

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$ B. $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$ C. $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ D. $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_5 a$. B. $\frac{1}{3} + \log_5 a$. C. $3 + \log_5 a$. D. $3 \log_5 a$.

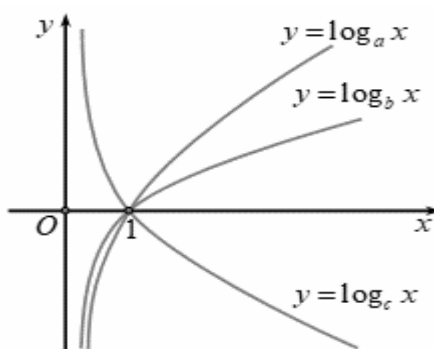
Câu 3. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 12.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 5. Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



- A. $a < b < c$. B. $c < a < b$. C. $c < b < a$. D. $b < c < a$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là:

A. $x = -2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = -3$.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

A. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$

B. $\{-3; 3\}$

C. $\{-3\}$

D. $\{3\}$

Câu 8. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < e^x$ là:

A. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $S = (0; +\infty)$.

C. $S = \mathbb{R}$.

D. $S = (-\infty; 0)$.

Câu 9. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

A. 1

B. Vô số

C. 3

D. 2

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Nhận xét nào sau đây sai?

a) Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.

b) Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.

c) Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.

d) Nếu $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có 3 góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

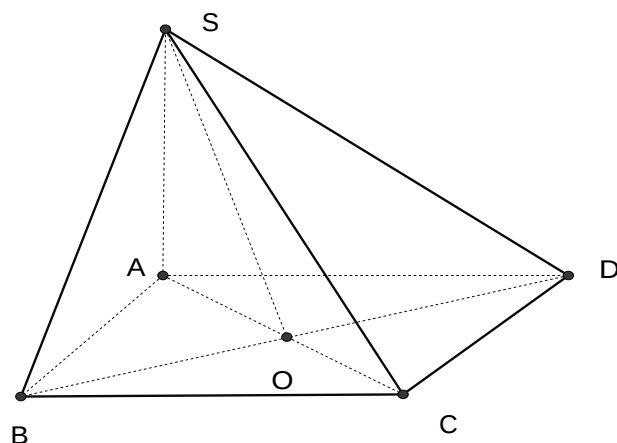
A. $\widehat{BDB'}$.

B. $\widehat{AB'C}$.

C. $\widehat{DB'B}$.

D. $\widehat{DA'C'}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $SA \perp BD$

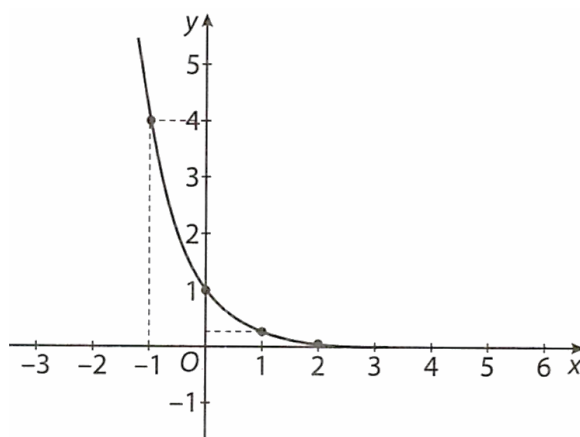
B. $SC \perp BD$

C. $SO \perp BD$

D. $AD \perp SC$

Câu 1. Cho hàm số $y = 4^x$.

- a) Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 b) Hàm số đã cho có tập giá trị là $T = (-\infty; +\infty)$.
 c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
 d) Đồ thị hàm số đã cho có hình sau bên:



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$.

- a) $SO \perp (ABCD)$
 b) $CD \perp (SBD)$
 c) OA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (SBD) .
 d) Tam giác CAB là hình chiếu của tam giác SAB trên mặt phẳng $(ABCD)$.

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$.

Tính giá trị biểu thức $M = f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2}{2025}\right) + \dots + f\left(\frac{2023}{2025}\right) + f\left(\frac{2024}{2025}\right)$

Trả lời:

Câu 2. COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới của virus corona (nCoV) bắt nguồn từ Trung Quốc (đầu tháng 12/2019) gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh (tính đến 7/4/2020 đã có 1 360 039 người nhiễm bệnh). Giả sử ban đầu có 1 người bị nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang 4 người khác. Tất cả những người nhiễm bệnh lại tiếp tục lây sang những người khác với tốc độ như trên (1 người lây 4 người). Hỏi sau 7 ngày sẽ có tổng cộng bao nhiêu người nhiễm bệnh? (Biết rằng những người nhiễm bệnh không phát hiện bản thân bị bệnh và không phòng tránh cách li, do trong thời gian ủ bệnh vẫn lây bệnh sang người khác).

LỜI GIẢI

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$ B. $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$ C. $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ D. $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$

Lời giải

Chọn B.

Lý thuyết

Theo tính chất của lũy thừa thì đẳng thức $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$ **Sai**.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_5 a$. B. $\frac{1}{3} + \log_5 a$. C. $3 + \log_5 a$. D. $3 \log_5 a$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_5 a^3 = 3 \log_5 a$$

Câu 3. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 12.

Lời giải

Chọn A.

Từ giả thiết ta có : $4^{\log_2(ab)} = 3a$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) \cdot \log_2 4 = \log_2(3a)$$

$$\Leftrightarrow 2(\log_2 a + \log_2 b) = \log_2 a + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a + 2 \log_2 b = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab^2) = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 3$$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

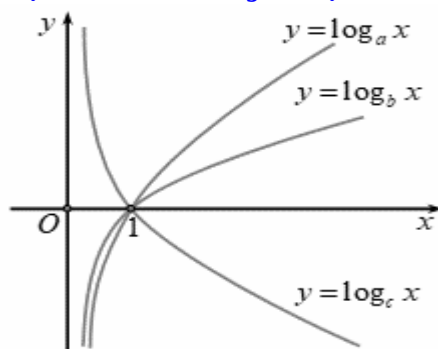
- A. $\mathbb{R}$. B. $[0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Vì hàm số $y = 9^x$ là hàm số mũ nên có tập xác định là tập $\mathbb{R}$.

Câu 5. Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

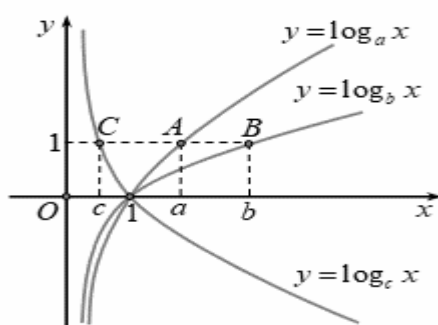


- A. $a < b < c$. B. $c < a < b$. C. $c < b < a$. D. $b < c < a$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ lần lượt đi qua các điểm $A(a; 1)$, $B(b; 1)$, $C(c; 1)$.



* Từ hình vẽ ta có: $c < a < b$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là:

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn B.

$$3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow x-1 = \log_3 9 \Leftrightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- A. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ B. $\{-3; 3\}$ C. $\{-3\}$ D. $\{3\}$

Lời giải

Chọn B.

$$\log_2(x^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

Câu 8. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < e^x$ là:

- A. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $S = (0; +\infty)$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = (-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

$$3^x < e^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{e}\right)^x < 1 \Leftrightarrow x < 0. \text{ Tập nghiệm của bất phương trình là } S = (-\infty; 0).$$

Câu 9. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

A. 1

B. Vô số

C. 3

D. 2

Lời giải

Chọn A.

qua điểm O cho trước có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Nhận xét nào sau đây sai?

a) Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.

b) Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.

c) Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.

d) Nếu $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Lời giải

Chọn D.

Lý thuyết

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có 3 góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

A. $\widehat{BDB'}$.

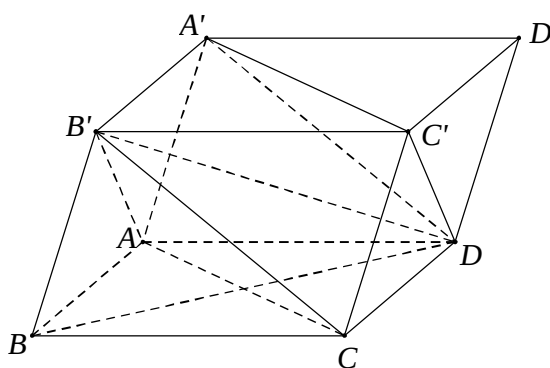
B. $\widehat{AB'C}$.

C. $\widehat{DB'B}$.

D. $\widehat{DA'C'}$.

Lời giải

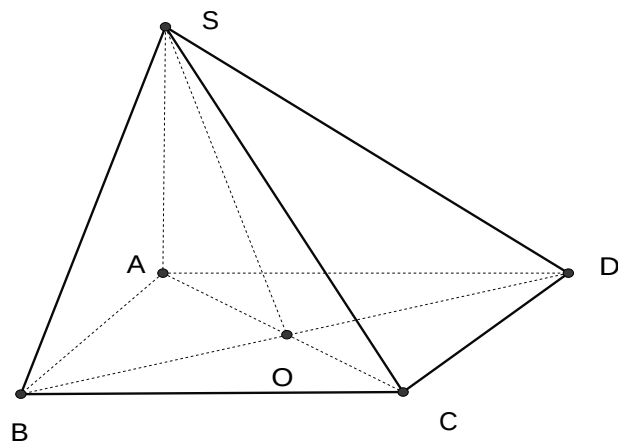
Chọn D.



Ta có: $AC // A'C'$ (tính chất của hình hộp)

$\Rightarrow (AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'}$ (do giả thiết cho $\Delta DA'C'$ nhọn).

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $SA \perp BD$

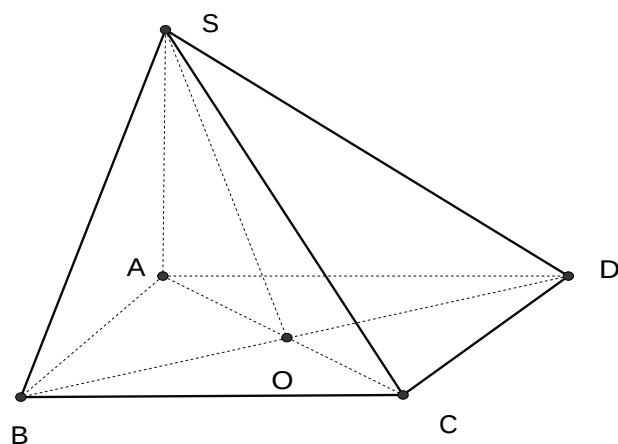
B. $SC \perp BD$

C. $SO \perp BD$

D. $AD \perp SC$

Lời giải

Chọn D.



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$

Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$

mà $SA \perp BD$ nên $BD \perp (SAC)$ hay $BD \perp SC, BD \perp SO$

AD không vuông góc SC

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

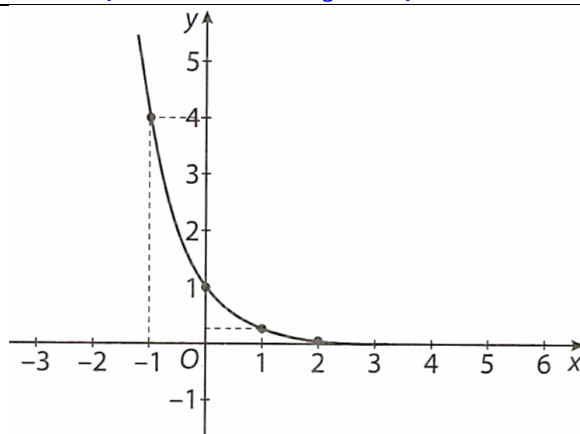
Câu 1. Cho hàm số $y = 4^x$.

a) Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số đã cho có tập giá trị là $T = (-\infty; +\infty)$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

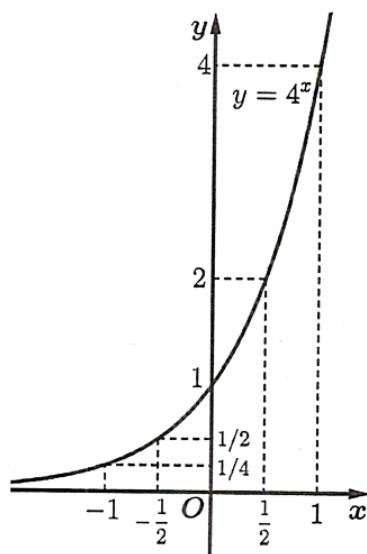
d) Đồ thị hàm số đã cho có hình sau bên:



Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

- a) Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- b) Hàm số đã cho có tập giá trị là $T = (0; +\infty)$.
- c) Vì $4 > 1$ nên hàm số $y = 4^x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
- d) Đồ thị của hàm số $y = 4^x$:

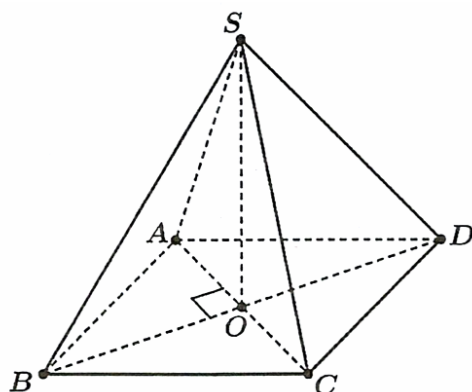


Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$.

- a) $SO \perp (ABCD)$
- b) $CD \perp (SBD)$
- c) OA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (SBD) .
- d) Tam giác CAB là hình chiếu của tam giác SAB trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI



a) Tam giác SAC cân tại S có SO là trung tuyến $\Rightarrow$ SO cũng là đường cao $\Rightarrow SO \perp AC$.

Tam giác SBD cân tại S có SO là trung tuyến $\Rightarrow$ SO cũng là đường cao $\Rightarrow SO \perp BD$.

Từ đó suy ra $SO \perp (ABCD)$.

b) Do ABCD là hình thoi nên CD không vuông góc với BD. Do đó CD không vuông góc với (SBD).

c) Ta có $\begin{cases} AO \perp BD & (\text{hình thoi}) \\ AO \perp SO & (\text{do } SO \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow AO \perp (SBD)$

Suy ra SO là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (SBD).

d) Ta có $SO \perp (ABCD)$ Suy ra O là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABCD).

Do đó tam giác OAB là hình chiếu của tam giác SAB trên mặt phẳng (ABCD).

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$.

Tính giá trị biểu thức $M = f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2}{2025}\right) + \dots + f\left(\frac{2023}{2025}\right) + f\left(\frac{2024}{2025}\right)$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1012

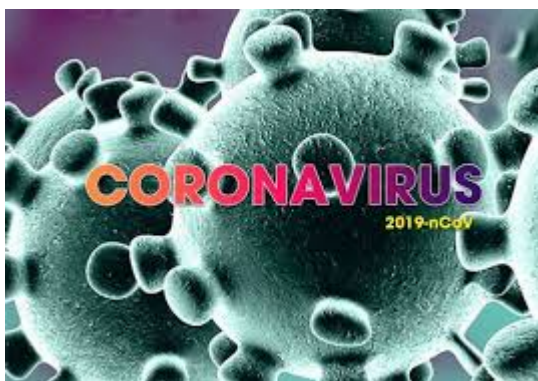
$$\begin{aligned} \text{Xét } f(x) + f(1-x) &= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left[\frac{2(1-x)}{1-(1-x)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left[\frac{2(1-x)}{x} \right] = \frac{1}{2} \log_2 \left[\frac{2x}{1-x} \cdot \frac{2(1-x)}{x} \right] = \frac{1}{2} \log_2 4 = 1. \end{aligned}$$

Do đó: $f(x) + f(1-x) = 1$

Vậy ta có:

$$\begin{aligned}
 M &= f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2}{2025}\right) + \dots + f\left(\frac{2023}{2025}\right) + f\left(\frac{2024}{2025}\right) \\
 &= \underbrace{\left[f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2024}{2025}\right) \right] + \left[f\left(\frac{2}{2025}\right) + f\left(\frac{2023}{2025}\right) \right] + \dots + \left[f\left(\frac{1012}{2025}\right) + f\left(\frac{1013}{2025}\right) \right]}_{1012 \text{ số hạng}} \\
 &= \left(\underbrace{1+1+\dots+1}_{1012} \right) = 1012
 \end{aligned}$$

Câu 2. COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới của virus corona (nCoV) bắt nguồn từ Trung Quốc (đầu tháng 12/2019) gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh (tính đến 7/4/2020 đã có 1 360 039 người nhiễm bệnh). Giả sử ban đầu có 1 người bị nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang 4 người khác. Tất cả những người nhiễm bệnh lại tiếp tục lây sang những người khác với tốc độ như trên (1 người lây 4 người). Hỏi sau 7 ngày sẽ có tổng cộng bao nhiêu người nhiễm bệnh? (Biết rằng những người nhiễm bệnh không phát hiện bản thân bị bệnh và không phòng tránh cách li, do trong thời gian ủ bệnh vẫn lây bệnh sang người khác).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3125

Sau 1 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $1 + 4 = 5$ người.

Sau 2 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $(1 + 4) + (1 + 4) \cdot 4 = (1 + 4)^2$ người.

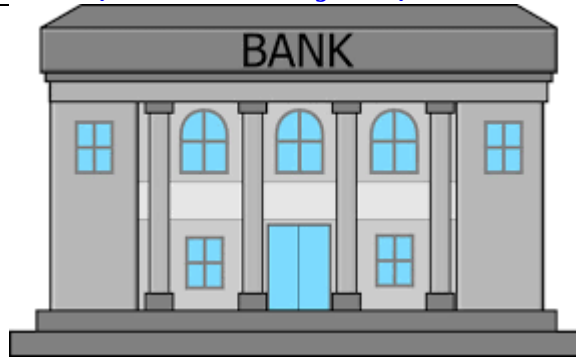
Sau 3 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $(1 + 4)^2 + (1 + 4)^2 \cdot 4 = (1 + 4)^3$ người.

$\Rightarrow$ Sau 5 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $1(1 + 4)^5 = 3125$ người.

Chú ý : Ngoài ra chúng ta có thể áp dụng công thức lãi kép để tính nhanh:

$$T_n = A(1+r)^n = 1(1+4)^5 = 3125$$

Câu 3. Nếu một người gửi số tiền A với lãi suất kép r mỗi kì thì sau n kì, số tiền T người ấy thu được cả vốn lẫn lãi được cho bởi công thức $T_n = A(1+r)^n$. Một người gửi 150 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi suất kép với lãi suất cố định là 8,4% / năm. Nếu theo kì hạn là 1 năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó thu được cả vốn và tiền lãi hơn 200 triệu đồng?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4

Ta có: $A=150$ (triệu đồng), $r=8,4\%$

Vốn và tiền lãi hơn 200 triệu đồng nghĩa là $T_n > 200$ (triệu đồng)

$$\text{Ta có: } 150(1+8,4\%)^n > 200 \Leftrightarrow 1,084^n > \frac{4}{3} \Leftrightarrow n > \log_{1,084} \frac{4}{3} \approx 3,6$$

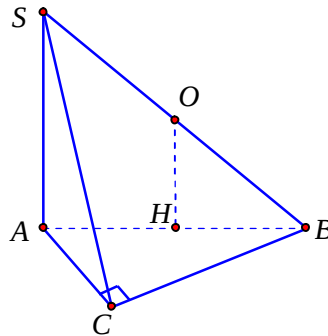
Vậy thực tế thì sau ít nhất 4 năm người đó thu được cả vốn và tiền lãi hơn 200 triệu đồng.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông tại C . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC . H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (ABC) . Tính tỉ số $\frac{BH}{BA}$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,5



Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SC$ do đó O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC thì O là trung điểm của SB .

Theo giả thiết H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (ABC) nên $OH \parallel SA$ và OH cắt AB tại H .

Vì O là trung điểm của SB nên H là trung điểm của cạnh AB .

$$\text{Do đó } \frac{BH}{BA} = \frac{1}{2} = 0,5$$

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Lời giải

Hàm số $y = \log_{a^2-2a+1} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$0 < a^2 - 2a + 1 < 1 \Leftrightarrow 0 < a < 2 \text{ và } a \neq 1$$

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $(\sqrt{2}+1)^{x+1} - (\sqrt{2}-1)^{\frac{x}{x-1}} = 0$

b) $\ln(x+3) \geq \ln(2x-8)$

Lời giải

a) $(\sqrt{2}+1)^{x+1} - (\sqrt{2}-1)^{\frac{x}{x-1}} = 0 \quad (1)$

+ Điều kiện: $x \neq 1$ (*)

$$(1) \Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^{x+1} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)^{\frac{x}{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^{x+1} = (\sqrt{2}+1)^{-\frac{x}{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow x+1 = -\frac{x}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} (N) \\ x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} (N) \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ và $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

b) $\ln(x+3) \geq \ln(2x-8)$

Điều kiện: $\begin{cases} x+3 > 0 \\ 2x-8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4$

$$\ln(x+3) \geq \ln(2x-8)$$

$$\Leftrightarrow x+3 \geq 2x-8$$

$$\Leftrightarrow x \leq 11$$

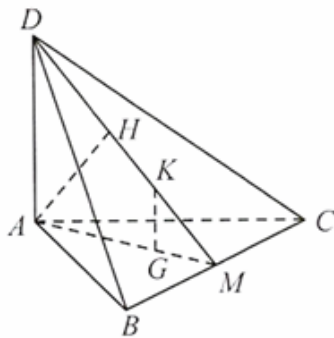
Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm của bất phương trình đã cho là $(4; 11]$

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA \perp (ABC)$, ABC là tam giác cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC . Vẽ $AH \perp MD$ tại H .

a) Chứng minh rằng $AH \perp (BCD)$.

b) Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và DBC . Chứng minh rằng $GK \perp (ABC)$.

Lời giải



a) Ta có $BC \perp DA, BC \perp AM$, suy ra

$BC \perp (ADM)$, suy ra $BC \perp AH$. Ta lại có $AH \perp DM$, suy ra $AH \perp (BCD)$.

b) Ta có $\frac{MK}{MD} = \frac{MG}{MA} = \frac{1}{3}$, suy ra $GK \parallel AD$.

Ta lại có $AD \perp (ABC)$, suy ra $GK \perp (ABC)$.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ là

- A. a^5 . B. $a^{\frac{5}{9}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. a^2 .

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

- A. $-2\log a$. B. $2\log a$. C. $-4\log a$. D. $8\log a$.

Câu 3. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng:

- A. $a^3b = 64$ B. $a^3b = 36$ C. $a^3 + b = 64$. D. $a^3 + b = 36$.

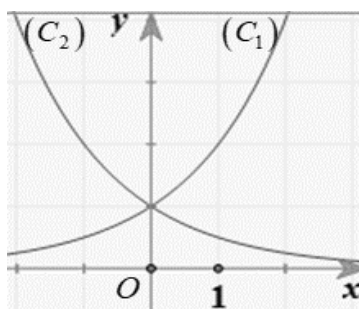
Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_{2025} x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Hàm số $y = 2025^x$ đồng biến trên khoảng:

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $0 < b < 1 < a$

B. $0 < a < b < 1$

C. $0 < b < a < 1$

D. $0 < a < 1 < b$

Câu 7. Số giao điểm của các đồ thị hàm số $y = 3^{x^2+1}$ và $y = 5$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 8. Giải bất phương trình $\log(3x^2 + 1) > \log(4x)$.

A. $x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$.

B. $0 < x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$.

C. $0 < x < 1$.

D. $\frac{1}{3} < x < 1$.

Câu 9. Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ . Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:

A. vuông góc với nhau.

B. song song với nhau.

C. cùng vuông góc với một mặt phẳng.

D. cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 10. Trong không gian tập hợp các điểm M cách đều hai điểm cố định A và B là

A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

B. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .

C. Mặt phẳng vuông góc với AB tại A .

D. Đường thẳng qua A và vuông góc với AB .

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD là?

A. 120° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Số các mặt của tứ diện $S.ABC$ là tam giác vuông là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 25^x - 5^{1+x} - 6$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$

b) Biến đổi hàm số $f(x)$ ta được $f(x) = (5^x + 1)(5^x + 6)$.

c) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là 1.

d) Bất phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $[\log_5 a + \log_5 b; +\infty)$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $a < b$ là phân số tối giản. Khi đó $e^{\ln a + 2 \ln b} = 8$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác vuông tại B và $DA \perp (ABC)$

a) $(AD, BC) = 45^\circ$

b) $BC \perp (ABD)$

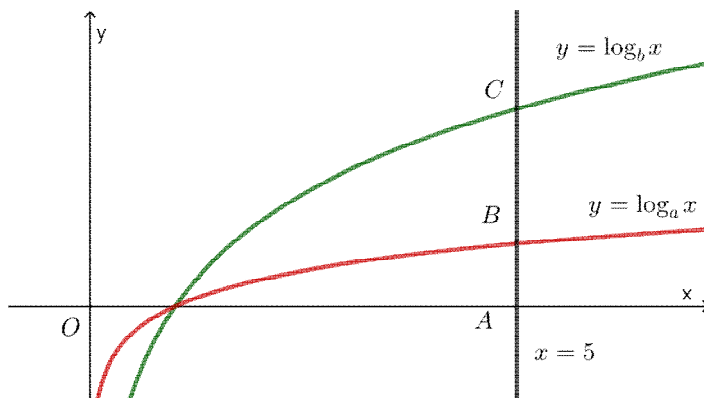
c) Gọi H là hình chiếu của A trên BD . Khi đó $AH \perp CD$

d) Tam giác ABD là hình chiếu của tam giác CBD trên $mp(ABD)$.

Câu 1. Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $M = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$.

Trả lời:

Câu 2. Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biết rằng $CB = 2AB$. Tính tỉ số của $\frac{a}{b^3}$.



Trả lời:

Câu 3. Năm 2024, hãng xe ô tô Toyota Camry niêm yết giá bán loại xe 2.5HEV TOP là 1,5 tỉ đồng và dự định trong những năm tiếp theo, mỗi năm giảm 12% giá bán so với giá bán năm trước. Theo dự định đó, năm nào là năm đầu tiên hãng xe ô tô Toyota Camry niêm yết giá bán loại xe 2.5HEV TOP không quá là 900 triệu đồng?



Trả lời:

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'A \perp (ABC)$ và $A'A = 2a$. Gọi I là trung điểm BC . Góc giữa hai đường thẳng AI và BC' bằng bao nhiêu độ?

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Biết rằng $4^x = 5$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{8^x - 8^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_2 x \cdot \log_3 x + 3 = 3 \cdot \log_3 x + \log_2 x$

b) $6^{2x+3} \leq 2^{x+7} \cdot 3^{3x-1}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, O là giao điểm của AC và BD , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

a) Chứng minh $CB \perp (SAB)$ và $CD \perp (SAD)$.

b) Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SC, SD . Chứng minh $HK \perp AI$.

LỜI GIẢI

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ là

- A. a^5 . B. $a^{\frac{5}{9}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. a^2 .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3} + \frac{1}{3}} = a^2$

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2\log a$. B. $2\log a$. C. $-4\log a$. D. $8\log a$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $4\log \sqrt{a} = 4\log a^{\frac{1}{2}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \log a = 2\log a$.

Câu 3. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng:

- A. $a^3b = 64$ B. $a^3b = 36$ C. $a^3 + b = 64$. D. $a^3 + b = 36$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow a^3b = 2^6 \Leftrightarrow a^3b = 64$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_{2025} x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > 0$.

