Chương 3 NGUYÊN HÀM-TÍCH PHÂN-ỨNG DỤNG

BÀI 1. NGUYÊN HÀM

A-LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K.

Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nếu $\boxed{F'(x)=f(x)}$ với mọi $x\in K$.

Ví dụ 1.

a). Tính đạo hàm của hàm số $F(x)=\sin x-x\cos x+C$, với C là hằng số.

b). Từ đó suy ra $\int x\sin x\,dx$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2.

a). Tính đạo hàm của hàm số $F(x)=\ln\left|x+\sqrt{x^2+1}\right|+C$, với C là hằng số.

b). Từ đó suy ra $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Nhận xét.

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $\boxed{F(x)+C,\ (C\in\mathbb{R})}$ cũng là nguyên hàm của $f(x)$.

Ký hiệu: $\boxed{\int f(x)dx=F(x)+C}$.

3. Tính chất.

- $\left(\int f(x)dx\right)'=f(x)$.
- $\int K.f(x)dx=K.\int f(x)dx\ (K\in\mathbb{R},\ K\neq 0)$.
- $\int\left[f(x)\pm g(x)\right]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$.

4. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

Bảng nguyên hàm	
Nguyên hàm cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
$\int k\mathrm{d}x = kx + C$, k là hằng số	
$\int x^{\alpha}\mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \ (\alpha \neq -1)$	$\int (ax+b)^{\alpha}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}.\frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$	$\int \frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\ln\lvert ax+b\rvert + C$
$\int e^{x}\mathrm{d}x = e^{x} + C$	$\int e^{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C$
$\int a^{x}\mathrm{d}x = \frac{a^{x}}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n}\mathrm{d}x = \frac{a^{mx+n}}{m.\ln a} + C$
$\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + C$
$\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b)\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cot(ax+b) + C$

Ví dụ 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

Lời giải

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $F(x) = \int (2x+1)\mathrm{d}x$, biết $F(1) = 5$.

Lời giải

.....

.....

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA

DẠNG 1. Tìm họ nguyên hàm của các hàm cơ bản.

1. Phương pháp.

① Áp dụng bảng nguyên hàm cơ bản để tìm.

② Áp dụng định nghĩa để chứng minh $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$:

$$\boxed{F'(x) = f(x)} \text{ với mọi } x \in K.$$

③ Nếu bài toán cho điều kiện $\boxed{F(a) = b}$ thì ta thay a, b vào họ nguyên hàm vừa tìm được để tìm hằng số C.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau:

a). $f(x) = 3x^2 + 1$

b). $f(x) = 2x + \sin 2x$

c). $f(x) = 3^x$

d). $f(x) = \cos 2x$

e). $f(x) = (3x+1)^5$

d). $f(x) = x^2 - 2x + 1$

f). $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}$

g). $\int \sin(2016x + 2017)\mathrm{d}x$

h). $\int \frac{1}{\cos^2(2x+3)}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài tập 2. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x)=\left(2x+\frac{1}{x}\right)^2$ và $f(1)=2$.

Lời giải

Bài tập 3. Chứng minh rằng hàm số:

$F(x)=\begin{cases}e^x & ;\ x\geq 0\\ x^2+x+1 & ;\ x<0\end{cases}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\begin{cases}e^x & ;\ x\geq 0\\ 2x+1 & ;\ x<0\end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Bài tập 4. Tìm số thực m để hàm số $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 5. Cho hàm số $f(x)=x^2.e^x$. Tìm $a,\ b,\ c$ để $F(x)=(ax^2+bx+c).e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 1.(Đề Chính Thức 2018) Nguyên hàm của hàm số $f\ x\ =x^3+x$ là

A. x^4+x^2+C. **B.** $3x^2+1+C$. **C.** x^3+x+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 2.(THPT Nguyễn Huệ-Huế2019) Nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x+\frac{1}{x}$ là

A. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{1}{x^2}+C$. **C.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln x+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$

Lời giải

.....

.....

Câu 3.(THPT Trần Phú 2018) Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4-6x^2+1$ là

A. $20x^3-12x+C$. **B.** x^5-2x^3+x+C. **C.** $20x^5-12x^3+x+C$. **D.** $\frac{x^4}{4}+2x^2-2x+C$

Lời giải

.....

Câu 4.(THPT Phan Chu Trinh 2018) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+\cos x+2018$ là:

A. $F(x)=e^x+\sin x+2018x+C$. **B.** $F(x)=e^x-\sin x+2018x+C$.

C. $F(x)=e^x+\sin x+2018x$. **D.** $F(x)=e^x+\sin x+2018+C$.

Lời giải

Câu 5.(THPT Đức Thọ 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{2018}$, $(x\in\mathbb{R})$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $F(x)=2017.x^{2018}+C$, $(C\in\mathbb{R})$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^{2019}}{2019}+C$, $(C\in\mathbb{R})$.

C. $F(x)=x^{2019}+C$, $(C\in\mathbb{R})$. **D.** $F(x)=2018.x^{2017}+C$, $(C\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Câu 6.(SGD Bắc Giang 2018) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos 2x$ là

A. $-2\sin 2x+C$. **B.** $\sin 2x+C$. **C.** $2\sin 2x+C$. **D.** $\sin 2x+C$.

Lời giải

Câu 7.(Sở GD-ĐT Quãng Nam 2018) Tìm $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x$.

A. $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{x}+C$. **C.** $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2x}+C$. **D.** $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=\ln x^2+C$.

Lời giải

Câu 8.(THPT Năng Khiếu TP HCM 2018) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ và $F(0)=2$ thì $F(1)$ bằng.

A. $\ln 2$. **B.** $2+\ln 2$. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Câu 9.(THPT Trần Nhân Tông 2018) Tìm nguyên hàm của hàm số $y=\sin(2x-1)$.

A. $\dfrac{1}{2}\cos(2x-1)+C$. **B.** $-\cos(2x-1)+C$. **C.** $-\dfrac{1}{2}\cos(2x-1)+C$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\sin(2x-1)+C$.

Lời giải

Câu 10.(SGD Đồng Tháp 2018) Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của $f(x)=\sqrt[3]{x}$ trên $(0;+\infty)$?

A. $F_1(x)=\dfrac{3\sqrt[3]{x^4}}{4}+1$. **B.** $F_3(x)=\dfrac{3x\sqrt[3]{x}}{4}+3$. **C.** $F_4(x)=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+4$. **D.** $F_2(x)=\dfrac{3\sqrt[4]{x^3}}{4}+2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 11.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Nguyên hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{-3x+1}$ là

A. $\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-3x+1}+C$. **B.** $-3\mathrm{e}^{-3x+1}+C$. **C.** $-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-3x+1}+C$. **D.** $3\mathrm{e}^{-3x+1}+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 12.(Chuyên Hùng Vương 2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x+1$.

A. $\frac{5^x}{\ln 5}+x+C$. **B.** 5^x+x+C. **C.** $5^x\ln x+x+C$. **D.** 5^x+x+C.

Lời giải

.....

.....

Câu 13.(THPT Hải Hậu A 2018) Tìm $\int\frac{\mathrm{d}x}{2x+1}$

A. $\frac{1}{2}\ln(2x+1)+C$. **B.** $-\frac{2}{(2x+1)^2}+C$. **C.** $\ln|2x+1|+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln|2x+1|+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 14.(THPT Trần Kỳ Phong 2018) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=-3\sin 2x+2\cos x-\mathrm{e}^x$ là

A. $-6\cos 2x+2\sin x-\mathrm{e}^x+C$. **B.** $6\cos 2x-2\sin x-\mathrm{e}^x+C$.

C. $\frac{3}{2}\cos 2x-2\sin x-\mathrm{e}^x+C$. **D.** $\frac{3}{2}\cos 2x+2\sin x-\mathrm{e}^x+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 15.Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3\sqrt{x}+x^{2018}$ là

A. $\sqrt{x}+\frac{x^{2019}}{673}+C$. **B.** $2\sqrt{x^3}+\frac{x^{2019}}{2019}+C$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{x^{2019}}{673}+C$. **D.** $\frac{1}{2\sqrt{x}}+6054x^{2017}+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 16.(Lương Văn Chánh 2018) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2}{4x-3}$.

A. $\int\frac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=2\ln\left(2x-\frac{3}{2}\right)+\mathrm{C}$. **B.** $\int\frac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=\frac{1}{2}\ln\left|2x-\frac{3}{2}\right|+C$.

C. $\int\frac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=\frac{1}{2}\ln\left(2x-\frac{3}{2}\right)+C$. **D.** $\int\frac{2\mathrm{d}x}{4x-3}=\frac{1}{4}\ln|4x-3|+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 17.(THPT Chuyên Lương Thế Vinh 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{1-2x}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\ln|1-2x|+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\ln|1-2x|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\ln|1-2x|+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|1-2x|+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 18.(Sở GD -ĐT Hậu Giang 2018) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=7x^6+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}-2$ là

A. $x^7+\ln|x|-\dfrac{1}{x}-2x$.

B. $x^7+\ln|x|+\dfrac{1}{x}-2x+C$.

C. $x^7+\ln x+\dfrac{1}{x}-2x+C$.

D. $x^7+\ln|x|-\dfrac{1}{x}-2x+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 19.(THPT Chuyên ĐHSP 2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=x^2$. Giá trị của biểu thức $F'(4)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

.....

.....

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 20.(Sở GD-ĐT Sóc Trăng 2018) Cho $F(x)=\cos 2x-\sin x+C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tính $f(\pi)$.

A. $f(\pi)=-3$. **B.** $f(\pi)=1$. **C.** $f(\pi)=-1$. **D.** $f(\pi)=0$.

Lời giải

.....

.....

Câu 21.(SGD Đồng Tháp 2018) Cho hàm số $f(x)=2x+e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=0$.

A. $F(x)=x^2+e^x-1$. **B.** $F(x)=x^2+e^x$. **C.** $F(x)=e^x-1$. **D.** $F(x)=x^2+e^x+1$.

Lời giải

.....

.....

Câu 22.(THPT Nguyễn Khuyến 2019) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+e^x$ thỏa mãn $F(0)=2019$. Tính $F(1)$

A. $e+2019$. **B.** $e-2018$. **C.** $e+2018$. **D.** $e-2019$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 23.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^x-x$ biết $F(0)=2$

A. $F(x)=e^x+\frac{x^2}{2}+1$. **B.** $F(x)=e^x-\frac{x^2}{2}+1$. **C.** $F(x)=e^x+\frac{x^2}{2}-1$. **D.** $F(x)=e^x-\frac{x^2}{2}-1$

Lời giải

.....

.....

Câu 24.(THPT Ninh Giang 2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=e^{3x}$ thỏa mãn $F(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{2}{3}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}$. **C.** $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+1$. **D.** $F(x)=-\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{4}{3}$.

Lời giải

.....

.....

Câu 25.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{-x}+\sin x$ thỏa mãn $F(0)=0$. Tìm $F(x)$?

A. $F(x)=-e^{-x}-\cos x+2$. **B.** $F(x)=-e^{-x}+\cos x$.

C. $F(x)=e^{-x}+\cos x-2$. **D.** $F(x)=-e^{x}-\cos x+2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 27.(THPT Thuận Thành 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x+1}$, biết $F(0)=1$. Giá trị của $F(-2)$ bằng

A. $1+\frac{1}{2}\ln 3$. **B.** $1+\frac{1}{2}\ln 5$. **C.** $1+\ln 3$. **D.** $\frac{1}{2}(1+\ln 3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 28.(TH Tuổi TRẻ 6-2018) Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(2017-\dfrac{2018e^{-x}}{x^5}\right)$.

A. $\int f(x)dx=2017e^x+\dfrac{2018}{x^4}+C$.

B. $\int f(x)dx=2017e^x+\dfrac{504,5}{x^4}+C$.

C. $\int f(x)dx=2017e^x-\dfrac{504,5}{x^4}+C$.

D. $\int f(x)dx=2017e^x-\dfrac{2018}{x^4}+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 29.(THPT Kim Liên 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{(\sin x+\cos x)^2}$

A. $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{2}\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.

B. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}\tan\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.

C. $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{2}\tan\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.

D. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30.(Chuyên Phan Bội Châu 2019) Hàm số nào sau đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$?

A. $F(x)=\ln|2x+1|+1$.

B. $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln|2x+1|+2$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln|4x+2|+3$.

D. $F(x)=\dfrac{1}{4}\ln\left(4x^2+4x+1\right)+3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 31. (THTT số 6-489 2018) Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(2017-\dfrac{2018e^{-x}}{x^5}\right)$.

A. $\int f(x)dx=2017e^x+\dfrac{2018}{x^4}+C$.

B. $\int f(x)dx=2017e^x+\dfrac{504,5}{x^4}+C$.

C. $\int f(x)dx=2017e^x-\dfrac{504,5}{x^4}+C$.

D. $\int f(x)dx=2017e^x-\dfrac{2018}{x^4}+C$.

Lời giải

.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 32.(Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\frac{b}{x^2}(x\neq 0)$, biết rằng $F(-1)=1, F(1)=4, f(1)=0$.

A. $F(x)=\frac{3x^2}{2}+\frac{3}{4x}-\frac{7}{4}$. **B.** $F(x)=\frac{3x^2}{4}-\frac{3}{2x}-\frac{7}{4}$.

C. $F(x)=\frac{3x^2}{4}+\frac{3}{2x}+\frac{7}{4}$. **D.** $F(x)=\frac{3x^2}{2}-\frac{3}{2x}-\frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 33.(Sở Phú Thọ 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ thỏa mãn $F(e+1)=4$. Tìm $F(x)$.

A. $2\ln(x-1)+2$. **B.** $\ln(x-1)+3$. **C.** $4\ln(x-1)$. **D.** $\ln(x-1)-3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 34.(Cụm 8 trường chuyên) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x-1}$. Biết $F(1)=2$. Giá trị của $F(2)$ là

A. $F(2)=\frac{1}{2}\ln 3-2$. **B.** $F(2)=\ln 3+2$. **C.** $F(2)=2\ln 3-2$. **D.** $F(2)=\frac{1}{2}\ln 3+2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 35. (Liên Trường Nghệ An) Cho hàm số $f(x)=2x^2e^{x^3+2}+2xe^{2x}$, ta có $\int f(x)dx=me^{x^3+2}+nxe^{2x}-pe^{2x}+C$. Giá trị của biểu thức $m+n+p$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{13}{6}$. **D.** $\frac{7}{6}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 36.(THPT Đoàn Thượng 2019) Biết hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=3x^2+2x+m$, $f(2)=1$ và đồ thị của hàm số $y=f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5. Hàm số $f(x)$ là:

A. x^3+2x^2-5x-5. **B.** $2x^3+x^2-7x-5$. **C.** x^3+x^2-3x-5. **D.** x^3+x^2+4x-5.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 37.(Tạp Chí Toán Học) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$, thỏa mãn $F(0)=\frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T=F(0)+F(1)+...+F(2018)+F(2019)$.

A. $T=1009.\frac{2^{2019}+1}{\ln 2}$. **B.** $T=2^{2019.2020}$. **C.** $T=\frac{2^{2019}-1}{\ln 2}$. **D.** $T=\frac{2^{2020}-1}{\ln 2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 38.(THPT Thăng Long 2019) Cho $F(x)=x^4-2x^2+1$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)-4x$. Hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 39.(Sở Quảng Ninh) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{x^2}\left(x^3-4x\right)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 40. (THTT lần5) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)=2x+1$. Giá trị $f(2)-f(1)$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 41.(Nam Tiền Hải Thái Bình) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{4}$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 42.(THPT Kim Liên 2019) Cho hai hàm số $F(x)=\left(x^2+ax+b\right)\mathrm{e}^x$, $f(x)=\left(x^2+3x+4\right)\mathrm{e}^x$. Biết a,b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $S=a+b$.

A. $S=-6$. **B.** $S=12$. **C.** $S=6$. **D.** $S=4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 43.(Cụm 8 trường chuyên) Biết $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)\mathrm{e}^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left(2x^2-5x+2\right)\mathrm{e}^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị biểu thức $f\left(F(0)\right)$ bằng:

A. $\frac{-1}{\mathrm{e}}$. **B.** $3\mathrm{e}$. **C.** $20\mathrm{e}^2$. **D.** $9\mathrm{e}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 44.(THPT chuyên Thái Nguyên) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{x^2}\left(x^3-4x\right)$ .Hàm số $F\left(x^2+x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 45.(Chuyên ĐH Vinh) Biết rằng xe^x là một nguyên hàm của $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)e^x$ thỏa mãn $F(0)=1$, giá trị của $F(-1)$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{5-e}{2}$. **C.** $\frac{7-e}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 46(THPT chuyên Bắc Giang) Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=2019^x\left(4-x^2\right)\left(x^2-3x+2\right)$. Khi đó số điểm cực trị của hàm số $F(x)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Câu 47.(Sở GD và ĐT Quảng Ninh) Cho hàm số $F(x)=(ax^2+bx-c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2018x^2-3x+1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tính $T=a+2b+4c$.

A. $T=1011$. **B.** $T=-3035$. **C.** $T=1007$. **D.** $T=-5053$.

Lời giải

Câu 48.(Trường Chuyên Hùng Vương 2018) Hàm số $F(x)=(ax+b)\sqrt{4x+1}$ (a,b là các hằng số thực) là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{12x}{\sqrt{4x+1}}$. Tính $a+b$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 49.(THPT Đoàn Thượng 2018) Hàm số $F(x)=\frac{1}{27}e^{3x+1}\left(9x^2-24x+17\right)+C$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây.

A. $f(x)=\left(x^2+2x-1\right)e^{3x+1}$. **B.** $f(x)=\left(x^2-2x-1\right)e^{3x+1}$.

C. $f(x)=\left(x^2-2x+1\right)e^{3x+1}$. **D.** $f(x)=\left(x^2-2x-1\right)e^{3x-1}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50.(Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)=2x+1$ và $f(1)=5$. Phương trình $f(x)=5$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính tổng $S=\log_2|x_1|+\log_2|x_2|$.

A. $S=1$. **B.** $S=2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 51.(THPT Lê Quý Đôn) Cho $\int\left(\frac{ax+b+ce^x\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}\right)dx=9\sqrt{x^2+1}+2\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+5e^x+C$.

Tính giá trị biểu thức $M=a+b+c$.

A. 6. **B.** 20. **C.** 16. **D.** 10.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 2. Sử dụng các kỹ thuật đặc biệt để tìm họ nguyên hàm của các hàm phức tạp.

1. Phương pháp.

① **Dấu hiệu:** Một số hàm không có dạng cơ bản như *hàm chứa tích các đa thức, hàm chứa căn thức, tích các hàm lượng giác, Phân thức hữu tỉ....*

② **Cách tìm:** ta sử dụng các kỹ thuật sau để tìm họ nguyên hàm:

Kỹ thuật 1. Nhân đa thức để tìm họ nguyên hàm có dạng tích của các đa thức .

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 6. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a). $f(x)=\left(x-\frac{1}{x^2}\right)\left(\frac{1}{x}+2x^2\right)$.

b). $f(x)=\left(\frac{1-x}{x}\right)^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 52. (THPT Chuyên Quốc Học Huế) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x+\frac{1}{x^2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x+\frac{1}{x}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}+\frac{1}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x-\frac{1}{x}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{1}{x}+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 53. (PTNK-ĐHQG TP HCM 2018) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2^{2x}\left(3^x-\frac{\sqrt{x}}{4^x}\right)$.

A. $F(x)=\frac{12^x}{\ln 12}-\frac{2x\sqrt{x}}{3}+C$.

B. $F(x)=12^x+x\sqrt{x}+C$.

C. $F(x)=\frac{2^{2x}}{\ln 2}\left(\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{x\sqrt{x}}{4^x}\right)$.

D. $F(x)=\frac{2^{2x}}{\ln 2}\left(\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{x\sqrt{x}\ln 4}{4^x}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 54. (THPT Nguyễn Trãi Đà Nẵng 2018) Tính $\int_2^4\left(x+\frac{1}{x}\right)^2\mathrm{d}x$.

A. $\frac{208}{17}$.

B. $\frac{196}{15}$.

C. $\frac{305}{16}$.

D. $\frac{275}{12}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 55.(Sở Vĩnh Phúc) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+1)(x+2)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{3}{2}x^2+2x+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+3+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{2}{3}x^2+2x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{2}{3}x^2+2x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 56.(THPT Chuyên Hạ Long 2019) Tìm nguyên $F(x)$ của hàm số $f(x)=(x+1)(x+2)(x+3)$?

A. $F(x)=\frac{x^4}{4}-6x^3+\frac{11}{2}x^2-6x+C$.

B. $F(x)=x^4+6x^3+11x^2+6x+C$.

C. $F(x)=\frac{x^4}{4}+2x^3+\frac{11}{2}x^2+6x+C$.

D. $F(x)=x^3+6x^2+11x^2+6x+C$.

Lời giải

.....

.....

Kỹ thuật 2. Sử dụng công thức lũy thừa $\sqrt[n]{x^m}=x^{\frac{m}{n}}\ (x>0)$ để tìm họ nguyên hàm căn thức.

1. Bài tập minh họa.

Bài tập 7. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int\frac{x^2+\sqrt{x\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$.

b). $\int\frac{x\sqrt{x}+\sqrt{x}}{x^2}\mathrm{d}x$.

c). $\int\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$.

d). $\int\frac{\sqrt{x-\sqrt{x}}}{\sqrt{\sqrt{x}-1}}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 57. (Trường BDVH218LTT 2018) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x+3}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+\mathrm{C}$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+\mathrm{C}$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3}+\mathrm{C}$

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sqrt{2x+3}+\mathrm{C}$.

Lời giải

Câu 58. (Chuyên Đại Học Vinh) Tất cả các nguyên hàm của hàm $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3x-2}}$ là

A. $2\sqrt{3x-2}+C$.

B. $\frac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$.

C. $-\frac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$.

D. $-2\sqrt{3x-2}+C$.

Lời giải

Câu 59. (Nguyễn Du Dak-Lak 2019) Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f\ x=\sqrt{x}-1$ trên $0;+\infty$?

A. $F\ x=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-x+2$.

B. $F\ x=\frac{1}{2\sqrt{x}}-x$.

C. $F\ x=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

D. $F\ x=\frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2}-x+1$.

Lời giải

Câu 60.(THPT Kim Liên 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3\sqrt{x}-\frac{1}{x^2}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{x^3}+\frac{1}{x}+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}\sqrt{x^3}-\frac{1}{x}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\sqrt{x^3}+\frac{1}{x}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\sqrt{x^3}-\frac{1}{x}+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 61.(THPT Ngô Quyền Hà Nội) Nguyên hàm của $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{x}}$ là

A. $\frac{-\sqrt{x}}{2}+C$.
B. $\frac{2}{\sqrt{x}}+C$.
C. $\frac{-2}{\sqrt{x}}+C$.
D. $\frac{\sqrt{x}}{2}+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 62.(THPT Quỳnh Lưu) Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$.
B. $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$.
C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2}+C$.
D. $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3x+2}}+C$.

Lời giải

.....

.....

Câu 63.(Chuyên Nguyễn Du Đăk Lăk) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3\sqrt{x}+x^{2019}$ là

A. $\frac{2}{3\sqrt{x}}+2019x^{2018}+\mathrm{C}$.
B. $\frac{3}{2\sqrt{x}}+2019x^{2018}+\mathrm{C}$.
C. $2x\sqrt{x}+\frac{x^{2020}}{2020}+\mathrm{C}$.
D. $3x\sqrt{x}+\frac{x^{2020}}{2020}+\mathrm{C}$.

Lời giải

.....

.....

Câu 64.(THPT Kim Liên 2017) Tìm hằng số a để hàm số $f(x)=\frac{1}{x+\sqrt{x}}$ có một nguyên hàm là $F(x)=a\ln\left(\sqrt{x}+1\right)+5$.

A. $a=2$.
B. $a=3$.
C. $a=1$.
D. $a=\frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 65.(Chuyên Tiền Giang 2018) Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}$ và $F(1)=1$.

A. $F(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{x}$. **B.** $F(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{1}{3}$.

C. $F(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}2}+\frac{1}{2}$. **D.** $F(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{x}-\frac{5}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 66.(Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{1-2x}$ là:

A. $\frac{3}{2}(2x-1)\sqrt{1-2x}$. **B.** $-\frac{3}{2}(1-2x)\sqrt{1-2x}$.

C. $\frac{3}{4}(2x-1)\sqrt{1-2x}$. **D.** $-\frac{1}{3}(1-2x)\sqrt{1-2x}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 67.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018) Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}+m-1$ thỏa mãn $F(0)=0$ và $F(3)=7$. Khi đó, giá trị của tham số m bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Kỹ thuật 3. Sử dụng công thức cộng lượng giác

$$\sin ax\cos bx=\frac{1}{2}[\sin(a+b)x+\sin(a-b)x]$$
$$\sin ax\sin bx=\frac{1}{2}[\cos(a-b)x-\cos(a+b)x]$$
$$\cos ax\cos bx=\frac{1}{2}[\cos(a+b)x+\cos(a-b)x]$$

để tìm họ nguyên hàm của tích của các hàm lượng giác.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 8. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int \sin 3x\cos 5x\mathrm{d}x$.

b). $\int \left(8\cos^2 2x-1\right)\sin^2 x\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 9. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int \left(\cos x+\sin 2x+2\cos 3x\cos x\right)\mathrm{d}x$.

b). $\int \sin 5x\cos 7x\mathrm{d}x$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 68. (THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Tìm $\int \sin 5x.\cos x\mathrm{d}x$.

A. $\frac{1}{5}\cos 5x+\mathrm{C}$.

B. $-\frac{1}{8}\cos 4x-\frac{1}{12}\cos 6x+C$.

C. $-\frac{1}{5}\cos 5x+C$.

D. $\frac{1}{8}\cos 4x+\frac{1}{12}\cos 6x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 69. (THPT Kim Liên) Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin^2 x\cos^2 x$ là

A. $\frac{1}{4}x-\frac{1}{16}\sin 4x+C$.

B. $\frac{1}{8}x-\frac{1}{32}\sin 4x$.

C. $\frac{1}{8}x-\frac{1}{8}\sin 4x+C$.

D. $\frac{1}{8}x-\frac{1}{32}\sin 4x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 70.(THPT Quỳnh Lưu) $\int \sin x\cos x dx$ bằng

A. $\frac{\cos 2x}{4}+C$. **B.** $-\frac{\sin^2 x}{2}+C$. **C.** $\frac{\sin^2 x}{2}+C$. **D.** $\frac{\cos^2 x}{2}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 71.(THPT Chuyên Quốc Học Huế 2018) Tìm họ của nguyên hàm $f(x)=\tan 2x$.

A. $\int \tan 2x\,dx=2\left(1+\tan^2 2x\right)+C$. **B.** $\int \tan 2x\,dx=-\ln\left|\cos 2x\right|+C$.

C. $\int \tan 2x\,dx=\frac{1}{2}\left(1+\tan^2 2x\right)+C$. **D.** $\int \tan 2x\,dx=-\frac{1}{2}\ln\left|\cos 2x\right|+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 72.(THPT Yên Lạc 2019) $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=2\sin x\cos 3x$ và $F(0)=0$, khi đó

A. $F(x)=\cos 4x-\cos 2x$. **B.** $F(x)=\frac{\cos 2x}{4}-\frac{\cos 4x}{8}-\frac{1}{8}$.

C. $F(x)=\frac{\cos 2x}{2}-\frac{\cos 4x}{4}-\frac{1}{4}$. **D.** $F(x)=\frac{\cos 4x}{4}-\frac{\cos 2x}{2}+\frac{1}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 73.(KonTum 12) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x.\cos 2x$ là

A. $-\frac{1}{3}\cos 3x+\cos x+C$. **B.** $\frac{1}{3}\cos 3x+\cos x+C$.

C. $\frac{1}{3}\cos 3x-\cos x+C$. **D.** $-\cos 3x+\cos x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 74.(THPT Thanh Chương Nghệ An) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x.\cos x+\frac{1}{x+1}$ là

A. $F(x)=\frac{1}{4}\cos 2x+\ln|x+1|+C$. **B.** $F(x)=-4\cos 2x+\ln|x+1|+C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{4}\cos 2x+\ln(x+1)+C$. **D.** $F(x)=-\frac{1}{4}\cos 2x+\ln|x+1|+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Kỹ thuật 4. Sử dụng công thức hạ bậc $\begin{aligned}\sin^2 x&=\frac{1}{2}(1-\cos 2x)\\ \cos^2 x&=\frac{1}{2}(1+\cos 2x)\end{aligned}$ để tìm họ nguyên hàm của các hàm lượng giác có mũ bậc chẵn.

1. Bài tập minh họa.

Bài tập 10. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int 4\cos^2 x dx$. b). $\int(1+2\sin x)^2 dx$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$.

b). $\int \frac{1}{4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1} dx$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 12. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int (3 - \cos 2x)^2 dx$.

b). $\int \left(\sin x + \frac{5}{\sin x} \right)^2 dx$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 13. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int \sin 2x \tan x dx$.

b). $\int \tan^2 x dx$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 14. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int \sin^3 2x\mathrm{d}x$.

b). $\int \sin^4 x\mathrm{d}x$.

Lời giải.

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 75. (Trường BDVH218LTT 2018) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\sin x+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\sin x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\sin x+C$.

Lời giải

Câu 76. (TT Diệu Hiền-Cần Thơ 2018) Trong các hàm số sau:

(I) $f(x)=\tan^2 x+2$.

(II) $f(x)=\frac{2}{\cos^2 x}$.

(III) $f(x)=\tan^2 x+1$.

Hàm số nào có nguyên hàm là hàm số $g(x)=\tan x$?

A. Chỉ (II). **B.** Chỉ (III). **C.** Chỉ (II), (III). **D.** (I), (II), (III).

Lời giải

Câu 77.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x+\sin^2 x$ là

A. $\frac{4^x}{\ln 4}-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

B. $4^x\ln x+\frac{\sin^3 x}{3}+C$.

C. $4^x\ln x-\frac{\sin^3 x}{3}+C$.

D. $\frac{4^x}{\ln 4}+\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 78.(THPT Chuyên Hà Tĩnh) Cho hàm số $f(x)=\frac{4m}{\pi}+\sin^2 x$. Giá trị của tham số để nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(0)=1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{8}$ là:

A. $m=-\frac{4}{3}$.

B. $m=\frac{3}{4}$.

C. $m=-\frac{3}{4}$.

D. $m=-\frac{4}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 79.(THPT Chuyên Hà Tĩnh) Biết $\int\frac{1}{1+\cos x}\mathrm{d}x=a.\tan\frac{x}{b}+C$. Giá trị của $S=a-b$ là

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Kỹ thuật 5. Sử dụng kỹ thuật tách hạng tử, nhóm hạng tử, thêm bớt hạng tử để tìm họ nguyên hàm của các hàm hữu tỉ $\int \frac{P(x)}{Q(x)}\mathrm{d}x$, với $P(x)$ và $Q(x)$ là những đa thức.

1. Phương pháp.

① Nếu bậc của $P(x)$ lớn hơn hoặc bằng bậc của $Q(x)$ thì ta tách hoặc lấy $P(x)$ chia cho $Q(x)$

② Nếu bậc của $P(x)$ nhỏ hơn bậc của $Q(x)$ $\xrightarrow{PP}$ lấy nguyên hàm cơ bản. Ta xét hai bài toán cơ bản sau:

Bài toán 1. Mẫu là nhị thức bậc nhất $Q(x)=ax+b,\ (a\neq 0)$. Suy ra $P(x)$ là hằng số.

Khi đó tích phân cần tính có dạng $\int \frac{A}{ax+b}\mathrm{d}x = A.\int \frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x = A.\frac{1}{a}\ln\left|ax+b\right|$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 15. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a). $f(x)=\frac{1+5x-3x^2+x^4}{2x^3}$.

b). $f(x)=\frac{3x^3-x^2\sqrt{2}+5x-3}{x^3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 16. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int \frac{3x^2-7x-1}{3x+2}\mathrm{d}x$.

b). $\int \frac{x^3-1}{x+1}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

Bài toán 2. Mẫu là tam thức bậc hai $Q(x)=ax^2+bx+c,(a\neq 0)$. Suy ra $P(x)$ là hằng số hay hàm số bậc nhất.

1. Phương pháp.

① **Trường hợp** $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì phân tích $\dfrac{P(x)}{Q(x)}=\dfrac{A}{x-x_1}+\dfrac{B}{x-x_2}$

Sau đó dùng phương pháp hệ số bất định để tìm A và B.

② **Trường hợp** $ax^2+bx+c=0$ có nghiệm kép x_0 thì $\dfrac{P(x)}{Q(x)}=\dfrac{P(x)}{a(x-x_0)^2}$ với $x_0=-\dfrac{b}{2a}$.

- Nếu $P(x)$ là hằng số thì $\int\dfrac{A}{a(x-x_0)^2}\mathrm{d}x=\dfrac{A}{a}\int\dfrac{1}{(x-x_0)^2}\mathrm{d}x=\dfrac{A}{a}.\left(\dfrac{-1}{(x-x_0)}\right)\Bigg|$.
- Nếu $P(x)$ là hàm bậc nhất thì $\int\dfrac{Ax+B}{a(x-x_0)^2}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}\int\dfrac{A(x-x_0)+B+Ax_0}{(x-x_0)^2}\mathrm{d}x$

$$=\frac{1}{a}\left[A.\int\frac{1}{x-x_0}\mathrm{d}x+(B+Ax_0).\int\frac{1}{(x-x_0)^2}\mathrm{d}x\right].$$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 17. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int\dfrac{1}{x^2-5x-6}\mathrm{d}x$.

b). $\int\dfrac{x}{x^2-5x+6}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài tập 18. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int \frac{5x+1}{x^2+x-2}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{x^3}{x^2-1}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài tập 19. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a). $f\left(x\right)=\frac{16x^4-9}{2x-\sqrt{3}}$.

b). $f\left(x\right)=\frac{1}{x^2-4x-5}$.

Lời giải.

Bài tập 20. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int \frac{\sqrt{x^4+x^{-4}+2}}{x^3}\mathrm{d}x$.

b). $\int \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Bài tập 21. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a). $f(x)=\frac{e^{3x}-8}{e^x-2}$.

b). $f(x)=\left(3^x+4^x\right)^2$.

Lời giải.

.....

.....

Bài tập 22. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a). $f(x)=3\cos x-2^{x-1}$.

b). $f(x)=\dfrac{e^{5x}+2^{2x}.3^{x}.5^{-x}}{e^{2x}}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 23. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $\int 10^{2x}\mathrm{d}x$.

b). $\int \dfrac{2^{x}-1}{e^{x}}\mathrm{d}x$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 80. (THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2)=3$. Tìm $F(x)$:

A. $F(x)=x+4\ln|2x-3|+1$.

B. $F(x)=x+2\ln(2x-3)+1$.

C. $F(x)=x+2\ln|2x-3|+1$.

D. $F(x)=x+2\ln|2x-3|-1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 81. Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\ln|x+1|+1$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x+1|+x+1$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\ln(x+1)$.
D. $x+\ln(x+1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 82.(SGD Đồng Tháp 2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-2x-1}{x-1}$ thỏa mãn $F(0)=-1$.Tính $F(-1)$

A. $F(-1)=-\ln 2$. **B.** $F(-1)=-2+\ln 2$. **C.** $F(-1)=\ln 2$. **D.** $F(-1)=2+\ln 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 83.(Sở GD-ĐT Sóc Trăng 2018) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ và $F(0)=2018$. Tính $F(-2)$.

