc không đổi và bay ngang cùng chiều với tia  $Oy$  (có vectơ chỉ phương là  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ ).

Khi đó khoảng cách cần tính là  $CQ'$ . Do đó, ta cần tìm tọa độ điểm  $Q'$ .

Máy bay bay với vận tốc không đổi 3 km/phút và chuyển động cùng hướng với vectơ  $\vec{j} = (0; 1; 0)$  nên có vectơ vận tốc là  $\vec{v} = 3 \cdot \frac{\vec{j}}{|\vec{j}|} = 3 \cdot \frac{(0; 1; 0)}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2}} = (0; 3; 0)$ .

Vì ban đầu máy bay ở  $Q(-4; 20; 10)$  nên sau 20 phút, máy bay ở vị trí

$$Q' = Q + 20 \cdot \vec{v} = (-4; 20 + 20 \cdot 3; 10) \Rightarrow Q'(-4; 80; 10).$$

$$\text{Vậy } CQ' = \sqrt{(-4 - 16)^2 + 80^2 + 10^2} = \sqrt{400 + 6400 + 100} = \sqrt{6900} \approx 83 \text{ km} > 80 \text{ km}.$$

**Bài 4.** Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

- Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.
- Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.
- Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.
- Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

**Hướng dẫn giải.**

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

Gọi  $A$  là biến cố “Chọn được thùng hàng loại I”.

Suy ra  $\bar{A}$  là biến cố “Chọn được thùng hàng loại II”.

Gọi  $B$  là biến cố “Chọn được thùng hàng đã được kiểm định”.

Suy ra  $\bar{B}$  là biến cố “Chọn được thùng hàng chưa được kiểm định”.

Theo bài ra ta có  $P(B|A) = 80\%$ ,  $P(B|\bar{A}) = 85\%$ .

- Đúng** Xác suất chọn được thùng hàng loại I là  $P(A) = \frac{480}{1000} = 48\%$ .
- Sai** Ta có  $P(\bar{A}) = \frac{520}{1000} = 52\%$ ,  $P(B|\bar{A}) = 85\%$ .

Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định là

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 52\% \cdot 85\% = 44,2\%.$$

- Đúng** Xác suất chọn được thùng hàng đã được kiểm định là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 48\% \cdot 80\% + 52\% \cdot 85\% = 82,6\%.$$

Suy ra xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định là  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 17,4\%$ .

- Sai** Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định.

Xác suất thùng hàng đó là thùng loại I là

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A) \cdot P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{48\% \cdot (1 - 80\%)}{17,4\%} = \frac{16}{29}.$$

Xác suất thùng hàng đó là thùng loại II là

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{52\% \cdot (1 - 85\%)}{17,4\%} = \frac{13}{29}.$$

Vì  $\frac{16}{29} > \frac{13}{29}$  nên xác suất thùng hàng đó là thùng loại I cao hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , tâm của đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 6x - 4y - 23 = 0$  có tọa độ là:

- (A)  $(-3; -2)$ . (B)  $(3; 2)$ . (C)  $(3; -2)$ . (D)  $(-3; 2)$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Phương trình đường tròn  $(C)$  có dạng  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  với tâm  $I(a; b)$ .

Từ phương trình đề bài:  $-2a = 6 \Rightarrow a = -3$  và  $-2b = -4 \Rightarrow b = 2$ .

Vậy tâm của đường tròn là  $I(-3; 2)$ .

❖ **Câu 2.** Điểm cực tiểu của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  là

- (A)  $x = 3$ . (B)  $x = 1$ . (C)  $x = \frac{1}{3}$ . (D)  $x = -1$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $y' = x^2 - 4x + 3$ . Cho  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ .  $y'' = 2x - 4$ .

Tại  $x = 1$ :  $y''(1) = -2 < 0 \Rightarrow$  hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$ .

Tại  $x = 3$ :  $y''(3) = 2 > 0 \Rightarrow$  hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 3$ .

❖ **Câu 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng thứ 5 của cấp số nhân là

- (A)  $u_5 = -5$ . (B)  $u_5 = 48$ . (C)  $u_5 = -96$ . (D)  $u_5 = 3$ .

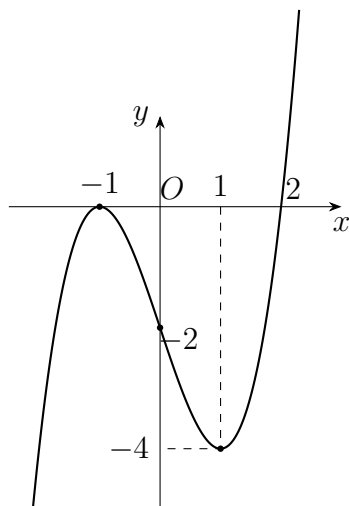
➤ *Hướng dẫn giải.* Số hạng thứ 5 của cấp số nhân là  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 3 \cdot 16 = 48$ .

❖ **Câu 4.** Tập nghiệm của phương trình  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  là

- (A)  $\{\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . (B)  $\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .  
(C)  $\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . (D)  $\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

➤ *Hướng dẫn giải.*  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

❖ **Câu 5.** Cho hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$  có đồ thị như hình vẽ.

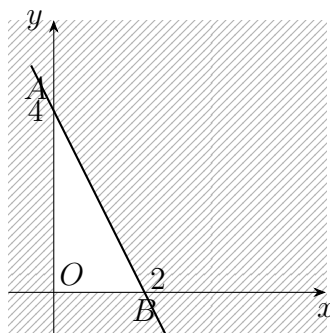


Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- (A)  $(-\infty; -1)$ . (B)  $(-1; 1)$ . (C)  $(1; +\infty)$ . (D)  $(-4; 0)$ .

🔗 *Hướng dẫn giải.* Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy trên khoảng  $(-1; 1)$ , đồ thị có hướng đi xuống từ trái sang phải. Do đó, hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

❖ **Câu 6.** Miền không bị gạch chéo trong hình vẽ (kể cả bờ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?



(A)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4 \end{cases}$ .

(C)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ 2x - y \leq 4 \end{cases}$ .

(B)  $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4 \end{cases}$ .

(D)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x - y \leq 4 \end{cases}$ .

🔗 *Hướng dẫn giải.* Miền nghiệm nằm trong góc phần tư thứ nhất nên  $x \geq 0$  và  $y \geq 0$ .

Đường thẳng đi qua  $A(0; 4)$  và  $B(2; 0)$  có phương trình  $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x + y = 4$ .

Thay tọa độ điểm gốc tọa độ  $O(0; 0)$  vào ta thấy  $2(0) + 0 = 0 < 4$ . Vì miền nghiệm chứa điểm  $O$  nên ta chọn  $2x + y \leq 4$ .

Vậy hệ bất phương trình là  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4 \end{cases}$ .

❖ **Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A(2; -3; 1)$  qua mặt phẳng  $Oxz$  có tọa độ là

- (A)  $(2; -3; -1)$ . (B)  $(-2; -3; 1)$ . (C)  $(2; 3; 1)$ . (D)  $(-2; 3; -1)$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Điểm đối xứng với  $A(x; y; z)$  qua mặt phẳng  $Oxz$  sẽ có tọa độ là  $(x; -y; z)$ .

Vậy điểm  $A'$  đối xứng với  $A(2; -3; 1)$  qua mặt phẳng  $Oxz$  là  $A'(2; 3; 1)$ .

❖ **Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{3x+7}{x+1}$ . Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0; 3]$  bằng

- (A) 4. (B) 3. (C) 0. (D) 7.

➤ **Hướng dẫn giải.** Ta có  $y' = \frac{3(x+1)-(3x+7)}{(x+1)^2} = \frac{-4}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$ .

Hàm số nghịch biến trên  $[0; 3]$ , do đó giá trị lớn nhất là  $y(0) = \frac{3(0)+7}{0+1} = 7$ .

