CHUYÊN ĐỀ: TÍCH PHÂN VÀ CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH

MỤC LỤC CHI TIẾT

1 Kiến thức và phương pháp cần nhớ . . . 3

2 Định nghĩa và nguyên hàm có điều kiện . . . 16

3 Tính tuyến tính, chèn cận và đổi cận . . . 19

4 Trị tuyệt đối, min–max và hàm ghép . . . 22

5 Đạo hàm của tích phân có cận biến thiên . . . 28

6 Phương pháp đổi biến số . . . 29

7 Đối xứng, chẵn–lẻ và tuần hoàn . . . 39

8 Phương pháp tích phân từng phần . . . 43

9 Từng phần và đạo hàm trong bài hàm ẩn . . . 48

10 Phương trình hàm . . . 54

11 Biến đổi và nhân tử tích phân . . . 58

12 Hoàn thành bình phương . . . 65

13 Cauchy–Schwarz và Hölder . . . 69

14 Nguyên hàm và tích phân cơ bản . . . 74

15 Tính chất tích phân và dữ kiện hàm ẩn . . . 86

16 Nhận dạng phương pháp tính . . . 98

17 Ôn tập tổng hợp và ứng dụng . . . 110

18 Hàm hữu tỉ và đổi biến đại số . . . 121

19 Tích phân lượng giác và đối xứng . . . 133

20 Tích phân từng phần và từng phần lặp . . . 145

21 Hàm mũ, logarit và căn thức . . . 157

22 Trị tuyệt đối, min–max và ghép hàm . . . 169

23 Phối hợp các phương pháp . . . 181

24 Đổi biến trong bài tích phân hàm ẩn . . . 192

MINH ĐI GIẢI ĐỀ

25 Từng phần và nhận dạng đạo hàm 204

26 Phương trình vi phân và điều kiện ban đầu 215

27 Bình phương và bất đẳng thức tích phân 227

28 Chẵn–lẻ, đối xứng và hàm ghép 238

29 Bảng đáp án và kết quả 247

30 Lời giải và kiểm tra kết quả 262

MINH ĐI GIẢI ĐỀ

1 Kiến thức và phương pháp cần nhớ

1. Định nghĩa Newton–Leibniz

Cho f liên tục trên đoạn chứa a, b và $F' = f$. Khi đó

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a) = \big[F(x)\big]_a^b.$$

Không cần xác định hằng số C khi tính hiệu hai giá trị của cùng một nguyên hàm.

Ví dụ 1.1 — Tính bằng nguyên hàm

Tính $I = \displaystyle\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Một nguyên hàm là $F(x) = x^3 - x^2 + x$. Do đó

$$\begin{aligned} I &= \Big[x^3 - x^2 + x\Big]_0^2 \\ &= \big(2^3 - 2^2 + 2\big) - 0 = \boxed{6}. \end{aligned}$$

Ví dụ 1.2 — Nguyên hàm có điều kiện

Cho $F'(x) = \cos 3x$ và $F(0) = 2$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Lời giải. Từ $F'(x) = \cos 3x$ suy ra

$$F(x) = \frac{1}{3}\sin 3x + C.$$

Điều kiện $F(0) = 2$ cho $C = 2$. Vì vậy

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{6}\right) + 2 = \boxed{\frac{7}{3}}.$$

Ghi nhớ. Cùng một nguyên hàm phải được dùng ở cả hai cận. Ngoặc của đối số phải bao trọn phân số.

2. Tính chất cơ bản

$$\int_a^a f(x)\,\mathrm{d}x = 0, \qquad \int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x,$$
$$\int_a^b (\alpha f + \beta g)\,\mathrm{d}x = \alpha\int_a^b f\,\mathrm{d}x + \beta\int_a^b g\,\mathrm{d}x, \qquad \int_a^b f\,\mathrm{d}x = \int_a^c f\,\mathrm{d}x + \int_c^b f\,\mathrm{d}x.$$

Đổi tên biến lấy tích phân không làm thay đổi giá trị. Nếu $f \geq 0$ trên $[a,b]$, $a<b$, thì $\int_a^b f\,\mathrm{d}x \geq 0$.

Ví dụ 2.1 — Tuyến tính và đổi chiều cận

Cho f, g liên tục trên $[1;4]$ và

$$\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 5, \qquad \int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = -2.$$

Tính $I = \displaystyle\int_4^1 (2f(x) - 3g(x) + 1)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Đổi chiều cận trước, rồi dùng tính tuyến tính:

$$\begin{aligned} I &= -\left(2\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x - 3\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^4 1\,\mathrm{d}x\right) \\ &= -(2\cdot 5 - 3\cdot(-2) + 3) = \boxed{-19}. \end{aligned}$$

Ví dụ 2.2 — Chèn cận

Cho f liên tục trên $[0;5]$, biết $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 9$ và $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính $J = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Theo tính chất cộng trên các đoạn,

$$\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Suy ra $J = 9 - 4 = \boxed{5}$.

Ghi nhớ. Tích phân của hằng số k trên $[a,b]$ bằng $k(b-a)$, không phải chỉ bằng k.

3. Một số nguyên hàm thường dùng

$$\int x^n\,\mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\ (n \neq -1) \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int \mathrm{e}^{ax}\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^{ax}}{a} + C\ (a \neq 0) \qquad \int b^x\,\mathrm{d}x = \frac{b^x}{\ln b} + C\ (b > 0, b \neq 1)$$

$$\int \cos(ax)\,\mathrm{d}x = \frac{\sin(ax)}{a} + C \qquad \int \sin(ax)\,\mathrm{d}x = -\frac{\cos(ax)}{a} + C$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \arctan x + C \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$

Các công thức lượng giác ở đây dùng $a \neq 0$; công thức căn cuối xét trên $(-1, 1)$.

Ví dụ 3.1 — Đa thức kết hợp logarit

Tính $I = \displaystyle\int_1^2 \left(2x + \frac{3}{x}\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải. Vì $x > 0$ trên đoạn lấy tích phân,

$$\begin{aligned} I &= \Big[x^2 + 3\ln x\Big]_1^2 \\ &= 4 + 3\ln 2 - 1 = \boxed{3 + 3\ln 2}. \end{aligned}$$

Ví dụ 3.2 — Chú ý hệ số của góc

Tính $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Ta có

$$\begin{aligned} J &= \left[\frac{1}{3}\sin 3x\right]_0^{\frac{\pi}{6}} \\ &= \frac{1}{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{3}\sin 0 = \boxed{\frac{1}{3}}. \end{aligned}$$

Ghi nhớ. Nguyên hàm của $\cos(ax)$ là $\dfrac{1}{a}\sin(ax)$ khi $a \neq 0$; không quên hệ số $\dfrac{1}{a}$.

4. Đổi biến số

Nếu $u = \varphi(x)$, φ khả vi liên tục, thì

$$\int_a^b f(\varphi(x))\varphi'(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(u)\,\mathrm{d}u.$$

Phải đổi **cả vi phân lẫn hai cận**. Đặc biệt, với $\alpha \neq 0$,

$$\int_a^b f(\alpha x+\beta)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\alpha}\int_{\alpha a+\beta}^{\alpha b+\beta} f(u)\,\mathrm{d}u.$$

Nếu đổi theo $x = \psi(t)$, cần chọn nhánh và khoảng của t phù hợp; không bỏ dấu trị tuyệt đối tùy tiện khi lấy căn.

Ví dụ 4.1 — Đổi biến trong tích phân tường minh

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 2x(x^2+1)^3\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Đặt $u = x^2+1$, khi đó $\mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$.

$$x = 0 \Rightarrow u = 1, \qquad x = 1 \Rightarrow u = 2.$$

Vì thế

$$I = \int_1^2 u^3\,\mathrm{d}u = \left[\frac{u^4}{4}\right]_1^2 = \frac{16-1}{4} = \boxed{\frac{15}{4}}.$$

Ví dụ 4.2 — Đổi biến trong bài hàm ẩn

Cho f liên tục trên $[1;7]$ và $\displaystyle\int_1^7 f(t)\,\mathrm{d}t = 12$. Tính $J = \displaystyle\int_0^2 f(3x+1)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Đặt $t = 3x+1$, suy ra $\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\,\mathrm{d}t$.

$$x = 0 \Rightarrow t = 1, \qquad x = 2 \Rightarrow t = 7.$$

Do đó

$$J = \frac{1}{3}\int_1^7 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{3}\cdot 12 = \boxed{4}.$$

Ghi nhớ. Vi phân và cận mới phải dùng cùng một biến; không giữ cận cũ sau khi đổi biến.

5. Nhận dạng phép đổi biến

Hàm của $g(x)$ nhân với $g'(x)$	$u = g(x)$
$\dfrac{g'(x)}{g(x)}$	$u = g(x)$, nguyên hàm $\ln\lvert g(x)\rvert$
$\dfrac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$	$u = x^2 + a^2$
Hàm của $\ln x$ nhân với $\dfrac{1}{x}$	$u = \ln x$
Hàm của e^x nhân với e^x	$u = \mathrm{e}^x$
$R(\sin x)\cos x$	$u = \sin x$
$R(\cos x)\sin x$	$u = \cos x$
Căn $\sqrt{a^2-x^2}$, $a>0$	$x = a\sin t$
Mẫu a^2+x^2, $a>0$	$x = a\tan t$

Ví dụ 5.1 — Nhận ra vi phân của logarit

Tính $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}^2} \frac{(\ln x)^2}{x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Chọn $u = \ln x$ vì $\mathrm{d}u = \dfrac{\mathrm{d}x}{x}$. Hai cận mới là 0 và 2, nên

$$I = \int_0^2 u^2\,\mathrm{d}u = \left[\frac{u^3}{3}\right]_0^2 = \boxed{\frac{8}{3}}.$$

Ví dụ 5.2 — Nhận ra đạo hàm của số mũ

Tính $J = \displaystyle\int_0^1 x\mathrm{e}^{x^2}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Đặt $u = x^2$, suy ra $x\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{d}u$. Hai cận mới vẫn là 0 và 1.

$$J = \frac{1}{2}\int_0^1 \mathrm{e}^u\,\mathrm{d}u = \frac{1}{2}\left[\mathrm{e}^u\right]_0^1 = \boxed{\frac{\mathrm{e}-1}{2}}.$$

Ghi nhớ. Tìm đồng thời hàm hợp và một bội của đạo hàm hàm bên trong.

6. Tích phân từng phần

$$\int_a^b u(x)v'(x)\,\mathrm{d}x = \big[u(x)v(x)\big]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,\mathrm{d}x.$$

Với đa thức nhân mũ hoặc lượng giác, thường chọn đa thức làm u. Với logarit, thường chọn $u = \ln x$. Ghi rõ u, $\mathrm{d}v$ và tính đúng dấu của số hạng ở đầu mút.

Ví dụ 6.1 — Đa thức nhân hàm mũ

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Chọn

$$u = x, \quad \mathrm{d}v = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}u = \mathrm{d}x, \quad v = \mathrm{e}^x.$$

Áp dụng công thức từng phần:

$$\begin{aligned} I &= \big[x\mathrm{e}^x\big]_0^1 - \int_0^1 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e} - (\mathrm{e}-1) = \boxed{1}. \end{aligned}$$

Ví dụ 6.2 — Tích phân của logarit

Tính $J = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \ln x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Chọn $u = \ln x$, $\mathrm{d}v = \mathrm{d}x$, nên $\mathrm{d}u = \dfrac{\mathrm{d}x}{x}$, $v = x$.

$$\begin{aligned} J &= \big[x\ln x\big]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} 1\,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e} - (\mathrm{e}-1) = \boxed{1}. \end{aligned}$$

Ghi nhớ. Dấu trừ trước tích phân còn lại là một phần của công thức; phải giữ đúng khi thay cận.

7. Trị tuyệt đối, min–max và ghép hàm

Tìm tất cả nghiệm trong đoạn của biểu thức cần xét dấu, chia đoạn tại các nghiệm, rồi bỏ dấu trên từng đoạn:

$$|h| = \begin{cases} h, & h \geq 0, \\ -h, & h < 0. \end{cases}$$

Đối với $\min(f,g)$ và $\max(f,g)$, xét dấu $f-g$. Hai đồng nhất thức hữu ích là

$$\min(f,g) = \frac{f+g-|f-g|}{2}, \qquad \max(f,g) = \frac{f+g+|f-g|}{2}.$$

Với hàm ghép, chia tích phân tại điểm đổi công thức. Giá trị tại một điểm riêng lẻ không làm đổi tích phân, nhưng phải xét khi đề yêu cầu tính liên tục.

Ví dụ 7.1 — Chia đoạn tại điểm đổi dấu

Tính $I = \displaystyle\int_0^3 |x-1|\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Biểu thức $x-1$ âm trên $[0;1)$ và không âm trên $[1;3]$. Vì thế

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 (1-x)\,\mathrm{d}x + \int_1^3 (x-1)\,\mathrm{d}x \\ &= \left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 + \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_1^3 \\ &= \frac{1}{2} + 2 = \boxed{\frac{5}{2}}. \end{aligned}$$

Ví dụ 7.2 — Tích phân của hàm min

Tính $J = \displaystyle\int_0^2 \min\{x; x^2\}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Trên $[0;1]$, ta có $x^2 \leq x$; trên $[1;2]$, ta có $x \leq x^2$. Do đó

$$\begin{aligned} J &= \int_0^1 x^2\,\mathrm{d}x + \int_1^2 x\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{3} + \frac{4-1}{2} = \boxed{\frac{11}{6}}. \end{aligned}$$

Ghi nhớ. Không thay $\int |f|$ bằng $|\int f|$ nếu f đổi dấu trên đoạn lấy tích phân.

8. Chẵn, lẻ và đối xứng

Với $a>0$, f liên tục trên $[-a,a]$:

$$f \text{ chẵn} \Rightarrow \int_{-a}^{a} f = 2\int_{0}^{a} f, \qquad f \text{ lẻ} \Rightarrow \int_{-a}^{a} f = 0.$$

Nếu f chẵn và $b>0$ thì

$$\int_{-a}^{a} \frac{f(x)}{1+b^{x}}\,\mathrm{d}x = \int_{0}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x,$$

do $\dfrac{1}{1+b^{x}}+\dfrac{1}{1+b^{-x}}=1$. Trên $[0,L]$, đổi $x=L-t$ cho

$$\int_{0}^{L} h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{0}^{L} h(L-x)\,\mathrm{d}x.$$

Nếu $h(L-x)=h(x)$ thì $\int_0^L xh(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{L}{2}\int_0^L h(x)\,\mathrm{d}x$.

Ví dụ 8.1 — Tách phần chẵn và phần lẻ

Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{2}(x^3+2x^2)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Hàm x^3 lẻ, còn hàm $2x^2$ chẵn. Suy ra

$$\begin{aligned} I &= 0+2\int_{0}^{2} 2x^2\,\mathrm{d}x \\ &= 4\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \boxed{\frac{32}{3}}. \end{aligned}$$

Ví dụ 8.2 — Mẫu số có hàm mũ

Cho f chẵn, liên tục trên $[-1;1]$ và $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=4$. Tính $J=\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{f(x)}{1+3^{x}}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Đổi $x=-t$, dùng $f(-t)=f(t)$ rồi cộng hai biểu thức của J:

$$\begin{aligned} 2J &= \int_{-1}^{1} f(x)\left(\frac{1}{1+3^{x}}+\frac{1}{1+3^{-x}}\right)\mathrm{d}x \\ &= \int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 8. \end{aligned}$$

Vậy $J=\boxed{4}$.

Ghi nhớ. Phải kiểm tra cả tính đối xứng của đoạn lẫn tính chẵn hoặc lẻ của hàm.

9. Tích phân có cận là hàm số

Nếu f liên tục, u, v khả vi thì

$$G(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\,\mathrm{d}t \quad \Longrightarrow \quad G'(x) = f(v(x))v'(x) - f(u(x))u'(x).$$

Phải nhân với đạo hàm của mỗi cận; cận dưới có dấu trừ.

Ví dụ 9.1 — Cả hai cận đều biến thiên

Cho $G(x) = \displaystyle\int_{x}^{x^2+1} (t^2+1)\,\mathrm{d}t$. Tính $G'(1)$.

Lời giải. Theo công thức đạo hàm,

$$G'(x) = \big((x^2+1)^2+1\big)\cdot 2x - (x^2+1).$$

Thay $x = 1$:

$$G'(1) = (2^2+1)\cdot 2 - (1+1) = \boxed{8}.$$

Ví dụ 9.2 — Cận trên là hàm lượng giác

Cho $H(x) = \displaystyle\int_{0}^{\sin x} \sqrt{1+t^2}\,\mathrm{d}t$. Tính $H'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Lời giải. Đạo hàm hàm hợp cho

$$H'(x) = \sqrt{1+\sin^2 x}\,\cos x.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} H'\left(\frac{\pi}{6}\right) &= \sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{15}}{4}}. \end{aligned}$$

Ghi nhớ. Nếu cận trên là $\sin x$, còn phải nhân với $\cos x$; không chỉ thay biến vào hàm dưới dấu tích phân.

10. Nhận ra một đạo hàm trong bài hàm ẩn

$$(xf)' = f + xf', \qquad (\mathrm{e}^{ax}f)' = \mathrm{e}^{ax}(f' + af),$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}, \qquad (\ln|f|)' = \frac{f'}{f},$$
$$(f^2)' = 2ff', \qquad \left(-\frac{1}{f}\right)' = \frac{f'}{f^2}.$$

Các công thức chứa mẫu đòi hỏi mẫu khác 0. Khi từ f^2 suy ra f, phải dùng giả thiết dấu hoặc tính liên tục để chọn nhánh.

Ví dụ 10.1 — Đạo hàm của tích

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 1$, $f(1) = 3$. Tính

$$I = \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\big(f'(x) + 2f(x)\big)\,\mathrm{d}x.$$

Lời giải. Nhận ra

$$\big(\mathrm{e}^{2x}f(x)\big)' = \mathrm{e}^{2x}\big(f'(x) + 2f(x)\big).$$

Vì vậy

$$I = \Big[\mathrm{e}^{2x}f(x)\Big]_0^1 = \mathrm{e}^2 f(1) - f(0) = \boxed{3\mathrm{e}^2 - 1}.$$

Ví dụ 10.2 — Đạo hàm của logarit

Cho $f > 0$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$, $f(1) = 2$, $f(2) = 6$. Tính $J = \displaystyle\int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Vì $f > 0$, ta có $\big(\ln f(x)\big)' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$. Do đó

$$J = \big[\ln f(x)\big]_1^2$$
$$= \ln 6 - \ln 2 = \ln\left(\frac{6}{2}\right) = \boxed{\ln 3}.$$

Ghi nhớ. Khi dùng đạo hàm logarit hoặc đạo hàm thương, phải kiểm tra giả thiết về dấu và mẫu số.

11. Phương trình hàm và nhân tử tích phân

Từ $\alpha f(x)+\beta f(L-x)=P(x)$, thay x bởi $L-x$ để lập hệ. Khi $\alpha^2\neq\beta^2$, hệ xác định duy nhất $f(x)$. Đối với $f'+p(x)f=q(x)$, đặt $\mu(x)=\exp\left(\int p(x)\,\mathrm{d}x\right)$ để được $(\mu f)'=\mu q$. Dùng điều kiện ban đầu để xác định hằng số.

Ví dụ 11.1 — Lấy tích phân phương trình hàm

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và $2f(x)+f(1-x)=3x^2-2x+2$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Đổi $t=1-x$ cho $\displaystyle\int_0^1 f(1-x)\,\mathrm{d}x=I$. Lấy tích phân hai vế phương trình:

$$\begin{aligned}3I&=\int_0^1(3x^2-2x+2)\,\mathrm{d}x\\&=\Big[x^3-x^2+2x\Big]_0^1=2.\end{aligned}$$

Vậy $I=\boxed{\dfrac{2}{3}}$.

Ví dụ 11.2 — Nhân tử tích phân

Cho $f'(x)+2f(x)=\mathrm{e}^{-2x}$ trên $[0;1]$ và $f(0)=1$. Tính $f(1)$.

Lời giải. Nhân hai vế với e^{2x}:

$$\left(\mathrm{e}^{2x}f(x)\right)'=1\quad\Rightarrow\quad \mathrm{e}^{2x}f(x)=x+C.$$

Từ $f(0)=1$ suy ra $C=1$. Do đó

$$f(x)=(x+1)\mathrm{e}^{-2x},\qquad f(1)=\boxed{\frac{2}{\mathrm{e}^2}}.$$

Ghi nhớ. Không bỏ qua hằng số tích phân; điều kiện ban đầu được dùng để xác định hằng số đó.

12. Bình phương và trường hợp xảy ra dấu bằng

Nếu h liên tục trên $[a,b]$, $a<b$, thì

$$\int_a^b h(x)^2\,\mathrm{d}x=0 \quad\Longrightarrow\quad h(x)=0 \text{ với mọi } x\in[a,b].$$

Kỹ thuật: tìm $p(x)$ sao cho dữ kiện cho phép tính

$$\int_a^b (f-p)^2=\int_a^b f^2-2\int_a^b fp+\int_a^b p^2=0.$$

Cauchy–Schwarz dạng tích phân:

$$\left(\int_a^b uv\right)^2\le\left(\int_a^b u^2\right)\left(\int_a^b v^2\right).$$

Nếu $\int v^2>0$, dấu bằng xảy ra khi $u=cv$. Với trọng số $w>0$,

$$\left(\int_a^b f'\right)^2\le\left(\int_a^b w(f')^2\right)\left(\int_a^b \frac{1}{w}\right).$$

Dấu bằng cho $f'=\dfrac{c}{w}$. Dạng Hölder thường dùng là

$$\left|\int_a^b h(x)\,\mathrm{d}x\right|^4\le(b-a)^3\int_a^b |h(x)|^4\,\mathrm{d}x.$$

Với h liên tục, dấu bằng trong bất đẳng thức cuối xảy ra khi h là hằng số. Không được kết luận f từ một tích phân đơn lẻ nếu chưa chứng minh điều kiện dấu bằng.