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$

Câu 5. Hàm số $y = 2025^x$ đồng biến trên khoảng:

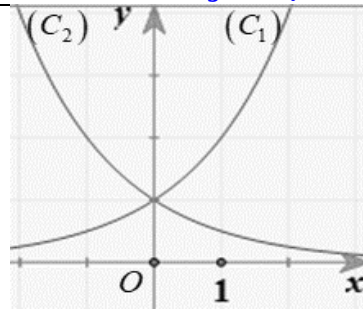
- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = 2025^x$ là hàm mũ có $2025 > 1$ nên đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 6. Cho hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $0 < b < 1 < a$ B. $0 < a < b < 1$ C. $0 < b < a < 1$ D. $0 < a < 1 < b$

Lời giải

Chọn A.

Theo hình ta thấy hàm $y = a^x$ là hàm đồng biến nên $a > 1$, còn hàm $y = b^x$ là hàm nghịch biến nên $0 < b < 1$. Suy ra $0 < b < 1 < a$

Câu 7. Số giao điểm của các đồ thị hàm số $y = 3^{x^2+1}$ và $y = 5$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = 3^{x^2+1}$ và $y = 5$ bằng số nghiệm của phương trình $3^{x^2+1} = 5$

$$3^{x^2+1} = 5 \Leftrightarrow x^2 + 1 = \log_3 5 \Leftrightarrow x^2 = \log_3 5 - 1 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\log_3 5 - 1}$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = 3^{x^2+1}$ và $y = 5$ bằng 2

Câu 8. Giải bất phương trình $\log(3x^2 + 1) > \log(4x)$.

- A. $x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$. B. $0 < x < \frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$.
C. $0 < x < 1$. D. $\frac{1}{3} < x < 1$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \log(3x^2 + 1) > \log(4x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 1 > 4x \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x + 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{3} \\ x > 1 \end{cases}$$

Câu 9. Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ . Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:

- A. vuông góc với nhau. B. song song với nhau.
C. cùng vuông góc với một mặt phẳng. D. cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

Chọn D.

Lý thuyết

Câu 10. Trong không gian tập hợp các điểm M cách đều hai điểm cố định A và B là

A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

B. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .

C. Mặt phẳng vuông góc với AB tại A .

D. Đường thẳng qua A và vuông góc với AB .

Lời giải

Chọn A.

Theo định nghĩa mặt phẳng trung trực.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD là?

A. 120° .

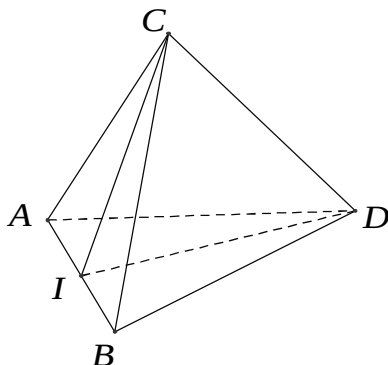
B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C.



Gọi I là trung điểm của AB

Vì ABC và ABD là các tam giác đều

$$\text{Nên } \begin{cases} CI \perp AB \\ DI \perp AB \end{cases}.$$

Suy ra $AB \perp (CID) \Rightarrow AB \perp CD$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Số các mặt của tứ diện $S.ABC$ là tam giác vuông là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Có $AB \perp BC \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác vuông tại B .

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow \triangle SAB, \triangle SAC$ là các tam giác vuông tại A .

Mặt khác $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$ là tam giác vuông tại B .

Vậy bốn mặt của tứ diện đều là tam giác vuông. Nên đáp án D đúng.

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 25^x - 5^{1+x} - 6$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$

b) Biến đổi hàm số $f(x)$ ta được $f(x) = (5^x + 1)(5^x + 6)$.

c) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là 1.

d) Bất phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $[\log_5 a + \log_5 b; +\infty)$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $a < b$ là phân số tối giản. Khi đó $e^{\ln a + 2 \ln b} = 8$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Hàm số $f(x)$ là hàm mũ nên tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$

b) $f(x) = 25^x - 5^{1+x} - 6 = 5^{2x} - 5 \cdot 5^x - 6 = (5^x)^2 - 1 - 5 \cdot (5^x + 1) = (5^x + 1)(5^x - 6)$

c) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành bằng số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$

Ta có:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (5^x + 1)(5^x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5^x = 6 \quad (\text{do } 5^x + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow x = \log_5 6$$

$$\Leftrightarrow x = \log_5 2 + \log_5 3$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là 1.

d) $f(x) \geq 0$

$$\Leftrightarrow (5^x + 1)(5^x - 6) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 5^x \geq 6 \quad (\text{do } 5^x + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow x \geq \log_5 6$$

$$\Leftrightarrow x \geq \log_5 2 + \log_5 3$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $[\log_5 2 + \log_5 3; +\infty)$.

$$\Rightarrow a = 2; b = 3 \Rightarrow e^{\ln a + 2 \ln b} = e^{\ln 2 + 2 \ln 3} = e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 3^2} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác vuông tại B và $DA \perp (ABC)$

a) $(AD, BC) = 45^\circ$

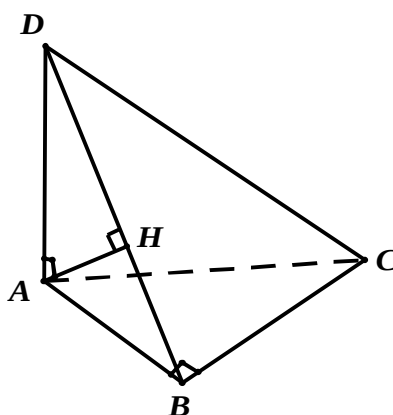
b) $BC \perp (ABD)$

c) Gọi H là hình chiếu của A trên BD . Khi đó $AH \perp CD$

d) Tam giác ABD là hình chiếu của tam giác CBD trên $mp(ABD)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI



a) Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC \Rightarrow (AD, BC) = 90^\circ$.

b) Do đó $\left. \begin{array}{l} BC \perp AD \\ BC \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (ABD)$

c) $AH \perp SC$

Ta có $BC \perp (DAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Vậy $\left. \begin{array}{l} AH \perp BC \\ AH \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (BCD) \Rightarrow AH \perp CD$.

d) Dùng phương pháp phản chứng để chứng tam giác ABD là hình chiếu của tam giác CBD trên $mp(ABD)$ sai

Giả sử tam giác ABD là hình chiếu của tam giác CBD trên $mp(ABD)$ thì lúc này

$CA \perp (ABD) \Rightarrow CA \perp AB$

Mà ABC là tam giác vuông tại B

ABC không thể có hai góc vuông

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $M = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$.

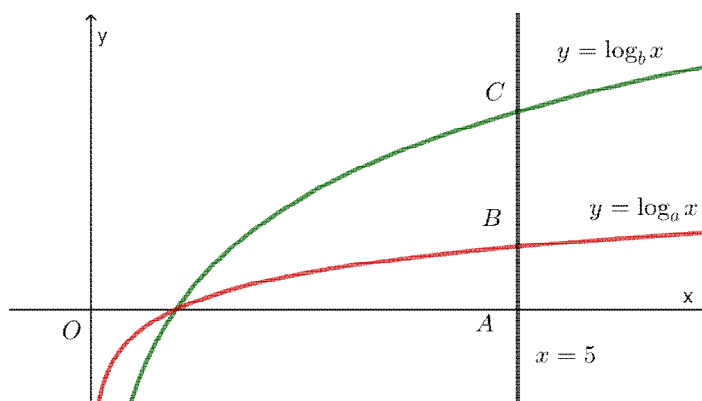
Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3

$$\text{Ta có: } M = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \frac{a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \log_a a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-\frac{7}{15}} = \log_a a^3 = 3.$$

Câu 2. Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biết rằng $CB = 2AB$. Tính tỉ số của $\frac{a}{b^3}$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1

Để thấy $A(5;0)$, $B(5; \log_a 5)$, $C(5; \log_b 5)$ và $\log_b 5 > \log_a 5 > 0$.

Do $CB = 2AB$ nên ta có $\log_b 5 - \log_a 5 = 2(\log_a 5 - 0)$.

$$\Leftrightarrow \log_b 5 = 3\log_a 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_5 b} = \frac{3}{\log_5 a}$$

$$\Leftrightarrow \log_5 a = 3\log_5 b$$

$$\Leftrightarrow \log_5 a = \log_5 b^3$$

$$\Leftrightarrow a = b^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 1$$

Câu 3. Năm 2024, hãng xe ô tô Toyota Camry niêm yết giá bán loại xe 2.5HEV TOP là 1,5 tỉ đồng và dự định trong những năm tiếp theo, mỗi năm giảm 12% giá bán so với giá bán năm trước. Theo dự định đó, năm nào là năm đầu tiên hãng xe ô tô Toyota Camry niêm yết giá bán loại xe 2.5HEV TOP không quá là 900 triệu đồng?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2028

Năm $2024+1$ giá xe niêm yết là: $T_1 = 1,5(1-12\%)$

Năm $2024+2$ giá xe niêm yết là $T_2 = 1,5(1-12\%)^2$

.....

Năm $2024+n$ giá xe niêm yết là: $T_n = 1,5(1-12\%)^n$

Hãng xe ô tô Toyota Camry niêm yết giá bán loại xe 2.5HEV TOP không quá là 900 triệu đồng nên ta có:

$$1,5(1-12\%)^n \leq 0,9 \Leftrightarrow (1-12\%)^n \leq \frac{9}{15} \Leftrightarrow n \geq \log_{(1-12\%)} \frac{9}{15} \approx 3,996$$

Vậy 4 năm sau hay năm 2028 là năm đầu tiên Hãng xe ô tô Toyota Camry niêm yết giá bán loại xe 2.5HEV TOP không quá là 900 triệu đồng

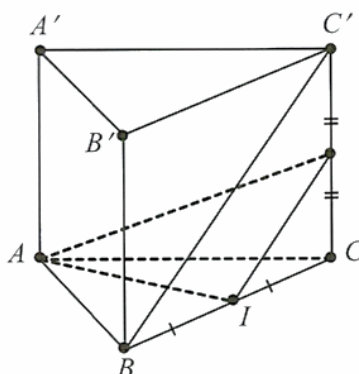
Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $A'A \perp (ABC)$ và $A'A = 2a$.

Gọi I là trung điểm BC . Góc giữa hai đường thẳng AI và BC' bằng bao nhiêu độ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 90



Gọi M là trung điểm CC' .

Ta có: $IM \parallel BC' \Rightarrow (AI, BC') = (AI, IM)$

$$\text{Ta có: } AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; IM = \frac{1}{2}BC' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a; AM = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

Xét $\triangle AIM$ có: $AM^2 = AI^2 + IM^2$ nên $\triangle AIM$ vuông tại I . Vậy $(AI, BC') = 90^\circ$.

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Biết rằng $4^x = 5$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{8^x - 8^{-x}}{2^x - 2^{-x}}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{8^x - 8^{-x}}{2^x - 2^{-x}} = \frac{2^{3x} - 2^{-3x}}{2^x - 2^{-x}} = \frac{(2^x - 2^{-x})(2^{2x} + 2^x 2^{-x} + 2^{-2x})}{2^x - 2^{-x}} = 2^{2x} + 2^x 2^{-x} + 2^{-2x} = 4^x + 1 + 4^{-x} \\ &= 4^x + 1 + \frac{1}{4^x} = 5 + 1 + \frac{1}{5} = \frac{31}{5} \end{aligned}$$

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_2 x \cdot \log_3 x + 3 = 3 \cdot \log_3 x + \log_2 x$

b) $6^{2x+3} \leq 2^{x+7} \cdot 3^{3x-1}$

Lời giải

a) $\log_2 x \cdot \log_3 x + 3 = 3 \cdot \log_3 x + \log_2 x$

Điều kiện: $x > 0$

$$\begin{aligned} \log_2 x \cdot \log_3 x + 3 &= 3 \cdot \log_3 x + \log_2 x \\ \Leftrightarrow \log_2 x \cdot \log_3 x - \log_2 x + 3 - 3 \cdot \log_3 x &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 x \cdot (\log_3 x - 1) - 3(\log_3 x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)(\log_2 x - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x - 1 = 0 \\ \log_2 x - 3 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(N) \\ x = 8(N) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3; x = 8$

b) $6^{2x+3} \leq 2^{x+7} \cdot 3^{3x-1}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \log_2 6^{2x+3} &\leq \log_2 (2^{x+7} \cdot 3^{3x-1}) \\ \Leftrightarrow (2x+3)\log_2 6 &\leq (x+7)\log_2 2 + (3x-1)\log_2 3 \\ \Leftrightarrow (2x+3)(1+\log_2 3) &\leq x+7 + (3x-1)\log_2 3 \\ \Leftrightarrow (1-\log_2 3)x &\leq 4 - 4\log_2 3 \\ \Leftrightarrow x &\geq 4 \end{aligned}$$

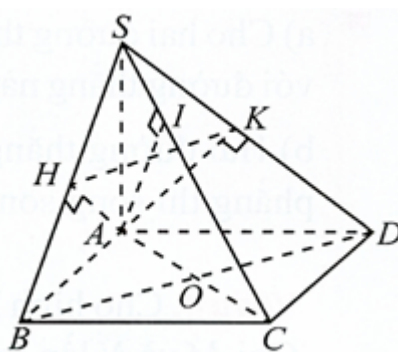
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[4; +\infty)$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, O là giao điểm của AC và BD , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

a) Chứng minh $CB \perp (SAB)$ và $CD \perp (SAD)$.

b) Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SC, SD . Chứng minh $HK \perp AI$.

Lời giải



a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC, SA \perp CD$

Ta có CB vuông góc với hai đường thẳng AB và SA cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (SAB) nên $CB \perp (SAB)$

Ta có CD vuông góc với hai đường thẳng AD và SA cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (SAD) nên $CD \perp (SAD)$

b) Vì $BC \perp (SAB); AH \in (SAB)$ nên $BC \perp AH$

Ta có AH vuông góc với hai đường thẳng SB và BC cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (SBC) nên $AH \perp (SBC)$. Mà $SC \in (SBC)$. Suy ra $AH \perp SC$

Vì $CD \perp (SAD); AK \in (SAD)$ nên $CD \perp AK$

Ta có AK vuông góc với hai đường thẳng SD và CD cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (SCD) nên $AK \perp (SCD)$. Mà $SC \in (SCD)$. Suy ra $AK \perp SC$

Ta có SC vuông góc với hai đường thẳng AK và AH cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (AHK) nên $SC \perp (AHK)$. Mà $HK \in (AHK)$ nên $SC \perp HK$

vì $SA \perp (ABCD); DB \in (ABCD)$ nên $SA \perp DB$

Mà $HK // BD$ nên $HK \perp SA$

Ta có HK vuông góc với hai đường thẳng SA và SC cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (SAC) nên $HK \perp (SAC)$. Mà $AI \in (SAC)$ nên $HK \perp AI$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho các số thực a, b, m, n ($a, b > 0$). Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$ **B.** $(a^m)^n = a^{m.n}$ **C.** $(a.b)^m = a^m.b^m$ **D.** $a^m.a^n = a^{m+n}$

Câu 2. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. **B.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.
- C.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. **D.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

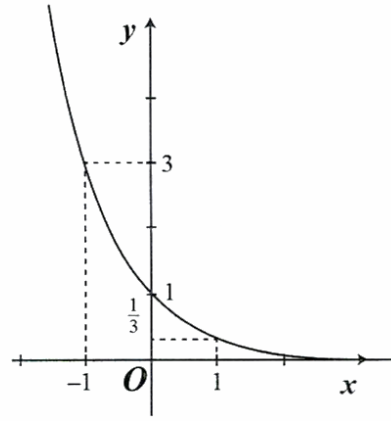
Câu 3. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A.** $3\log_a b$. **B.** $\log_a b$. **C.** $-3\log_a b$. **D.** $\frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

- A. $x = 1$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = \frac{2}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^{5^x} = 5^{3^x}$ là:

- A. $x = 2$. B. $x = \log_5(\log_3 5)$. C. $x = \log_3(\log_5 5)$. D. $x = \log_{\frac{5}{3}}(\log_3 5)$.

Câu 8. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 1$ là

- A. vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

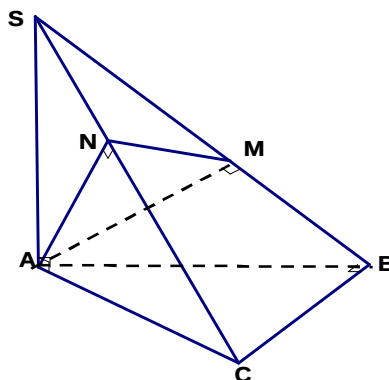
Câu 9. Chỉ ra mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- B. Qua một điểm O cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng Δ cho trước.
- C. Hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.
- D. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 10. Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mp (P) , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mp (P) nếu:

- A. vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mp (P) .
- B. vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mp (P)
- C. vuông góc với đường thẳng a nằm trong mp (P) .
- D. vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp (P) .

Câu 11. Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC .

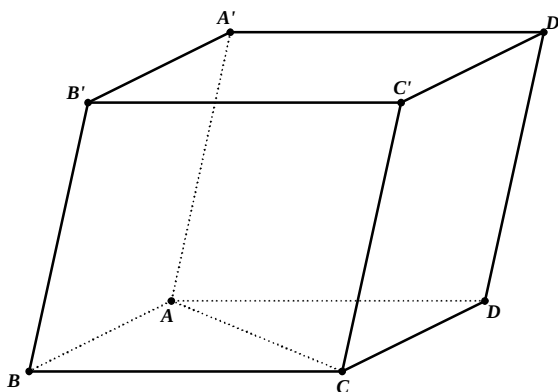


Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $AM \perp SC$. B. $AM \perp MN$. C. $AN \perp SB$. D. $SA \perp BC$.

Câu 12. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

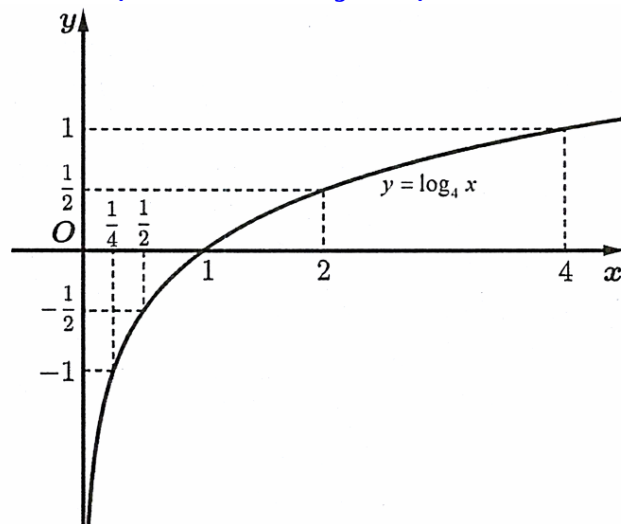
- A. $BB' \perp BD$. B. $A'C' \perp BD$. C. $A'B \perp DC'$. D. $BC' \perp A'D$.



PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \log_4 x$.

- a) Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$
 b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
 c) Đồ thị hàm số đã cho có đồ thị như sau:



d) Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[2;3]$ lần lượt là $\frac{1}{2}\log_4 3$ và $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H , K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC .

a) Tam giác SBC cân tại B .

b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .

c) $(SC, HK) = 90^\circ$

d) Giả sử HK cắt BC tại D . Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3}$.

Biết giá trị của biểu thức $f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2}{2025}\right) + \dots + f\left(\frac{2024}{2025}\right) + f\left(\frac{2025}{2025}\right) = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a + b$.

Trả lời:

Câu 2. Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log x$, trong đó x là nồng độ ion H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L . Biết rằng độ pH của dung dịch A lớn hơn độ pH của dung dịch B là $0,7$. Dung dịch B có nồng độ ion H^+ gấp bao nhiêu lần nồng độ ion H^+ của dung dịch A ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 3. Năm 2025, hãng xe ô tô Honda Civic niêm yết giá bán loại xe HEV RS là 750 triệu đồng và dự định trong những năm tiếp theo, mỗi năm giảm 8% giá bán so với giá bán năm trước. Theo dự định đó, năm nào là năm đầu tiên hãng xe ô tô Honda Civic niêm yết giá bán loại xe HEV RS không quá là 600 triệu đồng?



Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = 2\sqrt{3}cm$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hỏi diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu cm^2 ?

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Biết rằng $5^x = 10^y = 2$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(3x + 3)$

b) $3^{x+1} + 5^{x+2} \geq 3^{x+2} + 5^{x+1}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông với AB là cạnh góc vuông và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cho M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, AB, CD, SC .

a) Chứng minh $AB \perp (MNPQ)$.

b) Chứng minh $MQ \perp (SAB)$.

LỜI GIẢI
ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho các số thực $a, b, m, n (a, b > 0)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$ **B.** $(a^m)^n = a^{m.n}$ **C.** $(a.b)^m = a^m.b^m$ **D.** $a^m.a^n = a^{m+n}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \Rightarrow \text{A. sai}$$

$$(a^m)^n = a^{m.n} \Rightarrow \text{B. đúng}$$

$$(a.b)^m = a^m.b^m \Rightarrow \text{C. đúng}$$

$$a^m.a^n = a^{m+n} \Rightarrow \text{D. đúng}$$

Câu 2. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. **B.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. **D.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 (b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$$

Câu 3. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A.** $3\log_a b$. **B.** $\log_a b$. **C.** $-3\log_a b$. **D.** $\frac{1}{3}\log_a b$.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = -\log_a b^{-3} = 3\log_a b$$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 (x-1)$ là

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

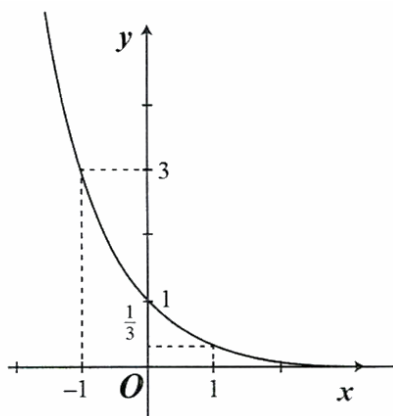
Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $\left(1; \frac{1}{3}\right)$ nên chỉ có hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ thỏa mãn.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

A. $x = 1$.

B. $x = \frac{3}{4}$.

C. $x = \frac{2}{3}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Có $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x>\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=1$.

Vậy nghiệm phương trình đã cho là $x = 1$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^{5^x} = 5^{3^x}$ là:

A. $x = 2$.

B. $x = \log_5(\log_3 5)$.

C. $x = \log_3(\log_3 5)$.

D. $x = \log_{\frac{5}{3}}(\log_3 5)$.

Lời giải

Chọn D.

$3^{5^x} = 5^{3^x} \Leftrightarrow \log_3(3^{5^x}) = \log_3(5^{3^x}) \Leftrightarrow 5^x = 3^x \log_3 5 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^x = \log_3 5 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{5}{3}}(\log_3 5)$

Câu 8. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 1$ là

A. vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2} \right) \geq 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} \left[x \left(x + \frac{1}{2} \right) \right] \geq 1 \Leftrightarrow x \left(x + \frac{1}{2} \right) \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

Kết hợp điều kiện: $0 < x \leq \frac{1}{2}$.

Câu 9. Chỉ ra mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

B. Qua một điểm O cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng Δ cho trước.

C. Hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.

D. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Lời giải

Chọn D.

Qua một điểm O cho trước có vô số đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước. Các đường thẳng này cùng nằm trên mặt phẳng qua O và vuông góc với đường thẳng ấy.

Vậy D **sai**.

Câu 10. Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mp (P) , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mp (P) nếu:

A. vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mp (P) .

B. vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mp (P)

C. vuông góc với đường thẳng a nằm trong mp (P) .

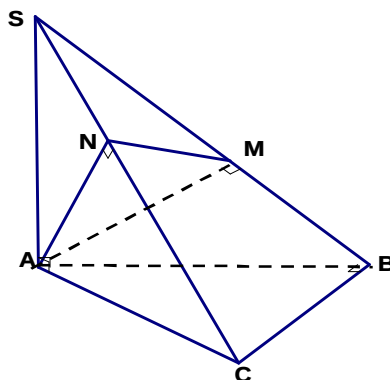
D. vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mp (P) .

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu Δ vuông góc với mọi đường thẳng trong mặt phẳng (P) . (ĐN đường thẳng vuông góc với mặt phẳng). Vậy đáp án **D** đúng.

Câu 11. Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC .



Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $AM \perp SC$.

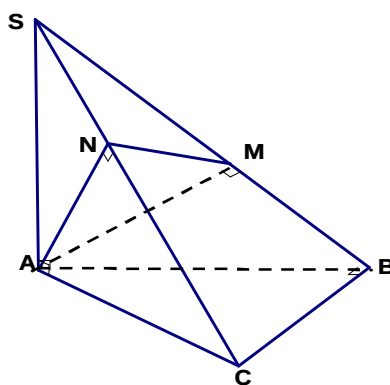
B. $AM \perp MN$.

C. $AN \perp SB$.

D. $SA \perp BC$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$, $AM \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

Vậy $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC \Rightarrow$ Đáp án A đúng.

Vì $\begin{cases} AM \perp (SBC) \\ MN \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AM \perp MN \Rightarrow$ Đáp án B đúng.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow$ Đáp án D đúng.

Vậy C sai.

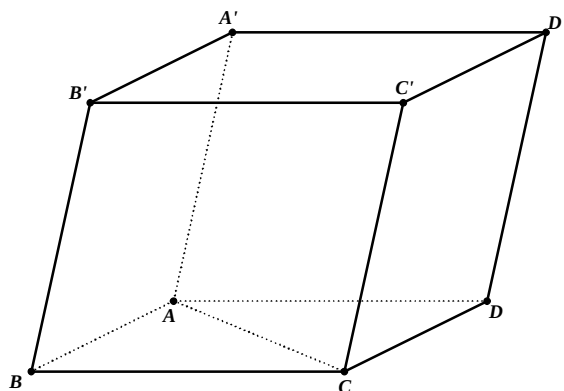
Câu 12. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $BB' \perp BD$.

B. $A'C' \perp BD$.

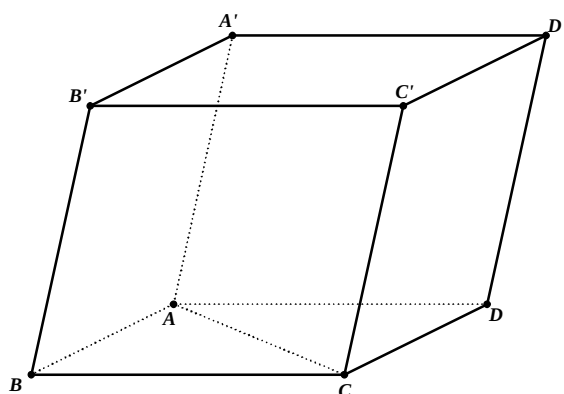
C. $A'B \perp DC'$.

D. $BC' \perp A'D$.



Lời giải

Chọn A



Vì hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau nên các tứ giác $ABCD$, $A'B'BA$, $B'C'CB$ đều là hình thoi nên ta có

$AC \perp BD$ mà $AC \parallel A'C' \Rightarrow A'C' \perp BD$ (B đúng).

$A'B \perp AB'$ mà $AB' \parallel DC' \Rightarrow A'B \perp DC'$ (C đúng).

$BC' \perp B'C$ mà $B'C \parallel A'D \Rightarrow BC' \perp A'D$ (D đúng).