A. $F(-2)$ không xác định.
B. $F(-2)=2$.
C. $F(-2)=2018$.
D. $F(-2)=2020$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 84.(Chuyên Lê Thánh Tôn 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}$.

A. $F(x)=1+\dfrac{2}{(x+1)^2}+C$.
B. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}+C$.
C. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x-\dfrac{2}{x+1}+C$.
D. $F(x)=1-\dfrac{2}{(x+1)^2}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 85.(THPT Thuận Thành Bắc Ninh) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{e^{2x}-6}{e^x}$, biết $F(0)=7$. Tính tổng các nghiệm của phương trình $F(x)=5$.

A. $\ln 5$. **B.** $\ln 6$. **C.** -5. **D.** 0.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 86.(THPT Ninh Bình 2019) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$.

A. $F(x)=-\ln|x|+\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $F(x)=\ln|x|-\dfrac{1}{x}+C$.

C. $F(x)=\ln|x|+\dfrac{1}{x}+C$. **D.** $F(x)=-\ln|x|-\dfrac{1}{x}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 87.(Tạp Chí Toán Học) Cho biết $\int\dfrac{2x-13}{(x+1)(x-2)}\mathrm{d}x=a\ln|x+1|+b\ln|x-2|+C$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8$. **B.** $a+b=8$. **C.** $2a-b=8$. **D.** $a-b=8$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 88.(Tạp Chí Toán học) Cho biết $\int\dfrac{4x+11}{x^2+5x+6}\mathrm{d}x=a\ln|x+2|+b\ln|x+3|+C$.

Tính giá trị biểu thức: $P=a^2+ab+b^2$.

A. 12. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 15.

Lời giải

Câu 89.(Tạp Chí Toán Học) Cho biết $\int \frac{1}{x^3-x}\mathrm{d}x = a\ln\left|(x-1)(x+1)\right| + b\ln|x| + C$.

Tính giá trị biểu thức: $P = 2a+b$.

A. 0. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Câu 90.(Sở GD và ĐT Thanh Hóa 2019) Cho $\int \frac{1}{x^2-1}\mathrm{d}x = a\ln|x-1| + b\ln|x+1| + C$, với a, b là các số hữu tỷ. Khi đó $a-b$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Câu 91.(Sở Quảng Ninh) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$, $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = \ln 4035$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = \ln 2$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 92.(SGD Nam Định 2018) $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\dfrac{1}{2x+1}$. Biết $F(0)=0$, $F(1)=a+\dfrac{b}{c}\ln 3$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng.

A. 4. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 12.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 93.(THPT Tứ Kỳ Hải Dương 2018) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{e-1}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$ là:

A. $F(x)=2\ln|2x+1|-\dfrac{1}{2}$. **B.** $F(x)=2\ln|2x+1|+1$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln|2x+1|+1$. **D.** $F(x)=\ln|2x+1|+\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 94.(THPT Lục Ngạn Bắc Giang 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{3}{3x-1}$, $f(0)=1$ và $f\left(\frac{2}{3}\right)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

A. $5\ln 2+3$. **B.** $5\ln 2-2$. **C.** $5\ln 2+4$. **D.** $5\ln 2+2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 95.(Sở GD-ĐT Gia Lai 2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x-1}$ thỏa mãn $F(5)=2$ và $F(0)=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F(-1)=2-\ln 2$. **B.** $F(2)=2-2\ln 2$. **C.** $F(3)=1+\ln 2$. **D.** $F(-3)=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 96.(Chuyên Quốc Học Huế) Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2\cos x-1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0;\pi)$. Biết rằng giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0;\pi)$ là $\sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}-4$. **B.** $F\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$. **D.** $F\left(\frac{5\pi}{6}\right)=3-\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 97.(THPT Yên Khánh 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F(1)+F(2)+F(3)+\ ...\ +F(2019)$ bằng

A. $\dfrac{2019}{2020}$. **B.** $\dfrac{2019.2021}{2020}$. **C.** $2018\dfrac{1}{2020}$. **D.** $-\dfrac{2019}{2020}$.

Lời giải

Câu 98.(Sở GD và ĐT Phú Thọ 2018) Biết $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ $(a,\ b,\ c\in\mathbb{Z})$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{20x^2-30x+11}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=8$. **B.** $T=5$. **C.** $T=6$. **D.** $T=7$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 99.(Sở GD và ĐT Phú Thọ 2018)Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{2}{x^2-1}$, $f(-2)+f(2)=0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=2$. Tính $f(-3)+f(0)+f(4)$ được kết quả

A. $\ln\frac{6}{5}+1$. **B.** $\ln\frac{6}{5}-1$. **C.** $\ln\frac{4}{5}+1$. **D.** $\ln\frac{4}{5}-1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 2. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

0 ĐẶT VẤN ĐỀ:

Trong phần đạo hàm ta tính các đạo hàm chứa tích các đa thức, thương các đa thức, đạo hàm chứa căn thức, đạo hàm của các hàm hợp ta thường sử dụng các quy tắc và bảng đạo hàm hợp.
Tuy nhiên, trong phần nguyên hàm và tích phân ta không thể sử dụng các quy tắc tích, thương và các hàm hợp. Do đó, để tính các nguyên hàm trên ta phải sử dụng hai phương pháp: **đổi biến số *(đặt ẩn phụ)*, phương pháp từng phần.**

A. LÝ THUYẾT.

I. Phương pháp đổi biến số

1. Phương pháp. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C$ thì $\boxed{\int f\left[u(x)\right].u'(x)\mathrm{d}x = F\left[u(x)\right]+C}$.

Trong thực hành: Giả sử ta cần tìm họ nguyên hàm $I=\int f(x)\mathrm{d}x$, trong đó ta có thể phân tích $f(x)=g\left(u(x)\right)u'(x)$ thì ta thực hiện phép đổi biến số $t=u(x)$, suy ra $\mathrm{d}t=u'(x)\mathrm{d}x$.

Khi đó ta được nguyên hàm $\boxed{\int g(t)\mathrm{d}t = G(t)+C = G\left[u(x)\right]+C.}$

2. Chú ý: Sau khi tìm được họ nguyên hàm theo t thì ta phải thay $t=u(x)$.

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Tìm các nguyên hàm sau: $I=\int 3x\sqrt{7-3x^2}\mathrm{d}x$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int x^2\left(\frac{x^3}{18}-1\right)^5\mathrm{d}x$.

b). $I=\int\frac{x^2\mathrm{d}x}{(x+3)^{10}}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

II. Phương pháp lấy nguyên hàm từng phần

1. Phương pháp. Cho hai hàm số u và v liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó $\boxed{\int udv = uv - \int vdu.}$ $(*)$

2. Trong thực hành để tính nguyên hàm $\int f(x)dx$ bằng từng phần ta làm như sau:

Bước 1. Chọn u, v sao cho $f(x)dx = udv$ (chú ý $dv = v'(x)dx$).

Sau đó tính $v = \int dv$ và $du = u'.dx$.

Bước 2. Thay vào công thức $(*)$ và tính $\int vdu$.

3. Chú ý. Thứ tự đặt u như sau: **nhất** log *arit* , **nhì đa** (*đa thức*), **tam lượng** (*lượng giác*), **tứ mũ** .

Ta thường gặp các dạng sau

- **Dạng 1.** $I = \int P(x)\begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

  Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u = P(x)\\ dv = \begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}dx\end{cases}$.

- **Dạng 2.** $I = \int P(x)e^{ax+b}dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

  Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u = P(x)\\ dv = e^{ax+b}dx\end{cases}$.

- **Dạng 3.** $I = \int P(x)\ln(mx+n)dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

  Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u = \ln(mx+n)\\ dv = P(x)dx\end{cases}$.

- **Dạng 4.** $I = \int\begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}e^x dx$.

  Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u = \begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}\\ dv = e^x dx\end{cases}$.

4. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 3. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I = \int(x+1)\sin x dx$. **b).** $I = \int x^2\cos x dx$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm nguyên hàm :

a). $I_1 = \int \frac{x}{1-\cos 2x}dx$ **b).** $I_2 = \int \cos 2x.e^{3x}dx$ **c).** $I_3 = \int (2x+1)\ln^2 xdx$

Lời giải

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA

DẠNG 1. Phương pháp đổi biến số.

1. Phương pháp.

① Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C$ thì $\boxed{\int f\left[u(x)\right].u'(x)\mathrm{d}x = F\left[u(x)\right]+C}$.

② Khi gặp hàm số chứa căn thức $\sqrt{f(x)}$, hàm hợp $f\left(u(x)\right)$...thì ta thực hiện phép đổi biến số

Bước 1: đặt $t = u(x)$, suy ra $\mathrm{d}t = u'(x)\mathrm{d}x$.

Bước 2. Rút thế biến x theo biến t, hoặc tách, thêm, bớt.

Bước 3. Tìm nguyên hàm cơ bản và trả lại biến x.

$$\boxed{\int g(t)\mathrm{d}t = G(t)+C = G\left[u(x)\right]+C.}$$

③ **Chú ý:**

Đối với nguyên hàm của hàm lượng giác thì $\boxed{\text{lẻ cos thì đặt sin, lẻ sin thì đặt cos.}}$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I = \int x^2\left(\frac{x^3}{18}-1\right)^5\mathrm{d}x$.

b). $I = \int \frac{x^2\mathrm{d}x}{(x+3)^{10}}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 2. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I = \int 3x\sqrt{7-3x^2}\mathrm{d}x$.

b). $I = \int x^3\sqrt{x^2+9}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 3. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \frac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int x\sqrt{x+1}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \sin^4 x\cos x\mathrm{d}x$.

b). $I=\int x\cos\left(x^2\right)\mathrm{d}x$.

c). $I_1=\int \sin^5 x\cos^3 x dx$

d). $I_1=\int \frac{1}{\cos x\sin^2 x}dx$

d). $I_2=\int \frac{\cos x}{\sin^2 x-5\sin x+6}dx$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 5. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \frac{1}{\cos^4 x}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{1}{1+\sin x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \frac{\tan x}{\cos^3 x}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{(4\cos x+5)\sin x}{\cos^2 x+3\cos x+2}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 7. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{x\ln\left(x^2+1\right)}{x^2+1}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 8. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \frac{\sqrt{2\ln x+3}}{x}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{\ln^2 x}{x\left(1+\sqrt{\ln x+1}\right)}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 9. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int xe^{x^2}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 10. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int e^{\sin x}\cos x\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{e^x+e^{-x}+2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập rèn luyện.

Bài 1. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \frac{x^3+3x}{\left(x^2+1\right)^3}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{(x+1)^{2015}}{(3x+1)^{2017}}\mathrm{d}x$.

$I=\int \frac{(x+1)^{2010}}{(3x+1)^{2012}}dx$

Lời giải

Bài 2. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int x\sqrt{x^2-4}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+3}}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài 3. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \sin^5 x\left(1-\sin^2 x\right)\cos x\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x\left(\tan x+2\right)^3}$.

Lời giải

Bài 4. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \dfrac{\ln x}{x\left(\ln x+1\right)}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \dfrac{\ln^2\left(\ln x\right)}{x\ln x\left[\ln\left(\ln x\right)+1\right]}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \frac{e^{\ln x}}{x}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Tìm nguyên hàm:

a). $I_1=\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}+\sqrt[3]{1+x}}$

b). $I_2=\int x^2.\sqrt{x^2+9}dx$

c). $I_3=\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$

d). $I_4=\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2+\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Tìm nguyên hàm :

a). $I_1 = \int \frac{x^3+3x}{\left(x^2+1\right)^3}dx$

b). $I_3 = \int \frac{1-x^2}{x^4+x^2+1}dx, x \neq 0$

c). $J_2 = \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+3}}dx$

d). $J_3 = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}}dx$

e). $K_1 = \int \frac{dx}{x+\sqrt[3]{x}}$

f). $K_2 = \int \frac{dx}{x\left(x^4+1\right)}$

h). $K_3 = \int \frac{xdx}{x^2+\sqrt{x^2+2}}$

k). $J_6 = \int \frac{x}{3x+\sqrt{9x^2-1}}dx$

l). $J_1 = \int \frac{x}{1+\sqrt{2x+1}}dx$

Lời giải

Bài 8. Tìm nguyên hàm:

a). $I_1 = \int \tan^2 x dx$

b). $I_2 = \int \frac{1}{\cos^4 x} dx$

c). $J_1 = \int \tan^3 x dx$

d). $J_2 = \int \frac{5\sin x + 2\sin 2x}{\cos 2x + 6\cos x + 5} dx$

Lời giải

Bài 9. Tìm nguyên hàm:

a). $I_1 = \int \frac{\cos^5 x}{1-\sin x} dx$ **b).** $I_2 = \int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$ **c).** $I_3 = \int \left(\sin^2 x + \frac{1}{1+\cos 2x} \right) dx$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. (THPT Đô Lương) Tìm họ nguyên hàm $F(x)=\int \frac{1}{(2x+1)^3}dx$.

A. $F(x)=\frac{-1}{4(2x+1)^3}+C$.

B. $F(x)=\frac{-1}{8(2x+1)^4}+C$.

C. $F(x)=\frac{-1}{4(2x+1)^2}+C$.

D. $F(x)=\frac{-1}{6(2x+1)^2}+C$.

Lời giải

Câu 2. (Sở GD và ĐT Bắc Ninh) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2.e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}.e^{x^3+1}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{x^3+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x^3+1}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{x^3+1}+C$.

Lời giải

Câu 3. (THTT-2018) Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $y=\sqrt[3]{x+1}$?

A. $F(x)=\frac{3}{8}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

B. $F(x)=\frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4}+C$.

C. $F(x)=\frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1}+C$.

D. $F(x)=\frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3}+C$.

Lời giải

Câu 4.(THPT Ninh Giang-2018) Xét $I=\int x^3\left(4x^4-3\right)^5\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt: $u=4x^4-3$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\frac{1}{16}\int u^5\mathrm{d}u$. **B.** $I=\frac{1}{12}\int u^5\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int u^5\mathrm{d}u$. **D.** $I=\frac{1}{4}\int u^5\mathrm{d}u$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 5.(THPT Kim Liên 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{-2\cos x}.\sin x$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 6.(Sở GD Và Đào Tạo Bắc Ninh) Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{2x+1}$ là

A. $-\frac{1}{3}\left(2x+1\right)\sqrt{2x+1}+C$. **B.** $\frac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C$.

C. $\frac{2}{3}\left(2x+1\right)\sqrt{2x+1}+C$. **D.** $\frac{1}{3}\left(2x+1\right)\sqrt{2x+1}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 7.(Sở GD và Đào Tạo Đà Nẵng) Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\ln x}{x}$ là

A. $\frac{1}{2}\ln^2 x+\ln x+C$. **B.** $\frac{1}{2}\ln^2 x+C$. **C.** $\ln^2 x+C$. **D.** $\ln\left(\ln x\right)+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 8.(Sở GD và Đào Tạo Quảng Nam) Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. Khi đó $\int\frac{f'\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{1}{2}f\left(\sqrt{x}\right)+C$. **B.** $f\left(\sqrt{x}\right)+C$. **C.** $-2f\left(\sqrt{x}\right)+C$. **D.** $2f\left(\sqrt{x}\right)+C$.

Lời giải

.....

Câu 9.(THPT Nghèn) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$ là

A. $\dfrac{1}{3\sqrt{x^3+1}}+C.$ **B.** $\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3+1}+C.$ **C.** $\dfrac{2}{3\sqrt{x^3+1}}+C.$ **D.** $\dfrac{1}{3}\sqrt{x^3+1}+C.$

Lời giải

Câu 10.(THPT Thạch Thành 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$ là?

A. $\left(4x^2+2x+1\right)\sqrt{2x-3}+C$. **B.** $\left(4x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-3}$.

C. $\left(3x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-3}$. **D.** $\left(4x^2-2x+1\right)\sqrt{2x-3}+C$.

Lời giải

Câu 11.(Chuyên Đại Học Vinh) Cho $\int 2x(3x-2)^6\,\mathrm{d}x=A(3x-2)^8+B(3x-2)^7+C$ với $A,B,C\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A+7B$.

A. $\dfrac{23}{252}$. **B.** $\dfrac{241}{252}$. **C.** $\dfrac{52}{9}$. **D.** $\dfrac{7}{9}$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 12. **(Chuyên Hoàng Văn Thụ 2019)** Biết $\int x(2x+1)^{100}\,\mathrm{d}x=\dfrac{(2x+1)^{102}}{a}-\dfrac{(2x+1)^{101}}{b}+C,\ a,b\in\mathbb{R}$. Giá trị của hiệu $a-b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13.(Sở GD và ĐT Thanh Hóa) Tìm các hàm số $f(x)$ biết $f'(x)=\dfrac{\cos x}{(2+\sin x)^2}$.

A. $f(x)=\dfrac{\sin x}{(2+\sin x)^2}+C$. **B.** $f(x)=\dfrac{1}{2+\cos x}+C$.

C. $f(x)=-\dfrac{1}{2+\sin x}+C$. **D.** $f(x)=\dfrac{\sin x}{2+\sin x}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 14.(Chuyên Nguyễn Huệ Hà Nội) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thỏa mãn $F(2)=0$. Khi đó phương trình $F(x)=x$ có nghiệm là:

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1-\sqrt{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15.(Chuyên Nguyễn Du-Đăk Lăk) Cho $\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}.\frac{(x-1)^{b}}{(x+1)^{c}} + C$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 4.2018. **B.** 2.2018. **C.** 3.2018. **D.** 5.2018.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16.(THPT Quỳnh Lưu) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x+1}$ và $F(0) = -\ln 2e$. Tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x+1) = 2$ là:

A. $S = \{3\}$. **B.** $S = \{2;3\}$. **C.** $S = \{-2;3\}$. **D.** $S = \{-3;3\}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17.(THPT Thanh Miện -2018) Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2u(u^2-4)\mathrm{d}u$. **B.** $\int (u^2-4)\mathrm{d}u$. **C.** $\int 2(u^2-4)\mathrm{d}u$. **D.** $\int (u^2-3)\mathrm{d}u$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 18.(THPT Chuyên Hạ Long 2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{2x+1}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 19.(Tạp Chí Toán Học 2018)

Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y=2^{\sin x}.2^{\cos x}(\cos x-\sin x)$?

A. $y=2^{\sin x+\cos x}+C$.

B. $y=\dfrac{2^{\sin x}.2^{\cos x}}{\ln 2}$.

C. $y=\ln 2.2^{\sin x+\cos x}$.

D. $y=-\dfrac{2^{\sin x+\cos x}}{\ln 2}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20.(THPT Hồng Bàng 2018) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^3 x.\cos x$ và $F(0)=\pi$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\pi$.

B. $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\pi$.

C. $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{4}+\pi$.

D. $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{4}+\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21.(Chuyên Hùng Vương 2019) Giả sử $\int \frac{(2x+3)\mathrm{d}x}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số). Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22.(THPT Lương Văn Chánh 2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2\mathrm{e}^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=10$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)+10+\frac{\ln 5}{3}$.

B. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x+10-\ln\left(2\mathrm{e}^x+3\right)\right)$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(\mathrm{e}^x+\frac{3}{2}\right)\right)+10+\ln 5-\ln 2$.

D. $F(x)=\frac{1}{3}\left(x-\ln\left(\mathrm{e}^x+\frac{3}{2}\right)\right)+10-\frac{\ln 5-\ln 2}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23.(THPT Chuyên Hạ Long-2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan^5 x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\tan^4 x-\frac{1}{2}\tan^2 x+\ln|\cos x|+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\tan^4 x+\frac{1}{2}\tan^2 x-\ln|\cos x|+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\tan^4 x+\frac{1}{2}\tan^2 x+\ln|\cos x|+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\tan^4 x-\frac{1}{2}\tan^2 x-\ln|\cos x|+C$

Lời giải

.....

.....

Câu 24.(THPT Chuyên Quốc Học-Huế 2019) Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x)=\dfrac{2017x}{(x^2+1)^{2018}}$ thỏa mãn $F(1)=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của $F(x)$.

A. $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{1-2^{2017}}{2^{2018}}$. **C.** $m=\dfrac{1+2^{2017}}{2^{2018}}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 25.(THPT Chuyên Hạ Long-2018) Biết rằng trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$, hàm số $f(x)=\dfrac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S=a+b+c$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Câu 26.(Chuyên Phan Bội Châu-2018) Hàm số $f(x)=\dfrac{7\cos x-4\sin x}{\cos x+\sin x}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3\pi}{8}$. Giá trị $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng?

A. $\dfrac{3\pi-11\ln 2}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{8}$. **D.** $\dfrac{3\pi-\ln 2}{4}$.

Lời giải

Câu 27.(THPT Lê Qúy Đôn) Cho $\int\left(\dfrac{ax+b+ce^x\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}\right)dx=9\sqrt{x^2+1}+2\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+5e^x+C$.

Tính giá trị biểu thức $M=a+b+c$.

A. 6. **B.** 20. **C.** 16. **D.** 10.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 28.(THPT Chuyên Quang Trung) Cho $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+5\right)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0)=6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

A. $\frac{123}{16}$. **B.** $\frac{125}{16}$. **C.** $\frac{126}{16}$. **D.** $\frac{127}{16}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 29.(THPT Chuyên KHTN) Nguyên hàm $\int\frac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}}dx$ bằng.

A. $\frac{1}{33}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{11}+C$. **B.** $\frac{1}{11}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{11}+C$. **C.** $\frac{1}{3}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{11}+C$. **D.** $-\frac{1}{11}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{11}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30.(THPT Nguyễn Tất Thành) Tìm nguyên hàm $I=\int\frac{dx}{1+e^x}$.

A. $I=x-\ln\left|1-e^x\right|+C$. **B.** $I=x-\ln\left|1+e^x\right|+C$. **C.** $I=-x-\ln\left|1+e^x\right|+C$. **D.** $I=x+\ln\left|1+e^x\right|+C$

Lời giải

.....

.....

.....

DẠNG 2. Phương pháp từng phần.

1. Phương pháp.

① **Phương pháp.** Cho hai hàm số u và v liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó $\boxed{\int udv = uv - \int vdu.}$ $(*)$

② **Trong thực hành** để tính nguyên hàm $\int f(x)dx$ bằng từng phần ta làm như sau:

Bước 1. Chọn u, v sao cho $f(x)dx = udv$ (chú ý $dv = v'(x)dx$).

Sau đó tính $v = \int dv$ và $du = u'.dx$.

Bước 2. Thay vào công thức $(*)$ và tính $\int vdu$.

③ **Chú ý.** Thứ tự đặt u như sau: **nhất** log *arit* , **nhì đa** (***đa thức***), **tam lượng** (***lượng giác***), **tứ mũ**

2. Bài tập minh họa.

Loại 1 $I = \int P(x)\begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}dx$ trong đó $P(x)$ là đa thức. Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u = P(x)\\ dv = \begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}dx\end{cases}$.

Bài tập 11. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I = \int (x+1)\sin x dx$. **b).** $I = \int x^2 \cos x dx$.

Lời giải

Bài tập 12. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I_1 = \int (2x-1)\cos x dx$. **b).** $I_1 = \int x\sin 2x dx$.

Lời giải

Loại 2. $I=\int P(x)e^{ax+b}\mathrm{d}x$, trong đó $P(x)$ là đa thức. Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u=P(x)\\ \mathrm{d}v=e^{ax+b}\mathrm{d}x\end{cases}$.

Bài tập 13. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int xe^{x}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int\left(x^2+x+1\right)e^{x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài tập 14. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I_2=\int(2x+1)e^{-x}dx$

b). $I=\int x^3e^{x}\mathrm{d}x$

Lời giải

Loại 3. $I=\int P(x)\ln(mx+n)\mathrm{d}x$, trong đó $P(x)$ là đa thức. Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u=\ln(mx+n)\\ \mathrm{d}v=P(x)\mathrm{d}x\end{cases}$.

Bài tập 15. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int x^3\ln(2x)\mathrm{d}x$.

b). $I=\int(2x+1)\ln(x+1)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài tập 16. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I_3=\int\dfrac{x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+1}}dx$..

b). $K_1=\int\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)dx$.

Lời giải

Loại 4. $I=\int\begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}e^x\mathrm{d}x$. Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u=\begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}$.

Bài tập 17. Bài 14. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int\sin xe^x\mathrm{d}x$.

b). $I=\int\cos 2xe^{3x}\mathrm{d}x$.

c). $I_2=\int\cos 2x.e^{3x}dx$

d). $I=\int\sin^2 x.e^x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Loại 5. Đổi biến rồi từng phần

Bài tập 18. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int x^3e^{x^2}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int e^{\sqrt{3x-9}}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 19. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int(1-2x)^3 e^{x-x^2}\mathrm{d}x.$ **b).** $I=\int\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập rèn luyện.

Bài 10. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int(2x-1)\cos x\mathrm{d}x$. **b).** $I=\int x^2\cos 2x\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I=\int \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\mathrm{d}x$.

b). $I=\int e^x \ln\left(e^x+1\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài12. Tìm các nguyên hàm sau:

a). $I_4=\int \frac{x^4}{\left(x^4-1\right)^3}dx$

b). $I=\int \ln^2 x dx$.

c). $I_5=\int \frac{x^8}{\left(x^4-1\right)^3}dx$

Lời giải

4.Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 31. (Sở GD và Đào Tạo Quãng Bình 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x.\sin 2x$ là:

A. $\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x$.

B. $\frac{-x}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$

C. $\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

D. $\frac{x}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x$.

Lời giải

Câu 32. **(Thuận Thành Bắc Ninh 2019)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\cos x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x\sin x-\cos x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=x\sin x+\cos x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-x\sin x+\cos x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-x\sin x-\cos x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 33. **(Sở GD và ĐT Lạng Sơn 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$.

Biết hàm số đã cho thỏa mãn hệ thức $\int f(x)\sin x dx=-f(x)\cos x+\int \pi^x\cos x dx$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x)=-\pi^x\ln\pi$. **B.** $f(x)=\dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$. **C.** $f(x)=\pi^x\ln\pi$. **D.** $f(x)=-\dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 34. **(Trường Thực Hành Cao Nguyên 2019)** Hàm số $f(x)=(x-1)e^x$ có một nguyên hàm $F(x)$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này bằng 1 khi $x=0$?

A. $F(x)=(x-1)e^x$. **B.** $F(x)=(x-1)e^x+1$. **C.** $F(x)=(x-2)e^x$. **D.** $F(x)=(x-2)e^x+3$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 35. **(Chuyên Trần Đại Nghĩa)** Giá trị của $I=\int\left(\dfrac{x^2-2}{x}\right)\ln x dx$ bằng

A. $I=2\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+c$.
B. $I=-\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+c$.
C. $I=\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+c$.
D. $I=\dfrac{\ln^2 x}{2}+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+c$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 36.(THPT Chuyên-Sơn La 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(1+\sin x)$ là

A. $\frac{x^2}{2}-x\sin x+\cos x+C$.

B. $\frac{x^2}{2}-x\cos x+\sin x+C$.

C. $\frac{x^2}{2}-x\cos x-\sin x+C$.

D. $\frac{x^2}{2}-x\sin x-\cos x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 37.(THPT Lý Nhân Tông) Một nguyên hàm $\int(x-2)\sin 3xdx=-\frac{(x-a)\cos 3x}{b}+\frac{1}{c}\sin 3x+2017$ thì tổng $S=a+b+c$ bằng

A. $S=3$ **B.** $S=15$ **C.** $S=10$ **D.** $S=14$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 38.(THPT Triệu Thái Vĩnh Phúc) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x(x+\cos 3x)$ là :

A. $x^3+x\sin 3x-\frac{\cos 3x}{3}+C$.

B. $x^3+x\sin 3x+\frac{\cos 3x}{3}+C$.

C. $x^3+x\sin 3x+\cos 3x+C$.

D. $x^3-x\sin 3x-\frac{\cos 3x}{3}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 39.(THPT Hải Hậu) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(1+2\sin x)$ là:

A. $x^2-(2x-2)\sin x+C$.

B. $x^2-2x\cos x+2\sin x+C$.

C. $\frac{1}{2}x^2+2x\cos x-2\sin x+C$.

D. $\frac{1}{2}x^2-2x\cos x+2\sin x+C$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 40.(Sở GD và Đào Tạo Quảng Nam) Biết $\int_1^2 x\ln(x^2+1)dx=a\ln 5+b\ln 2+c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=3$.

B. $P=0$.

C. $P=5$.

D. $P=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 41.(THPT TX Quãng Trị 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x}\ln x$ là

A. $2\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C$.

B. $\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C$.

C. $\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{2}+C$.

D. $\dfrac{\ln^2 x}{2}+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C$.

Lời giải

Câu 42.(Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+xe^x$ là

A. $\dfrac{1}{5}x^5+(x+1)e^x+C$. **B.** $\dfrac{1}{5}x^5+(x-1)e^x+C$. **C.** $\dfrac{1}{5}x^5+xe^x+C$. **D.** $4x^3+(x+1)e^x+C$.

Lời giải

Câu 43. (THPT Gia Lộc Hải-Dương 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x-1)e^x$ là

A. $(2x-3)e^x+C$. **B.** $(2x+3)e^x+C$. **C.** $(2x+1)e^x+C$. **D.** $(2x-1)e^x+C$.

Lời giải

Câu 44. (Cụm Trần Kim Hưng 2019) Tìm họ các nguyên hàm $\int x\left(1+\mathrm{e}^{2x}\right)\mathrm{d}x$

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}x.\mathrm{e}^{2x}+\frac{1}{4}\mathrm{e}^{2x}+C$.

B. $\frac{x^2}{2}+x.\mathrm{e}^{2x}-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$.

C. $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}x.\mathrm{e}^{2x}-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{2x}+C$.

D. $\frac{x^2}{2}+x.\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{2x}+C$.

Lời giải

Câu 45. (THPT Chuyên Quang Trung 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0)=0, f'(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

Họ nguyên hàm của hàm số $g(x)=4x.f(x)$ là

A. $\left(x^2+1\right)\ln\left(x^2\right)-x^2+C$.

B. $x^2\ln\left(x^2+1\right)-x^2$.

C. $\left(x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)-x^2+C$.

D. $\left(x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)-x^2$.

Lời giải

Câu 46. (THPT Chuyên Phan Bội Châu) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x.e^{2x}$ là

A. $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C$.

B. $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}(x-2)+C$.

C. $F(x)=2e^{2x}(x-2)+C$.

D. $F(x)=2e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C$.

Lời giải.

Câu 47. (THPT Chuyên Phan Bội Châu) Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln^2 x$ là

A. $\frac{1}{4}x^2\left(2\ln^2 x+2\ln x+1\right)+C$.
B. $\frac{1}{4}x^2\left(2\ln^2 x-2\ln x+1\right)+C$.
C. $\frac{1}{2}x^2\left(2\ln^2 x-2\ln x-1\right)+C$.
D. $\frac{1}{2}x^2\left(2\ln^2 x+2\ln x+1\right)+C$.

Lời giải

Câu 48. (THPT Chuyên Phan Bội Châu) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\left(e^{3x}-1\right)$ là:

A. $\frac{1}{9}(3x+1)e^{3x}-\frac{x^2}{2}+C$.
B. $\frac{1}{9}(3x-1)e^{3x}+\frac{x^2}{2}+C$.
C. $\frac{1}{9}(3x-1)e^{3x}-\frac{x^2}{2}+C$.
D. $\frac{1}{9}(3x+1)e^{3x}+\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Câu 49. (THPT Chuyên Sơn La 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x(\sin x+1)$ là

A. $x^2-2x\cos x+2\sin x+C$.
B. $x^2(x-\cos x)+C$.
C. $x^2+2x\cos x-2\sin x+C$.
D. $x^2-2x\cos x-2\sin x+C$.

Lời giải

Câu 50. (THPT Nguyễn-Đức Cảnh Thái Bình) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\left(e^x-\sin x\right)$ là

A. $(x-1)e^x+x\cos x-\sin x+C$.
B. $(x+1)e^x+x\cos x-\sin x+C$.
C. $(x-1)e^x+x\cos x+\sin x+C$.
D. $(x-1)e^x-x\cos x-\sin x+C$.

Lời giải

Câu 51. (THPT Hai Bà Trưng 2019)Cho biết $F(x)=\frac{1}{3}x^3+2x-\frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{\left(x^2+a\right)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x)=x\cos ax$.

A. $x\sin x-\cos x+C$.
B. $\frac{1}{2}x\sin 2x-\frac{1}{4}\cos 2x+C$.
C. $x\sin x+\cos x+C$.
D. $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$.

Lời giải

Câu 52. (THPT Hàm Rồng) Biết $\int x\cos 2x\,\mathrm{d}x=ax\sin 2x+b\cos 2x+C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính ab?

A. $ab=-\frac{1}{8}$.
B. $ab=\frac{1}{8}$.
C. $ab=\frac{1}{4}$.
D. $ab=-\frac{1}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 53.(THPT Nguyễn Huệ 2019) Cho hàm số $f(x)$, biết $f'(x)=xe^x+1$ và $f(0)=1$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. $e+1$. **B.** 2. **C.** $e+2$. **D.** 3.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 54. (Chuyên Thái Bình 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin 2x$ là:

A. $x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $x^2+2\cos 2x+C$. **C.** $x^2-\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $x^2-2\cos 2x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 55.(THPT Phúc Trạch Hà Tĩnh 2019) Tính $F(x)=\int xe^{\frac{x}{3}}dx$. Chọn kết quả đúng.

A. $F(x)=3(x-3)e^{\frac{x}{3}}+C$. **B.** $F(x)=(x+3)e^{\frac{x}{3}}+C$.

C. $F(x)=\frac{x-3}{3}e^{\frac{x}{3}}+C$. **D.** $F(x)=\frac{x+3}{3}e^{\frac{x}{3}}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 56. (Sở GD và Đào Tạo Phú Thọ) Họ nguyên hàm của hàm số $y=3x(x+\cos x)$ là:

A. $x^3+3(x\sin x+\cos x)+c$. **B.** $x^3-3(x\sin x+\cos x)+c$.

C. $x^3+3(x\sin x-\cos x)+c$. **D.** $x^3-3(x\sin x-\cos x)+c$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 57. **(Chuyên Nguyễn Du-Đăk Lăk)** Cho $F(x)=\frac{x^2\ln x}{a}-\frac{x^2}{b}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln x$, trong đó a,b là các hằng số thực. Giá trị $3a-b$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 58. **(Sở GD và Đào Tạo Phú Thọ 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\left(2-\mathrm{e}^{3x}\right)$ là

A. $x^2-\frac{1}{9}\mathrm{e}^{3x}(3x+1)+C$. **B.** $x^2+\frac{1}{9}\mathrm{e}^{2x}(x+1)+C$.

C. $2x^2-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{2x}(x-1)+C$. **D.** $x^2-\frac{1}{9}\mathrm{e}^{3x}(3x-1)+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 59. **(Tạp Chí Toán Học)** Tìm họ nguyên hàm $F(x)=\int\left(x^2-x+1\right)e^x dx$.