Ví dụ 12.1 — Xác định hàm bằng bình phương

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2,\quad \int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x=\frac{7}{6},\quad \int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x=\frac{13}{3}.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Khai triển bình phương:

$$\int_0^1 [f(x)-(2x+1)]^2\,\mathrm{d}x=\frac{13}{3}-4\cdot\frac{7}{6}-2\cdot 2+\frac{13}{3}=0.$$

Tính liên tục suy ra $f(x)=2x+1$ trên $[0;1]$. Vậy

$$I=\int_0^1 (2x+1)^3\,\mathrm{d}x=\left[\frac{(2x+1)^4}{8}\right]_0^1=\boxed{10}.$$

Ví dụ 12.2 — Dấu bằng Hölder

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=0$, $f(1)=2$ và $\displaystyle\int_0^1 [f'(x)]^4\,\mathrm{d}x = 16$. Tính $J=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải. Ta có $\displaystyle\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x = 2$. Vì

$$\left|\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x\right|^4 = 2^4 = 16 = \int_0^1 |f'(x)|^4\,\mathrm{d}x,$$

dấu bằng Hölder xảy ra. Suy ra f' là hằng số; hai đầu mút cho $f'=2$, nên $f(x)=2x$.

$$J=\int_0^1 2x\,\mathrm{d}x = \boxed{1}.$$

Ghi nhớ. Luôn nêu điều kiện xảy ra dấu bằng trước khi suy ra công thức của hàm số.

MINH ĐI GIẢI ĐỀ

I. TỰ LUẬN THEO PHƯƠNG PHÁP

2 Định nghĩa và nguyên hàm có điều kiện

Câu 1 [KM01]

Tính tích phân $I = \int_{-1}^{2} \left(2x^3 - x + 3\right) \mathrm{d}x$.

Câu 2 [KM02]

Tính tích phân $I = \int_{0}^{3} \left(\frac{4}{3x+2}\right) \mathrm{d}x$.

Câu 3 [KM03]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(5)} (2e^x + 3)\,\mathrm{d}x$.

Câu 4 [KM04]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3\cos(x))\,\mathrm{d}x$.

Câu 5 [KM05]

Cho F là một nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{7}{x}$ trên $(0;+\infty)$, biết $F(1) = 1$. Tính $F(2)$.

Câu 6 [KM06]

Tìm $m \in \mathbb{R}$ sao cho $\displaystyle\int_0^1 \left(mx^3 + 2x\right) \mathrm{d}x = \dfrac{5}{4}$.

3 Tính tuyến tính, chèn cận và đổi cận

Câu 7 [KM07]

Cho f, g liên tục trên $[0;2]$, $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 10$ và $\displaystyle\int_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 2$. Tính

$$I = \int_0^2 (4f(x) - 2g(x) + 4)\,\mathrm{d}x.$$

Câu 8 [KM08]

Cho f liên tục trên $[0;5]$, $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 17$ và $\displaystyle\int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 9 [KM09]

Biết f liên tục trên $[0;6]$ và $\displaystyle\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \displaystyle\int_6^0 (3f(x)+1)\,\mathrm{d}x$.

Câu 10 [KM10]

Cho f, g liên tục trên $[0;3]$, $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ và $\displaystyle\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính

$$I = \int_0^3 (4f(x) - 4g(x) + 2)\,\mathrm{d}x.$$

Câu 11 [KM11]

Cho f liên tục trên $[0;7]$, $\displaystyle\int_0^7 f(x)\,\mathrm{d}x = 16$ và $\displaystyle\int_1^7 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 12 [KM12]

Biết f liên tục trên $[0;6]$ và $\displaystyle\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$. Tính $I = \displaystyle\int_6^0 (5f(x)+2)\,\mathrm{d}x$.

4 Trị tuyệt đối, min–max và hàm ghép

Câu 13 [KM13]

Tính $I = \int_0^5 |5x - 10| \, \mathrm{d}x$.

Câu 14 [KM14]

Tính $I = \int_0^6 |5x^2 - 30x + 25| \, \mathrm{d}x$.

Câu 15 [KM15]

Tính $I = \int_0^5 \min\{4x^2; 16x\}\,\mathrm{d}x$.

Câu 16 [KM16]

Cho $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x < 0, \\ -3x, & x \geq 0. \end{cases}$ Tính $I = \int_{-3}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 17 [KM17]

Cho $f(x)=\begin{cases}4x+3, & x<0,\\ x^2+m, & x\geq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 18 [KM18]

Tính $I=\displaystyle\int_{0}^{5} |2x-4|\,\mathrm{d}x$.

Câu 19 [KM19]

Tính $I = \int_0^6 |4x^2 - 24x + 20| \, \mathrm{d}x$.

Câu 20 [KM20]

Tính $I = \int_0^5 \min\{x^2; 4x\} \, \mathrm{d}x$.

Câu 21 [KM21]

Cho $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<0,\\ -x, & x\geq 0.\end{cases}$ Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 22 [KM22]

Cho $f(x)=\begin{cases}2x+5, & x<0,\\ x^2+m, & x\geq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 23 [KM23]

Tính $I = \int_0^5 |6x - 12| \, \mathrm{d}x$.

Câu 24 [KM24]

Tính $I = \int_0^6 |3x^2 - 18x + 15| \, \mathrm{d}x$.

5 Đạo hàm của tích phân có cận biến thiên

Câu 25 [KM25]

Cho $G(x)=\displaystyle\int_x^{x^2+1}\left(t^2+3\right)\,\mathrm{d}t$. Tính $G'(2)$.

Câu 26 [KM26]

Cho $G(x)=\displaystyle\int_x^{x^2+1}(t+6)\,\mathrm{d}t$. Tính $G'(2)$.

6 Phương pháp đổi biến số

Câu 27 [KM27]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(3x^2\left(x^3+4\right)^4\right)\,\mathrm{d}x$.

Câu 28 [KM28]

Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\frac{4\ln(x)^2}{x}\right)\,\mathrm{d}x$.

Câu 29 [KM29]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(4)} \left((e^x + 2)^2 e^x \right) \mathrm{d}x$.

Câu 30 [KM30]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(3 (\sin(x) + 1)^4 \cos(x) \right) \mathrm{d}x$.

Câu 31 [KM31]

Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+2}} \right) \mathrm{d}x$.

Câu 32 [KM32]

Tính tích phân $I = \int_0^5 \left(\frac{5}{x^2+25} \right) \mathrm{d}x$.

Câu 33 [KM33]

Cho f liên tục trên $[1;4]$ và $\displaystyle\int_1^4 f(t)\,\mathrm{d}t = 10$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(4-3x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 34 [KM34]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 9$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{10}} f\left(\sin^2(5x)\right)\sin(5x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x.$$

Câu 35 [KM35]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(2x\left(x^2+2\right)^3\right)\,\mathrm{d}x$.

Câu 36 [KM36]

Tính tích phân $I = \int_1^{e^3} \left(\frac{5\ln(x)^2}{x}\right)\,\mathrm{d}x$.

Câu 37 [KM37]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(4)} \left(\left(e^x + 3 \right) e^x \right) \mathrm{d}x$.

Câu 38 [KM38]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(4 \left(\sin(x) + 2 \right)^3 \cos(x) \right) \mathrm{d}x$.

Câu 39 [KM39]

Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(\frac{3x}{\sqrt{x^2+5}} \right) \mathrm{d}x$.

Câu 40 [KM40]

Tính tích phân $I = \int_0^6 \left(\frac{7}{x^2+36} \right) \mathrm{d}x$.

Câu 41 [KM41]

Cho f liên tục trên $[1;3]$ và $\displaystyle\int_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t = 13$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(3-2x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 42 [KM42]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 12$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{10}} f\left(\sin^2(5x)\right)\sin(5x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x.$$

Câu 43 [KM43]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(2x\left(x^2+5\right)^4\right)\,\mathrm{d}x$.

Câu 44 [KM44]

Tính tích phân $I = \int_1^{e^2} \left(\frac{\ln(x)^2}{x}\right)\,\mathrm{d}x$.

Câu 45 [KM45]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(4)} \left((e^x + 4)^3 e^x \right) \mathrm{d}x$.

Câu 46 [KM46]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin^2(x) \cos(x) \right) \mathrm{d}x$.

7 Đối xứng, chẵn–lẻ và tuần hoàn

Câu 47 [KM47]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-4;4]$, biết $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$. Tính $I = \displaystyle\int_{-4}^4 2f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 48 [KM48]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-1;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 15$. Tính $I = \displaystyle\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+8^x}\,\mathrm{d}x$.

Câu 49 [KM49]

Cho f lẻ và liên tục trên $[-2;2]$. Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{2}\left(f(x)+8x^4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 50 [KM50]

Tính $I=\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{9\sin^4 x}{\sin^4 x+\cos^4 x}\mathrm{d}x$.

Câu 51 [KM51]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{3x \sin x}{3 + \cos^2 x} \, \mathrm{d}x$.

Câu 52 [KM52]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+1) = f(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^1 f(x) \, \mathrm{d}x = 6$. Tính $I = \displaystyle\int_0^3 f(x) \, \mathrm{d}x$.

Câu 53 [KM53]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-1;1]$, biết $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$. Tính $I = \displaystyle\int_{-1}^1 2f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 54 [KM54]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-2;2]$, $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 18$. Tính $I = \displaystyle\int_{-2}^2 \frac{f(x)}{1+7^x}\,\mathrm{d}x$.

8 Phương pháp tích phân từng phần

Câu 55 [KM55]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((5x+2)\, e^{2x} \right) \mathrm{d}x$.

Câu 56 [KM56]

Tính tích phân $I = \int_1^2 \left(x^3 \ln(x) \right) \mathrm{d}x$.

Câu 57 [KM57]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} ((2x+2)\cos(2x))\,\mathrm{d}x$.

Câu 58 [KM58]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(4x^2 e^{2x}\right)\mathrm{d}x$.

Câu 59 [KM59]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2e^{3x}\sin(2x)\right) \mathrm{d}x$.

Câu 60 [KM60]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((2x+3)\,e^{2x}\right) \mathrm{d}x$.

Câu 61 [KM61]

Tính tích phân $I = \int_1^2 \left(5x^3 \ln(x)\right) \mathrm{d}x$.

Câu 62 [KM62]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left((6x+2)\cos(3x)\right) \mathrm{d}x$.

Câu 63 [KM63]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(8x^2e^{2x}\right)\,\mathrm{d}x$.

Câu 64 [KM64]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(3e^{3x}\sin(3x)\right)\,\mathrm{d}x$.

9 Từng phần và đạo hàm trong bài hàm ẩn

Câu 65 [KM65]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f(3)=13$ và $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=21$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf'(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 66 [KM66]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(1)=8$ và $\displaystyle\int_0^1 x^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{19}{6}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 67 [KM67]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(2)=\ln(5)$ và $\displaystyle\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

Câu 68 [KM68]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;\frac{\pi}{2}]$, $f(0)=8$ và $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{3\pi}{2}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

Câu 69 [KM69]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=4$, $f(1)=5$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\left(f'(x)+2f(x)\right)\mathrm{d}x$.

Câu 70 [KM70]

Cho f,g có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $g(x)>0$, $f(0)=1$, $f(1)=3$, $g(0)=4$, $g(1)=3$. Tính

$$I=\int_0^1 \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}\mathrm{d}x.$$

Câu 71 [KM71]

Cho $f > 0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 2$ và $f(1) = 12$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{3f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

Câu 72 [KM72]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 8$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 4f(x)f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 73 [KM73]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f(3)=58$ và $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=66$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf'(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 74 [KM74]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(1)=5$ và $\displaystyle\int_0^1 x^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{7}{3}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 75 [KM75]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(2)=\ln(15)$ và $\displaystyle\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=14$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

Câu 76 [KM76]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;\frac{\pi}{2}]$, $f(0)=2$ và $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{3\pi}{4}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

10 Phương trình hàm

Câu 77 [KM77]

Cho f liên tục trên $[0;3]$ và $3f(x)+f(3-x)=8x^2-10x+25$ với mọi $x\in[0;3]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 78 [KM78]

Cho f liên tục trên $[0;3]$, thỏa mãn $2f(x)+3f(3-x)=28-2x$ với mọi $x\in[0;3]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 79 [KM79]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+y)=f(x)+f(y)+4xy$ với mọi $x,y\in\mathbb{R}$ và $f(1)=6$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 80 [KM80]

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và $3f(x)+f(1-x)=24x^2-10x+11$ với mọi $x\in[0;1]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 81 [KM81]

Cho f liên tục trên $[0;3]$, thỏa mãn $2f(x)+3f(3-x)=60-5x$ với mọi $x\in[0;3]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 82 [KM82]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+y)=f(x)+f(y)+12xy$ với mọi $x,y\in\mathbb{R}$ và $f(1)=11$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 83 [KM83]

Cho f liên tục trên $[0;2]$ và $3f(x)+f(2-x)=12x^2-8x+20$ với mọi $x\in[0;2]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 84 [KM84]

Cho f liên tục trên $[0;3]$, thỏa mãn $2f(x)+3f(3-x)=34-x$ với mọi $x\in[0;3]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

11 Biến đổi và nhân tử tích phân

Câu 85 [KM85]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+2f(x)=5e^{-2x}$ và $f(0)=1$. Tính $f(1)$.

Câu 86 [KM86]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+6xf(x)=5xe^{-3x^2}$, $f(0)=5$. Tính $f(1)$.

Câu 87 [KM87]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $xf'(x)+2f(x)=6x^4$ với mọi $x\in[0;1]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 88 [KM88]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+4f(x)^2=0$ và $f(0)=\frac{1}{3}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 89 [KM89]

Cho $f > 0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $2f(x)f'(x) = 12x$ và $f(0) = 3$. Tính $f(3)$.

Câu 90 [KM90]

Cho $f > 0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x) = 2xf(x)$ và $f(0) = 1$. Tính $P = \ln f(1)$.

Câu 91 [KM91]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+3f(x)=3e^{-3x}$ và $f(0)=2$. Tính $f(1)$.

Câu 92 [KM92]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+2xf(x)=4xe^{-x^2}$, $f(0)=1$. Tính $f(1)$.

Câu 93 [KM93]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $xf'(x)+2f(x)=x$ với mọi $x\in[0;1]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 94 [KM94]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f'(x)+2f(x)^2=0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 95 [KM95]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $2f(x)f'(x)=10x$ và $f(0)=5$. Tính $f(3)$.

Câu 96 [KM96]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)=8xf(x)$ và $f(0)=3$. Tính $P=\ln f(1)$.

Câu 97 [KM97]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+1f(x)=2e^{-x}$ và $f(0)=3$. Tính $f(1)$.

Câu 98 [KM98]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+4xf(x)=2xe^{-2x^2}$, $f(0)=2$. Tính $f(1)$.

12 Hoàn thành bình phương

Câu 99 [KM99]

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và

$$\int_0^1 \left[f(x)^2 - 2\left(5x+2\right)f(x)\right]\,\mathrm{d}x = -\frac{67}{3}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

Câu 100 [KM100]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{11}{2}, \quad \int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x = \frac{19}{6}, \quad \int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x = \frac{97}{3}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 101 [KM101]

Cho f liên tục trên $[0;\frac{\pi}{8}]$,

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} f(x)^2\,\mathrm{d}x = \frac{9\pi}{16}, \qquad \int_0^{\frac{\pi}{8}} f(x)\cos(4x)\,\mathrm{d}x = \frac{3\pi}{16}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{8}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 102 [KM102]

Cho $f > 0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 3$ và

$$\int_0^1 \Big([f(x)f'(x)]^2 + 25\Big)\,\mathrm{d}x = 10\int_0^1 f(x)f'(x)\,\mathrm{d}x.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

Câu 103 [KM103]

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và

$$\int_0^1 \left[f(x)^2 - 2(x+5)f(x)\right] \mathrm{d}x = -\frac{91}{3}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3 \,\mathrm{d}x$.

Câu 104 [KM104]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 7, \quad \int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x = \frac{23}{6}, \quad \int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x = \frac{151}{3}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 105 [KM105]

Cho f liên tục trên $[0;\frac{\pi}{2}]$,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)^2\,\mathrm{d}x = \frac{25\pi}{4}, \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\cos(1x)\,\mathrm{d}x = \frac{5\pi}{4}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 106 [KM106]

Cho $f > 0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 5$ và

$$\int_0^1 \Big([f(x)f'(x)]^2 + 4\Big)\,\mathrm{d}x = 4\int_0^1 f(x)f'(x)\,\mathrm{d}x.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

13 Cauchy–Schwarz và Hölder

Câu 107 [KM107]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=1$, $f(1)=4$ và $\displaystyle\int_0^1 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 9$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

Câu 108 [KM108]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(1)=0$, $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{8}{3}$ và $\displaystyle\int_0^1 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = \frac{64}{3}$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 109 [KM109]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=0$, $f(1)=4\ln\left(\frac{6}{5}\right)$ và

$$\int_0^1 (x+5)[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 16\ln\left(\frac{6}{5}\right).$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 110 [KM110]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=0$, $f(1)=-2+2e^3$ và

$$\int_0^1 \mathrm{e}^{-3x}[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = -12+12e^3.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 111 [KM111]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=3$, $f(1)=7$ và $\displaystyle\int_0^1 [f'(x)]^4\,\mathrm{d}x = 256$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 112 [KM112]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=3$, $f(1)=4$ và $\displaystyle\int_0^1 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 1$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

Câu 113 [KM113]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f(3)=0$, $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=-36$ và $\displaystyle\int_0^3 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=144$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 114 [KM114]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(0)=0$, $f(2)=\ln(2)$ và

$$\int_0^2 (x+2)[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=\ln(2).$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 115 [KM115]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=0$, $f(1)=-6+6e^3$ và

$$\int_0^1 \mathrm{e}^{-3x}[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=-108+108e^3.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 116 [KM116]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(0)=0$, $f(2)=8$ và $\displaystyle\int_0^2 [f'(x)]^4\,\mathrm{d}x=512$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)^2\,\mathrm{d}x$.

II. TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP NỀN TẢNG

14 Nguyên hàm và tích phân cơ bản

Câu 117 [KM117]

Tính tích phân $I = \int_0^3 \left(3x^4 - x + 5\right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1553}{10}$ **B.** $\dfrac{1563}{20}$

C. $\dfrac{1563}{10}$ **D.** $\dfrac{1583}{10}$

Câu 118 [KM118]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{6}{5x+9}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{12\ln(3)}{5} - 2 + \dfrac{6\ln(14)}{5}$ **B.** $-\dfrac{6\ln(14)}{5} + \dfrac{12\ln(3)}{5}$

C. $-\dfrac{24\ln(3)}{5} + \dfrac{12\ln(14)}{5}$ **D.** $-\dfrac{12\ln(3)}{5} + \dfrac{6\ln(14)}{5}$

Câu 119 [KM119]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\ln(4)}{2}} \left(2e^{2x}\right) \mathrm{d}x$.

A. 3 **B.** -3

C. 9 **D.** 0

Câu 120 [KM120]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} (2\sin(4x)) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Câu 121 [KM121]

Cho F là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{6}{x}$ trên $(0;+\infty)$, biết $F(1)=3$. Tính $F(4)$.

A. $-1+12\ln(2)$ **B.** $5+12\ln(2)$

C. $1+12\ln(2)$ **D.** $3+12\ln(2)$

Câu 122 [KM122]

Tìm $m\in\mathbb{R}$ sao cho $\displaystyle\int_0^1\left(mx^2+4x\right)\mathrm{d}x=\frac{7}{3}$.

A. 1 **B.** 7

C. $\dfrac{1}{2}$ **D.** -5

Câu 123 [KM123]

Tính tích phân $I = \int_{-1}^{1} \left(2x^2 - 3x + 3\right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{16}{3}$ **B.** $\dfrac{22}{3}$

C. $\dfrac{44}{3}$ **D.** $\dfrac{11}{3}$

Câu 124 [KM124]

Tính tích phân $I = \int_{0}^{2} \left(\dfrac{4}{3x+3}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-4 + \dfrac{4\ln(3)}{3}$ **B.** $\dfrac{4\ln(3)}{3} + 4$

C. $\dfrac{8\ln(3)}{3}$ **D.** $\dfrac{4\ln(3)}{3}$

Câu 125 [KM125]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\ln(5)}{3}} \left(6e^{3x} + 3\right) \mathrm{d}x$.

A. $\ln(5) + 8$

B. $\ln(5) + 14$

C. $\ln(5) + 2$

D. $-8 - \ln(5)$

Câu 126 [KM126]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (6\cos(x)) \mathrm{d}x$.

A. 7

B. 6

C. 12

D. -6

Câu 127 [KM127]

Cho F là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{3}{x}$ trên $(0;+\infty)$, biết $F(1)=5$. Tính $F(2)$.

A. $6\ln(2)+10$

B. $\dfrac{3\ln(2)}{2}+\dfrac{5}{2}$

C. $3\ln(2)+5$

D. $3\ln(2)+9$

Câu 128 [KM128]

Tìm $m\in\mathbb{R}$ sao cho $\displaystyle\int_0^1\left(mx^3+2x\right)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$.

A. 2

B. 1

C. -2

D. 4

Câu 129 [KM129]

Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(x^3 - 5x + 6\right) \mathrm{d}x$.

A. -6

B. 6

C. 12

D. 4

Câu 130 [KM130]

Tính tích phân $I = \int_0^3 \left(\dfrac{2}{x+6}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-2 - 2\ln(2) + 2\ln(3)$

B. $-2\ln(2) + 2\ln(3) + 4$

C. $-2\ln(2) + 2\ln(3)$

D. $-2\ln(3) + 2\ln(2)$

Câu 131 [KM131]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(2)} (4e^x + 1)\,\mathrm{d}x$.

A. $-2 + \ln(2)$

B. $\ln(2) + 1$

C. $\ln(2) + 10$

D. $\ln(2) + 4$

Câu 132 [KM132]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (9\sin(2x))\,\mathrm{d}x$.

A. 9

B. $\dfrac{9}{2}$

C. $\dfrac{13}{2}$

D. $\dfrac{7}{2}$

Câu 133 [KM133]

Cho F là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{8}{x}$ trên $(0;+\infty)$, biết $F(1)=6$. Tính $F(5)$.

A. $2+8\ln(5)$ **B.** $4+8\ln(5)$

C. $6+8\ln(5)$ **D.** $12+16\ln(5)$

Câu 134 [KM134]

Tìm $m\in\mathbb{R}$ sao cho $\displaystyle\int_0^1\left(mx^4+5x\right)\mathrm{d}x=\frac{29}{10}$.

A. -2 **B.** 1

C. 8 **D.** 2

Câu 135 [KM135]

Tính tích phân $I = \int_{-1}^{3} \left(7x^4 - 6x + 4\right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1668}{5}$ **B.** $\dfrac{1678}{5}$

C. $\dfrac{3336}{5}$ **D.** $\dfrac{1658}{5}$

Câu 136 [KM136]

Tính tích phân $I = \int_{0}^{1} \left(\dfrac{5}{4x+8}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{15\ln(2)}{4} + 2 + \dfrac{5\ln(12)}{4}$ **B.** $-4 - \dfrac{15\ln(2)}{4} + \dfrac{5\ln(12)}{4}$

C. $-\dfrac{15\ln(2)}{4} + \dfrac{5\ln(12)}{4}$ **D.** $-3\ln(2) + \dfrac{\ln(6)}{2} + 2\ln(3)$

Câu 137 [KM137]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\ln(3)}{2}} \left(e^{2x} + 4\right) \mathrm{d}x$.