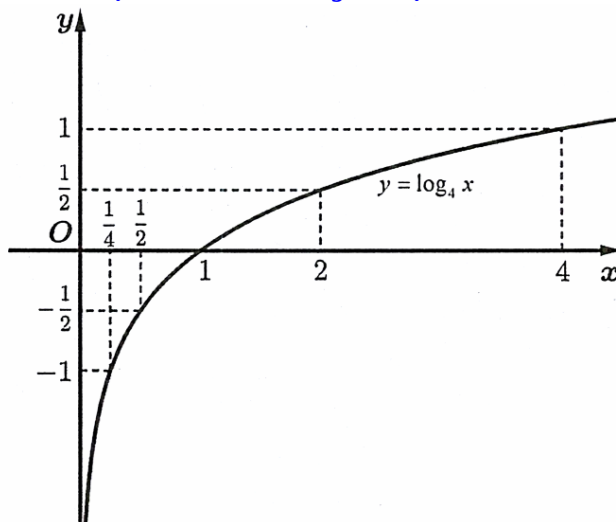
PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \log_4 x$.

a) Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

c) Đồ thị hàm số đã cho có đồ thị như sau:



d) Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[2;3]$ lần lượt là $\frac{1}{2}\log_4 3$ và $\frac{1}{2}$.

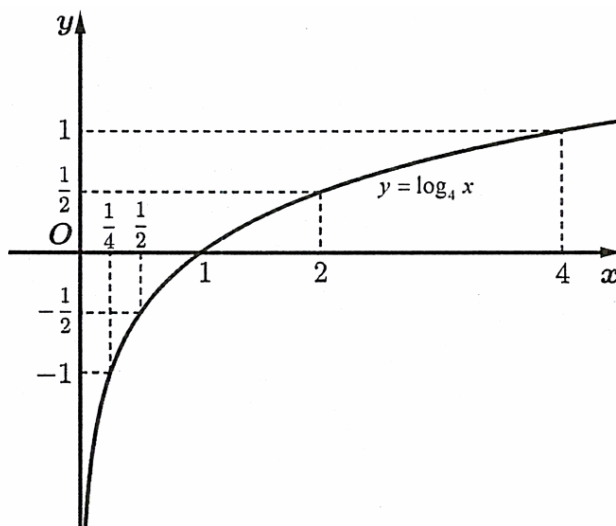
Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Hàm số $y = \log_4 x$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$

b) Hàm số $y = \log_4 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

c) Đồ thị hàm số $y = \log_4 x$ có hình sau bên:



d) Hàm số $y = \log_4 x$ có cơ số $4 > 1$ nên đồng biến trên $D = (0; +\infty)$, ta có:

$$\max_{x \in [2;3]} y = f(3) = \log_4 3 = \frac{1}{2}\log_2 3 \text{ và } \min_{x \in [2;3]} y = f(2) = \log_4 2 = \frac{1}{2}$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B . Gọi H, K là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC .

a) Tam giác SBC cân tại B .

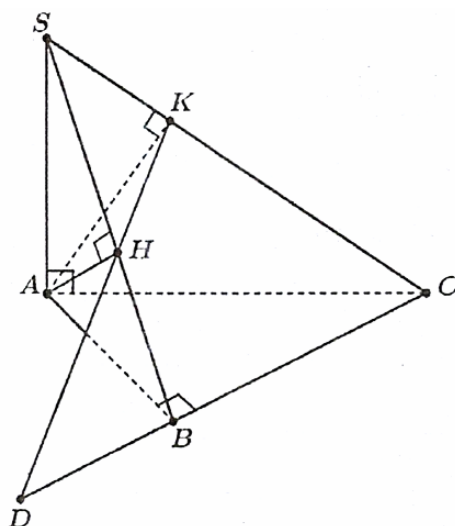
b) AH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .

c) $(SC, HK) = 90^\circ$

d) Giả sử HK cắt BC tại D . Khi đó $(AC, AD) = 90^\circ$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG



a) Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (\text{do } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB),$

mà $SB \subset (SAB)$ nên $BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B .

b) Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC (\text{do } BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$

c) Ta có: $\begin{cases} SC \perp AK \\ SC \perp AH (\text{do } AH \perp (SBC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK),$

mà $HK \subset (AHK)$ nên $SC \perp HK$ hay $(SC, HK) = 90^\circ$.

d) Vì $(AHK) \equiv (ADK)$ mà $SC \perp (AHK)$ nên $SC \perp (ADK) \Rightarrow SC \perp AD$. (1)

Mặt khác $SA \perp AD$ (do $SA \perp (ABC), AD \subset (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AD \perp (SAC) \Rightarrow AD \perp AC$ hay $(AC, AD) = 90^\circ$

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3}$.

Biết giá trị của biểu thức $f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2}{2025}\right) + \dots + f\left(\frac{2024}{2025}\right) + f\left(\frac{2025}{2025}\right) = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a + b$.

Trả lời:

Lời giải

Vậy ta có:

$$\begin{aligned}
& f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2}{2025}\right) + \dots + f\left(\frac{2024}{2025}\right) + f\left(\frac{2025}{2025}\right) \\
&= \underbrace{\frac{1}{3}\left[f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2024}{2025}\right)\right] + \frac{1}{3}\left[f\left(\frac{2}{2025}\right) + f\left(\frac{2023}{2025}\right)\right] + \dots + \frac{1}{3}\left[f\left(\frac{1012}{2025}\right) + f\left(\frac{1013}{2025}\right)\right]}_{1012 \text{ so hang}} + f\left(\frac{2025}{2025}\right) \\
&= \frac{1}{3}\left(\underbrace{1+1+\dots+1}_{1012}\right) + f(1) \\
&= \frac{1}{3} \cdot 1012 + \frac{9-2}{9+3} = \frac{4055}{12}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 4055; b = 12 \Rightarrow a + b = 4067$$

Câu 2. Độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log x$, trong đó x là nồng độ ion H^+ của dung dịch đó tính bằng mol/L . Biết rằng độ pH của dung dịch A lớn hơn độ pH của dung dịch B là 0,7. Dung dịch B có nồng độ ion H^+ gấp bao nhiêu lần nồng độ ion H^+ của dung dịch A? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5

Ta có: $pH_A = -\log x_A$; $pH_B = -\log x_B$

$$\Rightarrow pH_A - pH_B = 0,7$$

$$\Leftrightarrow -\log x_A + \log x_B = 0,7$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{x_B}{x_A} = 0,7$$

$$\Rightarrow \frac{x_B}{x_A} = 10^{0,7} \approx 5 \text{ (lần)}.$$

Câu 3. Năm 2025, hãng xe ô tô Honda Civic niêm yết giá bán loại xe HEV RS là 750 triệu đồng và dự định trong những năm tiếp theo, mỗi năm giảm 8% giá bán so với giá bán năm trước. Theo dự định đó, năm nào là năm đầu tiên hãng xe ô tô Honda Civic niêm yết giá bán loại xe HEV RS không quá là 600 triệu đồng?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2028

Năm 2025+1 giá xe niêm yết là: $T_1 = 750(1-8\%)$

Năm 2025+2 giá xe niêm yết là $T_2 = 750(1-8\%)^2$

.....

Năm 2025+ n giá xe niêm yết là: $T_n = 750(1-8\%)^n$

Hãng xe ô tô Honda Civic niêm yết giá bán loại xe HEV RS không quá là 600 triệu đồng nên ta có:

$$750(1-8\%)^n \leq 600 \Leftrightarrow (1-8\%)^n \leq \frac{6}{7,5} \Leftrightarrow n \geq \log_{(1-8\%)} \frac{6}{7,5} \approx 2,676$$

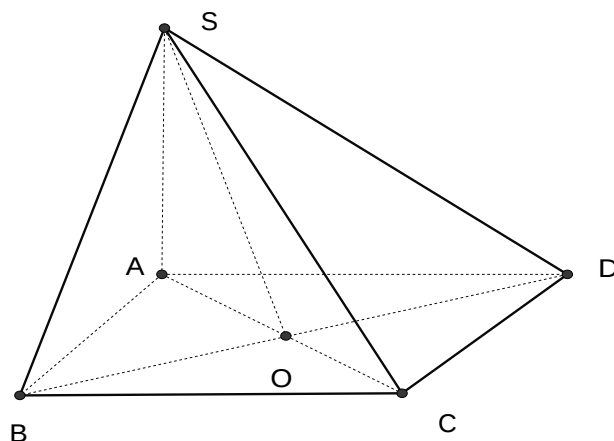
Vậy 3 năm sau hay năm 2028 là năm đầu tiên Hãng xe ô tô Honda Civic niêm yết giá bán loại xe HEV RS không quá là 600 triệu đồng

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = 2\sqrt{3}cm$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hỏi diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu cm^2 ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác ABD

Mà $ABCD$ là hình thoi có $AB = 2cm, \widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác đều

$$\Rightarrow S_{\triangle ABD} = \frac{(2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{2} = 6cm^2$$

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Biết rằng $5^x = 10^y = 2$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$.

Lời giải

Ta có:

$$5^x = 2 \Rightarrow 5 = 2^{\frac{1}{x}}$$

$$10^y = 2 \Rightarrow 10 = 2^{\frac{1}{y}}$$

$$\text{Ta lại có: } 2^{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = 2^{\frac{1}{x}} : 2^{\frac{1}{y}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 2^{-1}.$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1$$

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(3x + 3)$

b) $3^{x+1} + 5^{x+2} \geq 3^{x+2} + 5^{x+1}$

Lời giải

a) $\log_2(x^2 - 1) = \log_2(3x + 3)$

Điều kiện: $x > 1$.

$$\log_2(x^2 - 1) = \log_2(3x + 3)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 3x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 (L) \\ x = 4 (N) \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 4$

b) $3^{x+1} + 5^{x+2} \geq 3^{x+2} + 5^{x+1}$

$$\Leftrightarrow 25.5^x - 5.5^x > 9.3^x - 3.3^x$$

$$\Leftrightarrow 20.5^x > 6.3^x$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^x > \frac{3}{10}$$

$$\Leftrightarrow x > \log_{\frac{5}{3}} \frac{3}{10}$$

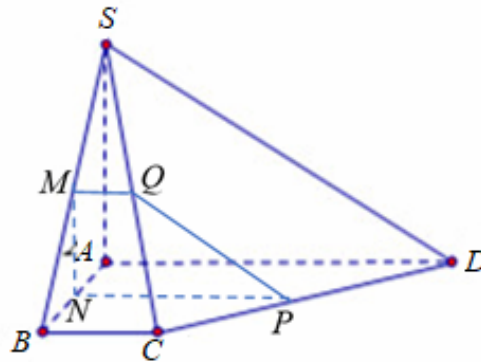
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(\log_{\frac{5}{3}} \frac{3}{10}; +\infty\right)$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông với AB là cạnh góc vuông và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Cho M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, AB, CD, SC .

a) Chứng minh $AB \perp (MNPQ)$.

b) Chứng minh $MQ \perp (SAB)$.

Lời giải



a) Tam giác SAB có MN là đường trung bình nên $MN \parallel SA$

Mà $SA \perp (ABCD)$ nên $MN \perp (ABCD)$. Suy ra $MN \perp AB$

Hình thang $ABCD$ có NP là đường trung bình nên $NP \parallel BC \parallel AD$.

Mà $BC \perp AB$ nên $NP \perp AB$

Ta có AB vuông góc với hai đường thẳng MN và NP cắt nhau cùng thuộc $(MNPQ)$ nên

$AB \perp (MNPQ)$

b) Vì $AB \perp (MNPQ); MQ \in (MNPQ)$ nên $AB \perp MQ$

Tam giác SBC có MQ là đường trung bình nên $MQ \parallel BC$. Mà $SA \perp BC$ nên $SA \perp MQ$

Ta có MQ vuông góc với hai đường thẳng SA và AB cắt nhau cùng thuộc (SAB) nên $MQ \perp (SAB)$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dành cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 2. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$ B. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$
C. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$ D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

Câu 3. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = 16b^2$. B. $a = 8b$. C. $a = 16b$. D. $a = 16b^4$.

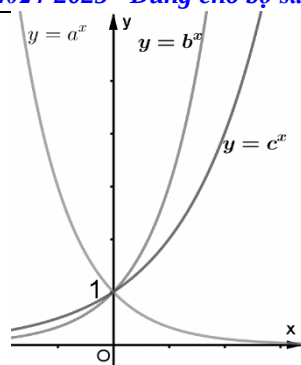
Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3 - x)$

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $[0; 3)$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$. C. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$. D. $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

Câu 6. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $b < c < a$ B. $c < a < b$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình.

$$\log(x - 40) + \log(60 - x) < 2$$

- A. 10. B. 19. C. 18. D. 20.

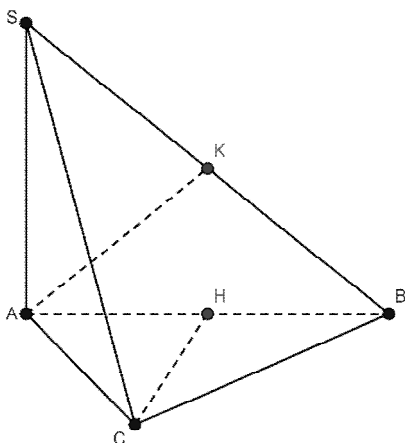
Câu 9. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
 B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
 D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Câu 10. Cho hai đường thẳng a, b và $mp(P)$. Nhận xét nào sau đây đúng?

- a) Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.
 b) Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$.
 c) Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.
 d) Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở C . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB .

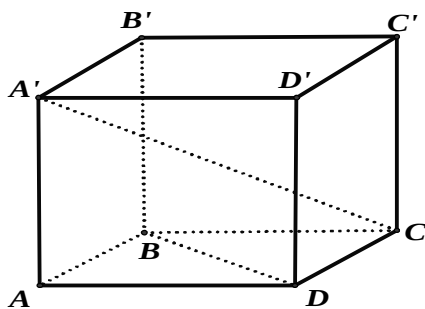


Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $CH \perp SA$. B. $CH \perp SB$. C. $CH \perp AK$. **D. $AK \perp SB$.**

Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD .

- A. 90° .** B. 30° . C. 60° . D. 45° .



PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3 - \log_4 (x+1)^2 - 2$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (-4; 4)$.

b) Thu gọn hàm số $f(x)$ ta được $f(x) = \log_2 (4-x) + \log_3 (4+x) - \log_2 |x+1| - 2$.

c) $f(x) = 0 \Leftrightarrow |x+1| = 16 - x^2$

d) Tổng các nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ bằng 4.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC) .

a) $OC \parallel AB$

b) $OA \perp BC$

c) $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

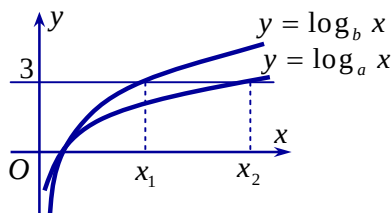
d) H là trực tâm $\triangle ABC$.

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 4$ với $a; b; c > 0; a \neq 1$. Tính giá trị của $M = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3} \right)$

Trả lời:

Câu 2. Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình bên.



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là $x_1; x_2$. Biết rằng $x_1 = 2x_2$. Giá trị của $\frac{a^3 \sqrt{4}}{b}$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 3. Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau

$Q(t) = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}} \right)$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính

thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 80% dung lượng pin tối đa (làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ hai của giờ).

Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2AD = 2CD = 2a$. Biết

$SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Biết $a = 2cm$, Hỏi diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) bằng bao nhiêu cm^2 ?

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$.

a) Với a, b là hai số thực thỏa mãn $a + b = 1$. Tính $f(a) + f(b)$.

b) Tính tổng: $S = f\left(\frac{1}{2025}\right) + f\left(\frac{2}{2025}\right) + \dots + f\left(\frac{2024}{2025}\right) + f\left(\frac{2025}{2025}\right)$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $12 + 6^x = 4 \cdot 3^x + 3 \cdot 2^x$

b) $2 \log_3(x+1) \leq 1 + \log_3(x+7)$

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AA' \perp (ABCD)$.

a) Chứng minh $BB' \perp (A'B'C'D')$.

b) Chứng minh $BD \perp A'C$.

LỜI GIẢI

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn B.

Với $a > 0$ ta có $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 2. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$ B. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$
C. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$ D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

Lời giải

Chọn D.

Theo lý thuyết: $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

Câu 3. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = 16b^2$. B. $a = 8b$. C. $a = 16b$. D. $a = 16b^4$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2\log_{2^2} b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 2^4$$

$$\Leftrightarrow a = 16b$$

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3 - x)$

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $[0; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow D = [0; 3)$

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$.

B. $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$.

C. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$.

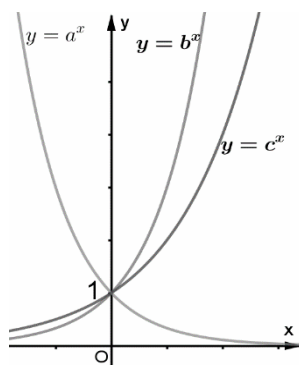
D. $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi $a > 1$, do đó Chọn A

Câu 6. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b < c < a$

B. $c < a < b$

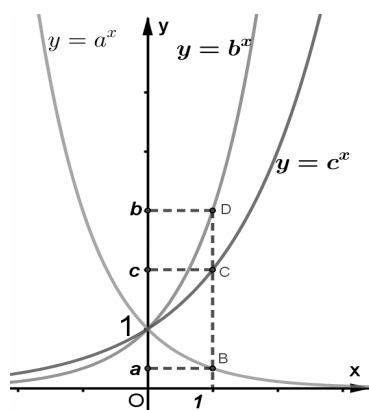
C. $a < b < c$

D. $a < c < b$

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng $x=1$ đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = a, y = b, y = c$ như hình vẽ:



Từ đồ thị kết luận $a < c < b$

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x+1 = 2-x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình.

$$\log(x-40) + \log(60-x) < 2$$

A. 10.

B. 19.

C. 18.

D. 20.

Lời giải

Chọn C.

ĐK: $40 < x < 60$

Ta có:

$$\log(x-40) + \log(60-x) < 2$$

$$\Leftrightarrow \log(x-40)(60-x) < 2$$

$$\Leftrightarrow (x-40)(60-x) < 100$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 100x - 2500 < 0$$

$$\Leftrightarrow (x-50)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq 50$$

Số giá trị nguyên dương thỏa bpt là $(59 - 41 + 1) = 18$

Câu 9. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn C.

Sử dụng định lí $\begin{cases} a \perp b \\ b // c \end{cases} \Rightarrow a \perp c.$

Câu 10. Cho hai đường thẳng a, b và $mp(P)$. Nhận xét nào sau đây đúng?

a) Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

b) Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$.

c) Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

d) Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Lời giải

Chọn B.

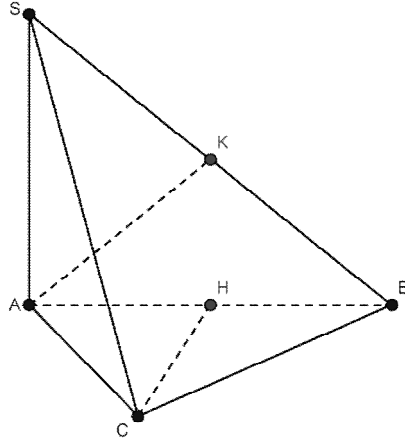
a) sai vì b có thể vuông góc với a .

b) đúng bởi $a // (P) \Rightarrow \exists a' \subset (P)$ sao cho $a // a'$, $b \perp (P) \Rightarrow b \perp a'$. Khi đó $\Rightarrow a \perp b$.

c) sai vì b có thể nằm trong (P) .

d) sai vì b có thể nằm trong (P) .

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $SA \perp (ABC)$ và đáy ABC là tam giác cân ở C . Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB .



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $CH \perp SA$.

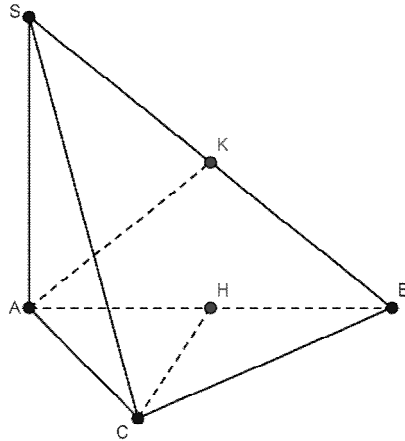
B. $CH \perp SB$.

C. $CH \perp AK$.

D. $AK \perp SB$.

Lời giải

Chọn D.



Do $\triangle ABC$ cân tại C nên $CH \perp AB$. Suy ra $CH \perp (SAB)$. Vậy các câu A, B, C đúng nên D sai.

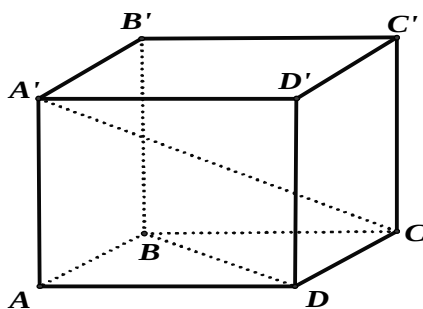
Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD .

A. 90° .

B. 30° .

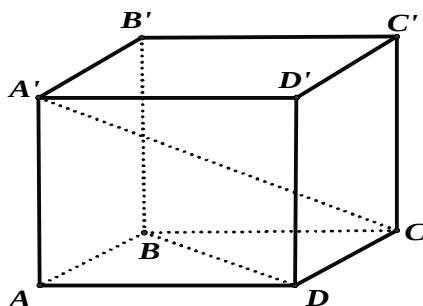
C. 60° .

D. 45° .



Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$.

Mặt khác $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp AA'$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C) \Rightarrow BD \perp A'C$.

Do đó góc giữa $A'C$ và BD bằng 90° .

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3 - \log_4 (x+1)^2 - 2$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (-4; 4)$.

b) Thu gọn hàm số $f(x)$ ta được $f(x) = \log_2 (4-x) + \log_3 (4+x) - \log_2 |x+1| - 2$.

c) $f(x) = 0 \Leftrightarrow |x+1| = 16 - x^2$

d) Tổng các nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ bằng 4.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Hàm số $f(x)$ xác định khi: $\begin{cases} (x+1)^2 > 0 \\ 4-x > 0 \\ 4+x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ -4 < x < 4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (-4; 4) \setminus \{-1\}$.

$$b) f(x) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{4-x} + \log_8 (4+x)^3 - \log_4 (x+1)^2 - 2 = \log_2 (4-x) + \log_3 (4+x) - \log_2 |x+1| - 2$$

$$c) d) \text{ Điều kiện } \begin{cases} x \neq -1 \\ -4 < x < 4 \end{cases}$$

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (4-x) + \log_3 (4+x) - \log_2 |x+1| - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (4-x) + \log_3 (4+x) = \log_2 |x+1| + 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (16-x^2) = \log_2 4|x+1|$$

$$\Leftrightarrow 16-x^2 = 4|x+1|$$

$$\Leftrightarrow 4|x+1| = 16-x^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1) = 16-x^2 \\ 4(x+1) = -(16-x^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+4x-12=0 \\ x^2-4x-20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-6 \\ x=2+2\sqrt{6} \\ x=2-2\sqrt{6} \end{cases}$$

So với điều kiện phương trình trình có 2 nghiệm $x=2; x=2-2\sqrt{6}$.

Vậy tổng các nghiệm là $4-2\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC) .

a) $OC \parallel AB$

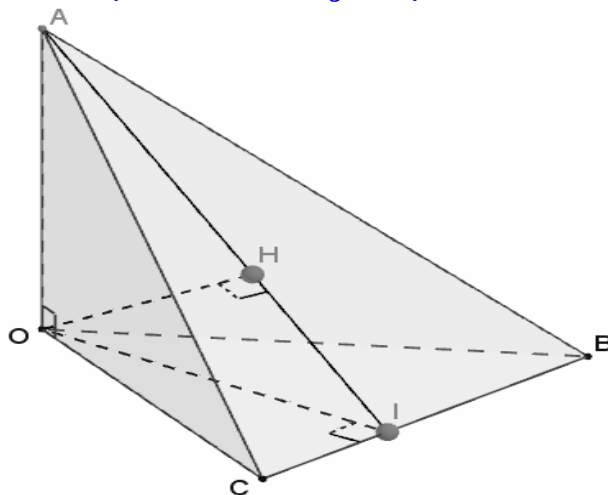
b) $OA \perp BC$

$$c) \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

d) H là trực tâm $\triangle ABC$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG



$$\begin{cases} OC \perp OB \\ OC \perp OA \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB \Rightarrow \text{a) sai}$$

$$\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC \Rightarrow \text{b) đúng.}$$

Tương tự chứng minh được $OC \perp AB$.

$$\text{Hạ } \begin{cases} OI \perp BC \\ OH \perp AI \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OI \perp BC \\ BC \perp OA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAI) \Rightarrow BC \perp OH \Rightarrow OH \perp (ABC).$$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow \text{c) đúng.}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp OH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OCH) \Rightarrow AB \perp HC (1). \text{ Tương tự } BC \perp OH (2).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow H$ là trực tâm $\triangle ABC \Rightarrow \text{d) đúng.}$

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 4$ với $a; b; c > 0; a \neq 1$. Tính giá trị của $M = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3} \right)$

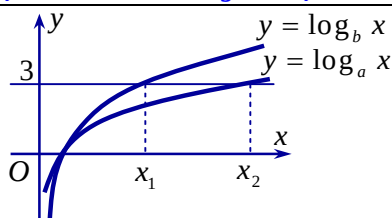
Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -8,5

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } M &= \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3} \right) = \log_a a^2 + \log_a \sqrt{b} - \log_a c^3 = 2 + \log_a b^{\frac{1}{2}} - 3\log_a c = 2 + \frac{1}{2} \log_a b - 3\log_a c \\ &= 2 + \frac{3}{2} - 12 = -8,5 \end{aligned}$$

Câu 2. Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình bên.



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là $x_1; x_2$. Biết rằng $x_1 = 2x_2$. Giá trị của $\frac{a\sqrt[3]{4}}{b}$

bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\log_a x = 3 \Leftrightarrow x_1 = a^3$, và $\log_b x = 3 \Leftrightarrow x_2 = b^3$.

Ta có $x_1 = 2x_2 \Leftrightarrow a^3 = 2b^3 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \sqrt[3]{2}$.

$$\Rightarrow \frac{a\sqrt[3]{4}}{b} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = 2$$

Câu 3. Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau

$Q(t) = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right)$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính

thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 80% dung lượng pin tối đa (làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ hai của giờ).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1,07

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\frac{80}{100} Q_0 = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right) \Rightarrow e^{-\frac{3t}{2}} = \frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{3t}{2} = -\ln 5 \Rightarrow t \approx 1,07 \text{ giờ}$$

Vậy thời gian nạp pin của điện thoại là khoảng 1,07 giờ.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2AD = 2CD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Biết $a = 2\text{cm}$, Hỏi diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) bằng bao nhiêu cm^2 ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6

$$= \underbrace{1+1+\dots+1}_{1012} + f(1)$$

$$= 1012 + \frac{9}{9+3} = \frac{4051}{4}$$

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $12 + 6^x = 4 \cdot 3^x + 3 \cdot 2^x$

b) $2\log_3(x+1) \leq 1 + \log_3(x+7)$

Lời giải

a) $12 + 6^x = 4 \cdot 3^x + 3 \cdot 2^x$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 3^x - 12 + 3 \cdot 2^x - 6^x = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot (3^x - 3) + 2^x (3 - 3^x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x - 3)(4 + 2^x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3^x - 3 = 0 \text{ hoặc } 4 + 2^x = 0 \text{ (vô nghiệm vì } 4 + 2^x > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}$$

$$\Leftrightarrow 3^x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 1$

b) $2\log_3(x+1) \leq 1 + \log_3(x+7)$

Điều kiện: $\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$

$$2\log_3(x+1) \leq 1 + \log_3(x+7) \Leftrightarrow \log_3(x+1)^2 \leq \log_3[3(x+7)]$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 \leq 3(x+7) \Leftrightarrow x^2 - x - 20 \leq 0 \Leftrightarrow -4 < x \leq 5$$

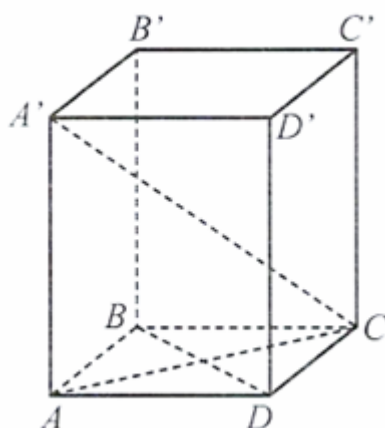
Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-1; 5]$

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AA' \perp (ABCD)$.

a) Chứng minh $BB' \perp (A'B'C'D')$.

b) Chứng minh $BD \perp A'C$.