A. $F(x)=\left(x^2-3\right)e^x+C$ **B.** $F(x)=\left(x^2+x+4\right)e^x+C$

C. $F(x)=\left(x^2+3x-4\right)e^x+C$ **D.** $F(x)=\left(x^2-3x+4\right)e^x+C$

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 60. (Chuyên Hùng Vương Bình Phước) Cho $F(x)=-\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{5x^5}+C$.

B. $\int f'(x)\ln x dx=-\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

D. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^3}-\frac{1}{5x^5}+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 61.(THPT Chuyên Hà Tĩnh) Cho hàm số $y=e^x\sin x$. Họ nguyên hàm của hàm số trên là

A. $\frac{1}{2}e^x\cos x+\frac{1}{2}e^x\sin x+C$.

B. $-\frac{1}{2}e^x\cos x-\frac{1}{2}e^x\sin x+C$.

C. $\frac{1}{2}e^x\cos x-\frac{1}{2}e^x\sin x+C$.

D. $-\frac{1}{2}e^x\cos x+\frac{1}{2}e^x\sin x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 62. (Sở GD và ĐT Hà Nam) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x+3)\ln x$ là

A. $(x^2+3x)\ln x+\frac{x^2}{2}-3x+C$.

B. $(x^2+3x)\ln x-\frac{x^2}{2}-3x+C$.

C. $(x^2+3x)\ln x-\frac{x^2}{2}+3x+C$.

D. $(x^2+3x)\ln x+\frac{x^2}{2}+3x+C$.

Lời giải

Câu 63.(Sở GD và ĐT Phú Thọ) Họ nguyên hàm của hàm số $y=3x\left(x+\cos x\right)$ là

A. $x^3+3\left(x\sin x+\cos x\right)+C$.
B. $x^3-3\left(x\sin x+\cos x\right)+C$.
C. $x^3+3\left(x\sin x-\cos x\right)+C$.
D. $x^3-3\left(x\sin x-\cos x\right)+C$.

Lời giải

Câu 64.(Chuyên ĐH Vinh) Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x}{\sin^2 x}$ trên khoảng $x\in(0;\pi)$

A. $-x\cot x+\ln(\sin x)+C$
B. $-x\cot x-\ln(\sin x)+C$
C. $x\cot x+\ln(\sin x)+C$
D. $-x\cot x-\ln(\sin x)+C$

Lời giải

Câu 65.(Chuyên ĐH Vinh) Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\cos^2 x}$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A. $F\ x\ =x\tan x+\ln\ \cos x\ +C.$
B. $F\ x\ =-x\tan x+\ln\ \cos x\ +C.$
C. $F\ x\ =x\tan x-\ln\ \cos x\ +C.$
D. $F\ x\ =x\tan x-\ln\left|\cos x\right|+C.$

Lời giải

Câu 66.(THPT Ngô Quyền Hà Nội) Cho $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^{2x}$. Khi đó $\int f'(x).e^{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-x^2+2x+C$. **B.** $-x^2+x+C$. **C.** $2x^2-2x+C$. **D.** $-2x^2+2x+C$.

Lời giải

Câu 67. (Chuyên ĐH Vinh) Tìm một nguyên hàm của hàm số $x\tan^2 x$ trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\int x\tan^2 x\,\mathrm{d}x=x\tan x+\ln|\cos x|-\frac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int x\tan^2 x\,\mathrm{d}x=x\tan x-\ln|\cos x|-\frac{x^2}{2}+C$.

C. $\int x\tan^2 x\,\mathrm{d}x=x\tan x+\ln|\cos x|+\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int x\tan^2 x\,\mathrm{d}x=-x\tan x+\ln|\cos x|-\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Câu 68.(THPT Nguyễn Khuyến) Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\ln(x+3)}{x^2}$ thỏa mãn $F(-2)+F(1)=0$ và $F(-1)+F(2)=a\ln 2+b\ln 5$, với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+6b$ bằng

A. -4. **B.** 5. **C.** 0. **D.** -3.

Lời giải

Câu 69.(Trung Tâm Thanh Tường) Họ nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{\left(2x^2+x\right)\ln x+1}{x}$ là

A. $\left(x^2+x+1\right)\ln x-\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

B. $\left(x^2+x-1\right)\ln x+\dfrac{x^2}{2}-x+C$.

C. $\left(x^2+x+1\right)\ln x-\dfrac{x^2}{2}-x+C$.

D. $\left(x^2+x-1\right)\ln x-\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

Lời giải

Câu 70.(THPT Lê Qúy Đôn) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x(2+\ln x)$ là

A. $\frac{3}{2}x^2+x^2\ln x$. **B.** $\frac{3}{2}x^2+x^2\ln x+C$. **C.** $\frac{5}{2}x^2+x^2\ln x$. **D.** $\frac{5}{2}x^2+x^2\ln x+C$.

Lời giải

Câu 70.(THPT Chuyên Quốc Học-Huế 2018) Cho a là số thực dương. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(\ln(ax)+\frac{1}{x}\right)$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{a}\right)=0$ và $F(2018)=e^{2018}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $a\in\left(\frac{1}{2018};1\right)$. **B.** $a\in\left(0;\frac{1}{2018}\right]$. **C.** $a\in[1;2018)$. **D.** $a\in[2018;+\infty)$.

Lời giải

Câu 71. (THPT Gia Lộc 2019) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ thoả mãn $f'(x)=\dfrac{3x-1}{x+2}$, $f(0)=1$ và $f(-4)=2$. Giá trị của biểu thức $f(2)+f(-3)$ bằng

A. 12. **B.** $\ln 2$. **C.** $10+\ln 2$. **D.** $3-20\ln 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 3. Phương pháp lấy nguyên hàm hai vế (Tích phân hàm ẩn).

1. Phương pháp chung.

Khi gặp nguyên hàm của hàm $f(x)$ và cho dưới dạng hàm $f'(x)$ như: $f'(x)+p(x).f^n(x)=0$ hoặc $f'(x).f^n(x)=p(x)$ hoặc $u(x)f'(x)+u'(x)f(x)=h(x)$ hoặc $f'(x)+f(x)=h(x)$ hoặc $f'(x)-f(x)=h(x)$ thì ta nghĩ đến kỹ thuật lấy nguyên hàm hai vế.

Loại 1. $f'(x)+p(x).f^n(x)=0$ (thương)

2. Phương pháp.

Bước 1. Chia hai vế của biểu thức cho $f^n(x)$ ta được $\dfrac{f'(x)}{f^n(x)}+p(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{f'(x)}{f^n(x)}=-p(x)$

Bước 2. Lấy nguyên hàm hai vế ta được $\int\dfrac{f'(x)}{f^n(x)}\mathrm{d}x=-\int p(x)\mathrm{d}x$.

Bước 3. Đặt $t=f(x)\Rightarrow dt=f'(x)dx$

Bước 4. Tìm nguyên hàm $\int\dfrac{dt}{t^n}=-\int p(x)\mathrm{d}x$ theo biến t rồi trả lại biến x.

3. Bài tập minh họa.

Câu 72. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai) Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x)>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)-2f(x)=0$. Tính $f(-1)$ biết rằng $f(1)=1$.

A. e^{-4}. **B.** e^{3}. **C.** e^{4}. **D.** e^{-2}.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 73.(THQG 2018) Cho hàm số $f'(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{25}$ và $f'(x)=4x^3.\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng?

A. $\frac{-41}{100}$. **B.** $\frac{-1}{10}$. **C.** $\frac{-391}{400}$. **D.** $\frac{-1}{40}$.

Lời giải

Câu 74.(Đề Chính Thức 2018) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{5}$ và $f'(x)=x^3\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{4}{35}$. **B.** $-\frac{71}{20}$. **C.** $-\frac{79}{20}$. **D.** $-\frac{4}{5}$.

Lời giải

Câu 75.(THPT Lê Xoay 2018) Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=1$, $f(x)=f'(x).\sqrt{3x+1}$, với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2<f(5)<3$. **B.** $1<f(5)<2$. **C.** $4<f(5)<5$. **D.** $3<f(5)<4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 76.(Đề Chính Thức 2018) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{2}{9}$ và $f'(x)=2x\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{35}{36}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{19}{36}$. **D.** $-\frac{2}{15}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 77.(THPT Đặng Thúc Hứa) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định, liên tục trên đoạn $[0;1]$ đồng thời thỏa mãn các điều kiện $f'(0)=-1$ và $\left[f'(x)\right]^2=f''(x)$. Đặt $T=f(1)-f(0)$, hãy chọn khẳng định đúng?

A. $-2\le T<-1$. **B.** $-1\le T<0$. **C.** $0\le T<1$. **D.** $1\le T<2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 78. (THPT Yên Định 2018) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=1$ và $\dfrac{f'(x)}{f(x)}=2-2x$. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m>e$. **B.** $0<m\le 1$. **C.** $0<m<e$. **D.** $1<m<e$.

Lời giải

Câu 79. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0;-1\}$, thỏa mãn $x(x+1).f'(x)+f(x)=x^2+x$ với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\{0;-1\}$ và $f(1)=-2\ln 2$. Biết $f(2)=a+b\ln 3$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$, tính $P=a^2+b^2$.

A. $P=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P=\dfrac{3}{4}$. **C.** $P=\dfrac{13}{4}$. **D.** $P=\dfrac{9}{2}$.

Lời giải.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên $[0;3]$, thỏa $f(x).f'(x)=2x\sqrt{f^2(x)+1}$ với mọi $x\in[0;3]$ và $f(0)=0$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{11}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 81. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, thỏa $f(x).f'(x)=\cos x\sqrt{1+f^2(x)}$ với mọi $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ và $f(0)=\sqrt{3}$. Giá trị của $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 82. (THPT Lý Thường Kiệt Hà Nội) Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=1, f(x)=f'(x)\sqrt{3x+1}$ với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $4<f(5)<5$. **B.** $1<f(5)<2$. **C.** $3<f(5)<4$. **D.** $2<f(5)<3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 83.(THPT Thuận Thành) Cho hàm số $f(x)\neq 0$; $f'(x)=(2x+1).f^2(x)$ và $f(1)=-0,5$.

Biết tổng $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(2017)=\frac{a}{b}$; $(a\in\mathbb{Z};b\in\mathbb{N})$ với $\frac{a}{b}$ tối giản. Chọn khẳng định đúng.

A. $\frac{a}{b}<-1$. **B.** $a-b=1$. **C.** $b-a=4035$. **D.** $a+b=-1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 84. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$, biết $f'(x)+(2x+3)f^2(x)=0$, $f(x)>0$ với mọi $x>0$ và $f(1)=\frac{1}{6}$. Tính $P=1+f(1)+f(2)+...+f(2018)$.

A. $P=\frac{1009}{2020}$. **B.** $P=\frac{2019}{2020}$. **C.** $P=\frac{3029}{2020}$. **D.** $P=\frac{4039}{2020}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 85.(THPT Quỳnh Lưu) Cho hàm số $f(x)\neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x)=(2x+3)f^2(x)$ và $f(0)=-\frac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(2017)+f(2018)=\frac{a}{b}$ với $(a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{N}^*)$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\frac{a}{b}<-1$. **B.** $\frac{a}{b}>1$. **C.** $a+b=1010$. **D.** $b-a=3029$.

Lời giải

Câu 86.(THPT Yên Phong) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f(x)+1}$ và $f(x)>-1$, $f(0)=0$. Tính $f(\sqrt{3})$.

A. $\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Câu 87.(THPT Hoàng Hoa Thám-2018) Cho hàm số $f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $f(0)=\sqrt{3}$ và $f(x).f'(x)=\cos x.\sqrt{1+f^2(x)}$, $\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $m=\frac{\sqrt{21}}{2}$, $M=2\sqrt{2}$. **B.** $m=\frac{5}{2}$, $M=3$. **C.** $m=\frac{\sqrt{5}}{2}$, $M=\sqrt{3}$. **D.** $m=\sqrt{3}$, $M=2\sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 88.(THPT Kinh Môn 2018) Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục, dương trên $\mathbb{R}$; thỏa mãn $f(0)=1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{x}{x^2+1}$. Khi đó hiệu $T=f\left(2\sqrt{2}\right)-2f(1)$ thuộc khoảng

A. $(2;3)$ **B.** $(7;9)$. **C.** $(0;1)$ **D.** $(9;12)$

Lời giải

Câu 89.(Nguyễn Tất Thành Yên Bái) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$, biết $f'(x)+(2x+1)f^2(x)=0$, $\forall x>0$ và $f(2)=\frac{1}{6}$. Tính giá trị của biểu thức $P=f(1)+f(2)+...+f(2019)$.

A. $\frac{2021}{2020}$. **B.** $\frac{2020}{2019}$. **C.** $\frac{2019}{2020}$. **D.** $\frac{2018}{2019}$.

Lời giải

Câu 90.(THPT Chuyên Thái Bình) Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$; $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(3)=\frac{2}{3}$ và $\left[f'(x)\right]^2=(x+1).f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $2613<f^2(8)<2614$. **B.** $2614<f^2(8)<2615$.

C. $2618<f^2(8)<2619$. **D.** $2616<f^2(8)<2617$.

Lời giải

Câu 91. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(2)=\frac{1}{15}$ và $f'(x)+(2x+4)f^2(x)=0$. Tính $f(1)+f(2)+f(3)$.

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{11}{15}$. **C.** $\frac{11}{30}$. **D.** $\frac{7}{30}$.

Lời giải

Loại 2. $f'(x).f^n(x)=p(x)$ (tích)

1. Phương pháp.

Bước 1. Lấy nguyên hàm hai vế ta được $\int f^n(x).f'(x)\mathrm{d}x=-\int p(x)\mathrm{d}x$.

Bước 2. Đặt $t=f(x)\Rightarrow dt=f'(x)dx$

Bước 3. Tìm nguyên hàm $\int t^n\mathrm{d}t=-\int p(x)\mathrm{d}x$ theo biến t rồi trả lại biến x.

2. Bài tập minh họa.

Câu 92. (THPT Đoàn Thượng) Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x).f(x)=x^4+x^2$. Biết $f(0)=2$. Tính $f^2(2)$.

A. $f^2(2)=\frac{313}{15}$. **B.** $f^2(2)=\frac{332}{15}$. **C.** $f^2(2)=\frac{324}{15}$. **D.** $f^2(2)=\frac{323}{15}$.

Lời giải

Câu 93. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f(x)f'(x)=3x^5+6x^2$. Biết rằng $f(0)=2$, tính $f^2(2)$.

A. $f^2(2)=64$. **B.** $f^2(2)=81$. **C.** $f^2(2)=100$. **D.** $f^2(2)=144$.

Lời giải.

Câu 94. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên $[1;+\infty)$, thỏa $f(1)=0$, $e^{2f(x)}.\left[f'(x)\right]^2=4x^2-4x+1$ với mọi $x\in[1;+\infty)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $-1<f'(4)<0$. **B.** $0<f'(4)<1$. **C.** $1<f'(4)<2$. **D.** $2<f'(4)<3$.

Lời giải.

Câu 95. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[-1;0]$, đồng thời thỏa mãn điều kiện $f'(x)=\left(3x^2+2x\right)e^{-f(x)}$, $\forall x\in[-1;0]$. Tính $A=f(0)-f(-1)$.

A. $A=-1$. **B.** $A=\dfrac{1}{e}$. **C.** $A=1$. **D.** $A=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Loại 3. Sử dụng đạo hàm của tích khi biểu thức có dạng

$$u(x)f'(x)+u'(x)f(x)=h(x) \text{ hoặc } \frac{u(x)f'(x)-u'(x)f(x)}{f^2(x)}=h(x)$$

1. Phương pháp.

Bước 1. Biến đổi biểu thức về dạng $u(x)f'(x)+u'(x)f(x)=h(x)\Leftrightarrow [u(x)f(x)]'=h(x)$

Bước 2. Khi đó lấy nguyên hàm hai vế $[u(x)f(x)]'=h(x)\Leftrightarrow \int [u(x)f(x)]'dx=\int h(x)dx$

$$\Leftrightarrow u(x)f(x)=\int h(x)\mathrm{d}x$$

Bước 3. Tìm hàm $f(x)$.

Chú ý: $\frac{u(x)f'(x)-u'(x)f(x)}{f^2(x)}=h(x)\Leftrightarrow \left[\frac{u(x)}{f(x)}\right]'=h(x)$

2. Bài tập minh họa.

Câu 96.(Sở Ninh Bình 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1)=3$ và $x(4-f'(x))=f(x)-1$ với mọi $x>0$. Tính $f(2)$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 97.(Đặng Thành Nam) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f'(x)+\frac{f(x)}{x}=x^2$ và $f(1)=-1$. Giá trị của $f\left(\frac{3}{2}\right)$ bằng

A. $\frac{1}{96}$. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** $\frac{1}{48}$. **D.** $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Câu 98.(Chuyên Đại Học Vinh) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left(f'(x)\right)^2+f(x).f''(x)=15x^4+12x$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=f'(0)=1$ Giá trị của $f^2(1)$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Câu 99.(Cầu Giấy Hà Nội 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x)-f(x)=x^2\sqrt{x}\cos x,\ \forall x\in(0;+\infty);\ f(4\pi)=0$. Giá trị biểu thức $f(9\pi)$ là:

A. 0. **B.** $-3\sqrt{\pi}$. **C.** $-\sqrt{\pi}$. **D.** $-2\sqrt{\pi}$.

Lời giải

Câu 100.(THPT Chuyên ĐH Vinh 2018) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$ thỏa mãn $f(1)=4$ và $f(x)=xf'(x)-2x^3-3x^2$. Tính $f(2)$

A. 5. **B.** 20. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 101.(KHTN Hà Nội Lần 3) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$ thỏa mãn $f''(x)f(x)+\frac{[f(x)]^2}{\sqrt{(2x+1)^3}}=[f'(x)]^2$ và $f(x)>0$ với mọi $x\in[0;4]$. Biết rằng $f'(0)=f(0)=1$, giá trị của $f(4)$ bằng

A. e^2. **B.** $2e$. **C.** e^3. **D.** e^2+1.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Loại 4. $f'(x)+u(x).f(x)=h(x)$ (thương)

1. Phương pháp.

Bước 1. Nhân hai vế của biểu thức với $e^{\int p(x)dx}$ ta được $f'(x)e^{\int u(x)dx}+u(x).e^{\int u(x)dx}.f(x)=e^{\int u(x)dx}h(x)$

$$\Leftrightarrow\left[f(x)e^{\int u(x)dx}\right]'=e^{\int u(x)dx}h(x)$$

Bước 2. Từ đó suy ra $f(x)e^{\int u(x)dx}=\int e^{\int u(x)dx}h(x)dx$

Bước 3. Tìm nguyên hàm để tìm hàm số $f(x)$.

Đặt biệt:

① $f'(x)+f(x)=h(x)\Leftrightarrow e^x.f'(x)+e^x.f(x)=e^x.h(x)\Leftrightarrow\left[e^x.f(x)\right]'=e^x.h(x)$ (*nhân với* e^x)

② $f'(x)-f(x)=h(x)\Leftrightarrow e^{-x}.f'(x)+e^{-x}.f(x)=e^{-x}.h(x)\Leftrightarrow\left[e^{-x}.f(x)\right]'=e^{-x}.h(x)$ (*nhân với* e^{-x}

2. Bài tập minh họa.

Câu 102. (Chuyên ĐH Vinh) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=\mathrm{e}^{-x},\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)\mathrm{e}^{2x}$ là

A. $(x-2)\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^x+C$. **B.** $(x+2)\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+C$. **C.** $(x-1)\mathrm{e}^x+C$. **D.** $(x+1)\mathrm{e}^x+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 103. (Chuyên ĐH Vinh) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)+2xf(x)=2xe^{-x^2}$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Tất cả các nguyên hàm của $x.f(x)\mathrm{e}^{x^2}$ là

A. $(x^2+1)^2+C$. **B.** $\frac{1}{2}(x^2+1)^2e^{-x^2}+C$. **C.** $(x^2+1)^2e^{-x^2}+C$. **D.** $\frac{1}{2}(x^2+1)^2+C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 104.(Chuyên Thái Bình) Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Tính $f(1)$.

A. $\frac{2}{e}$. **B.** $\frac{1}{e}$. **C.** e. **D.** $\frac{e}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 105. Biết rằng xe^x là một nguyên hàm của $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)e^x$ thỏa mãn $F(0)=1$, giá trị của $F(-1)$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{5-e}{2}$. **C.** $\frac{7-e}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

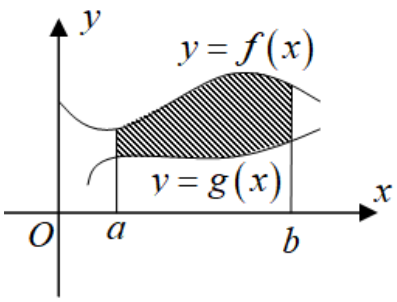
BÀI 3 . TÍCH PHÂN

0 ĐẶT VẤN ĐỀ:

Nếu cần tính diện tích một hình phẳng được bao bởi các đoạn thẳng ta chỉ việc chia hình phẳng đó thành các hình quen thuộc như hình tam giác, hình vuông, hình chữ nhật... là những hình đã biết cách tính diện tích.

Nhưng bây giờ ta cần tính diện tích hình phẳng mà đường bao của nó là các đoạn cong. Người ta cũng chia hình phẳng đó thành các hình nhỏ hơn, chúng bao gồm một số hình chữ nhật, hình tam giác... và các hình thang cong.

Tích phân giúp ta tính diện tích hình thang cong đó.



A. LÝ THUYẾT

I. ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH TÍCH PHÂN CƠ BẢN.

1. Định nghĩa

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên K và a, b là hai số bất kì thuộc K. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì hiệu số $F(b)-F(a)$ được gọi là tích phân của $f(x)$ từ a đến b và kí hiệu là $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$.

Ví dụ 1. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^1 \left(x^3+x+1\right)\mathrm{d}x$.

b). $I=\int_{-2}^2 x(x-3)\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^1 \left(x^3+x\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$.

b). $I=\int_1^2 \left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_1^2\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)\mathrm{d}x$.

b). $I=\int_1^e\left(x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+x^2\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^1\frac{7x^2-x-5}{x+1}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int_0^1\frac{2x^2-5x+4}{x^2-4x+4}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Tính chất

① Tích phân tại một giá trị xác định của biến số thì bằng 0, tức là $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

② Đổi cận thì đổi dấu, tức là $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

③ Hằng số trong tích phân có thể đưa ra ngoài dấu tích phân, tức là

$\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x=k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số).

④ Tích phân một tổng bằng tổng các tích phân, tức là

$\int_a^b\left[f(x)\pm g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\pm\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

⑤ Tách đôi tích phân, tức là $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Chú ý: Tích phân $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ chỉ phụ thuộc vào hàm f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào biến số x, tức là $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Ví dụ 5. Cho biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -4$, $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 6$ và $\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x = 8$. Hãy tính

a). $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x$.

b). $\int_1^2 3f(x)\mathrm{d}x$.

c). $\int_1^5 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

d). $\int_1^5 [4f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

II. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

1. Phương pháp đổi biến số loại 1

Giả sử cần tính $I = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ ta thực hiện các bước sau

Bước 1. Đặt $x = u(t)$ (với $u(t)$ là hàm có đạo hàm liên tục trên $[\alpha;\beta]$, $f[u(t)]$ xác định trên $[\alpha;\beta]$ và $u(\alpha)=a$, $u(\beta)=b$) và xác định α, β.

Bước 2. Thay vào, ta có $I = \int_\alpha^\beta f[u(t)].u'(t)\mathrm{d}t = \int_\alpha^\beta g(t)\mathrm{d}t = G(t)\Big|_\alpha^\beta = G(\beta)-G(\alpha)$.

Một số dạng thường dùng phương pháp đổi biến số loại 1

Dấu hiệu	Cách chọn
$\sqrt{a^2-x^2}$	$\begin{cases} x = \lvert a\rvert\sin t & t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \\ x = \lvert a\rvert\cos t & t\in[0;\pi] \end{cases}$

$\sqrt{x^2-a^2}$	$\left[\begin{array}{ll} x=\dfrac{\lvert a\rvert}{\sin t} & t\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]\backslash\{0\} \\ x=\dfrac{\lvert a\rvert}{\cos t} & t\in[0,\pi]\backslash\left\{\dfrac{\pi}{2}\right\} \end{array}\right.$
x^2+a^2	$x=\lvert a\rvert\tan t \quad t\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$

Ví dụ 6. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^{\sqrt{8}}\sqrt{16-x^2}\,dx.$ **b).** $I=\int_1^{\sqrt{3}}\dfrac{1}{x^2\sqrt{4-x^2}}\,dx.$

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. Phương pháp đổi biến số loại 2.

Tương tự như tìm nguyên hàm, ta có thể tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số (ta gọi là loại 2) như sau:

Để tính tích phân $I=\int_a^b f(x)\,dx$ nếu $f(x)=g[u(x)].u'(x)$, ta thực hiện phép đổi biến như sau:

Bước 1. Đặt $t=u(x)\Rightarrow dt=u'(x)dx$. **Đổi cận**: $\begin{cases} x=a\Rightarrow t=u(a) \\ x=b\Rightarrow t=u(b)\end{cases}$.

Bước 2. Thay vào ta có $I=\int_{u(a)}^{u(b)} g(t)\,dt=G(t)\Big|_{u(a)}^{u(b)}$.

Ví dụ 7. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int_0^3 \frac{x^2}{(x+1)^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Phương pháp tích phân từng phần

a).Phương pháp: Cho hai hàm số u và v liên tục trên $[a;b]$ và có đạo hàm liên tục trên $[a;b]$.

Khi đó: $$\int_a^b u\mathrm{d}v=uv\Big|_a^b-\int_a^b v\mathrm{d}u.$$

Một số tích phân các hàm số dễ phát hiện u và $\mathrm{d}v$

Dạng 1	$\int_\alpha^\beta f(x)\ln[g(x)]\mathrm{d}x$	Đặt $\begin{cases}u=\ln[g(x)]\\ \mathrm{d}v=f(x)\mathrm{d}x\end{cases}$
Dạng 2	$\int_\alpha^\beta f(x)\begin{bmatrix}\sin ax\\ \cos ax\\ e^{ax}\end{bmatrix}\mathrm{d}x$	Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=\begin{bmatrix}\sin ax\\ \cos ax\\ e^{ax}\end{bmatrix}\mathrm{d}x\end{cases}$
Dạng 3	$\int_\alpha^\beta e^{ax}\begin{bmatrix}\sin ax\\ \cos ax\end{bmatrix}\mathrm{d}x$	Đặt $\begin{cases}u=\begin{bmatrix}\sin ax\\ \cos ax\end{bmatrix}\\ \mathrm{d}v=e^{ax}\mathrm{d}x\end{cases}$

Ưu tiên đặt u theo quy tắc "***nhất log, nhì đa, tam lượng, tứ mũ***" . Tức là trong hàm số dưới dấu tích phân hợp bởi 2 trong 4 hàm số trên thì ta đặt u theo thứ tự ưu tiên như trên, còn lại thì đặt là $\mathrm{d}v$.

Ví dụ 8. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_1^2 \frac{\ln x}{x^3}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int_0^1 (x+1)e^x\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA

DẠNG 1. Tính tích phân cơ bản.

1. Phương pháp.

Đê tích một tích phân bản ta tiến hành hai bước.

Bước 1. Tính nguyên hàm dựa vào các kỹ thuật tìm nguyên hàm.

Bước 2. Áp dụng công thức tính tích phân $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tính các tích phân sau:

a). $I = \int\limits_0^1 e^{3-2x}dx$.

b). $I = \int\limits_0^1 \left(e^x + x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài tập 2. Tính các tích phân sau:

a). $I = \int\limits_0^{\ln 2} \dfrac{e^{2x+1}+1}{e^x}\mathrm{d}x$.

b). $I = \int\limits_0^1 \dfrac{\left(2^x\right)^2 - 9}{e^x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

Bài tập 3. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\left(2\sin x+3\cos x+x\right)\mathrm{d}x$.

b). $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\left[2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+3^{x-1}\right]\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 3x\cos 2x\mathrm{d}x$.

b). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\cos 2x\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 5. Tìm nghiệm x thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\int_0^x \left(2\sin^2 t-1\right)\mathrm{d}t=-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Bài tập 6. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_1^{e^2}\frac{7x-2\sqrt{x}-5}{x}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int_1^{\frac{22}{3}}\sqrt[3]{3x+5}\mathrm{d}x$.

Lời giải

3. Bài tập minh họa.

Bài 1. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(1+\cos x+2\cos^2 x\right)\mathrm{d}x$.

b). $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin 3x\cos x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài 2. Cho $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int\limits_1^3 g(x)\mathrm{d}x=3$. Hãy tính

a). $A=\int\limits_1^3\left[3f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x.$ b). $B=\int\limits_1^3\left[5-4f(x)\right]\mathrm{d}x.$

Lời giả

Bài 3. Tìm b nếu biết rằng $\int\limits_0^b(2x-4)\mathrm{d}x=0.$

Lời giải

Bài 4. Tìm nghiệm x thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$ thỏa mãn $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{x}\frac{\cos 2t}{\sin t+\cos t}\mathrm{d}t=\cos 2x-\sqrt{2}.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức đô 1. Nhận biết.

Câu 1.(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh) Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^b xf(x)\mathrm{d}x=x\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^a kf(x)\mathrm{d}x=0$.

D. $\int_a^b[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 2. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $\int_a^b[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_c^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^c f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 3.(THPT Trần Phú Đà Nẵng) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

B. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 4.(Chuyên Quốc Học–Huế 2018) Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $c\in[a;b]$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

A. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x=\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.
B. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^c f(x)\mathrm{d}x=\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.
C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x=\int_c^c f(x)\mathrm{d}x$.
D. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_c^a f(x)\mathrm{d}x=\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 5.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu) Giả sử f là hàm số liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số bất kỳ trên khoảng K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^a f(x)dx=1$.
B. $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$.
C. $\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx,\ c\in(a;b)$.
D. $\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(t)dt$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 6.(THPT Trần Phú 2018) Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $\int_a^b\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.
B. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_c^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^c f(x)\mathrm{d}x$.
C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.
D. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 7.(TT Diệu Hiền Cần Thơ) Cho $I=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $J=\int_0^2\left[4f(x)-3\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 2.
B. 6.
C. 8.
D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 8.(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ) Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 9.(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$ và $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P = 7$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 10$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 10.(THPT Ninh Giang-Hải Dương) Giả sử $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x = 37$ và $\int_9^0 g(x)\mathrm{d}x = 16$.

Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I = 26$. **B.** $I = 58$. **C.** $I = 143$. **D.** $I = 122$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 11.(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên) Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$, $f(-1) = 3$ và $\int_{-1}^3 f'(x)\mathrm{d}x = 10$ giá trị của $f(3)$ bằng

A. -13. **B.** -7. **C.** 13. **D.** 7.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 12.(THPT Kinh Môn-Hải Dương) Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2;3]$ đồng thời $f(2) = 2$, $f(3) = 5$. Tính $\int_2^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 7. **C.** 10 **D.** 3.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 13.(THPT Hồng Bàng) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;4]$, $f(4) = 2018$, $\int_{-1}^4 f'(x)\mathrm{d}x = 2017$. Tính $f(-1)$?

A. $f(-1) = -1$. **B.** $f(-1) = 1$. **C.** $f(-1) = 3$. **D.** $f(-1) = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 14.(Sở GD & ĐT Cần Thơ) Biết $\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x=-2$; $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=3$; $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=7$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_4^8 f(x)\mathrm{d}x=1$.

B. $\int_1^4\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=10$.

C. $\int_4^8 f(x)\mathrm{d}x=-5$.

D. $\int_1^4\left[4f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=-2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 15.(Chuyên Lam Sơn) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$.

B. $I=12$.

C. $I=36$.

D. $I=4$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 16.(THPT Ngọc Tảo - Hà Nội) Cho $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=7$ và $f(b)=5$. Khi đó $f(a)$ bằng

A. 12.

B. 0.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 17.(Sở GD Và ĐT Vĩnh Phúc- 2018) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)-f(0)=2$. Tính tích phân $\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-1$.

B. $I=1$.

C. $I=2$.

D. $I=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 18.(THPT Hải Hậu -2018) Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1;3]$, thỏa mãn: $\int_1^3\left[f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x=10$ và $\int_1^3\left[2f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int_1^3\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$

A. $I=8$.

B. $I=9$.

C. $I=6$.

D. $I=7$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19.(THPT Kinh Môn) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$ và $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P = 7$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 10$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 20.(SGD Đồng Tháp-2018) Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$.

A. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -3$. **B.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 7$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 1$. **D.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 21.(SGD Đồng Tháp-2018) Cho biết $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = -2$.

Tính tích phân $I = \int_0^2 \left[2x + f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I = 18$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = 11$. **D.** $I = 3$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 22.(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương) Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x}$ bằng?

A. $\cot\frac{\pi}{3} - \cot\frac{\pi}{4}$. **B.** $\cot\frac{\pi}{3} + \cot\frac{\pi}{4}$. **C.** $-\cot\frac{\pi}{3} + \cot\frac{\pi}{4}$. **D.** $-\cot\frac{\pi}{3} - \cot\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 23.(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam) Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = a + b\sqrt{3}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $T = 2a + 6b$.

A. $T = 3$. **B.** $T = -1$ **C.** $T = -4$. **D.** $T = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 24.(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam) Tính $I = \int\limits_0^1 \mathrm{e}^{3x}.\mathrm{d}x$.

A. $I = \mathrm{e}^3 - 1$. **B.** $I = \mathrm{e} - 1$. **C.** $\frac{\mathrm{e}^3 - 1}{3}$. **D.** $I = \mathrm{e}^3 + \frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 25.(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi) Tính tích phân: $I = \int\limits_1^2 \frac{x+1}{x}\mathrm{d}x$.

A. $I = 1 - \ln 2$. **B.** $I = 2\ln 2$. **C.** $I = 1 + \ln 2$. **D.** $I = \frac{7}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 26.(THPT Chuyên Thái Bình) Tính $I = \int\limits_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$.

A. $2 + \ln\sqrt{3}$. **B.** $4 + \ln 3$. **C.** $2 + \ln 3$. **D.** $1 + \ln\sqrt{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 27.(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh) Tính tích phân $\int\limits_0^{\pi} \sin 3x dx$.