A. $2\ln(3) + 4$

B. $-5 + 2\ln(3)$

C. $2 + 4\ln(3)$

D. $1 + 2\ln(3)$

Câu 138 [KM138]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (4\cos(3x))\, \mathrm{d}x$.

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{10}{3}$

C. $\frac{7}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

Câu 139 [KM139]

Cho F là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{5}{x}$ trên $(0;+\infty)$, biết $F(1)=1$. Tính $F(3)$.

A. $5+5\ln(3)$ **B.** $1+5\ln(3)$

C. $3+5\ln(3)$ **D.** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{5\ln(3)}{2}$

Câu 140 [KM140]

Tìm $m\in\mathbb{R}$ sao cho $\displaystyle\int_0^1\left(mx^1+4x\right)\mathrm{d}x=\frac{7}{2}$.

A. 0 **B.** 6

C. $\dfrac{3}{2}$ **D.** 3

15 Tính chất tích phân và dữ kiện hàm ẩn

Câu 141 [KM141]

Cho f, g liên tục trên $[0;3]$, $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 7$. Tính

$$I = \int_0^3 (4f(x) - 1g(x) + 1)\,\mathrm{d}x.$$

A. 8 **B.** -8

C. 4 **D.** 9

Câu 142 [KM142]

Cho f liên tục trên $[0;6]$, $\displaystyle\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 19$ và $\displaystyle\int_1^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. -15 **B.** 15

C. $\dfrac{15}{2}$ **D.** 17

Câu 143 [KM143]

Biết f liên tục trên $[0;6]$ và $\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 11$. Tính $I = \int_6^0 (4f(x)+2)\,\mathrm{d}x$.

A. 56 **B.** -50

C. -56 **D.** -59

Câu 144 [KM144]

Cho f liên tục trên $[4;19]$ và $\int_4^{19} f(t)\,\mathrm{d}t = 13$. Tính $I = \int_0^3 f(5x+4)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{13}{5}$ **B.** $\dfrac{18}{5}$

C. $\dfrac{3}{5}$ **D.** $\dfrac{26}{5}$

Câu 145 [KM145]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-1;1]$, biết $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 8$. Tính $I = \int_{-1}^1 4f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 68 **B.** 64

C. 128 **D.** -64

Câu 146 [KM146]

Cho f lẻ và liên tục trên $[-3;3]$. Tính $I = \int_{-3}^3 \left(f(x) + 8x^4\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{3873}{5}$ **B.** $\dfrac{1944}{5}$

C. $\dfrac{3888}{5}$ **D.** $-\dfrac{3888}{5}$

Câu 147 [KM147]

Cho f, g liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 8$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 8$. Tính

$$I = \int_0^1 (2f(x) - 4g(x) + 2)\,\mathrm{d}x.$$

A. 14 **B.** -12

C. -15 **D.** -14

Câu 148 [KM148]

Cho f liên tục trên $[0;7]$, $\displaystyle\int_0^7 f(x)\,\mathrm{d}x = 10$ và $\displaystyle\int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x = 7$. Tính $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 7 **B.** 3

C. 1 **D.** -3

Câu 149 [KM149]

Biết f liên tục trên $[0;4]$ và $\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Tính $I = \int_4^0 (5f(x)+3)\,\mathrm{d}x$.

A. -33 **B.** -54

C. -27 **D.** $-\dfrac{27}{2}$

Câu 150 [KM150]

Cho f liên tục trên $[1;3]$ và $\int_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t = 4$. Tính $I = \int_0^1 f(3-2x)\,\mathrm{d}x$.

A. 4 **B.** 0

C. -2 **D.** 2

Câu 151 [KM151]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-2;2]$, biết $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 11$. Tính $I = \int_{-2}^2 4f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 88 **B.** 84

C. -88 **D.** 86

Câu 152 [KM152]

Cho f lẻ và liên tục trên $[-3;3]$. Tính $I = \int_{-3}^3 \left(f(x) + 3x^2\right)\,\mathrm{d}x$.

A. 27 **B.** 51

C. 54 **D.** -54

Câu 153 [KM153]

Cho f, g liên tục trên $[0;2]$, $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và $\int_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Tính

$$I = \int_0^2 (5f(x) - 1g(x) + 3)\,\mathrm{d}x.$$

A. 26 **B.** 27

C. 30 **D.** 28

Câu 154 [KM154]

Cho f liên tục trên $[0;8]$, $\int_0^8 f(x)\,\mathrm{d}x = 12$ và $\int_3^8 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 8 **B.** 16

C. 10 **D.** 12

Câu 155 [KM155]

Biết f liên tục trên $[0;2]$ và $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$. Tính $I = \int_2^0 (2f(x)+1)\,\mathrm{d}x$.

A. -8 **B.** -14

C. -17 **D.** 14

Câu 156 [KM156]

Cho f liên tục trên $[1;7]$ và $\int_1^7 f(t)\,\mathrm{d}t = 7$. Tính $I = \int_0^2 f(3x+1)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{4}{3}$ **B.** $\dfrac{10}{3}$

C. $-\dfrac{7}{3}$ **D.** $\dfrac{7}{3}$

Câu 157 [KM157]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-3;3]$, biết $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Tính $I = \int_{-3}^3 5f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 30 **B.** 26

C. 15 **D.** 60

Câu 158 [KM158]

Cho f lẻ và liên tục trên $[-1;1]$. Tính $I = \int_{-1}^1 \left(f(x) + 8x^2\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{34}{3}$ **B.** $\dfrac{16}{3}$

C. $\dfrac{25}{3}$ **D.** $\dfrac{32}{3}$

Câu 159 [KM159]

Cho f, g liên tục trên $[0;3]$, $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 10$ và $\displaystyle\int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính

$$I = \int_0^3 (3f(x) - 4g(x) + 4)\,\mathrm{d}x.$$

A. 27 **B.** 25

C. 26 **D.** -26

Câu 160 [KM160]

Cho f liên tục trên $[0;5]$, $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 14$ và $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 12 **B.** 8

C. 16 **D.** 14

Câu 161 [KM161]

Biết f liên tục trên $[0;5]$ và $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 8$. Tính $I = \int_5^0 (3f(x)+2)\,\mathrm{d}x$.

A. -31 **B.** -34

C. -37 **D.** -17

Câu 162 [KM162]

Cho f liên tục trên $[4;16]$ và $\int_4^{16} f(t)\,\mathrm{d}t = 9$. Tính $I = \int_0^3 f(4x+4)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1}{4}$ **B.** $-\dfrac{9}{4}$

C. $\dfrac{9}{4}$ **D.** $\dfrac{13}{4}$

Câu 163 [KM163]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-4;4]$, biết $\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$. Tính $I = \int_{-4}^4 5f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 56 **B.** 30

C. 64 **D.** 60

Câu 164 [KM164]

Cho f lẻ và liên tục trên $[-2;2]$. Tính $I = \int_{-2}^2 \left(f(x) + 3x^4\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{384}{5}$ **B.** $\dfrac{192}{5}$

C. $\dfrac{207}{5}$ **D.** $\dfrac{162}{5}$

16 Nhận dạng phương pháp tính

Câu 165 [KM165]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(2x\left(x^2+4\right)^4\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{2111}{5}$ **B.** $\dfrac{2106}{5}$

C. $\dfrac{2101}{5}$ **D.** $\dfrac{2101}{10}$

Câu 166 [KM166]

Tính tích phân $I = \int_1^{e^3} \left(\dfrac{2\ln(x)}{x}\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{9}{2}$ **B.** 11

C. 18 **D.** 9

Câu 167 [KM167]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(3)} \left((e^x + 4)^2 e^x \right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{218}{3}$ **B.** $\dfrac{436}{3}$

C. $\dfrac{200}{3}$ **D.** $\dfrac{209}{3}$

Câu 168 [KM168]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(5 (\sin(x) + 2)^5 \cos(x) \right) \mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{3325}{6}$ **B.** $\dfrac{3325}{3}$

C. $\dfrac{3325}{6}$ **D.** $\dfrac{3331}{6}$

Câu 169 [KM169]

Tính tích phân $I = \int_0^1 (5xe^x)\,\mathrm{d}x$.

A. 7 **B.** -5

C. 3 **D.** 5

Câu 170 [KM170]

Tính tích phân $I = \int_1^3 \left(x^2 \ln(x)\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{26}{9} + 9\ln(3)$ **B.** $-\dfrac{13}{9} + \dfrac{9\ln(3)}{2}$

C. $-\dfrac{80}{9} + 9\ln(3)$ **D.** $\dfrac{26}{9} - 9\ln(3)$

Câu 171 [KM171]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(3x^2\left(x^3+5\right)^2\right)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{88}{3}$ **B.** $\dfrac{91}{3}$

C. $\dfrac{94}{3}$ **D.** $\dfrac{91}{6}$

Câu 172 [KM172]

Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\dfrac{4\ln(x)^3}{x}\right)\mathrm{d}x$.

A. -1 **B.** -3

C. 2 **D.** 1

Câu 173 [KM173]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(2)} \left(\left(e^x + 4 \right) e^x \right) \, \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{11}{2}$ **B.** $\dfrac{5}{2}$

C. 11 **D.** $-\dfrac{11}{2}$

Câu 174 [KM174]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2\sin^2(x)\cos(x) \right) \, \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{2}{3}$

C. $-\dfrac{1}{3}$ **D.** $-\dfrac{2}{3}$

Câu 175 [KM175]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((2x+1)\,e^{2x}\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{e^2}{2}$

B. $-4+e^2$

C. e^2

D. $2+e^2$

Câu 176 [KM176]

Tính tích phân $I = \int_1^3 \left(5x^3\ln(x)\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-25+\dfrac{405\ln(3)}{4}$

B. $-31+\dfrac{405\ln(3)}{4}$

C. $-19+\dfrac{405\ln(3)}{4}$

D. $-28+\dfrac{405\ln(3)}{4}$

Câu 177 [KM177]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(2x\left(x^2+2\right)^4\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{221}{5}$ **B.** $\dfrac{211}{5}$

C. $\dfrac{211}{10}$ **D.** $-\dfrac{211}{5}$

Câu 178 [KM178]

Tính tích phân $I = \int_1^{e^2} \left(\dfrac{5\ln(x)^3}{x}\right)\,\mathrm{d}x$.

A. 18 **B.** 16

C. 20 **D.** -20

Câu 179 [KM179]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(2)} \left((e^x + 2)^3 e^x \right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{163}{4}$ **B.** $\dfrac{187}{4}$

C. $\dfrac{151}{4}$ **D.** $\dfrac{175}{4}$

Câu 180 [KM180]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(3\sin^3(x)\cos(x) \right) \mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{5}{4}$ **B.** $\dfrac{3}{4}$

C. $\dfrac{3}{8}$ **D.** $-\dfrac{1}{4}$

Câu 181 [KM181]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((6x+1)\,e^{3x}\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{5}{3}+\frac{5e^3}{3}$ **B.** $\frac{1}{6}+\frac{5e^3}{6}$

C. $\frac{1}{3}+\frac{5e^3}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}+\frac{10e^3}{3}$

Câu 182 [KM182]

Tính tích phân $I = \int_1^4 (4x\ln(x))\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{15}{2}+32\ln(2)$ **B.** $15-64\ln(2)$

C. $-21+64\ln(2)$ **D.** $-15+64\ln(2)$

Câu 183 [KM183]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(3x^2\left(x^3+3\right)^2\right)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{37}{3}$ **B.** $-\dfrac{37}{3}$

C. $\dfrac{34}{3}$ **D.** $\dfrac{40}{3}$

Câu 184 [KM184]

Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\dfrac{\ln(x)}{x}\right)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1}{4}$ **B.** $-\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{9}{2}$

Câu 185 [KM185]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(3)} \left((e^x + 1)^2 e^x \right) \mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{56}{3}$ **B.** $\dfrac{38}{3}$

C. $\dfrac{28}{3}$ **D.** $\dfrac{56}{3}$

Câu 186 [KM186]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(4\sin^4(x)\cos(x) \right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{4}{5}$ **B.** $-\dfrac{1}{5}$

C. $-\dfrac{6}{5}$ **D.** $\dfrac{8}{5}$

Câu 187 [KM187]

Tính tích phân $I = \int_0^1 ((4x+2)\,e^x)\,\mathrm{d}x$.

A. $2e+6$ **B.** $2+2e$

C. $4+2e$ **D.** $-2+2e$

Câu 188 [KM188]

Tính tích phân $I = \int_1^2 \left(2x^2 \ln(x)\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{41}{9}+\dfrac{16\ln(2)}{3}$ **B.** $-\dfrac{7}{9}+\dfrac{8\ln(2)}{3}$

C. $-\dfrac{68}{9}+\dfrac{16\ln(2)}{3}$ **D.** $-\dfrac{14}{9}+\dfrac{16\ln(2)}{3}$

17 Ôn tập tổng hợp và ứng dụng

Câu 189 [KM189]

Tính $I = \int_{-2}^{6} |4x - 12| \, \mathrm{d}x$.

A. 68 **B.** 66

C. 136 **D.** 70

Câu 190 [KM190]

Tính $I = \int_{0}^{4} |3x^2 - 15x + 18| \, \mathrm{d}x$.

A. -17 **B.** 17

C. 15 **D.** 21

Câu 191 [KM191]

Tính $I = \int_0^4 \max\{3x^2; 9x\}\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{155}{2}$ **B.** $\dfrac{149}{2}$

C. $\dfrac{155}{2}$ **D.** $\dfrac{167}{2}$

Câu 192 [KM192]

Cho $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ -x, & x \geq 0. \end{cases}$ Tính $I = \int_{-3}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{9}{2}$ **B.** $-\dfrac{9}{2}$

C. $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{13}{2}$

Câu 193 [KM193]

Cho $f(x)=\begin{cases}2x+6, & x<0,\\ x^2+m, & x\geq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{136}{3}$ **B.** $\dfrac{68}{3}$

C. $\dfrac{62}{3}$ **D.** $\dfrac{80}{3}$

Câu 194 [KM194]

Cho $G(x)=\displaystyle\int_{x}^{x^2+1}\left(t^3+3\right)\,\mathrm{d}t$. Tính $G'(1)$.

A. 36 **B.** -18

C. 18 **D.** 15

Câu 195 [KM195]

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = 7x^2 - 21x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$.

A. $\dfrac{133}{6}$ **B.** $\dfrac{130}{3}$

C. $\dfrac{266}{3}$ **D.** $\dfrac{133}{3}$

Câu 196 [KM196]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+4) = f(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 8$. Tính $I = \displaystyle\int_0^{12} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 48 **B.** 24

C. -24 **D.** 26

Câu 197 [KM197]

Tìm $m \in [0;2]$ sao cho $\int_0^4 |x-m|\,\mathrm{d}x = 5$.

A. -5 **B.** 7

C. 1 **D.** 2

Câu 198 [KM198]

Tính $I = \int_0^4 |3x-3|\,\mathrm{d}x$.

A. -15 **B.** 14

C. 13 **D.** 15

Câu 199 [KM199]

Tính $I = \int_0^5 |3x^2 - 18x + 24| \, \mathrm{d}x$.

A. 28 **B.** 14

C. 56 **D.** 32

Câu 200 [KM200]

Tính $I = \int_0^4 \max\{x^2; 3x\} \, \mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{155}{6}$ **B.** $\dfrac{155}{12}$

C. $\dfrac{155}{6}$ **D.** $\dfrac{191}{6}$

Câu 201 [KM201]

Cho $f(x)=\begin{cases}3x^2, & x<0,\\ -3x, & x\geq 0.\end{cases}$ Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{9}{2}$ **B.** $-\dfrac{13}{2}$

C. $\dfrac{13}{4}$ **D.** $\dfrac{13}{2}$

Câu 202 [KM202]

Cho $f(x)=\begin{cases}4x+2, & x<0,\\ x^2+m, & x\geq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-3}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 3 **B.** 7

C. -3 **D.** 1

Câu 203 [KM203]

Cho $G(x) = \displaystyle\int_x^{x^2+1} \left(t^3 + 2\right) \mathrm{d}t$. Tính $G'(2)$.

A. 501 **B.** 498

C. 492 **D.** -498

Câu 204 [KM204]

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = 3x^2 - 12x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 5$.

A. 38 **B.** 40

C. 37 **D.** 39

Câu 205 [KM205]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+4)=f(x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{16} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 12 **B.** 24

C. 14 **D.** -12

Câu 206 [KM206]

Tìm $m\in[0;3]$ sao cho $\displaystyle\int_0^6 |x-m|\,\mathrm{d}x=13$.

A. -1 **B.** 1

C. 7 **D.** -5

Câu 207 [KM207]

Tính $I = \int_{-1}^{5} |x-2| \, \mathrm{d}x$.

A. 18

B. $\frac{9}{2}$

C. 9

D. 11

Câu 208 [KM208]

Tính $I = \int_{0}^{6} |3x^2 - 21x + 30| \, \mathrm{d}x$.

A. 45

B. -45

C. 49

D. 43

Câu 209 [KM209]

Tính $I = \int_0^4 \max\{5x^2; 15x\}\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{775}{12}$ **B.** $\dfrac{775}{6}$

C. $\dfrac{811}{6}$ **D.** $\dfrac{793}{6}$

Câu 210 [KM210]

Cho $f(x) = \begin{cases} 5x^2, & x < 0, \\ -5x, & x \geq 0. \end{cases}$ Tính $I = \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{31}{3}$ **B.** $-\dfrac{50}{3}$

C. $-\dfrac{25}{3}$ **D.** $-\dfrac{22}{3}$

III. TRẮC NGHIỆM CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH

18 Hàm hữu tỉ và đổi biến đại số

Câu 211 [KM211]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{1}{(x+2)(x+8)}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{\ln(2)}{3} + \dfrac{\ln(3)}{6}$

B. $-\ln(3) + \dfrac{2\ln(6)}{3}$

C. $-2 - \dfrac{\ln(3)}{6} + \dfrac{\ln(2)}{3}$

D. $-\dfrac{\ln(3)}{6} + \dfrac{\ln(2)}{3}$

Câu 212 [KM212]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{2x^2+5}{x+5}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-55\ln(5) - 12 + 55\ln(6)$

B. $-55\ln(5) - 9 + 55\ln(6)$

C. $-110\ln(5) - 18 + 110\ln(6)$

D. $-55\ln(5) - 3 + 55\ln(6)$

Câu 213 [KM213]

Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(\frac{2}{x+4}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-2\ln(3) + 2\ln(2)$

B. $-2\ln(2) + 1 + 2\ln(3)$

C. $-2\ln(2) + 2\ln(3)$

D. $-\ln(2) + \ln(3)$

Câu 214 [KM214]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(3x^2\left(x^3+5\right)^4\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{4651}{5}$

B. $\frac{4671}{5}$

C. $\frac{4651}{10}$

D. $\frac{4651}{5}$

Câu 215 [KM215]

Tính tích phân $I = \int_{-1}^{1} \left(7x^2 - 4x + 4\right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{38}{3}$ **B.** $\dfrac{29}{3}$

C. $-\dfrac{38}{3}$ **D.** $\dfrac{20}{3}$

Câu 216 [KM216]

Tìm $m \in \mathbb{R}$ sao cho $\int_{0}^{1} \left(mx^3 + 5x\right) \mathrm{d}x = 4$.

A. 5 **B.** 8

C. 6 **D.** 12

Câu 217 [KM217]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{2}{(x+3)(x+7)}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\ln(6) + \ln(7)$

B. $-\dfrac{\ln(42)}{2} + \ln(6)$

C. $-2 - \ln(6) + \dfrac{\ln(42)}{2}$

D. $-\ln(6) + \dfrac{\ln(42)}{2}$

Câu 218 [KM218]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{5x^2+5}{x+3}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-50\ln(3) - \dfrac{25}{2} + 100\ln(2)$

B. $-50\ln(3) - \dfrac{19}{2} + 100\ln(2)$

C. $-50\ln(3) - \dfrac{13}{2} + 100\ln(2)$

D. $-100\ln(2) + \dfrac{25}{2} + 50\ln(3)$

Câu 219 [KM219]

Tính tích phân $I = \int_0^3 \left(\frac{5}{4x+6}\right) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{5\ln(3)}{8}$ **B.** $\frac{5\ln(3)}{4}$

C. $-2+\frac{5\ln(3)}{4}$ **D.** $-1+\frac{5\ln(3)}{4}$

Câu 220 [KM220]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(2x\left(x^2+1\right)^3\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{4}$ **B.** $-\frac{15}{4}$

C. $\frac{23}{4}$ **D.** $\frac{15}{4}$

Câu 221 [KM221]

Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(6x^3 - 6x + 2\right) \mathrm{d}x$.

A. 16 **B.** -16

C. 8 **D.** 10

Câu 222 [KM222]

Tìm $m \in \mathbb{R}$ sao cho $\int_0^1 \left(mx^4 + 3x\right) \mathrm{d}x = \frac{17}{10}$.

A. 0 **B.** 1

C. -1 **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 223 [KM223]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{3}{(x+4)(x+6)}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-2\ln(14) + 2 + \dfrac{\ln(210)}{2} + \ln(15)$

B. $-2\ln(14) - 4 + \dfrac{\ln(210)}{2} + \ln(15)$

C. $-2\ln(14) + \dfrac{\ln(210)}{2} + \ln(15)$

D. $-2\ln(14) - 2 + \dfrac{\ln(210)}{2} + \ln(15)$

Câu 224 [KM224]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{3x^2+1}{x+1}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{3}{2} + 4\ln(2)$

B. $-\dfrac{3}{4} + 2\ln(2)$

C. $-3 + 8\ln(2)$

D. $\dfrac{3}{2} - 4\ln(2)$

Câu 225 [KM225]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{3}{2x+9}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-3\ln(3) - 1 + \frac{3\ln(11)}{2}$

B. $-3\ln(3) + \frac{3\ln(11)}{2}$

C. $-\frac{3\ln(3)}{2} + \frac{3\ln(11)}{4}$

D. $-3\ln(3) - 2 + \frac{3\ln(11)}{2}$

Câu 226 [KM226]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(3x^2\left(x^3+2\right)^4\right) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{201}{5}$

B. $\frac{191}{5}$

C. $\frac{211}{5}$

D. $\frac{231}{5}$

Câu 227 [KM227]

Tính tích phân $I = \int_{-1}^{3} \left(5x^4 - 2x + 5\right) \mathrm{d}x$.