Lời giải



a) Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp nên $AA' // BB'$.

Mà $AA' \perp (ABCD)$ nên $BB' \perp (ABCD)$.

Ngoài ra, ta cũng có $(ABCD) // (A'B'C'D')$ nên $BB' \perp (A'B'C'D')$.

b) Vì $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$. Do $AA' \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABCD)$. Theo định lí ba đường vuông góc suy ra $BD \perp A'C$.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0}$ là

- A. -9. **B. -10.** C. 10. D. 9.

Câu 2. Cho $a, b, c > 0$, $a \neq 1$. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $c = \log_a b \Leftrightarrow a.c = b$
- B. $\log_a \frac{1}{n} = \log_a n$
- C. $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$, với mọi số nguyên dương $n \geq 2$
- D. $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$

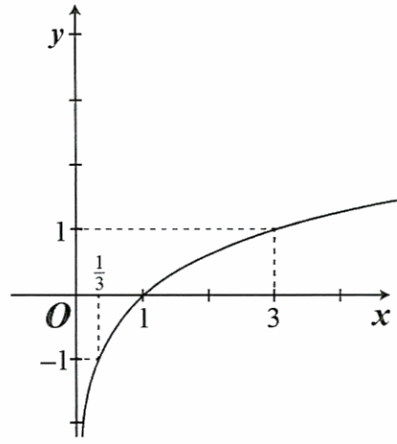
Câu 3. Với mọi a, b, x là các số thực dương thoả mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 5a + 3b$ B. $x = a^5 + b^3$ **C. $x = a^5 b^3$** D. $x = 3a + 5b$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là.

- A. $(-\infty; 4)$. **B. $(4; +\infty)$.** C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \log_3 x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

Câu 6. Tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$.

- A. $S = \{1; 3\}$. B. $S = \{-3; 1\}$. C. $S = \{-3; -1\}$. D. $S = \{-1; 3\}$.

Câu 7. Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

Câu 8. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(x^2+2) - 1$. Số phần tử của tập S là

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 9. Cho a, b, c là các đường thẳng trong không gian. Nhận xét nào sau đây sai?

- a) Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \parallel c$.
b) Nếu a vuông góc với mặt phẳng (α) và $b \parallel (\alpha)$ thì $a \perp b$.
c) Nếu $a \parallel b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.
d) Nếu $a \perp b, b \perp c$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng (a, c) .

Câu 10. Các mệnh đề sau đúng hay sai? Nhận xét nào sau đây sai?

- a) Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α) .
b) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.
c) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .
d) Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a \parallel (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. $AC \perp SD$. B. $BD \perp AC$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SA$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Gọi $AE; AF$ lần lượt là các đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?

- A. $SC \perp (AFB)$. B. $SC \perp (AEC)$. C. $SC \perp (AED)$. **D. $SC \perp (AEF)$.**

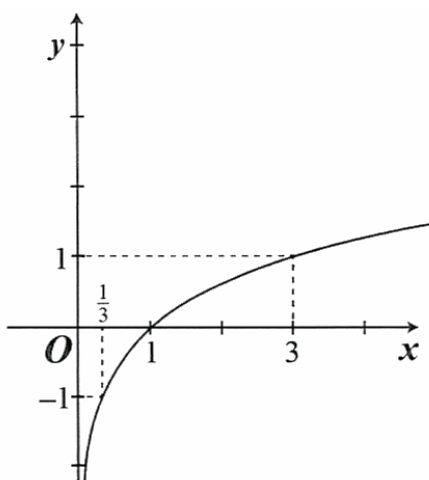
PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

a) Hàm số đã cho có tập xác định $D = (0; +\infty)$

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

c) Đồ thị hàm số đã cho có hình sau bên:



d) Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[2; 6]$ lần lượt là $-\log_3 2$ và $-1 - \log_3 2$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC .

a) $BC \perp (AA'H)$

b) $B'C' \perp AA'$.

c) Hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) có diện tích theo a bằng $\frac{a^2}{4}$.

d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2 + \log_2 a = 3 + \log_3 b = \log_6 (a + b)$. Tính giá trị của

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Trả lời:

Câu 2. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t^{\circ}\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?(làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ nhất của độ C)



Trả lời:

Câu 3. Bác Kim gửi tiết kiệm khoản tiền 700 triệu đồng vào ngân hàng BIDV với lãi suất 7% / năm theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tính số năm tối thiểu gửi tiết kiệm để Bác Kim thu được ít nhất 1 tỉ đồng (cả vốn lẫn lãi). Cho biết công thức lãi kép là $T_n = A(1+r)^n$, trong đó A là tiền vốn, T_n là tiền vốn và lãi nhận được sau n năm, r là lãi suất/năm.



Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a = 4\sqrt{2}$ cm, cạnh bên SC vuông góc với đáy và $SC = 2$ cm. Gọi M, N là trung điểm của AB và BC . Góc giữa hai đường thẳng SN và CM bằng bao nhiêu độ?

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Tìm m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_2(x+2) - \log_2(x-2) = 2$

b) $2^{x-1} + 2^{x+2} \geq 25$

Câu 3. Cho tứ diện $OABC$ có OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) và có A', B', C' lần lượt là trung điểm của OA, AB, AC . Vẽ OH là đường cao của tam giác OBC .

a) Chứng minh $OA \perp (A'B'C')$.

b) Chứng minh $B'C' \perp (OAH)$.

LỜI GIẢI
ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0}$ là

- A. -9. B. -10. C. 10. D. 9.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0} = \frac{2^{3-1} + 5^{-3+4}}{10^{-3+2} - 1} = \frac{4+5}{10^{-1} - 1} = \frac{9}{\frac{1}{10} - 1} = -10..$$

Câu 2. Cho $a, b, c > 0$, $a \neq 1$. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $c = \log_a b \Leftrightarrow a.c = b$
B. $\log_a \frac{1}{n} = \log_a n$
C. $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$, với mọi số nguyên dương $n \geq 2$
D. $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$

Lời giải

Chọn C.

- A. $c = \log_a b \Leftrightarrow a^c = b$
B. $\log_a \frac{1}{n} = -\log_a n$ với $n > 0$
C. $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$, với mọi số nguyên dương $n \geq 2$
D. Theo tính chất của logarit, mệnh đề sai là $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$.

Câu 3. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 5a + 3b$ B. $x = a^5 + b^3$ C. $x = a^5 b^3$ D. $x = 3a + 5b$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Có } \log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3.$$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 (x - 4)$ là.

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

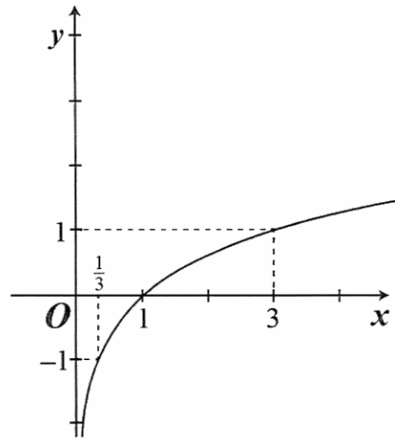
Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định khi $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là $(4; +\infty)$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \log_3 x$.

B. $y = \log_2 x$.

C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 3)$ nên chỉ có hàm số $y = \log_3 x$ thỏa mãn.

Câu 6. Tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$.

A. $S = \{1; 3\}$.

B. $S = \{-3; 1\}$.

C. $S = \{-3; -1\}$.

D. $S = \{-1; 3\}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $3^{x^2-2x} = 27 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$ là $S = \{-1; 3\}$.

Câu 7. Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng

A. -2 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn C.

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2 \Rightarrow S = (1; 2)$.

Vậy $a = 1; b = 2 \Rightarrow b - a = 1$.

Câu 8. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x + 1) = \log_2(x^2 + 2) - 1$. Số phần tử của tập S là

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

Lời giải

Chọn C.

ĐK: $x > -1$

$$\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(x^2+2) - 1 \Rightarrow (x+1)^2 = \frac{x^2+2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=0(TM) \\ x=-4(L) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm có một phần tử

Câu 9. Cho a, b, c là các đường thẳng trong không gian. Nhận xét nào sau đây sai?

- a) Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a // c$.
 b) Nếu a vuông góc với mặt phẳng (α) và $b // (\alpha)$ thì $a \perp b$.
 c) Nếu $a // b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.
 d) Nếu $a \perp b, b \perp c$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng (a, c) .

Lời giải

Chọn A.

a) sai Nếu $\begin{cases} a \perp b \\ b \perp c \end{cases}$ thì a và c có thể trùng nhau

- b) đúng
 c) đúng
 d) đúng

Câu 10. Các mệnh đề sau đúng hay sai? Nhận xét nào sau đây sai?

- a) Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α) .
 b) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.
 c) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .
 d) Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Lời giải

Chọn B.

- a) đúng
 b) sai

Đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$ chỉ đúng khi hai đường thẳng đó cắt nhau.

- c) đúng
 d) đúng

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $AC \perp SD$.

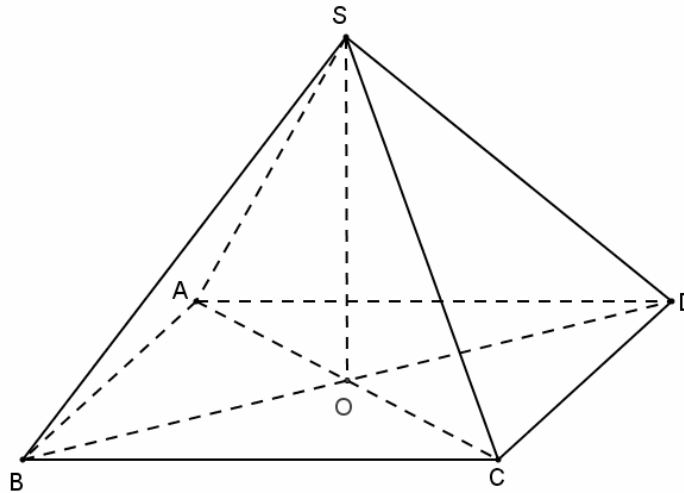
B. $BD \perp AC$.

C. $BD \perp SA$.

D. $AC \perp SA$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có tam giác SAC cân tại S và SO là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao.

Do đó $SO \perp AC$.

Trong tam giác vuông SOA thì AC và SA không thể vuông tại A.

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Gọi AE; AF lần lượt là các đường cao của tam giác SAB và tam giác SAD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?

A. $SC \perp (AFB)$.

B. $SC \perp (AEC)$.

C. $SC \perp (AED)$.

D. $SC \perp (AEF)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE$.

Vậy: $\begin{cases} AE \perp SB \\ AE \perp BC \end{cases} \Rightarrow AE \perp SC (1)$

Tương tự: $AF \perp SC (2)$

Từ (1); (2) $\Rightarrow SC \perp (AEF)$. vậy đáp án D đúng.

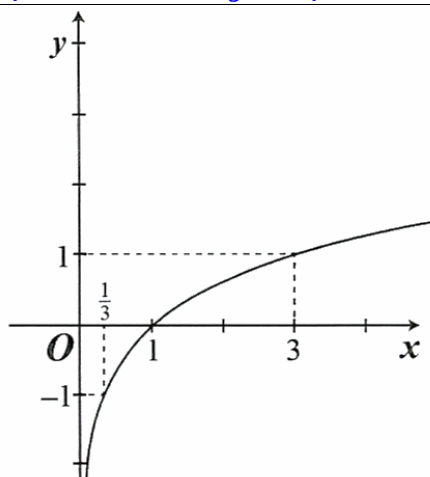
PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

a) Hàm số đã cho có tập xác định $D = (0; +\infty)$

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

c) Đồ thị hàm số đã cho có hình sau bên:



d) Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[2; 6]$ lần lượt là $-\log_3 2$ và $-1 - \log_3 2$.

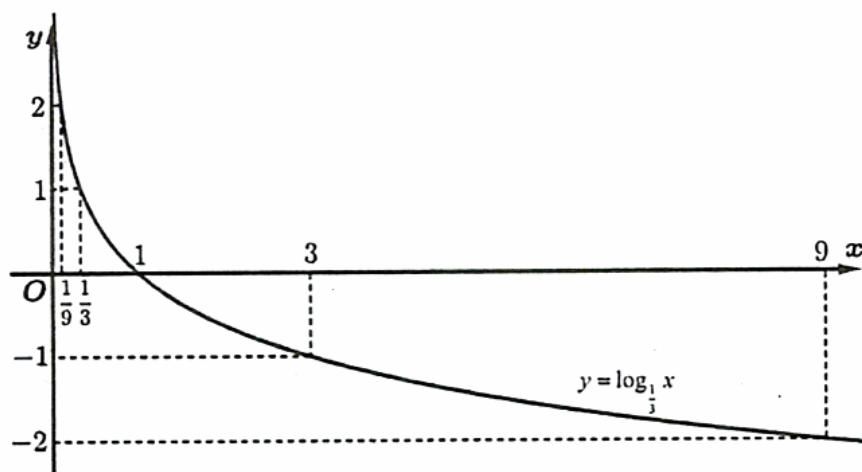
Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$

b) Hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

c) Đồ thị hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ có hình sau bên:



d) Hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ có cơ số $\frac{1}{3} < 1$ nên nghịch biến trên $D = (0; +\infty)$, ta có:

$$\max_{x \in [2; 6]} y = f(2) = \log_{\frac{1}{3}} 2 = -\log_3 2 \text{ và } \min_{x \in [2; 6]} y = f(6) = \log_{\frac{1}{3}} 6 = -(\log_3 2 + \log_3 3) = -1 - \log_3 2$$

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC .

a) $BC \perp (AA'H)$

b) $B'C' \perp AA'$.

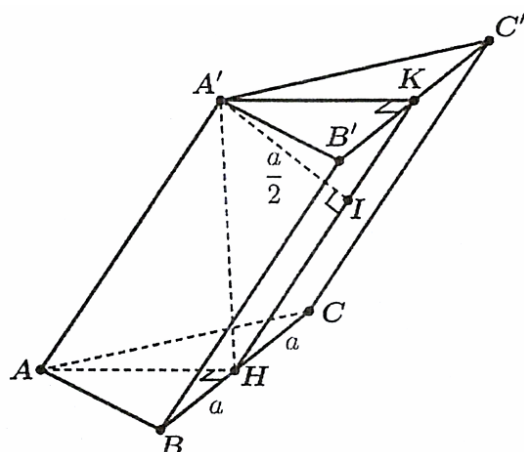
c) Hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) có diện tích theo a bằng $\frac{a^2}{4}$.

d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a

bằng: $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI



a) Ta có: $\begin{cases} BC \perp A'H \text{ (do } A'H \perp (ABC)) \\ BC \perp AH \text{ (do } \triangle ABC \text{ vuông tại A, H là trung điểm BC)} \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (AA'H)$.

b) Ta có $B'C' \parallel BC$ nên $B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow B'C' \perp AA'$.

c) Vì $A'H \perp (ABC)$ nên hình chiếu của AA' trên (ABC) là AH , hình chiếu của $A'B$ trên (ABC) là BH .

Vậy hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) chính là tam giác ABH .

Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABH là: $S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{4}(a\sqrt{2})^2 = \frac{a^2}{4}$.

d) Gọi K là trung điểm $B'C'$. Dễ thấy $(AA'H) \equiv (AHKA')$.

Mà $B'C' \perp (AA'H)$ nên $B'C' \perp (AHKA')$.

Trong mặt phẳng $(AHKA')$, kẻ $A'I \perp HK$ tại I . (1)

Vì $B'C' \perp (AHKA')$, $A'I \subset (AHKA')$ nên $A'I \perp B'C'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'I \perp (BCC'B')$ hay I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại A' nên $A'K = \frac{B'C'}{2} = a$.

Tam giác $A'HK$ vuông tại A' có đường cao $A'I$ nên ta có:

$$\frac{1}{A'I^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'K^2} \Rightarrow \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2 + \log_2 a = 3 + \log_3 b = \log_6 (a+b)$. Tính giá trị của

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 108

Đặt $\log_2 a = x, \log_3 b = y$. Ta có $a = 2^x, b = 3^y$ và $2 + x = 3 + y \Leftrightarrow y = x - 1$;

$$\log_6 (a+b) = 2 + x \Leftrightarrow a+b = 6^{2+x} = 36 \cdot 6^x.$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{36 \cdot 6^x}{2^x \cdot 3^y} = \frac{36 \cdot 6^x}{2^x \cdot 3^{x-1}} = \frac{108 \cdot 6^x}{2^x \cdot 3^x} = 108.$$

Câu 2. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?(làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ nhất của độ C)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6,7

Theo bài ta có $\begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases}$ (1). Ta cần tìm t sao cho $k \cdot a^t = 20\%$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2} \text{ và } a^3 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3} \Rightarrow t-2 = \log_a \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7.$$

Câu 3. Bác Kim gửi tiết kiệm khoản tiền 700 triệu đồng vào ngân hàng BIDV với lãi suất 7% / năm theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tính số năm tối thiểu gửi tiết kiệm để Bác Kim thu được ít nhất 1 tỉ đồng (cả vốn lẫn lãi). Cho biết công thức lãi kép là $T_n = A(1+r)^n$, trong đó A là tiền vốn, T_n là tiền vốn và lãi nhận được sau n năm, r là lãi suất/năm.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6

$$\text{Ta có: } T \geq 1000 \Leftrightarrow 700(1+7\%)^n \geq 1000 \Leftrightarrow 1,07^n \geq \frac{10}{7}$$

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{1,07} \left(\frac{10}{7} \right) \approx 5,27 \text{ (do } 1,07 > 1)$$

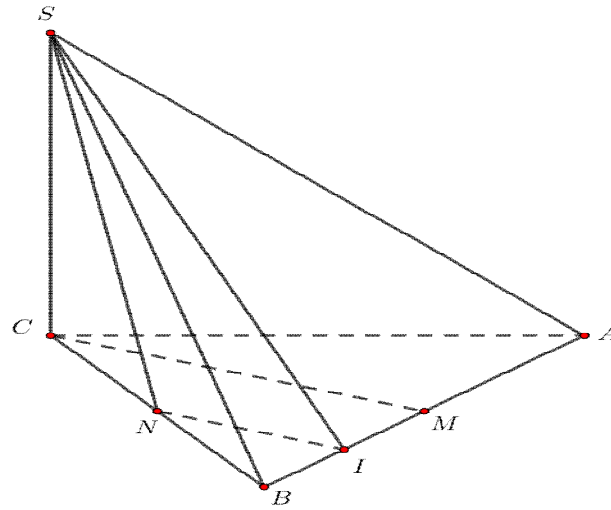
Vậy thời gian gửi tiết kiệm phải ít nhất 6 năm thì Bác Kim mới thu được ít nhất 1 tỉ đồng.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a = 4\sqrt{2}$ cm, cạnh bên SC vuông góc với đáy và $SC = 2$ cm. Gọi M , N là trung điểm của AB và BC . Góc giữa hai đường thẳng SN và CM bằng bao nhiêu độ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 45



Gọi I là trung điểm của BM , ta có $NI \parallel CM$ nên góc giữa SN và CM là góc giữa SN và NI . Xét tam

giác SNI có $SN = \sqrt{SC^2 + CN^2} = \sqrt{4+8} = 2\sqrt{3}$; $NI = \frac{1}{2}CM = \frac{1}{2}4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$;

$$CI = \sqrt{CM^2 + MI^2} = \sqrt{24+2} = \sqrt{26} \Rightarrow SI = \sqrt{SC^2 + CI^2} = \sqrt{4+26} = \sqrt{30}.$$

$$\text{Vậy } \cos \widehat{SNI} = \frac{SN^2 + NI^2 - SI^2}{2SN \cdot NI} = \frac{12+6-30}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} = \frac{-12}{3\sqrt{2} \cdot 4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{SNI} = 135^\circ.$$

Vậy góc giữa SN và CM bằng 45° .

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Tìm m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy $-2 < m < 2$ thỏa mãn đề bài.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_2(x+2) - \log_2(x-2) = 2$

b) $2^{x-1} + 2^{x+2} \geq 25$

Lời giải

a) $\log_2(x+2) - \log_2(x-2) = 2$

Điều kiện: $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$

Ta có:

$$\log_2(x+2) - \log_2(x-2) = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+2)(x-2) = \log_2 4$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x-2) = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2} & (N) \\ x = -2\sqrt{2} & (L) \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2\sqrt{2}$

$$b) 2^{x-1} + 2^{x+2} \geq 25$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x \geq 25$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} + 4\right) \cdot 2^x \geq 25$$

$$\Leftrightarrow 2^x \geq \frac{50}{9}$$

$$\Leftrightarrow x \geq \log_9 50$$

$$\Leftrightarrow x \geq \log_3 5 + \frac{1}{2} \log_3 2$$

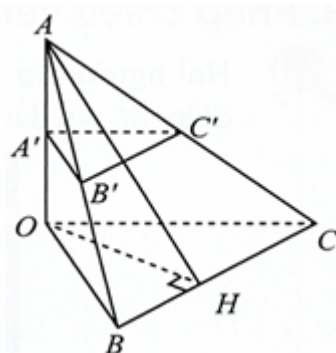
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left[\log_3 5 + \frac{1}{2} \log_3 2; +\infty \right)$

Câu 3. Cho tứ diện $OABC$ có OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) và có A', B', C' lần lượt là trung điểm của OA, AB, AC . Vẽ OH là đường cao của tam giác OBC .

a) Chứng minh $OA \perp (A'B'C')$.

b) Chứng minh $B'C' \perp (OAH)$.

Lời giải



a) Tam giác AOB có $A'B'$ là đường trung bình nên $A'B' \parallel AB$ hay $A'B' \parallel (OBC)$

Tam giác AOC có $A'C'$ là đường trung bình nên $A'C' \parallel AC$ hay $A'C' \parallel (OBC)$

Suy ra $(A'B'C') \parallel (OBC)$

Mà $OA \perp (OBC)$ nên $OA \perp (A'B'C')$

b) Vì $OA \perp (OBC); BC \in (OBC)$ nên $OA \perp CB$

Ta có đường thẳng BC vuông góc với hai đường thẳng OH và OA cắt nhau cùng thuộc (AOH) nên

$$BC \perp (AOH)$$

Mà tam giác ABC có $B'C'$ là đường trung bình nên $B'C' \parallel BC$

Suy ra $B'C' \perp (AOH)$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $a > 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. **D.** $\frac{1}{a^{2024}} < \frac{1}{a^{2025}}$

Câu 2. Cho a, b, c là các số dương ($a, b \neq 1$). Các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{1}{3} \log_a b$. **B.** $a^{\log_b a} = b$.
- C.** $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ ($\alpha \neq 0$). **D.** $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$.

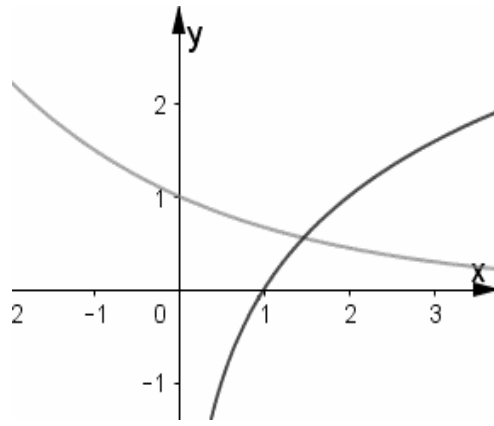
Câu 3. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = 6 \log_a b$ **B.** $P = 27 \log_a b$ **C.** $P = 15 \log_a b$ **D.** $P = 9 \log_a b$

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log \left[(6-x)(x+2) \right]$?

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** Vô số.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$. B. $0 < a < 1 < b$. C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1, 0 < b < \frac{1}{2}$.

Câu 6. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $\log_3 x^2$ B. $y = \log(x^3)$ C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Câu 7. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$. Tính T^3 .

- A. $T^3 = \frac{1}{3}$. B. $T^3 = 3$. C. $T^3 = \frac{1}{9}$. D. $T^3 = 9$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1} > 1$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

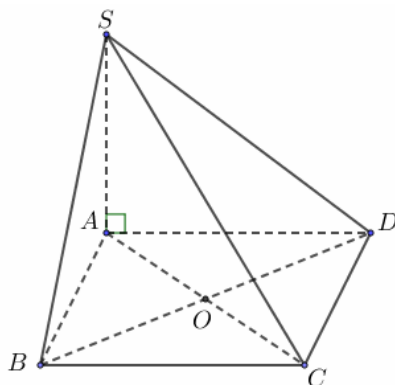
a) Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và đường thẳng b vuông góc với a thì b vuông góc với mặt phẳng (P) .

b) Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b và b song song với mặt phẳng (P) thì a song song hoặc nằm trên mặt phẳng (P) .

c) Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và đường thẳng b vuông góc với mặt phẳng (P) thì a vuông góc với b .

d) Một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó.

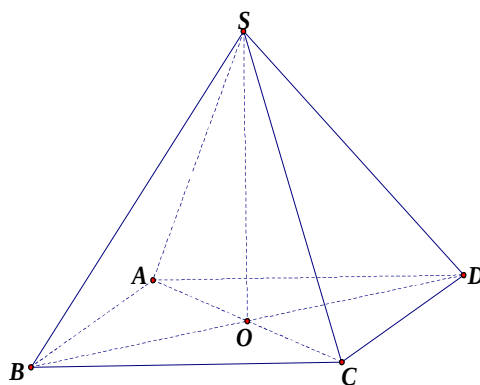
Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Hình chiếu của tam giác SBD trên mặt phẳng $(ABCD)$ là:

- A. tam giác ABC . B. tam giác BCD . C. tam giác ACD . D. tam giác ABD .

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $CD \perp (SBD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SD$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

- A. $A'D$. B. AC . C. BB' . D. AD' .

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x)$.

a) Hàm số $f(x)$ xác định khi $x > 0$.

b) Thu gọn hàm số $f(x)$ ta được $f(x) = \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) + 1$.

c) Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 2$, khi đó $x_0 + y_0 = 18$.

d) Nghiệm của bất phương trình $f(x) > 2$ là $(4; +\infty)$.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi OK là đường cao của tam giác OBC và OH là đường cao của tam giác OAK .

a) $OA \perp (OBC)$.

b) $OB \perp (OAC)$.

c) Các cạnh đối nhau trong tứ diện $OABC$ thì không vuông góc với nhau.

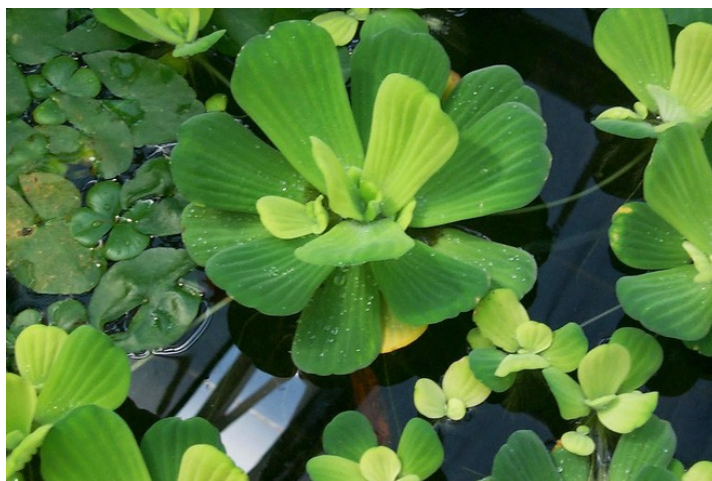
d) OH không vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 2. Một người thả một lá bèo vào một chậu nước. Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu (kết quả làm tròn đến 1 chữ số phần thập phân).