❖ **Câu 9.** Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một nhóm học sinh được thống kê trong bảng sau:

| Thời gian (phút) | $[10, 5; 12, 5)$ | $[12, 5; 14, 5)$ | $[14, 5; 16, 5)$ | $[16, 5; 18, 5)$ | $[18, 5; 20, 5)$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Số học sinh      | 10               | 20               | 25               | 18               | 15               |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng

- (A)  $\frac{19}{6}$ . (B)  $\frac{35}{2}$ . (C)  $\frac{43}{3}$ . (D)  $\frac{83}{6}$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Tổng số học sinh là  $n = 10 + 20 + 25 + 18 + 15 = 88$ .

- Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  ở vị trí  $\frac{88}{4} = 22$ , thuộc nhóm  $[12, 5; 14, 5)$ .

$$Q_1 = 12,5 + \frac{22-10}{20} \cdot 2 = 13,7.$$

- Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  ở vị trí  $\frac{3 \cdot 88}{4} = 66$ , thuộc nhóm  $[16, 5; 18, 5)$ .

$$Q_3 = 16,5 + \frac{66-55}{18} \cdot 2 = 16,5 + \frac{11}{9} = \frac{319}{18} \approx 17,72.$$

- Khoảng tứ phân vị  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{319}{18} - \frac{137}{10} = \frac{1595-1233}{90} = \frac{362}{90} = \frac{181}{45} \approx 4,02$ .

❖ **Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $\vec{a}(1; 2; 3)$  và  $\vec{b}(0; -1; 2)$ . Vectơ  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$  có tọa độ là

- (A)  $(-0; 2; 6)$ . (B)  $(1; 3; 1)$ .  
(C)  $(1; 1; 5)$ . (D)  $(-1; -3; -1)$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Ta có  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (1 - 0; 2 - (-1); 3 - 2) = (1; 3; 1)$ .

❖ **Câu 11.** Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = 2x - 5 + \frac{10}{x+3}$

- (A)  $y = x + 3$ . (B)  $y = 2x + 3$ . (C)  $y = 2x + 3$ . (D)  $y = 2x - 5$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Khi  $x \rightarrow \infty$ , giới hạn  $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (2x - 5)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{x+3} = 0$ .

Vậy đường thẳng  $y = 2x - 5$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

❖ **Câu 12.** Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AA' = 3a, AB = a$ . Khi đó cosin của góc giữa hai vectơ  $\vec{AB'}$  và  $\vec{A'C}$  bằng

- (A)  $\frac{7}{20}$ . (B)  $\frac{7}{20}$ . (C)  $\frac{17}{20}$ . (D)  $\frac{17}{20}$ .

➤ **Hướng dẫn giải.** Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với  $A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0)$ .

Khi đó  $A'(0; 0; 3a)$  và  $B'(a; 0; 3a)$ .

$$\overrightarrow{AB'} = (a; 0; 3a) \Rightarrow |\overrightarrow{AB'}| = a\sqrt{10}.$$

$$\overrightarrow{A'C} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; -3a\right) \Rightarrow |\overrightarrow{A'C}| = a\sqrt{10}.$$

$$\text{Tích vô hướng } \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{A'C} = a \cdot \frac{a}{2} + 0 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} + 3a \cdot (-3a) = \frac{a^2}{2} - 9a^2 = -\frac{17a^2}{2}.$$

$$\text{Cosin góc giữa hai vectơ là } \cos \theta = \frac{-\frac{17a^2}{2}}{a\sqrt{10} \cdot a\sqrt{10}} = -\frac{17}{20}.$$

Lấy giá trị tuyệt đối cho góc giữa các cạnh (nếu câu hỏi ám chỉ góc giữa đường thẳng) hoặc dựa vào các đáp án dương, ta chọn đáp án  $\frac{17}{20}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

**Bài 1.** Một cơ sở sản xuất hàng thủ công thống kê về số lượng sản phẩm  $X$  bán được trong 30 ngày như sau:

| Số lượng sản phẩm | [100; 140) | [140; 180) | [180; 220) | [220; 260) | [260; 300) |
|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số ngày           | 3          | 6          | 12         | 6          | 3          |

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là 200.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là 60.
- Trung bình số sản phẩm bán được trong một ngày là 220.
- Phương sai của mẫu số liệu đã cho là 1920.

**Hướng dẫn giải.**

- Đúng.** Khoảng biến thiên là hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên:  $R = 300 - 100 = 200$ .

- Đúng.** Tổng số ngày là  $n = 30$ .

★ Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$ : Giá trị thứ  $n/4 = 7,5$  thuộc nhóm [140; 180).

$$Q_1 = 140 + \frac{7,5 - 3}{6} \cdot 40 = 170.$$

★ Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$ : Giá trị thứ  $3n/4 = 22,5$  thuộc nhóm [220; 260).

$$Q_3 = 220 + \frac{22,5 - 21}{6} \cdot 40 = 230.$$

★ Khoảng tứ phân vị:  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 230 - 170 = 60$ .

- Sai.** Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là: 120; 160; 200; 240; 280.

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{3 \cdot 120 + 6 \cdot 160 + 12 \cdot 200 + 6 \cdot 240 + 3 \cdot 280}{30} = 200 \neq 220.$$

- Đúng.** Phương sai  $s^2$  được tính theo công thức:

$$s^2 = \frac{3 \cdot 120^2 + 6 \cdot 160^2 + 12 \cdot 200^2 + 6 \cdot 240^2 + 3 \cdot 280^2}{30} - 200^2 = 1920.$$

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 5$  có đồ thị là  $(C)$ . Khi đó:

- Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .
- Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên khoảng  $(0; +\infty)$  bằng 2.

- d) Tiếp tuyến của đồ thị ( $C$ ) tại điểm có hoành độ bằng 1 là đường thẳng có phương trình  $y = -3x + 3$ .

**Hướng dẫn giải.** Ta có đạo hàm  $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = 2$ .

- a) **Đúng.** Trong khoảng  $(0; 2)$ , ta có  $y' < 0$  nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.  
 b) **Đúng.** Đạo hàm  $y'$  là đa thức bậc hai có hai nghiệm phân biệt và đổi dấu qua hai nghiệm đó, nên hàm số có hai điểm cực trị.  
 c) **Sai.** Xét trên khoảng  $(0; +\infty)$ , dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = 2$ . Giá trị đó là  $y(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 5 = 1 \neq 2$ .  
 d) **Sai.** Với  $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 5 = 3$ .

Hệ số góc của tiếp tuyến tại  $x = 1$  là  $k = y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = -3$ .

Phương trình tiếp tuyến là:  $y = -3(x - 1) + 3 \Leftrightarrow y = -3x + 6$ .

**Bài 3.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có  $SA = AB = 4\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ .

- a)  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$ .  
 b)  $\overrightarrow{DS} = -2\overrightarrow{DM} + 3\overrightarrow{DG}$ .  
 c) Nếu chọn hệ tọa độ  $Oxyz$  sao cho  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ ,  $B$  thuộc tia  $Ox$ ,  $C$  thuộc tia  $Oy$ ,  $S$  thuộc tia  $Oz$ . Điểm  $E(a; b; c)$  thuộc mặt phẳng  $(SBD)$  sao cho  $C, E, G$  thẳng hàng thì  $a + b + c = 2$ .  
 d) Nếu chọn hệ tọa độ  $Oxyz$  sao cho  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ ,  $B$  thuộc tia  $Ox$ ,  $C$  thuộc tia  $Oy$ ,  $S$  thuộc tia  $Oz$ . Điểm  $F(x; y; z)$  thuộc mặt phẳng  $(SAC)$  sao cho  $FG + FB$  nhỏ nhất thì  $x + y + z = -1$ .

**Hướng dẫn giải.**

a) **Sai.** Ta có  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BC}$ .