A. 128 **B.** 250

C. 512 **D.** 256

Câu 228 [KM228]

Tìm $m \in \mathbb{R}$ sao cho $\int_{0}^{1} \left(mx^1 + 2x\right) \mathrm{d}x = 2$.

A. 1 **B.** 2

C. 4 **D.** 3

Câu 229 [KM229]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{4}{(x+1)(x+6)}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\ln(7) + \ln(2) + \dfrac{\ln(4536)}{5} + 2$

B. $-\ln(7) + \ln(2) + \dfrac{\ln(4536)}{5} + 4$

C. $-\ln(7) + \ln(2) + \dfrac{\ln(4536)}{5}$

D. $-4 - \ln(7) + \ln(2) + \dfrac{\ln(4536)}{5}$

Câu 230 [KM230]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{5x^2+1}{x+4}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-81\ln(5) + \dfrac{35}{2} + 162\ln(2)$

B. $-162\ln(2) - \dfrac{23}{2} + 81\ln(5)$

C. $-162\ln(2) - \dfrac{29}{2} + 81\ln(5)$

D. $-162\ln(2) - \dfrac{35}{2} + 81\ln(5)$

Câu 231 [KM231]

Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(\frac{6}{5x+2}\right) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{6\ln(6)}{5}$ **B.** $-\frac{6\ln(6)}{5}$

C. $\frac{12\ln(6)}{5}$ **D.** $1+\frac{6\ln(6)}{5}$

Câu 232 [KM232]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(2x\left(x^2+4\right)^2\right) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{55}{3}$ **B.** $\frac{49}{3}$

C. $\frac{61}{3}$ **D.** $\frac{67}{3}$

Câu 233 [KM233]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(4x^2 - 4x + 3\right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{25}{3}$ **B.** $\dfrac{16}{3}$

C. $-\dfrac{7}{3}$ **D.** $\dfrac{7}{3}$

Câu 234 [KM234]

Tìm $m \in \mathbb{R}$ sao cho $\int_0^1 \left(mx^2 + 5x\right) \mathrm{d}x = \dfrac{19}{6}$.

A. 2 **B.** 0

C. -2 **D.** 4

19 Tích phân lượng giác và đối xứng

Câu 235 [KM235]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2\left(\sin\left(x\right)+1\right)^3 \cos\left(x\right)\right) \mathrm{d}x$.

A. 15
B. $\dfrac{15}{2}$
C. $\dfrac{11}{2}$
D. $\dfrac{23}{2}$

Câu 236 [KM236]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(2\sin^2\left(3x\right)+1\right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{\pi}{3}+6$
B. $\dfrac{\pi}{3}+3$
C. $-\dfrac{\pi}{3}$
D. $\dfrac{\pi}{3}$

Câu 237 [KM237]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{8\sin^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x}\,\mathrm{d}x$.

A. 2π **B.** $-1+2\pi$

C. -2π **D.** π

Câu 238 [KM238]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{2x\sin x}{3+\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $-4+\dfrac{\sqrt{3}\pi^2}{9}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi^2}{9}$

C. $-2+\dfrac{\sqrt{3}\pi^2}{9}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi^2}{18}$

Câu 239 [KM239]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (3\sin(2x))\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{9}{2}$ **B.** $-\dfrac{3}{2}$

C. $\dfrac{3}{2}$ **D.** $\dfrac{9}{2}$

Câu 240 [KM240]

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4|\sin(2x)|\,\mathrm{d}x$.

A. 4 **B.** 2

C. -4 **D.** 8

Câu 241 [KM241]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(3\left(\sin\left(x\right)+1\right)^5 \cos\left(x\right)\right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{59}{2}$ **B.** $\dfrac{63}{2}$

C. $\dfrac{63}{4}$ **D.** $-\dfrac{63}{2}$

Câu 242 [KM242]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \left(5\sin^2\left(4x\right)+1\right) \mathrm{d}x$.

A. $-6+\dfrac{7\pi}{16}$ **B.** $\dfrac{7\pi}{16}+3$

C. $\dfrac{7\pi}{16}$ **D.** $\dfrac{7\pi}{8}$

Câu 243 [KM243]

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $-2 + \frac{\pi}{4}$ **B.** $-1 + \frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{8}$ **D.** $\frac{\pi}{4}$

Câu 244 [KM244]

Tính $I = \int_0^{\pi} \frac{1x\sin x}{5 + \cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $-2 + \frac{\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$

C. $-4 + \frac{\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$ **D.** $\frac{\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{10}$

Câu 245 [KM245]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (6\cos(3x))\,\mathrm{d}x$.

A. 4 **B.** 8

C. 2 **D.** -4

Câu 246 [KM246]

Tính $I = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} 1|\sin(3x)|\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{2}{3}$

C. $\frac{10}{3}$ **D.** $\frac{4}{3}$

Câu 247 [KM247]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(4\left(\sin\left(x\right)+1\right)^5 \cos\left(x\right)\right) \mathrm{d}x$.

A. 42 **B.** 21

C. 44 **D.** 46

Câu 248 [KM248]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2\sin^2\left(x\right)+2\right) \mathrm{d}x$.

A. $3+\dfrac{3\pi}{2}$ **B.** $-\dfrac{3\pi}{2}$

C. $\dfrac{3\pi}{2}$ **D.** $-6+\dfrac{3\pi}{2}$

Câu 249 [KM249]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3\sin^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $-2 + \dfrac{3\pi}{4}$

B. $-1 + \dfrac{3\pi}{4}$

C. $1 + \dfrac{3\pi}{4}$

D. $\dfrac{3\pi}{4}$

Câu 250 [KM250]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{7x\sin x}{6 + \cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{7\sqrt{6}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}{6}$

B. $\dfrac{7\sqrt{6}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}{12}$

C. $-4 + \dfrac{7\sqrt{6}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}{6}$

D. $-\dfrac{7\sqrt{6}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}{6}$

Câu 251 [KM251]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} (9\sin(4x))\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{9}{2}$ **B.** $\frac{9}{4}$

C. $-\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{9}{8}$

Câu 252 [KM252]

Tính $I = \int_0^{2\pi} 6|\sin(1x)|\,\mathrm{d}x$.

A. 26 **B.** 22

C. 12 **D.** 24

Câu 253 [KM253]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(5\left(\sin\left(x\right)+2\right)^2\cos\left(x\right)\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{95}{3}$ **B.** $\dfrac{89}{3}$

C. $-\dfrac{95}{3}$ **D.** $\dfrac{95}{6}$

Câu 254 [KM254]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(5\sin^2\left(2x\right)+2\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-6+\dfrac{9\pi}{8}$ **B.** $\dfrac{9\pi}{8}$

C. $-3+\dfrac{9\pi}{8}$ **D.** $\dfrac{9\pi}{4}$

Câu 255 [KM255]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{5\sin^6 x}{\sin^6 x + \cos^6 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{5\pi}{8}$

B. $1 + \dfrac{5\pi}{4}$

C. $\dfrac{5\pi}{4}$

D. $2 + \dfrac{5\pi}{4}$

Câu 256 [KM256]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{6x\sin x}{2 + \cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $3\sqrt{2}\pi \operatorname{atan}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

B. $\dfrac{3\sqrt{2}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{2}$

C. $-2 + 3\sqrt{2}\pi \operatorname{atan}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

D. $-4 + 3\sqrt{2}\pi \operatorname{atan}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Câu 257 [KM257]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (5\cos(x))\,\mathrm{d}x$.

A. -5 **B.** 5

C. 2 **D.** $\dfrac{5}{2}$

Câu 258 [KM258]

Tính $I = \int_0^{\frac{3\pi}{2}} 3|\sin(2x)|\,\mathrm{d}x$.

A. -9 **B.** 18

C. 9 **D.** 8

20 Tích phân từng phần và từng phần lặp

Câu 259 [KM259]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((3x+1)\,e^{3x}\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-e^3$

B. $4+e^3$

C. $\dfrac{e^3}{2}$

D. e^3

Câu 260 [KM260]

Tính tích phân $I = \int_1^2 (5x\ln(x))\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{39}{4}+10\ln(2)$

B. $-\dfrac{15}{4}+10\ln(2)$

C. $-\dfrac{15}{8}+5\ln(2)$

D. $-\dfrac{15}{2}+20\ln(2)$

Câu 261 [KM261]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} ((4x+3)\cos(3x))\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{5}{18} + \frac{\pi}{9}$ **B.** $\frac{2\pi}{9} + \frac{14}{9}$

C. $\frac{5}{9} + \frac{2\pi}{9}$ **D.** $-\frac{2\pi}{9} - \frac{5}{9}$

Câu 262 [KM262]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(7x^2 e^{3x}\right)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{40}{27} + \frac{35e^3}{27}$ **B.** $-\frac{28}{27} + \frac{70e^3}{27}$

C. $\frac{14}{27} - \frac{35e^3}{27}$ **D.** $-\frac{14}{27} + \frac{35e^3}{27}$

Câu 263 [KM263]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2e^x \sin(3x))\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{3}{5} + \frac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{5}$

B. $\frac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{5} + \frac{18}{5}$

C. $-\frac{27}{5} + \frac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{5}$

D. $\frac{6}{5} + \frac{6e^{\frac{\pi}{3}}}{5}$

Câu 264 [KM264]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((7x+1)\,e^{3x}\right)\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{14}{9} + \frac{17e^3}{9}$

B. $\frac{8}{9} + \frac{34e^3}{9}$

C. $\frac{4}{9} + \frac{17e^3}{9}$

D. $-\frac{5}{9} + \frac{17e^3}{9}$

Câu 265 [KM265]

Tính tích phân $I = \int_1^3 (3x \ln(x))\, \mathrm{d}x$.

A. $-10 + \dfrac{27\ln(3)}{2}$

B. $-12 + 27\ln(3)$

C. $-4 + \dfrac{27\ln(3)}{2}$

D. $-6 + \dfrac{27\ln(3)}{2}$

Câu 266 [KM266]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (8x\cos(x))\, \mathrm{d}x$.

A. $-8 + 4\pi$

B. $-11 + 4\pi$

C. $-5 + 4\pi$

D. $-14 + 4\pi$

Câu 267 [KM267]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(3x^2 e^{3x}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{9} + \frac{5e^3}{18}$

B. $-\frac{2}{9} + \frac{5e^3}{9}$

C. $-\frac{11}{9} + \frac{5e^3}{9}$

D. $-\frac{4}{9} + \frac{10e^3}{9}$

Câu 268 [KM268]

Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \left(4e^x \sin(x)\right) \mathrm{d}x$.

A. $2e^{\pi}$

B. $1 + e^{\pi}$

C. $4 + 4e^{\pi}$

D. $2 + 2e^{\pi}$

Câu 269 [KM269]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((4x+2)\,e^{3x}\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{2}{9}+\frac{14e^3}{9}$ **B.** $\frac{2}{9}-\frac{14e^3}{9}$

C. $-\frac{4}{9}+\frac{28e^3}{9}$ **D.** $-\frac{29}{9}+\frac{14e^3}{9}$

Câu 270 [KM270]

Tính tích phân $I = \int_1^4 (x\ln(x))\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{15}{8}+8\ln(2)$ **B.** $-\frac{15}{4}+16\ln(2)$

C. $-\frac{23}{4}+16\ln(2)$ **D.** $-\frac{19}{4}+16\ln(2)$

Câu 271 [KM271]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (4x\cos(3x))\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{2\pi}{9} + \frac{32}{9}$

B. $-\frac{2}{9} + \frac{\pi}{9}$

C. $-\frac{4}{9} + \frac{2\pi}{9}$

D. $-\frac{40}{9} + \frac{2\pi}{9}$

Câu 272 [KM272]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(8x^2e^x\right)\mathrm{d}x$.

A. $-16 + 8e$

B. $16 - 8e$

C. $-13 + 8e$

D. $-19 + 8e$

Câu 273 [KM273]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (5e^x \sin(2x))\, \mathrm{d}x$.

A. $4 + 4e^{\frac{\pi}{2}}$

B. $2 + 2e^{\frac{\pi}{2}}$

C. $1 + e^{\frac{\pi}{2}}$

D. $-2e^{\frac{\pi}{2}} - 2$

Câu 274 [KM274]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((x+3)\, e^{3x}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{4}{9} + \frac{11e^3}{18}$

B. $-\frac{16}{9} + \frac{22e^3}{9}$

C. $-\frac{8}{9} + \frac{11e^3}{9}$

D. $-\frac{44}{9} + \frac{11e^3}{9}$

Câu 275 [KM275]

Tính tích phân $I = \int_1^4 (5x \ln(x))\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{87}{4} + 80\ln(2)$

B. $\frac{75}{4} - 80\ln(2)$

C. $-\frac{99}{4} + 80\ln(2)$

D. $-\frac{75}{4} + 80\ln(2)$

Câu 276 [KM276]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} ((8x+1)\cos(x))\,\mathrm{d}x$.

A. $-14 + 8\pi$

B. $-7 + 4\pi$

C. $-6 + 4\pi$

D. $-8 + 4\pi$

Câu 277 [KM277]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(4x^2 e^x\right) \mathrm{d}x$.

A. $-16 + 8e$

B. $-4 + 4e$

C. $-8 + 4e$

D. $-10 + 4e$

Câu 278 [KM278]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(e^x \sin(3x)\right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{10} + \dfrac{63}{10}$

B. $\dfrac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{10} + \dfrac{33}{10}$

C. $\dfrac{3}{20} + \dfrac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{20}$

D. $\dfrac{3}{10} + \dfrac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{10}$

Câu 279 [KM279]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left((5x+3)\, e^{3x} \right) \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{4}{9} + \frac{19e^3}{9}$

B. $\frac{14}{9} + \frac{19e^3}{9}$

C. $\frac{4}{9} - \frac{19e^3}{9}$

D. $\frac{5}{9} + \frac{19e^3}{9}$

Câu 280 [KM280]

Tính tích phân $I = \int_1^2 (3x \ln(x))\, \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{4} + 6\ln(2)$

B. $-\frac{9}{2} + 12\ln(2)$

C. $-\frac{9}{4} + 6\ln(2)$

D. $\frac{7}{4} + 6\ln(2)$

Câu 281 [KM281]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} ((4x+1)\cos(3x))\,\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{18} + \frac{\pi}{9}$ **B.** $\frac{1}{9} - \frac{2\pi}{9}$

C. $\frac{2\pi}{9} + \frac{26}{9}$ **D.** $-\frac{1}{9} + \frac{2\pi}{9}$

Câu 282 [KM282]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(8x^2 e^{3x}\right)\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{16}{27} + \frac{40e^3}{27}$ **B.** $\frac{38}{27} + \frac{40e^3}{27}$

C. $-\frac{8}{27} + \frac{20e^3}{27}$ **D.** $-\frac{70}{27} + \frac{40e^3}{27}$

21 Hàm mũ, logarit và căn thức

Câu 283 [KM283]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(4)} \left((e^x + 5)^2 e^x \right) \mathrm{d}x$.

A. 173 **B.** 171

C. 342 **D.** 169

Câu 284 [KM284]

Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\frac{5\ln(x)}{x} \right) \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{7}{2}$ **B.** $-\frac{5}{2}$

C. $\frac{11}{2}$ **D.** $\frac{5}{2}$

Câu 285 [KM285]

Tính tích phân $I = \int_0^2 \left(\frac{2x}{\sqrt{x^2+2}}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$ **B.** $-4\sqrt{2}+4\sqrt{6}$

C. $-2\sqrt{2}-2+2\sqrt{6}$ **D.** $-2\sqrt{2}-1+2\sqrt{6}$

Câu 286 [KM286]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{3}{x^2+1}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-4+\frac{3\pi}{4}$ **B.** $\frac{3\pi}{4}$

C. $-2+\frac{3\pi}{4}$ **D.** $-\frac{3\pi}{4}$

Câu 287 [KM287]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(3)} (6e^x + 4)\,\mathrm{d}x$.

A. $4\ln(3) + 9$

B. $-12 - 4\ln(3)$

C. $4\ln(3) + 12$

D. $4\ln(3) + 18$

Câu 288 [KM288]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{6}{(x+3)(x+7)}\right)\mathrm{d}x$.

A. $-2\ln(6) + \dfrac{\ln(42)}{2} + \ln(7)$

B. $-2\ln(6) - 2 + \dfrac{\ln(42)}{2} + \ln(7)$

C. $-2\ln(6) - 1 + \dfrac{\ln(42)}{2} + \ln(7)$

D. $-2\ln(6) + 1 + \dfrac{\ln(42)}{2} + \ln(7)$

Câu 289 [KM289]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(3)} \left(\left(e^x + 5 \right) e^x \right) \mathrm{d}x$.

A. 18 **B.** 14

C. 7 **D.** 12

Câu 290 [KM290]

Tính tích phân $I = \int_1^{e^2} \left(\frac{6 \ln(x)^2}{x} \right) \mathrm{d}x$.

A. 10 **B.** 13

C. 16 **D.** 22

Câu 291 [KM291]

Tính tích phân $I = \int_0^3 \left(\frac{4x}{\sqrt{x^2+3}}\right) \mathrm{d}x$.

A. $1+4\sqrt{3}$ **B.** $-1+4\sqrt{3}$

C. $8\sqrt{3}$ **D.** $4\sqrt{3}$

Câu 292 [KM292]

Tính tích phân $I = \int_0^7 \left(\frac{4}{x^2+49}\right) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{14}$ **B.** $\frac{\pi}{7}$

C. $\frac{\pi}{7}+4$ **D.** $-4+\frac{\pi}{7}$

Câu 293 [KM293]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\ln(4)}{2}} \left(3e^{2x} + 2\right) \mathrm{d}x$.

A. $2\ln(2) + \dfrac{15}{2}$

B. $-\dfrac{9}{2} - 2\ln(2)$

C. $2\ln(2) + \dfrac{9}{2}$

D. $-\dfrac{3}{2} + 2\ln(2)$

Câu 294 [KM294]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{7}{(x+4)(x+6)}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-4\ln(14) - 1 + \dfrac{\ln(210)}{2} + 3\ln(15)$

B. $-\dfrac{7\ln(14)}{4} + \dfrac{7\ln(15)}{4}$

C. $-4\ln(14) - 2 + \dfrac{\ln(210)}{2} + 3\ln(15)$

D. $-4\ln(14) + \dfrac{\ln(210)}{2} + 3\ln(15)$

Câu 295 [KM295]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(3)} \left((e^x + 3)^3 e^x \right) \mathrm{d}x$.

A. 260 **B.** 130

C. 262 **D.** 520

Câu 296 [KM296]

Tính tích phân $I = \int_1^{e^3} \left(\frac{\ln(x)^3}{x} \right) \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{81}{4}$ **B.** $\frac{57}{4}$

C. $\frac{81}{4}$ **D.** $\frac{105}{4}$

Câu 297 [KM297]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-1+\sqrt{5}$ **B.** $-1+\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. $-3+\sqrt{5}$ **D.** $-2+\sqrt{5}$

Câu 298 [KM298]

Tính tích phân $I = \int_0^6 \left(\frac{6}{x^2+36}\right) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{4}$ **B.** $-4+\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{8}$ **D.** $-\frac{\pi}{4}$

Câu 299 [KM299]

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\ln(5)}{3}} \left(7e^{3x}\right) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{14}{3}$ **B.** $\frac{28}{3}$

C. $-\frac{28}{3}$ **D.** $\frac{10}{3}$

Câu 300 [KM300]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{(x+1)(x+6)}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-\frac{2\ln(7)}{5} + \frac{2\ln(12)}{5}$ **B.** $-1 - \frac{\ln(7)}{5} + \frac{\ln(12)}{5}$

C. $-\frac{\ln(7)}{10} + \frac{\ln(2)}{10} + \frac{\ln(6)}{10}$ **D.** $-\frac{\ln(7)}{5} + \frac{\ln(2)}{5} + \frac{\ln(6)}{5}$

Câu 301 [KM301]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(2)} \left((e^x + 3)^2 e^x \right) \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{61}{3}$ **B.** $\dfrac{73}{3}$

C. $\dfrac{49}{3}$ **D.** $\dfrac{122}{3}$

Câu 302 [KM302]

Tính tích phân $I = \int_1^{e^2} \left(\dfrac{3\ln(x)}{x} \right) \mathrm{d}x$.

A. 12 **B.** 6

C. 3 **D.** 9

Câu 303 [KM303]

Tính tích phân $I = \int_0^3 \left(\frac{3x}{\sqrt{x^2+6}}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-3\sqrt{6}-1+3\sqrt{15}$

B. $-3\sqrt{15}+3\sqrt{6}$

C. $-3\sqrt{6}+3\sqrt{15}$

D. $-3\sqrt{6}+2+3\sqrt{15}$

Câu 304 [KM304]

Tính tích phân $I = \int_0^5 \left(\frac{1}{x^2+25}\right) \mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{20}$

B. $\frac{\pi}{10}$

C. $\frac{\pi}{40}$

D. $-2+\frac{\pi}{20}$

Câu 305 [KM305]

Tính tích phân $I = \int_0^{\ln(2)} (5e^x + 3)\,\mathrm{d}x$.

A. $3\ln(2) + 11$

B. $3\ln(2) + 5$

C. $6\ln(2) + 10$

D. $2 + 3\ln(2)$

Câu 306 [KM306]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{(x+2)(x+9)}\right)\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{\ln(10)}{14} - \frac{\ln(2)}{14} + \frac{3\ln(3)}{14}$

B. $-\ln(10) + \frac{6\ln(3)}{7} + \frac{\ln(25000)}{7}$

C. $-\frac{\ln(10)}{7} - \frac{\ln(2)}{7} + \frac{3\ln(3)}{7}$

D. $-\ln(10) - 1 + \frac{3\ln(3)}{7} + \frac{\ln(500000)}{7}$

22 Trị tuyệt đối, min–max và ghép hàm

Câu 307 [KM307]

Tính $I = \int_{-1}^{6} |5x - 15| \, \mathrm{d}x$.

A. $\frac{125}{4}$ **B.** $\frac{129}{2}$

C. $\frac{121}{2}$ **D.** $\frac{125}{2}$

Câu 308 [KM308]

Tính $I = \int_{0}^{4} |x^2 - 4x + 3| \, \mathrm{d}x$.