Trả lời:

Câu 3. Chị Minh Nhân gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 1 tháng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì Chị Minh Nhân có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm, biết rằng ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn?



Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Biết

$AB = \sqrt{2}cm$. Hỏi độ dài hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_2 8^x = -3$

b) $3^{x^2-4x} < 2^{x-4}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, O là giao điểm của hai đường chéo, và $SA = SC, SB = SD$.

a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

b) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BA, BC . Chứng minh rằng $IJ \perp (SBD)$.

LỜI GIẢI
ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $a > 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. **D.** $\frac{1}{a^{2024}} < \frac{1}{a^{2025}}$

Lời giải

Chọn A.

A. Vì $a > 1; -\sqrt{3} > -\sqrt{5} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}} \Leftrightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. đúng

C. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. đúng

D. $\frac{1}{a^{2024}} < \frac{1}{a^{2025}}$ đúng

Câu 2. Cho a, b, c là các số dương ($a, b \neq 1$). Các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{1}{3} \log_a b$.

B. $a^{\log_b a} = b$.

C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b (\alpha \neq 0)$.

D. $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$.

Lời giải

Chọn D.

A. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \log_a b - \log_a a^3 = \log_a b - 3$

B. $a^{\log_a b} = b$.

C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b (\alpha \neq 0)$.

D. $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$.

Câu 3. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 6 \log_a b$

B. $P = 27 \log_a b$

C. $P = 15 \log_a b$

D. $P = 9 \log_a b$

Lời giải

Chọn A.

$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 6 \log_a b$.

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. Vô số.

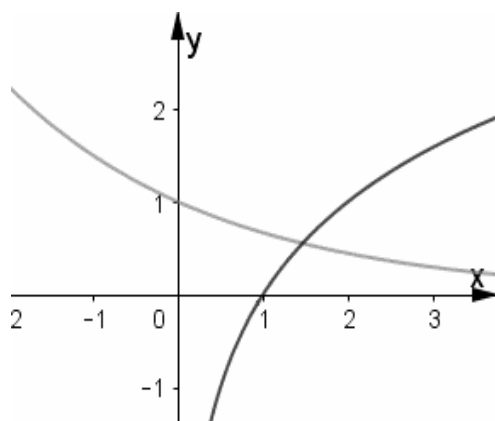
Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $(6-x)(x+2) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6 \Rightarrow D = (-2; 6)$.

Vậy có 7 số nguyên x thuộc tập xác định của hàm số đã cho.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < a < \frac{1}{2} < b$.

B. $0 < a < 1 < b$.

C. $0 < b < 1 < a$.

D. $0 < a < 1, 0 < b < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số $y = a^x$ đi qua $(0; 1)$ suy ra đồ thị hàm số (1) là đồ thị của hàm nghịch biến nên $0 < a < 1$.

Xét đồ thị hàm số $y = \log_b x$ đi qua $(1; 0)$ suy ra đồ thị của hàm số (2) là đồ thị của hàm đồng biến suy ra $b > 1$.

Vậy $0 < a < 1 < b$.

Câu 6. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\log_3 x^2$

B. $y = \log(x^3)$

C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$

D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Lời giải

Chọn C.

Hàm số mũ $y = a^x$ với $0 < a < 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $0 < \frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$. Tính T^3 .

A. $T^3 = \frac{1}{3}$.

B. $T^3 = 3$.

C. $T^3 = \frac{1}{9}$.

D. $T^3 = 9$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x > 0$

$$\text{Ta có: } \log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3} \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x = -\frac{1}{2} \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2 x + \log_2 x + \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow 3 \log_2 x + \log_2 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^3 + \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow \log_2 (3x^3) = 0 \Leftrightarrow 3x^3 = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}.$$

So với điều kiện, nghiệm phương trình là $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

$$\Rightarrow T^3 = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \right)^3 = \frac{1}{3}$$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3} \right)^{2x+1} > 1$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{2} \right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \left(\frac{2}{3} \right)^{2x+1} > 1 \Leftrightarrow 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}.$$

Vậy: Tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; -\frac{1}{2} \right)$.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

a) Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và đường thẳng b vuông góc với a thì b vuông góc với mặt phẳng (P) .

b) Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b và b song song với mặt phẳng (P) thì a song song hoặc nằm trên mặt phẳng (P) .

c) Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và đường thẳng b vuông góc với mặt phẳng (P) thì a vuông góc với b .

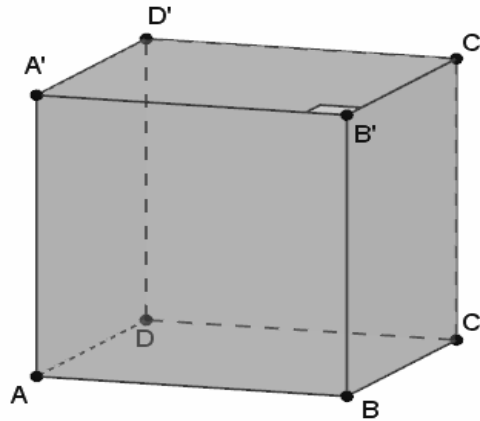
d) Một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó.

Lời giải

Chọn A.

a) sai

Giả sử xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ có $\begin{cases} A'B' // (ABCD) \\ B'C' \perp A'B' \end{cases}$ nhưng $B'C' // (ABCD)$.

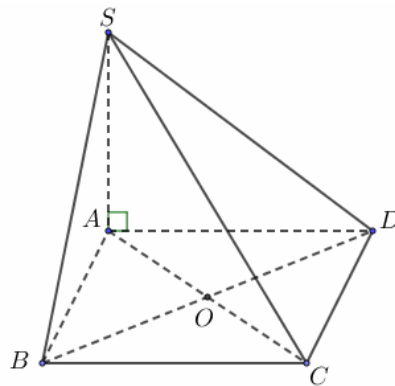


b) đúng

c) đúng

d) đúng

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Hình chiếu của tam giác SBD trên mặt phẳng $(ABCD)$ là:

A. tam giác ABC .

B. tam giác BCD .

C. tam giác ACD .

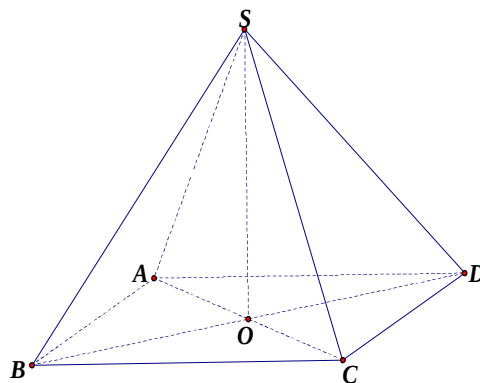
D. tam giác ABD .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của tam giác SBD trên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác ABD .

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $CD \perp (SBD)$.

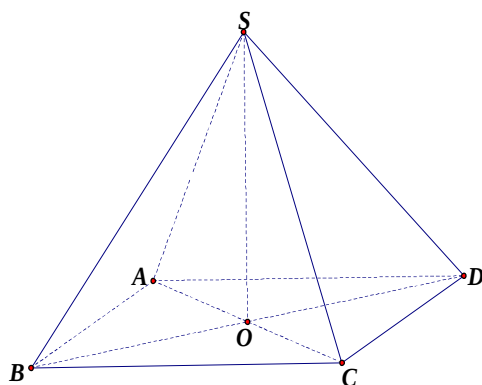
B. $SO \perp (ABCD)$.

C. $BD \perp SA$.

D. $AC \perp SD$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $CD \perp (SBD) \Rightarrow CD \perp BD$ điều này vô lý vì $\triangle COD$ là tam giác vuông tại O.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

A. $A'D$.

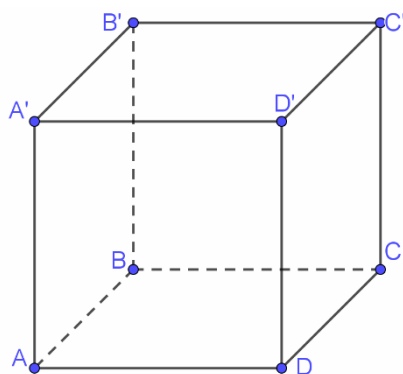
B. AC .

C. BB' .

D. AD' .

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $A'D // B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x)$.

a) Hàm số $f(x)$ xác định khi $x > 0$.

b) Thu gọn hàm số $f(x)$ ta được $f(x) = \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) + 1$.

c) Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 2$, khi đó $x_0 + y_0 = 18$.

d) Nghiệm của bất phương trình $f(x) > 2$ là $(4; +\infty)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Hàm số $f(x)$ xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_4 x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 2^0 \\ x > 4^0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

b) $f(x) = \log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x)$
 $= \log_{2^2}(\log_2 x) + \log_2(\log_{2^2} x)$
 $= \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right)$
 $= \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2(\log_2 x) + \log_2 \frac{1}{2}$
 $= \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) - 1$

c) Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 2$ là số nghiệm của phương trình:

$$\begin{aligned} \log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) - 1 &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) &= 3 \\ \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) &= 2 \\ \Leftrightarrow \log_2 x &= 4 \\ \Leftrightarrow x &= 16 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M(16; 2) \Rightarrow x_0 + y_0 = 18$$

d) Điều kiện: $x > 1$ (Câu a)

$$\begin{aligned} f(x) &> 2 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) - 1 &> 2 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) &> 3 \\ \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) &> 2 \\ \Leftrightarrow \log_2 x &> 4 \\ \Leftrightarrow x &> 16 \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của bất phương trình $f(x) > 2$ là $(16; +\infty)$

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi OK là đường cao của tam giác OBC và OH là đường cao của tam giác OAK .

a) $OA \perp (OBC)$.

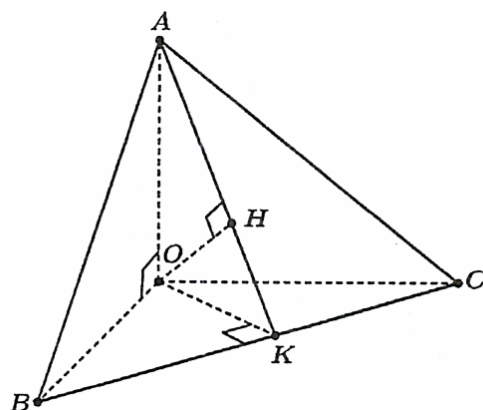
b) $OB \perp (OAC)$.

c) Các cạnh đối nhau trong tứ diện $OABC$ thì không vuông góc với nhau.

d) OH không vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI



a) Ta có: $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC)$

b) Ta có: $\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC)$

c) Vì $OA \perp (OBC)$ mà $BC \subset (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$.

Vì $OB \perp (OAC)$ mà $AC \subset (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$.

Ta có: $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB)$, mà $AB \subset (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$.

Vậy các cặp cạnh đối nhau của tứ diện $OABC$ vuông góc với nhau.

d) Ta có: $\begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp OA (\text{do } OA \perp (OBC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAK);$

mà $OH \subset (OAK) \Rightarrow OH \perp BC$.

Khi đó: $\begin{cases} OH \perp AK \\ OH \perp BC \\ AK \cap BC = K \\ AK, BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC).$

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng bao nhiêu?

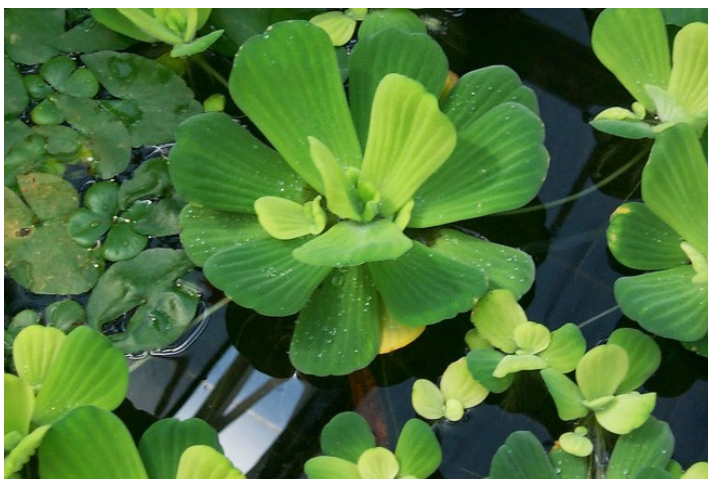
Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có $\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2 (ab^3) = \log_2 8 = 3$.

Câu 2. Một người thả một lá bèo vào một chậu nước. Sau 12 giờ, bèo sinh sôi phủ kín mặt nước trong chậu. Biết rằng sau mỗi giờ lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu (kết quả làm tròn đến 1 chữ số phân thập phân).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 11,3

Gọi S là diện tích lá bèo thả ban đầu.

Vì sau mỗi giờ, lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó nên sau 12 giờ, tổng diện tích các lá bèo trong chậu là $10^{12} S$.

Theo đề bài: Sau 12 giờ, bèo phủ kín mặt nước trong chậu nên diện tích mặt nước trong chậu là $10^{12} S$. Giả sử sau x giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu.

Ta có: $10^x S = \frac{1}{5} \cdot 10^{12} S \Leftrightarrow 10^{12-x} = 5 \Leftrightarrow x = 12 - \log 5 \approx 11,3$.

Vậy sau 11,3 giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt nước trong chậu.

Câu 3. Chị Minh Nhân gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 1 tháng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì Chị Minh Nhân có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm, biết rằng ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 21

Theo hình thức lãi kép, sau n tháng tổng số tiền cả gốc lẫn lãi mà Chị Minh Nhân nhận được trong tài khoản là $A = 200(1 + 0,58\%)^n = 200.(1,0058)^n$ (triệu đồng).

Theo bài ra thì : $A \geq 225 \Leftrightarrow 200.1,0058^n \geq 225 \Leftrightarrow 1,0058^n \geq \frac{9}{8}$.

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{1,0058} \frac{9}{8} \approx 20,37.$$

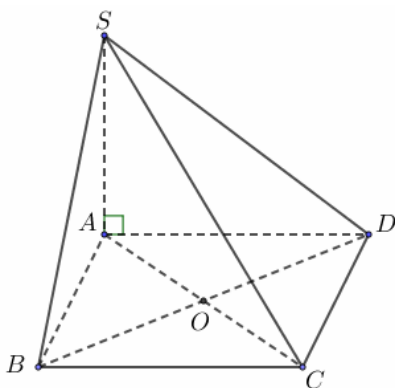
Vì ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn nên phải sau ít nhất 21 tháng, Chị Minh Nhân mới có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = \sqrt{2}cm$. Hỏi độ dài hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là cạnh AC

Mà $ABCD$ là hình vuông có $AB = \sqrt{2}cm \Rightarrow AC = 2cm$

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$.

Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in (1; 2)$ khi $-x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$.

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 - mx - 2m - 1 < 0, \forall x \in (1; 2).$$

$$\Rightarrow f(x) = 0 \text{ có 2 nghiệm thỏa mãn } x_1 \leq 1 < 2 \leq x_2.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m \leq 0 \\ -4m + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}.$$

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_2 8^x = -3$

b) $3^{x^2-4x} < 2^{x-4}$

Lời giải

a) $\log_2 8^x = -3$

$$\Leftrightarrow 8^x = 2^{-3}$$

$$\Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{-3}$$

$$\Leftrightarrow 3x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = -1$

b) $3^{x^2-4x} < 2^{x-4}$

$$\Leftrightarrow \log_3 3^{x^2-4x} < \log_3 2^{x-4}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x < (x-4)\log_3 2$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x - \log_3 2) < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 2 < x < 4$$

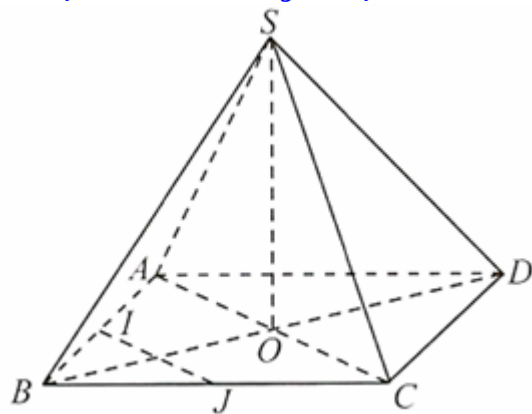
Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(\log_3 2; 4)$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, O là giao điểm của hai đường chéo, và $SA = SC, SB = SD$.

a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

b) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BA, BC . Chứng minh rằng $IJ \perp (SBD)$.

Lời giải



a) Ta có $SA = SC$, suy ra $\triangle SAC$ cân tại S , suy ra $SO \perp AC$. (1)

Tương tự ta có $SO \perp BD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

b) Ta có $AC \perp BD$ và $AC \perp SO$, suy ra $AC \perp (SBD)$.

Ta có IJ là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên suy ra $IJ \parallel AC$, suy ra $IJ \perp (SBD)$.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$ **B.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$ **C.** $3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} > \left(\sqrt{2}\right)^{100}$

Câu 2. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
- B.** $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
- C.** $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
- D.** $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

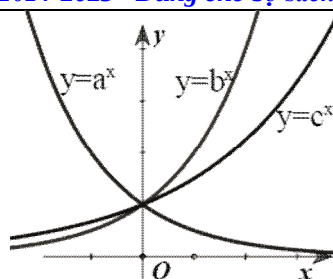
Câu 3. Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2(a^3 b^4)$ bằng

- A.** $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$ **B.** $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$ **C.** $2(\log_2 a + \log_4 b)$ **D.** $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2024}(3x - x^2)$.

- A.** $D = \mathbb{R}$ **B.** $D = (0; +\infty)$ **C.** $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$ **D.** $D = (0; 3)$

Câu 5. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $1 < a < c < b$. B. $a < 1 < c < b$. C. $a < 1 < b < c$. D. $1 < a < b < c$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

- A. $[0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

- A. $(-\infty; -\frac{3}{2})$. B. $(1; \frac{3}{2})$. C. $(\frac{3}{2}; +\infty)$. D. $[1; \frac{3}{2})$.

Câu 8. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

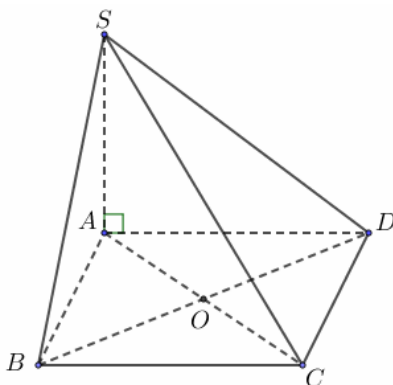
Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- a) Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
b) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
c) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
d) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

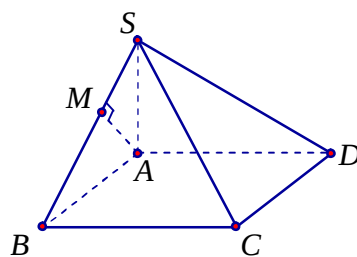
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Hình chiếu của SC trên mặt phẳng (SAD) là:

- A. SD . B. SA . C. AD . D. CD .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$.



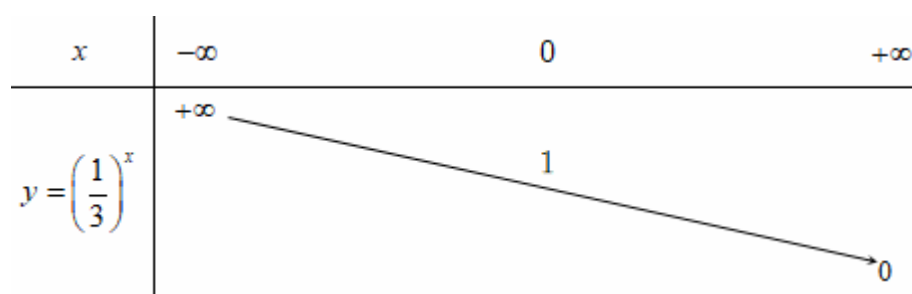
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AM \perp (SBD)$. B. $AM \perp (SBC)$. C. $SB \perp (MAC)$. D. $AM \perp (SAD)$.

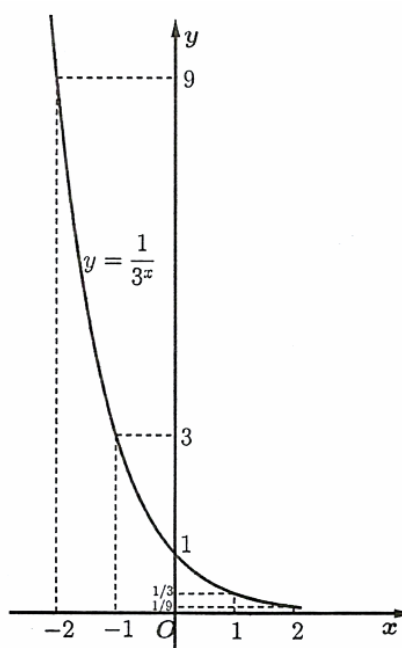
PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{3^x}$.

- a) Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.
 b) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$
 c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như bên:



d) Đồ thị hàm số đã cho có hình sau bên:



Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh a .

a) $A'D' \perp (ABB'A')$

b) $(A'D', AB') = 90^\circ$

c) $B'D' \perp (AA'O)$

d) Gọi H là hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng $(AB'D')$. Khi đó $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5}$. Tìm giá trị của biểu thức sau:
 $P = x + y$.

Trả lời:

Câu 2. Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con.



Trả lời:

Câu 3. Trong năm 2024, diện tích rừng trồng mới của huyện Khánh Vĩnh - Khánh Hòa là $800ha$. Giả sử diện tích rừng trồng mới của huyện Khánh Vĩnh mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2024, năm nào dưới đây là năm đầu tiên huyện Khánh Vĩnh có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên $1400ha$?



Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và tam giác ABC vuông tại B . Vẽ $SH \perp (ABC)$,

$H \in (ABC)$. Tính tỉ số $\frac{BM}{AC}$.

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số: $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $(2 - \sqrt{3})^x - (2 + \sqrt{3})^{x^2+3x-5} = 0$

b) $\log_2(2x-1) \leq \log_4(x+1)^2$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác SAB, SBC, SCA .

a) Chứng minh rằng $SA \perp BC$.

b) Chứng minh rằng $SA \perp (MNP)$.

LỜI GIẢI
ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$ **B.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$ **C.** $3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} > (\sqrt{2})^{100}$

Lời giải

Chọn A.

a) $\left(\frac{3}{7}\right) < \left(\frac{5}{8}\right) \Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$ (vì $\sqrt{3} > 0$). Sai.

b) $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$ (vì $-\pi < 0$). Đúng.

c) $3 < 5 \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > 5^{-\sqrt{2}} \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ (vì $-\sqrt{2} < 0$). đúng

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100} \Rightarrow (2^{-2})^{-50} < (2)^{100} \Rightarrow 2^{100} < 2^{100}$ đúng.

Câu 2. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

Lời giải

Chọn A.

A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1, b \neq 1$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc) \neq \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1, c \neq 1$.

Câu 3. Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2 (a^3 b^4)$ bằng

A. $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$ **B.** $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$ **C.** $2(\log_2 a + \log_4 b)$ **D.** $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\log_2(a^3b^4) = \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3\log_2 a + 4\log_2 b$ nên **B** đúng.

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2024}(3x - x^2)$.

A. $D = \mathbb{R}$

B. $D = (0; +\infty)$

C. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (0; 3)$

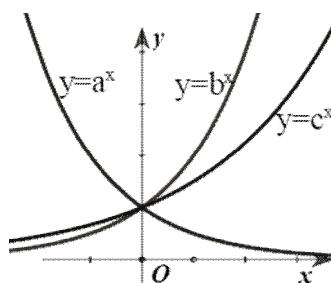
Lời giải

Chọn D.

Hàm số xác định khi: $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$

Vậy $D = (0; 3)$

Câu 5. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $1 < a < c < b$.

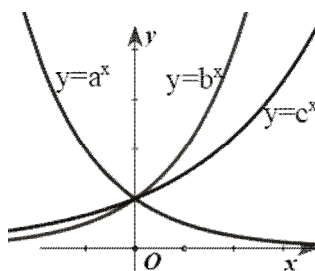
B. $a < 1 < c < b$.

C. $a < 1 < b < c$.

D. $1 < a < b < c$.

Lời giải

Chọn B.



Đồ thị của hàm số $y = a^x$ có hướng đi xuống nên $a < 1$.

Đồ thị của các hàm số $y = b^x$ và $y = c^x$ có hướng đi lên nên $b > 1$ và $c > 1$. Hơn nữa đồ thị hàm số $y = b^x$ ở phía trên đồ thị hàm số $y = c^x$ nên $b > c$.

Vậy $a < 1 < c < b$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

A. $[0; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

$$2^{\sqrt{x}} < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0; 1)$$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 0 < x-1 < 0,5 \Leftrightarrow 1 < x < \frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình đã cho là: $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 8. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = 0$ là

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Viết lại phương trình ta được

$$\log_3(x^2 + 4x) = \log_3(2x+3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 > 0 \\ x^2 + 4x = 2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

a) Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

b) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một đường thẳng cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

c) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

d) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Lời giải

Chọn C.

a) đúng

b) đúng

c) sai

Qua một điểm cho trước có thể kẻ được vô số mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng cho trước.

d) đúng

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng

A. 30° .

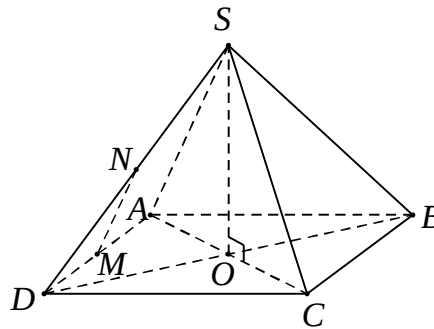
B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D.

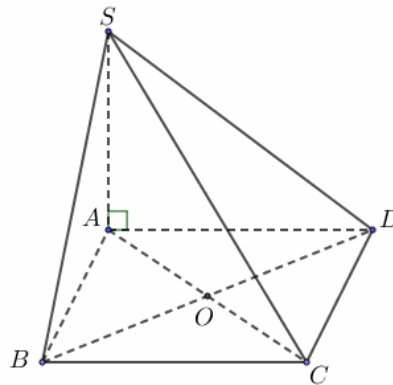


Từ giả thiết ta có: $MN \parallel SA$ (do MN là đường trung bình của $\triangle SAD$). $\Rightarrow (MN, SC) = (SA, SC)$.

Xét $\triangle SAC$, ta có:
$$\begin{cases} SA^2 + SC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \\ AC^2 = 2AD = 2a^2 \end{cases} \Rightarrow \triangle SAC \text{ vuông tại } S \Rightarrow SA \perp SC.$$

$\Rightarrow (SA, SC) = (MN, SC) = 90^\circ$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Hình chiếu của SC trên mặt phẳng (SAD) là:

A. SD .

B. SA .

C. AD .

D. CD .

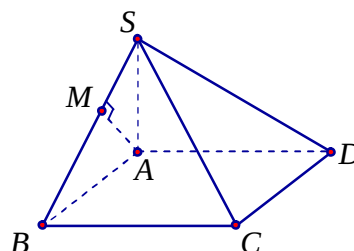
Lời giải

Chọn A.

Ta có
$$\begin{cases} CD \perp AD & (ABCD \text{ hcn}) \\ CD \perp SA & (\text{do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

nên hình chiếu của SC trên mặt phẳng (SAD) là: SD

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$.

