

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x + m - 2$ đạt cực đại tại $x = -1$

Câu 3 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x = 1$
b) Một nhóm học sinh gồm 7 nam và 5 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh lên bảng giải bài tập.
Tính xác suất để chọn được 3 học sinh có cả nam và nữ.

Câu 4 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình $2\log_9(10x-3) - \log_3(x-2) = 3$
b) Tìm mô đun của số phức z biết $(2-i)z + \frac{4+2i}{1-i} = 9-2i$

Câu 5 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 x(\sqrt{x-1} + \ln x) dx$

Câu 6 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d. Tìm tọa độ điểm

B thuộc trục Ox sao cho khoảng cách từ điểm B đến (P) bằng 3.

Câu 7 (1,0 điểm).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Gọi E là trung điểm BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC theo a .

Câu 8 (1,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB và CD . Biết diện tích hình thang bằng 14, đỉnh $A(1;1)$ và trung điểm cạnh BC là $H\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. Viết phương trình đường thẳng AB biết đỉnh D có hoành độ dương và D nằm trên đường thẳng $d: 5x - y + 1 = 0$

Câu 9 (1,0 điểm).

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{xy+x+3y+3} + x+1 = 2y + \sqrt{y+1} \\ (x-3)(y+1) = (y-1)(x^2-2x+3)(\sqrt{x+1}-2) \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương x, y, z . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{9}{7x+y+4\sqrt{xy}+18\sqrt[3]{xyz}} + \frac{1}{2}(x+y+z)^2 + 2$$

-----Hết-----

ĐÁP ÁN

Câu	Nội dung	Điểm
1(1điểm)	Trình bày đủ các bước chính xác (cho điểm tối đa). Nếu chưa đầy đủ hoặc sai sót (tùy giám khảo)	1
2(1điểm)	TXĐ: R $y' = 3x^2 - 3(m+1)$ HS đạt cực đại tại $x = -1 \Rightarrow y'(-1) = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow m = 0$ Thử lại: $m = 0$ (thỏa mãn) KL	0,5 0,5
3(1điểm)	a) $2\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 1$ $\text{Pt} \Leftrightarrow \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0(1) \\ \sin x - \sqrt{3} \cos x = 0(2) \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ (2) $\Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ b) $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$ Gọi A là biến cố chọn được 3 HS có cả nam và nữ $n(A) = C_7^1 C_5^2 + C_7^2 C_5^1 = 175$ Xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{35}{44}$	0,5 0,5
4(1điểm)	a) ĐK: $x > 2$ $\text{Pt} \Leftrightarrow \log_3(10x-3) - \log_3(x-2) = 3$ $\Leftrightarrow \log_3 \frac{10x-3}{x-2} = 3 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 3(TM)$ KL b) Tìm được $z = \frac{21}{5} - \frac{2}{5}i$ Tính được $z = \frac{\sqrt{445}}{5}$	0,5 0,5
Câu5 (1điểm)	$I = \int_1^2 x(\sqrt{x-1} + \ln x) dx = \int_1^2 x\sqrt{x-1} dx + \int_1^2 x \ln x dx = J + K$ Tính J: Đặt $t = \sqrt{x-1}$. Tính được $J = \frac{16}{15}$ Tính K: Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases}$. Tính được: $K = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$ Suy ra $I = 2 \ln 2 + \frac{19}{60}$	0,5 0,5

Câu 9 (1điểm)	$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{xy+x+3y+3} + x+1 = 2y + \sqrt{y+1} & (1) \\ (x-3)(y+1) = (y-1)(x^2-2x+3)(\sqrt{x+1}-2) & (2) \end{cases}$ Pt(1) $\Leftrightarrow \sqrt{x+3} + \sqrt{(x+3)(y+1)} + x - 2y + 1 = \sqrt{y+1}$ Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x+3} \\ b = \sqrt{y+1} \end{cases} (a, b \geq 0)$, (1) trở thành: $a^2 - 2b^2 + ab + a - b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a + 2b + 1 = 0 \end{cases}$ + $a + 2b + 1 = 0$ vô nghiệm do $a, b \geq 0$ + Xét $a = b \Rightarrow y = x + 2$ thay vào (2) ta được: $(x-3)(x+3) = (x+1)(x^2-2x+3)(\sqrt{x+1}-2)$ $\Leftrightarrow (x-3)(x+3) = (x+1)(x^2-2x+3) \cdot \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 5(tm) \\ (x+3)(\sqrt{x+1}+2) = (x+1)(x^2-2x+3) (*) \end{cases}$ $(*) \Leftrightarrow \left[(\sqrt{x+1})^2 + 2 \right] (\sqrt{x+1}+2) = [(x-1)+2] [(x-1)^2 + 2]$ Xét hàm số $f(t) = (t+2)(t^2+2)$, $t \geq 0$ có $f'(t) > 0 \forall t \in \mathbb{R}$ Suy ra $f(t)$ đồng biến mà $f(\sqrt{x+1}) = f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = x-1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 5$ Vậy hpt có nghiệm: (3;5)	0,5 0,5
Câu 10 (1điểm)	Ta có: $4\sqrt{xy} = 2\sqrt{x \cdot 4y} \leq x + 4y$; $18\sqrt[3]{xyz} = 3\sqrt[3]{x \cdot 4y \cdot 9z} \leq x + 4y + 9z$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 4y = 9z$ Suy ra $P \geq \frac{1}{x+y+z} + \frac{1}{2}(x+y+z)^2 + 2$ Đặt $t = x+y+z, (t > 0)$, xét hàm số $f(t) = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t} + 2$ ($t > 0$) Lập bảng biến thiên tìm được $\min f(t) = \frac{7}{2} \Leftrightarrow t = 1$ Vậy $\min P = \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = \frac{36}{49}; y = \frac{9}{49}; z = \frac{4}{49}$	0,5 0,5