A. 8 **B.** 4

C. -4 **D.** 10

Câu 309 [KM309]

Tính $I = \int_0^5 \min\{5x^2; 20x\}\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{587}{3}$ **B.** $\dfrac{1180}{3}$

C. $\dfrac{590}{3}$ **D.** $\dfrac{295}{3}$

Câu 310 [KM310]

Cho $f(x) = \begin{cases} 4x^2, & x < 0, \\ -4x, & x \geq 0. \end{cases}$ Tính $I = \int_{-3}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 36 **B.** 16

C. 14 **D.** 18

Câu 311 [KM311]

Cho $f(x)=\begin{cases}5x+6, & x<0,\\ x^2+m, & x\geq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{50}{3}$ **B.** $\dfrac{68}{3}$

C. $\dfrac{100}{3}$ **D.** $\dfrac{41}{3}$

Câu 312 [KM312]

Cho f liên tục trên $[0;5]$, $\displaystyle\int_0^5 f(t)\,\mathrm{d}t=8$ và $\displaystyle\int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t=10$. Tính $I=\displaystyle\int_{-1}^{1} f\left(|4x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{11}{2}$ **B.** $\dfrac{9}{4}$

C. $\dfrac{9}{2}$ **D.** $\dfrac{13}{2}$

Câu 313 [KM313]

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} 7|\sin(3x)|\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{28}{3}$ **B.** $\dfrac{2}{3}$

C. $\dfrac{8}{3}$ **D.** $\dfrac{14}{3}$

Câu 314 [KM314]

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = 5x^2 - 15x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$.

A. $\dfrac{95}{3}$ **B.** $\dfrac{95}{6}$

C. $\dfrac{77}{3}$ **D.** $\dfrac{104}{3}$

Câu 315 [KM315]

Tính $I = \int_{-2}^{6} |3x - 9| \, \mathrm{d}x$.

A. 49

B. 51

C. $\dfrac{51}{2}$

D. -51

Câu 316 [KM316]

Tính $I = \int_{0}^{4} |x^2 - 5x + 6| \, \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{34}{3}$

B. $\dfrac{11}{3}$

C. $\dfrac{17}{6}$

D. $\dfrac{17}{3}$

Câu 317 [KM317]

Tính $I = \int_0^5 \min\{3x^2; 12x\}\,\mathrm{d}x$.

A. 118 **B.** 236

C. 112 **D.** 124

Câu 318 [KM318]

Cho $f(x) = \begin{cases} 5x^2, & x < 0, \\ -5x, & x \geq 0. \end{cases}$ Tính $I = \int_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{67}{6}$ **B.** $-\dfrac{55}{6}$

C. $-\dfrac{43}{6}$ **D.** $-\dfrac{61}{6}$

Câu 319 [KM319]

Cho $f(x)=\begin{cases}6x+2, & x<0,\\ x^2+m, & x\geq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-3}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. -4 **B.** -3

C. -6 **D.** -10

Câu 320 [KM320]

Cho f liên tục trên $[0;4]$, $\displaystyle\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t=5$ và $\displaystyle\int_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t=11$. Tính $I=\displaystyle\int_{-1}^{1} f\left(|3x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{16}{3}$ **B.** $\dfrac{34}{3}$

C. $\dfrac{7}{3}$ **D.** $\dfrac{8}{3}$

Câu 321 [KM321]

Tính $I = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} 5|\sin(3x)|\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{20}{3}$ **B.** $\dfrac{20}{3}$

C. $\dfrac{10}{3}$ **D.** $\dfrac{23}{3}$

Câu 322 [KM322]

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^2 - 3x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$.

A. $\dfrac{19}{6}$ **B.** $\dfrac{31}{3}$

C. $\dfrac{19}{3}$ **D.** $\dfrac{25}{3}$

Câu 323 [KM323]

Tính $I = \int_{-2}^{6} |x-3| \, \mathrm{d}x$.

A. 34

B. -17

C. 23

D. 17

Câu 324 [KM324]

Tính $I = \int_{0}^{5} |x^2 - 6x + 8| \, \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{34}{3}$

B. $\dfrac{28}{3}$

C. $-\dfrac{28}{3}$

D. $\dfrac{22}{3}$

Câu 325 [KM325]

Tính $I = \int_0^3 \min\{x^2; 2x\}\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{35}{3}$ **B.** $\dfrac{17}{3}$

C. $\dfrac{23}{3}$ **D.** $\dfrac{11}{3}$

Câu 326 [KM326]

Cho $f(x) = \begin{cases} 6x^2, & x < 0, \\ -6x, & x \geq 0. \end{cases}$ Tính $I = \int_{-1}^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. -28 **B.** -50

C. -22 **D.** -25

Câu 327 [KM327]

Cho $f(x)=\begin{cases}7x+4, & x<0,\\ x^2+m, & x\geq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-3}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{3}{2}$ **B.** $\dfrac{1}{2}$

C. $-\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{3}{4}$

Câu 328 [KM328]

Cho f liên tục trên $[0;3]$, $\displaystyle\int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t=2$ và $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t=12$. Tính $I=\displaystyle\int_{-1}^{1} f\left(|2x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. 9 **B.** 5

C. 7 **D.** 14

Câu 329 [KM329]

Tính $I = \int_0^{\pi} 3|\sin(3x)|\,\mathrm{d}x$.

A. 12 **B.** 9

C. -6 **D.** 6

Câu 330 [KM330]

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = 4x^2 - 12x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$.

A. $\dfrac{76}{3}$ **B.** $-\dfrac{76}{3}$

C. $\dfrac{38}{3}$ **D.** $\dfrac{79}{3}$

23 Phối hợp các phương pháp

Câu 331 [KM331]

Cho f liên tục trên $[4;13]$ và $\displaystyle\int_4^{13} f(t)\,\mathrm{d}t = 8$. Tính $I = \displaystyle\int_0^3 f(3x+4)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$

C. $\dfrac{16}{3}$ **D.** $\dfrac{4}{3}$

Câu 332 [KM332]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 8$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{10}} f\left(\sin^2(5x)\right)\sin(5x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x.$$

A. $-\dfrac{4}{5}$ **B.** $-\dfrac{26}{5}$

C. $\dfrac{19}{5}$ **D.** $\dfrac{4}{5}$

Câu 333 [KM333]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-4;4]$, $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$. Tính $I = \displaystyle\int_{-4}^4 \frac{f(x)}{1+7^x}\,\mathrm{d}x$.

A. 6 **B.** 8

C. -6 **D.** 3

Câu 334 [KM334]

Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^1 \left(x^2 e^x\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-4+2e$ **B.** $-2+e$

C. $2-e$ **D.** $2+e$

Câu 335 [KM335]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{2x^2+5}{x+3}\right) \mathrm{d}x$.

A. $-46\ln(3) - 10 + 92\ln(2)$

B. $-23\ln(3) - 2 + 46\ln(2)$

C. $-23\ln(3) - 5 + 46\ln(2)$

D. $-23\ln(3) - 11 + 46\ln(2)$

Câu 336 [KM336]

Tính $I = \int_0^{\pi} \frac{2x\sin x}{5+\cos^2 x} \mathrm{d}x$.

A. $\frac{2\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$

C. $\frac{2\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5} + 2$

D. $-1 + \frac{2\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$

Câu 337 [KM337]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(1)=5$ và $\displaystyle\int_0^1 x^3 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{11}{10}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 x^4 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{17}{5}$ **B.** $\dfrac{3}{5}$

C. $-\dfrac{3}{5}$ **D.** $\dfrac{3}{10}$

Câu 338 [KM338]

Cho f,g có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $g(x)>0$, $f(0)=1$, $f(1)=5$, $g(0)=4$, $g(1)=2$. Tính

$$I=\int_0^1 \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}\,\mathrm{d}x.$$

A. $-\dfrac{3}{4}$ **B.** $\dfrac{33}{4}$

C. $\dfrac{9}{4}$ **D.** $\dfrac{21}{4}$

Câu 339 [KM339]

Tìm $m \in [0;4]$ sao cho $\displaystyle\int_0^8 |x-m|\,\mathrm{d}x = 25$.

A. -1 **B.** 2

C. 3 **D.** 1

Câu 340 [KM340]

Cho f liên tục trên $[0;3]$ và $\displaystyle\int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t = 11$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(3-3x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{23}{3}$ **B.** $\dfrac{11}{3}$

C. $\dfrac{22}{3}$ **D.** $\dfrac{11}{6}$

Câu 341 [KM341]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 12$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\sin^2(1x)\right)\sin(1x)\cos(1x)\,\mathrm{d}x.$$

A. 0 **B.** 3

C. 6 **D.** -6

Câu 342 [KM342]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-4;4]$, $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 10$. Tính $I = \displaystyle\int_{-4}^4 \frac{f(x)}{1+2^x}\,\mathrm{d}x$.

A. 11 **B.** 9

C. 5 **D.** 10

Câu 343 [KM343]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(5x^2e^x\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-10+5e$ **B.** $10-5e$

C. $-6+5e$ **D.** $-5+\dfrac{5e}{2}$

Câu 344 [KM344]

Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\dfrac{5x^2+5}{x+4}\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-170\ln(2)-\dfrac{41}{2}+85\ln(5)$ **B.** $-170\ln(2)-\dfrac{23}{2}+85\ln(5)$

C. $-170\ln(2)-\dfrac{35}{2}+85\ln(5)$ **D.** $-85\ln(5)+\dfrac{35}{2}+170\ln(2)$

Câu 345 [KM345]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{4x \sin x}{7 + \cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{4\sqrt{7}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)}{7} + 2$

B. $-1 + \dfrac{4\sqrt{7}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)}{7}$

C. $1 + \dfrac{4\sqrt{7}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)}{7}$

D. $\dfrac{4\sqrt{7}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)}{7}$

Câu 346 [KM346]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(1) = 11$ và $\displaystyle\int_0^1 x^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 3

B. -1

C. -3

D. 1

Câu 347 [KM347]

Cho f, g có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $g(x) > 0$, $f(0) = 2$, $f(1) = 8$, $g(0) = 4$, $g(1) = 3$. Tính

$$I = \int_0^1 \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}\,\mathrm{d}x.$$

A. $\dfrac{31}{6}$ **B.** $\dfrac{13}{6}$

C. $-\dfrac{13}{6}$ **D.** $-\dfrac{23}{6}$

Câu 348 [KM348]

Tìm $m \in [0;5]$ sao cho $\displaystyle\int_0^{10} |x - m|\,\mathrm{d}x = 41$.

A. 2 **B.** -1

C. $\dfrac{1}{2}$ **D.** 1

Câu 349 [KM349]

Cho f liên tục trên $[2;8]$ và $\displaystyle\int_2^8 f(t)\,\mathrm{d}t = 4$. Tính $I = \displaystyle\int_0^2 f(3x+2)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{4}{3}$ **B.** $\dfrac{16}{3}$

C. $\dfrac{2}{3}$ **D.** $-\dfrac{2}{3}$

Câu 350 [KM350]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 15$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f\left(\sin^2(2x)\right)\sin(2x)\cos(2x)\,\mathrm{d}x.$$

A. $-\dfrac{9}{4}$ **B.** $\dfrac{15}{4}$

C. $\dfrac{27}{4}$ **D.** $\dfrac{39}{4}$

Câu 351 [KM351]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-4;4]$, $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 14$. Tính $I = \displaystyle\int_{-4}^4 \frac{f(x)}{1+4^x}\,\mathrm{d}x$.

A. 7 **B.** -14

C. 14 **D.** 16

Câu 352 [KM352]

Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^1 \left(2x^2e^{2x}\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{e^2}{2}$ **B.** $-1+e^2$

C. $-\dfrac{1}{4}+\dfrac{e^2}{4}$ **D.** $\dfrac{7}{2}+\dfrac{e^2}{2}$

IV. HÀM ẨN VÀ HÀM SỐ ĐẶC BIỆT

24 Đổi biến trong bài tích phân hàm ẩn

Câu 353 [KM353]

Cho f liên tục trên $[2;14]$ và $\displaystyle\int_2^{14} f(t)\,\mathrm{d}t = 4$. Tính $I = \displaystyle\int_0^3 f(4x+2)\,\mathrm{d}x$.

A. -1 **B.** 1

C. -5 **D.** 2

Câu 354 [KM354]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 15$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f\left(\sin^2(3x)\right)\sin(3x)\cos(3x)\,\mathrm{d}x.$$

A. $\dfrac{3}{2}$ **B.** 5

C. $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{7}{2}$

Câu 355 [KM355]

Cho f liên tục trên $[0;3]$, $\int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t = 8$ và $\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 12$. Tính $I = \int_{-1}^1 f\left(|2x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. 8 **B.** 6

C. 12 **D.** 10

Câu 356 [KM356]

Cho f liên tục trên $[0;3]$ và $3f(x)+f(3-x) = 16x^2-20x+46$ với mọi $x \in [0;3]$. Tính $I = \int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 51 **B.** 48

C. -48 **D.** 42

Câu 357 [KM357]

Cho f liên tục trên $[0;3]$, thỏa mãn $2f(x)+3f(3-x)=59-6x$ với mọi $x\in[0;3]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{115}{2}$ **B.** 117

C. $\dfrac{117}{2}$ **D.** $-\dfrac{117}{2}$

Câu 358 [KM358]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+y)=f(x)+f(y)+4xy$ với mọi $x,y\in\mathbb{R}$ và $f(1)=3$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{22}{3}$ **B.** $\dfrac{11}{3}$

C. $\dfrac{34}{3}$ **D.** $\dfrac{22}{3}$

Câu 359 [KM359]

Cho f liên tục trên $[0;5]$ và $\displaystyle\int_0^5 f(t)\,\mathrm{d}t = 6$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(5-5x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{6}{5}$ **B.** $\dfrac{12}{5}$

C. $\dfrac{21}{5}$ **D.** $-\dfrac{24}{5}$

Câu 360 [KM360]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 5$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\sin^2(1x)\right)\sin(1x)\cos(1x)\,\mathrm{d}x.$$

A. 5 **B.** $\dfrac{7}{2}$

C. $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{3}{2}$

Câu 361 [KM361]

Cho f liên tục trên $[0;4]$, $\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t = 4$ và $\int_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t = 13$. Tính $I = \int_{-1}^{1} f\left(|3x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{11}{3}$ **B.** $-\dfrac{17}{3}$

C. $\dfrac{23}{3}$ **D.** $\dfrac{17}{3}$

Câu 362 [KM362]

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và $2f(x)+f(1-x) = 9x^2-3x+9$ với mọi $x \in [0;1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{7}{2}$ **B.** $-\dfrac{5}{2}$

C. $\dfrac{7}{4}$ **D.** $\dfrac{19}{2}$

Câu 363 [KM363]

Cho f liên tục trên $[0;3]$, thỏa mãn $2f(x)+3f(3-x)=69-6x$ với mọi $x\in[0;3]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{135}{4}$ **B.** $\dfrac{135}{2}$

C. $\dfrac{131}{2}$ **D.** $-\dfrac{135}{2}$

Câu 364 [KM364]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+y)=f(x)+f(y)+6xy$ với mọi $x,y\in\mathbb{R}$ và $f(1)=6$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 7 **B.** -14

C. 16 **D.** 14

Câu 365 [KM365]

Cho f liên tục trên $[4;8]$ và $\displaystyle\int_4^8 f(t)\,\mathrm{d}t = 9$. Tính $I = \displaystyle\int_0^2 f(2x+4)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{9}{2}$ **B.** $\dfrac{15}{2}$

C. $-\dfrac{3}{2}$ **D.** $\dfrac{9}{4}$

Câu 366 [KM366]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 7$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{8}} f\left(\sin^2(4x)\right)\sin(4x)\cos(4x)\,\mathrm{d}x.$$

A. $\dfrac{7}{16}$ **B.** $\dfrac{7}{8}$

C. $\dfrac{15}{8}$ **D.** $\dfrac{7}{4}$

Câu 367 [KM367]

Cho f liên tục trên $[0;5]$, $\int_0^5 f(t)\,\mathrm{d}t = 7$ và $\int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t = 13$. Tính $I = \int_{-1}^{1} f\left(|4x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. 1 **B.** $\dfrac{5}{2}$

C. 5 **D.** 10

Câu 368 [KM368]

Cho f liên tục trên $[0;2]$ và $3f(x)+f(2-x)=4x^2+4x+16$ với mọi $x\in[0;2]$. Tính $I=\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{38}{3}$ **B.** $\dfrac{19}{3}$

C. $\dfrac{20}{3}$ **D.** $\dfrac{56}{3}$

Câu 369 [KM369]

Cho f liên tục trên $[0;3]$, thỏa mãn $2f(x)+3f(3-x)=61-4x$ với mọi $x\in[0;3]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{119}{2}$ **B.** $\dfrac{117}{2}$

C. $\dfrac{113}{2}$ **D.** $\dfrac{121}{2}$

Câu 370 [KM370]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+y)=f(x)+f(y)+8xy$ với mọi $x,y\in\mathbb{R}$ và $f(1)=9$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{62}{3}$ **B.** $\dfrac{31}{3}$

C. $\dfrac{62}{3}$ **D.** $\dfrac{56}{3}$

Câu 371 [KM371]

Cho f liên tục trên $[2;11]$ và $\displaystyle\int_2^{11} f(t)\,\mathrm{d}t = 12$. Tính $I = \displaystyle\int_0^3 f(3x+2)\,\mathrm{d}x$.

A. 7 **B.** -4

C. 2 **D.** 4

Câu 372 [KM372]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 10$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f\left(\sin^2(2x)\right)\sin(2x)\cos(2x)\,\mathrm{d}x.$$

A. $\dfrac{7}{2}$ **B.** $\dfrac{5}{2}$

C. 5 **D.** $\dfrac{1}{2}$

Câu 373 [KM373]

Cho f liên tục trên $[0;6]$, $\displaystyle\int_0^6 f(t)\,\mathrm{d}t = 3$ và $\displaystyle\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t = 14$. Tính $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} f\left(|5x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{7}{5}$ **B.** $\dfrac{34}{5}$

C. $\dfrac{17}{5}$ **D.** $\dfrac{27}{5}$

Câu 374 [KM374]

Cho f liên tục trên $[0;3]$ và $2f(x)+f(3-x) = 15x^2-26x+60$ với mọi $x \in [0;3]$. Tính $I = \displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 72 **B.** 63

C. 60 **D.** 66

Câu 375 [KM375]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $2f(x)+3f(1-x)=19-3x$ với mọi $x\in[0;1]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 2 **B.** 4

C. 1 **D.** 0

Câu 376 [KM376]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+y)=f(x)+f(y)+10xy$ với mọi $x,y\in\mathbb{R}$ và $f(1)=7$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 56 **B.** 58

C. 54 **D.** -54

25 Từng phần và nhận dạng đạo hàm

Câu 377 [KM377]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f(3)=41$ và $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=51$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 66 **B.** 78

C. 75 **D.** 72

Câu 378 [KM378]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(1)=7$ và $\displaystyle\int_0^1 x^1 f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 1 **B.** 2

C. -1 **D.** 3

Câu 379 [KM379]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(2)=\ln(12)$ và $\displaystyle\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=10$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

A. 7 **B.** 14

C. -14 **D.** 28

Câu 380 [KM380]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;\frac{\pi}{2}]$, $f(0)=6$ và $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{9\pi}{4}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{9\pi}{4}+12$ **B.** $\dfrac{9\pi}{4}+9$

C. $-\dfrac{9\pi}{4}-6$ **D.** $6+\dfrac{9\pi}{4}$

Câu 381 [KM381]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=6$, $f(1)=7$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{3x}\left(f'(x)+3f(x)\right)\mathrm{d}x$.

A. $-6+7e^3$ **B.** $-8+7e^3$

C. $-5+7e^3$ **D.** $6-7e^3$

Câu 382 [KM382]

Cho f,g có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $g(x)>0$, $f(0)=1$, $f(1)=9$, $g(0)=5$, $g(1)=3$. Tính

$$I=\int_0^1 \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}\,\mathrm{d}x.$$

A. $\dfrac{28}{5}$ **B.** $\dfrac{14}{5}$

C. $\dfrac{4}{5}$ **D.** $\dfrac{34}{5}$

Câu 383 [KM383]

Cho $f > 0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 2$ và $f(1) = 10$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{2f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

A. $2\ln(5) + 6$

B. $4\ln(5)$

C. $2\ln(5)$

D. $\ln(5)$

Câu 384 [KM384]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 2$ và $f(1) = 9$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 1f(x)f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{77}{2}$

B. $\dfrac{79}{2}$

C. $\dfrac{81}{2}$

D. $\dfrac{73}{2}$

Câu 385 [KM385]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f(3)=19$ và $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=21$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 40 **B.** 36

C. 32 **D.** -36

Câu 386 [KM386]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(1)=12$ và $\displaystyle\int_0^1 x^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{14}{3}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{4}{3}$

C. $\dfrac{8}{3}$ **D.** $-\dfrac{8}{3}$

Câu 387 [KM387]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(2)=\ln(9)$ và $\displaystyle\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

A. 13 **B.** 14

C. 11 **D.** 12

Câu 388 [KM388]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;\frac{\pi}{2}]$, $f(0)=8$ và $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{7\pi}{4}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

A. $4+\dfrac{7\pi}{4}$ **B.** $\dfrac{7\pi}{4}+8$

C. $\dfrac{7\pi}{8}+4$ **D.** $-8-\dfrac{7\pi}{4}$

Câu 389 [KM389]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=3$, $f(1)=3$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\left(f'(x)+2f(x)\right)\mathrm{d}x$.

A. $-6+3e^2$ **B.** $-6+6e^2$

C. $-3+3e^2$ **D.** $-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3e^2}{2}$

Câu 390 [KM390]

Cho f,g có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $g(x)>0$, $f(0)=1$, $f(1)=5$, $g(0)=2$, $g(1)=3$. Tính

$$I=\int_0^1 \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}\,\mathrm{d}x.$$

A. $\dfrac{1}{6}$ **B.** $\dfrac{13}{6}$

C. $\dfrac{19}{6}$ **D.** $\dfrac{7}{6}$

Câu 391 [KM391]

Cho $f > 0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 2$ và $f(1) = 6$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{3f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

A. $3\ln(3)$

B. $-2 + 3\ln(3)$

C. $3\ln(3) + 4$

D. $-4 + 3\ln(3)$

Câu 392 [KM392]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 8$. Tính $I = \displaystyle\int_0^1 2f(x)f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. -63

B. 60

C. 63

D. 69

Câu 393 [KM393]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f(3)=64$ và $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=66$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 xf'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 125 **B.** 252

C. 128 **D.** 126

Câu 394 [KM394]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(1)=5$ và $\displaystyle\int_0^1 x^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{11}{6}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{4}{3}$ **B.** $\dfrac{2}{3}$

C. $-\dfrac{2}{3}$ **D.** $-\dfrac{4}{3}$

Câu 395 [KM395]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(2)=\ln(3)$ và $\displaystyle\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=2$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x$.