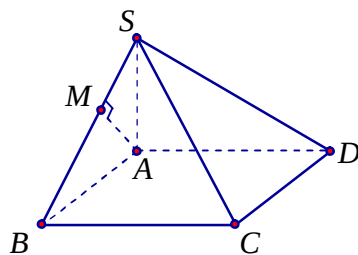


Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AM \perp (SBD)$. B. $AM \perp (SBC)$. C. $SB \perp (MAC)$. D. $AM \perp (SAD)$.

Lời giải

Chọn B.



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (1).

Do $ABCD$ là hình vuông nên $BC \perp AB$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$ (3).

Theo giả thiết, ta có $AM \perp SB$ (4).

Từ (3), (4) $\Rightarrow AM \perp (SBC)$.

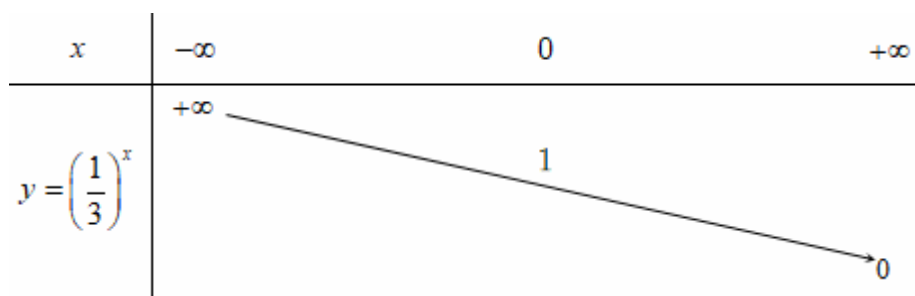
PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{3^x}$.

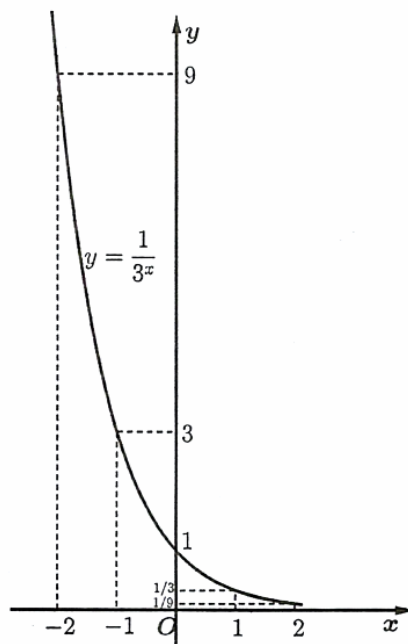
a) Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như bên:



d) Đồ thị hàm số đã cho có hình sau bên:



Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

Ta có: $y = \frac{1}{3^x} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

a) Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

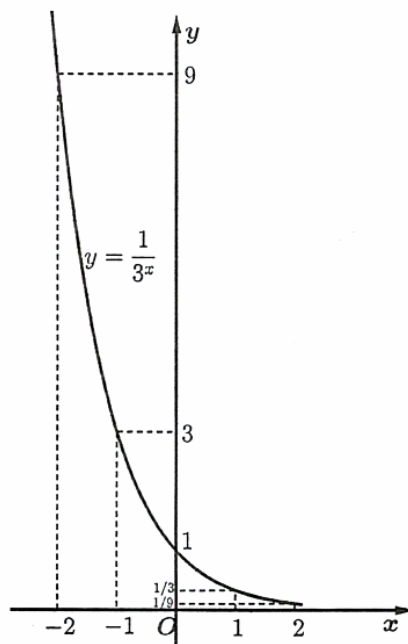
b) Vì $\frac{1}{3} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như bên:

Vì hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có cơ số $\frac{1}{3} < 1$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$+\infty$	1	0

d) Đồ thị hàm số đã cho có hình sau bên:



Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh a .

a) $A'D' \perp (ABB'A')$

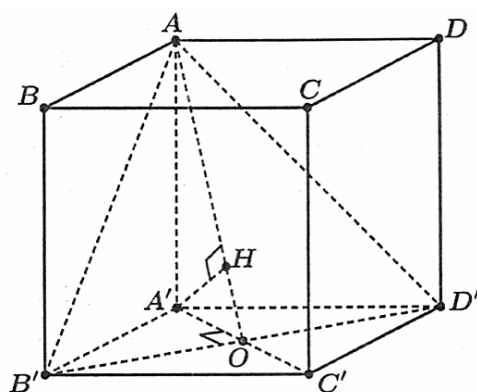
b) $(A'D', AB') = 90^\circ$

c) $B'D' \perp (AA'O)$

d) Gọi H là hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng $(AB'D')$. Khi đó $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI



a) Ta có: $\begin{cases} A'D' \perp AA' \\ A'D' \perp A'B' \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp (ABB'A')$, mà $AB' \subset (ABB'A')$ nên $A'D' \perp AB'$.

Vậy $(A'D', AB') = 90^\circ$.

b) Gọi O là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ nên $A'O \perp B'D'$.

c) Ta có: $AA' \perp B'D'$ nên $B'D' \perp (AA'O)$.

d) Kẻ đường cao $A'H$ trong tam giác $AA'O$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} A'H \perp AO \\ A'H \perp B'D' \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (AB'D').$$

Do vậy H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng $(AB'D')$.

$$\text{Hình vuông } A'B'C'D' \text{ có đường chéo } A'C' = a\sqrt{2} \Rightarrow A'O = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Tam giác $AA'O$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{2}} = \frac{3}{a^2}$$

$$\Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} \cdot 5^{\ln(x+y)} = 2^{\ln 5}$. Tìm giá trị của biểu thức sau:
 $P = x + y$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2

$$\begin{aligned} 2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} \cdot 5^{\ln(x+y)} &= 2^{\ln 5} \\ \Leftrightarrow 2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} \cdot 5^{\ln(x+y)} &= 5^{\ln 2} \\ \Leftrightarrow 2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} &= 5^{\ln 2 - \ln(x+y)} \\ \Leftrightarrow 2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} &= 5^{\ln \frac{2}{x+y}} \\ \Leftrightarrow 2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} &= 5^{-\ln \frac{x+y}{2}} \\ \Leftrightarrow 2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)} &= \left(\frac{1}{5}\right)^{\ln \frac{x+y}{2}} \\ \Leftrightarrow \ln\left(\frac{x+y}{2}\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x+y}{2} &= 1 \\ \Leftrightarrow x+y &= 2 \end{aligned}$$

Câu 2. Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3

phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 8

Theo giả thiết ta có: $s(3) = 625000 \Leftrightarrow s(0).2^3 = 625000 \Leftrightarrow s(0) = 78125$.

Số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con khi

$$s(t) = 20000000 \Leftrightarrow s(0).2^t = 20000000 \Leftrightarrow 2^t = \frac{20000000}{s(0)} = \frac{20000000}{78125} = 256 \Leftrightarrow t = 8.$$

Vậy, sau 8 phút thì số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con.

Câu 3. Trong năm 2024, diện tích rừng trồng mới của huyện Khánh Vĩnh - Khánh Hòa là $800ha$. Giả sử diện tích rừng trồng mới của huyện Khánh Vĩnh mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2024, năm nào dưới đây là năm đầu tiên huyện Khánh Vĩnh có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên $1400ha$?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2034

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+1$ là $800.(1+6\%)^1$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+2$ là $800.(1+6\%)^2$.

.....

Diện tích rừng trồng mới của năm $2024+n$ là $800.(1+6\%)^n$.

Sau n (năm) diện tích rừng trồng mới của tỉnh huyện Khánh Vĩnh là $800.(1+6\%)^n$ với $n \in \mathbb{N}$.

Ta có $800.(1+6\%)^n \geq 1400 \Leftrightarrow 1,06^n \geq \frac{7}{4} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,06} \frac{7}{4} \approx 9,60402$.

Vì $n \in \mathbb{N}$ nên giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là $n=10$.

Vậy sau 10 năm tức đến năm 2034 thì diện tích rừng trồng mới huyện Khánh Vĩnh đạt trên 1400 ha.

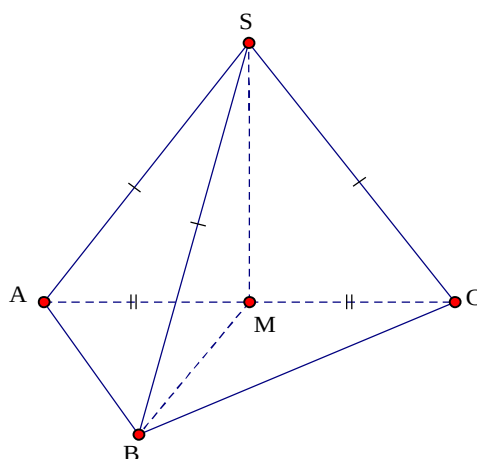
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và tam giác ABC vuông tại B . Vẽ $SH \perp (ABC)$,

$H \in (ABC)$. Tính tỉ số $\frac{BM}{AC}$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,5



Gọi M là trung điểm của $AC \Rightarrow BM = AM = CM = \frac{1}{2} AC$.

$\triangle SAC$ cân tại $S \Rightarrow SM \perp AC$ (1).

$\triangle SMA$ vuông tại $M \Rightarrow SA^2 = AM^2 + SM^2 \Leftrightarrow SB^2 = BM^2 + SM^2$.

$\Rightarrow \triangle SMB$ vuông tại M hay $SM \perp BM$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $SM \perp (ABC)$.

Theo giả thiết: $SH \perp (ABC)$, $H \in (ABC) \Rightarrow H \equiv M$.

Vậy H trùng với trung điểm AC .

$\Rightarrow \frac{BM}{AC} = \frac{1}{2} = 0,5$

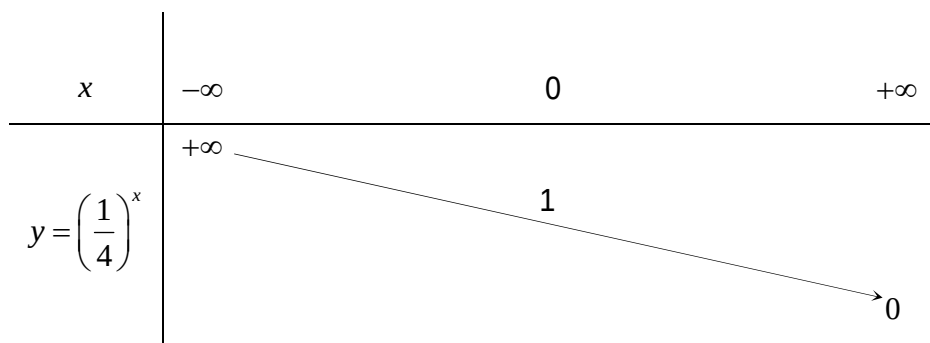
PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số: $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

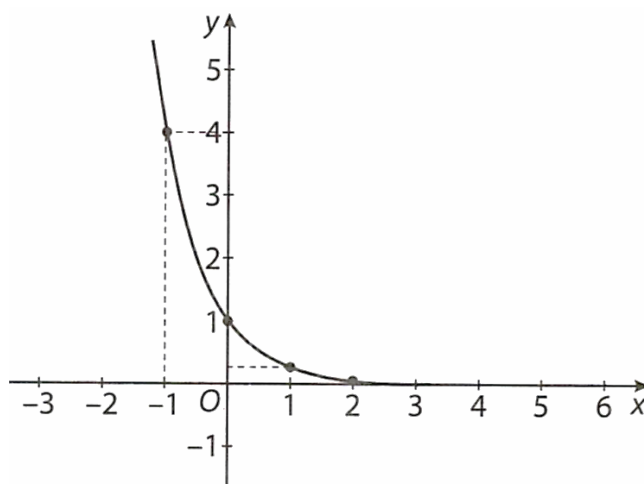
Lời giải

$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x.$$

Vì hàm số $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ có cơ số $\frac{1}{4} < 1$ nên ta có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ là một đường cong liền nét đi qua các điểm $\left(1; \frac{1}{4}\right), (0; 1), (-1; 4)$.



Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $(2 - \sqrt{3})^x - (2 + \sqrt{3})^{x^2 + 3x - 5} = 0$

b) $\log_2(2x - 1) \leq \log_4(x + 1)^2$

Lời giải

a) $(2 - \sqrt{3})^x - (2 + \sqrt{3})^{x^2 + 3x - 5} = 0$

$$\Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})^x = (2 + \sqrt{3})^{x^2 + 3x - 5}$$

$$\Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^{-x} = (2 + \sqrt{3})^{x^2 + 3x - 5}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 5 = -x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = -5$ và $x = 1$

b) $\log_2(2x-1) \leq \log_4(x+1)^2$

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

$$\log_2(2x-1) \leq \log_4(x+1)^2 \Leftrightarrow \log_2(2x-1) \leq \frac{\log_2(x+1)^2}{\log_2 4} \Leftrightarrow \log_2(2x-1) \leq \frac{\log_2(x+1)^2}{2}$$

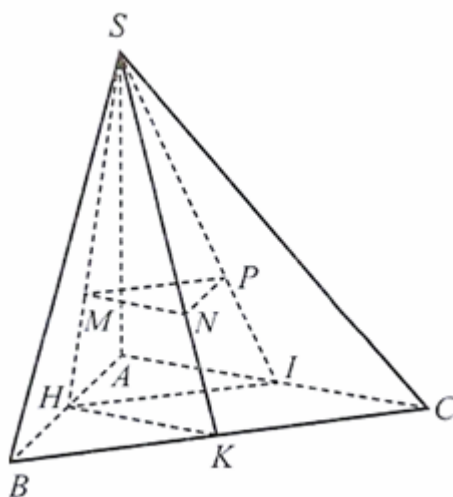
$$\Leftrightarrow \log_2(2x-1)^2 \leq \log_2(x+1)^2 \Leftrightarrow (2x-1)^2 \leq (x+1)^2 \Leftrightarrow 3x(x-2) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác SAB, SBC, SCA .

a) Chứng minh rằng $SA \perp BC$.

b) Chứng minh rằng $SA \perp (MNP)$.

Lời giải



a) ta có $SA \perp (ABC)$ (gt)

mà $BC \subset (ABC)$

nên $SA \perp BC$.

b) Gọi H, K, I lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA .

Theo giả thiết ta có: $\frac{SM}{SH} = \frac{SN}{SK} = \frac{SP}{SI} = \frac{2}{3}$. Do đó, trong tam giác SHK có $MN \parallel HK$, trong tam giác

SHI có $MP \parallel HI$.

Mà $HK \subset (ABC)$, $HI \subset (ABC)$ nên $MN \parallel (ABC)$, $MP \parallel (ABC)$.

Ngoài ra, MN, MP cắt nhau trong mặt phẳng (MNP) nên $(MNP) \parallel (ABC)$.

Mà $SA \perp (ABC)$. Vậy $SA \perp (MNP)$.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

- A. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$. C. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$. D. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 2. Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$ D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Câu 3. Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2\log_a b$. B. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2}\log_a b$.
C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\log_a b$. D. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2\log_a b$.

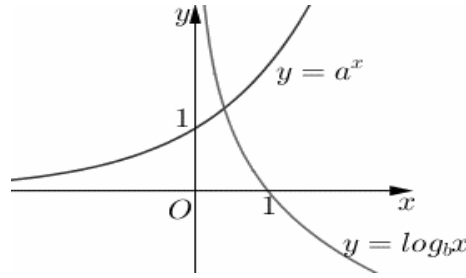
Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2 (x^2 - 2x - 3)$

- A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ B. $D = [-1; 3]$
C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ D. $D = (-1; 3)$

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $y = (\sqrt{3})^x$ D. $y = (0,5)^x$

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



- A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. B. $a > 1, b > 1$. C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1 < b$.

Câu 7. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3 (x - 6) = \log_3 7$ bằng

- A. 0 B. 12 C. 7 D. 10

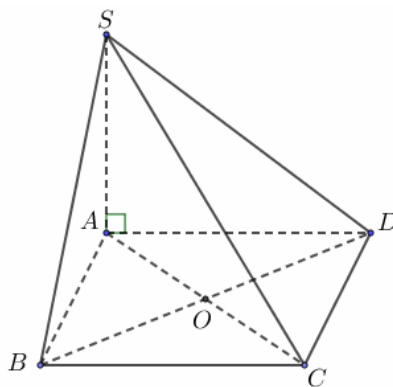
Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1} < 7^{3-x}$ là

- A. $S = \left(-\infty; \frac{1+3\log_5 7}{2+\log_5 7} \right)$. B. $S = \left(\log_{\frac{5}{7}} 7; +\infty \right)$.
C. $S = \left(\log_{\frac{5}{7}} 5; +\infty \right)$. D. $S = \left(\frac{1+3\log_5 7}{2+\log_5 7}; +\infty \right)$.

Câu 9. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- a) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
b) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
c) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.
d) Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



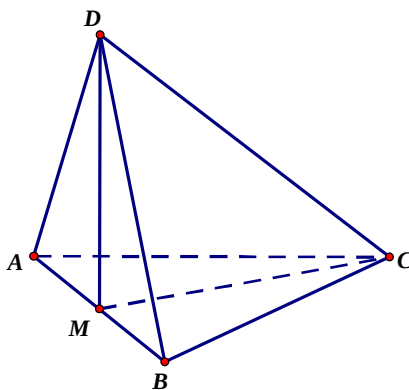
Hình chiếu của tam giác SAC trên mặt phẳng (SAB) là:

- A. tam giác ABC . B. tam giác SAB . C. tam giác SAD . D. tam giác ACD .

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB .



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $CM \perp (ABD)$. B. $AB \perp (MCD)$. C. $AB \perp (BCD)$. D. $DM \perp (ABC)$.

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = (\sqrt{17} + 4)^2 - (\sqrt{17} - 4)^{\frac{1}{x-1}}$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (-\infty; +\infty)$.

b) $f(x) = (\sqrt{17} + 4)^2 + (\sqrt{17} + 4)^{-\frac{1}{x-1}}$

c) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $e^{\ln(a^2b^3)} = 8$

d) Biết tập xác định của hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ là $D = \left(-\infty; \frac{m}{n}\right) \cup (c; +\infty)$ với $m, n, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó $m.n^2.c^3 = 32$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, M là trung điểm của AB , $SA \perp (ABC)$.

a) AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC) .

b) Tam giác ABC là hình chiếu của tam giác SBC trên mặt phẳng (ABC) .

c) $CM \perp (SAB)$.

d) $(CM; SB) = 60^\circ$.

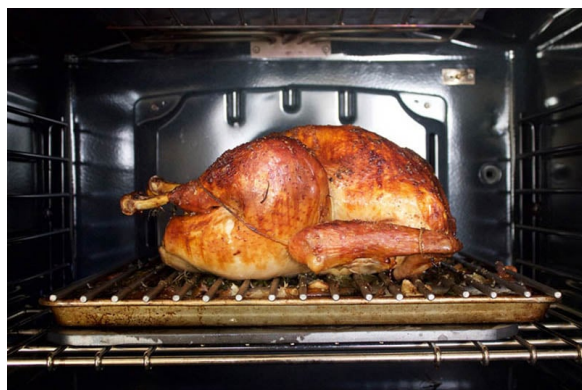
PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho x, y, z là ba số thực khác 0 thỏa mãn $2^x = 5^y = 10^{-z}$. Tính giá trị của biểu thức $A = xy + yz + zx$.

Trả lời:

Câu 2. Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, và nếu các vật xung quanh có nhiệt độ T_s , thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t) = T_s + D_0 \cdot e^{-kt}$ (trong đó k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M). Một con gà nướng được lấy từ

lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^{\circ}F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^{\circ}F$. Nếu nhiệt độ của gà là $150^{\circ}F$ sau nửa giờ, nhiệt độ của nó sau 60 phút là bao nhiêu độ F ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ F)



Trả lời:

Câu 3. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là 6% / năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.



Trả lời:

Câu 4. Cho hình tứ diện $ABCD$ có AB , BC , CD đôi một vuông góc nhau. Lấy điểm I cách đều bốn điểm A , B , C , D . Tính tỉ số $\frac{IB}{AB}$.

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Tìm tất cả giá trị m để: Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên khoảng $(2;3)$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\left(\frac{4}{7}\right)^x \left(\frac{7}{4}\right)^{3x-1} - \frac{16}{49} = 0$

b) $\log_2(x+2) - 2 \geq 6 \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Cho biết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D ,
 $AB = 2CD$.

a) Chứng minh $CD \perp (SAD)$.

b) Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh $CM \perp (SAB)$.

LỜI GIẢI
ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

- A.** $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$. **B.** $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$. **C.** $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$. **D.** $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} + 1}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Câu 2. Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ **B.** $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$ **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Lời giải

Chọn D.

Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$.

- A.** $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x$
B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$
D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Câu 3. Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2\log_a b$. **B.** $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2}\log_a b$.
C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\log_a b$. **D.** $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2\log_a b$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \log_a \sqrt[3]{a} - \log_a b^2 = \log_a a^{\frac{1}{3}} - 2\log_a b = \frac{1}{3}\log_a a - 2\log_a b = \frac{1}{3} - 2\log_a b$$

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

B. $D = [-1; 3]$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

D. $D = (-1; 3)$

Lời giải

Chọn C.

$y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$. Hàm số xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$

Vậy tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$

B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

C. $y = (\sqrt{3})^x$

D. $y = (0,5)^x$

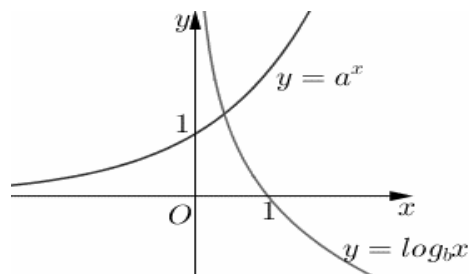
Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$.

Thấy các số $\frac{1}{\pi}$; $\frac{2}{3}$; 0,5 nhỏ hơn 1, còn $\sqrt{3}$ lớn hơn 1 nên chọn C.

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

B. $a > 1, b > 1$.

C. $0 < b < 1 < a$.

D. $0 < a < 1 < b$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow 0$ do đó đồ thị hàm số $y = a^x$ có $a > 1$. Nên ta loại đáp án A và D.

Ở đồ thị hàm số $y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$ ta thấy khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$ do đó ta có $0 < b < 1$.

Câu 7. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3(x-6) = \log_3 7$ bằng

A. 0

B. 12

C. 7

D. 10

Lời giải

Chọn C.

Đk: $x > 6$

Ta có: $\log_3 x + \log_3 (x-6) = \log_3 7 \Leftrightarrow \log_3 [x(x-6)] = \log_3 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$

So với điều kiện vậy phương trình có một nghiệm $x = 7$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1} < 7^{3-x}$ là

A. $S = \left(-\infty; \frac{1+3\log_5 7}{2+\log_5 7} \right)$.

B. $S = \left(\log_{\frac{5}{7}} 7; +\infty \right)$.

C. $S = \left(\log_{\frac{5}{7}} 5; +\infty \right)$.

D. $S = \left(\frac{1+3\log_5 7}{2+\log_5 7}; +\infty \right)$.

Lời giải

Chọn A.

$$5^{2x-1} < 7^{3-x}$$

$$\Leftrightarrow \log_5 5^{2x-1} < \log_5 7^{3-x}$$

$$\Leftrightarrow 2x-1 < (3-x)\log_5 7$$

$$\Leftrightarrow 2x + x\log_5 7 < 3\log_5 7 + 1$$

$$\Leftrightarrow x(2 + \log_5 7) < 3\log_5 7 + 1$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{1+3\log_5 7}{2+\log_5 7}$$

Câu 9. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

a) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

b) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

c) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.

d) Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

Lời giải

Chọn C.

a) đúng

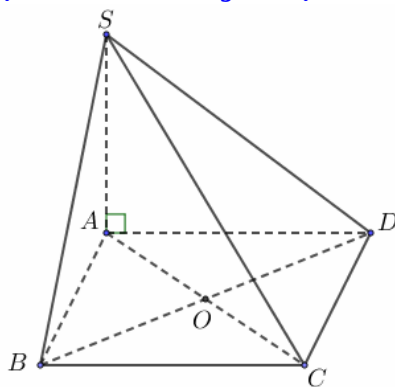
b) đúng

c) sai

Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song chỉ đúng khi ba đường thẳng đó đồng phẳng.

d) đúng

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Hình chiếu của tam giác SAC trên mặt phẳng (SAB) là:

- A. tam giác ABC . B. tam giác SAB . C. tam giác SAD . D. tam giác ACD .

Lời giải

Chọn B.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của tam giác SCD trên mặt phẳng (ABCD) là tam giác ACD.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB & (ABCD \text{ hcn}) \\ BC \perp SA & (\text{do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

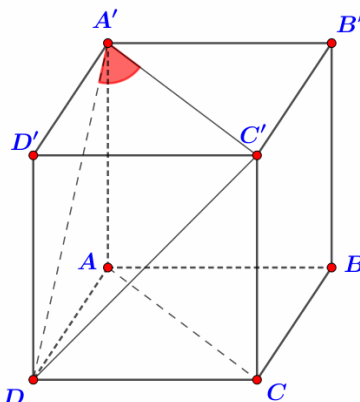
nên hình chiếu của tam giác SAC trên mặt phẳng (SAB) là: SAB

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

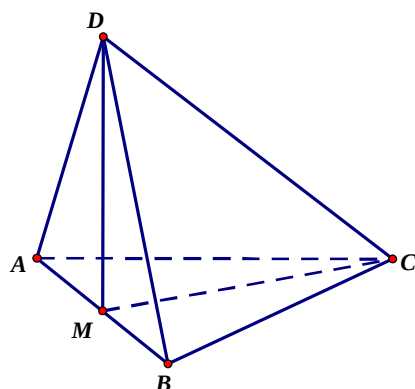
Chọn C



Ta có: $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'} = 60^\circ$.

Vì $A'D = A'C' = C'D$.

Câu 12. Cho tứ diện ABCD có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB.

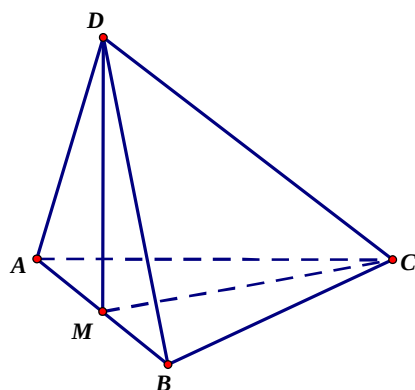


Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $CM \perp (ABD)$. **B. $AB \perp (MCD)$.** C. $AB \perp (BCD)$. D. $DM \perp (ABC)$.

Lời giải

Chọn B.



$$\left. \begin{array}{l} CM \perp AB \\ DM \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (CDM).$$

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = (\sqrt{17} + 4)^2 - (\sqrt{17} - 4)^{\frac{1}{x-1}}$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (-\infty; +\infty)$.

b) $f(x) = (\sqrt{17} + 4)^2 + (\sqrt{17} + 4)^{\frac{1}{x-1}}$

c) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm là $x = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $e^{\ln(a^2b^3)} = 8$

d) Biết tập xác định của hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ là $D = \left(-\infty; \frac{m}{n}\right) \cup (c; +\infty)$ với $m, n, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số

tối giản. Khi đó $m.n^2.c^3 = 32$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

SAI	SAI	ĐÚNG	SAI
-----	-----	------	-----

a) Hàm số $f(x)$ xác định khi: $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Ta có: $(\sqrt{17}+4) \cdot (\sqrt{17}-4) = 1 \Leftrightarrow (\sqrt{17}-4) = (\sqrt{17}+4)^{-1} \Rightarrow f(x) = (\sqrt{17}+4)^2 - (\sqrt{17}+4)^{-\frac{1}{x-1}}$

c) Điều kiện: $x \neq 1$.