Trong hình vuông  $ABCD$ , ta có  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ , do đó  $\overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{BC} \neq \overrightarrow{BC}$ .

b) **Đúng.** Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$  nên với điểm  $D$  bất kỳ ta có:  $3\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DS} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}$ .

Vì  $M$  là trung điểm của  $AB$  nên  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DM}$ .

Thay vào ta được:  $3\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DS} + 2\overrightarrow{DM} \Rightarrow \overrightarrow{DS} = -2\overrightarrow{DM} + 3\overrightarrow{DG}$ .

c) **Đúng.** Cạnh hình vuông  $AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow$  đường chéo  $BD = 8 \Rightarrow OA = OB = OC = OD = 4$ .

Tọa độ các điểm:  $B(4; 0; 0)$ ,  $C(0; 4; 0)$ ,  $D(-4; 0; 0)$ ,  $A(0; -4; 0)$ .

Chiều cao  $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - 4^2} = 4 \Rightarrow S(0; 0; 4)$ .

Trọng tâm  $G$  của tam giác  $SAB$ :  $G\left(\frac{4+0+0}{3}; \frac{0-4+0}{3}; \frac{0+0+4}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$ .

Mặt phẳng  $(SBD)$  chứa trục  $Ox$  và  $Oz$  nên có phương trình  $y = 0$ .

Đường thẳng  $CG$  đi qua  $C(0; 4; 0)$  và  $G$  có VTCP  $\vec{u} = (4/3; -16/3; 4/3) // (1; -4; 1)$ .

Phương trình  $CG$ :  $x = t, y = 4 - 4t, z = t$ . Giao điểm  $E$  với  $y = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow E(1; 0; 1)$ .

Vậy  $a + b + c = 1 + 0 + 1 = 2$ .

d) **Sai.** Mặt phẳng  $(SAC)$  là mặt phẳng  $x = 0$ . Ta thấy  $x_G = 4/3 > 0$  và  $x_B = 4 > 0$  nên  $G, B$  nằm cùng phía so với  $(SAC)$ .

Gọi  $G'$  đối xứng  $G$  qua  $x = 0 \Rightarrow G'(-4/3; -4/3; 4/3)$ .

$(FG + FB)_{\min} = G'B$ . Đường thẳng  $G'B$  có VTCP  $\vec{v} = (16/3; 4/3; -4/3) // (4; 1; -1)$ .

Phương trình  $G'B : x = 4 + 4k, y = k, z = -k$ . Giao điểm  $F$  với  $x = 0 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow F(0; -1; 1)$ .

Khi đó  $x + y + z = 0 - 1 + 1 = 0 \neq -1$ .

**Bài 4.** Tại một khu bảo tồn thiên nhiên các nhà khoa học đã thả một số cá thể của một loài động vật quý hiếm trong một khu rừng rộng 10 hecta và theo dõi sự tăng trưởng số lượng của chúng. Họ thấy rằng số lượng cá thể của loài động vật đó sau  $t$  năm kể từ khi nuôi tại khu bảo tồn được xấp xỉ bởi hàm số  $h(t) = 70 \log_2 \left( \frac{8t+1}{t+1} \right) + 30$  (cá thể,  $t$  là số thực dương) và tốc độ tăng trưởng số lượng cá thể của loài động vật đó tại thời điểm sau đúng  $t$  năm kể từ khi nuôi được xấp xỉ bởi hàm số  $h'(t)$  (đơn vị: cá thể/năm).

- Thời điểm ban đầu, người ta thả nuôi 30 cá thể.
- Sau 9 tháng kể từ khi bắt đầu nuôi, số lượng cá thể của loài động vật đó là 170.
- Tốc độ tăng trưởng số lượng cá thể của loài động vật đó tại thời điểm đúng 6 năm kể từ khi nuôi là  $\frac{10}{7}$  (cá thể/năm).
- Số lượng cá thể của loài động vật đó không vượt quá 240.

**Hướng dẫn giải.** a) **Đúng.** Thời điểm ban đầu  $t = 0$ :  $h(0) = 70 \log_2(1) + 30 = 30$  cá thể.

b) **Đúng.** 9 tháng = 0,75 năm.  $h(0,75) = 70 \log_2 \left( \frac{8 \cdot 0,75 + 1}{0,75 + 1} \right) + 30 = 70 \log_2(4) + 30 = 170$ .

c) **Sai.**  $h(t) = 70[\log_2(8t+1) - \log_2(t+1)] + 30$ .

Đạo hàm  $h'(t) = 70 \left[ \frac{8}{(8t+1)\ln 2} - \frac{1}{(t+1)\ln 2} \right] = \frac{490}{(8t+1)(t+1)\ln 2}$ .

Tại  $t = 6$ :  $h'(6) = \frac{490}{49 \cdot 7 \ln 2} = \frac{10}{7 \ln 2} \neq \frac{10}{7}$ .

d) **Đúng.** Khi  $t \rightarrow +\infty$ ,  $\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t) = 70 \log_2(8) + 30 = 70 \cdot 3 + 30 = 240$ .

Vì  $h'(t) > 0$  với mọi  $t > 0$  nên hàm số luôn đồng biến, số lượng cá thể tăng và tiến sát về 240 nhưng không vượt quá giá trị này.

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+2}$  có tập xác định là  $D$ . Hàm số đã cho có đạo hàm trên  $D$  là

(A)  $y' = -\frac{2}{(x+2)^2}$ .

(B)  $y' = \frac{6}{(x+2)^2}$ .

(C)  $y' = \frac{2}{(x+2)^2}$ .

(D)  $y' = -\frac{6}{(x+2)^2}$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $y = \frac{2x-2}{x+2}$ . Đạo hàm của hàm số là:

$$y' = \frac{2(x+2) - 1(2x-2)}{(x+2)^2} = \frac{2x+4-2x+2}{(x+2)^2} = \frac{6}{(x+2)^2}.$$

Chọn đáp án B.

❖ **Câu 2.** Cho khối lăng trụ có thể tích  $V = 32$ , đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Chiều cao  $h$  của khối lăng trụ đã cho bằng

(A)  $h = 4$ .

(B)  $h = 8$ .

(C)  $h = 16$ .

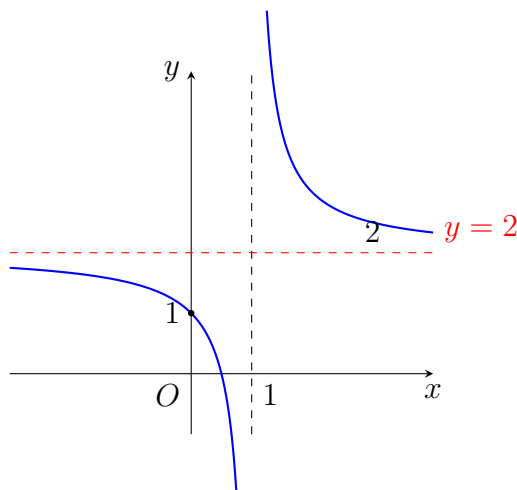
(D)  $h = 2$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Diện tích đáy của lăng trụ là  $S_{\text{đáy}} = 4^2 = 16$ .

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là } V = S_{\text{đáy}} \cdot h \Rightarrow 32 = 16 \cdot h \Rightarrow h = 2.$$

Chọn đáp án D.

❖ **Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là



(A)  $x = 1$ .

(B)  $y = 2$ .

(C)  $y = 1$ .

(D)  $y = 3$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Dựa vào đồ thị, ta thấy khi  $x \rightarrow \pm\infty$  thì  $y \rightarrow 2$ . Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là  $y = 2$ .

Chọn đáp án B.

❖ **Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài cạnh bằng 1. Độ dài của vectơ

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  bằng

- (A)  $\sqrt{2}$ . (B) 3. (C)  $\sqrt{3}$ . (D)  $2\sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn giải.** Theo quy tắc hình hộp, ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

Độ dài vectơ  $|\overrightarrow{AC'}|$  chính là độ dài đường chéo của hình lập phương cạnh  $a = 1$ :

$$AC' = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án C.