A. -4 **B.** 4

C. 2 **D.** -2

Câu 396 [KM396]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;\frac{\pi}{2}]$, $f(0)=2$ và $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\pi$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

A. π **B.** $1+\dfrac{\pi}{2}$

C. $1+\pi$ **D.** $2+\pi$

Câu 397 [KM397]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=7$, $f(1)=3$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{1x}\left(f'(x)+1f(x)\right)\mathrm{d}x$.

A. $-7+3e$ **B.** $7-3e$

C. $-11+3e$ **D.** $-\dfrac{7}{2}+\dfrac{3e}{2}$

Câu 398 [KM398]

Cho f,g có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $g(x)>0$, $f(0)=1$, $f(1)=8$, $g(0)=2$, $g(1)=3$. Tính

$$I=\int_0^1 \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}\,\mathrm{d}x.$$

A. $\dfrac{13}{12}$ **B.** $\dfrac{13}{6}$

C. $\dfrac{13}{3}$ **D.** $-\dfrac{5}{6}$

26 Phương trình vi phân và điều kiện ban đầu

Câu 399 [KM399]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+1f(x)=e^{-x}$ và $f(0)=1$. Tính $f(1)$.

A. $-2+\dfrac{2}{e}$ **B.** e^{-1}

C. $\dfrac{2}{e}$ **D.** $\dfrac{2}{e}+2$

Câu 400 [KM400]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+4xf(x)=xe^{-2x^2}$, $f(0)=5$. Tính $f(1)$.

A. $\dfrac{11}{2e^2}$ **B.** $\dfrac{11}{4e^2}$

C. $-4+\dfrac{11}{2e^2}$ **D.** $-2+\dfrac{11}{2e^2}$

Câu 401 [KM401]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $xf'(x)+1f(x)=4x^3$ với mọi $x\in[0;1]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{23}{4}$ **B.** $\dfrac{1}{4}$

C. $\dfrac{13}{4}$ **D.** $-\dfrac{1}{4}$

Câu 402 [KM402]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f'(x)+1f(x)^2=0$ và $f(0)=\frac{1}{3}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-1+\ln(2)$ **B.** $\ln(2)+1$

C. $\ln(2)$ **D.** $-\ln(2)$

Câu 403 [KM403]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $2f(x)f'(x)=6x$ và $f(0)=3$. Tính $f(1)$.

A. $-2+2\sqrt{3}$ **B.** $4\sqrt{3}$

C. $-2\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 404 [KM404]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f'(x)=6xf(x)$ và $f(0)=4$. Tính $P=\ln f(3)$.

A. $\ln(2)+\dfrac{27}{2}$ **B.** $2\ln(2)+27$

C. $2\ln(2)+24$ **D.** $2\ln(2)+21$

Câu 405 [KM405]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+3f(x)=5e^{-3x}$ và $f(0)=1$. Tính $f(1)$.

A. $-\dfrac{6}{e^3}$ **B.** $-2+\dfrac{6}{e^3}$

C. $\dfrac{6}{e^3}$ **D.** $\dfrac{3}{e^3}$

Câu 406 [KM406]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+2xf(x)=6xe^{-x^2}$, $f(0)=5$. Tính $f(1)$.

A. $-4+\dfrac{8}{e}$ **B.** $\dfrac{16}{e}$

C. $2+\dfrac{8}{e}$ **D.** $\dfrac{8}{e}$

Câu 407 [KM407]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $xf'(x)+4f(x)=4x^4$ với mọi $x\in[0;1]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1}{10}$ **B.** $-\dfrac{59}{10}$

C. $\dfrac{1}{20}$ **D.** $\dfrac{61}{10}$

Câu 408 [KM408]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f'(x)+4f(x)^2=0$ và $f(0)=\frac{1}{5}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{\ln(5)}{4}+\dfrac{\ln(17)}{4}+1$ **B.** $-\dfrac{\ln(5)}{2}+\dfrac{\ln(17)}{2}$

C. $-\dfrac{\ln(5)}{4}+\dfrac{\ln(17)}{4}$ **D.** $-1-\dfrac{\ln(5)}{4}+\dfrac{\ln(17)}{4}$

Câu 409 [KM409]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $2f(x)f'(x)=4x$ và $f(0)=5$. Tính $f(1)$.

A. $4+3\sqrt{3}$ **B.** $2+3\sqrt{3}$

C. $-2+3\sqrt{3}$ **D.** $3\sqrt{3}$

Câu 410 [KM410]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)=4xf(x)$ và $f(0)=1$. Tính $P=\ln f(1)$.

A. 2 **B.** 4

C. 8 **D.** -1

Câu 411 [KM411]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+1f(x)=4e^{-x}$ và $f(0)=2$. Tính $f(1)$.

A. $2+\dfrac{6}{e}$ **B.** $\dfrac{6}{e}$

C. $-1+\dfrac{6}{e}$ **D.** $-\dfrac{6}{e}$

Câu 412 [KM412]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+4xf(x)=4xe^{-2x^2}$, $f(0)=1$. Tính $f(1)$.

A. $\dfrac{3}{e^2}+4$ **B.** $-\dfrac{3}{e^2}$

C. $-4+\dfrac{3}{e^2}$ **D.** $\dfrac{3}{e^2}$

Câu 413 [KM413]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $xf'(x)+4f(x)=5x$ với mọi $x\in[0;1]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** $-\dfrac{11}{2}$

C. $-\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{4}$

Câu 414 [KM414]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+2f(x)^2=0$ và $f(0)=\frac{1}{3}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\ln(3)-1+\dfrac{\ln(15)}{2}$ **B.** $-\ln(3)+\dfrac{\ln(15)}{2}$

C. $-\ln(3)+1+\dfrac{\ln(15)}{2}$ **D.** $-2-\ln(3)+\dfrac{\ln(15)}{2}$

Câu 415 [KM415]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $2f(x)f'(x)=2x$ và $f(0)=2$. Tính $f(2)$.

A. $-2\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{2}$ **D.** $2+2\sqrt{2}$

Câu 416 [KM416]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)=10xf(x)$ và $f(0)=3$. Tính $P=\ln f(1)$.

A. $\ln(3)+5$ **B.** $\ln(3)+2$

C. $\dfrac{\ln(3)}{2}+\dfrac{5}{2}$ **D.** $\ln(3)+11$

Câu 417 [KM417]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+2f(x)=2e^{-2x}$ và $f(0)=3$. Tính $f(1)$.

A. $-1+\dfrac{5}{e^2}$ **B.** $\dfrac{5}{e^2}$

C. $\dfrac{5}{e^2}+1$ **D.** $\dfrac{5}{e^2}+2$

Câu 418 [KM418]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+6xf(x)=2xe^{-3x^2}$, $f(0)=2$. Tính $f(1)$.

A. $\dfrac{6}{e^3}$ **B.** $\dfrac{3}{e^3}+2$

C. $\dfrac{3}{e^3}$ **D.** $-\dfrac{3}{e^3}$

Câu 419 [KM419]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $xf'(x)+3f(x)=6x^2$ với mọi $x\in[0;1]$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1}{5}$ **B.** $\dfrac{32}{5}$

C. $\dfrac{17}{5}$ **D.** $\dfrac{2}{5}$

Câu 420 [KM420]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)+5f(x)^2=0$ và $f(0)=\frac{1}{5}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{\ln(2)}{5}$ **B.** $\dfrac{\ln(2)}{5}$

C. $\dfrac{\ln(2)}{5}+2$ **D.** $\dfrac{2\ln(2)}{5}$

Câu 421 [KM421]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $2f(x)f'(x)=14x$ và $f(0)=3$. Tính $f(2)$.

A. $-\sqrt{37}$ **B.** $-2+\sqrt{37}$

C. $\sqrt{37}$ **D.** $-4+\sqrt{37}$

Câu 422 [KM422]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f'(x)=4xf(x)$ và $f(0)=6$. Tính $P=\ln f(1)$.

A. $\ln(6)+8$ **B.** $-4+\ln(6)$

C. $\ln(6)+5$ **D.** $\ln(6)+2$

27 Bình phương và bất đẳng thức tích phân

Câu 423 [KM423]

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và

$$\int_0^1 \left[f(x)^2 - 2\left(2x+2\right)f(x)\right]\mathrm{d}x = -\frac{28}{3}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. 30 **B.** 32

C. 60 **D.** 28

Câu 424 [KM424]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 8, \quad \int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x = \frac{25}{6}, \quad \int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x = \frac{193}{3}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{5}{6}$ **B.** $-\dfrac{7}{6}$

C. $\dfrac{17}{6}$ **D.** $\dfrac{17}{12}$

Câu 425 [KM425]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(0)=1$, $f(2)=9$ và $\displaystyle\int_0^2 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 32$. Tính $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. 416 **B.** -410

C. 413 **D.** 410

Câu 426 [KM426]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f(3)=1$, $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = -87$ và $\displaystyle\int_0^3 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 900$. Tính $I = \displaystyle\int_0^3 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{387}{4}$ **B.** $-\dfrac{387}{8}$

C. $-\dfrac{383}{4}$ **D.** $\dfrac{387}{4}$

Câu 427 [KM427]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=0$, $f(1)=3\ln(2)$ và

$$\int_0^1 (x+1)[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 9\ln(2).$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $3-6\ln(2)$ **B.** $-3+6\ln(2)$

C. $-1+6\ln(2)$ **D.** $1+6\ln(2)$

Câu 428 [KM428]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=1$, $f(1)=-6+7e^3$ và

$$\int_0^1 \mathrm{e}^{-3x}[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = -147+147e^3.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{43}{3}+\dfrac{7e^3}{3}$ **B.** $-\dfrac{16}{3}+\dfrac{7e^3}{3}$

C. $-\dfrac{7}{3}+\dfrac{7e^3}{3}$ **D.** $-\dfrac{25}{3}+\dfrac{7e^3}{3}$

Câu 429 [KM429]

Cho f liên tục trên $[0;\frac{\pi}{8}]$,

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} f(x)^2\,\mathrm{d}x=\pi, \qquad \int_0^{\frac{\pi}{8}} f(x)\cos(4x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}.$$

Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 1 **B.** 0

C. -1 **D.** 2

Câu 430 [KM430]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=2$, $f(1)=4$ và $\int_0^1 [f'(x)]^4\,\mathrm{d}x=16$. Tính $I=\int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{16}{3}$ **B.** $\frac{28}{3}$

C. $\frac{56}{3}$ **D.** $-\frac{28}{3}$

Câu 431 [KM431]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=1$ và

$$\int_0^1 \left([f(x)f'(x)]^2+9\right)\,\mathrm{d}x = 6\int_0^1 f(x)f'(x)\,\mathrm{d}x.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{44}{15}+\dfrac{49\sqrt{7}}{15}$ **B.** $-\dfrac{91}{15}+\dfrac{49\sqrt{7}}{15}$

C. $-\dfrac{1}{15}+\dfrac{49\sqrt{7}}{15}$ **D.** $-\dfrac{46}{15}+\dfrac{49\sqrt{7}}{15}$

Câu 432 [KM432]

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và

$$\int_0^1 \left[f(x)^2-2\left(3x+5\right)f(x)\right]\,\mathrm{d}x=-43.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1157}{4}$ **B.** $\dfrac{1149}{4}$

C. $\dfrac{1157}{2}$ **D.** $\dfrac{1165}{4}$

Câu 433 [KM433]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 5, \quad \int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x = 3, \quad \int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x = 28.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. 340 **B.** 170

C. 174 **D.** 172

Câu 434 [KM434]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(0) = 3$, $f(2) = 15$ và $\displaystyle\int_0^2 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 72$. Tính $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. 2109 **B.** -2106

C. 2106 **D.** 4212

Câu 435 [KM435]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(2)=2$, $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{100}{3}$ và $\displaystyle\int_0^2 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=\frac{1568}{3}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 xf(x)\,\mathrm{d}x$.

A. -25 **B.** 24

C. -23 **D.** -24

Câu 436 [KM436]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=0$, $f(1)=6\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ và

$$\int_0^1 (x+2)[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=36\ln\left(\frac{3}{2}\right).$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-18\ln(2)-2+18\ln(3)$ **B.** $-18\ln(2)-6+18\ln(3)$

C. $-36\ln(2)-12+36\ln(3)$ **D.** $-9\ln(2)-3+9\ln(3)$

Câu 437 [KM437]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=2$, $f(1)=-4+6e$ và

$$\int_0^1 \mathrm{e}^{-1x}[f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=-36+36e.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-7+6e$ **B.** $-5+3e$

C. $-10+6e$ **D.** $10-6e$

Câu 438 [KM438]

Cho f liên tục trên $[0;\frac{\pi}{4}]$,

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)^2\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2},\qquad \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos(2x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 2 **B.** 3

C. -1 **D.** 1

Câu 439 [KM439]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=4$, $f(1)=10$ và $\displaystyle\int_0^1 [f'(x)]^4\,\mathrm{d}x = 1296$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x$.

A. 52 **B.** 50

C. -52 **D.** 48

Câu 440 [KM440]

Cho $f>0$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, $f(0)=3$ và

$$\int_0^1 \Big([f(x)f'(x)]^2+36\Big)\,\mathrm{d}x = 12\int_0^1 f(x)f'(x)\,\mathrm{d}x.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{81}{5}+\dfrac{147\sqrt{21}}{5}$ **B.** $-\dfrac{111}{10}+\dfrac{147\sqrt{21}}{10}$

C. $-\dfrac{81}{10}+\dfrac{147\sqrt{21}}{10}$ **D.** $-\dfrac{21}{10}+\dfrac{147\sqrt{21}}{10}$

Câu 441 [KM441]

Cho f liên tục trên $[0;1]$ và

$$\int_0^1 \left[f(x)^2 - 2\left(4x^2+2\right)f(x)\right]\,\mathrm{d}x = -\frac{188}{15}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{1832}{35}$ **B.** $\dfrac{1902}{35}$

C. $\dfrac{916}{35}$ **D.** $\dfrac{1832}{35}$

Câu 442 [KM442]

Cho f liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 7, \quad \int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x = \frac{23}{6}, \quad \int_0^1 f(x)^2\,\mathrm{d}x = \frac{151}{3}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. 371 **B.** 373

C. $\dfrac{371}{2}$ **D.** -371

Câu 443 [KM443]

Cho f có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$, $f(0)=1$, $f(3)=4$ và $\displaystyle\int_0^3 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)^3\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{231}{4}$ **B.** $\dfrac{255}{4}$

C. $\dfrac{267}{4}$ **D.** $\dfrac{255}{2}$

MINH ĐI GIẢI

28 Chẵn–lẻ, đối xứng và hàm ghép

Câu 444 [KM444]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-2;2]$, $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Tính $I = \displaystyle\int_{-2}^{2} \frac{f(x)}{1+3^x}\,\mathrm{d}x$.

A. 5 **B.** $\dfrac{3}{2}$

C. -3 **D.** 3

Câu 445 [KM445]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-3;3]$, biết $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 11$. Tính $I = \displaystyle\int_{-3}^{3} 1f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 22 **B.** 18

C. 20 **D.** 26

Câu 446 [KM446]

Cho f lẻ và liên tục trên $[-3;3]$. Tính $I=\displaystyle\int_{-3}^{3}\left(f(x)+7x^4\right)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{3432}{5}$ **B.** $\dfrac{3402}{5}$

C. $\dfrac{6804}{5}$ **D.** $\dfrac{3417}{5}$

Câu 447 [KM447]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+1)=f(x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 30 **B.** 13

C. 15 **D.** $\dfrac{15}{2}$

Câu 448 [KM448]

Cho f liên tục trên $[0;4]$, $\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t = 3$ và $\int_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t = 8$. Tính $I = \int_{-1}^{1} f\left(|3x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{11}{3}$ **B.** $\dfrac{17}{3}$

C. $-\dfrac{1}{3}$ **D.** $\dfrac{5}{3}$

Câu 449 [KM449]

Cho $f(x) = \begin{cases} 7x+3, & x<0, \\ x^2+m, & x \geq 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I = \int_{-3}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{9}{2}$ **B.** $-\dfrac{9}{2}$

C. $-\dfrac{3}{2}$ **D.** -9

Câu 450 [KM450]

Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{9\sin^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $1 + \dfrac{9\pi}{4}$ **B.** $\dfrac{9\pi}{2}$

C. $\dfrac{9\pi}{4}$ **D.** $2 + \dfrac{9\pi}{4}$

Câu 451 [KM451]

Tính $I = \displaystyle\int_0^2 \max\{2x^2; 2x\}\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{23}{3}$ **B.** $\dfrac{5}{3}$

C. $\dfrac{11}{3}$ **D.** $\dfrac{17}{3}$

Câu 452 [KM452]

Cho $f(x)=\begin{cases}3x^2, & x<0,\\ -3x, & x\geq 0.\end{cases}$ Tính $I=\displaystyle\int_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $-\dfrac{31}{2}$ **B.** $-\dfrac{25}{2}$

C. $\dfrac{25}{2}$ **D.** -25

Câu 453 [KM453]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-2;2]$, $\displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=7$. Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{2}\frac{f(x)}{1+5^x}\,\mathrm{d}x$.

A. 5 **B.** -7

C. 7 **D.** $\dfrac{7}{2}$

Câu 454 [KM454]

Cho f chẵn và liên tục trên $[-3;3]$, biết $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \int_{-3}^3 2f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 14 **B.** 8

C. 20 **D.** 16

Câu 455 [KM455]

Cho f lẻ và liên tục trên $[-1;1]$. Tính $I = \int_{-1}^1 \left(f(x) + 4x^2\right)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{8}{3}$ **B.** $-\dfrac{1}{3}$

C. $-\dfrac{8}{3}$ **D.** $\dfrac{26}{3}$

Câu 456 [KM456]

Cho f liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(x+1)=f(x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=9$. Tính $I=\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. -27 **B.** 28

C. 27 **D.** 54

Câu 457 [KM457]

Cho f liên tục trên $[0;4]$, $\displaystyle\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t=7$ và $\displaystyle\int_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t=8$. Tính $I=\displaystyle\int_{-1}^1 f\left(|3x-1|\right)\,\mathrm{d}x$.

A. 7 **B.** $\dfrac{5}{2}$

C. 9 **D.** 5

Câu 458 [KM458]

Cho $f(x)=\begin{cases}2x+6, & x<0,\\ x^2+m, & x\geq 0\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-3}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. 36 **B.** -36

C. 42 **D.** 72

Câu 459 [KM459]

Tính $I=\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3\sin^3 x}{\sin^3 x+\cos^3 x}\,\mathrm{d}x$.

A. $2+\dfrac{3\pi}{4}$ **B.** $\dfrac{3\pi}{4}$

C. $\dfrac{3\pi}{2}$ **D.** $1+\dfrac{3\pi}{4}$

Câu 460 [KM460]

Tính $I = \int_0^2 \max\{6x^2; 6x\}\,\mathrm{d}x$.

A. 19

B. $\dfrac{17}{2}$

C. 21

D. 17

Câu 461 [KM461]

Cho $f(x) = \begin{cases} 5x^2, & x < 0, \\ -5x, & x \geq 0. \end{cases}$ Tính $I = \int_{-3}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{85}{2}$

B. $\dfrac{85}{4}$

C. 85

D. $\dfrac{97}{2}$

29 Bảng đáp án và kết quả

Mã KM dùng để đối chiếu trực tiếp với đề bài và lời giải. Nhấp vào số câu để trở lại đề bài. Các kết quả dưới đây được viết ở dạng chính xác.