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 28.(Chuyên Đồng Bằng Sông cửu Long) Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{\pi}{4}$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=0$. **D.** $I=1$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 29.(THPT Thuận Thành 2) $\int_{-3}^{0}\frac{1}{1-x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $2\ln 2-1$. **C.** $\ln 2$. **D.** $2\ln 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 30.(THPT Trần Phú–Đà Nẵng) Tích phân $I=\int_0^{2018}2^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $2^{2018}-1$. **B.** $\frac{2^{2018}-1}{\ln 2}$. **C.** $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$. **D.** 2^{2018}.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 31.Tích phân $\int_{-1}^{0}\frac{1}{\sqrt{1-2x}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $1-\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}-1$. **C.** $\sqrt{3}+1$. **D.** $-\sqrt{3}-1$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 32.(Sở GD-ĐT Gia Lai -2018) Tính tích phân $I=\int_0^{1}\frac{\mathrm{d}x}{3-2x}$

A. $-\frac{1}{2}\ln 3$. **B.** $-\ln 3$. **C.** $\frac{1}{2}\ln 3$. **D.** $\frac{1}{2}\log 3$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 33.(Chuyên Hà Tĩnh-2018) Tích phân $\int_0^1 e^{-x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $e-1$. **B.** $\frac{1}{e}-1$. **C.** $\frac{e-1}{e}$. **D.** $\frac{1}{e}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 34.(Đặng Thúc Hứa-2018) Tính tích phân $I=\int_1^e \frac{1+x}{x^2}\mathrm{d}x$.

A. $I=1+\frac{1}{\mathrm{e}}$. **B.** $I=2-\frac{1}{\mathrm{e}}$. **C.** $I=2+\frac{1}{\mathrm{e}}$. **D.** $I=1-\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 35.(Đề Chính Thức 2018) $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

A. $2\ln\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{1}{2}\ln 35$. **C.** $\ln\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 36.(THPT Tây Thụy An –Thái Bình) Cho $\int_1^2\left[3f(x)+2g(x)\right]\mathrm{d}x=1$, $\int_1^2\left[2f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=-3$. Khi đó, $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{11}{7}$. **B.** $-\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{16}{7}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 37.(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2;3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2;3)$. Tính $I=\int_{-1}^2\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$, biết $F(-1)=1$ và $F(2)=4$.

A. $I=6$. **B.** $I=10$. **C.** $I=3$. **D.** $I=9$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 38.(THPT Bình Xuyên-2018) Nếu $\int_0^{10} f(z)\mathrm{d}z = 17$ và $\int_0^{8} f(t)\mathrm{d}t = 12$ thì $\int_8^{10} -3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -15. **B.** 29. **C.** 15. **D.** 5.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, nếu $\int_a^d f(x)\mathrm{d}x = 5$ và $\int_b^d f(x)\mathrm{d}x = 2$ (với $a < d < b$) thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ bằng.

A. 3. **B.** 7. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 10.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 40.(Chuyên Thoại Ngọc Hầu) Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ. Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 5$; $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = 7$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 10$. **B.** $\int_{-1}^{1} [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = 10$.

C. $\int_{-1}^{1} [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = 10$. **D.** $\int_{-1}^{1} g(x)\mathrm{d}x = 14$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 41.(Sở GD&ĐT Bắc Giang) Cho $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^{1} [2f(x)-1]\mathrm{d}x$.

A. -9 **B.** -3 **C.** 3 **D.** 5

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 42.(Sở GD&ĐT Bắc Giang) Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 \,dx$ bằng

A. 61 **B.** $\frac{61}{3}$ **C.** 4 **D.** $\frac{61}{9}$

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 43.(THPT Chuyên Quốc Học Huế) Tính tích phân $I = \int_0^1 x^{2018}(1+x)\,dx$

A. $I = \frac{1}{2018} + \frac{1}{2019}$. **B.** $I = \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}$. **C.** $I = \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020}$. **D.** $I = \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}$

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 44.(Sở GD VÀ ĐT Hà Nam-2018) Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)dx$ bằng.

A. $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. **B.** $1-\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\sqrt{2}-1$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 45.(Chuyên Lê Hồng Phong-2018) Kết quả của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1-\sin x)\,dx$ được viết ở dạng $\pi\left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b}\right) - 1$ $a, b \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $a+2b=8$. **B.** $a+b=5$. **C.** $2a-3b=2$. **D.** $a-b=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 46.(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ) Tìm các số a, b để hàm số $f(x)=a\sin(\pi x)+b$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$.

A. $a=\frac{\pi}{2}$, $b=2$. **B.** $a=-\frac{\pi}{2}$, $b=2$. **C.** $a=-\pi$, $b=2$. **D.** $a=\pi$, $b=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 47.(THPT Chuyên Đại Học Vinh) Cho tích phân $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0}\cos 2x\cos 4x\mathrm{d}x=a+b\sqrt{3}$, trong đó a, b là các hằng số hữu tỉ. Tính $\mathrm{e}^a+\log_2|b|$.

A. -2. **B.** -3. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 0.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 48.(THPT Tây Thụy Anh–Thái Bình) Tính $I=\int 8\sin 3x\cos x\mathrm{d}x=a\cos 4x+b\cos 2x+C$. Khi đó, $a-b$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 49.(Chuyên Thái Nguyên-2018) Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(4x-1+\cos x)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{\pi}{a}-\frac{1}{b}\right)+c$, $(a,b,c\in\mathbb{Q})$. Tính $a-b+c$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** -2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 50.(Sở GD&ĐT Bình Phước) Giá trị nào của b để $\int_1^b(2x-6)\mathrm{d}x=0$?

A. $b=0$ hoặc $b=3$. **B.** $b=0$ hoặc $b=1$ **C.** $b=5$ hoặc $b=0$. **D.** $b=1$ hoặc $b=5$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 51.(PTNK-TP HCM) Cho $I=\int_0^2\left(2x^2-x-m\right)\mathrm{d}x$ và $J=\int_0^1\left(x^2-2mx\right)\mathrm{d}x$. Tìm điều kiện của m để $I\le J$.

A. $m\ge 3$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\ge 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 52.(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa) Đặt $I=\int_1^2\left(2mx+1\right)\mathrm{d}x$ (m là tham số thực). Tìm m để $I=4$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 53.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu) Có bao nhiêu giá trị của a để $\int_0^a\left(2x+5\right)\mathrm{d}x=a-4$

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 54.(THPT Chuyên Thái Bình) Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}3x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 4-x & \text{khi } 1\le x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{7}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 55.(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai) Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x+1} & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 2x-1 & \text{khi } 1\le x\le 3\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $6+\ln 4$. **B.** $4+\ln 4$. **C.** $6+\ln 2$. **D.** $2+2\ln 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 56.(THPT Chuyên Lương Thế Vinh) Cho hàm số $f(x)=\dfrac{a}{x^2}+\dfrac{b}{x}+2$, với a, b là các số hữu tỉ thỏa điều kiện $\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)\mathrm{d}x=2-3\ln 2$. Tính $T=a+b$.

A. $T=-1$. **B.** $T=2$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 57.(Chuyên Lê Hồng Phong-2018) Biết $\int_3^5 \dfrac{x^2+x+1}{x+1}\mathrm{d}x=a+\ln\dfrac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S=a-2b$.

A. $S=-2$. **B.** $S=5$. **C.** $S=2$. **D.** $S=10$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 58.(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng) Giả sử rằng $\int_{-1}^{0} \dfrac{3x^2+5x-1}{x-2}\mathrm{d}x=a\ln\dfrac{2}{3}+b$. Khi đó, giá trị của $a+2b$ là

A. 30. **B.** 60. **C.** 50. **D.** 40.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 59.(Sở GD-ĐT Trà Vinh 2018) Biết $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{1}\frac{x-5}{2x+2}\mathrm{d}x=a+\ln b$ với a, b là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ab=\frac{8}{81}$. **B.** $a+b=\frac{7}{24}$. **C.** $ab=\frac{9}{8}$. **D.** $a+b=\frac{3}{10}$.

Lời giải

Câu 60. Cho $\int\limits_{0}^{1}\frac{2x+3}{2-x}\mathrm{d}x=a\ln 2+b$ (a và b là các số nguyên). Khi đó giá trị của a là

A. -7. **B.** 7. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Câu 61.(Chuyên Thái Bình-2018) Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\left(\frac{1}{2x+1}+3\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$.

A. $2+\ln\sqrt{3}$. **B.** $4+\ln 3$. **C.** $2+\ln 3$. **D.** $1+\ln\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 62.(THPT Trần Nhân Tông) Cho $\int\limits_{0}^{1}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx=a\ln 2+b\ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a+b=2$. **B.** $a-2b=0$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a+2b=0$.

Lời giải

Câu 63.(THPT Ninh Giang-Hải Dương) Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x}\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 2\,(a,b\in Z)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=0$. **B.** $2a-b=0$. **C.** $a-b=0$. **D.** $a+b=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 64.(THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội) Tích phân $I=\int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1}\mathrm{d}x = a\ln b + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 65.(Tạp Chí Toán Học số 6) Biết $\int_0^1 \frac{x^3+2x^2+3}{x+2}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}+b\ln\frac{3}{2}\ (a,b>0)$ tìm các giá trị của k để $\int_8^{ab}\mathrm{d}x < \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(k^2+1)x+2017}{x+2018}$.

A. $k<0$. **B.** $k\neq 0$. **C.** $k>0$. **D.** $k\in\mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 66.(Sở GD & ĐT Cần Thơ) Nếu $\int_2^3 \frac{x+2}{2x^2-3x+1}\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 3 + 3\ln 2\ \ (a,b\in\mathbb{Q})$ thì giá trị của $P=2a-b$ là

A. $P=1$. **B.** $P=7$. **C.** $P=-\frac{15}{2}$. **D.** $P=\frac{15}{2}$.

Lời giải

Câu 67.(Sở GD-ĐT Phú Thọ) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x^2+x^4}$, $f(1)=a$, $f(-2)=b$. Giá trị của biểu thức $f(-1)-f(2)$ bằng

A. $b-a$. **B.** $a+b$. **C.** $a-b$. **D.** $-a-b$.

Lời giải

Câu 68.(Sở GD -ĐT Hậu Giang) Tính tích phân $I=\int_0^1 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2-9}$.

A. $I=\dfrac{1}{6}\ln\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{6}\ln\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=\dfrac{1}{6}\ln 2$. **D.** $I=\ln\sqrt[6]{2}$.

Lời giải

Câu 69.(THPT Hải Hậu A-2018) Cho $\int_2^3 \dfrac{x+8}{x^2+x-2}\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 5$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+b=3$. **B.** $a-2b=11$. **C.** $a-b=5$. **D.** $a+2b=11$.

Lời giải

Câu 70.(THPT Chuyên Hùng Vương) Biết $\int_0^3 \frac{\mathrm{d}x}{(x+2)(x+4)} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 7$, $(a,b,c \in \mathbb{Q})$. Giá trị của biểu thức $2a+3b-c$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 71.(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh) Tích phân $\int_0^2 \min\left\{x^2, 3x-2\right\}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-2}{3}$. **B.** $\frac{11}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{17}{6}$.

Lời giải

Câu 72.(Toán Học) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số k để có $\int_1^k (2x-1)\mathrm{d}x = 4\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$.

A. $\left[\begin{array}{l} k=1 \\ k=2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} k=1 \\ k=-2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} k=-1 \\ k=-2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} k=-1 \\ k=2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Câu 73.(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0;3]$ và thỏa mãn $I=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=4$. Khi đó giá trị của tích phân $K=\int_0^3\left(e^{1+\ln(f(x))}+4\right)\mathrm{d}x$ là:

A. $4+12\mathrm{e}$. **B.** $12+4\mathrm{e}$. **C.** $3\mathrm{e}+14$. **D.** $14+3\mathrm{e}$.

Lời giải

Câu 74.(THPT Trần Quốc Tuấn) Biết $\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left(3+4\sin^2 x\right)\mathrm{d}x=\frac{a\pi}{b}-\frac{c\sqrt{3}}{6}$, trong đó a,b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b+c$.

A. 8. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

Câu 75.(THPT Chuyên Thái Bình) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=\frac{1}{1+\sin 2x}$ với $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{-\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$, biết $F(0)=1;\ F(\pi)=0$. Tính $P=F\left(-\frac{\pi}{12}\right)-F\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.

A. $P=2-\sqrt{3}$. **B.** $P=0$. **C.** Không tồn tại P. **D.** $P=1$.

Lời giải

Câu 76.(Sở GD&ĐT Bình Phước) Biết rằng $I=\int_3^4 \frac{x^2-x+2}{x+\sqrt{x-2}}\mathrm{d}x=\frac{a-4\sqrt{b}}{c}$. Với a, b, c là số nguyên dương. Tính $a+b+c$.

A. 39. **B.** 27. **C.** 33. **D.** 41.

Lời giải

Câu 77.(THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An) Biết rằng $\int_2^3 \frac{x^2-x+1}{x+\sqrt{x-1}}\mathrm{d}x=\frac{a-4\sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $T=a+b+c$.

A. 31. **B.** 29. **C.** 33. **D.** 27.

Lời giải

Câu 78.(THPT Chuyên Lương Thế Vinh) Biết $\int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x}+\frac{\sqrt{x}+e^x}{\sqrt{x}e^{2x}}}dx = a+e^b-e^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-3$. **B.** $T=3$. **C.** $T=-4$. **D.** $T=-5$.

Lời giải

Câu 79.(Tạp chí THTT–Tháng 4) Cho hàm số $g(x)=\int_x^{x^2}\frac{1}{\ln t}dt$ với $x>0$. Đạo hàm của $g(x)$ là

A. $g'(x)=\frac{x-1}{\ln x}$. **B.** $g'(x)=\frac{1-x}{\ln x}$. **C.** $g'(x)=\frac{1}{\ln x}$. **D.** $g'(x)=\ln x$.

Lời giải

Câu 80.(THPT Chuyên Hùng Vương) Xác định số thực dương m để tích phân $\int_0^m (x-x^2)dx$ có giá trị lớn nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$

Lời giải

Câu 81.(Sở GD & ĐT Cần Thơ) Cho M, N là các số thực, xét hàm số $f(x)=M.\sin \pi x+N.\cos \pi x$ thỏa mãn $f(1)=3$ và $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{\pi}$. Giá trị của $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ bằng

A. $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$. **B.** $-\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$. **C.** $-\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 82.(Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Biết $\int\limits_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{4x^2-4x+1}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$, với a, b là các số nguyên thuộc khoảng $(-7;3)$ thì a và b là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $2x^2-x-1=0$. **B.** $x^2+4x-12=0$. **C.** $x^2-5x+6=0$. **D.** $x^2-9=0$.

Lời giải

Câu 83.(THPT Can Lộc-2018) Biết rằng hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ thỏa mãn $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\frac{7}{2}$, $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\frac{13}{2}$ (với a, b, $c\in\mathbb{R}$). Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.

A. $P=-\frac{3}{4}$. **B.** $P=-\frac{4}{3}$. **C.** $P=\frac{4}{3}$. **D.** $P=\frac{3}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 84.(Chuyên Ngữ Hà Nội-2018) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=|1+x|-|1-x|$ trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1)=3$. Tính tổng $F(0)+F(2)+F(-3)$.

A. 8. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 10.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 85.(SGD Bắc Giang - 2018) Cho $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{1}\frac{x}{3x+\sqrt{9x^2-1}}\mathrm{d}x=a+b\sqrt{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó, giá trị của a là:

A. $-\frac{26}{27}$. **B.** $\frac{26}{27}$. **C.** $\frac{27}{26}$. **D.** $-\frac{25}{27}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 86.(THPT Thuận Thành 2–Bắc Ninh) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương n thỏa mãn $\int\limits_{0}^{2}\left(1-n^2+2x+3x^2+4x^3+...+nx^{n-1}\right)\mathrm{d}x=-2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

.....

.....

DẠNG 2. Phương Pháp đổi biến loại 1.

1. Phương pháp.

Để tích một số tích phân có dạng .

① $\sqrt{a^2-x^2}$ Cách đặt $\left[\begin{array}{ll} x=|a|\sin t & t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]. \\ x=|a|\cos t & t\in[0;\pi] \end{array}\right.$

② $\sqrt{x^2-a^2}$ Cách đặt $\left[\begin{array}{ll} x=\dfrac{|a|}{\sin t} & t\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\backslash\{0\} \\ x=\dfrac{|a|}{\cos t} & t\in[0,\pi]\backslash\left\{\frac{\pi}{2}\right\} \end{array}\right.$.

③ x^2+a^2 Cách đặt $x=|a|\tan t \quad t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 7. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_{-1}^{2}\sqrt{5+4x-x^2}\,dx.$ b). $I=\int_{0}^{2}x\sqrt{2x-x^2}\,dx.$

Lời giải

Bài tập 8. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{\sqrt{3}}^{3}\frac{1}{x^2+3}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}.$

Lời giải

Bài tập 9. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{1}^{\sqrt{3}}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1+x^2}}.$

b). $I=\int\limits_{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}^{\frac{3}{\sqrt{2}}}\frac{\sqrt{9+2x^2}}{x^2}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 10. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{2}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2-1}}$.

b). $I=\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{x^2-1}}{x^3}\mathrm{d}x$.

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng.

Câu 87. (THPT Kim Liên-HN) Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{2}{\sqrt{4-x^2}}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $x=2\sin t$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=2\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}t$.

B. $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\mathrm{d}t$.

C. $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}t$.

D. $I=2\int\limits_{0}^{1}\mathrm{d}t$.

Lời giải

Câu 88.(ĐHKH Huế) Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$ cho (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,(a,b>0)$ và đường tròn $(C):x^2+y^2=7$. Để diện tích elip (E) gấp 7 lần diện tích hình tròn (C) khi đó.

A. $ab=7\sqrt{7}$. **B.** $ab=49$. **C.** $ab=\sqrt{7}$. **D.** $ab=7$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 89. (Gang Thép Thái Nguyên) Cho tích phân $I=\int_0^{2\sqrt{2}}\sqrt{16-x^2}\mathrm{d}x$ và $x=4\sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I=8\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\cos 2t)\mathrm{d}t$. **B.** $I=16\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2 t\mathrm{d}t$ **C.** $I=8\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1-\cos 2t)\mathrm{d}t$. **D.** $I=-16\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 t\mathrm{d}t$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 90.(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh) Khi đổi biến $x=\sqrt{3}\tan t$, tích phân $I=\int_0^1\frac{\mathrm{d}x}{x^2+3}$ trở thành tích phân nào?

A. $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{3}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{d}t$ **C.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{3}t\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1}{t}\mathrm{d}t$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 91.(Chuyên Lê Hồng Phong –Nam Định) Giá trị của $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx = \frac{a}{b}\pi$ trong đó $a,\ b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = ab$.

A. $T = 35$. **B.** $T = 24$. **C.** $T = 12$. **D.** $T = 36$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 92.(THPT Ngọc Tảo HN-2018) Biết rằng $\int_{-1}^{1} \sqrt{4-x^2}\,dx = \frac{2\pi}{3} + a$. Khi đó a bằng:

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 93.(Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Đổi biến $x = 2\sin t$ thì tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành

A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t\,dt$. **B.** $\int_0^{\frac{\pi}{3}} t\,dt$. **C.** $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$. **D.** $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 3. Phương Pháp đổi biến loại 2.

1. Dấu hiệu.

Khi hàm $f(x)$ là hàm hợp có dạng tổng quát $f(x)=g\left[u(x)\right].u'(x)$. Một số dạng thường gặp:

① Căn thức $\sqrt{f\left[u(x)\right]}.u'(x)$ hoặc $\dfrac{u'(x)}{\sqrt{f\left[u(x)\right]}}$.

② Lũy thừa $f^n(x).f'(x)$

③ Lôgarít $\dfrac{\ln^n x}{x}$.

2. Phương pháp.

Để tính tích phân $I=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$ nếu $f(x)=g\left[u(x)\right].u'(x)$, ta thực hiện phép đổi biến như sau:

Bước 1. Đặt $t=u(x)\Rightarrow \mathrm{d}t=u'(x)\mathrm{d}x$. **Đổi cận:** $\begin{cases} x=a\Rightarrow t=u(a) \\ x=b\Rightarrow t=u(b) \end{cases}$.

Bước 2. Thay vào ta có $I=\int\limits_{u(a)}^{u(b)} g(t)\mathrm{d}t=G(t)\Big|_{u(a)}^{u(b)}$.

3. Bài tập minh họa.

Bài tập 7. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_0^1 x\sqrt{2-x^2}\mathrm{d}x$.

b). $I=\int\limits_0^2 x\sqrt{\left(x^2+4\right)^3}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài tập 8. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{4x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int_0^1\frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+19}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 9. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^1 x^3\sqrt{2-x^2}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int_0^2\sqrt{x^3+1}x^5\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 10. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}\frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_0^{\sqrt{7}}\frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_0^{3}\frac{x^2+1}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}\frac{x^5+2x^3}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 12. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_{\sqrt{7}}^{4}\frac{1}{x\sqrt{x^2+9}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int_{1}^{2}\frac{1}{x\sqrt{1+x^3}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 13. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_{1}^{2}\frac{x}{1+\sqrt{x-1}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int_{0}^{4}\frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 14. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{2}^{6}\dfrac{\mathrm{d}x}{2x+1+\sqrt{4x+1}}$.

b). $I=\int\limits_{5}^{10}\dfrac{\mathrm{d}x}{x-2\sqrt{x-1}}$.

Lời giải

Bài tập 15. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{x^3\mathrm{d}x}{x+\sqrt{x^2+1}}$.

b). $I=\int\limits_{3}^{5}\sqrt{x^2-9}\left(1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-9}}\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Bài tập 16. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\left(1+\sin^2 x\right)^3\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cos x\left(1+\cos x\right)^2\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 17. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x.\cos x}{1+\cos x}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 18. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 19. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x+4\sin^2 x}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x+\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 20. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\ln x}{x\left(\ln x+2\right)^{2}}\mathrm{d}x.$ **b).** $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\ln x}{x\left(\ln^{2}x+1\right)}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 21. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\sqrt{1+3\ln x}\ \ln x}{x}\mathrm{d}x.$ **b).** $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\ln x\ \sqrt[3]{2+\ln^{2}x}}{x}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 22. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\sin\left(\ln x\right)}{x}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 23. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\log_3 x}{x}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{0}^{1}xe^{x^2}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 24. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}e^{\sin x}\cos x\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}e^{\sin^2 x}\sin 2x\,\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 25. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\sqrt{e^x-1}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{\ln 2}^{\ln 5}\frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

4.Câu hỏi trắc nghiệm.

Loại 1. Đổi biến hàm căn thức.

Cậu 94.(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương) Kết quả của $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}}dx$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Cậu 95.(THPT Chuyên ĐH Vinh) Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Câu 96.(THPT Trần Hưng Đạo) Tính tích phân $I=\int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $I=\frac{2}{9}t^3\Big|_1^2$. **B.** $I=\frac{2}{3}\int_1^2 t\mathrm{d}t$. **C.** $I=\frac{2}{3}\int_1^2 t^2\mathrm{d}t$. **D.** $I=\frac{14}{9}$.

Lời giải

Câu 97. (THPT Chuyên ĐH KHTN) Với cách đổi biến $u=\sqrt{1+3\ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}}\mathrm{d}x$ trở thành

A. $\frac{2}{3}\int_1^2 \left(u^2-1\right)\mathrm{d}u$. **B.** $\frac{2}{9}\int_1^2 \left(u^2-1\right)\mathrm{d}u$. **C.** $2\int_1^2 \left(u^2-1\right)\mathrm{d}u$. **D.** $\frac{2}{9}\int_1^2 \frac{u^2-1}{u}\mathrm{d}u$.

Lời giải

Câu 98.(THPT Ninh Giang) Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\int_0^x \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}\mathrm{d}t>0$ (ẩn x) là:

A. $\left(-\infty;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;+\infty\right)\setminus\{0\}$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

Câu 99. (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị) Cho biết $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}}\mathrm{d}x = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản. Tính $m-7n$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 91.

Lời giải

Câu 100. (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng) Tính tích phân $\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I = a\ln 3 + b\ln 5$. Giá trị $a^2+ab+3b^2$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Câu 101. (THPT Hồng Bàng Hải Phòng) Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$ nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì I là

A. $I = \int_1^2 \left(2t^2 - t\right)\mathrm{d}t$. **B.** $I = \int_1^2 \left(2t^2 + 2t\right)\mathrm{d}t$. **C.** $I = \int_1^2 \left(2t^2 - 2t\right)\mathrm{d}t$. **D.** $I = \int_1^2 \left(t^2 - 2t\right)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Câu 102. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu) Biết $\int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x}\mathrm{d}x = \frac{a-b\sqrt{c}}{3}$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $c<4$. Tính giá trị $S = a+b+c$.

A. $S=13$. **B.** $S=28$. **C.** $S=25$. **D.** $S=16$.

Lời giải

Câu 103.(SGD Nam Định) Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}}dx = a+b\ln 2+c\ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2$. **D.** $T=1$.

Lời giải

Câu 104.(Chuyên KHTN -2018) Cho $\int_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}dx = \frac{a}{3}+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Câu 105. (Chuyên KHTN) Với cách đổi biến $u=\sqrt{1+3\ln x}$ thì tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}}dx$ trở thành

A. $\frac{2}{3}\int_1^2 (u^2-1)du$. **B.** $\frac{2}{9}\int_1^2 (u^2-1)du$. **C.** $2\int_1^2 (u^2-1)du$. **D.** $\frac{2}{9}\int_1^2 \frac{u^2-1}{u}du$.

Lời giải

Câu 106. (Chuyên Thái Bình) Biết $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{5x^2+4}} = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và phân thức $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

A. $T = 13$. **B.** $T = 26$. **C.** $T = 29$. **D.** $T = 34$.

Lời giải

Câu 107. (TH Tuổi Trẻ) Giả sử a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $\int_0^4 \frac{2x^2+4x+1}{\sqrt{2x+1}}dx = \frac{1}{2}\int_1^3 \left(au^4 + bu^2 + c\right)du$, trong đó $u = \sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S = a + b + c$.

A. $S = 3$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 2$.

Lời giải

Câu 108. (THPT NEWTON Hà Nội-2018) Cho $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}dx = a - \sqrt{b} + \ln\frac{c+\sqrt{d}}{\sqrt{e}}$ với c nguyên dương và a, b, c, d, e là các số nguyên tố. Giá trị của biểu thức $a + b + c + d + e$ bằng.

A. 14. **B.** 17. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải

Câu 109. (THPT Yên Định) Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}}\mathrm{d}x$ thành $\int_1^2 f(t)\mathrm{d}t$ với $t=\sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $f(t)=2t^2-2t$. **B.** $f(t)=t^2+t$. **C.** $f(t)=2t^2+2t$. **D.** $f(t)=t^2-t$.

Lời giải

Câu 110. (SGD Đồng Tháp) Cho $\int_1^e \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x}\mathrm{d}x=\frac{a-b\sqrt{3}}{3}$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a-2b=12$. **B.** $ab=24$. **C.** $a-b=10$. **D.** $a+b=10$.

Lời giải

Câu 111. (THPT Lê Qúy Đôn -2018) Cho biết $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}}\mathrm{d}x=\frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản. Tính $m-7n$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 91.

Lời giải

Câu 112.(THPT Chuyên KHTN) Cho $\int\limits_0^3 \frac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\frac{a}{3}+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Câu 113.(THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị) Cho $\int\limits_0^3 \mathrm{e}^{\sqrt{x+1}}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}}=a.\mathrm{e}^2+b.\mathrm{e}+c$. Với a, b, c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Câu 114.(THTT) Giả sử a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $\int\limits_0^4 \frac{2x^2+4x+1}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 \left(au^4+bu^2+c\right)\mathrm{d}u$, trong đó $u=\sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S=a+b+c$.

A. $S=3$. **B.** $S=0$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Câu 115. (THPT Lê Xoay-Vĩnh Phúc) Cho tích phân $I=\int\limits_0^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{3+\sqrt{2x+1}}=a+b\ln\dfrac{2}{3}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=3$. **B.** $a-b=5$. **C.** $a+b=5$. **D.** $a+b=3$.

Lời giải

Câu 116. (THPT Sơn Tây-2018) Biết $\int\limits_1^{\sqrt{3}} \dfrac{\mathrm{d}x}{1+x+\sqrt{1+x^2}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{2}+c+\dfrac{1}{2}\ln\left(3\sqrt{2}-3\right)$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $P=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 117.(THPT Quãng Xương) Giả sử $\int\limits_1^2 \dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x^4}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{c}\left(a\sqrt{a}-\dfrac{b}{b+c}\sqrt{b}\right)$ với $a,b,c\in\mathbb{N}$; $1\le a,b,c\le 9$. Tính giá trị của biểu thức C_{2a+c}^{b-a}.

A. 165. **B.** 715. **C.** 5456. **D.** 35.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 118. (THPT Phan Châu Trinh) Biết $\int\limits_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+1}+(x+1)\sqrt{x}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}-\sqrt{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=44$. **B.** $P=42$. **C.** $P=46$. **D.** $P=48$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 119.(SGD Bắc Ninh) Biết $\int\limits_1^2 \left(\sqrt[3]{x-\frac{1}{x^2}}+2\sqrt[3]{\frac{1}{x^8}-\frac{1}{x^{11}}}\right)\mathrm{d}x = \frac{a}{b}\sqrt[3]{c}$, với a,b,c nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản và $c<a$. Tính $S=a+b+c$

A. $S=51$. **B.** $S=67$. **C.** $S=39$. **D.** $S=75$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 120.(THTT Số 2-485 tháng 11) Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Tính $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = 1$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = \frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 121.(Đề Chính Thức 2018) Cho $\int_5^{21} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+4}} = a\ln 3 + b\ln 5 + c\ln 7$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=-2c$. **B.** $a+b=c$. **C.** $a-b=-c$. **D.** $a-b=-2c$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 122.(THPT Chuyên Trần Phú) Biết $\int_1^2 \frac{x}{3x+\sqrt{9x^2-1}}\mathrm{d}x = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$ với a, b, c là các số hữu tỷ, tính $P = a + 2b + c - 7$.

A. $-\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{86}{27}$. **C.** -2. **D.** $\frac{67}{27}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 123. Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m sao cho $\int_0^m xe^{\sqrt{x^2+1}}dx = 2^{500}.e^{\sqrt{m^2+1}}$.

A. $m = 2^{250}\sqrt{2^{500}-2}$. **B.** $m = \sqrt{2^{1000}+1}$. **C.** $m = 2^{250}\sqrt{2^{500}+2}$. **D.** $m = \sqrt{2^{1000}-1}$.

Lời giải

Loại 2. Đổi biến hàm lượng giác.

Câu 124. (THPT Hồng Quang-Hải Dương) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin x\, dx$ bằng cách đặt $t = \cos x$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $I = \int_0^1 t^4 dt$. **B.** $I = -\int_0^1 t^4 dt$. **C.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^4 dt$. **D.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^3 dt$.

Lời giải

Câu 125. (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$.

A. $I = \frac{5}{2}$. **B.** $I = \frac{3}{2}$. **C.** $I = \frac{\pi}{3} + \frac{9}{20}$. **D.** $I = \frac{9}{4}$.

Lời giải

Câu 126.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn) Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. $\int_0^1 \sin(1-x)\,dx = \int_0^1 \sin x\,dx$.

B. $\int_0^1 \cos(1-x)\,dx = -\int_0^1 \cos x\,dx$.

C. $\int_0^{\pi} \cos\frac{x}{2}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$.

D. $\int_0^{\pi} \sin\frac{x}{2}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$.

Lời giải

Câu 127.(ĐHQG TPHCM) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa điều kiện $f(x)+f(-x)=2\sin x$.

Tính $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Câu 128.(THPT Đặng Thúc Hứa) Cho $\int_0^1 f(2x+1)\,dx = 12$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin^2 x)\sin 2x\,dx = 3$. Tính $\int_0^3 f(x)\,dx$.

A. 26. **B.** 22. **C.** 27. **D.** 15.

Lời giải

Câu 129.(SGD Đồng Tháp) Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin^2 x}{\cos^4 x}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=\tan x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}u^2\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int\limits_0^{2}\frac{1}{u^2}\mathrm{d}u$. **C.** $I=-\int\limits_0^{1}u^2\mathrm{d}u$. **D.** $I=\int\limits_0^{1}u^2\mathrm{d}u$.

Lời giải

Câu 130.(Toán học Tuổi Trẻ) Cho tích phân $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0}\cos 2x\cos 4x\mathrm{d}x=a+b\sqrt{3}$, trong đó a,b là các hằng số hữu tỉ. Tính $e^a+\log_2|b|$.

A. -2. **B.** -3. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 0.

Lời giải

Câu 131.(THTT Số 3-486) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(\tan x)=\cos^4 x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int\limits_0^{1}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi+2}{8}$. **B.** 1. **C.** $\frac{2+\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Câu 132.(THPT Kinh Môn-Hải Dương) Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5\sin x + 6}\mathrm{d}x = a\ln\frac{4}{c} + b$, tính $S = a + b + c$.

A. $S = 1$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 0$.

Lời giải

Câu 133. (Chuyên KHTN-2018) Có bao nhiêu giá trị của tham số m trong khoảng $(0;6\pi)$ thỏa mãn $\int\limits_0^m \frac{\sin x}{5 + 4\cos x}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$?

A. 6 **B.** 12. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Câu 134.(Trần Kỳ Phong) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\cos x\mathrm{d}x = 2$. Tính $I = \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 10$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 135.(Sở GD-ĐT Phú Thọ-2018) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4\cos 2x + 3\sin 2x)\ln(\cos x + 2\sin x)\mathrm{d}x = c\ln 2 - \frac{a}{b}$, trong đó a, b, $c \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 9$. **B.** $T = -11$. **C.** $T = 5$. **D.** $T = 7$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 136.(Sở GD ĐT Cần Thơ) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x.\cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$

A. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x+\frac{1}{15}$.

B. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.

C. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{1}{15}$.

D. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x-\frac{4}{15}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 137. (Sở GD-ĐT Thanh Hóa) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot x.f\left(\sin^2 x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{16}\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{x}\mathrm{d}x=1$. Tính tích phân $\int\limits_{\frac{1}{8}}^{1}\frac{f(4x)}{x}\mathrm{d}x$.

` **A.** $I=3$.

B. $I=\frac{3}{2}$.

C. $I=2$.

D. $I=\frac{5}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 138. (Sở GD-ĐT Thanh Hóa) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \ln(\tan x+1)\mathrm{d}x = a\pi + b\ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $T = \frac{1}{a}+\frac{1}{b}-c$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=6$. **D.** $T=-4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 139. (THPT Hồng Lĩnh Hà Tĩnh) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^{16} \frac{16 f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 6$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\cos x\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-2$. **B.** $I=6$. **C.** $I=9$. **D.** $I=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 140. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu) Cho f là hàm số liên tục thỏa $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 7$.

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(\sin x)\mathrm{d}x$.