**Câu 5.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là  $Q_1, Q_2$  và  $Q_3$ . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- (A)  $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$ . (B)  $Q_2 - Q_1$ .  
(C)  $Q_3 - Q_2$ . (D)  $Q_3 - Q_1$ .

**Hướng dẫn giải.** Theo định nghĩa, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu được tính bằng công thức  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ .

Chọn đáp án D.

**Câu 6.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{u} = (3; -1; 2)$  và điểm  $A(0; -1; 1)$ . Toạ độ điểm  $B$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$  là

- (A)  $(6; -1; 3)$ . (B)  $(-3; 2; -3)$ . (C)  $(-3; 0; -1)$ . (D)  $(3; -2; 3)$ .

**Hướng dẫn giải.** Gọi  $B(x; y; z)$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} = (x - 0; y - (-1); z - 1) = (x; y + 1; z - 1)$ .

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} = \vec{u} = (3; -1; 2) \text{ nên: } \begin{cases} x = 3 \\ y + 1 = -1 \\ z - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } B(3; -2; 3).$$

Chọn đáp án D.

**Câu 7.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thỏa mãn  $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ . Toạ độ điểm  $M$  là

- (A)  $(2; -1; -3)$ . (B)  $(2; 1; 3)$ . (C)  $(-2; 1; 3)$ . (D)  $(-2; -1; 3)$ .

**Hướng dẫn giải.** Toạ độ của điểm  $M$  tương ứng với hệ số của các vectơ đơn vị  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

$$\text{Từ } \overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + 1\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow M(-2; 1; 3).$$

Chọn đáp án C.

**Câu 8.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 9. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- (A) 3. (B) 9. (C)  $\sqrt{3}$ . (D) 6.

**Hướng dẫn giải.** Độ lệch chuẩn  $s$  là căn bậc hai của phương sai  $s^2$ . Ta có  $s = \sqrt{9} = 3$ .

Chọn đáp án A.

**Câu 9.** Kết quả đo chiều cao của 45 học sinh lớp 12A được thống kê như sau:

|                |            |            |            |            |            |
|----------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Chiều cao (cm) | [155; 160) | [160; 165) | [165; 170) | [170; 175) | [175; 180) |
| Số học sinh    | 10         | 18         | 9          | 5          | 3          |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

(A) 25.

(B) 20.

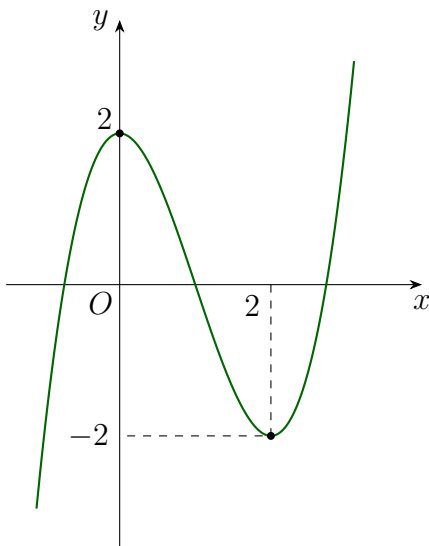
(C) 35.

(D) 30.

**Hướng dẫn giải.** Khoảng biến thiên  $R$  của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên:  $R = 180 - 155 = 25$ .

Chọn đáp án A.

**❖ Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là



(A)  $x = 1$ .

(B)  $x = 2$ .

(C)  $x = 0$ .

(D)  $x = -2$ .

**Hướng dẫn giải.** Dựa vào đồ thị, hàm số đạt cực đại tại điểm  $(0; 2)$ , do đó điểm cực đại của hàm số là  $x = 0$ .

Chọn đáp án C.

**❖ Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(4x - 7) = 2$  là

(A)  $x = \frac{13}{4}$ .

(B)  $x = \frac{9}{4}$ .

(C)  $x = 3$ .

(D)  $x = 4$ .

**Hướng dẫn giải.** Điều kiện:  $4x - 7 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{4}$ .

Phương trình tương đương:  $4x - 7 = 3^2 \Leftrightarrow 4x - 7 = 9 \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = 4$  (thỏa mãn).

Chọn đáp án D.

**❖ Câu 12.** Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

(A)  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

(B)  $y = 2x^3 + x - 5$ .

(C)  $y = \sqrt{x}$ .

(D)  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

**Hướng dẫn giải.** Xét hàm số  $y = 2x^3 + x - 5$ , ta có  $y' = 6x^2 + 1$ . Vì  $y' > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ , nên hàm số đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .

Chọn đáp án B.

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai

**❖ Bài 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Tập giá trị của hàm số  $f(x)$  là  $[0; 2]$ .
- b)  $f(x) = 1 - \cos x$ .
- c) Một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $F(x) = x + \sin x$ .
- d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0; x = \pi$  lớn hơn 4.

**Hướng dẫn giải.** a) **Đúng.**

Vì  $0 \leq \cos^2 \frac{x}{2} \leq 1$  nên  $0 \leq 2 \cos^2 \frac{x}{2} \leq 2$ . Vậy tập giá trị của hàm số là  $[0; 2]$ .

b) **Sai.**

Sử dụng công thức hạ bậc:  $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow 2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$ .

Ta có  $f(x) = 1 + \cos \left( 2 \cdot \frac{x}{2} \right) = 1 + \cos x$ .

c) **Đúng.**

Ta có  $\int (1 + \cos x) dx = x + \sin x + C$ .

Với  $C = 0$ , ta có một nguyên hàm là  $F(x) = x + \sin x$ .

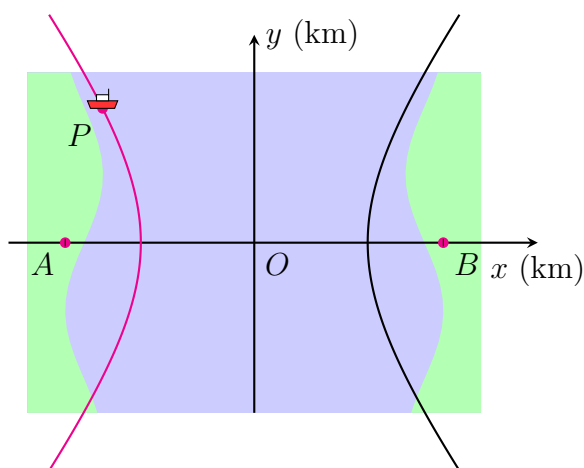
d) **Sai.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0; x = \pi$  là:

$$S = \int_0^\pi (1 + \cos x) dx = (x + \sin x) \Big|_0^\pi = (\pi + \sin \pi) - (0 + \sin 0) = \pi.$$

Vì  $\pi \approx 3,14 < 4$  nên mệnh đề d sai.

**Bài 2.** Trong một khu vực trên biển có hai trạm định vị vô tuyến được đặt tại điểm  $A$  và  $B$  cách nhau 1000 km. Một con tàu di chuyển trên biển, nó luôn nhận tín hiệu từ trạm  $A$  trước tín hiệu từ trạm  $B$  một khoảng là 0,002 giây. Biết rằng các tín hiệu hai trạm truyền đi với tốc độ không đổi trong không khí là  $3 \cdot 10^8$  (m/s). Gọi  $t_1, t_2$  (đơn vị giây) lần lượt là thời gian truyền tín hiệu từ trạm  $A$  và trạm  $B$  đến con tàu. Xét hệ tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng km). Gọi vị trí trên biển của con tàu là  $P$ .



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a)  $t_1 - t_2 = 0,002$ .
- b) Hiệu khoảng cách giữa tàu với trạm  $A$  và trạm  $B$  là một hằng thức cố định được xác định bởi  $|PA - PB| = 600$  (km).