I. Tự luận — Câu 1 đến 12

Câu	Mã câu	Kết quả chính xác
1	KM01	15
2	KM02	$-\dfrac{4\ln(2)}{3}+\dfrac{4\ln(11)}{3}$
3	KM03	$3\ln(5)+8$
4	KM04	3
5	KM05	$1+7\ln(2)$
6	KM06	1
7	KM07	44
8	KM08	13
9	KM09	-18
10	KM10	6
11	KM11	10
12	KM12	-42

I. Tự luận — Câu 13 đến 28

Câu	Mã câu	Kết quả chính xác
13	KM13	$\frac{65}{2}$
14	KM14	$\frac{230}{3}$
15	KM15	$\frac{472}{3}$
16	KM16	21
17	KM17	$\frac{13}{3}$
18	KM18	13
19	KM19	$\frac{184}{3}$
20	KM20	$\frac{118}{3}$
21	KM21	$\frac{2}{3}$
22	KM22	$\frac{28}{3}$
23	KM23	39
24	KM24	46
25	KM25	105
26	KM26	36
27	KM27	$\frac{2101}{5}$
28	KM28	$\frac{4}{3}$

I. Tự luận — Câu 29 đến 44

Câu	Mã câu	Kết quả chính xác
29	KM29	63
30	KM30	$\frac{93}{5}$
31	KM31	$-\sqrt{2}+\sqrt{6}$
32	KM32	$\frac{\pi}{4}$
33	KM33	$\frac{10}{3}$
34	KM34	$\frac{9}{10}$
35	KM35	$\frac{65}{4}$
36	KM36	45
37	KM37	$\frac{33}{2}$
38	KM38	65
39	KM39	$9-3\sqrt{5}$
40	KM40	$\frac{7\pi}{24}$
41	KM41	$\frac{13}{2}$
42	KM42	$\frac{6}{5}$
43	KM43	$\frac{4651}{5}$
44	KM44	$\frac{8}{3}$

I. Tự luận — Câu 45 đến 60

Câu	Mã câu	Kết quả chính xác
45	KM45	$\frac{3471}{4}$
46	KM46	$\frac{1}{3}$
47	KM47	8
48	KM48	15
49	KM49	$\frac{512}{5}$
50	KM50	$\frac{9\pi}{4}$
51	KM51	$\frac{\sqrt{3}\pi^2}{6}$
52	KM52	18
53	KM53	24
54	KM54	18
55	KM55	$\frac{1}{4}+\frac{9e^2}{4}$
56	KM56	$-\frac{15}{16}+4\ln(2)$
57	KM57	$\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$
58	KM58	$-1+e^2$
59	KM59	$\frac{4}{13}+\frac{4e^{\frac{3\pi}{2}}}{13}$
60	KM60	$-1+2e^2$

I. Tự luận — Câu 61 đến 76

Câu	Mã câu	Kết quả chính xác
61	KM61	$-\dfrac{75}{16}+20\ln(2)$
62	KM62	$\dfrac{\pi}{3}$
63	KM63	$-2+2e^2$
64	KM64	$\dfrac{1}{2}+\dfrac{e^{\pi}}{2}$
65	KM65	18
66	KM66	$\dfrac{5}{3}$
67	KM67	6
68	KM68	$\dfrac{3\pi}{2}+8$
69	KM69	$-4+5e^2$
70	KM70	$\dfrac{3}{4}$
71	KM71	$3\ln(6)$
72	KM72	126
73	KM73	108
74	KM74	$\dfrac{1}{3}$
75	KM75	16
76	KM76	$2+\dfrac{3\pi}{4}$

I. Tự luận — Câu 77 đến 92

Câu	Mã câu	Kết quả chính xác
77	KM77	$\frac{51}{2}$
78	KM78	27
79	KM79	36
80	KM80	$\frac{7}{2}$
81	KM81	$\frac{117}{2}$
82	KM82	$\frac{153}{2}$
83	KM83	14
84	KM84	$\frac{63}{2}$
85	KM85	$\frac{6}{e^2}$
86	KM86	$\frac{15}{2e^3}$
87	KM87	$\frac{1}{5}$
88	KM88	$-\frac{\ln(3)}{4}+\frac{\ln(7)}{4}$
89	KM89	$3\sqrt{7}$
90	KM90	1
91	KM91	$\frac{5}{e^3}$
92	KM92	$\frac{3}{e}$

I. Tự luận — Câu 93 đến 108

Câu	Mã câu	Kết quả chính xác
93	KM93	$\frac{1}{6}$
94	KM94	$\frac{\ln(5)}{2}$
95	KM95	$\sqrt{70}$
96	KM96	$\ln(3)+4$
97	KM97	$\frac{5}{e}$
98	KM98	$\frac{3}{e^2}$
99	KM99	$\frac{477}{4}$
100	KM100	$\frac{9}{4}$
101	KM101	$\frac{3}{4}$
102	KM102	$-\frac{243}{25}+\frac{361\sqrt{19}}{25}$
103	KM103	$\frac{671}{4}$
104	KM104	$\frac{8}{3}$
105	KM105	5
106	KM106	$-\frac{625}{2}+\frac{841\sqrt{29}}{10}$
107	KM107	$\frac{85}{4}$
108	KM108	-1

I. Tự luận — Câu 109 đến 116

Câu	Mã câu	Kết quả chính xác
109	KM109	$-24\ln(5)-4+24\ln(6)$
110	KM110	$-\frac{8}{3}+\frac{2e^3}{3}$
111	KM111	$\frac{79}{3}$
112	KM112	$\frac{175}{4}$
113	KM113	$-\frac{81}{2}$
114	KM114	$-2+4\ln(2)$
115	KM115	$-8+2e^3$
116	KM116	$\frac{128}{3}$

MINH ĐI

II. TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP NỀN TẢNG

Câu 117 đến 176

Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án
117 [KM117]	C	118 [KM118]	D	119 [KM119]	A
120 [KM120]	C	121 [KM121]	D	122 [KM122]	A
123 [KM123]	B	124 [KM124]	D	125 [KM125]	A
126 [KM126]	B	127 [KM127]	C	128 [KM128]	A
129 [KM129]	B	130 [KM130]	C	131 [KM131]	D
132 [KM132]	B	133 [KM133]	C	134 [KM134]	D
135 [KM135]	A	136 [KM136]	C	137 [KM137]	D
138 [KM138]	A	139 [KM139]	B	140 [KM140]	D
141 [KM141]	A	142 [KM142]	B	143 [KM143]	C
144 [KM144]	A	145 [KM145]	B	146 [KM146]	C
147 [KM147]	D	148 [KM148]	B	149 [KM149]	C
150 [KM150]	D	151 [KM151]	A	152 [KM152]	C
153 [KM153]	D	154 [KM154]	A	155 [KM155]	B
156 [KM156]	D	157 [KM157]	A	158 [KM158]	B
159 [KM159]	C	160 [KM160]	A	161 [KM161]	B
162 [KM162]	C	163 [KM163]	D	164 [KM164]	B
165 [KM165]	C	166 [KM166]	D	167 [KM167]	A
168 [KM168]	C	169 [KM169]	D	170 [KM170]	A
171 [KM171]	B	172 [KM172]	D	173 [KM173]	A
174 [KM174]	B	175 [KM175]	C	176 [KM176]	A

II. TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP NỀN TẢNG

Câu 177 đến 210

Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án
177 [KM177]	B	178 [KM178]	C	179 [KM179]	D
180 [KM180]	B	181 [KM181]	C	182 [KM182]	D
183 [KM183]	A	184 [KM184]	C	185 [KM185]	D
186 [KM186]	A	187 [KM187]	B	188 [KM188]	D
189 [KM189]	A	190 [KM190]	B	191 [KM191]	C
192 [KM192]	A	193 [KM193]	B	194 [KM194]	C
195 [KM195]	D	196 [KM196]	B	197 [KM197]	C
198 [KM198]	D	199 [KM199]	A	200 [KM200]	C
201 [KM201]	D	202 [KM202]	A	203 [KM203]	B
204 [KM204]	D	205 [KM205]	A	206 [KM206]	B
207 [KM207]	C	208 [KM208]	A	209 [KM209]	B
210 [KM210]	C				

III. TRẮC NGHIỆM CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Câu 211 đến 270

Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án
211 [KM211]	D	212 [KM212]	B	213 [KM213]	C
214 [KM214]	D	215 [KM215]	A	216 [KM216]	C
217 [KM217]	D	218 [KM218]	A	219 [KM219]	B
220 [KM220]	D	221 [KM221]	A	222 [KM222]	B
223 [KM223]	C	224 [KM224]	A	225 [KM225]	B
226 [KM226]	C	227 [KM227]	D	228 [KM228]	B
229 [KM229]	C	230 [KM230]	D	231 [KM231]	A
232 [KM232]	C	233 [KM233]	D	234 [KM234]	A
235 [KM235]	B	236 [KM236]	D	237 [KM237]	A
238 [KM238]	B	239 [KM239]	C	240 [KM240]	A
241 [KM241]	B	242 [KM242]	C	243 [KM243]	D
244 [KM244]	B	245 [KM245]	C	246 [KM246]	D
247 [KM247]	A	248 [KM248]	C	249 [KM249]	D
250 [KM250]	A	251 [KM251]	B	252 [KM252]	D
253 [KM253]	A	254 [KM254]	B	255 [KM255]	C
256 [KM256]	A	257 [KM257]	B	258 [KM258]	C
259 [KM259]	D	260 [KM260]	B	261 [KM261]	C
262 [KM262]	D	263 [KM263]	A	264 [KM264]	C
265 [KM265]	D	266 [KM266]	A	267 [KM267]	B
268 [KM268]	D	269 [KM269]	A	270 [KM270]	B

III. TRẮC NGHIỆM CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Câu 271 đến 330

Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án
271 [KM271]	C	272 [KM272]	A	273 [KM273]	B
274 [KM274]	C	275 [KM275]	D	276 [KM276]	B
277 [KM277]	C	278 [KM278]	D	279 [KM279]	A
280 [KM280]	C	281 [KM281]	D	282 [KM282]	A
283 [KM283]	B	284 [KM284]	D	285 [KM285]	A
286 [KM286]	B	287 [KM287]	C	288 [KM288]	A
289 [KM289]	B	290 [KM290]	C	291 [KM291]	D
292 [KM292]	B	293 [KM293]	C	294 [KM294]	D
295 [KM295]	A	296 [KM296]	C	297 [KM297]	D
298 [KM298]	A	299 [KM299]	B	300 [KM300]	D
301 [KM301]	A	302 [KM302]	B	303 [KM303]	C
304 [KM304]	A	305 [KM305]	B	306 [KM306]	C
307 [KM307]	D	308 [KM308]	B	309 [KM309]	C
310 [KM310]	D	311 [KM311]	A	312 [KM312]	C
313 [KM313]	D	314 [KM314]	A	315 [KM315]	B
316 [KM316]	D	317 [KM317]	A	318 [KM318]	B
319 [KM319]	C	320 [KM320]	A	321 [KM321]	B
322 [KM322]	C	323 [KM323]	D	324 [KM324]	B
325 [KM325]	C	326 [KM326]	D	327 [KM327]	A
328 [KM328]	C	329 [KM329]	D	330 [KM330]	A

III. TRẮC NGHIỆM CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Câu 331 đến 352

Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án
331 [KM331]	**B**	332 [KM332]	**D**	333 [KM333]	**A**
334 [KM334]	**B**	335 [KM335]	**C**	336 [KM336]	**A**
337 [KM337]	**B**	338 [KM338]	**C**	339 [KM339]	**D**
340 [KM340]	**B**	341 [KM341]	**C**	342 [KM342]	**D**
343 [KM343]	**A**	344 [KM344]	**C**	345 [KM345]	**D**
346 [KM346]	**A**	347 [KM347]	**B**	348 [KM348]	**D**
349 [KM349]	**A**	350 [KM350]	**B**	351 [KM351]	**C**
352 [KM352]	**A**				

MINH ĐI GIẢI

IV. HÀM ẨN VÀ HÀM SỐ ĐẶC BIỆT

Câu 353 đến 412

Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án
353 [KM353]	B	354 [KM354]	C	355 [KM355]	D
356 [KM356]	B	357 [KM357]	C	358 [KM358]	D
359 [KM359]	A	360 [KM360]	C	361 [KM361]	D
362 [KM362]	A	363 [KM363]	B	364 [KM364]	D
365 [KM365]	A	366 [KM366]	B	367 [KM367]	C
368 [KM368]	A	369 [KM369]	B	370 [KM370]	C
371 [KM371]	D	372 [KM372]	B	373 [KM373]	C
374 [KM374]	D	375 [KM375]	A	376 [KM376]	C
377 [KM377]	D	378 [KM378]	A	379 [KM379]	B
380 [KM380]	D	381 [KM381]	A	382 [KM382]	B
383 [KM383]	C	384 [KM384]	A	385 [KM385]	B
386 [KM386]	C	387 [KM387]	D	388 [KM388]	B
389 [KM389]	C	390 [KM390]	D	391 [KM391]	A
392 [KM392]	C	393 [KM393]	D	394 [KM394]	A
395 [KM395]	B	396 [KM396]	D	397 [KM397]	A
398 [KM398]	B	399 [KM399]	C	400 [KM400]	A
401 [KM401]	B	402 [KM402]	C	403 [KM403]	D
404 [KM404]	B	405 [KM405]	C	406 [KM406]	D
407 [KM407]	A	408 [KM408]	C	409 [KM409]	D
410 [KM410]	A	411 [KM411]	B	412 [KM412]	D

IV. HÀM ẨN VÀ HÀM SỐ ĐẶC BIỆT

Câu 413 đến 461

Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án	Câu / Mã	Đáp án
413 [KM413]	A	414 [KM414]	B	415 [KM415]	C
416 [KM416]	A	417 [KM417]	B	418 [KM418]	C
419 [KM419]	D	420 [KM420]	B	421 [KM421]	C
422 [KM422]	D	423 [KM423]	A	424 [KM424]	C
425 [KM425]	D	426 [KM426]	A	427 [KM427]	B
428 [KM428]	D	429 [KM429]	A	430 [KM430]	B
431 [KM431]	C	432 [KM432]	A	433 [KM433]	B
434 [KM434]	C	435 [KM435]	D	436 [KM436]	B
437 [KM437]	C	438 [KM438]	D	439 [KM439]	A
440 [KM440]	C	441 [KM441]	D	442 [KM442]	A
443 [KM443]	B	444 [KM444]	D	445 [KM445]	A
446 [KM446]	B	447 [KM447]	C	448 [KM448]	A
449 [KM449]	B	450 [KM450]	C	451 [KM451]	D
452 [KM452]	B	453 [KM453]	C	454 [KM454]	D
455 [KM455]	A	456 [KM456]	C	457 [KM457]	D
458 [KM458]	A	459 [KM459]	B	460 [KM460]	D
461 [KM461]	A				

30 Lời giải và kiểm tra kết quả

Các lời giải dưới đây tương ứng với số câu của bản biên soạn này. Trong mọi bài dùng điều kiện dấu bằng, tính liên tục cho phép chuyển kết luận gần khắp nơi thành kết luận tại mọi điểm của đoạn.

MINH ĐI GIẢI ĐỀ

I. TỰ LUẬN THEO PHƯƠNG PHÁP

Câu 1 [KM01] — Tự luận

Kết quả: 15.
Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{x^4}{2} - \frac{x^2}{2} + 3x$. Do đó

$$I = F(2) - F(-1) = 15.$$

Câu 2 [KM02] — Tự luận

Kết quả: $-\frac{4\ln(2)}{3} + \frac{4\ln(11)}{3}$.
Đặt $u = 3x + 2$, $\mathrm{d}u = 3\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{4\ln(3x+2)}{3}$. Do đó

$$I = F(3) - F(0) = -\frac{4\ln(2)}{3} + \frac{4\ln(11)}{3}.$$

Câu 3 [KM03] — Tự luận

Kết quả: $3\ln(5) + 8$.
Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x) = 3x + 2e^x$. Do đó

$$I = F(\ln(5)) - F(0) = 3\ln(5) + 8.$$

Câu 4 [KM04] — Tự luận

Kết quả: 3.
Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x) = 3\sin(x)$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = 3.$$

Câu 5 [KM05] — Tự luận

Kết quả: $1 + 7\ln(2)$.
Ta có $F(x) = 7\ln x + C$. Từ $F(1) = 1$ suy ra $C = 1$, nên $F(2) = 1 + 7\ln(2)$.

Câu 6 [KM06] — Tự luận

Kết quả: 1.
Tính tích phân được $\frac{m}{4} + \frac{2}{2} = \frac{5}{4}$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m = 1$.

Câu 7 [KM07] — Tự luận

Kết quả: 44.
Tính tuyến tính cho $I = 4 \cdot 10 - 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 44$.

Câu 8 [KM08] — Tự luận

Kết quả: 13.

Chèn cận 3: $\displaystyle\int_0^5 f = \int_0^3 f + \int_3^5 f$. Vậy $I = 17 - 4 = 13$.

Câu 9 [KM09] — Tự luận

Kết quả: -18.

Đổi chiều cận rồi dùng tính tuyến tính: $I = -(3 \cdot 4 + 1 \cdot 6) = -18$.

Câu 10 [KM10] — Tự luận

Kết quả: 6.

Tính tuyến tính cho $I = 4 \cdot 4 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 11 [KM11] — Tự luận

Kết quả: 10.

Chèn cận 1: $\displaystyle\int_0^7 f = \int_0^1 f + \int_1^7 f$. Vậy $I = 16 - 6 = 10$.

Câu 12 [KM12] — Tự luận

Kết quả: -42.

Đổi chiều cận rồi dùng tính tuyến tính: $I = -(5 \cdot 6 + 2 \cdot 6) = -42$.

Câu 13 [KM13] — Tự luận

Kết quả: $\frac{65}{2}$.

Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x = 2$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I = -\int_0^2 (5x - 10)\,\mathrm{d}x + \int_2^5 (5x - 10)\,\mathrm{d}x = \frac{65}{2}.$$

Câu 14 [KM14] — Tự luận

Kết quả: $\frac{230}{3}$.

Đặt $p(x) = (x - 5)(5x - 5)$. Hai nghiệm là 1 và 5. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I = \int_0^1 p(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^5 p(x)\,\mathrm{d}x + \int_5^6 p(x)\,\mathrm{d}x = \frac{230}{3}.$$

Câu 15 [KM15] — Tự luận

Kết quả: $\frac{472}{3}$.

Hai hàm bằng nhau tại $x = 0$ và $x = 4$. Trên $[0;4]$ chọn $4x^2$; trên $[4;5]$ chọn $16x$. Do đó

$$I = \int_0^4 \left(4x^2\right)\,\mathrm{d}x + \int_4^5 (16x)\,\mathrm{d}x = \frac{472}{3}.$$

Câu 16 [KM16] — Tự luận

Kết quả: 21.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I = \int_{-3}^{0} \left(3x^2\right) \mathrm{d}x + \int_{0}^{2} (-3x) \mathrm{d}x = 21.$$

Câu 17 [KM17] — Tự luận

Kết quả: $\frac{13}{3}$.
Tính liên tục tại 0 cho $m = 3$. Chia đoạn tại 0: $I = \int_{-1}^{0} (4x+3) \mathrm{d}x + \int_{0}^{1} (x^2+3) \mathrm{d}x = \frac{13}{3}$.

Câu 18 [KM18] — Tự luận

Kết quả: 13.
Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x = 2$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I = -\int_{0}^{2} (2x-4) \mathrm{d}x + \int_{2}^{5} (2x-4) \mathrm{d}x = 13.$$

Câu 19 [KM19] — Tự luận

Kết quả: $\frac{184}{3}$.
Đặt $p(x) = (x-5)(4x-4)$. Hai nghiệm là 1 và 5. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I = \int_{0}^{1} p(x) \mathrm{d}x - \int_{1}^{5} p(x) \mathrm{d}x + \int_{5}^{6} p(x) \mathrm{d}x = \frac{184}{3}.$$

Câu 20 [KM20] — Tự luận

Kết quả: $\frac{118}{3}$.
Hai hàm bằng nhau tại $x = 0$ và $x = 4$. Trên $[0;4]$ chọn x^2; trên $[4;5]$ chọn $4x$. Do đó

$$I = \int_{0}^{4} \left(x^2\right) \mathrm{d}x + \int_{4}^{5} (4x) \mathrm{d}x = \frac{118}{3}.$$

Câu 21 [KM21] — Tự luận

Kết quả: $\frac{2}{3}$.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I = \int_{-2}^{0} \left(x^2\right) \mathrm{d}x + \int_{0}^{2} (-x) \mathrm{d}x = \frac{2}{3}.$$

Câu 22 [KM22] — Tự luận

Kết quả: $\frac{28}{3}$.
Tính liên tục tại 0 cho $m = 5$. Chia đoạn tại 0: $I = \int_{-1}^{0} (2x+5) \mathrm{d}x + \int_{0}^{1} (x^2+5) \mathrm{d}x = \frac{28}{3}$.

Câu 23 [KM23] — Tự luận

Kết quả: 39.

Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x = 2$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I = -\int_0^2 (6x - 12)\,\mathrm{d}x + \int_2^5 (6x - 12)\,\mathrm{d}x = 39.$$

Câu 24 [KM24] — Tự luận

Kết quả: 46.

Đặt $p(x) = (x - 5)(3x - 3)$. Hai nghiệm là 1 và 5. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I = \int_0^1 p(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^5 p(x)\,\mathrm{d}x + \int_5^6 p(x)\,\mathrm{d}x = 46.$$

Câu 25 [KM25] — Tự luận

Kết quả: 105.

Công thức đạo hàm tích phân có cận biến thiên cho

$$G'(x) = -x^2 + 2x\left(\left(x^2 + 1\right)^2 + 3\right) - 3.$$

Thay $x = 2$, được $G'(2) = 105$.

Câu 26 [KM26] — Tự luận

Kết quả: 36.

Công thức đạo hàm tích phân có cận biến thiên cho

$$G'(x) = 2x\left(x^2 + 7\right) - x - 6.$$

Thay $x = 2$, được $G'(2) = 36$.

Câu 27 [KM27] — Tự luận

Kết quả: $\frac{2101}{5}$.

Đặt $u = x^3 + 4,\ \mathrm{d}u = 3x^2\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 4 và 5. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\left(x^3+4\right)^5}{5}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = \frac{2101}{5}.$$

Câu 28 [KM28] — Tự luận

Kết quả: $\frac{4}{3}$.

Đặt $u = \ln x,\ \mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 1. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{4\ln(x)^3}{3}$. Do đó

$$I = F(e) - F(1) = \frac{4}{3}.$$

Câu 29 [KM29] — Tự luận

Kết quả: 63.

Đặt $u = \mathrm{e}^x + 2,\ \mathrm{d}u = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(e^x+2)^3}{3}$. Do đó

$$I = F(\ln(4)) - F(0) = 63.$$

Câu 30 [KM30] — Tự luận

Kết quả: $\frac{93}{5}$.

Đặt $u = \sin x + 1,\ \mathrm{d}u = \cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 1 và 2. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{3(\sin(x)+1)^5}{5}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = \frac{93}{5}.$$

Câu 31 [KM31] — Tự luận

Kết quả: $-\sqrt{2} + \sqrt{6}$.

Đặt $u = x^2 + 2 > 0,\ \mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \sqrt{x^2+2}$. Do đó

$$I = F(2) - F(0) = -\sqrt{2} + \sqrt{6}.$$

Câu 32 [KM32] — Tự luận

Kết quả: $\frac{\pi}{4}$.

Đặt $x = 5\tan t$, với t chạy từ 0 đến $\pi/4$. Một nguyên hàm là $F(x) = \operatorname{atan}\left(\frac{x}{5}\right)$. Do đó

$$I = F(5) - F(0) = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 33 [KM33] — Tự luận

Kết quả: $\frac{10}{3}$.

Đặt $t = 4 - 3x,\ \mathrm{d}t = -3\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 4$; khi $x = 1$, $t = 1$. Vì vậy $I = \frac{1}{-3}\int_4^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{10}{3}$.

Câu 34 [KM34] — Tự luận

Kết quả: $\frac{9}{10}$.

Đặt $t = \sin^2(5x)$ thì $\mathrm{d}t = 10\sin(5x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0, 1$. Vậy $I = \frac{1}{10}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{9}{10}$.

Câu 35 [KM35] — Tự luận

Kết quả: $\frac{65}{4}$.

Đặt $u = x^2 + 2,\ \mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 2 và 3. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\left(x^2+2\right)^4}{4}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = \frac{65}{4}.$$

Câu 36 [KM36] — Tự luận

Kết quả: 45.

Đặt $u = \ln x$, $\mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 3. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{5\ln(x)^3}{3}$. Do đó

$$I = F(e^3) - F(1) = 45.$$

Câu 37 [KM37] — Tự luận

Kết quả: $\frac{33}{2}$.

Đặt $u = \mathrm{e}^x + 3$, $\mathrm{d}u = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(e^x+3)^2}{2}$. Do đó

$$I = F(\ln(4)) - F(0) = \frac{33}{2}.$$

Câu 38 [KM38] — Tự luận

Kết quả: 65.

Đặt $u = \sin x + 2$, $\mathrm{d}u = \cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 2 và 3. Một nguyên hàm là $F(x) = (\sin(x) + 2)^4$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = 65.$$

Câu 39 [KM39] — Tự luận

Kết quả: $9 - 3\sqrt{5}$.

Đặt $u = x^2 + 5 > 0$, $\mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = 3\sqrt{x^2+5}$. Do đó

$$I = F(2) - F(0) = 9 - 3\sqrt{5}.$$

Câu 40 [KM40] — Tự luận

Kết quả: $\frac{7\pi}{24}$.