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{17}+4)^2 - (\sqrt{17}-4)^{\frac{1}{x-1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{17}+4)^2 = (\sqrt{17}-4)^{\frac{1}{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{17}+4)^2 = (\sqrt{17}+4)^{-\frac{1}{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow 2 = -\frac{1}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow 2(x-1) = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(N)$$

$$\Rightarrow a=1; b=2 \Rightarrow e^{\ln(a^2b^3)} = a^2b^3 = 8$$

d) Ta có $f(x) = (\sqrt{17}+4)^2 - (\sqrt{17}-4)^{\frac{1}{x-1}}$ và tập xác định của hàm số $f(x)$ là $x \neq 1$

$$\Rightarrow y = \sqrt{f(x)} = \sqrt{(\sqrt{17}+4)^2 - (\sqrt{17}-4)^{\frac{1}{x-1}}}$$

Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ xác định khi: $f(x) \geq 0$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{17}+4)^2 - (\sqrt{17}-4)^{\frac{1}{x-1}} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{17}+4)^2 \geq (\sqrt{17}-4)^{\frac{1}{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{17}+4)^2 \geq (\sqrt{17}+4)^{-\frac{1}{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow 2 \geq -\frac{1}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x-1)+1}{x-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1}{x-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện $x \neq 1$ ta có tập xác định của hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ là $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

$$\Rightarrow m = 1; n = 2; c = 1 \Rightarrow m.n^2.c^3 = 4$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, M là trung điểm của AB , $SA \perp (ABC)$.

a) AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC) .

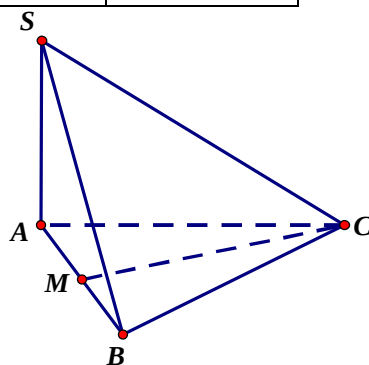
b) Tam giác ABC là hình chiếu của tam giác SBC trên mặt phẳng (ABC) .

c) $CM \perp (SAB)$.

d) $(CM; SB) = 60^\circ$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI



a) Ta có $SA \perp (ABC)$

Suy ra AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABC) .

b) Ta có $SA \perp (ABC)$

Suy ra tam giác ABC là hình chiếu của SBC trên mặt phẳng (ABC) .

c) Vì tam giác ABC đều và có M là trung điểm của AB nên $CM \perp AB$.

Do $SA \perp (ABC), CM \subset (ABC) \Rightarrow SA \perp CM$.

$\left. \begin{array}{l} CM \perp AB, CM \perp SA \\ SA \subset (SAB), CM \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow CM \perp (SAB)$.

d) Ta có $CM \perp (SAB) \Rightarrow CM \perp SB \Rightarrow (CM; SB) = 90^\circ$

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho x, y, z là ba số thực khác 0 thỏa mãn $2^x = 5^y = 10^{-z}$. Tính giá trị của biểu thức $A = xy + yz + zx$.

Trả lời:

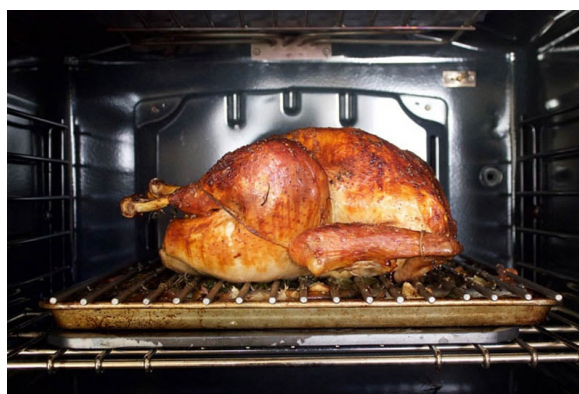
Lời giải

Đáp án: 0

$$2^x = 5^y = 10^{-z} \Leftrightarrow 2^x = 5^y = \frac{1}{10^z} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \cdot 10^z = 1 \\ 5^y \cdot 10^z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2^x \cdot 10^z)^y = 1 \\ (5^y \cdot 10^z)^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{xy} \cdot 10^{yz} = 1 \\ 5^{xy} \cdot 10^{xz} = 1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } 2^{xy} \cdot 10^{yz} \cdot 5^{xy} \cdot 10^{xz} = 1 \Leftrightarrow 10^{xy+yz+zx} = 1 \Leftrightarrow xy + yz + zx = 0.$$

Câu 2. Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, và nếu các vật xung quanh có nhiệt độ T_s , thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t) = T_s + D_0 \cdot e^{-kt}$ (trong đó k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M). Một con gà nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^\circ F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$. Nếu nhiệt độ của gà là $150^\circ F$ sau nửa giờ, nhiệt độ của nó sau 60 phút là bao nhiêu độ F ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ F)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 121

Ta có $T_s = 65$ và độ chênh lệch nhiệt độ là $D_0 = 195 - 65 = 130$

Sau nửa giờ ($t = 0,5$) thì nhiệt độ của gà là $T = 150$.

Áp dụng công thức $T(t) = T_s + D_0 \cdot e^{-kt}$, ta có: $150 = 65 + 130 \cdot e^{-k(0,5)} \Leftrightarrow e^{-k} = \left(\frac{17}{26}\right)^2$.

Vậy $T(t) = 65 + 130 \cdot \left(\frac{17}{26}\right)^{2t}$.

Suy ra nhiệt độ của gà sau 60 phút ($t = 1$ giờ) là $65 + 130 \cdot \left(\frac{17}{26}\right)^{2 \cdot 1} \approx 121^\circ F$.

Câu 3. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là 6% / năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5

Đây là bài toán lãi kép, Áp dụng công thức $A_n = A_0(1+r)^n$ với n là số kỳ hạn, A_0 là số tiền ban đầu, A_n là số tiền có được sau n kỳ hạn, r là lãi suất.

Số tiền cả gốc và lãi người đó có được sau n năm được tính bởi công thức: $A_n = 100.1,06^n$.

Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì

$$100.1,06^n > 130 \Leftrightarrow 1,06^n > 1,3 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} 1,3 \approx 4,503$$

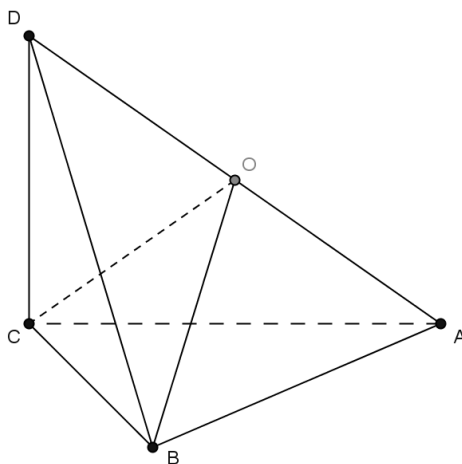
Do kì hạn gửi là 12 tháng nên để rút được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất 5 năm.

Câu 4. Cho hình tứ diện $ABCD$ có AB , BC , CD đôi một vuông góc nhau. Lấy điểm I cách đều bốn điểm A , B , C , D . Tính tỉ số $\frac{IB}{AB}$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,5



Gọi O là trung điểm của AD .

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} AB \perp CD \\ BC \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABC) \Rightarrow CD \perp AC$. Vậy $\triangle ACD$ vuông tại C .

Do đó $OA = OC = OD$ (1)

Mặt khác $\begin{cases} AB \perp CD \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCD) \Rightarrow AB \perp BD \Rightarrow \triangle ABD$ vuông tại B .

Do đó $OA = OB = OD$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $OA = OB = OC = OD$.

Mà I cách đều bốn điểm A, B, C, D

Do đó $I \equiv O$

$$\Rightarrow \frac{IB}{AB} = \frac{1}{2} = 0,5$$

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Tìm tất cả giá trị m để: Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên khoảng $(2;3)$.

Lời giải

Hàm số xác định trên khoảng $(2;3)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases}, \forall x \in (2;3)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}, \forall x \in (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\left(\frac{4}{7}\right)^x \left(\frac{7}{4}\right)^{3x-1} - \frac{16}{49} = 0$

b) $\log_2(x+2) - 2 \geq 6 \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}$

Lời giải

a) $\left(\frac{4}{7}\right)^x \left(\frac{7}{4}\right)^{3x-1} - \frac{16}{49} = 0$

$$\left(\frac{4}{7}\right)^x \left(\frac{7}{4}\right)^{3x-1} - \frac{16}{49} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7}\right)^x \left(\frac{7}{4}\right)^x \left(\frac{7}{4}\right)^{2x-1} = \frac{16}{49}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{7}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{7}{4}\right)^{-2}$$

$$\Leftrightarrow 2x-1 = -2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} = -0,5$$

b) $\log_2(x+2) - 2 \geq 6 \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x-5 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}.$$

Ta có

$$\log_2(x+2) - 2 \geq 6 \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+2) - 2 \geq -\log_2(3x-5)$$

$$\Leftrightarrow \log_2[(x+2)(3x-5)] \geq 2$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(3x-5) \geq 2^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + x - 14 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{7}{3} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

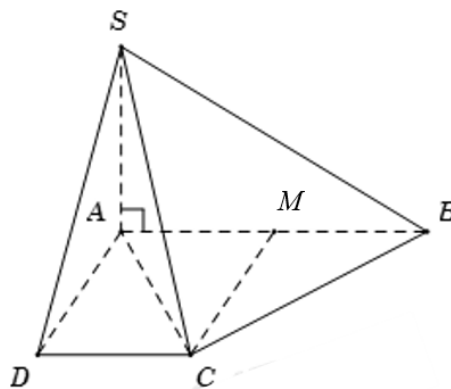
So với điều kiện, tập nghiệm bất phương trình là $[2, +\infty)$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Cho biết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2CD$.

a) Chứng minh $CD \perp (SAD)$.

b) Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh $CM \perp (SAB)$.

Lời giải



a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CD$

Ta có: $DC \perp AD$; $DC \perp SA$ nên $DC \perp (SAD)$

b) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CM$

Ta có: $AB = 2CD$ nên $AM = CD$. Suy ra $AMCD$ là hình chữ nhật nên $CM \perp AB$

Mà $CM \perp SA$

Suy ra: $CM \perp (SAB)$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2024} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2023}}{(1 + \sqrt{3})^{2025}}$.

- A.** $P = -2^{2023}$. **B.** $P = -1$. **C.** $P = -2^{2025}$. **D.** $P = 2^{2024}$.

Câu 2. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ **B.** $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$
C. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ **D.** $\log_{a^a} b = a \log_a b$

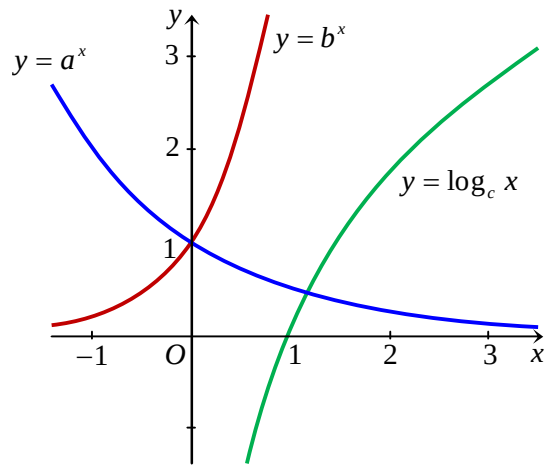
Câu 3. Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A.** $T = 7$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 1$.

Câu 4. Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

- A.** $[2; 3]$ **B.** $(2; 3)$ **C.** $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

Câu 5. Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$.



Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- A. $c < a < b$. B. $a < c < b$. C. $b < c < a$. D. $a < b = c$.

Câu 6. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

- A. 2. B. 5. C. 0. D. 3.

Câu 7. Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

- A. $x \leq 3$. B. $x > 3$. C. $x \geq 3$. D. $1 < x \leq 3$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18 - x^2) \geq 2$ là

- A. $(-\infty; 3]$. B. $(0; 3]$. C. $[-3; 3]$. D. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai? Nhận xét nào sau đây sai?

a) Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α) .

b) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

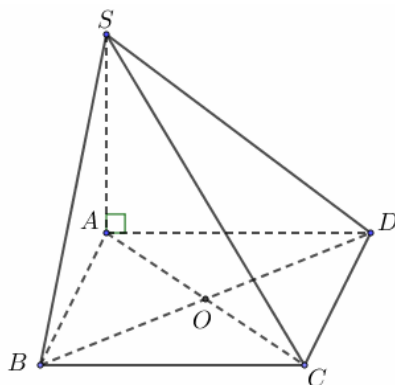
c) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .

d) Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

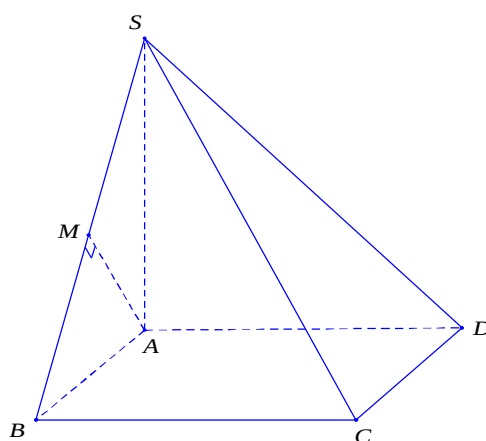
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là:

- A. AD . B. AB . C. AC . D. SO .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu của A trên SB .



Khẳng định nào sau đây là đúng?

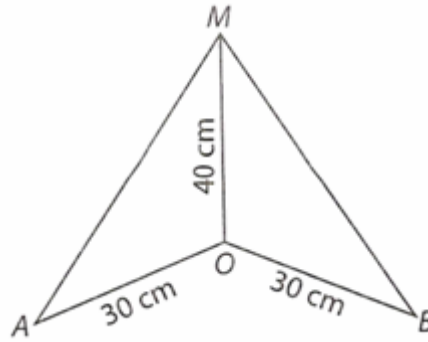
- A. $AM \perp SD$. B. $AM \perp (SCD)$. C. $AM \perp CD$. D. $AM \perp (SBC)$.

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ và $y = 2^{-x}$.

- a) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.
 b) Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.
 c) Hai hàm số trên đều nghịch biến trên tập xác định của nó.
 d) Đồ thị của hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 2. Một chiếc cột được dựng trên nền sân phẳng. Gọi O là điểm đặt chân cột trên mặt sân và M là điểm trên cột cách chân cột $40cm$. Trên mặt sân, người ta lấy hai điểm A và B đều cách O là $30cm$ (A, B, O không thẳng hàng). Người ta đo độ dài MA và MB đều bằng $50cm$.



- a) Tam giác MOA vuông tại O .
- b) Tam giác MOB vuông tại O .
- c) Chiếc cột không vuông góc với mặt sân..
- d) Tam giác OAB là hình chiếu của tam giác MAB trên mặt phẳng (OAB) .

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho a là số thực dương $a \neq 1$. Biết $\log_a \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a}}} = \frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $2m + 3n$.

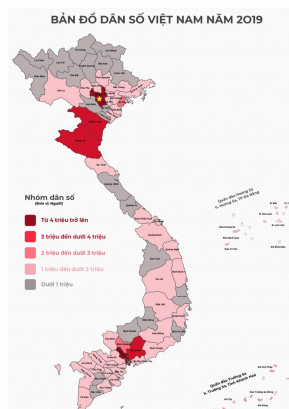
Trả lời:

Câu 2. Người ta nuôi cấy vi khuẩn *Bacillus subtilis* trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào /1ml dịch nuôi là $2 \cdot 10^2$. Sau 13 giờ, số tế bào/ 1ml dịch nuôi là $3,33 \cdot 10^9$. Biết vi khuẩn *Bacillus subtilis* sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn *Bacillus subtilis* tự nhân đôi một lần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Trả lời:

Câu 3. Dân số Việt Nam năm 2019 ước tính là 96208984 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta không đổi là $r = 0,93\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2019) ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?



**DÂN SỐ
VIỆT NAM
96.208.984
NGƯỜI**

Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = 5\text{cm}$. Hỏi diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu cm^2 ?

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số mũ $y = (25 - m^2)^{2x}$ có tập xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Trả lời:

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$

b) $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AA' \perp (ABCD)$.

a) Chứng minh $AA' \perp (A'B'C'D')$

b) Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác $ABD, A'B'D'$. Chứng minh rằng $MN \perp (A'B'C'D')$.

LỜI GIẢI
ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2024} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2023}}{(1 + \sqrt{3})^{2025}}$.

- A.** $P = -2^{2023}$. **B.** $P = -1$. **C.** $P = -2^{2025}$. **D.** $P = 2^{2024}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $P = \frac{(1 + \sqrt{3})^{2 \cdot 2024} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2023}}{(1 + \sqrt{3})^{2025}} = \left[(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) \right]^{2023} = -2^{2023}$.

Câu 2. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ **B.** $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$
C. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ **D.** $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$

Lời giải

Chọn D.

Với các số thực dương a, b bất kì ta có:

- A.** $\log(ab) = \log a + \log b$
B. $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$
C. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$
D. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$

Câu 3. Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A.** $T = 7$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_{700} 490 = \frac{\log 490}{\log 700} = \frac{\log 10 + \log 49}{\log 100 + \log 7} = \frac{1 + 2\log 7}{2 + \log 7} = \frac{4 + 2\log 7 - 3}{2 + \log 7} = 2 + \frac{-3}{2 + \log 7}$

Suy ra $a = 2, b = -3, c = 2$

Vậy $T = 1$.

Câu 4. Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

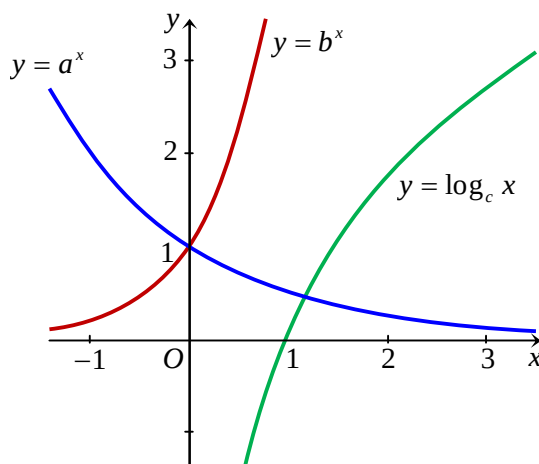
- A.** $[2; 3]$ **B.** $(2; 3)$ **C.** $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2; 3)$.

Câu 5. Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$.



Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

A. $c < a < b$.

B. $a < c < b$.

C. $b < c < a$.

D. $a < b = c$.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị

Ta thấy hàm số $y = a^x$ nghịch biến $\Rightarrow 0 < a < 1$.

Hàm số $y = b^x, y = \log_c x$ đồng biến $\Rightarrow b > 1, c > 1$

$\Rightarrow a < b, a < c$ nên loại A, C

Nếu $b = c$ thì đồ thị hàm số $y = b^x$ và $y = \log_c x$ phải đối xứng nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất $y = x$. Nhưng ta thấy đồ thị hàm số $y = \log_c x$ cắt đường $y = x$ nên loại D.

Câu 6. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

A. 2.

B. 5.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2} \Leftrightarrow 5^{3x-2} = 5^{x^2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vậy tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng 5.

Câu 7. Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

A. $x \leq 3$.

B. $x > 3$.

C. $x \geq 3$.

D. $1 < x \leq 3$.

Lời giải

Chọn A.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x-1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 3$$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18-x^2) \geq 2$ là

A. $(-\infty; 3]$.

B. $(0; 3]$.

C. $[-3; 3]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $18-x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2})$ (*).

Khi đó ta có: $\log_3(18-x^2) \geq 2 \Leftrightarrow 18-x^2 \geq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$.

Kết hợp với điều kiện (*) ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-3; 3]$.

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai? Nhận xét nào sau đây sai?

a) Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α) .

b) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

c) Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .

d) Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Lời giải

Chọn B.

a) đúng

b) sai

Đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$ chỉ đúng khi hai đường thẳng đó cắt nhau.

c) đúng

d) đúng

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

A. 90° .

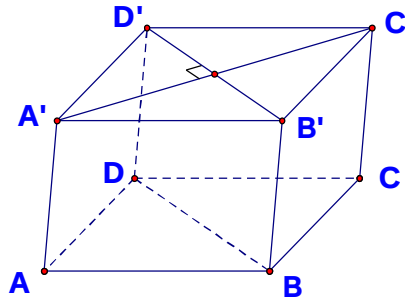
B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn A

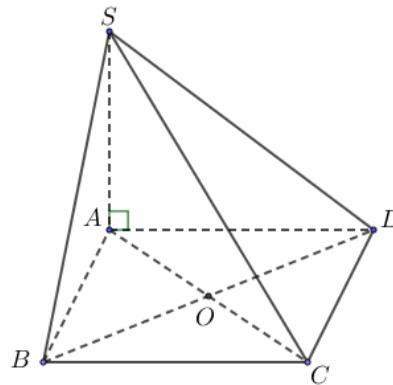


Ta có $BD \parallel B'D'$ nên $(A'C', BD) = (A'C', B'D')$.

Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành có $A'B' = B'C'$ nên $A'B'C'D'$ là hình thoi nên $A'C' \perp B'D'$ hay $(A'C', B'D') = 90^\circ$.

Vậy $(A'C', BD) = 90^\circ$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$.



Hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là:

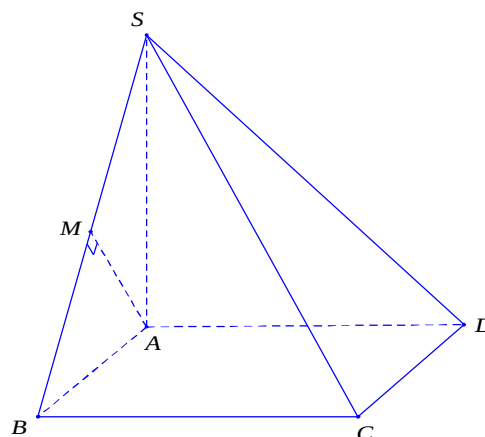
- A. AD . B. AB . **C. AC .** D. SO .

Lời giải

Chọn C.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là: AC

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu của A trên SB .



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AM \perp SD$.

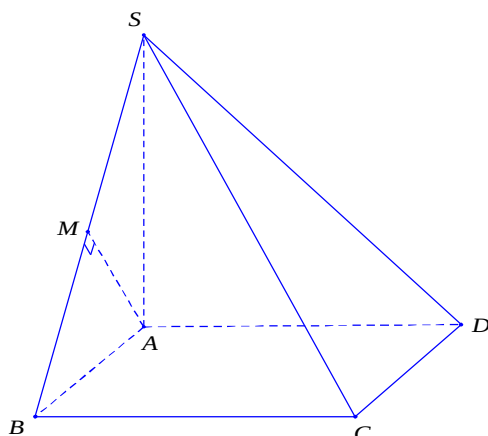
B. $AM \perp (SCD)$.

C. $AM \perp CD$.

D. $AM \perp (SBC)$.

Lời giải

Chọn D.



Do $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông nên $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} BC \perp (SAB) \\ AM \subset (SAB) \end{array} \right. \Rightarrow AM \perp BC ; \left\{ \begin{array}{l} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{array} \right. \Rightarrow AM \perp (SBC)$$

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ và $y = 2^{-x}$.

a) Tập xác định của hai hàm số trên là $\mathbb{R}$.

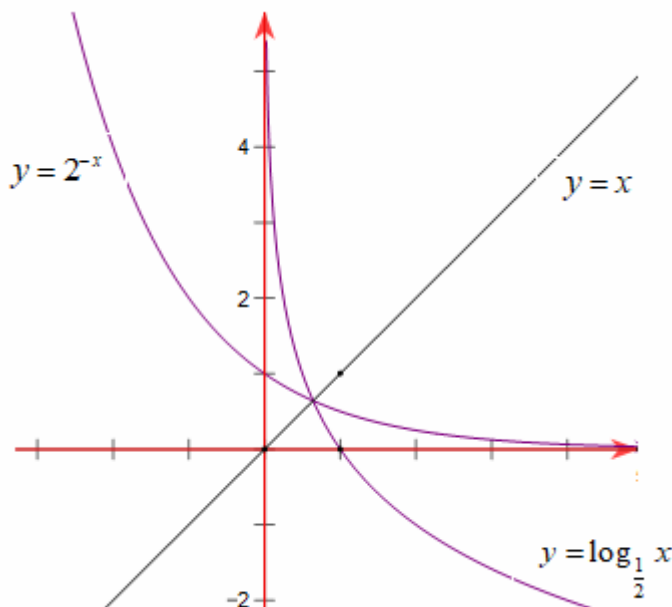
b) Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

c) Hai hàm số trên đều nghịch biến trên tập xác định của nó.

d) Đồ thị của hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Lời giải

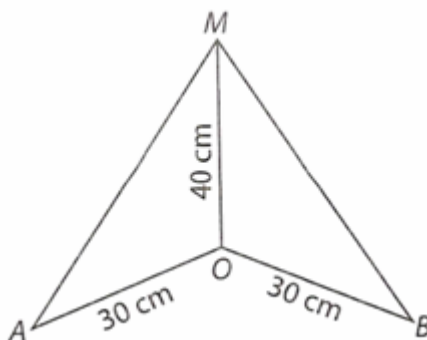
a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI



Đồ thị hai hàm số như hình vẽ suy ra

- Hàm số $y = 2^{-x}$ có tập xác định là $(-\infty; +\infty)$ và hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có tập xác định là $(0; +\infty)$
- Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.
- Hai hàm số trên đều nghịch biến trên tập xác định của nó.
- Đồ thị hai hàm số không đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 2. Một chiếc cột được dựng trên nền sân phẳng. Gọi O là điểm đặt chân cột trên mặt sân và M là điểm trên cột cách chân cột 40 cm . Trên mặt sân, người ta lấy hai điểm A và B đều cách O là 30 cm (A, B, O không thẳng hàng). Người ta đo độ dài MA và MB đều bằng 50 cm .



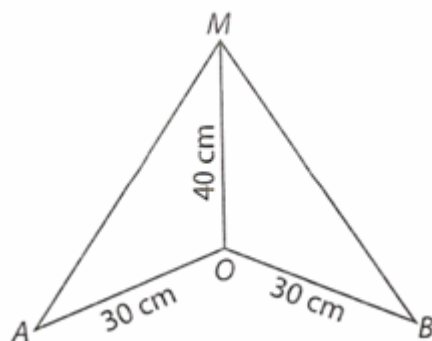
- Tam giác MOA vuông tại O .
- Tam giác MOB vuông tại O .
- Chiếc cột không vuông góc với mặt sân..
- Tam giác OAB là hình chiếu của tam giác MAB trên mặt phẳng (OAB) .

Lời giải

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
------	------	-----	------

Lời giải



a) Ta có: $50^2 = 40^2 + 30^2$ nên $MA^2 = MO^2 + OA^2$. Do đó, tam giác MOA vuông tại O ,

b) Ta có: $50^2 = 40^2 + 30^2$ nên $MB^2 = MO^2 + OB^2$. Do đó, tam giác MOB vuông tại O

c) tam giác MOA vuông tại O , nên $MO \perp OA$

tam giác MOB vuông tại O , nên $MO \perp OB$.

Suy ra $MO \perp (OAB)$. Vậy chiếc cột vuông góc với mặt sân.

d) Ta có: $MO \perp (OAB)$

Suy ra tam giác OAB là hình chiếu của tam giác MAB trên mặt phẳng (OAB) .