- c) Quỹ đạo chuyển động của tàu là một đường hypebol có phương trình là  $\frac{x^2}{400^2} - \frac{y^2}{300^2} = 1$ .
- d) Khi con tàu cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng 800 km thì hoành độ của nó nhỏ hơn 600.

 **Hướng dẫn giải.** a) Sai.

Vì "con tàu luôn nhận tín hiệu từ trạm  $A$  trước tín hiệu từ trạm  $B$  một khoảng là 0,002 giây" nên thời gian nhận tín hiệu từ trạm  $A$  ít hơn thời gian nhận tín hiệu từ trạm  $B$  là 0,002 giây  $\Leftrightarrow t_2 - t_1 = 0,002$ .

b) Đúng.

$PA, PB$  lần lượt là khoảng cách giữa con tàu tại vị trí  $P$  đến trạm  $A, B$ .

Ta có tốc độ truyền tín hiệu từ 2 trạm  $A, B$  đến con tàu là  $v = 3 \cdot 10^8$  (m/s)  $= 3 \cdot 10^5$  (km/s).

Lại có  $t_1, t_2$  (giây) lần lượt là thời gian truyền tín hiệu từ trạm  $A$  và trạm  $B$  đến con tàu.

$$\text{Nên } \begin{cases} PA = v \cdot t_1 = 3 \cdot 10^5 t_1 \\ PB = v \cdot t_2 = 3 \cdot 10^5 t_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |PA - PB| = |3 \cdot 10^5 t_1 - 3 \cdot 10^5 t_2| = 3 \cdot 10^5 |t_1 - t_2| = 3 \cdot 10^5 \cdot 0,002 = 600 \text{ (km)}.$$

Vậy hiệu khoảng cách giữa tàu với trạm  $A$  và trạm  $B$  là  $|PA - PB| = 600$  (km).

c) Sai.

Từ phần b, ta có  $|PA - PB| = 600$  (km). Theo định nghĩa, quỹ đạo của tàu là một nhánh của đường hypebol với  $2a = 600 \Rightarrow a = 300$ .

Khoảng cách giữa hai tiêu cự (hai trạm) là  $2c = AB = 1000 \Rightarrow c = 500$ .

Ta có  $b^2 = c^2 - a^2 = 500^2 - 300^2 = 400^2 \Rightarrow b = 400$ .

Phương trình chính tắc của hypebol là:  $\frac{x^2}{300^2} - \frac{y^2}{400^2} = 1$ .

Mệnh đề ghi  $\frac{x^2}{400^2} - \frac{y^2}{300^2} = 1$  là sai (nhầm lẫn giữa  $a$  và  $b$ ).

d) Đúng.

Giả sử tọa độ  $P(x_0; y_0)$ . Vì tàu cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng 800 km nên:

$$OP = 800 \Leftrightarrow \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = 800 \Leftrightarrow x_0^2 + y_0^2 = 800^2 \Leftrightarrow y_0^2 = 800^2 - x_0^2.$$

Vì  $P$  thuộc vào hypebol  $\frac{x^2}{300^2} - \frac{y^2}{400^2} = 1$ , thay tọa độ điểm  $P$  vào ta được:

$$\frac{x_0^2}{300^2} - \frac{800^2 - x_0^2}{400^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{16x_0^2 - 9(800^2 - x_0^2)}{1440000} = 1$$

$$\Leftrightarrow 25x_0^2 - 9 \cdot 800^2 = 1440000 \Leftrightarrow 25x_0^2 = 1440000 + 5760000 = 7200000.$$

$$\Leftrightarrow x_0^2 = 288000 \Rightarrow |x_0| = \sqrt{288000} \approx 536,656 < 600.$$

Vậy hoành độ của nó nhỏ hơn 600 là đúng.

 **Bài 3.** Tốc độ phát triển của một loại nấm mốc trên một sàn nhà tỷ lệ thuận với lượng nấm mốc hiện tại. Diện tích nấm mốc trên sàn lúc đầu ( $t = 0$ ) là  $2 \text{ cm}^2$  và sau 2 ngày là  $9 \text{ cm}^2$ . Gọi  $A(t)$  là diện tích nấm mốc tại thời điểm  $t$  thì  $A'(t) = k \cdot A(t)$  (với  $k$  là hằng số). Cho biết  $A(t) = e^{g(t)}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $g(t) = e^{kt} + C$  với  $C$  là hằng số xác định.

b)  $k = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2}$ .

c)  $g(0) = 2 \ln 2$ .

d) Sau 3 ngày (tính từ thời điểm  $t = 0$ ), diện tích nấm mốc bao phủ lớn hơn  $20 \text{ cm}^2$ .

 **Hướng dẫn giải.**

a) Sai.

$$A'(t) = k \cdot A(t) \iff \frac{A'(t)}{A(t)} = k \iff (\ln A(t))' = k.$$

Nguyên hàm hai vế, ta được:

$$\int (\ln A(t))' dt = \int k dt \iff \ln A(t) = kt + C \iff A(t) = e^{kt+C}.$$

Lại có  $A(t) = e^{g(t)} \Rightarrow g(t) = \ln A(t) = kt + C$ .

**b) Đúng.**

Từ phần a) ta thu được  $A(t) = e^{kt+C}$ .

$$\begin{aligned} \text{Lại có } \begin{cases} A(0) = 2 \\ A(2) = 9 \end{cases} &\iff \begin{cases} e^{k \cdot 0 + C} = 2 \\ e^{k \cdot 2 + C} = 9 \end{cases} \iff \begin{cases} e^C = 2 \\ e^{2k+C} = 9 \end{cases} \iff \begin{cases} C = \ln 2 \\ 2k + \ln 2 = \ln 9 \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} C = \ln 2 \\ 2k = \ln 9 - \ln 2 = \ln \frac{9}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} C = \ln 2 \\ k = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

**c) Sai.**

$$\text{Từ phần b, ta thu được } \begin{cases} C = \ln 2 \\ k = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(t) = kt + C = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} t + \ln 2.$$

Thay  $t = 0$  vào phương trình  $g(t)$  ta được  $g(0) = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} \cdot 0 + \ln 2 = \ln 2$ .

**d) Sai.**

Ta có  $A(t) = e^{\frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} t + \ln 2}$ .

Sau 3 ngày (tính từ thời điểm  $t = 0$ ), diện tích nấm mốc bao phủ là:

$$A(3) = e^{\frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} \cdot 3 + \ln 2} \approx 19 \text{ cm}^2 < 20 \text{ cm}^2.$$

**Bài 4.** Khi trả lời câu hỏi trong một bài thi trắc nghiệm, học sinh có thể biết đáp án hoặc dự đoán đáp án. Các câu hỏi trắc nghiệm có 4 đáp án nhưng chỉ có 1 đáp án đúng. Giả sử với mỗi câu hỏi bạn Tuấn có xác suất biết đáp án đúng là 0,6 và xác suất Tuấn không biết đáp án đúng là 0,4. Trong trường hợp không biết đáp án Tuấn sẽ dự đoán đáp án đúng bằng cách chọn ngẫu nhiên một trong 4 đáp án của đề thi. Giả sử Tuấn gặp một câu hỏi trắc nghiệm.

Gọi  $A$  là biến cố: "Câu trả lời của Tuấn là đúng".

Gọi  $B$  là biến cố: "Câu hỏi đó Tuấn đã biết đáp án".

- $P(B) = 0,6, P(\overline{B}) = 0,4$ .
- Xác suất có điều kiện:  $P(A|B) = 0,5; P(A|\overline{B}) = 0,25$ .
- Xác suất để câu trả lời của Tuấn đúng là 72%.
- Với câu trắc nghiệm mà câu trả lời của Tuấn là đúng, xác suất để câu đó là câu mà Tuấn biết đáp án đúng là  $\frac{6}{7}$ .