A. 1. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 141. (Chuyên Hạ Long-2018) Giá trị $I=\int\limits_{\frac{1}{\sqrt[3]{6}}}^{\frac{9}{\sqrt[3]{4}}}x^2\sin\left(\pi x^3\right)\mathrm{e}^{\cos\left(\pi x^3\right)}\mathrm{d}x$ gần bằng số nào nhất trong các số sau đây:

A. $0,046$. **B.** $0,036$. **C.** $0,037$. **D.** $0,038$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Loại 4. Đổi biến một số tích phân đặc biệt.

Câu 142.(Cụm 5 Chuyên Đồng Bằng Sông cửu Long) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a,b]$. Giả sử hàm số $u=u(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a,b]$ và $u(x)\in[\alpha,\beta]\ \forall x\in[a,b]$, hơn nữa $f(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha,\beta]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng? $x=a$

A. $\int\limits_a^b f\left[u(x)\right]u'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(u)\mathrm{d}u$.

B. $\int\limits_{u(a)}^{u(b)} f\left[u(x)\right]u'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(u)\mathrm{d}u$.

C. $\int\limits_a^b f\left[u(x)\right]u'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{u(a)}^{u(b)} f(u)\mathrm{d}u$.

D. $\int\limits_a^b f\left[u(x)\right]u'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}u$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 143.(THPT Chuyên ĐHSP –Hà Nội) Cho số dương a và hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f(-x)=a$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $2a^2$. **B.** a. **C.** a^2. **D.** $2a$.

Lời giải

Câu 144.(Sở GD & ĐT Cần Thơ) Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=a,\ (a\in\mathbb{R})$.

Tích phân $I=\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $I=\frac{1}{2}a+1$. **B.** $I=2a+1$. **C.** $I=2a$. **D.** $I=\frac{1}{2}a$.

Lời giải

Câu 145.(THPT Chuyên Hùng Vương) Cho $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=16$. Tính $\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$

A. 16. **B.** 4. **C.** 32. **D.** 8.

Lời giải

Câu 146.(THPT Chuyên Lam Sơn) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x)\mathrm{d}x=9$.

Tính tích phân $\int_0^2\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$.

A. 27. **B.** 21. **C.** 15. **D.** 75.

Lời giải

Câu 147.(THPT Chuyên Tiền Giang) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 x.f\left(x^2\right)\mathrm{d}x=2$, hãy tính $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=\frac{1}{2}$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Câu 148. Biết $\int_{-1}^{11} f(x)\mathrm{d}x=18$. Tính $I=\int_0^2 x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=7$. **C.** $I=8$ **D.** $I=10$.

Lời giải

Câu 149.(THPT Chuyên Lương Thế Vinh) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=8$. Tính $I=\int_0^{\sqrt{2}} xf\left(x^2\right)\mathrm{d}x$

A. 4. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 32.

Lời giải

Câu 150.(THPT Trần Nhân Tông) Cho $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=36$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Câu 151.(SGD Nam Định) Biết $\int\limits_{e}^{e^4} f\left(\ln x\right)\frac{1}{x}\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=16$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Câu 152.(Chuyên Phan Bội Châu-2018) Cho $\int\limits_{1}^{2} f\left(x^2+1\right)x\mathrm{d}x=2$. Khi đó $I=\int\limits_{2}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4.

Lời giải

Câu 153. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa) Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{-5}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $\int\limits_{0}^{2}\left[f\left(1-3x\right)+9\right]\mathrm{d}x$.

A. 27. **B.** 21. **C.** 15. **D.** 75.

Lời giải

Câu 154. (SGD Đồng Tháp) Cho biết $\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x=8$. Tính tích phân $I=\int\limits_{4}^{12} f\left(\frac{x}{4}\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=12$. **B.** $I=2$. **C.** $I=32$. **D.** $I=3$.

Lời giải

Câu 155. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn) Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_{0}^{2018} f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$. Khi đó tích phân $\int\limits_{0}^{\sqrt{e^{2018}-1}} \frac{x}{x^2+1} f\left(\ln\left(x^2+1\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 156.(Chuyên Biên Hòa - Hà Nam) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2)=-2;\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=1$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^4 f'\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-10$. **B.** $I=-5$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-18$.

Lời giải

Câu 157.(THPT Trần Phú Hà Tĩnh) Biết $\int\limits_{-1}^{11} f(x)\mathrm{d}x=18$. Tính $I=\int\limits_0^2 x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=7$. **C.** $I=8$ **D.** $I=10$.

Lời giải

Câu 158.(THPT Chuyên Thái Bình) Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^3+2x^2-x+1,\forall x\in\mathbb{R}$.

Tính $\int\limits_0^1 f^2(x).f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** -2.

Lời giải

Câu 159.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc) Cho hàm số $f(x)=x^4+4x^3-3x^2-x+1,\forall x\in\mathbb{R}$.

Tính $I=\int\limits_0^1 f^2(x).f'(x)\mathrm{d}x$.

A. 2. **B.** -2. **C.** $-\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Câu 160.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn) Cho hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $[0;1]$. Biết $f(x).f(1-x)=1$ với $\forall x\in[0;1]$. Tính giá trí $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{1+f(x)}$

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Câu 161.(THPT Chuyên Biên Hòa) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2)=-2;\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=1$. Tính tích phân $I=\int_0^4 f'\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-10$. **B.** $I=-5$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-18$.

Lời giải

Câu 162.(THPT Chuyên Hùng Vương) Giả sử $\int \frac{(2x+3)\mathrm{d}x}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1}=-\frac{1}{g(x)}+C$ (C là hằng số). Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Câu 163.(Sở GD ĐT Cần Thơ) Cho $\int 2x(3x-2)^6\,\mathrm{d}x = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với A, $B \in \mathbb{Q}$ và $C \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $12A+7B$ bằng

A. $\frac{23}{252}$. **B.** $\frac{241}{252}$. **C.** $\frac{52}{9}$. **D.** $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Câu 164.(THPT Trần Phú –Đà Nẵng) Biết $\int_0^1 \frac{(x^2+5x+6)\mathrm{e}^x}{x+2+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x = a\mathrm{e}-b-\ln\frac{a\mathrm{e}+c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S=2a+b+c$.

A. $S=10$. **B.** $S=0$. **C.** $S=5$. **D.** $S=9$.

Lời giải

Câu 165.(Tạp chí THTT) Giá trị của tích phân $\int_0^{100} x(x-1)...(x-100)\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 100. **D.** một giá trị khác.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 166.(Sở GD và ĐT Hà Nam-2018) Biết $\int_1^2 \frac{(3x+1)}{3x^2+x\ln x}\mathrm{d}x = \ln\left(a+\frac{\ln b}{c}\right)$ với a, b, c là các số nguyên dương và $c \le 4$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 167.(Sở GD & ĐT Cần Thơ) Biết $I = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x(\ln x+2)}\mathrm{d}x = a\ln\frac{3}{2}+b, (a,b\in Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=1$. **B.** $2a+b=1$. **C.** $a^2+b^2=4$. **D.** $a+2b=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 168.(Sở GD-ĐT Bình Thuận-2018) Tính tích phân $I = \int_0^{2018} \frac{\ln\left(1+2^x\right)}{\left(1+2^{-x}\right)\log_4 \mathrm{e}}\mathrm{d}x$.

A. $I = \ln\left(1+2^{2018}\right)-\ln 2$. **B.** $I = \ln^2\left(1+2^{2018}\right)-\ln^2 2$.

C. $I = \ln^2\left(1+2^{2018}\right)-\ln 4$. **D.** $I = \ln^2\left(1+2^{-2018}\right)-\ln^2 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 169.(Chuyên Hùng Vương-2018) Cho $I = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a>0$, $b\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2ab=-1$. **B.** $2ab=1$. **C.** $-b+\ln\frac{3}{2a}=-\frac{1}{3}$. **D.** $-b+\ln\frac{3}{2a}=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 170.(THTT số 5-488) Tìm tất cả các giá trị dương của m để $\int_0^3 x(3-x)^m\,dx=-f''\left(\frac{10}{9}\right)$, với $f(x)=\ln x^{15}$.

A. $m=20$. **B.** $m=4$. **C.** $m=5$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Câu 171.(THPT Chuyên Thái Bình) Cho $\int_0^1 \frac{(x^2+x)e^x}{x+e^{-x}}dx=a.e+b\ln(e+c)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$.

Tính $P=a+2b-c$.

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

Câu 172.(THPT Chuyên Hà Tĩnh) Biết $\int_0^1 \frac{2x^2+3x+3}{x^2+2x+1}dx=a-\ln b$ với a, b là các số nguyên dương.

Tính $P=a^2+b^2$.

A. 13. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 10.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 173.(THPT Chuyên Hạ Long) Biết $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+x\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left(\ln a+b\right)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=a^2+b^2+ab$.

A. 10. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 174.(THPT Chuyên ĐH Vinh) Cho $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f\left(2\right)=16$, $\int_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^2 xf'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 30. **B.** 28. **C.** 36. **D.** 16.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 175.(ĐHQG TPHCM) Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^2 f\left(6x\right)\mathrm{d}x=14$. Tính $\int_{-2}^2 f\left(5|x|+2\right)\mathrm{d}x$.

A. 30. **B.** 32. **C.** 34. **D.** 36.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 176.(Sở GD-ĐT Sóc Trăng-2018) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$ thỏa mãn $f(4-x)=f(x),\forall x\in[1;3]$ và $\int_1^3 xf(x)\mathrm{d}x=-2$. Giá trị $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Câu 177.(Sở GD-ĐT Gia Lai-2018) Tính $I=\int_a^b \frac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\mathrm{d}x$ (với a, b là các số thực dương).

A. $I=\frac{2b}{a^2+b^2}$. **B.** $I=\frac{b}{a+b^2}$. **C.** $I=\frac{(a-1)(b-1)}{\left(a+b^2\right)(a+1)}$. **D.** $I=\frac{b}{a^2+b}$.

Lời giải

.....

.....

Câu 178. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;4]$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=1$; $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=3$.

Tính $\int_{-1}^{1} f(|3x-1|)\mathrm{d}x$

A. 4. **B.** 2. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 179. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=1$.

Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 180. Cho $F(x)=\int_0^{x^2} \mathrm{e}^{t^2}\mathrm{d}t$. Tính $F'(2)$.

A. $F'(2)=4\mathrm{e}^4$. **B.** $F'(2)=8\mathrm{e}^{16}$. **C.** $F'(2)=4\mathrm{e}^{16}$. **D.** $F'(2)=\mathrm{e}^4$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 181. (Chuyên Vĩnh Phúc-2018) Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Biết $\int_{-1}^{5}[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x=16$ và $\int_{-1}^{5}[f(x)-3g(x)]\mathrm{d}x=-1$. Tính $\int_{-1}^{2} f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. 1. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 182.(THPT Can Lộc-Hà Tĩnh) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)>0$ khi $x\in[0;5]$. Biết $f(x).f(5-x)=1$, tính tích phân $I=\int_0^5 \frac{dx}{1+f(x)}$.

A. $I=\frac{5}{4}$. **B.** $I=\frac{5}{3}$. **C.** $I=\frac{5}{2}$. **D.** $I=10$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 183.(Chuyên Hạ Long-2018) Biết $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+x\ln x}dx=\ln(\ln a+b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P=a^2+b^2+ab$.

A. 10. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 184.(Chuyên Đại Học Vinh) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2)=16$, $\int_0^1 f(2x)dx=2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)dx$ bằng ?

A. 30. **B.** 28. **C.** 36. **D.** 16.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 185.(Chuyên Hà Tĩnh) Cho $\int_0^1 \frac{\left(x^2+x\right)\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x = a.\mathrm{e}+b\ln\left(\mathrm{e}+c\right)$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$.

Tính $P=a+2b-c$.

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

DẠNG 4. Phương Pháp từng phần.

1. Phương pháp chung.

Cho hai hàm số u và v liên tục trên $[a;b]$ và có đạo hàm liên tục trên $[a;b]$. Khi đó:

$$\int_a^b u\mathrm{d}v = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\mathrm{d}u.$$

Đặt biệt: Đặt u theo quy tắc " ***nhất log, nhì đa, tam lượng, tứ mũ*** ".

2. Một số bài toán cơ bản.

Bài toán 1. Tích phân từng phần thuộc dạng $\int_\alpha^\beta f(x)\ln[g(x)]\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u = \ln[g(x)] \\ \mathrm{d}v = f(x)\mathrm{d}x \end{cases}$.

Bài tập 26. Tính các tích phân sau:

a). $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^3}\mathrm{d}x.$ **b).** $I = \int_1^{e^2} \frac{\log x}{x^2}\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 27. Tính các tích phân sau:

a). $I = \int_1^e x^5 \ln x\mathrm{d}x.$ **b).** $I = \int_1^e x^3 \ln^2 x\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 28. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{2}^{3}\ln\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{0}^{1}\left(2x-1\right)\ln\left(\sqrt{x}+1\right)\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 29. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\sin x.\ln\left(\cos x\right)\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\ln\left(\sin x\right)}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài toán 2. Tích phân từng phần thuộc dạng $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\begin{bmatrix}\sin ax\\ \cos ax\\ e^{ax}\end{bmatrix}\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ \mathrm{d}v=\begin{bmatrix}\sin ax\\ \cos ax\\ e^{ax}\end{bmatrix}\mathrm{d}x\end{cases}$.

Bài tập 30. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\mathrm{d}x.$

b). $I=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x\sin^3 x\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 31. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}x\left(1+\sin 2x\right)\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}x\tan^{2}x\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 32. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{1}\left(x+1\right)e^{x}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{x^{2}e^{x}}{\left(x+2\right)^{2}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 33. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_0^1 x^3e^{x^2}\mathrm{d}x.$ **b).** $I=\int\limits_0^2 (1-2x)^3\,e^{x-x^2}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài toán 3. Tích phân từng phần thuộc dạng $\int\limits_\alpha^\beta e^{ax}\begin{bmatrix}\sin ax\\ \cos ax\end{bmatrix}\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=\begin{bmatrix}\sin ax\\ \cos ax\end{bmatrix}.\\ \mathrm{d}v=e^{ax}\mathrm{d}x\end{cases}$

Bài tập 34. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\sin x\mathrm{d}x.$ **b).** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x}\sin 2x\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài tập 35. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\pi}e^{2x}\sin^2 x\mathrm{d}x.$ **b).** $I=\int\limits_{1}^{e^{\pi}}\cos\left(\ln x\right)\mathrm{d}x.$

Lời giải

C–BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 34. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{6}}{2}}\sqrt{3-x^2}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int\limits_{-1}^{\sqrt{2}}x^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 35. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 36. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{1}^{1+\sqrt{2}}\frac{1}{x^2-2x+3}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{\left(1+3x^2\right)^2}.$

Lời giải

Bài 37. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{2\sqrt{3}-1}^{5}\frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-8}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{1}^{3}\frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{(x+1)^3}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 38. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{1}x^3\left(1+x^4\right)^3\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{1}{x^2}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2007}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 39. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^1 x^3\sqrt{x^2+3}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int_0^1 x^8\sqrt{1-x^3}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 40. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^{\frac{7}{3}}\frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int_0^{\sqrt{7}}\frac{x^3\mathrm{d}x}{\sqrt[3]{1+x^2}}.$

Lời giải

Bài 41. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^1\frac{x^2}{(x+1)\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int_2^3\frac{1}{x\sqrt{16-x^2}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 42. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{-1}^{3}\frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{1}^{2}\frac{\sqrt{x+1}}{x+\sqrt{x^2-1}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 43. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{1+\cos x}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x+\sin x\cos x}{2+\sin x}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 44. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x+\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt[4]{\sin^3 x\cos^5 x}}.$

Lời giải

Bài 45. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{1}^{e}\frac{\lg x}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 46. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{1}^{4}\frac{\ln\left(1+\sqrt{x}\right)}{x+\sqrt{x}}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(x+\cos 2x\right)e^{x^2+\sin 2x}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 47. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{e^{\tan x+2}}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{\ln 4}^{\ln 10}\frac{e^x}{\left(e^x+2\right)\sqrt{e^x-1}}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 48. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{1}\ln\left(1+x\right)\mathrm{d}x.$

b). $I=\int\limits_{1}^{3}\frac{3+\ln x}{\left(x+1\right)^2}\mathrm{d}x.$

Lời giải

Bài 49. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_1^3 \frac{1+\ln(x+1)}{x^2}dx.$ **b).** $I=\int_1^e x\ln^2 x dx.$

Lời giải

Bài 50. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\sin x dx.$ **b).** $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\cos x}{\sin^3 x}dx.$

Lời giải

Bài 51. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(x+\cos x\right)\sin x\mathrm{d}x.$ b). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\frac{x+\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 52. Tính các tích phân sau:

a). $I=\int\limits_{0}^{1}\left(x^2-2x-1\right)e^{-x}\mathrm{d}x.$ b). $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}e^{3x}\sin 5x\mathrm{d}x.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết.

Câu 186. (THPT Chuyên Thái Bình) Cho $I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}x\ln x\mathrm{d}x=\frac{a.\mathrm{e}^2+b}{c}$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$.

Tính $T=a+b+c$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 187.(THPT Bình Xuyên-2018) Tính $\int_1^e x^2 \ln x dx$

A. $\frac{2e^3+1}{9}$. B. $\frac{2e^3-1}{9}$. C. $\frac{e^3-2}{9}$. D. $\frac{e^3+2}{9}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 188. (SGD Đồng Tháp) Tính tích phân $I=\int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u=2x+1$, $dv=e^x dx$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-2\int_0^1 e^x dx$. B. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+\int_0^1 e^{2x} dx$.

C. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1-\int_0^1 e^{2x} dx$. D. $I=(2x+1)e^x\Big|_0^1+2\int_0^1 e^x dx$.

Lời giải

.....

.....

.....

Mức độ 2. Thông hiểu.

Câu 189.(Chuyên Lê Hồng Phong) Biết $\int xe^{2x} dx=axe^{2x}+be^{2x}+C$ $(a,\ b\in\mathbb{Q})$. Tính tích ab.

A. $ab=-\frac{1}{4}$. B. $ab=\frac{1}{4}$. C. $ab=-\frac{1}{8}$. D. $ab=\frac{1}{8}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 190. (THTT Số 2-485) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1;\mathrm{e}]$, biết $\int_1^{\mathrm{e}} \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x = 1$, $f(\mathrm{e}) = 1$. Khi đó $I = \int_1^{\mathrm{e}} f'(x).\ln x\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = 4$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 191. (THPT Hồng Quang-Hải Dương) Tính $I = \int_1^2 x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

A. $I = \mathrm{e}^2$. **B.** $I = -\mathrm{e}^2$. **C.** $I = 3\mathrm{e}^2 - 2\mathrm{e}$. **D.** $I = \mathrm{e}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 192. (THPT Ninh Giang-Hải Dương) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\ln(x+2)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\ln(x+2) - \frac{x^2+4x}{4} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^2-4}{2}\ln(x+2) - \frac{x^2-4x}{4} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\ln(x+2) - \frac{x^2+4x}{2} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^2-4}{2}\ln(x+2) - \frac{x^2+4x}{2} + C$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 193. (THPT Trần Hưng Đạo) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x+1)\mathrm{e}^x$ và $F(0) = 3$. Tính $F(1)$.

A. $F(1) = 11\mathrm{e} - 3$. **B.** $F(1) = \mathrm{e} + 3$. **C.** $F(1) = \mathrm{e} + 7$. **D.** $F(1) = \mathrm{e} + 2$.

Lời giải

Câu 194.(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương) Tính tích phân $I=\int_4^5 (x+1)\ln(x-3)\mathrm{d}x$?

A. $10\ln 2$. **B.** $10\ln 2+\frac{19}{4}$. **C.** $\frac{19}{4}-10\ln 2$. **D.** $10\ln 2-\frac{19}{4}$.

Lời giải

Câu 195.(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi) Biết rằng $\int_2^3 x\ln x\mathrm{d}x=m\ln 3+n\ln 2+p$, trong đó m, n, $p\in\mathbb{Q}$. Khi đó số m là

A. $\frac{9}{2}$. **B.** 18. **C.** 9. **D.** $\frac{27}{4}$.

Lời giải

Câu 196.(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh) Nguyên hàm của $f(x)=\frac{1+\ln x}{x.\ln x}$ là

A. $\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln|\ln x|+C$. **B.** $\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln|x^2.\ln x|+C$.

C. $\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln|x+\ln x|+C$. **D.** $\int\frac{1+\ln x}{x.\ln x}\mathrm{d}x=\ln|x.\ln x|+C$.

Lời giải

Câu 197.(THPT Phan Châu Trinh-DakLak) Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}} x\ln x\mathrm{d}x.$

A. $I=\dfrac{1}{2}.$ **B.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^2-2}{2}.$ **C.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}.$ **D.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{4}.$

Lời giải

Câu 198.(THPT Chuyên Lam Sơn) Biết $\int\limits_{0}^{2} 2x\ln\left(x+1\right)\mathrm{d}x=a.\ln b$, với $a,b\in\mathbb{N}^*$, b là số nguyên tố.

Tính $6a+7b$.

A. $33.$ **B.** $25.$ **C.** $42.$ **D.** $39.$

Lời giải

Câu 199.(THPT Can Lộc-Hà Tĩnh) Cho biết $\int xe^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\mathrm{e}^{2x}\left(ax+b\right)+C$, trong đó $a,b\in\mathbb{Z}$ và C là hằng số bất kì. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. $a+2b=0.$ **B.** $b>a.$ **C.** $ab.$ **D.** $2a+b=0.$

Lời giải

Câu 200.(THPT Chuyên Thái Bình) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;5]$ và $f(5)=10$, $\int_0^5 xf'(x)\mathrm{d}x=30$. Tính $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 20. **B.** -30. **C.** -20. **D.** 70.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 201.(SGD Hà Nội-lần 11) Tích phân $\int_0^{100} x.\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{4}\left(199\mathrm{e}^{200}-1\right)$. **B.** $\frac{1}{2}\left(199\mathrm{e}^{200}-1\right)$. **C.** $\frac{1}{4}\left(199\mathrm{e}^{200}+1\right)$. **D.** $\frac{1}{2}\left(199\mathrm{e}^{200}+1\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 202.(THPT Lục Ngạn-Bắc Giang) Biết rằng $\int_1^2 \ln(x+1)\mathrm{d}x=a\ln 3+b\ln 2+c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$

A. $S=0$. **B.** $S=1$. **C.** $S=2$. **D.** $S=-2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 203.(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng) Tính $J=\int_0^{\pi} x\sin x\mathrm{d}x$.

A. $-\pi$. **B.** π. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

.....

.....

Câu 204.(THPT Chuyên Trần Phú) Tích phân $\int_0^{\pi}(3x+2)\cos^2 x\,dx$ bằng

A. $\frac{3}{4}\pi^2-\pi$. **B.** $\frac{3}{4}\pi^2+\pi$. **C.** $\frac{1}{4}\pi^2+\pi$. **D.** $\frac{1}{4}\pi^2-\pi$.

Lời giải

Câu 205. Biết tích phân $\int_1^2(4x-1)\ln x dx = a\ln 2+b$ với a, $b\in Z$. Tổng $2a+b$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** $A(1;-2;1)$ **D.** 13.

Lời giải

Câu 206.(THPT Thuận Thành 2) Biết $\int_1^3\frac{3+\ln x}{(x+1)^2}dx=\frac{a+\ln b-\ln c}{4}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức $P=a+b+c$ bằng?

A. 46. **B.** 35. **C.** 11. **D.** 48.

Lời giải

Câu 207.(SGD Quảng Nam) Biết $\int x\cos 2x\mathrm{d}x = ax\sin 2x + b\cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab?

A. $ab = \frac{1}{8}$. **B.** $ab = \frac{1}{4}$. **C.** $ab = -\frac{1}{8}$. **D.** $ab = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Câu 208.(THPT Đặng Thúc Hứa) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{2} - 1$. **B.** $\frac{\pi}{2} + 1$. **C.** 1. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Câu 209. (Chuyên Quốc Học Huế) Cho $a > b > -1$. Tích phân $I = \int_a^b \ln(x+1)\mathrm{d}x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $I = (x+1)\ln(x+1)\Big|_a^b - a + b$. **B.** $I = (x+1)\ln(x+1)\Big|_a^b - b + a$.

C. $I = \frac{1}{(x+1)}\Big|_a^b$. **D.** $I = x\ln(x+1)\Big|_a^b + \int_a^b \frac{x}{x+1}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Câu 300. (Trần Kỳ Phong Quãng Nam) Cho tích phân $\int_1^e (2x-5)\ln x\mathrm{d}x$. Chọn khẳng định đúng?

A. $I = -(x^2-5x)\ln x\Big|_1^e - \int_1^e (x-5)\mathrm{d}x$. **B.** $I = (x^2-5x)\ln x\Big|_1^e + \int_1^e (x-5)\mathrm{d}x$.

C. $I = (x^2-5x)\ln x\Big|_1^e - \int_1^e (x-5)\mathrm{d}x$. **D.** $I = (x-5)\ln x\Big|_1^e - \int_1^e (x^2-5x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Câu 301.(Sở GD-ĐT Bình Thuận-2018) Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{2}\left(2019\log_2 x+\dfrac{1}{\ln 2}\right)x^{2018}\mathrm{d}x$.

A. $I=2^{2017}$. **B.** $I=2^{2019}$. **C.** $I=2^{2018}$. **D.** $I=2^{2020}$.

Lời giải

Câu 302.(Sở GD-ĐT Phú Thọ) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ và $\int\limits_{1}^{2}(x-1)f'(x)\mathrm{d}x=a$. Tính $\int\limits_{1}^{2}f(x)\mathrm{d}x$ theo a và $b=f(2)$.

A. $b-a$. **B.** $a-b$. **C.** $a+b$. **D.** $-a-b$.

Lời giải

Câu 303. (Sở GD-ĐT Hậu Giang) Biết $I=\int\limits_{1}^{3}\dfrac{3+\ln x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=a(1+\ln 3)-b\ln 2$, $(a,b\in\mathbb{Q})$.

Khi đó a^2+b^2 bằng

A. $a^2+b^2=\dfrac{7}{16}$. **B.** $a^2+b^2=\dfrac{16}{9}$. **C.** $a^2+b^2=\dfrac{25}{16}$. **D.** $a^2+b^2=\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 304. (THPT Lê Qúy Đôn Quãng Trị) Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.f(x)\mathrm{d}x=f(0)=1$.

Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=0$. **C.** $I=2$. **D.** $I=-1$.

Lời giải

Câu 305.(THPT Phan Đình Phùng) Tích phân $I=\int_0^2 x.\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ là

A. $I=\frac{3\mathrm{e}^4-1}{4}$. **B.** $I=\frac{\mathrm{e}^4}{4}$. **C.** $I=\frac{1-3\mathrm{e}^4}{4}$. **D.** $I=\frac{3\mathrm{e}^4+1}{4}$.

Lời giải

Câu 306.(Sở GD-ĐT Hà Nội-2018) Tích phân $\int_0^{100} x.\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{4}\left(199\mathrm{e}^{200}-1\right)$. **B.** $\frac{1}{2}\left(199\mathrm{e}^{200}-1\right)$. **C.** $\frac{1}{4}\left(199\mathrm{e}^{200}+1\right)$. **D.** $\frac{1}{2}\left(199\mathrm{e}^{200}+1\right)$.

Lời giải

.....

.....

Câu 307.(THPT Phan Chu Trinh) Tính tích phân $I=\int_1^{\mathrm{e}} x\ln x\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=\frac{\mathrm{e}^2-2}{2}$. **C.** $I=\frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$. **D.** $I=\frac{\mathrm{e}^2-1}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 308.(THPT Trần Phú-Hà Tĩnh) Biết tích phân $\int_1^2(4x-1)\ln x\mathrm{d}x=a\ln 2+b$ với a, $b\in Z$.

Tổng $2a+b$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** $A(1;-2;1)$ **D.** 13.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng.

Câu 309.(Chuyên Lê Hồng Phong) Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=a\sqrt{e}+b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính $P=a.b$.

A. $P=4$. **B.** $P=-8$. **C.** $P=-4$. **D.** $P=8$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 310.(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh) Biết $\int_2^3 \ln\left(x^3-3x+2\right)\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 2+c$, với a, $b,c\in\mathbb{Z}$.

Tính $S=a.b+c$

A. $S=60$. **B.** $S=-23$. **C.** $S=12$. **D.** $S=-2$.

Lời giải

Câu 311.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn) Cho các số thực a, b khác không. Xét hàm số $f(x)=\dfrac{a}{(x+1)^3}+bxe^x$ với mọi x khác -1. Biết $f'(0)=-22$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $a+b$?

A. 19. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Câu 312.(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $I=\int_0^1 x.f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=13$. **B.** $I=12$. **C.** $I=20$. **D.** $I=7$.

Lời giải

Câu 313. (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương) Cho biết tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}(x+2)\ln(x+1)\mathrm{d}x=a\ln 2+\dfrac{-7}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $a=b$. **B.** $a<b$. **C.** $a>b$. **D.** $a=b+3$.

Lời giải.

Câu 314.(THTT số 5-488) Với mỗi số nguyên dương n ta kí hiệu $I_n=\int\limits_{0}^{1}x^2\left(1-x^2\right)^n\mathrm{d}x$.

Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{I_{n+1}}{I_n}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Câu 315. (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị) Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.f(x)\mathrm{d}x=f(0)=1$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=0$. **C.** $I=2$. **D.** -2.

Lời giải

Câu 316.(PTNK-ĐHQG TP HCM) Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x^2+x & \text{khi} \quad x\geq 0\\ x.\sin x & \text{khi} \quad x\leq 0\end{cases}$.

Tích tích phân $I=\int_{-\pi}^{1}f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=\frac{7}{6}+\pi$. **B.** $I=\frac{2}{3}+\pi$. **C.** $I=-\frac{1}{3}+3\pi$. **D.** $I=\frac{2}{5}+2\pi$.

Lời giải

Câu 317. (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An) Biết $\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{x\cos x}{\sqrt{1+x^2}+x}\mathrm{d}x = a+\frac{\pi^2}{b}+\frac{\sqrt{3}\pi}{c}$ với a, b, c, d là các số nguyên. Tính $M=a-b+c$.

A. $M=35$. **B.** $M=41$. **C.** $M=-37$. **D.** $M=-35$.

Lời giải

Câu 318. (ĐHQG TPHCM) Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1;2]$. Biết rằng $F(1)=1$, $F(2)=4$, $G(1)=\frac{3}{2}$, $G(2)=2$ và $\int\limits_1^2 f(x)G(x)\mathrm{d}x=\frac{67}{12}$.

Tính $\int\limits_1^2 F(x)g(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{11}{12}$. **B.** $-\frac{145}{12}$. **C.** $-\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{145}{12}$.

Lời giải

Câu 319. (THPT Trần Phú Đà Nẵng) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=3$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{f(x)}{\cos x}\mathrm{d}x=1$ và $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left[\sin x.\tan x.f(x)\right]\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin x.f'(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 4. **B.** $\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{1+3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 6.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 320.(SGD Thanh Hóa–năm) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 2x\ln\left(\tan x+1\right)\mathrm{d}x=a\pi+b\ln 2+c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $T=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-c$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=6$. **D.** $T=-4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 321.(THPT Đặng Thúc Hứa–Nghệ An) Cho $I=\int_1^2\frac{x+\ln x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\ln 2-\frac{1}{c}$ với a, b, m là các số nguyên dương và là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $S=\frac{a+b}{c}$.

A. $S=\frac{2}{3}$. **B.** $S=\frac{5}{6}$. **C.** $S=\frac{1}{2}$. **D.** $S=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 322.(Chuyên Thái Bình) Biết $\int\limits_0^3 x\ln\left(x^2+16\right)\mathrm{d}x = a\ln 5+b\ln 2+\dfrac{c}{2}$ trong đó a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

A. $T=2$. **B.** $T=-16$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=16$.

Lời giải

Câu 323. (Chuyên Phan Bội Châu) Cho số hữu tỷ dương m thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2m}} x.\cos mx\mathrm{d}x = \dfrac{\pi-2}{2}$.

Hỏi số m thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $\left(\dfrac{7}{4};2\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{6}{5}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{8}{7}\right)$.

Lời giải

Câu 324.(Chuyên Hạ Long) Cho biết $\int_0^1 \frac{x^2e^x}{(x+2)^2}\mathrm{d}x = \frac{a}{b}.e+c$ với a, c là các số nguyên, b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a-b+c$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** −3.

Lời giải

Câu 325.(Chuyên Lam Sơn) Biết $\int_0^2 2x\ln(x+1)\mathrm{d}x = a.\ln b$, với $a, b \in N^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a+7b$.

A. 33. **B.** 25. **C.** 42. **D.** 39.

Lời giải

Câu 326.(Chuyên Lam Sơn) Biết $\int_0^2 2x\ln(x+1)\mathrm{d}x = a.\ln b$, với $a, b \in N^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a+7b$.

A. 33. **B.** 25. **C.** 42. **D.** 39.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 327.(Toán Học Tuổi Trẻ) Với mỗi số nguyên dương n ta kí hiệu $I_n = \int_0^1 x^2\left(1-x^2\right)^n \mathrm{d}x$.

Tính $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{I_{n+1}}{I_n}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 328.(THPT Trần Nhân Tông) Cho $F(x) = \dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$.

Tính $\int_1^{\mathrm{e}} f'(x)\ln x\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I = \dfrac{\mathrm{e}^2-3}{2\mathrm{e}^2}$. **B.** $I = \dfrac{2-\mathrm{e}^2}{\mathrm{e}^2}$. **C.** $I = \dfrac{\mathrm{e}^2-2}{\mathrm{e}^2}$. **D.** $I = \dfrac{3-\mathrm{e}^2}{2\mathrm{e}^2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 329.(THPT Trần Nhân Tông) Biết rằng tích phân $\int_0^4 \dfrac{(x+1)e^x}{\sqrt{2x+1}}dx = ae^4+b$. Tính $T = a^2-b^2$

A. $T=1$. B. $T=2$. C. $T=\frac{3}{2}$. D. $T=\frac{5}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 330.(THPT Kinh Môn 2 - Hải Dương) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $I=\int_0^1 x.f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=13$. B. $I=12$. C. $I=20$. D. $I=7$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 331. (Đề Chính Thức 2018) Cho $\int_1^e (1+x\ln x)\mathrm{d}x=ae^2+be+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$. B. $a+b=-c$. C. $a-b=c$. D. $a-b=-c$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 332.(Đề Chính Thức 2018) Cho $\int_1^e (2+x\ln x)\mathrm{d}x = ae^2+be+c$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+b=-c$. **B.** $a+b=c$. **C.** $a-b=c$. **D.** $a-b=-c$.

Lời giải

Câu 333.(Mã đề 105–THQG 2018) Cho $\int_1^e (1+x\ln x)\,dx = ae^2+be+c$ với a,b,c là các số hữa tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a-b=-c$. **B.** $a-b=c$. **C.** $a+b=-c$. **D.** $a+b=c$.

Lời giải

Mức độ 4. Vận dụng cao.