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho a là số thực dương $a \neq 1$. Biết $\log_a \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a}}} = \frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $2m + 3n$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 38

$$\text{Ta có: } \log_a \sqrt{a \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt{a}}} = \log_a \left[a \cdot \left(a \cdot a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \log_a a^{\frac{7}{8}} = \frac{7}{8}.$$

$$\Rightarrow m = 7; n = 8 \Rightarrow 2m + 3n = 38$$

Câu 2. Người ta nuôi cấy vi khuẩn *Bacillus subtilis* trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào /1ml dịch nuôi là $2 \cdot 10^2$. Sau 13 giờ, số tế bào / 1ml dịch nuôi là $3,33 \cdot 10^9$. Biết vi khuẩn *Bacillus subtilis* sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn *Bacillus subtilis* tự nhân đôi một lần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Trả lời:

Lời giải

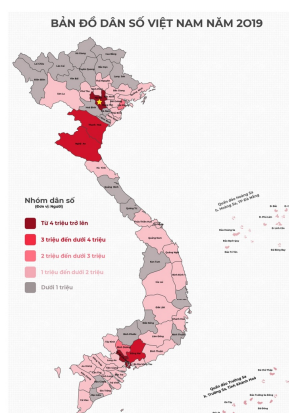
Đáp án: 33

Gọi T (phút) là thời gian để vi khuẩn *Bacillus subtilis* tự nhân đôi một lần. Theo giả thiết, ta có:

$$3,33 \cdot 10^9 = 2 \cdot 10^2 \cdot 2^{\frac{13,60}{T}} \Leftrightarrow \frac{13,60}{T} = \log_2(1,665 \cdot 10^7) \Leftrightarrow T = \frac{13,60}{\log_2(1,665 \cdot 10^7)} \approx 33 \text{ phút.}$$

Suy ra $T \approx 33$ phút.

Câu 3. Dân số Việt Nam năm 2019 ước tính là 96208984 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta không đổi là $r = 0,93\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2019) ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$. Hỏi từ năm nào trở đi, dân số nước ta vượt 120 triệu người?



**DÂN SỐ
VIỆT NAM
96.208.984
NGƯỜI**

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2043

$$\text{Ta có: } 96,208984 \cdot e^{0,93\% \cdot t} > 120 \Leftrightarrow e^{0,93\% \cdot t} > \frac{120}{96,208984} \Leftrightarrow t > \frac{\ln\left(\frac{120}{96,208984}\right)}{0,93\%} \approx 23,76$$

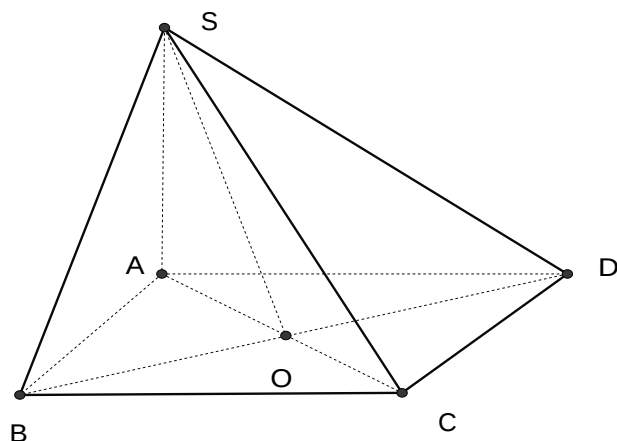
Vậy sau 24 năm tức đến năm 2041 trở đi thì dân số nước ta vượt quá 120 triệu người.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = 5\text{cm}$. Hỏi diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu cm^2 ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12,5



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác ABD

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 5^2 = 12,5\text{cm}^2$$

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số mũ $y = (25 - m^2)^{2x}$ có tập xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 9

$$\text{Để tập xác định của hàm số là } \mathbb{R} \text{ thì } \begin{cases} 25 - m^2 > 0 \\ 25 - m^2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \neq \pm 2\sqrt{6} \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện m nguyên ta có $m = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$

b) $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$

Lời giải

$$a) 7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$$

$$7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$$

$$\Leftrightarrow 7^{x+1} = 7^{-(x^2-2x-3)}$$

$$\Leftrightarrow x+1 = -x^2 + 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$b) \log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$$

$$\text{Điều kiện: } x > \frac{5}{2}$$

$$\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x > 6$$

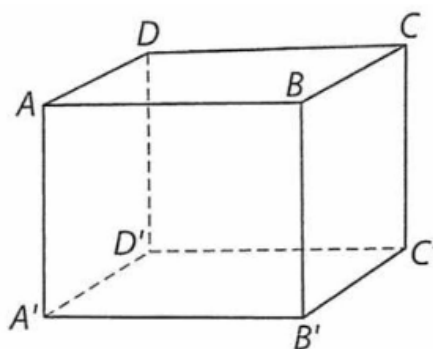
So với điều kiện, nghiệm bất phương trình là $(6, +\infty)$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AA' \perp (ABCD)$.

a) Chứng minh $AA' \perp (A'B'C'D')$

b) Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác $ABD, A'B'D'$. Chứng minh rằng $MN \perp (A'B'C'D')$.

Lời giải



a) Ta có: $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$ (tính chất hình hộp)

Mà $AA' \perp (ABCD)$

Do đó $AA' \perp (A'B'C'D')$

b) Ta có M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác $ABD, A'B'D'$

mà $\triangle ABD = \triangle A'B'D'$ (tính chất hình hộp)

nên $AA' \parallel MN$

mặt khác $AA' \perp (A'B'C'D')$ (câu a)

Do đó $MN \perp (A'B'C'D')$.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 11 (Dùng cho bộ sách CTST và KNTT)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 4 phần

Nội dung:

1. Đại số:

- Chương 4: Hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Hình học: Chương 8: Quan hệ vuông góc trong không gian

- Bài 1: Hai đường thẳng vuông góc.
- Bài 2: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

- A. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$. C. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$. D. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 2. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_a a = 2a$ B. $\log_a a^a = a^a$ C. $\log_a 1 = 1$ D. $a^{\log_a b} = b$

Câu 3. Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$. B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$.
C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$. D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$.

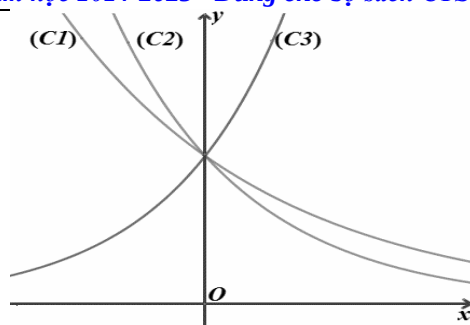
Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$.

- A. $(-\infty; 6)$ B. $\mathbb{R}$ C. $(0; +\infty)$ D. $(6; +\infty)$

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

- A. $(1; 0)$. B. $(2; e^2)$. C. $(2e; 2)$. D. $(0; 1)$.

Câu 6. Hình vẽ bên thể hiện đồ thị của ba trong bốn hàm số $y = 6^x$, $y = 8^x$, $y = \frac{1}{5^x}$ và $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}$.



Hỏi (C_2) là đồ thị hàm số nào?

- A. $y = 6^x$. B. $y = \frac{1}{\sqrt{7}^x}$. C. $y = \frac{1}{5^x}$. D. $y = 8^x$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

- A. $\mathbb{R}$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(0; +\infty)$ D. $[0; +\infty)$

Câu 8. Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm thực của phương trình là:

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

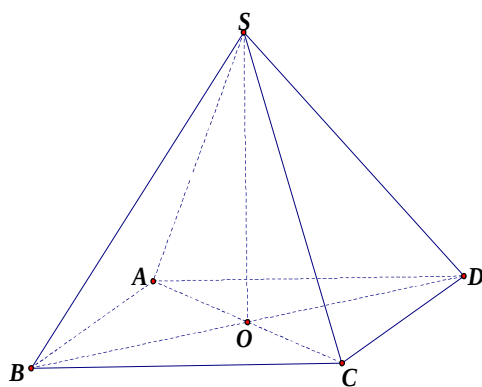
Câu 9. Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng d ?

- A. 3. B. vô số. C. 1. D. 2.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa hai đường thẳng AB và EG là góc nào sau đây?

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 120°

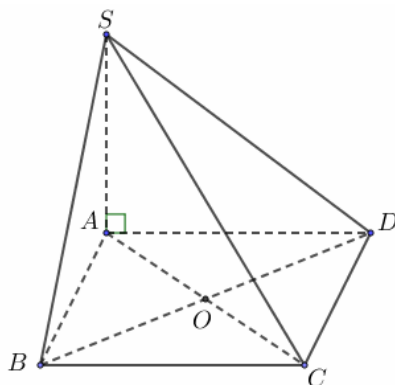
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $CD \perp (SBD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SD$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$.

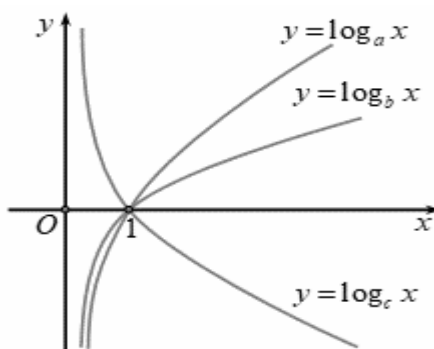


Hình chiếu của tam giác SAC trên mặt phẳng (SAB) là:

- A. tam giác ABC . **B. tam giác SAB .** C. tam giác SAD . D. tam giác ACD .

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên dưới.



a) Hàm số $y = \log_a x$ luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Hàm số $y = \log_c x$ luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) $b > 1$

d) $a < b < c$

Câu 2. Cho hai hình chữ nhật $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau sao cho hai đường thẳng AC và BF vuông góc với nhau. Gọi CH và FK lần lượt là đường cao của hai tam giác BCE và ADF .

a) $\triangle ACH$ là tam giác vuông

b) $\triangle BFK$ là tam giác vuông cân

c) $BF \perp AH$

d) $AC \perp BK$

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức sau: (với giả thiết các biểu thức đã cho có nghĩa)

$$A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2025} x} \text{ với } x = 2025!$$

Trả lời:

Câu 2. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài hoa và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức: $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), 0 \leq t \leq 12$ (đơn vị: %). Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài hoa vật đã xem?

Trả lời:

Câu 3. Để quảng bá xe Honda Ari Blade, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua xe Honda Ari Blade tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua xe Honda Ari Blade đạt trên 30%?



Trả lời:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = 2\sqrt{3}cm$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hỏi diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu cm^2 ?

Trả lời:

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$.

a) Tính $f(x) + f(1-x)$.

b) Tính tổng: $S = f\left(\frac{1}{1000}\right) + f\left(\frac{2}{1000}\right) + f\left(\frac{3}{1000}\right) + \dots + f\left(\frac{999}{1000}\right)$.

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_{49} x^2 + \frac{1}{2} \log_7 (x-1)^2 = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$

b) $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$

Câu 3. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh $a\sqrt{2}$. Biết rằng $SO = 2a\sqrt{2}$ và $SA = SB = SC = SD$.

a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

b) Tính độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác SAC .

LỜI GIẢI
ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. 12 câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

- A. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$. C. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$. **D. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.**

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} + 1}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Câu 2. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_a a = 2a$ B. $\log_a a^\alpha = a^\alpha$ C. $\log_a 1 = 1$ **D. $a^{\log_a b} = b$**

Lời giải

Chọn D.

- A. $\log_a a = 1$
B. $\log_a a^\alpha = \alpha$
C. $\log_a 1 = 0$
D. $a^{\log_a b} = b$

Câu 3. Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$. B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$.
C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$. D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a b \cdot \log_{\frac{1}{b^2}} c = 2 \log_a b \cdot 2 \log_b c = 4 \log_a b \cdot \log_b c = 4 \log_a c.$$

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$.

- A. $(-\infty; 6)$** B. $\mathbb{R}$ C. $(0; +\infty)$ D. $(6; +\infty)$

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $\frac{1}{6-x} > 0 \Leftrightarrow 6-x > 0 \Leftrightarrow x < 6$.

Do đó tập xác định của hàm số là $(-\infty; 6)$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

- A.** $(1; 0)$. **B.** $(2; e^2)$. **C.** $(2e; 2)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

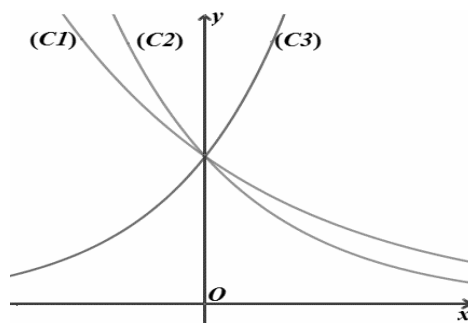
Với $x=1 \Rightarrow y = \ln x = \ln 1 = 0$.

Với $x=2 \Rightarrow y = \ln x = \ln 2$.

Với $x=2e \Rightarrow y = \ln x = \ln 2e = \ln 2 + 1$.

Với $x=0$, hàm số không xác định.

Câu 6. Hình vẽ bên thể hiện đồ thị của ba trong bốn hàm số $y=6^x$, $y=8^x$, $y=\frac{1}{5^x}$ và $y=\frac{1}{\sqrt{7}^x}$.



Hỏi (C_2) là đồ thị hàm số nào?

- A.** $y=6^x$. **B.** $y=\frac{1}{\sqrt{7}^x}$. **C.** $y=\frac{1}{5^x}$. **D.** $y=8^x$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số có đồ thị (C_2) là hàm số nghịch biến, do đó loại đáp án A,D.

Cho $x=1$ suy ra $\frac{1}{\sqrt{7}} > \frac{1}{5}$

Do đó đồ thị hàm số (C_2) là $y=\frac{1}{5^x}$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

- A.** $\mathbb{R}$ **B.** $(-\infty; 0)$ **C.** $(0; +\infty)$ **D.** $[0; +\infty)$

Lời giải

Chọn B.

Vì $\frac{e}{\pi} < 1$ nên $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{e}{\pi}} \left(\frac{e}{\pi}\right)^x < \log_{\frac{e}{\pi}} 1 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 0)$.

Câu 8. Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm thực của phương trình là:

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 2$.

Phương trình đã cho tương đương với: $2\log_2(2x-1) = 2\log_2(x-2)$

$$\Leftrightarrow 2x-1 = x-2 \Leftrightarrow x = -1$$

Nghiệm này không thỏa mãn điều kiện của phương trình nên phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 9. Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng d ?

- A. 3. B. vô số. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn B.

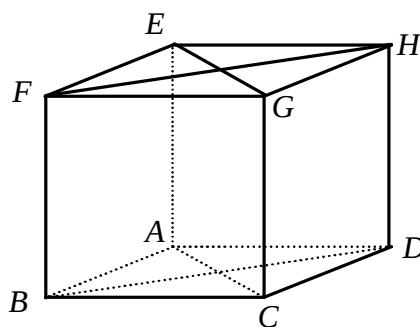
Trong không gian, có vô số đường thẳng qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước. Vì vậy chọn đáp án B

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa hai đường thẳng AB và EG là góc nào sau đây?

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 120°

Lời giải

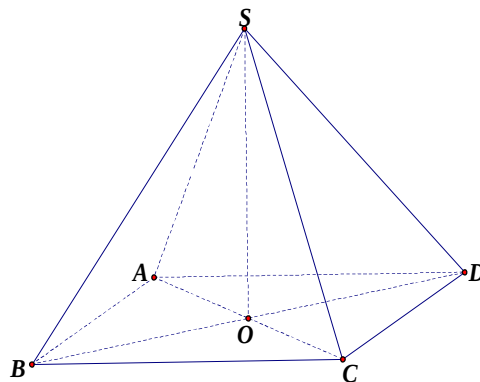
Chọn C.



Ta có: $EF \parallel AB$ (do $ABFE$ là hình vuông)

$$\Rightarrow (AB, EG) = (EF, EG) = \widehat{FEG} = 45^\circ$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $SA = SC$ và $SB = SD$.

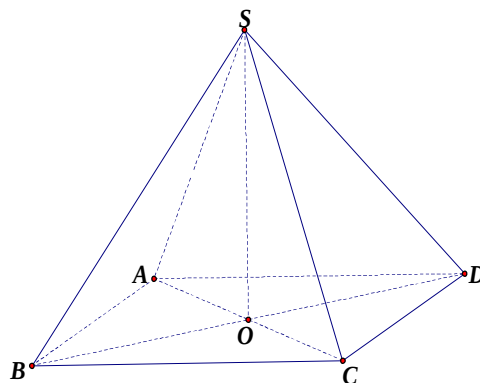


Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $CD \perp (SBD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$. **C.** $BD \perp SA$. **D.** $AC \perp SD$.

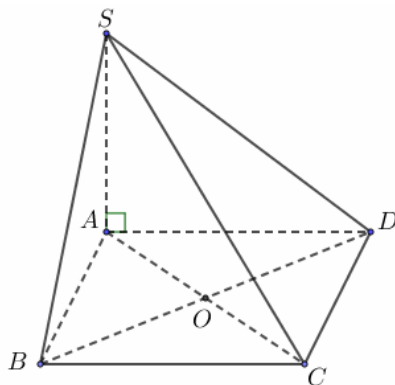
Lời giải

Chọn A



Ta có $CD \perp (SBD) \Rightarrow CD \perp BD$ điều này vô lý vì $\triangle COD$ là tam giác vuông tại O.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, $SA \perp (ABCD)$.



Hình chiếu của tam giác SAC trên mặt phẳng (SAB) là:

- A.** tam giác ABC. **B.** tam giác SAB. **C.** tam giác SAD. **D.** tam giác ACD.

Lời giải

Chọn B.

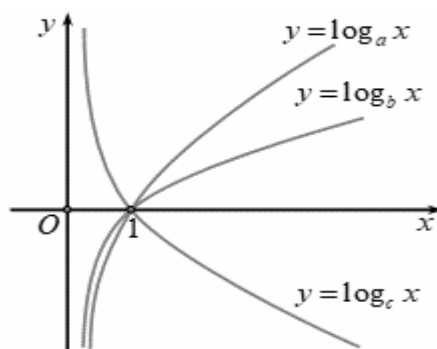
Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của tam giác SCD trên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác ACD.

Ta có
$$\begin{cases} BC \perp AB & (ABCD \text{ hcn}) \\ BC \perp SA & (\text{do } SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

nên hình chiếu của tam giác SAC trên mặt phẳng (SAB) là: SAB

PHẦN II. 2 câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên dưới.



a) Hàm số $y = \log_a x$ luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Hàm số $y = \log_c x$ luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) $b > 1$

d) $a < b < c$

Lời giải

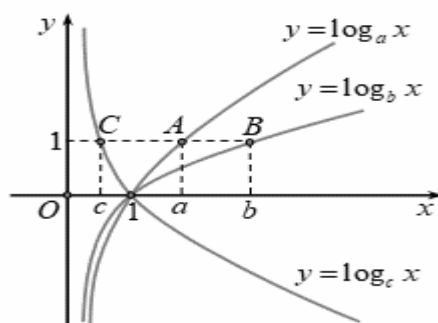
a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Từ đồ thị ta có hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định $(0; +\infty)$ và luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

b) Từ đồ thị ta có hàm số $y = \log_c x$ có tập xác định $(0; +\infty)$ luôn nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

c) Từ đồ thị ta có hàm số $y = \log_c x$ luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên $b > 1$

d) Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ lần lượt đi qua các điểm $A(a; 1)$, $B(b; 1)$, $C(c; 1)$.



Từ hình vẽ ta có: $c < a < b$.

Câu 2. Cho hai hình chữ nhật $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau sao cho hai đường thẳng AC và BF vuông góc với nhau. Gọi CH và FK lần lượt là đường cao của hai tam giác BCE và ADF .

a) $\triangle ACH$ là tam giác vuông

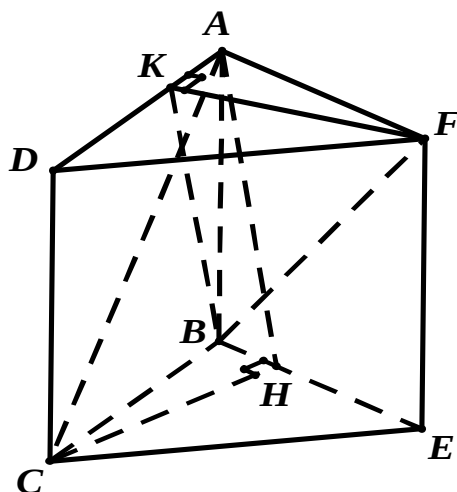
b) $\triangle BFK$ là tam giác vuông cân

c) $BF \perp AH$

d) $AC \perp BK$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG



a)

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BE \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCE)$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} CH \perp AB \\ CH \perp BE \end{cases} \Rightarrow CH \perp (ABEF)$$

$\Rightarrow CH \perp AH$, hay $\triangle ACH$ vuông tại H .

$$\text{b) Tương tự } \begin{cases} FK \perp AD \\ FK \perp AB \end{cases} \Rightarrow FK \perp (ABCD)$$

$\Rightarrow \triangle BFK$ vuông tại K .

c) Ta có $CH \perp (ABEF) \Rightarrow CH \perp BF$, mặt khác $AC \perp BF \Rightarrow BF \perp (ACH) \Rightarrow BF \perp AH$.

$$\text{d) Tương tự } \begin{cases} AC \perp KF \\ AC \perp BF \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BKF) \Rightarrow AC \perp BK.$$

PHẦN III. 4 câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức sau: (với giả thiết các biểu thức đã cho có nghĩa)

$$A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2025} x} \text{ với } x = 2025!$$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1

$$A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2025} x}$$

$$= \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2025$$

$$= \log_x (1.2.3...2025)$$

$$= \log_x (2025!).$$

$$\text{với } x = 2025! \text{ Thì } A = \log_{2025!} (2025!) = 1$$

Câu 2. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài hoa và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức: $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), 0 \leq t \leq 12$ (đơn vị: %). Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài hoa vật đã xem?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3

Theo giả thiết, học sinh nhớ được một nửa danh sách các loài hoa, tức là $M(t) = 50(\%)$

$$\text{Ta có: } 50 = 75 - 20\ln(t+1) \Leftrightarrow \ln(t+1) = \frac{5}{4} \Leftrightarrow t+1 = e^{\frac{5}{4}} \Leftrightarrow t \approx 2,49 \text{ (tháng)}$$

Vậy qua tháng thứ 3 khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh là 50 (%).

Câu 3. Để quảng bá xe Honda Ari Blade, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua xe Honda Ari Blade tuân theo công thức $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua xe Honda Ari Blade đạt trên 30%?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 203

Theo bài ra ta có $\frac{1}{1+49e^{-0,015n}} > 0,3$

$$\Leftrightarrow 1+49e^{-0,015n} < \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,015n} < \frac{7}{147}$$

$$\Leftrightarrow -0,015n < \ln \frac{7}{147}$$

$$\Leftrightarrow n > -\frac{1}{0,015} \ln \frac{7}{147} \approx 202,97.$$

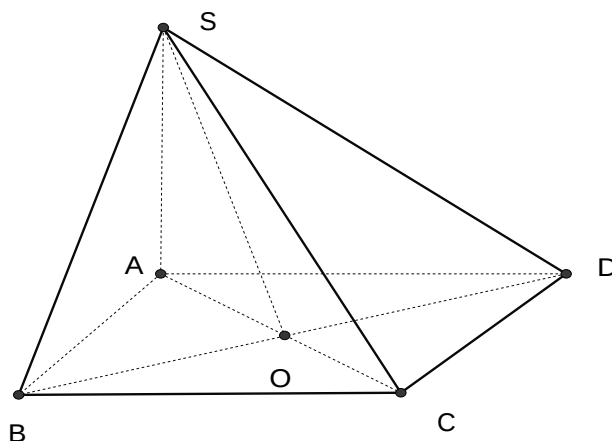
Vậy ít nhất 203 lần quảng cáo.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Biết $AB = 2\sqrt[3]{3}cm$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hỏi diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu cm^2 ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của tam giác SBD lên mặt phẳng $(ABCD)$ là tam giác ABD

Mà $ABCD$ là hình thoi có $AB = 2cm$, $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác đều

$$\Rightarrow S_{\triangle BAD} = \frac{(2\sqrt[3]{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{2} = 6cm^2$$

PHẦN IV. 3 câu tự luận.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$.

a) Tính $f(x) + f(1-x)$.

b) Tính tổng: $S = f\left(\frac{1}{1000}\right) + f\left(\frac{2}{1000}\right) + f\left(\frac{3}{1000}\right) + \dots + f\left(\frac{999}{1000}\right)$.

Lời giải

a) Ta có: $f(1-x) = \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{4}{4 + 2 \cdot 4^x} = \frac{2}{2 + 4^x} \Rightarrow f(1) + f(1-x) = 1$

b) Ta có: $f(1) + f(1-x) = 1$

Do đó:

$$\begin{aligned} S &= f\left(\frac{1}{1000}\right) + f\left(\frac{2}{1000}\right) + f\left(\frac{3}{1000}\right) + \dots + f\left(\frac{999}{1000}\right) \\ &= \underbrace{\left[f\left(\frac{1}{1000}\right) + f\left(\frac{999}{1000}\right) \right] + \left[f\left(\frac{2}{1000}\right) + f\left(\frac{998}{1000}\right) \right] + \dots + \left[f\left(\frac{498}{1000}\right) + f\left(\frac{499}{1000}\right) \right]}_{498 \text{ số hạng}} + f\left(\frac{500}{1000}\right) \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{498} + f\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 498 + \frac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}} + 2} = \frac{997}{2} \end{aligned}$$

Câu 2. Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_{49} x^2 + \frac{1}{2} \log_7 (x-1)^2 = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$

b) $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$

Lời giải

a) $\log_{49} x^2 + \frac{1}{2} \log_7 (x-1)^2 = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

$$\log_{49} x^2 + \frac{1}{2} \log_7 (x-1)^2 = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$$

$$\Leftrightarrow \log_7 |x| + \log_7 |x-1| = \log_7 2$$

$$\Leftrightarrow \log_7 |x(x-1)| = \log_7 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-1)=2 \\ x(x-1)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-2=0 \\ x^2-x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2(N) \\ x=-1(N) \end{cases}$$

$$b) 5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2$$

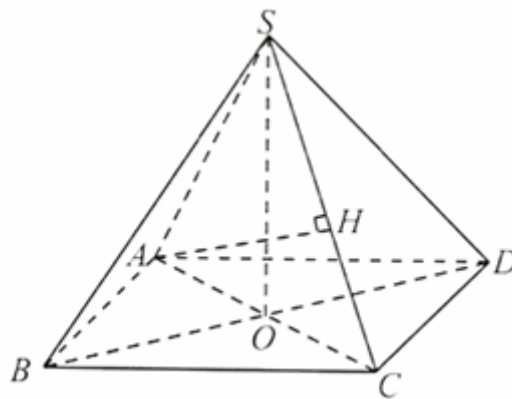
Vậy nghiệm bất phương trình là $(2, +\infty)$.

Câu 3. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh $a\sqrt{2}$. Biết rằng $SO = 2a\sqrt{2}$ và $SA = SB = SC = SD$.

a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

b) Tính độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác SAC .

Lời giải



a) Ta có $SA = SC$, suy ra $\triangle SAC$ cân tại S , suy ra $SO \perp AC$. (1)

Ta có $SB = SD$, suy ra $\triangle SBD$ cân tại S , suy ra $SO \perp BD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

b) Ta có $AC = 2a, OC = a, SC = \sqrt{SO^2 + OC^2} = 3a$.

Vẽ đường cao AH của tam giác SAC . Ta có: $AH = \frac{SO \cdot AC}{SC} = \frac{2a\sqrt{2} \cdot 2a}{3a} = \frac{4a\sqrt{2}}{3}$.