**Hướng dẫn giải.** **a) Đúng.** Vì câu hỏi bạn Tuấn có xác suất biết đáp án đúng là 0,6 và xác suất Tuấn không biết đáp án đúng là 0,4 nên  $P(B) = 0,6, P(\overline{B}) = 0,4$ .

**b) Sai.** Xác suất câu trả lời của Tuấn là đúng khi Tuấn đã biết đáp án bằng  $P(A|B) = 1$ . Xác suất câu trả lời của Tuấn là đúng khi Tuấn chưa biết đáp án bằng  $P(A|\overline{B}) = 0,25$  (do Tuấn chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 đáp án).

**c) Sai.** Áp dụng công thức xác suất toàn phần  $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B})$ , ta có:

$$P(A) = 0,6 \cdot 1 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,7.$$

Vậy xác suất để câu trả lời của Tuấn đúng là 70%.

**d) Đúng.** Áp dụng công thức Bayes  $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$ , ta có:

$$P(B|A) = \frac{0,6 \cdot 1}{0,7} = \frac{6}{7}.$$

Vậy với câu trắc nghiệm mà câu trả lời của Tuấn là đúng thì xác suất để câu đó là câu mà Tuấn biết đáp án đúng là  $\frac{6}{7}$ .

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

❖ **Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x + \sin x$  là

(A)  $\frac{1}{2}x^2 + \cos x + C$ .

(B)  $\frac{1}{2}x^2 - \cos x + C$ .

(C)  $x^2 - \cos x + C$ .

(D)  $x^2 + \cos x + C$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $\int (x + \sin x)dx = \int xdx + \int \sin xdx = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + C$ .

❖ **Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ . Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) -1.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 4.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 3$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Bảng biến thiên cho thấy hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$ .

Giá trị cực đại là  $y_{C\max} = f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 2 = -1 + 3 + 2 = 4$ .

❖ **Câu 3.** Cho  $\int_0^1 f(x)dx = 2$  và  $\int_0^1 g(x)dx = 5$  khi đó  $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)]dx$  bằng

(A) -4.

(B) 16.

(C) -3.

(D) 11.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)]dx = 3 \int_0^1 f(x)dx - 2 \int_0^1 g(x)dx = 3(2) - 2(5) = 6 - 10 = -4$ .

❖ **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  và song song

với đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$  là

(A)  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-4}$ .

(B)  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$ .

(C)  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$ .

(D)  $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ .

➤ *Hướng dẫn giải.* Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_d = (-1; 1; -4)$ , cũng có thể chọn  $\vec{u} = (1; -1; 4)$ .

Kiểm tra điểm  $A(1; 2; 3)$  thay vào phương trình ở đáp án D:  $\frac{1}{1} = \frac{2-3}{-1} = \frac{3+1}{4} = 1$  (thỏa mãn).

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là  $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ .

❖ **Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (3; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (1; -1; -2)$  và  $\vec{c} = (2; 1; -1)$ . Tích vô hướng  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$  bằng

(A) 0.

(B) 3.

(C) 6.

(D) 9.

➤ *Hướng dẫn giải.* Ta có  $\vec{b} + \vec{c} = (1 + 2; -1 + 1; -2 - 1) = (3; 0; -3)$ .

Khi đó  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 3 \cdot 3 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot (-3) = 9 - 3 = 6$ .

❖ **Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(1) = 3$  và  $f'(1) = 2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 9}{x - 1}$  bằng

(A) 12.

(B) 6.

(C) 2.

(D) 18.

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x)-9}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x)-3)(f(x)+3)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} (f(x)+3)$   
 $= f'(1) \cdot (f(1)+3) = 2 \cdot (3+3) = 12.$

**Câu 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $y = x$  và đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 2x$  bằng

(A) 4.

(B)  $\frac{7}{2}.$ (C)  $\frac{9}{2}.$ 

(D) 3.

**Hướng dẫn giải.** Phương trình hoành độ giao điểm:  $x = x^2 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 3.$   
 Diện tích  $S = \int_0^3 |x - (x^2 - 2x)| dx = \int_0^3 (3x - x^2) dx = \left( \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^3 = \frac{27}{2} - 9 = \frac{9}{2}.$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng qua  $A(1; 2; -1)$  và vuông góc với các mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0; (Q): x + y + z - 1 = 0$  có phương trình là

(A)  $x + y + 2z - 1 = 0.$ (B)  $4x - y + z - 1 = 0.$ (C)  $4x - y - 3z - 5 = 0.$ (D)  $x - y + z + 2 = 0.$ 

**Hướng dẫn giải.** Vectơ pháp tuyến của  $(P)$  và  $(Q)$  lần lượt là  $\vec{n}_P = (2; -1; 3), \vec{n}_Q = (1; 1; 1).$   
 Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là  $\vec{n} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-4; 1; 3).$   
 Phương trình mặt phẳng:  $-4(x-1) + 1(y-2) + 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 3z - 5 = 0.$

**Câu 9.** Trong hải dương học, độ sâu  $d$  (m) mà ánh sáng có thể xuyên qua liên hệ với cường độ ánh sáng  $I$  bằng công thức  $I = I_0 e^{-kd}$ . Biết tại độ sâu 10m cường độ ánh sáng bằng một nửa cường độ tại mặt nước, giá trị của  $k$  là

(A) 0,069.

(B) 0,077.

(C) 0,083.

(D) 0,091.

**Hướng dẫn giải.** Tại  $d = 10, I = \frac{1}{2}I_0 \Rightarrow \frac{1}{2}I_0 = I_0 e^{-10k} \Rightarrow e^{-10k} = 0,5 \Rightarrow -10k = \ln(0,5) \Rightarrow k = \frac{\ln 2}{10} \approx 0,069.$

**Câu 10.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2+x}{x+1}$  là

(A)  $y = 2x + 1.$ (B)  $y = 2x - 3.$ (C)  $y = 2x.$ (D)  $y = 2x - 1.$ 

**Hướng dẫn giải.** Ta có  $y = \frac{2x(x+1)-(x+1)+1}{x+1} = 2x - 1 + \frac{1}{x+1}.$

Vậy tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = 2x - 1.$

**Câu 11.** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm doanh số bán hàng của 30 cửa hàng là

(A) 60.

(B) 10.

(C) 16,375.

(D) 26,375.

**Hướng dẫn giải.** Tổng số cửa hàng  $n = 30.$  Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  ở vị trí thứ 7,5 thuộc nhóm  $[40; 50): Q_1 = 40 + \frac{7,5-7}{10} \cdot 10 = 40,5.$   
 Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  ở vị trí thứ 22,5 thuộc nhóm  $[50; 60): Q_3 = 50 + \frac{22,5-17}{8} \cdot 10 = 56,875.$   
 Khoảng tứ phân vị  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 56,875 - 40,5 = 16,375.$

**Câu 12.** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a, SA$  vuông góc với đáy, mặt bên  $(SBC)$  tạo với đáy một góc  $30^\circ.$  Thể tích khối chóp bằng

(A)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$ (B)  $\frac{8\sqrt{3}a^3}{9}.$ (C)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}.$ (D)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}.$ 

**Hướng dẫn giải.** Góc giữa  $(SBC)$  và đáy là  $\angle SBA = 30^\circ.$  Trong tam giác vuông  $SAB:$

$$SA = AB \tan 30^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Diện tích đáy } S = (2a)^2 = 4a^2. \text{ Thể tích } V = \frac{1}{3}S \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}a^3}{9}.$$

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai** *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

**Bài 1.** Một công ty khí tượng sử dụng hai mô hình dự báo thời tiết hoạt động độc lập với nhau là Mô hình 1 và Mô hình 2. Dựa trên dữ liệu quá khứ, độ chính xác của các mô hình được quy định như sau:

- ♦ Mô hình 1: Có xác suất dự báo đúng là 80%. Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình báo có mưa là 0,8; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là 0,8.
- ♦ Mô hình 2: Có xác suất dự báo đúng là 90%. Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình dự báo có mưa là 0,9; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là 0,9.