Câu 334. (THPT Chuyên ĐH Vinh) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0)+f(1)=0$. Biết $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x)\cos(\pi x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. π. **B.** $\frac{1}{\pi}$. **C.** $\frac{2}{\pi}$. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

Câu 335.(Sở GD-ĐT Ninh Bình) Cho $I_n = \int \tan^n x dx$ với $n \in \mathbb{N}$.

Khi đó $I_0 + I_1 + 2(I_2 + I_3 + ... + I_8) + I_9 + I_{10}$ bằng

A. $\sum_{r=1}^{9} \frac{(\tan x)^r}{r} + C$. **B.** $\sum_{r=1}^{9} \frac{(\tan x)^{r+1}}{r+1} + C$. **C.** $\sum_{r=1}^{10} \frac{(\tan x)^r}{r} + C$. **D.** $\sum_{r=1}^{10} \frac{(\tan x)^{r+1}}{r+1} + C$.

Lời giải

Câu 336.(Chuyên Hà Tĩnh 2018) Cho $I = \int_0^m (2x-1)e^{2x} dx$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $I < m$ là khoảng $(a;b)$. Tính $P = a - 3b$.

A. $P = -3$. **B.** $P = -2$. **C.** $P = -4$. **D.** $P = -1$.

Lời giải

BÀI 4. ỨNG DỤNG TÍNH DIỆN TÍCH-THỂ TÍCH

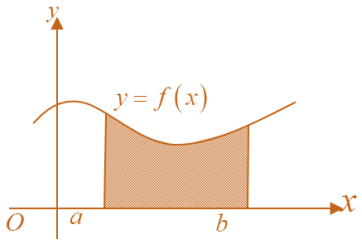
A. LÝ THUYẾT

I. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG.

1. Định Lý: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a;b]$.

Khi đó diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ là

$$S=\int_a^b f(x)dx.$$



Ví dụ 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1,\ x=e$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Một số bài toán tính diện tích hình phẳng.

Bài toán 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó diện tích S của hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị $\begin{cases} y=f(x) \\ trục\ hoành\ Ox\ (y=0) \\ x=a \\ x=b \end{cases}$ là $S=\int_a^b |f(x)|dx$.

Nhận xét:

① Vì ta chưa biết hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ biết dương hay âm nên ta phải dùng trị tuyệt đối.

② Để phá trị tuyệt đối ta làm hai cách như sau

Cách 1: lập bảng xét dấu

- Giải phương trình $f(x)=0$ tìm nghiệm $x_1,x_2,...,x_n\in(a;b)$ $(x_1<x_2<...<x_n)$.
- Lập bảng xét dấu. Suy ra khoảng dương hoặc âm.
- Dựa trên khoảng dương (**dấu +**) hoặc âm (**dấu −**) để mở ra trị tuyệt đối.

Tính $S=\int_a^{x_1}|f(x)|dx+\int_{x_1}^{x_2}|f(x)|dx+...+\int_{x_n}^{b}|f(x)|dx=\left|\int_a^{x_1}f(x)dx\right|+...+\left|\int_{x_n}^{b}dxf(x)\right|$.

Cách 2: không cần lập bảng xét dấu

Áp dụng trực tiếp công thức

$$S=\int_a^{x_1}|f(x)|dx+\int_{x_1}^{x_2}|f(x)|dx+...+\int_{x_n}^{b}|f(x)|dx=\left|\int_a^{x_1}f(x)dx\right|+...+\left|\int_{x_n}^{b}dxf(x)\right|.$$

③ Nếu bài toán chưa cho cận $x=a;x=b$ thì ta giải phương trình $f(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases} x=x_1 \\ ... \\ x=x_n \end{cases}$ tìm cận.

Ví dụ 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=4-x^2, y=0$ và hai đường thẳng $x=1,\ x=3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=xe^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x=-1,\ x=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành và đường thẳng $x=1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

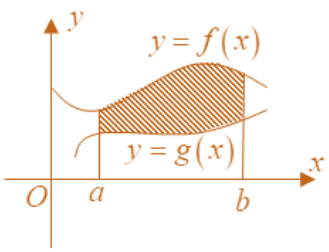
.....

.....

.....

Bài toán 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$; $y=g(x)$ và hai đường đường $x=a;\ x=b$ là

$$S=\int_a^b \left|f(x)-g(x)\right|dx$$



Ví dụ 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=-x^2+4x$ và $y=x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-6x^2+9x$ và $y=x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

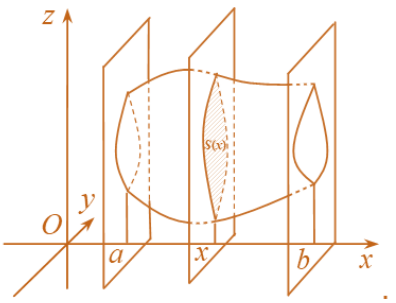
II. Tính thể tích khối tròn xoay

1. Tính thể tích của vật thể

Định lí. Cắt một vật thể C bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x=a,\ x=b\ (a<b)$.

Một mặt phẳng bất kì vuông góc với Ox tại điểm $x\ (a\le x\le b)$ cắt C theo một thiết diện có diện tích $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$.

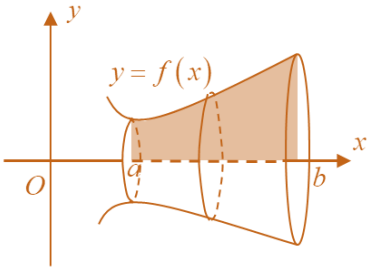
Khi đó thể tích của vật thể C giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính theo công thức $\boxed{V=\int_a^b S(x)\,dx}$



2. Tính thể tích vậy tròn xoay

Bài toán 1. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay miền D được giới hạn bởi các đường $y=f(x);\ y=0;\ x=a;\ x=b$ quanh trục Ox được tính theo công thức

$$\boxed{V=\pi\int_a^b f^2(x)\,dx}$$



Nhận xét: công thức này áp dụng tính thể tích giới hạn bởi một đường cong $y=f(x)$;

Ví dụ 7. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=-x^2+2x,\ y=0$.

Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2\sqrt{\ln x}$, trục hoành và $x=e$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

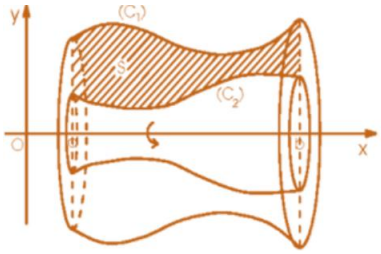
.....

.....

.....

Bài toán 2. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay miền D được giới hạn bởi các đường $y=f(x);\ y=g(x);\ x=a;\ x=b$ với $f(x).g(x)\geq 0,\ \forall x\in[a;b]$ quanh trục Ox được tính theo công thức

$$V=\pi\int_a^b\left[f^2(x)-g^2(x)\right]dx$$



Nhận xét: công thức này áp dụng tính thể tích giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)$;

Ví dụ 9. Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parapol (P): $y=x^2$ và đường thẳng d: $y=2x$ quay xung quanh trục Ox bằng:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $x^2+y-5=0$ và $x+y-3=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

Lời giải

Ví dụ 11. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$; $y=2-x$ và $y=0$.

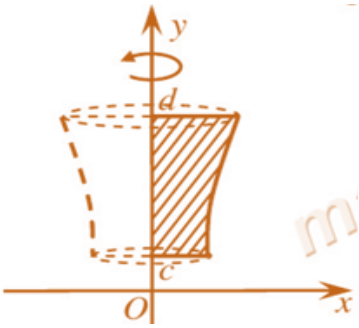
Lời giải

Ví dụ 12. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^2-2x$, $y=4-x^2$ khi nó quanh quanh trục hoành là:

Lời giải

Bài toán 3. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay miền D được giới hạn bởi các đường $x=g(y)$; $y=a$, $y=b$ với

quanh trục Oy được tính theo công thức $V=\pi\int_a^b g^2(y)\,dy$

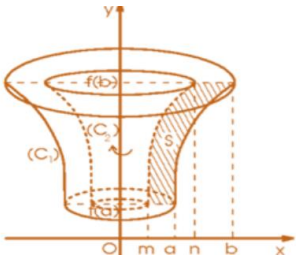


Nhận xét:

① Công thức này áp dụng tính thể tích giới hạn một đường cong $x=g(y)$

② Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay miền D được giới hạn bởi các đường $x=f(y);\ x=g(y);\ y=a;\ y=b$ với $f(y).g(y)\geq 0,\ \forall y\in[a;b]$ quanh trục Oy được tính theo công thức

$$V=\pi\int_a^b\left[f^2(y)-g^2(y)\right]dy$$



Ví dụ 13. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $8x=y^2$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 14. Tính thể tích hình khối do hình phẳng giới hạn bởi các đường: $x=-y^2+5,\ x=3-y$ quay quanh Oy.

Lời giải

.....

.....

.....

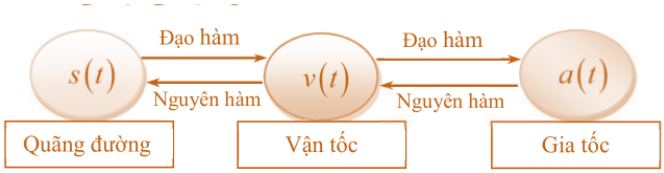
.....

.....

.....

III. Ứng dụng vật lý.

Ta tìm quãng đường, vận tốc và gia tốc dựa vào sơ đồ sau:



Ví dụ 15.(THPT Hai Bà Trưng-Huế) Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc thay đổi theo thời gian $v(t)=3t^2-6t\ (m/s)$. Tính quãng đường chất điểm đi được từ thời điểm $t_1=0,\ t_2=4$ (s).

A. 24. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

.....

.....

.....

Ví dụ 16.(THPT Lương Thế Vinh Đồng Nai) Một ô tô đang chạy với tốc độ $20(m/s)$ thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+20(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét (m)?

A. $20\ m$. **B.** $30\ m$. **C.** $10\ m$. **D.** $40\ m$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 17.(Sở GD và ĐT Hưng Yên) Một vật chuyển động với vận tốc $10\ m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=2t+\frac{1}{3}t^2\left(m/s^2\right)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc. Hỏi quãng đường vật đi được trong 12 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu mét?

A. $1272\ m$. **B.** $456\ m$. **C.** $1172\ m$ **D.** $1372\ m$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 18.(THPT Chuyên Bắc Giang) Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-10t+20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

A. 5m. **B.** 20m. **C.** 40m. **D.** 10m.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 19.(THPT Quỳnh Lưu Nghệ An) Một ô tô đang chạy với vận tốc là $12\ (m/s)$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-6t+12\ (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. $8m$. **B.** $12m$. **C.** $15m$. **D.** $10m$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 20.(THPT Chuyên Hưng Yên) Một tay đua đang điều khiển chiếc xe đua của mình với vận tốc 180 km/h . Tay đua nhấn ga để về đích kể từ đó xe chạy với gia tốc $a(t)=2t+1\ (\text{m/s}^2)$. Hỏi rằng $4s$ sau khi tay đua nhấn ga thì xe đua chạy với vận tốc bao nhiêu km/h

A. 200 km/h . **B.** 252 km/h . **C.** 288 km/h . **D.** 243 km/h .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

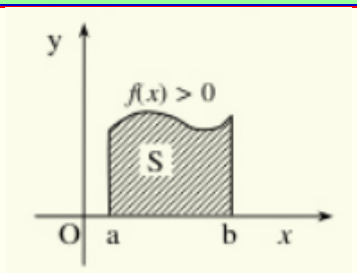
.....

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA

DẠNG 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành (Ox) và hai đường thẳng $x=a, x=b$.

1. Phương pháp.

Bước ① : Áp dụng công thức diện tích là $S=\int_a^b |f(x)|dx$

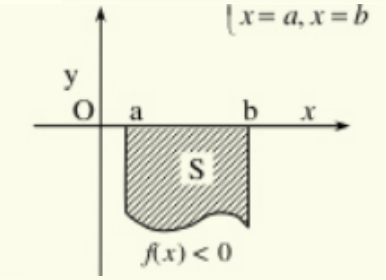


Bước ② : Để phá trị tuyệt đối ta làm hai cách sau:

★ **Cách 1.** Dùng bảng xét dấu (nhị thức bậc nhất, tam thức bậc hai...) xét dấu biểu thức $f(x)$ từ đó bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

★ **Cách 2.** *(Không dùng bảng xét dấu)*

Nếu hàm số $f(x)$ giữ nguyên một dấu trong đoạn $[a;b]$ (hay phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm trên khoảng $(a;b)$) thì đưa dấu giá trị tuyệt đối ra bên ngoài dấu tích phân.

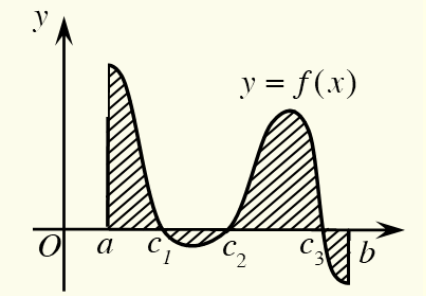


Tức là $S=\int_a^b |f(x)|dx=\left|\int_a^b f(x)dx\right|$

Nếu phương trình $f(x)=0$ có các nghiệm $c_1<c_2<\ldots<c_n$ nằm trong khoảng $(a;b)$ thì tách S thành tổng các tích phân trên các đoạn.

Nghĩa là

$$S=\int_a^b |f(x)|dx=\int_a^{c_1} |f(x)|dx+\int_{xc}^{c_2} |f(x)|dx+\ldots+\int_{c_n}^b |f(x)|dx.$$



Đặc biệt: Nếu giả thiết không cho các cận a, b thì ta giải tìm nó bằng cách giải phương trình hoành độ giao điểm $f(x)=0$ ta tìm các cận của tích phân.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{e^x+1}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=\ln 3,\ x=\ln 8$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 2. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=e^x\ln\left(3e^x+1\right)$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,\ x=\ln 5$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 3. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=x+\cos^2 x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,\ x=\dfrac{\pi}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=x^2-4|x|+3$ và trục hoành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

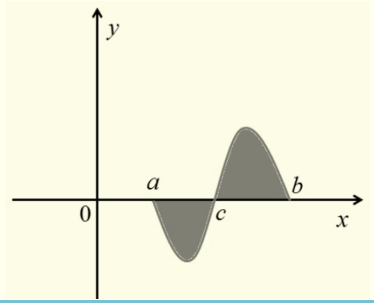
.....

.....

3.Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức đô 1. Nhận biết.

Câu 1.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu 2019) Ký hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường $x=a,\ x=b$ (như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

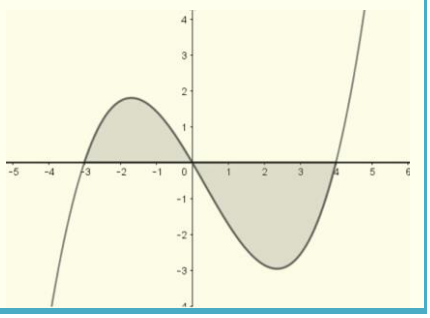
D. $S=\left|\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải

.....

.....

Câu 2.(THPT Kim Liên 2018) Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đen trong hình vẽ) được tính theo công thức dưới đây?



A. $S=\int_{-3}^{0} f(x)\mathrm{d}x-\int_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-3}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_{-3}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

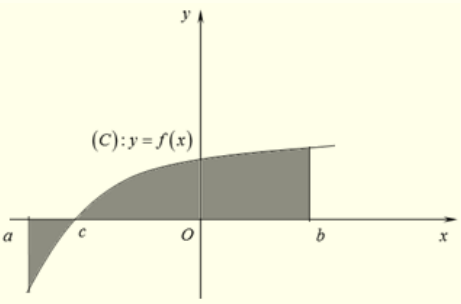
Lời giải

.....

.....

.....

Câu 3.(THPT Nguyễn Tất Thành Yên Bái) Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b\,(a<b)$ (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

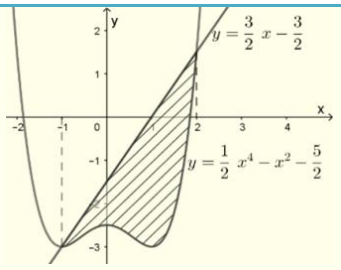
B. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải

Câu 4.(Sở GD & ĐT Cà Mau) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào sau đây?



A. $\int_{-1}^{2}\left(-\frac{1}{2}x^4-x^2-\frac{3}{2}x-4\right)\mathrm{d}x$.

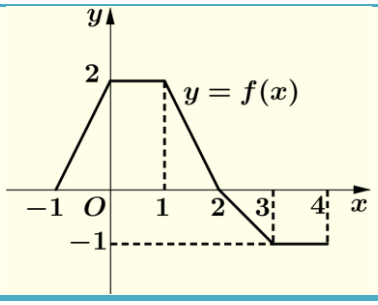
B. $\int_{-1}^{2}\left(-\frac{1}{2}x^4+x^2+\frac{3}{2}x+1\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}\left(\frac{1}{2}x^4-x^2-\frac{3}{2}x-1\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_{-1}^{2}\left(-\frac{1}{2}x^4+x^2+\frac{3}{2}x+4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Câu 5.(THPT Chuyên Hưng Yên 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1;4]$ như hình vẽ dưới đây.



Tính tích phân $I=\int_{-1}^{4}f(x)dx$.

A. $I=3$. B. $I=\frac{11}{2}$. C. $I=5$. D. $I=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 6.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x-8$ và trục hoành được xác định theo công thức nào dưới đây

A. $S=\int_{-4}^{2}\left(x^2-2x-8\right)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-2}^{4}\left(x^2-2x-8\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-4}^{2}\left(-x^2+2x+8\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_{-2}^{4}\left(8+2x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Mức độ 2. Thông hiểu.

Câu 7.(THPT Thị Xã Quãng Trị 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường $y=\dfrac{x-1}{x+1}$, $y=0$, $x=0$ bằng

A. $-1+\ln 3$. **B.** $1+\ln 4$. **C.** $-1+\ln 4$. **D.** $1+\ln 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8.(THTT Số 4-487-2018) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y=\dfrac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S=\ln 2-1$. **B.** $S=2\ln 2-1$ **C.** $S=2\ln 2+1$. **D.** $S=\ln 2+1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9.(THPT Tư nghĩa 2019) Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x+1)\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$.

A. $S=\dfrac{e^2+5}{4}$. **B.** $S=\dfrac{e^2+7}{6}$. **C.** $S=\dfrac{e^2+3}{2}$. **D.** $S=\dfrac{e^2+9}{8}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10.(THPT Lê Xoay 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số (H): $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $2\ln 2-1$. **B.** $\ln 2+1$. **C.** $\ln 2-1$. **D.** $2\ln 2+1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11.(THPT Ngô Quyền Hải Phòng 2019) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y=x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$. Biết $S=a\sqrt{2}+b$ $(a,b\in\mathbb{Q})$. Tính $a+b$.

A. $a+b=\dfrac{1}{6}$. **B.** $a+b=\dfrac{1}{2}$. **C.** $a+b=\dfrac{1}{3}$. **D.** $a+b=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12.(THPT Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội 2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\ln x$, trục Ox và đường thẳng $x=e$?

A. $S=\dfrac{e^2+1}{4}$. **B.** $S=\dfrac{e^2+3}{4}$. **C.** $S=\dfrac{e^2-1}{2}$. **D.** $S=\dfrac{e^2+1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

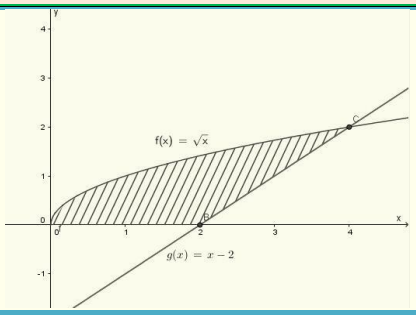
.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng.

Câu 13.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) là phần bị gạch chéo trong hình vẽ sau là

A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

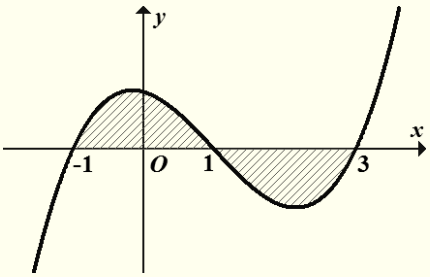
.....

.....

Câu 14.(THPT Chuyên Vinh) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}x+1$ và trục hoành như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$. B. $S=2\int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=2\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$. D. $S=\int_{-1}^{3}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

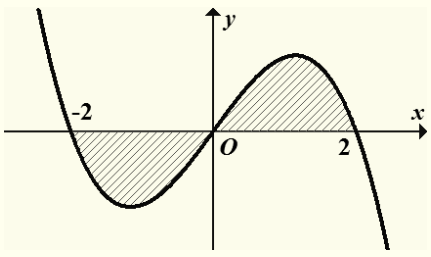
.....

.....

Câu 15.(Chuyên Vinh 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=4x-x^3$ và trục hoành như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S=\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. B. $S=2\int_{2}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.

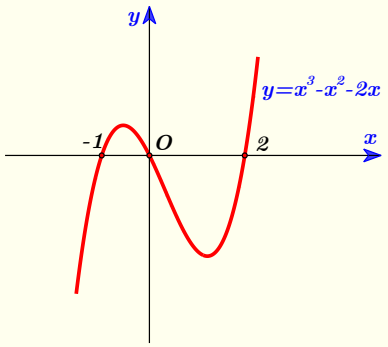
C. $S=2\int_{0}^{-2} f(x)\mathrm{d}x$. D. $S=\int_{-2}^{0} f(x)-\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.



Lời giải

.....

Câu 16.(THPT Nguyễn Huệ Huế) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{0}\left(x^3-x^2-2x\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}\left(x^3-x^2-2x\right)\mathrm{d}x$.

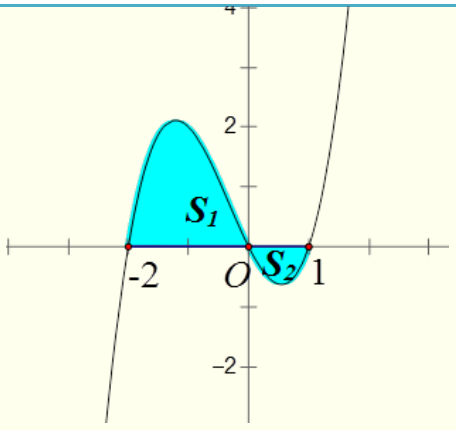
B. $\int_{-1}^{0}\left(-x^3+x^2+2x\right)\mathrm{d}x+\int_{2}^{0}\left(-x^3+x^2+2x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{0}\left(x^3-x^2-2x\right)\mathrm{d}x+\int_{2}^{0}\left(x^3-x^2-2x\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_{0}^{-1}\left(-x^3+x^2+2x\right)\mathrm{d}x+\int_{2}^{0}\left(-x^3+x^2+2x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

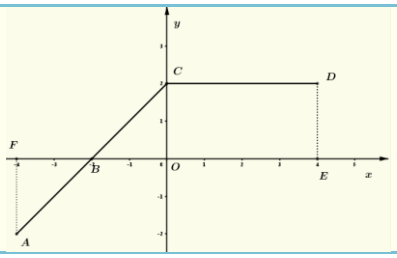
Câu 17.(THPT Thăng Long 2019) Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và trục hoành gồm hai phần, phần nằm phía trên trục hoành có diện tích $S_1=\frac{8}{3}$ và phần nằm phía dưới trục hoành có diện tích $S_2=\frac{5}{12}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính $I=\int_{-1}^{0}f\left(3x+1\right)dx$.



A. $I=\frac{5}{3}$. B. $I=\frac{3}{4}$. C. $I=\frac{37}{36}$. D. $I=\frac{27}{4}$.

Lời giải

Câu 18.(Sở GD và Đào Tạo Nam Định 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau.



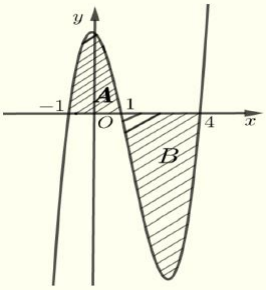
Giá trị của $\int_{-4}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Mức đô 3. Vận dụng cao.

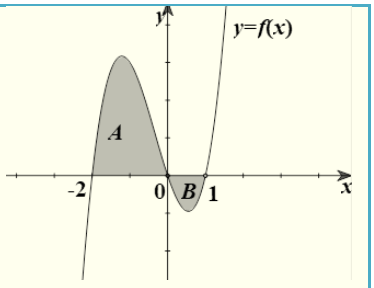
Câu 19.(THPT Kim Liên 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Biết diện tích hai phần A và B lần lượt là $\frac{16}{3}$ và $\frac{63}{4}$, tính $\int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(2x+1)\mathrm{d}x$.



A. $\frac{253}{12}$. **B.** $\frac{253}{24}$. **C.** $-\frac{125}{24}$. **D.** $-\frac{125}{12}$.

Lời giải

Câu 20.(THPT Chuyên Bắc Giang 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 12 và 2.



Giá trị của $I=\int_{-1}^{-\frac{2}{5}} f(5x+3)\mathrm{d}x$ bằng.

A. 50. **B.** $\frac{14}{5}$. **C.** 14. **D.** 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. (THPT Gia Lộc 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x-1}$, đường thẳng $y=x-1$ và các đường thẳng $x=m$, $x=2m$ $(m>1)$. Tìm giá trị của m sao cho $S=\ln 3$.

A. $m=5$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22.(THPT Chuyên Lam Sơn 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|}{x+5}$; $x=-2$; $x=2$ và trục hoành là

A. $15\ln 10-10\ln 5$. **B.** $10\ln 5-5\ln 21$. **C.** $5\ln 21-\ln 5$. **D.** $121\ln 5-5\ln 21$.

Lời giải

.....

.....

.....

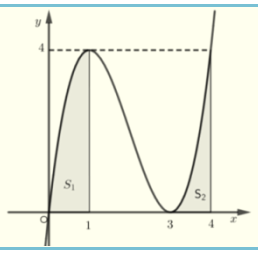
.....

.....

.....

.....

Câu 23.(Sở GD và ĐT Cần Thơ 2019) Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với a, b, c, d $\in\mathbb{R}$. Gọi S_1, S_2 là diện tích các phần tô đậm như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $S_1.S_2=\dfrac{55}{8}$. B. $S_1+S_2=4$. C. $S_1-S_2=\dfrac{8}{5}$. D. $\dfrac{S_1}{S_2}=2$.

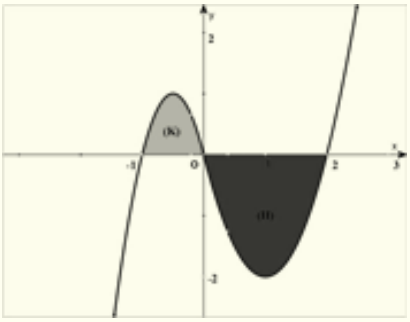
Lời giải

.....

.....

.....

Câu 24.(Sở GD và Đào Tạo Hưng Yên 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1;2]$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ. Diện tích các hình phẳng $(K),(H)$ lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1)=\frac{19}{12}$, tính $f(2)$.

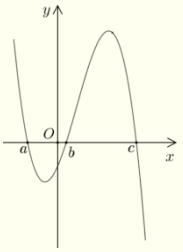


A. $f(2)=\frac{23}{6}$. B. $f(2)=-\frac{2}{3}$.

C. $f(2)=\frac{2}{3}$. D. $f(2)=\frac{11}{6}$.

Lời giải

Câu 25.(THPT Chuyên Huỳnh Mẫn Đạt 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

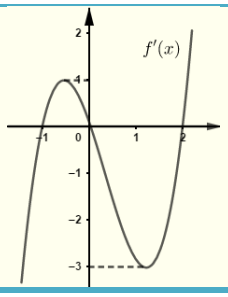


A. $f(c)>f(a)>f(b)$. B. $f(c)>f(b)>f(a)$.

C. $f(a)>f(b)>f(c)$. D. $f(b)>f(a)>f(c)$.

Lời giải

Câu 26.(THPT Thuận Thành 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào trong các phương án A,B,C,D dưới đây là đúng?

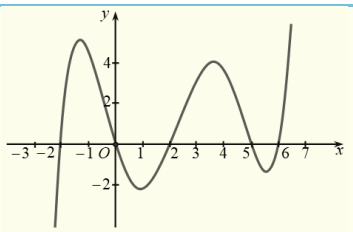


A. $f(2)>f(-1)>f(0)$. **B.** $f(0)>f(-1)>f(2)$.

C. $f(0)>f(2)>f(-1)$. **D.** $f(-1)>f(0)>f(2)$.

Lời giải

Câu 27.(THPT Nghĩa Hưng 2019) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

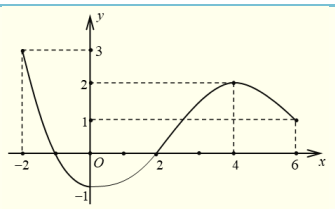


Số nghiệm thuộc đoạn $[-2;6]$ của phương trình $f(x)=f(0)$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

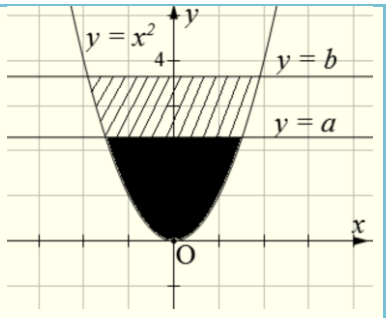
Câu 28.(THPT Trần Kỳ Phong-2018) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



A. $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-2)$. **B.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(2)$. **C.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(6)$. **D.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-1)$.

Lời giải

Câu 29.(THPT Mộ Đức Quãng Ngãi 2018) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y=x^2$ và hai đường thẳng $y=a$, $y=b$ $(0<a<b)$ (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y=a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y=b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1=S_2$?



A. $b=\sqrt[3]{4}a$. **B.** $b=\sqrt[3]{2}a$. **C.** $b=\sqrt[3]{3}a$. **D.** $b=\sqrt[3]{6}a$.

Lời giải

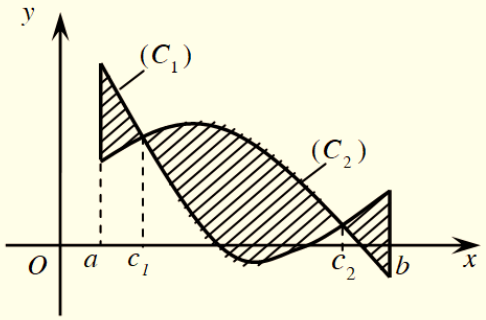
.....

.....

DẠNG 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$.

1. Phương pháp.

Để tính diện tích giới hạn bởi $(H)\begin{cases}(C_1):y=f(x)\\(C_2):y=g(x)\\x=a\\x=b\end{cases}$ ta tiến hành hai bước:



Bước ① : Áp dụng công thức diện tích cần tính là

$$S=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x.$$

Bước ② : Phá trị tuyệt đối như dạng 1.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 5. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các trục tung, trục hoành và đồ thị (C).

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Cho hàm số $y=x^2-2x+2$ có đồ thị (C). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 3 và trục tung.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 7. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{\ln x}{x^2}$ và $y=\frac{4\ln x}{(x+2)^2}$.

Lời giải

Bài tập 8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=1+xe^x$ và $y=x+e^x$.

Lời giải

Bài tập 9. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x+x$, $x-y+1=0$ và $x=\ln 5$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=(x-1)\sqrt{x+1}$ và đường thẳng $y=x+1$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\sqrt{x^2-16}$ và $y=3x^2-12x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 12. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin 2x,\ y=\cos x$ và hai đường thẳng $x=0,\ x=\dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 13. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x,\ y=-x^2+2x$ và hai đường thẳng $x=0,\ x=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 14. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\left|x^2-3x+2\right|$ và đường thẳng $y=x+2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

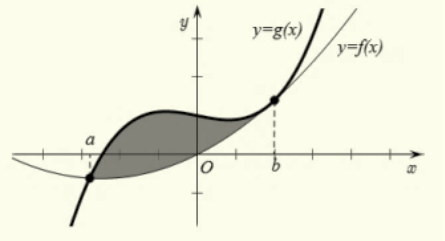
.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết.

Câu 30.(THPT Thị Xã Quảng Trị) Cho hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đồ thị giao nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ a và b. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số này *(phần tô đậm ở hình vẽ).*
Diện tích của (H) được tính theo công thức



A. $S=\int_a^b\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$.
B. $S=\int_a^b\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x$.
C. $S=\int_a^b\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$.
D. $S=-\int_a^b\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Câu 31.(Sở GD và ĐT Quãng Bình 2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=2x^2+x+1$ và $y=x^2+3$

A. $\frac{9}{2}$.
B. $\frac{5}{2}$.
C. 4.
D. 2.

Lời giải

Câu 32.(THPT Kinh Môn 2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=-x^2+4$ và $y=-x+2$?

A. $\frac{5}{7}$.
B. $\frac{8}{3}$.
C. $\frac{9}{2}$.
D. 9.

Lời giải

Câu 33.(THPT Kim Liên 2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+1$ và đường thẳng $y=x+3$.

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{13}{3}$. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 34.(THPT Kim Liên 2017) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$; $y=6-x$ và trục hoành.

A. $\frac{22}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{23}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 35. (THPT Chuyên Quốc Học Huế) Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$.

A. $S=\frac{937}{12}$. **B.** $S=\frac{343}{12}$. **C.** $S=\frac{793}{4}$. **D.** $S=\frac{397}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 36.(Sở GD & ĐT Nam Định 2019)

Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=x(1-x)$ và $y=x^3-x$ có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{9}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

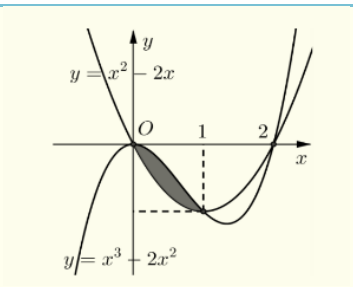
.....

.....

.....

.....

Câu 37.(THPT Lê Qúy Đôn Quãng Ngãi 2019) Diện tích phần tô đậm trong hình bên được tính theo công thức nào trong các công thức sau?



A. $\int_0^1 \left(-x^3+3x^2-2x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^1 \left(x^3-3x^2+2x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_0^2 \left(-x^3+3x^2-2x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^2 \left(x^3-3x^2+2x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

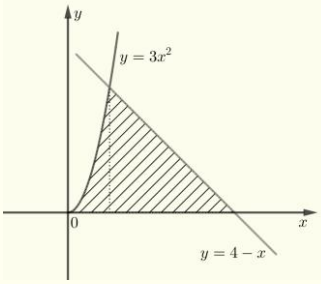
.....

.....

.....

Câu 38.(KHTN Hà Nội 2019) Gọi (H) là phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=3x^2$, $y=4-x$ và trục hoành.

Diện tích của (H) là bằng bao nhiêu?



A. $\frac{11}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

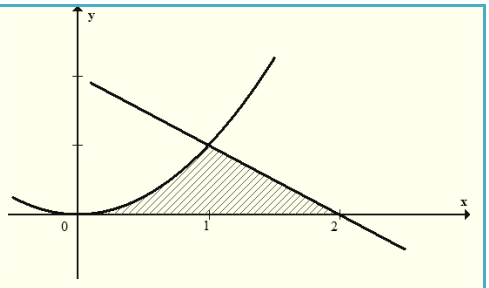
.....

.....

.....

Câu 39.(Sở GD & ĐT Sóc Trăng 2018) Tính diện tích hình phẳng tạo thành bởi parabol $y=x^2$, đường thẳng $y=-x+2$ và trục hoành trên đoạn $[0;2]$ (phần gạch sọc trong hình)

A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{7}{6}$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 40.(THPT Chuyên Hạ Long 2018) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $x=4, x=9$ và đường cong có phương trình $y^2=8x$.

A. $\frac{76\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{152}{3}$. C. $76\sqrt{2}$. D. $\frac{152\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 41.(Sở GD và ĐT Lạng Sơn 2019) Diện tích miền phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{2}$ và đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính $2\sqrt{2}$ thuộc khoảng nào sau đây.

A. $5;6$. B. $(4;5)$. C. $(7;8)$. D. $(6;7)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

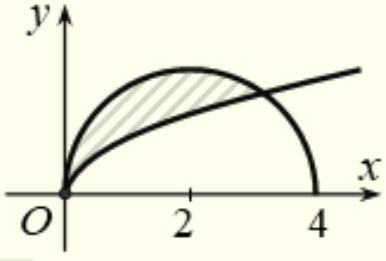
.....

.....

.....

Câu 42.(THPT Sơn Tây 2018) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{x}$ và nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4x-x^2}$ (với $0\le x\le 4$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

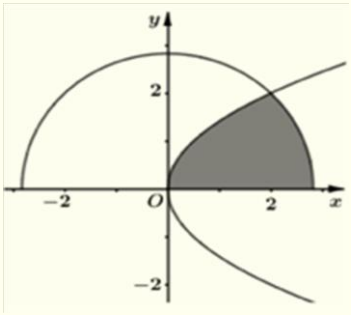
A. $\frac{4\pi+15\sqrt{3}}{24}$. B. $\frac{8\pi-9\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{10\pi-9\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{10\pi-15\sqrt{3}}{6}$



Lời giải

.....

Câu 43.(Cụm Trần Kim Hưng Phú Yên 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{2x}$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{8-x^2}$ (với $0\le x\le 2\sqrt{2}$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích (H) tính bởi công thức nào



A. $\int_0^2 \left|\sqrt{2x}-\sqrt{8-x^2}\right|\mathrm{d}x$.

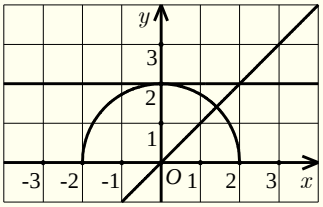
B. $\int_0^2 \sqrt{2x}\mathrm{d}x+\int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2}\mathrm{d}x$.

C. $\int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{2x}-\sqrt{8-x^2})\mathrm{d}x$.

D. $\int_0^2 (\sqrt{2x}-\sqrt{8-x^2})\mathrm{d}x$.

Lời giải

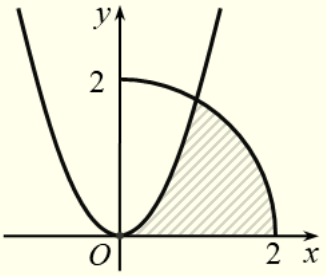
Câu 44.(THPT Kinh Môn 2018) Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x^2}$, $y=2$, $y=x$ có diện tích là $S=a+b.\pi$. Chọn kết quả đúng:



A. $a>1, b>1$. B. $a+b<1$. C. $a+2b=3$. D. $a^2+4b^2\ge 5$.

Lời giải

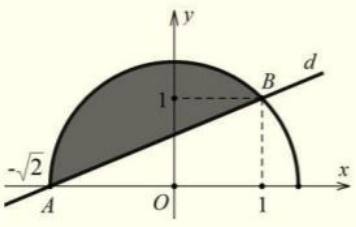
Câu 45.(Đề tham khảo BGD 2018) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$. B. $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$. C. $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$. D. $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.

Lời giải

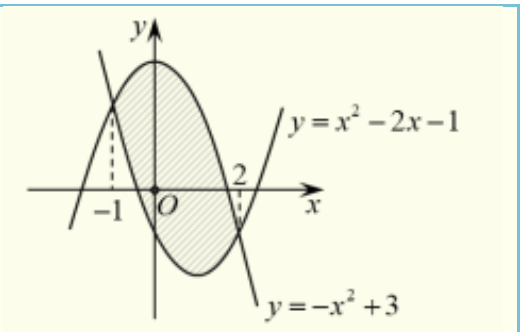
Câu 46.(THPT Đặng Thúc Hứa 2018) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn $y=\sqrt{2-x^2}$ và đường thẳng d đi qua hai điểm $A\left(-\sqrt{2};0\right)$ và $B(1;1)$ (*phần tô đậm như hình vẽ)*



A. $\dfrac{\pi+2\sqrt{2}}{4}$. B. $\dfrac{3\pi+2\sqrt{2}}{4}$. C. $\dfrac{\pi-2\sqrt{2}}{4}$. D. $\dfrac{3\pi-2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Câu 47.(THPT Thạch Thành 2019) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

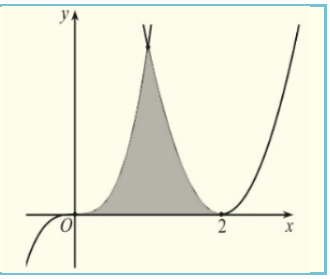
B. $\int_{-1}^{2}\left(-2x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}\left(2x-2\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$

Lời giải

Câu 48.(Đặng Thành Nam) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=(x-2)^2$, đường cong $y=x^3$ và trục hoành bằng (phần tô đậm trong hình vẽ bên)



A. $\frac{11}{2}$.

B. $\frac{73}{12}$.

C. $\frac{7}{12}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 49.(THPT Chuyên Lê Thánh Tông 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x$; $y=\sqrt{x}$; $x=5$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox là

A. $V=\pi\int_0^5\left(x-x^2\right)\mathrm{d}x$

B. $V=\pi\left[\int_0^1\left(x-x^2\right)\mathrm{d}x+\int_1^5\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x\right]$

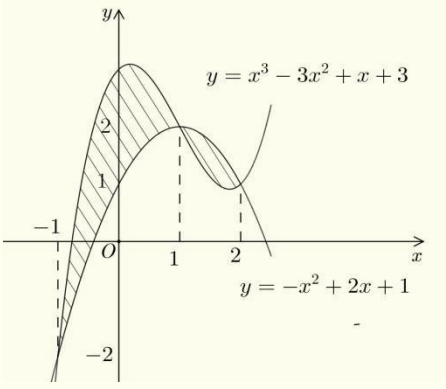
C. $V=\pi\int_0^5\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x$

D. $V=\pi\int_1^5\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x$

Lời giải

Câu 50.(Sở GD và ĐT Đà Nẵng 2019)

Cho đồ thị hai hàm số $y=x^3-3x^2+x+3$ và $y=-x^2+2x+1$ như hình sau. Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^1\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x+\int_1^2\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int_{-1}^2\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^1\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x+\int_1^2\left(x^3-2x^2-x+2\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int_{-1}^2\left(-x^3+2x^2+x-2\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Câu 51.(Chuyên Đại Học Sư Phạm Hà Nội 2018) Cho số dương a thỏa mãn hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y=ax^2-2$ và $y=4-2ax^2$ có diện tích bằng 16. Giá trị của a bằng

A. 2. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

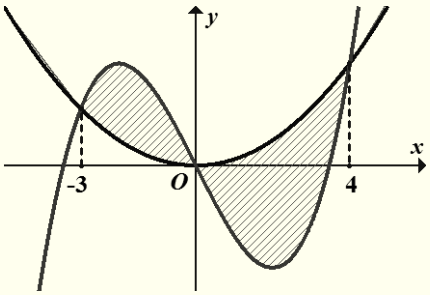
Lời giải

Câu 52.(THPT Tây Thụy Anh Thái Bình 2018) Tìm a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(P):y=\frac{x^2-2x}{x-1}$, đường thẳng $d:y=x-1$ và $x=a,\ x=2a\ (a>1)$ bằng $\ln 3$?

A. $a=1$. **B.** $a=4$. **C.** $a=3$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Câu 53.(Chuyên Đại Học Vinh) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f(x)=x^3-12x$ và $g(x)=x^2$. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $S=\int_{-3}^{4}\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{-3}^{0}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{0}^{4}\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\int_{-3}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

D. $S=\left|\int_{-3}^{0}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{0}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

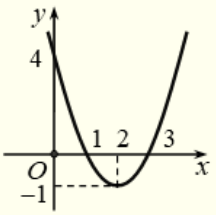
.....

.....

.....

.....

Câu 54.(THPT Chuyên Trần Phú 2018) Cho parabol (P) có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với trục hoành.



A. 4. B. 2. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

.....

.....

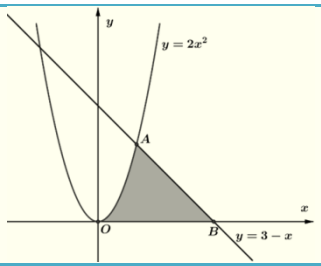
.....

.....

.....

.....

Câu 55.(Sở GD & ĐT Hà Nam 2018) Gọi tam giác cong (OAB) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=2x^2$, $y=3-x$, $y=0$ (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của (OAB) bằng



A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

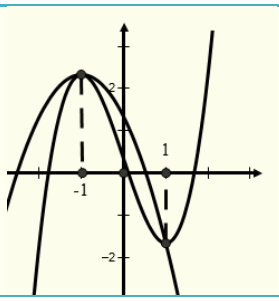
.....

.....

.....

Câu 56.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2019)

Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C) và hàm số $y=mx^2+nx+p\ (m,n,p\in\mathbb{R})$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

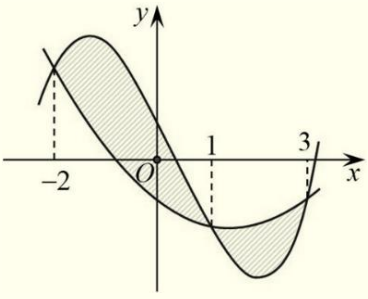
.....

.....

.....

Câu 57.(Đề Chính Thức 2018)

Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+\frac{3}{4}$ và $g(x)=dx^2+ex-\frac{3}{4}$, $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2;\ 1;\ 3$ (hình vẽ bên). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{253}{48}$. **B.** $\frac{125}{24}$. **C.** $\frac{125}{48}$. **D.** $\frac{253}{24}$.

Lời giải

.....

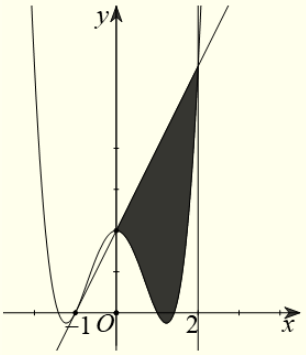
.....

.....

.....

.....

Câu 58.(Chuyên KHTN 2018) Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, đồ thị (C) và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần tô màu trong hình vẽ).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai đường thẳng $x=-1$; $x=0$ có diện tích bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Câu 59. (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội 2018) Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng AB.

A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

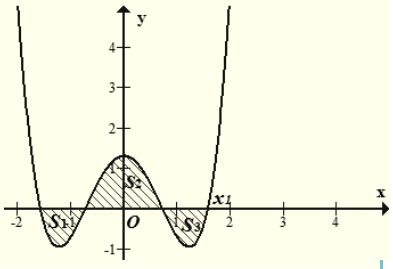
.....

.....

.....

Câu 60.(THPT Ngọc Tảo Hà Nội 2018) Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m), với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ

Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là



A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $-\frac{5}{4}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 3. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x), y=h(x)$.

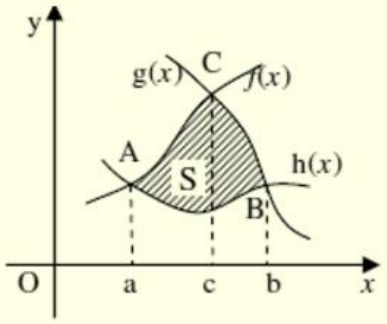
1. Phương pháp.

Bước ① : Tìm hoành độ giao điểm của từng đồ thị:

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x=c$$

$$f(x)=h(x)\Leftrightarrow x=a$$

$$h(x)=g(x)\Leftrightarrow x=b$$



Bước ② : Vẽ đồ thị của ba hàm số $y=f(x), y=g(x), y=h(x)$.

để tách thành tổng của hai tích phân.

$$S=\int_a^c |f(x)-h(x)|dx+\int_c^b |g(x)-h(x)|dx$$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{1}{2}(x^2-4x+3)$ và hai tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(3;-2)$ là

Lời giải

Bài tập 16. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(P): y=\left|x^2-4x+3\right|$ và $(D): y=x+3$.

Lời giải

Bài tập 17. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $(P): y=\left|x^2-1\right|$ và $(D): y=|x|+5$.

Lời giải

Bài tập 18. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong

$$(C_1): y=x^2,\ (C_2): y=\frac{x^2}{8},\ (C_3): y=\frac{27}{x}.$$

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 61.(THPT Ngô Quyền 2019) Diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=-x+3$ $y=2^x$, $y=1$ bằng

A. $\frac{1}{\ln 2}+3$. **B.** $\frac{1}{\ln 2}-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{\ln 2}+1$. **D.** $\frac{1}{\ln 2}+2$.

Lời giải

Câu 62.(Tạp Chí Toán Học 2018) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(P): y=x^2-4x+5$ và các tiếp tuyến của (P) tại $A(1;2)$ và $B(4;5)$.

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 63.(THPT Hồng Lĩnh Hà Tĩnh 2018) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ và tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4,2)$ và trục hoành là

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 64.(Chuyên KHTN 2018) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2-6x+12$ và các tiếp tuyến tại các điểm $A(1;7)$ và $B(-1;19)$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 65.(Sở GD& ĐT Đồng Tháp 2018) Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y=8x$, $y=x$ và đồ thị hàm số $y=x^3$ là phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Khi đó $a+b$ bằng

A. 62. **B.** 67. **C.** 33. **D.** 66.

Lời giải

DẠNG 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số có dạng $x = f(y)$ và hai đường thẳng $y = a, y = b$.

1. Phương pháp.

Để tính diện tích giới hạn bởi $(H)\begin{cases} x = f(y) \\ x = g(y) \\ y = a \\ y = b \end{cases}$ ta tiến hành hai bước:

Bước ① : Áp dụng công thức diện tích cần tính là

$$S = \int_a^b \left| f(y) - g(y) \right| dy.$$

Bước ② : Phá trị tuyệt đối như dạng 1.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 19. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = 2x + 1$ và $y = x - 1$.

Lời giải

Bài tập 20. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x,\ y^2 = (4 - x)^3$.

Lời giải

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 66.(THPT Kim Liên 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y^2-2y+x=0$ và đường thẳng $x+y-2=0$. Tính diện tích S của hình (H).

A. $S=6$. **B.** $S=14$. **C.** $S=\frac{17}{6}$. **D.** $S=\frac{1}{6}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

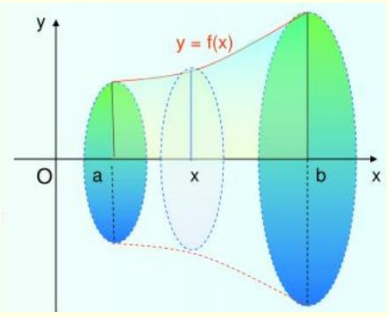
.....

.....

DẠNG 5. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi một đồ thị hàm số có dạng $y=f(x)$, $x=a$, $x=b$ và trục hoành $(y=0)$ khi quay quanh trục hoành (Ox).

1. Phương pháp.

Để tính thể tích vật thể giới hạn bởi $(H):\begin{cases}(C):y=f(x)\\(Ox):y=0\\x=a\\x=b\end{cases}$ ta tiến hành hai bước:



Bước ① : Áp dụng công thức diện tích cần tính là

$$V=\pi\int_a^b f^2(x)\,dx=\pi\int_a^b y^2\,dx.$$

Bước ② : Tính tích phân.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 21. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\frac{1}{1+\sqrt{4-3x}}$, trục hoành, trục tung và $x=1$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 22. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{e^x}+2}$, trục hoành và $x=0$, $x=3\ln 2$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 23. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\sqrt{x}}{\cos x}$, trục hoành và $x=\dfrac{\pi}{4}$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 67.(Sở GD và ĐT Đồng Tháp 2018) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,\ x=\dfrac{\pi}{6}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi}{4}\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **B.** $V=\dfrac{1}{2}\left(2-\sqrt{3}\right)$. **C.** $V=\dfrac{\pi}{2}\left(2-\sqrt{3}\right)$. **D.** $V=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 68.(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh 2018) Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{1}{x}$, $y=0$, $x=1$, $x=a$, $(a>1)$ quay xung quanh trục Ox.

A. $V=\left(1-\frac{1}{a}\right)$. **B.** $V=\left(1-\frac{1}{a}\right)\pi$. **C.** $V=\left(1+\frac{1}{a}\right)\pi$. **D.** $V=\left(1+\frac{1}{a}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 69.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018) Goi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=e^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là

A. $\frac{\pi}{2}\left(e^2-1\right)$. **B.** $\pi\left(e^2+1\right)$. **C.** $\frac{\pi}{2}\left(e^2+1\right)$. **D.** $\pi\left(e^2-1\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 70.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-1$, trục hoành và đường thẳng $x=4$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{7}{6}$. **B.** $V=\frac{7\pi^2}{6}$. **C.** $V=\frac{7\pi}{6}$. **D.** $V=\frac{7\pi}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 71.(TT Diệu Hiền 2018) Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y=-x^2+2x$, trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{496\pi}{15}$. **B.** $\frac{32\pi}{15}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 72.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Thể tích của vật tròn xoay có được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $y=\tan x$, trục Ox, đường thẳng $x=0$, đường thẳng $x=\frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox là

A. $V=\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$. **B.** $V=\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$. **C.** $V=\pi\sqrt{3}+\frac{\pi^2}{3}$. **D.** $V=\pi\sqrt{3}-\frac{\pi^2}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 73.(Sở GD & ĐT Phú Thọ) Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1;x=3$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 74.(THPT Tây Thụy Anh 2018) Tính thể tích của phần vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P):y=2x-x^2$ và trục Ox bằng

A. $V=\frac{19\pi}{15}$. **B.** $V=\frac{13\pi}{15}$. **C.** $V=\frac{17\pi}{15}$. **D.** $V=\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 75.(Đề Chính Thức 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2dx$. B. $V=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)dx$. C. $V=\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2dx$. D. $V=\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)dx$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 76.(THTT số 6 - 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$, trục hoành và đường thẳng $x=\mathrm{e}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi}{2}$. B. $V=\dfrac{\pi}{3}$. C. $V=\dfrac{\pi}{6}$. D. $V=\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 77.(THPT Hậu Lộc 2-2018) Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x-x^2$ và trục hoành, quanh trục hoành.

A. $\dfrac{81\pi}{10}$. B. $\dfrac{85\pi}{10}$. C. $\dfrac{41\pi}{7}$. D. $\dfrac{8\pi}{7}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 78.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019) Cho hình phẳng D giới hạn bởi cac đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\pi-1$. B. $V=\pi+1$. C. $V=\pi(\pi-1)$. D. $V=\pi(\pi+1)$.

Lời giải

.....

.....

Câu 79.(Sở GD & ĐT Nam Định 2019) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=2(\pi+1)$. **B.** $V=2\pi(\pi+1)$. **C.** $V=2\pi^2$. **D.** $V=2\pi$.

Lời giải

Câu 80.(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ 2018) Thể tích của khối tròn xoay D thu được khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}\mathrm{e}^x$, trục hoành và đường thẳng $x=1$

A. $\frac{\pi}{4}(\mathrm{e}^2+1)$. **B.** $\frac{1}{4}(\mathrm{e}^2+1)$. **C.** $\frac{\pi}{4}(\mathrm{e}^4-1)$. **D.** $\frac{1}{4}(\mathrm{e}^4-1)$.

Lời giải

Câu 81.(THTT số 6-489 tháng 3) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, trục hoành và đường thẳng $x=\mathrm{e}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{\pi}{2}$. **B.** $V=\frac{\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{\pi}{6}$. **D.** $V=\pi$.

Lời giải

Câu 82.(Sở GD & ĐT Bắc Ninh 2018) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y=(2x-1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x=\mathrm{e}$. Khi hình phẳng D quay quanh trục hoành được vật thể tròn xoay có thể tích V được tính theo công thức

A. $V=\int_1^{\mathrm{e}}(2x-1)^2\ln x\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi\int_{\frac{1}{2}}^{\mathrm{e}}(2x-1)^2\ln x\mathrm{d}x$.

C. $V=\int_{\frac{1}{2}}^{\mathrm{e}}(2x-1)^2\ln x\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int_1^{\mathrm{e}}(2x-1)^2\ln x\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 83.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018) Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\tan x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{4}$ quanh trục hoành là

A. $V=\dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$.

B. $V=\dfrac{\pi\ln 2}{2}$.

C. $V=\dfrac{\pi^2}{4}$.

D. $V=\dfrac{\pi}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 84.(THPT Chuyên Phan Bội Châu 2018)

Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\ln(2x+1)}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục Ox.

A. $\dfrac{2}{3}\ln 3-1$.

B. $\dfrac{\pi}{2}\ln 3-\pi$.

C. $\left(\pi-\dfrac{1}{2}\right)\ln 3-1$.

D. $\dfrac{3\pi}{2}\ln 3-\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 85.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Thể tích của vật tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $y=\tan x$, trục Ox, đường thẳng $x=0$, đường thẳng $x=\frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox là:

A. $V=\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$. **B.** $V=\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$. **C.** $V=\pi\sqrt{3}+\frac{\pi^2}{3}$. **D.** $V=\pi\sqrt{3}-\frac{\pi^2}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 86.(THPT Nguyễn Du 2019) Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\tan x}, y=0, x=0, x=\frac{\pi}{4}$ xung quanh trục Ox.

A. $V=\frac{\sqrt{\pi\ln 2}}{4}$. **B.** $V=\ln\sqrt{2}$. **C.** $V=\frac{\pi^2}{4}$. **D.** $V=\pi\ln\sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 87.(THPT Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội) Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường $y=\sqrt{x^2-4}$, trục Ox và đường $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành.

A. $V=3\pi$. **B.** $V=\frac{7\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{5\pi}{3}$. **D.** $V=2\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 88.(Toán Học Tuổi Trẻ 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, trục hoành và đường thẳng $x=\mathrm{e}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{\pi}{2}$. **B.** $V=\frac{\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{\pi}{6}$. **D.** $V=\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 89.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc 2019) Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C):x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

A. $6\pi^2$. **B.** $6\pi^3$. **C.** $3\pi^2$. **D.** 6π.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 90.(Sở GD & ĐT Bình Thuận 2018)
Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=a\sin x+b\cos x$ (với a, b là các hằng số thực dương), trục hoành, trục tung và đường thăng $x=\pi$. Nếu vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox có thể tích bằng $\frac{5\pi^2}{2}$ và $f'(0)=2$ thì $2a+5b$ bằng

A. 8. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 91.(Học Sinh giỏi Bắc Ninh) Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{m^2-x^2}$ (m là tham số khác 0) và trục hoành. Khi (H) quay xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích V. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $V<1000\pi$.

A. 18. **B.** 20. **C.** 19. **D.** 21.

Lời giải

.....

Câu 92.(THPT Quỳnh Lưu 2018) Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C):x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

A. $V=6\pi$. **B.** $V=6\pi^3$. **C.** $V=3\pi^2$. **D.** $V=6\pi^2$.

Lời giải

Câu 93.(Kênh Truyền Hình Giáo Dục Quốc Gia 2019) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{\dfrac{3+(x-2)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích $V=\pi\left[a+b\ln\left(1+\dfrac{1}{e}\right)\right]$, trong đó a,b là các số hữu tỷ.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a-2b=5$. **B.** $a+b=3$. **C.** $a-2b=7$. **D.** $a+b=5$.

Lời giải

Câu 94.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2019)

Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình tròn $(C):(x+2)^2+(y-3)^2\le 1$ quanh trục Ox.

A. $V=2\pi^2$. **B.** $V=6\pi^2$. **C.** $V=\pi^2$. **D.** $V=6\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

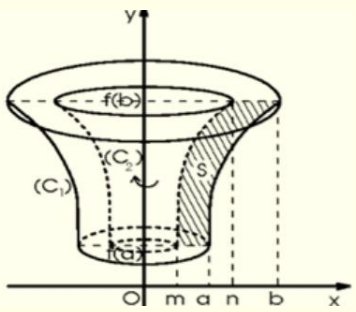
.....

.....

DẠNG 6. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=a$, $x=b$ khi quay quanh trục hoành

1. Phương pháp.

Để tính thể tích vật thể giới hạn bởi $(H):\begin{cases}(C_1):y=f(x)\\(C_2):y=g(x)\\x=a\\x=b\end{cases}$ ta tiến hành hai bước:



Bước ① : Áp dụng công thức diện tích cần tính là

$$V=\pi\int_a^b\left|f^2(x)-g^2(x)\right|\mathrm{d}x$$

Bước ② : Tính tích phân.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 24. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=-x$ và $x=4$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

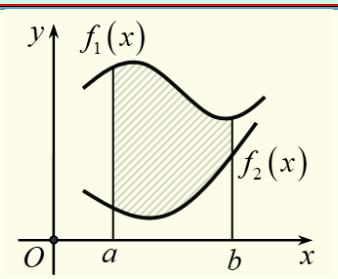
.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 95. (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng 2018) Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?



A. $V=\int_a^b\left[f_1^2(x)-f_2^2(x)\right]\mathrm{d}x$. B. $V=\pi\int_a^b\left[f_1^2(x)-f_2^2(x)\right]\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int_a^b\left[f_2^2(x)-f_1^2(x)\right]\mathrm{d}x$. D. $V=\pi\int_a^b\left[f_1(x)-f_2(x)\right]^2\mathrm{d}x$.

Lời giải

Câu 96. (TT Diệu Hiền-Cần Thơ 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng:

A. $\frac{32\pi}{15}$. B. $\frac{64\pi}{15}$. C. $\frac{21\pi}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Câu 97. (THPT Chuyên Trần Phú 2018) Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=\sqrt{y}$, $y=-x+2$ và $x=0$ quay quanh trục Ox có giá trị là kết quả nào sau đây?

A. $V=\frac{1}{3}\pi$. B. $V=\frac{3}{2}\pi$. C. $V=\frac{32}{15}\pi$. D. $V=\frac{11}{6}\pi$.

Lời giải

Câu 98.(Sở GD & ĐT Quảng Nam 2018) Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $\frac{64\pi}{15}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$. **C.** $\frac{20\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

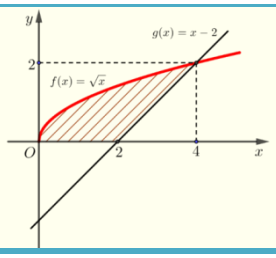
.....

.....

.....

.....

Câu 99.(THPT Kim Liên 2018) Cho hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.



A. $V = 8\pi$. **B.** $V = 10\pi$. **C.** $V = \frac{8\pi}{3}$. **D.** $V = \frac{16\pi}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 100.(THTT Số 3-486-2018) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y = 2 - x$ với $x \geq 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V = \frac{1}{3} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$. **B.** $V = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}$. **C.** $V = \frac{1}{2} + \frac{e-1}{e}\pi$. **D.** $V = \frac{1}{2} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$.

Lời giải

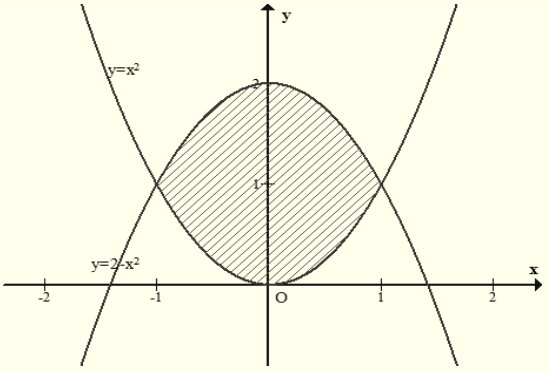
.....

.....

.....

.....

Câu 101.(THPT Kim Liên 2019) Cho hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay khi hình (H) quay xung quanh Ox được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\pi\int_{-1}^{1}(x^4-4x^2+4)dx-\pi\int_{-1}^{1}x^4dx$.

B. $\int_{-1}^{1}(x^4-4x^2+4)dx-\int_{-1}^{1}x^4dx$.

C. $\pi\int_{-1}^{1}(4x^4-8x^2+4)dx$.

D. $\pi\int_{-1}^{1}x^4dx-\pi\int_{-1}^{1}(x^4-4x^2+4)dx$.

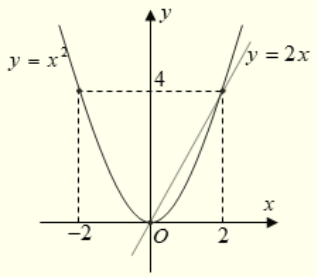
Lời giải

Câu 102.(THPT Thăng Long 2019) Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường elip có phương trình: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ quay xung quanh trục Ox.

A. 8π. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** 6π.

Lời giải

Câu 103.(THPT Thanh Chương Nghệ An) Thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=2x$ khi quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $\pi\int_0^2\left(x^4-4x^2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_0^2\left(4x^2-x^4\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_0^2\left(4x^2-x^4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 104.(THPT Lý Nhân Tông 2019) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh Ox.

A. $V=\pi(e+1)$. **B.** $V=\pi(e-2)$. **C.** $V=\pi e$. **D.** $V=\pi(e-1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 105.(THPT Kim Liên 2017) Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x}}$; $y=0$; $x=2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{\pi(2\mathrm{e}-1)}{2\mathrm{e}}$. **B.** $V=\dfrac{\pi(2\mathrm{e}-3)}{2\mathrm{e}}$. **C.** $V=\dfrac{\pi(\mathrm{e}-1)}{2\mathrm{e}}$. **D.** $V=\dfrac{\pi(\mathrm{e}-3)}{2\mathrm{e}}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 106.(THPT Chuyên Biên Hòa2018) Tính thể tích V của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$; $y=\sqrt{x}$ quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{9\pi}{10}$. **B.** $V=\dfrac{3\pi}{10}$. **C.** $V=\dfrac{\pi}{10}$. **D.** $V=\dfrac{7\pi}{10}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 107.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-4$, $y=2x-4$, $x=0$, $x=2$ quanh trục Ox.

A. $\dfrac{32\pi}{5}$. **B.** $\dfrac{32\pi}{7}$. **C.** $\dfrac{32\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{22\pi}{5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 108.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=x^2-4x+6$ và $y=-x^2-2x+6$.

A. 3π. **B.** $\pi-1$. **C.** π. **D.** 2π.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 109.(Sở GD & ĐT Đồng Tháp 2018) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=\dfrac{x^2}{2}$, $y=\sqrt{2x}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{28\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{12\pi}{5}$. **C.** $V=\dfrac{4\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{36\pi}{35}$.

Lời giải

.....

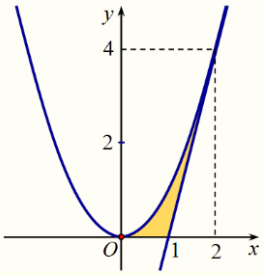
.....

Câu 110.(THPT Trần Phú 2018) Gọi (H) là hình được giới hạn bởi nhánh parabol $y=2x^2$ (với $x\ge 0$), đường thẳng $y=-x+3$ và trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình (H) khi quay quanh trục Ox bằng

A. $V=\dfrac{52\pi}{15}$. **B.** $V=\dfrac{17\pi}{5}$. **C.** $V=\dfrac{51\pi}{17}$. **D.** $V=\dfrac{53\pi}{17}$.

Lời giải

Câu 111.(Tạp Chí Toán Học Số 2-2018) Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc với Parabol đó tại điểm $A(2;4)$, như hình vẽ bên. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng



A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{32\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{22\pi}{5}$.

Lời giải

Câu 112.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2018) Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $x+y-2=0$; $y=\sqrt{x}$; $y=0$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{6\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{5\pi}{6}$.

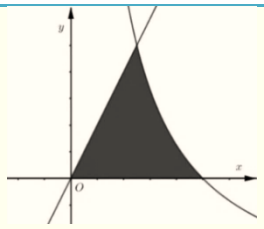
Lời giải

Câu 113.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi phép quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0$, $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$.

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** $\frac{16\pi}{3}$. **C.** 10π. **D.** 8π.

Lời giải

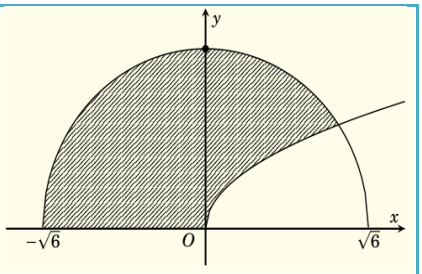
Câu 114.(THPT NewTon 2018) Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=2x, y=\frac{1-x}{x}, y=0$ (phần tô đậm màu đen ở hình vẽ bên). Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng.



A. $V=\pi\left(\frac{5}{3}-2\ln 2\right)$. **B.** $V=\pi\left(\frac{5}{3}+2\ln 2\right)$. **C.** $V=\pi\left(2\ln 2-\frac{2}{3}\right)$. **D.** $V=\pi\left(2\ln 2+\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Câu 115.(THPT Chuyên Lương Thế Vinh 2018) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{6-x^2}$ $\left(-\sqrt{6}\le x\le\sqrt{6}\right)$ và trục hoành (Ox) (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox.



A. $V=8\pi\sqrt{6}-2\pi$. **B.** $V=8\pi\sqrt{6}+\dfrac{22\pi}{3}$.

C. $V=8\pi\sqrt{6}-\dfrac{22\pi}{3}$. **D.** $V=4\pi\sqrt{6}+\dfrac{22\pi}{3}$.

Lời giải

Câu 116.(Tạp chí Toán Học 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi $(H_1),(H_2)$ là các hình phẳng $(H_1):\begin{cases}y=\dfrac{x^2}{4}\\ y=-\dfrac{x^2}{4}\\ x=-4,x=4\end{cases}$ và $(H_2):\begin{cases}x^2+y^2\le 16\\ x^2+(y-2)^2\ge 4\\ x^2+(y+2)^2\ge 4\end{cases}$. Cho $(H_1),(H_2)$ xoay quanh trục Oy ta được các vật thể có thể tích lần lượt V_1,V_2. Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $V_1=V_2$. **B.** $V_1=\dfrac{1}{2}V_2$. **C.** $V_1=2V_2$. **D.** $V_1=\dfrac{3}{2}V_2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 117.(THPT Chuyên Hạ Long 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ và đường tròn $(C):x^2+y^2=9$ (phần nằm trong (E) và nằm ngoài (C). Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục Ox.