Biết rằng tỷ lệ ngày có mưa ở khu vực này là 20%.

- a) Xác suất để cả hai mô hình đều dự báo sai là 0,2.
- b) Trong trường hợp Mô hình 1 dự báo không mưa và Mô hình 2 dự báo có mưa, xác suất Mô hình 1 dự báo đúng thấp hơn xác suất Mô hình 2 dự báo đúng.
- c) Xác suất để cả hai mô hình đều dự báo có mưa là 0,16.
- d) Nếu cả hai mô hình đều dự báo trời có mưa thì xác suất để thực tế trời có mưa là 0,9.

**Hướng dẫn giải.** Gọi các biến cố:

- ♦  $R$ : "Thực tế trời có mưa",  $\bar{R}$ : "Thực tế trời không mưa". Theo đề bài  $P(R) = 0,2$  và  $P(\bar{R}) = 0,8$ .
- ♦  $A$ : "Mô hình 1 dự báo có mưa",  $\bar{A}$ : "Mô hình 1 dự báo không mưa".
- ♦  $B$ : "Mô hình 2 dự báo có mưa",  $\bar{B}$ : "Mô hình 2 dự báo không mưa".

Theo giả thiết về độ chính xác của các mô hình:

- ♦  $P(A|R) = 0,8$ ;  $P(\bar{A}|\bar{R}) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{A}|R) = 0,2$ ;  $P(A|\bar{R}) = 0,2$ .
- ♦  $P(B|R) = 0,9$ ;  $P(\bar{B}|\bar{R}) = 0,9 \Rightarrow P(\bar{B}|R) = 0,1$ ;  $P(B|\bar{R}) = 0,1$ .

Xét các khẳng định:

**a) Sai.**

Xác suất Mô hình 1 dự báo sai là  $P(S_1) = P(\bar{A}|R)P(R) + P(A|\bar{R})P(\bar{R}) = 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,8 = 0,2$ .

Xác suất Mô hình 2 dự báo sai là  $P(S_2) = P(\bar{B}|R)P(R) + P(B|\bar{R})P(\bar{R}) = 0,1 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,8 = 0,1$ .

Vì hai mô hình hoạt động độc lập, xác suất cả hai cùng sai là  $P(S_1) \cdot P(S_2) = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02 \neq 0,2$ .

**b) Sai.**

Xét biến cố  $E$ : "Mô hình 1 dự báo không mưa và Mô hình 2 dự báo có mưa" ( $E = \bar{A} \cap B$ ).

Sử dụng công thức xác suất đầy đủ:

$$P(E) = P(\bar{A} \cap B|R)P(R) + P(\bar{A} \cap B|\bar{R})P(\bar{R})$$

$$P(E) = (0,2 \cdot 0,9) \cdot 0,2 + (0,8 \cdot 0,1) \cdot 0,8 = 0,036 + 0,064 = 0,1.$$

Khi  $E$  xảy ra, Mô hình 1 đúng khi thực tế không mưa ( $\bar{R}$ ):

$$P(\bar{R}|E) = \frac{P(E|\bar{R})P(\bar{R})}{P(E)} = \frac{0,064}{0,1} = 0,64.$$

Khi  $E$  xảy ra, Mô hình 2 đúng khi thực tế có mưa ( $R$ ):

$$P(R|E) = \frac{P(E|R)P(R)}{P(E)} = \frac{0,036}{0,1} = 0,36.$$

Vì  $0,64 > 0,36$  nên xác suất Mô hình 1 đúng **cao hơn** xác suất Mô hình 2 đúng.

**c) Đúng.**

Xác suất cả hai mô hình đều dự báo có mưa là  $P(A \cap B)$ :

$$P(A \cap B) = P(A \cap B|R)P(R) + P(A \cap B|\bar{R})P(\bar{R})$$

$$P(A \cap B) = (0,8 \cdot 0,9) \cdot 0,2 + (0,2 \cdot 0,1) \cdot 0,8 = 0,144 + 0,016 = 0,16.$$

**d) Đúng.**

Xác suất thực tế trời có mưa khi biết cả hai mô hình đều dự báo mưa là:

$$P(R|A \cap B) = \frac{P(A \cap B|R)P(R)}{P(A \cap B)} = \frac{0,144}{0,16} = 0,9.$$

**Bài 2.** Chi phí vận hành trung bình (tính bằng triệu đồng/chuyến) của một công ty vận tải khi vận hành  $x$  chuyến xe mỗi ngày được cho bởi hàm số  $A(x) = 0,2x + 2 + \frac{500}{x}$  với  $10 \leq x \leq 100$ .

- Đạo hàm của hàm chi phí trung bình là  $A'(x) = \frac{0,2x^2 + 500}{x^2}$ .
- Chi phí trung bình trên mỗi chuyến xe thấp nhất bằng 22 triệu đồng.
- Nếu do giới hạn về số lượng tài xế khiến công ty chỉ có thể vận hành tối đa 40 chuyến xe mỗi ngày. Chi phí trung bình mỗi chuyến xe trong trường hợp này thấp nhất bằng 22,5 triệu đồng.
- Tổng chi phí vận hành của công ty vận tải trong một ngày thấp nhất bằng 1,1 tỷ đồng.

**Hướng dẫn giải.** Xét hàm số  $A(x) = 0,2x + 2 + \frac{500}{x}$  trên đoạn  $[10; 100]$ .

- Sai.** Ta có  $A'(x) = 0,2 - \frac{500}{x^2} = \frac{0,2x^2 - 500}{x^2}$ . Mệnh đề ghi dấu cộng là sai.
- Đúng.** Cho  $A'(x) = 0 \Leftrightarrow 0,2x^2 - 500 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2500 \Leftrightarrow x = 50$  (do  $x \in [10; 100]$ ).  
Tính các giá trị:  $A(10) = 54$ ;  $A(50) = 22$ ;  $A(100) = 27$ .  
Vậy chi phí trung bình thấp nhất là 22 triệu đồng khi  $x = 50$ .
- Đúng.** Khi  $x \leq 40$ , ta xét hàm số  $A(x)$  trên đoạn  $[10; 40]$ .  
Vì  $x < 50$  nên  $A'(x) < 0$  trên  $(10; 40)$ , hàm số nghịch biến trên  $[10; 40]$ .  
Giá trị thấp nhất đạt được tại biên  $x = 40$ :  $A(40) = 0,2 \cdot 40 + 2 + \frac{500}{40} = 22,5$  triệu đồng.
- Sai.** Tổng chi phí vận hành trong một ngày là  $C(x) = x \cdot A(x) = 0,2x^2 + 2x + 500$ .  
Ta có  $C'(x) = 0,4x + 2 > 0$  với mọi  $x \in [10; 100]$ . Do đó hàm  $C(x)$  đồng biến.

Tổng chi phí thấp nhất khi  $x = 10$ :  $C(10) = 0,2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 500 = 540$  triệu đồng (0,54 tỷ đồng).

**Bài 3.** Một kiến trúc sư thiết kế bồn hoa trong công viên trên hệ trục tọa độ  $Oxy$  (đơn vị: mét). Bồn hoa là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = -x^2 + 4$  và trục hoành  $Ox$ . Kiến trúc sư bố trí một dải đèn LED thẳng, được mô phỏng bởi đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(0; 1)$ , cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  (có hoành độ lần lượt là  $x_1, x_2$ ). Dải đèn chia bồn hoa thành hai phần riêng biệt: Phần hình phẳng nằm phía trên dây cung  $AB$  được dùng để trồng Hoa Hồng, phần còn lại của bồn hoa (nằm phía dưới dây cung  $AB$ ) được dùng để trồng Cỏ Nhặt.