A. $\frac{24}{5}\pi$. **B.** $\frac{8}{5}\pi$. **C.** $\frac{24}{25}\pi$. **D.** 24π.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

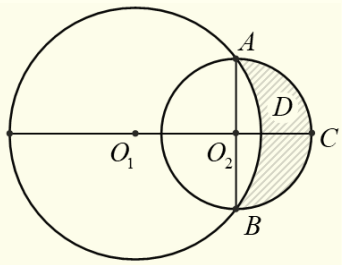
.....

.....

.....

Câu 118.(THPT Kinh Môn 2018)

Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2;3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V=36\pi$. **B.** $V=\frac{68\pi}{3}$ **C.** $V=\frac{14\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{40\pi}{3}$.

Lời giải

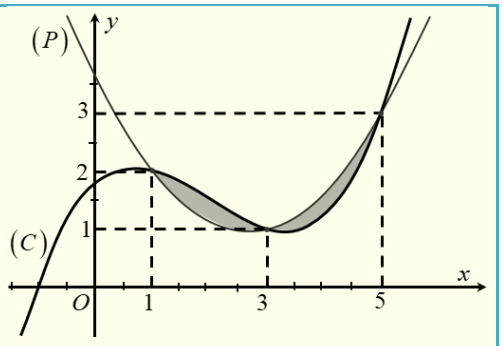
.....

.....

.....

.....

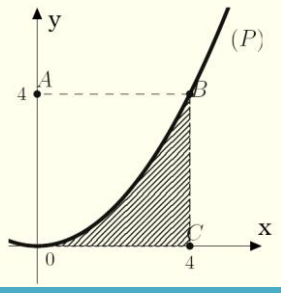
Câu 119.(THPT Thị Xã Quảng Trị 2019) Cho đồ thị $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và Parabol $(P): y = mx^2 + nx + p$ có đồ thị như hình vẽ (đồ thị (C) là đường cong đậm hơn). Biết phần hình phẳng được giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm) có diện tích bằng 1. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng đó quanh trục hoành bằng



A. 3π. **B.** $\frac{237}{35}\pi$. **C.** 5π. **D.** $\frac{159}{35}\pi$.

Lời giải

Câu 120.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi parabol (P) có đỉnh tại O. Gọi S là hình phẳng không bị gạch (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho phần S quay quanh trục Ox.



A. $V=\dfrac{128\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{128\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{64\pi}{5}$. **D.** $V=\dfrac{256\pi}{5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

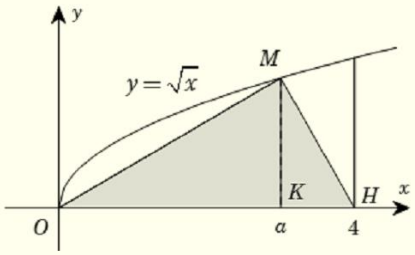
.....

.....

.....

.....

Câu 121.(Gang Thép Thái Nguyên) Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=0$ và $x=4$ quanh trục Ox. Đường thẳng $x=a\,(0<a<4)$ cắt đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox. Biết rằng $V=2V_1$. Khi đó



A. $a=2$. **B.** $a=2\sqrt{2}$. **C.** $a=\dfrac{5}{2}$. **D.** $a=3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 122.(THPT Chuyên Lý Tự Trọng 2019) Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $y=-3x+10, y=1$ và Parabol $y=x^2,(x>0)$. Tính thể tích V của khối tròn xoay quay D quanh trục Ox tạo nên, ((D) nằm ngoài parabol $y=x^2$).

A. $V=\dfrac{56\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{56}{5}$. **C.** $V=-\dfrac{56\pi}{5}$. **D.** $V=\dfrac{56\pi}{15}$.

Lời giải

DẠNG 7. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $x=f(y),\ x=g(y),\ y=a,\ y=b$ khi quay quanh trục tung (Oy).

1. Phương pháp.

Để tính thể tích vật thể giới hạn bởi $(H):\begin{cases}(C_1):x=f(y)\\(C_2):x=g(y)\\y=a\ ;\ y=b\end{cases}$ ta tiến hành hai bước:

Bước ① : Áp dụng công thức diện tích cần tính là $V=\pi\int\limits_a^b\left|f^2(y)-g^2(y)\right|\mathrm{dy}$

Bước ② : Tính tích phân.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 25. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-1$ và hai đường $x=4,\ y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H)

a). Quanh trục Ox. **b).** Quanh trục Oy.

Lời giải

.....

Bài tập 26. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=-x^2+2x$ và $y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H)

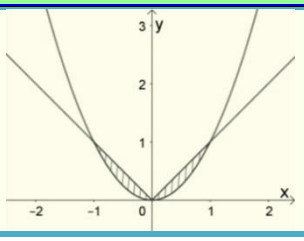
a). Quanh trục Ox. **b).** Quanh trục Oy.

Lời giải

.....

3.Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 123.(Tạp chí THTT 2018) Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=|x|$ và $y=x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng



A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{15}$. **D.** $\frac{4\pi}{15}$.

Lời giải

.....

Câu 124.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $xy=4$, $x=0$, $y=1$ và $y=4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh Oy.

A. $V=8\pi$. **B.** $V=16\pi$. **C.** $V=10\pi$. **D.** $V=12\pi$.

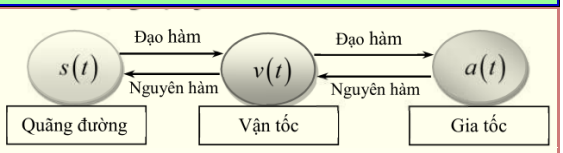
Lời giải

.....

DẠNG 8. Ứng dụng trong thực tế tính vận tốc, quãng đường, diện tích và thể tích vật thể .

1. Phương pháp.

① Ta tìm quãng đường, vận tốc và gia tốc dựa vào sơ đồ sau:

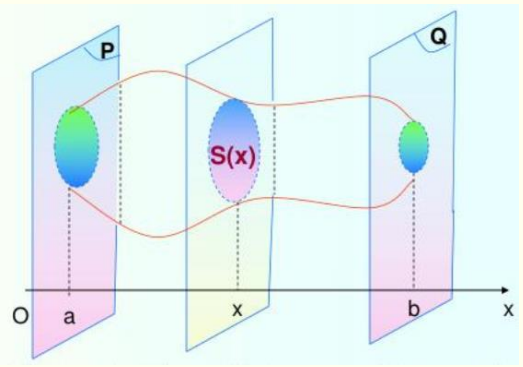


② Để tính diện tích, thể tích các hình phẳng và khối vật thể trong thực tế ta thường tiến hành các bước sau:

Bước 1. Chọn hệ trục tọa độ cho phù hợp.

Bước 2. Dựa vào đồ thị thiết lập hệ phương trình để tìm hàm số.

Bước 3. Áp dụng công thức tính diện tích và thể tích.



③ Thể tích V của vật thể (H) với $S(x)$ là thiết diện của (H) cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cho được tính bởi công thức $\boxed{V=\int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x}$

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 125.(THPT Nguyễn Quang Diêu) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=a$, $x=b\,(a<b)$. Gọi $S(x)$ là thiết diện của (H) cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x với $a\le x\le b$. Giả sử hàm số $y=S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức

A. $V=\pi\int_a^b[S(x)]^2\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$. **C.** $V=\int_a^b[S(x)]^2\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Câu 126.(THPT Thanh Chương 2019) Cho phần vật thể Φ được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox tại $x=0$, $x=3$. Cắt phần vật thể Φ bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x $(0\le x\le 3)$ ta được thiết diện là hình chữ nhật có kích thước lần lượt là x và $\sqrt{3-x}$. Thể tích phần vật thể Φ bằng

A. $\frac{27\pi}{4}$. **B.** $\frac{12\sqrt{3}\pi}{5}$. **C.** $\frac{12\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Lời giải

Câu 127.(THPT Kim Liên 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0\le x\le 3)$ là một hình vuông cạnh là $\sqrt{9-x^2}$. Thể tích V của vật thể.

A. $V=171$ **B.** $V=171\pi$. **C.** $V=18$. **D.** $V=18\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 128.(Đặng Thành Nam) Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các mặt phẳng $x=0$ và $x=1$, biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 1)$ là một hình vuông có độ dài cạnh $\sqrt{x\left(e^x-1\right)}$.

A. $V=\frac{\pi}{2}$. **B.** $V=\frac{e-1}{2}$. **C.** $V=\frac{1}{2}$. **D.** $V=\frac{\pi(e-1)}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 129.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019) Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=1$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(-1\le x\le 1)$ là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{1-x^4}$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 130.(Tạp Chí Toán Học 2019) Cắt một vật thể (V) bởi hai mặt phẳng song song $(P),(Q)$ lần lượt vuông góc với trục Ox tại $x=-\frac{\pi}{2}$, $x=\frac{\pi}{2}$. Một mặt tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm x $\left(-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}\right)$ cắt (V) theo thiết diện có diện tích là $S(x)=\left(1+sin^2x\right)cosx$. Tính thể tích vật thể (V) giới hạn bởi hai mặt phẳng $(P),(Q)$.

A. $3{,}14$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{13\pi}{6}$. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Câu 131.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=4$, biết rằng khi cắt bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 4\right)$ thì được thiết diện là nửa hình tròn có bán kính $R=x\sqrt{4-x}$.

A. $V=\frac{64}{3}$. **B.** $V=\frac{32}{3}$. **C.** $V=\frac{64\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Câu 132.(THPT Kim Liên 2017) Một xe lửa chuyển động chậm dần đều và dừng lại hẳn sau 20 s kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Trong thời gian đó xe chạy được 120 m. Cho biết công thức tính vận tốc của chuyển động biến đổi đều là $v=v_0+at$; trong đó a (m/s^2) là gia tốc, v (m/s) là vận tốc tại thời điểm t (s). Hãy tính vận tốc v_0 của xe lửa lúc bắt đầu hãm phanh.

A. 30 m/s. **B.** 6 m/s. **C.** 12 m/s. **D.** 45 m/s.

Lời giải

Câu 133.(Chuyên KHTN Hà Nội 2019) Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $V\left(t\right)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Biết rằng $V'\left(t\right)=at^2+bt$ và ban đầu bể không có nước, sau 5 giây thể tích nước trong bể là $15m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $110m^3$. Thể tích nước bơm được sau 20 giây bằng

A. $60m^3$. **B.** $220m^3$. **C.** $840m^3$. **D.** $420m^3$.

Lời giải

Câu 134.(Đặng Thành Nam) Trên đoạn thẳng AB dài 200 mét có hai chất điểm X và Y. Chất điểm X xuất phát từ A chuyển động thẳng hướng đến B với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{80}t^2+\frac{1}{3}t\,(m/s)$, trong đó t (giây) tính từ lúc X bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, chất điểm Y xuất phát từ B và xuất phát chậm hơn X 10 giây và chuyển động thẳng ngược chiều với X có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ với a là hằng số. Biết rằng hai chất điểm gặp nhau tại đúng trung điểm của đoạn thẳng AB, giá trị của a bằng

A. 2. **B.** 1,5. **C.** 2,5. **D.** 1.

Lời giải

Câu 135.(THPT Cầu Giấy Hà Nội 2019) Trong một chuyển động thẳng, một ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+15$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 23,5 m. **B.** 22 m. **C.** 22,5 m. **D.** 21,5 m.

Lời giải

Câu 136.(THPT Đoàn Thượng 2019) Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc $15m/s$ thì phía trước xuất hiện trước ngại vật nên người lái xe đạp phanh gấp. Kể từ điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a\,(m/s^2), a>0$. Biết ô tô chuyển động được $20m$ nửa thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây ?

A. $(6;7)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(3;4)$.

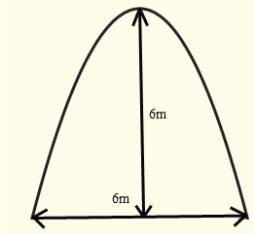
Lời giải

Câu 137.(Đặng Thành Nam 2019) Để đảm bảo an toàn khi khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1\,\text{m}$. Ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ phía trước nên ô tô A đạp phanh (đạp thắng) và chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=16-4t\ (\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ thời điểm ô tô A bắt đầu đạp phanh. Hỏi để hai ô tô A và B khi dừng lại đạt khoảng cách an toàn thì ô tô A phải đạp phanh khi cách ô tô B một khoảng tối thiểu là bao nhiêu mét?

A. $33\,\text{m}$. **B.** $32\,\text{m}$. **C.** $31\,\text{m}$. **D.** $34\,\text{m}$.

Lời giải

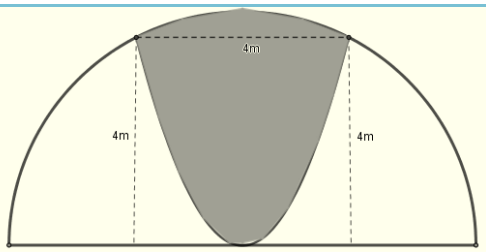
Câu 138.(THPT Kim Liên 2018) Cửa lớn của một trung tâm giải trí có dạng hình Parabol (như hình vẽ). Người ta dự định lắp cửa bằng cường lực 12 ly với đơn giá 800.000(đồng/ m^2). Tính chi phí để lắp cửa.



A. 9.6.00.000 đồng. **B.** 19.200.000 đồng.
C. 33.600.000 đồng. **D.** 7.200.000 đồng.

Lời giải

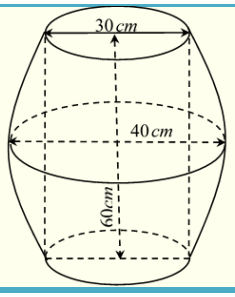
Câu 139.(Sở GD & ĐT Thanh Hóa 2019) Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa hình tròn (phần tô đậm) và cách nhau một khoảng 4 (m). Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô đậm) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/m2 và 100.000 đồng/m2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)



A. 3.926.990 (đồng) . **B.** 4.115.408 (đồng). **C.** 1.948.000 (đồng). **D.** 3.738.574 (đồng).

Lời giải

Câu 140.(Đặng Thành Nam) Một thùng đựng bia hơi (có dạng khối tròn xoay như hình vẽ) có đường kính đáy là $30\,\text{cm}$, đường kính lớn nhất của thân thùng là $60\,\text{cm}$, các cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Thể tích của thùng bia hơi gần nhất với kết quả nào dưới đây? (giả sử độ dày của thùng bia không đáng kể)



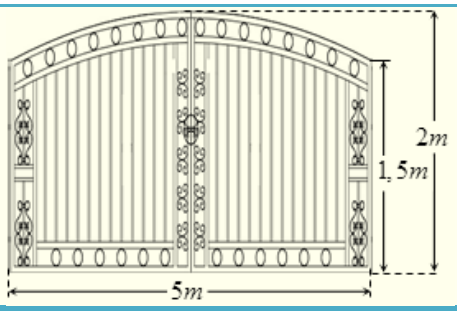
A. 70 (lít). **B.** 62 (lít). **C.** 60 (lít). **D.** 64 (lít).

Lời giải

Câu 141.(THPT Nguyễn Công Trứ 2019) Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1m^2$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 6.620.000 đồng. B. 6.320.000 đồng.

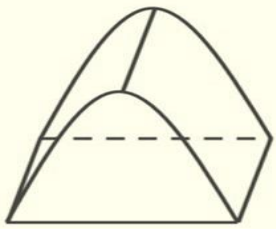
C. 6.520.000 đồng. D. 6.417.000 đồng.



Lời giải

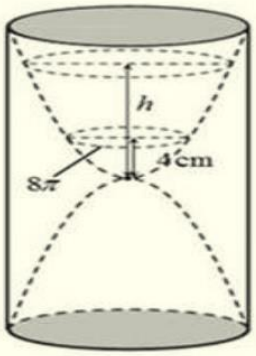
Câu 142.(THPT Chuyên Hưng Yên) Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12A dự định dựng một cái lều trại có hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 6 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong trại.

A. 72 m^3. B. 36 m^3. C. 72π m^3. D. 36π m^3.



Lời giải

Câu 143.(THPT Kinh Dương 2019) Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ, gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao h của mực cát bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của bên đó (xem hình). Cát chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi $12,72\text{cm}^3$ /phút. Khi chiều cao của cát còn 4cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn có chu vi 8π cm (xem hình). Biết sau 10 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài là bao nhiêu cm ?



A. 10cm. **B.** 9cm. **C.** 8cm. **D.** 12cm.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

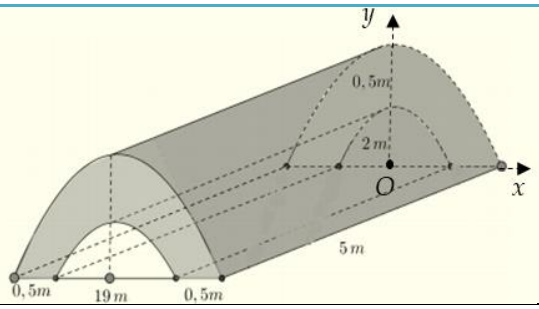
.....

.....

.....

Câu 144.(THPT Cẩm Giàng)Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).

A. $19\,\text{m}^3$. **B.** 21m^3. **C.** $18\,\text{m}^3$. **D.** $40\,\text{m}^3$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 145. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t)=3at^2+bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

A. $8400m^3$. **B.** $4200m^3$. **C.** $600m^3$. **D.** $2200m^3$.

Lời giải

.....

.....

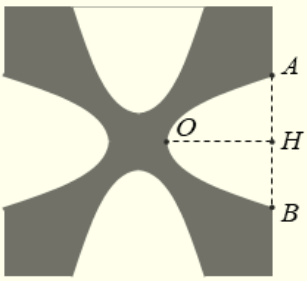
.....

.....

.....

.....

Câu 146.(THPT Hàm Rồng 2019) Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB=5\,\text{cm}$, $OH=4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



A. $\frac{140}{3}\text{cm}^2$. **B.** $\frac{160}{3}\text{cm}^2$. **C.** $\frac{14}{3}\text{cm}^2$. **D.** $50\ \text{cm}^2$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

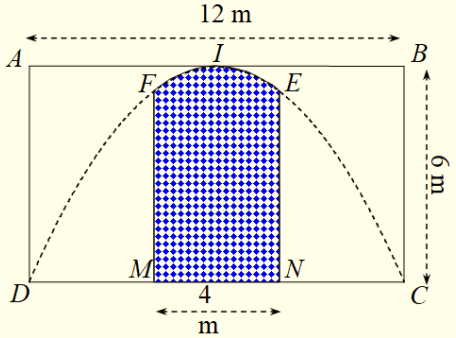
.....

.....

.....

.....

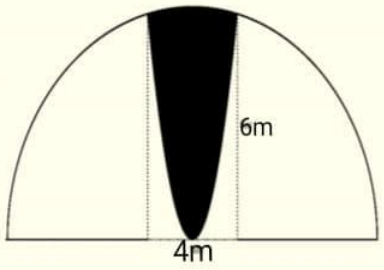
Câu 147.(THPT Thạch Thành 2019) Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEIF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC=6\,m$, chiều dài $CD=12\,m$ (*hình vẽ bên*). Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật có $MN=4\,m$; cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D. Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/ m^2. Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó?



A. 20.400.000 đồng. **B.** 20.600.000 đồng. **C.** 20.800.000 đồng. **D.** 21.200.000 đồng.

Lời giải

Câu 148.(Sở GD & ĐT Phú Thọ 2019) Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần trồng hoa hồng có dạng một hình Parabol có đỉnh trùng với tâm hình tròn và trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của Parabol nằm trên đường tròn và cách nhau một khoảng 4 mét (phần tô đậm). Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô đậm) dùng để trồng hoa cúc. Biết các kích thước cho như hình vẽ. Chi phí trồng hoa hồng và hoa cúc lần lượt là 120.000 đồng m^2 và 80.000 đồng/m^2. Hỏi chi phí trồng hoa khuôn viên đó gần nhất với số nào sau đây (làm tròn đến ngàn đồng).



A. 6.847.000 đồng. **B.** 6.865.000 đồng. **C.** 5.710.000 đồng. **D.** 5.701.000 đồng.

Lời giải

Câu 49.(THPT chuyên Hưng Yên 2017) Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao $8m$ và rộng $8m$.

A. $\frac{28}{3}m^2$. **B.** $\frac{26}{3}m^2$. **C.** $\frac{128}{3}m^2$. **D.** $\frac{131}{3}m^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

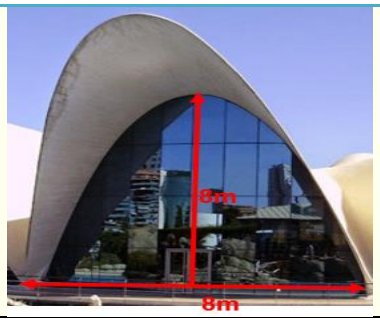
.....

.....

.....

.....

Câu 150.(TTGDTX Vạn Ninh 2019) Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hoá có dạng hình Parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao $8m$ và rộng $8m$ (như hình vẽ)·.



A. $\frac{131}{3}\left(m^2\right)$. **B.** $\frac{28}{3}\left(m^2\right)$. **C.** $\frac{26}{3}\left(m^2\right)$. **D.** $\frac{128}{3}\left(m^2\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

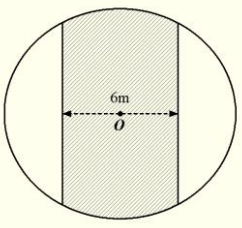
.....

.....

.....

.....

Câu 151.(THPT Lý Nhân Tông 2019) Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng $6m$ nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/ m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó ?



A. 8 412 322 đồng. **B.** 4 821 322 đồng.

C. 3 142 232 đồng. **D.** 4 821 232 đồng.

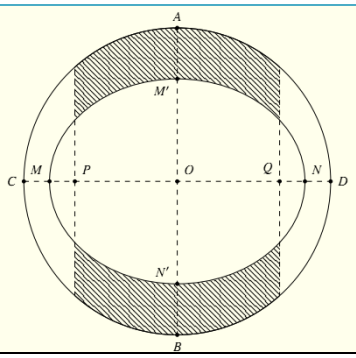
Lời giải

.....

.....

.....

Câu 152.(THPT Chuyên Quang Trung 2019) Một khu vườn dạng hình tròn có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau, $AB=12m$. Người ta làm một hồ cá có dạng elip với bốn đỉnh M, N, M', N' như hình vẽ.



Biết $MN=10m$, $M'N'=8m$, $PQ=8m$.

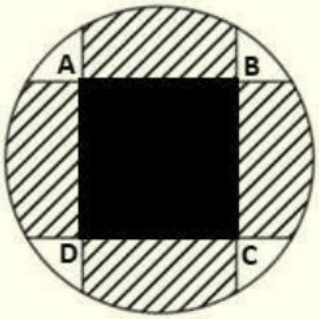
Diện tích phần trồng cỏ (phần gạch sọc) bằng:

A. $32,03\ m^2$. **B.** $20,33\ m^2$.

C. $33.02\ m^2$. **D.** $23,03\ m^2$.

Lời giải

Câu 153.(THPT Thuận Thành 2019) Bồn hoa của một trường X có dạng hình tròn bán kính bằng $8m$. Người ta chia bồn hoa thành các phần như hình vẽ dưới đây và có ý định trồng hoa như sau: Phần diện tích bên trong hình vuông $ABCD$ để trồng hoa (phần tô đen). Phần diện tích kéo dài từ 4 cạnh của hình vuông đến đường tròn dùng để trồng cỏ (phần gạch chéo). Ở 4 góc còn lại mỗi góc trồng một cây cọ. Biết $AB=4m$, giá trồng hoa là 200.000 đ/m², giá trồng cỏ là 100.000 đ/m², mỗi cây cọ giá 150.000 đ. hỏi cần bao nhiêu tiền để thực hiện việc trang trí bồn hoa đó (làm tròn đến hàng nghìn).



A. 13.265.000 đồng. **B.** 12.218.000 đồng. **C.** 14.465.000 đồng. **D.** 14.865.000 đồng.

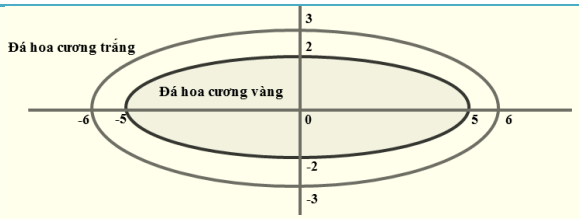
Lời giải

Câu 154.(THPT Yên Phong 2019) Bổ dọc một quả dưa hấu ta được một thiết diện là hình elip có trục lớn $28\,\text{cm}$ và trục bé $25\,\text{cm}$. Biết cứ $1000\,\text{cm}^3$ dưa hấu sẽ làm được một cốc sinh tố bán giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán sinh tố? Biết rằng bề dày của quả dưa hấu không đáng kể.

A. 180000 đồng. **B.** 183000 đồng. **C.** 185000 đồng. **D.** 190000 đồng.

Lời giải

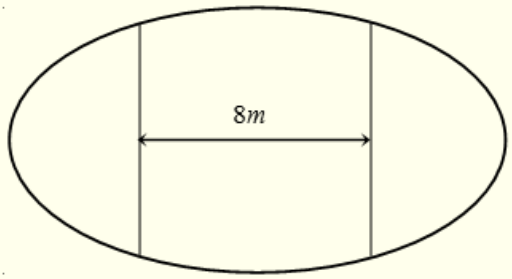
Câu 155.(THPT Nghĩa Hưng 2019) Một mặt bàn hình elip có chiều dài là 120cm, chiều rộng là 60cm. Anh Hải muốn gắn đá hoa cương cho mặt bàn theo hình (phần đá hoa cương màu trắng và phần đá hoa cương màu vàng), biết rằng phần đá hoa cương màu vàng cũng là elip có chiều dài 100 cm và chiều rộng là 40 cm. Biết rằng đá hoa cương màu trắng có giá $600.000\,vnd/m^2$ và đá hoa cương màu vàng có giá $650.000\,vnd/m^2$. Hỏi số tiền để gắn đá hoa cương theo cách trên gần với số tiền nào dưới đây?



A. 355.000 đồng. **B.** 339.000 đồng. **C.** 368.000 đồng. **D .** 353.000 đồng.

Lời giải

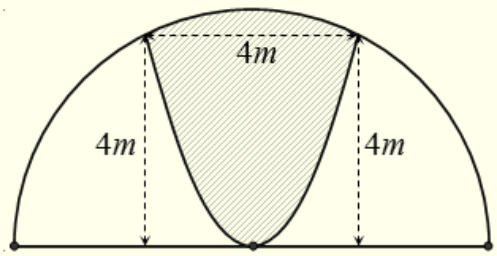
Câu 156.(Đề Minh Họa BGD) Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng$10m$. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng $8m$ và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/$1m^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn.).



A. 7.826.000 đồng. **B.** 7.653.000 đồng. **C.** 7.862.000 đồng. **D.** 7.128.000 đồng.

Lời giải

Câu 157.(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp) Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}$ (m). Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng bằng 4 (m), phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản.



Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100.000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên phần đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

A. 2.388.000 (đồng). **B.** 3.895.000 (đồng). **C.** 1.194.000 (đồng). **D.** 1.948.000 (đồng).

Lời giải

Câu 158.(THPT Yên Lạc 2018) Một mảnh vườn hình elip có trục lớn bằng $100(\text{m})$ và trục nhỏ bằng $80(\text{m})$ được chia làm hai phần bởi một đoạn thẳng nối hai đỉnh liên tiếp của elip. Phần nhỏ hơn trồng cây con và phần lớn hơn trồng rau. Biết lợi nhuận thu được là 2000 mỗi m^2 trồng cây con và 4000 mỗi m^2 trồng rau. Hỏi thu nhập của cả mảnh vườn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến phần nghìn).

A. 31904000. **B.** 23991000. **C.** 10566000. **D.** 17635000.

Lời giải

Câu 159.(THPT Triệu Thái Vĩnh Phúc 2019) Mảnh vườn nhà ông An có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2. Ông dùng 2 đường Parabol có đỉnh là tâm đối xứng của elip cắt elip tại 4 điểm M,N,P,Q như hình vẽ sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MN=4$ để chia vườn. Phần tô đậm dùng để trồng hoa và phần còn lại để trồng rau. Biết chi phí trồng hoa là 600.000 đồng/m^2 và trồng rau là 50.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền phải chi gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2=8\,\text{m}$, $B_1B_2=4\,\text{m}$?

A. $4.899.000$ đồng **B.** $5.675.000$ đồng **C.** $3.526.000$ đồng **D.** $7.120.000$ đồng

Lời giải

Câu 160.(THPT Ngô Quyền 2019) Một thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có độ dài trục lớn bằng 2m, độ dài trục bé bằng 1m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng $3,5\text{m}$. Thùng được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ điểm thấp nhất của đáy thùng đến mặt dầu) là $0,75\text{m}$. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $V=4,42\text{m}^3$. **B.** $V=3,23\text{m}^3$. **C.** $V=1,26\text{m}^3$. **D.** $V=7,08\text{m}^3$.

Lời giải

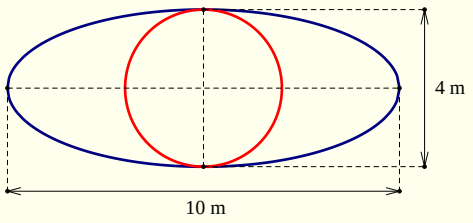
Câu 161.(Sở GD &ĐT Nam Định 2019) Biết rằng parabol $y=\frac{1}{24}x^2$ chia hình phẳng giới hạn bởi elip có phương trình $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{1}=1$ thành hai phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 với $S_1<S_2$.

Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{8\pi-\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{4\pi-\sqrt{2}}{8\pi+\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{12\pi}$. **D.** $\frac{8\pi-\sqrt{3}}{12\pi}$.

Lời giải

Câu 162.(THPT CổLoa Hà Nội 2019) Để trang trí cho một lễ hội đầu xuân, từ một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn là 10 m, chiều dài trục nhỏ là 4 m, Ban tổ chức vẽ một đường tròn có đường kính bằng độ dài trục nhỏ và có tâm trùng với tâm của elip như hình vẽ. Trên hình tròn người ta trồng hoa với giá 100.000 đồng/m^2, phần còn lại của mảnh vườn người ta trồng cỏ với giá 60.000 đồng/m^2 (biết giá trồng hoa và trồng cỏ bao gồm cả công và cây). Hỏi ban tổ chức cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và cỏ? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 2387000 đồng. **B.** 2638000 đồng. **C.** 2639000 đồng. **D.** 2388000 đồng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

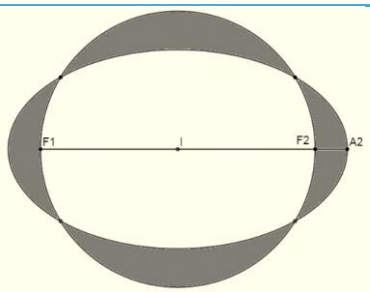
.....

.....

.....

Câu 163.(THPT Chuyên Sơn La 2019) Gia đình anh A có 1 bồn hoa được thiết kế như hình dưới đây:

Ở đây I là tâm của hình tròn và cũng là trung điểm của F_1F_2, F_1, F_2 là hai tiêu điểm của hình elip, A_2 là một đỉnh của elip, $IF_2 = 3$, $F_2A_2 = 1$. Anh A dự định trồng cỏ Nhật toàn bộ phần diện tích tô đậm. Hỏi số tiền anh A cần phải trả để mua cỏ gần nhất với số nào sau đây biết rằng giá cỏ Nhật là 65.000đ/m^2?



A. 563.000 đ. **B.** 560.000 đ. **C.** 577.000 đ. **D.** 559.000 đ.

Lời giải

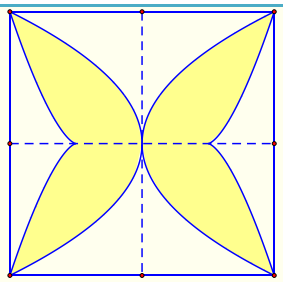
.....

.....

.....

.....

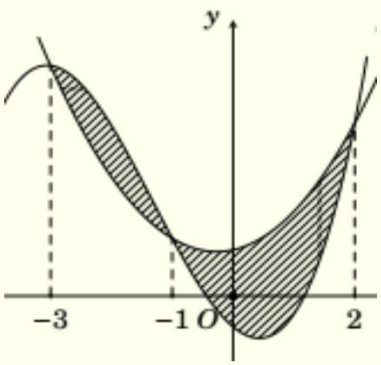
Câu 164.(Chuyên Đại Học Vinh) Sàn của một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hình vuông cạnh $40\ (cm)$ như hình bên. Biết rằng người thiết kế đã sử dụng các đường cong có phương trình $4x^2=y^4$ và $4(|x|-1)^3=y^2$ để tạo hoa văn cho viên gạch. Diện tích phần được tô đậm gần nhất với giá trị nào dưới đây?



A. $506\left(cm^2\right)$. **B.** $747\ \left(cm^2\right)$. **C.** $507\ \left(cm^2\right)$. **D.** $746\ \left(cm^2\right)$.

Lời giải

Câu 165.(THPT Ngô Sỹ Liên 2019) Người ta dự định trồng hoa Lan Ý để trang trí vào phần tô đậm. Biết rằng phần tô đậm là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx-\frac{1}{2}$ và $y=g\left(x\right)=dx^2+ex+1$ trong đó $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng $-3;-1;2$, chi phí trồng hoa là 800000 đồng/$1m^2$ và đơn vị trên các trục được tính là 1 mét. Số tiền trồng hoa gần nhất với số nào sau đây? (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng).

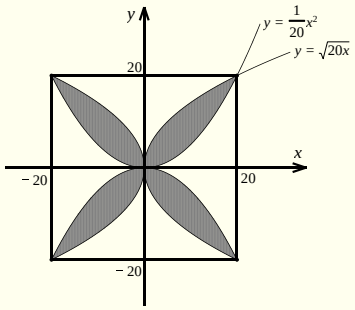


A. 4217000 đồng. **B.** 2083000 đồng. **C.** 422000 đồng. **D.** 4220000 đồng.

Lời giải

Câu 166.(Chuyên Trần Đại Nghĩa 2019) Một viên gạch hoa hình vuông cạnh $40\,\text{cm}$ được thiết kế như hình bên dưới. Diện tích mỗi cánh hoa bằng

A. $\frac{400}{3}\text{cm}^2$. **B.** $\frac{800}{3}\text{cm}^2$. **C.** $250\,\text{cm}^2$. **D.** $800\,\text{cm}^2$.



Lời giải