- Diện tích toàn bộ bồn hoa (tổng diện tích trồng Hoa Hồng và Cỏ Nhặt) bằng  $16\text{m}^2$ .
- Tích các hoành độ giao điểm của đường thẳng  $d$  và parabol  $(P)$  luôn bằng 3 (tức là  $x_1 x_2 = 3$ ).
- Diện tích trồng Hoa Hồng đạt giá trị nhỏ nhất khi dải đèn LED được thiết kế nằm ngang (song song với trục hoành).
- Khi diện tích trồng Hoa Hồng gấp đôi diện tích trồng Cỏ Nhặt, chiều dài của dải đèn LED (tính bằng độ dài đoạn thẳng  $AB$ ) xấp xỉ 3,84 mét (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Hướng dẫn giải.**

- Sai.** Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $Ox$  là  $-x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$ .

$$\text{Diện tích toàn bộ bồn hoa: } S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3} \approx 10,67\text{m}^2.$$

- Sai.** Đường thẳng  $d$  qua  $M(0; 1)$  có dạng  $y = kx + 1$ .

Phương trình hoành độ giao điểm:  $-x^2 + 4 = kx + 1 \Leftrightarrow x^2 + kx - 3 = 0$ . Theo Vi-ét:  $x_1 x_2 = -3$ .

- Đúng.** Diện tích trồng Hoa Hồng  $S_H$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$ :

$$S_H = \frac{|a|}{6} (x_2 - x_1)^3 = \frac{1}{6} [(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2]^{3/2} = \frac{1}{6} (k^2 + 12)^{3/2}.$$

$S_H$  nhỏ nhất khi  $k = 0$ , tức là dải đèn nằm ngang.

- Đúng.** Hoa Hồng gấp đôi Cỏ Nhặt  $\Rightarrow S_H = \frac{2}{3} S = \frac{2}{3} \cdot \frac{32}{3} = \frac{64}{9}$ .

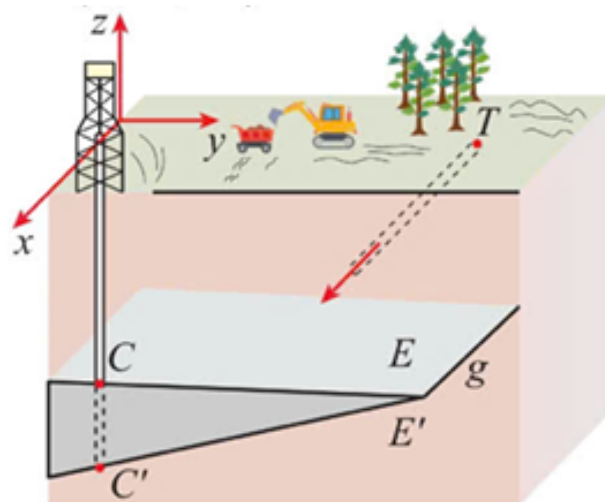
$$\text{Từ } \frac{1}{6} (k^2 + 12)^{3/2} = \frac{64}{9} \Rightarrow k^2 \approx 0,208.$$

$$\text{Chiều dài } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(k^2 + 12)(1 + k^2)} \approx 3,84 \text{ m}.$$

**Bài 4.** Một lớp than đá hình lăng trụ tam giác có các mặt phẳng giới hạn trên và dưới là  $(E)$  và  $(E')$ , tiếp giáp với các lớp đất xung quanh. Trên hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét, mặt đất là mặt phẳng  $(Oxy)$ . Các kỹ sư thực hiện ba lần khoan thăm dò, lần thứ nhất cắt mặt  $(E)$  và  $(E')$  lần lượt tại điểm  $A(-20; 30; -200)$ ,  $A'(-20; 30; -236)$ ; lần thứ hai cắt mặt  $(E)$  và  $(E')$  lần lượt tại điểm  $B(120; 180; -80)$ ,  $B'(120; 180; -120)$ ; lần thứ ba cắt mặt  $(E)$  và  $(E')$  lần lượt tại điểm  $C(80; 120; -120)$ ,  $C'(80; 120; -160)$ . Từ điểm  $T(-200; 200; 0)$ , một đường hầm được đào theo hướng của vectơ  $\vec{v} = (2; -1; -1)$ .

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- Phương trình của mặt phẳng  $(E)$  là  $3x - 2y + 6z - 1200 = 0$ .
- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(E')$  là  $\vec{n}' = (2; 2; -5)$ .
- Khi đào hầm, vị trí đầu tiên mà đường hầm gặp lớp than là  $M(a; b; c)$ , khi đó  $a > 90$ .



d) Chiều dài đoạn đường hầm nằm trong lớp than đá lớn hơn 80 mét.

**Hướng dẫn giải.** a) Sai.

Mặt phẳng  $(E)$  đi qua 3 điểm  $A, B, C$  nên có cặp vectơ chỉ phương là:

$$\overrightarrow{AB} = (140; 150; 120); \overrightarrow{AC} = (100; 90; 80).$$

Chọn  $\vec{u}_1(14; 15; 12), \vec{u}_2(10; 9; 8)$  là cặp VTCP của mặt phẳng  $(E)$ .

Khi đó, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(E)$  là  $\vec{n}_E = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (12; 8; -24)$ .

Mặt phẳng  $(E)$  đi qua  $A(-20; 30; -200)$  và có VTPT  $\vec{n}_1 = (3; 2; -6)$  có phương trình:

$$3(x + 20) + 2(y - 30) - 6(z + 200) = 0 \iff 3x + 2y - 6z - 1200 = 0.$$

**b) Đúng.**

Mặt phẳng  $(E')$  đi qua 3 điểm  $A', B', C'$  nên có cặp VTCP:

$$\overrightarrow{A'B'} = (140; 150; 116); \overrightarrow{A'C'} = (100; 90; 76).$$

Suy ra một VTPT của mặt phẳng  $(E')$  là  $\vec{n}_{E'} = [\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}] = (960; 960; -2400) = 480(2; 2; -5)$ .

Suy ra  $\vec{n}_2 = (2; 2; -5)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(E')$ .

**c) Sai.**

Đường hầm  $d$  đi qua  $T(-200; 200; 0)$  theo hướng  $\vec{v} = (2; -1; -1)$  có PT tham số:

$$d: \begin{cases} x = -200 + 2t \\ y = 200 - t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Thay vào PT mặt phẳng  $(E)$ :  $3x + 2y - 6z - 1200 = 0$ , ta được:

$$3(-200 + 2t) + 2(200 - t) - 6(-t) - 1200 = 0 \iff 10t - 1400 = 0 \iff t = 140.$$

Vị trí đầu tiên gặp lớp than là  $M(80; 60; -140)$ . Khi đó  $a = 80 < 90$ .

**d) Sai.**

Mặt phẳng  $(E')$  đi qua  $C'(80; 120; -160)$  có VTPT  $\vec{n}_2 = (2; 2; -5)$  nên có PT:

$$2(x - 80) + 2(y - 120) - 5(z + 160) = 0 \iff 2x + 2y - 5z - 1200 = 0.$$

Thay PT đường hầm  $d$  vào PT  $(E')$ , ta được:

$$2(-200 + 2t) + 2(200 - t) - 5(-t) - 1200 = 0 \iff 7t - 1200 = 0 \iff t = \frac{1200}{7}.$$

Giao điểm  $N = d \cap (E')$  có tọa độ  $N\left(\frac{1000}{7}; \frac{200}{7}; -\frac{1200}{7}\right)$ .

Chiều dài đoạn trong lớp than là  $MN = \sqrt{\left(\frac{1000}{7} - 80\right)^2 + \left(\frac{200}{7} - 60\right)^2 + \left(-\frac{1200}{7} + 140\right)^2} \approx 76,98$  (m) < 80 (m).