Đặt $x = 6\tan t$, với t chạy từ 0 đến $\pi/4$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{7\operatorname{atan}\left(\frac{x}{6}\right)}{6}$. Do đó

$$I = F(6) - F(0) = \frac{7\pi}{24}.$$

Câu 41 [KM41] — Tự luận

Kết quả: $\frac{13}{2}$.

Đặt $t = 3 - 2x$, $\mathrm{d}t = -2\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 3$; khi $x = 1$, $t = 1$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{-2}\displaystyle\int_3^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{13}{2}$.

Câu 42 [KM42] — Tự luận

Kết quả: $\frac{6}{5}$.

Đặt $t = \sin^2(5x)$ thì $\mathrm{d}t = 10\sin(5x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0, 1$. Vậy $I = \dfrac{1}{10}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{6}{5}$.

Câu 43 [KM43] — Tự luận

Kết quả: $\frac{4651}{5}$.

Đặt $u = x^2 + 5$, $\mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 5 và 6. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\left(x^2+5\right)^5}{5}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = \frac{4651}{5}.$$

Câu 44 [KM44] — Tự luận

Kết quả: $\frac{8}{3}$.

Đặt $u = \ln x$, $\mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 2. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\ln(x)^3}{3}$. Do đó

$$I = F(e^2) - F(1) = \frac{8}{3}.$$

Câu 45 [KM45] — Tự luận

Kết quả: $\frac{3471}{4}$.

Đặt $u = \mathrm{e}^x + 4$, $\mathrm{d}u = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(e^x+4)^4}{4}$. Do đó

$$I = F(\ln(4)) - F(0) = \frac{3471}{4}.$$

Câu 46 [KM46] — Tự luận

Kết quả: $\frac{1}{3}$.

Đặt $u = \sin x + 0$, $\mathrm{d}u = \cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 0 và 1. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\sin^3(x)}{3}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = \frac{1}{3}.$$

Câu 47 [KM47] — Tự luận

Kết quả: 8.

Vì f chẵn, $I = 4\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 8$.

Câu 48 [KM48] — Tự luận

Kết quả: 15.

Đổi $x = -t$ và dùng $f(-t) = f(t)$. Cộng hai biểu thức của I, vì $\frac{1}{1+8^x} + \frac{1}{1+8^{-x}} = 1$, ta có $2I = \int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 15$. Suy ra $I = 15$.

Câu 49 [KM49] — Tự luận

Kết quả: $\frac{512}{5}$.

Tích phân của hàm lẻ trên đoạn đối xứng bằng 0. Do đó $I = 2\displaystyle\int_0^2 8x^4\,\mathrm{d}x = \frac{512}{5}$.

Câu 50 [KM50] — Tự luận

Kết quả: $\frac{9\pi}{4}$.

Đổi $x = \pi/2 - t$. Cộng tích phân ban đầu với tích phân mới được $2I = \int_0^{\pi/2} 9\,\mathrm{d}x = \frac{9\pi}{2}$, suy ra $I = \frac{9\pi}{4}$. Mẫu số dương trên toàn đoạn.

Câu 51 [KM51] — Tự luận

Kết quả: $\frac{\sqrt{3}\pi^2}{6}$.

Hàm $h(x) = \sin x/(3+\cos^2 x)$ thỏa $h(\pi - x) = h(x)$. Vì thế $I = \dfrac{3\pi}{2}\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $u = \cos x$ cho $\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \dfrac{\mathrm{d}u}{3+u^2} = \frac{\sqrt{3}\pi}{9}$. Suy ra $I = \frac{\sqrt{3}\pi^2}{6}$.

Câu 52 [KM52] — Tự luận

Kết quả: 18.

Chia đoạn thành 3 đoạn có độ dài 1. Nhờ tính tuần hoàn, tích phân trên mỗi đoạn bằng 6. Do đó $I = 3 \cdot 6 = 18$.

Câu 53 [KM53] — Tự luận

Kết quả: 24.

Vì f chẵn, $I = 4\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 24$.

Câu 54 [KM54] — Tự luận

Kết quả: 18.

Đổi $x = -t$ và dùng $f(-t) = f(t)$. Cộng hai biểu thức của I, vì $\dfrac{1}{1+7^x} + \dfrac{1}{1+7^{-x}} = 1$, ta có $2I = \int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 18$. Suy ra $I = 18$.

Câu 55 [KM55] — Tự luận

Kết quả: $\frac{1}{4} + \frac{9e^2}{4}$.

Chọn $u = 5x + 2$, $\mathrm{d}v = \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u = 5\,\mathrm{d}x$, $v = \mathrm{e}^{2x}/2$. Một nguyên hàm là $F(x) = \left(\frac{5x}{2} - \frac{1}{4}\right)e^{2x}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = \frac{1}{4} + \frac{9e^2}{4}.$$

Câu 56 [KM56] — Tự luận

Kết quả: $-\frac{15}{16} + 4\ln(2)$.

Chọn $u = \ln x$, $\mathrm{d}v = x^3\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$ và $v = \frac{x^4}{4}$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{x^4 \ln(x)}{4} - \frac{x^4}{16}$. Do đó

$$I = F(2) - F(1) = -\frac{15}{16} + 4\ln(2).$$

Câu 57 [KM57] — Tự luận

Kết quả: $\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$.

Chọn $u=2x+2,\ \mathrm{d}v=\cos(2x)\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(2x+2)\sin(2x)}{2}+\frac{\cos(2x)}{2}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{4})-F(0)=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}.$$

Câu 58 [KM58] — Tự luận

Kết quả: $-1+e^2$.

Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x)=4\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)e^{2x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-1+e^2.$$

Câu 59 [KM59] — Tự luận

Kết quả: $\frac{4}{13}+\frac{4e^{\frac{3\pi}{2}}}{13}$.

Từng phần hai lần rồi chuyển tích phân xuất hiện lại sang vế trái; cũng có thể kiểm tra trực tiếp đạo hàm nguyên hàm sau. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{2(3\sin(2x)-2\cos(2x))e^{3x}}{13}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{2})-F(0)=\frac{4}{13}+\frac{4e^{\frac{3\pi}{2}}}{13}.$$

Câu 60 [KM60] — Tự luận

Kết quả: $-1+2e^2$.

Chọn $u=2x+3,\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u=2\,\mathrm{d}x$, $v=\mathrm{e}^{2x}/2$. Một nguyên hàm là $F(x)=(x+1)\,e^{2x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-1+2e^2.$$

Câu 61 [KM61] — Tự luận

Kết quả: $-\frac{75}{16}+20\ln(2)$.

Chọn $u=\ln x,\ \mathrm{d}v=5x^3\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{5x^4}{4}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5x^4\ln(x)}{4}-\frac{5x^4}{16}$. Do đó

$$I=F(2)-F(1)=-\frac{75}{16}+20\ln(2).$$

Câu 62 [KM62] — Tự luận

Kết quả: $\frac{\pi}{3}$.

Chọn $u=6x+2,\ \mathrm{d}v=\cos(3x)\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(6x+2)\sin(3x)}{3}+\frac{2\cos(3x)}{3}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{6})-F(0)=\frac{\pi}{3}.$$

Câu 63 [KM63] — Tự luận

Kết quả: $-2+2e^2$.
Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x)=8\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)e^{2x}$. Do đó
$$I=F(1)-F(0)=-2+2e^2.$$

Câu 64 [KM64] — Tự luận

Kết quả: $\frac{1}{2}+\frac{e^\pi}{2}$.
Từng phần hai lần rồi chuyển tích phân xuất hiện lại sang vế trái; cũng có thể kiểm tra trực tiếp đạo hàm nguyên hàm sau. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(3\sin(3x)-3\cos(3x))e^{3x}}{6}$. Do đó
$$I=F(\frac{\pi}{3})-F(0)=\frac{1}{2}+\frac{e^\pi}{2}.$$

Câu 65 [KM65] — Tự luận

Kết quả: 18.
Từng phần với $u=x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$ cho $I=[xf(x)]_0^3-\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3\cdot 13-(21)=18$.

Câu 66 [KM66] — Tự luận

Kết quả: $\frac{5}{3}$.
Chọn $u=x^2,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I=[x^2f(x)]_0^1-2\int_0^1 x^1f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{5}{3}$.

Câu 67 [KM67] — Tự luận

Kết quả: 6.
Vì $(\mathrm{e}^{f(x)})'=f'(x)\mathrm{e}^{f(x)}$, tích phân từng phần cho $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=[x\mathrm{e}^{f(x)}]_0^2-I$. Suy ra $I=2\cdot 5-(4)=6$.

Câu 68 [KM68] — Tự luận

Kết quả: $\frac{3\pi}{2}+8$.
Đặt $u=\cos^2 x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^{\pi/2} f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=[f(x)\cos^2 x]_0^{\pi/2}+I=-8+I$. Do đó $I=\frac{3\pi}{2}+8$.

Câu 69 [KM69] — Tự luận

Kết quả: $-4+5e^2$.
Nhận ra $(\mathrm{e}^{2x}f(x))'=\mathrm{e}^{2x}(f'(x)+2f(x))$. Vì vậy $I=[\mathrm{e}^{2x}f(x)]_0^1=-4+5e^2$.

Câu 70 [KM70] — Tự luận

Kết quả: $\frac{3}{4}$.
Biểu thức dưới dấu tích phân là $(f/g)'$. Do $g > 0$, công thức hợp lệ trên toàn đoạn. Vậy $I = \dfrac{f(1)}{g(1)} - \dfrac{f(0)}{g(0)} = \dfrac{3}{3} - \dfrac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Câu 71 [KM71] — Tự luận

Kết quả: $3\ln(6)$.
Do $f > 0$, $I = 3[\ln f(x)]_0^1 = 3\ln\dfrac{12}{2} = 3\ln(6)$.

Câu 72 [KM72] — Tự luận

Kết quả: 126.
Vì $(f^2)' = 2ff'$, ta được $I = \dfrac{4}{2}[f(x)^2]_0^1 = \dfrac{4}{2}(8^2 - 1^2) = 126$.

Câu 73 [KM73] — Tự luận

Kết quả: 108.
Từng phần với $u = x$, $\mathrm{d}v = f'(x)\,\mathrm{d}x$ cho $I = [xf(x)]_0^3 - \int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot 58 - (66) = 108$.

Câu 74 [KM74] — Tự luận

Kết quả: $\frac{1}{3}$.
Chọn $u = x^2$, $\mathrm{d}v = f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I = [x^2 f(x)]_0^1 - 2\int_0^1 x^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}$.

Câu 75 [KM75] — Tự luận

Kết quả: 16.
Vì $(\mathrm{e}^{f(x)})' = f'(x)\mathrm{e}^{f(x)}$, tích phân từng phần cho $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x = [x\mathrm{e}^{f(x)}]_0^2 - I$. Suy ra $I = 2 \cdot 15 - (14) = 16$.

Câu 76 [KM76] — Tự luận

Kết quả: $2 + \frac{3\pi}{4}$.
Đặt $u = \cos^2 x$, $\mathrm{d}v = f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^{\pi/2} f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x = [f(x)\cos^2 x]_0^{\pi/2} + I = -2 + I$. Do đó $I = 2 + \frac{3\pi}{4}$.

Câu 77 [KM77] — Tự luận

Kết quả: $\frac{51}{2}$.
Đổi $t = 3 - x$ cho $\int_0^3 f(3-x)\,\mathrm{d}x = I$. Lấy tích phân hai vế phương trình: $4I = \int_0^3 (8x^2 - 10x + 25)\,\mathrm{d}x = 102$. Do đó $I = \frac{51}{2}$.

Câu 78 [KM78] — Tự luận

Kết quả: 27.
Thay x bởi $3-x$, được phương trình thứ hai. Gọi $P(x)=28-2x$, giải hệ cho $f(x)=\dfrac{3P(3-x)-2P(x)}{5}=2x+2$. Vì vậy $I=\int_0^3(2x^2+2x)\,\mathrm{d}x=27$.

Câu 79 [KM79] — Tự luận

Kết quả: 36.
Đặt $g(x)=f(x)-2x^2$ thì $g(x+y)=g(x)+g(y)$. Hàm cộng tính liên tục nên $g(x)=g(1)x=4x$ (chứng minh trên số hữu tỉ rồi dùng tính liên tục). Vậy $f(x)=2x^2+4x$ và $I=36$.

Câu 80 [KM80] — Tự luận

Kết quả: $\frac{7}{2}$.
Đổi $t=1-x$ cho $\int_0^1 f(1-x)\,\mathrm{d}x=I$. Lấy tích phân hai vế phương trình: $4I=\int_0^1(24x^2-10x+11)\,\mathrm{d}x=14$. Do đó $I=\frac{7}{2}$.

Câu 81 [KM81] — Tự luận

Kết quả: $\frac{117}{2}$.
Thay x bởi $3-x$, được phương trình thứ hai. Gọi $P(x)=60-5x$, giải hệ cho $f(x)=\dfrac{3P(3-x)-2P(x)}{5}=5x+3$. Vì vậy $I=\int_0^3(5x^2+3x)\,\mathrm{d}x=\frac{117}{2}$.

Câu 82 [KM82] — Tự luận

Kết quả: $\frac{153}{2}$.
Đặt $g(x)=f(x)-6x^2$ thì $g(x+y)=g(x)+g(y)$. Hàm cộng tính liên tục nên $g(x)=g(1)x=5x$ (chứng minh trên số hữu tỉ rồi dùng tính liên tục). Vậy $f(x)=6x^2+5x$ và $I=\frac{153}{2}$.

Câu 83 [KM83] — Tự luận

Kết quả: 14.
Đổi $t=2-x$ cho $\int_0^2 f(2-x)\,\mathrm{d}x=I$. Lấy tích phân hai vế phương trình: $4I=\int_0^2(12x^2-8x+20)\,\mathrm{d}x=56$. Do đó $I=14$.

Câu 84 [KM84] — Tự luận

Kết quả: $\frac{63}{2}$.
Thay x bởi $3-x$, được phương trình thứ hai. Gọi $P(x)=34-x$, giải hệ cho $f(x)=\dfrac{3P(3-x)-2P(x)}{5}=x+5$. Vì vậy $I=\int_0^3(x^2+5x)\,\mathrm{d}x=\frac{63}{2}$.

Câu 85 [KM85] — Tự luận

Kết quả: $\frac{6}{e^2}$.
Nhân hai vế với e^{2x}, được $(\mathrm{e}^{2x}f(x))' = 5$. Suy ra $\mathrm{e}^{2x}f(x) = 5x + C$. Dùng $f(0) = 1$ cho $C = 1$; vậy $f(1) = \frac{6}{e^2}$.

Câu 86 [KM86] — Tự luận

Kết quả: $\frac{15}{2e^3}$.
Nhân tử tích phân là e^{3x^2}. Ta có $(\mathrm{e}^{3x^2}f(x))' = 5x$, nên $\mathrm{e}^{3x^2}f(x) = \frac{5x^2}{2} + 5$. Thay $x = 1$ được $f(1) = \frac{15}{2e^3}$.

Câu 87 [KM87] — Tự luận

Kết quả: $\frac{1}{5}$.
Với $x > 0$, nhân hai vế với x^1 để được $(x^2 f(x))' = 6x^5$. Suy ra $x^2 f(x) = x^6 + C$. Vì f liên tục tại 0 và $2 > 0$, giới hạn vế trái tại 0 bằng 0, nên $C = 0$. Do đó $f(x) = x^4$ và $I = \frac{1}{5}$.

Câu 88 [KM88] — Tự luận

Kết quả: $-\frac{\ln(3)}{4} + \frac{\ln(7)}{4}$.
Chia cho $f^2 > 0$: $(1/f)' = 4$. Từ điều kiện ban đầu, $1/f(x) = 4x + 3$. Vì thế $f(x) = \frac{1}{4x+3}$ và $I = \frac{\ln\left(\frac{7}{3}\right)}{4}$.

Câu 89 [KM89] — Tự luận

Kết quả: $3\sqrt{7}$.
Ta có $(f^2)' = 12x$, nên $f(x)^2 = 6x^2 + 9$. Giả thiết $f > 0$ xác định nhánh $f(x) = \sqrt{6x^2 + 9}$. Vậy $f(3) = 3\sqrt{7}$.

Câu 90 [KM90] — Tự luận

Kết quả: 1.
Chia hai vế cho $f(x) > 0$ rồi tích phân: $\ln f(x) - \ln 1 = 1x^2$. Thay $x = 1$ cho $P = 1$.

Câu 91 [KM91] — Tự luận

Kết quả: $\frac{5}{e^3}$.
Nhân hai vế với e^{3x}, được $(\mathrm{e}^{3x}f(x))' = 3$. Suy ra $\mathrm{e}^{3x}f(x) = 3x + C$. Dùng $f(0) = 2$ cho $C = 2$; vậy $f(1) = \frac{5}{e^3}$.

Câu 92 [KM92] — Tự luận

Kết quả: $\frac{3}{e}$.
Nhân tử tích phân là e^{1x^2}. Ta có $(\mathrm{e}^{1x^2}f(x))' = 4x$, nên $\mathrm{e}^{1x^2}f(x) = 2x^2 + 1$. Thay $x = 1$ được $f(1) = \frac{3}{e}$.

Câu 93 [KM93] — Tự luận

Kết quả: $\frac{1}{6}$.
Với $x>0$, nhân hai vế với x^1 để được $(x^2 f(x))' = x^2$. Suy ra $x^2 f(x) = \frac{x^3}{3} + C$. Vì f liên tục tại 0 và $2>0$, giới hạn vế trái tại 0 bằng 0, nên $C=0$. Do đó $f(x) = \frac{x}{3}$ và $I = \frac{1}{6}$.

Câu 94 [KM94] — Tự luận

Kết quả: $\frac{\ln(5)}{2}$.
Chia cho $f^2 > 0$: $(1/f)' = 2$. Từ điều kiện ban đầu, $1/f(x) = 2x+1$. Vì thế $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ và $I = \frac{\ln(5)}{2}$.

Câu 95 [KM95] — Tự luận

Kết quả: $\sqrt{70}$.
Ta có $(f^2)' = 10x$, nên $f(x)^2 = 5x^2 + 25$. Giả thiết $f>0$ xác định nhánh $f(x) = \sqrt{5x^2+25}$. Vậy $f(3) = \sqrt{70}$.

Câu 96 [KM96] — Tự luận

Kết quả: $\ln(3) + 4$.
Chia hai vế cho $f(x) > 0$ rồi tích phân: $\ln f(x) - \ln 3 = 4x^2$. Thay $x=1$ cho $P = \ln\left(3e^4\right)$.

Câu 97 [KM97] — Tự luận

Kết quả: $\frac{5}{e}$.
Nhân hai vế với e^{1x}, được $(\mathrm{e}^{1x} f(x))' = 2$. Suy ra $\mathrm{e}^{1x} f(x) = 2x + C$. Dùng $f(0)=3$ cho $C=3$; vậy $f(1) = \frac{5}{e}$.

Câu 98 [KM98] — Tự luận

Kết quả: $\frac{3}{e^2}$.
Nhân tử tích phân là e^{2x^2}. Ta có $(\mathrm{e}^{2x^2} f(x))' = 2x$, nên $\mathrm{e}^{2x^2} f(x) = x^2 + 2$. Thay $x=1$ được $f(1) = \frac{3}{e^2}$.

Câu 99 [KM99] — Tự luận

Kết quả: $\frac{477}{4}$.
Đặt $p(x) = 5x+2$. Vì $\int_0^1 p(x)^2\,\mathrm{d}x = \frac{67}{3}$, giả thiết tương đương $\int_0^1 (f-p)^2\,\mathrm{d}x = 0$. Hàm $f-p$ liên tục nên $f = p$ trên $[0;1]$. Do đó $I = \int_0^1 (5x+2)^3\,\mathrm{d}x = \frac{477}{4}$.

Câu 100 [KM100] — Tự luận

Kết quả: $\frac{9}{4}$.
Xét $J = \int_0^1 [f(x) - (5x+3)]^2\,\mathrm{d}x$. Khai triển, dùng ba dữ kiện và $\int_0^1 (5x+3)^2\,\mathrm{d}x = \frac{97}{3}$ cho $J=0$. Tính liên tục suy ra $f(x) = 5x+3$. Thay vào tích phân cần tính, được $I = \frac{9}{4}$.

Câu 101 [KM101] — Tự luận

Kết quả: $\frac{3}{4}$.
Vì $\int_0^{\pi/8}\cos^2(4x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{16}$, khai triển cho $\int_0^{\pi/8}[f(x)-3\cos(4x)]^2\,\mathrm{d}x=0$. Vậy $f(x)=3\cos(4x)$ và $I=\frac{3}{4}$.

Câu 102 [KM102] — Tự luận

Kết quả: $-\frac{243}{25}+\frac{361\sqrt{19}}{25}$.
Chuyển vế được $\int_0^1[ff'-5]^2\,\mathrm{d}x=0$, nên $ff'=5$. Từ $(f^2)'=10$ và $f(0)=3$ suy ra $f(x)^2=10x+9$. Do $f>0$, $I=\int_0^1(10x+9)^{3/2}\,\mathrm{d}x=-\frac{243}{25}+\frac{361\sqrt{19}}{25}$.

Câu 103 [KM103] — Tự luận

Kết quả: $\frac{671}{4}$.
Đặt $p(x)=x+5$. Vì $\int_0^1 p(x)^2\,\mathrm{d}x=\frac{91}{3}$, giả thiết tương đương $\int_0^1(f-p)^2\,\mathrm{d}x=0$. Hàm $f-p$ liên tục nên $f=p$ trên $[0;1]$. Do đó $I=\int_0^1(x+5)^3\,\mathrm{d}x=\frac{671}{4}$.

Câu 104 [KM104] — Tự luận

Kết quả: $\frac{8}{3}$.
Xét $J=\int_0^1[f(x)-(4x+5)]^2\,\mathrm{d}x$. Khai triển, dùng ba dữ kiện và $\int_0^1(4x+5)^2\,\mathrm{d}x=\frac{151}{3}$ cho $J=0$. Tính liên tục suy ra $f(x)=4x+5$. Thay vào tích phân cần tính, được $I=\frac{8}{3}$.

Câu 105 [KM105] — Tự luận

Kết quả: 5.
Vì $\int_0^{\pi/2}\cos^2(1x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{4}$, khai triển cho $\int_0^{\pi/2}[f(x)-5\cos(1x)]^2\,\mathrm{d}x=0$. Vậy $f(x)=5\cos(1x)$ và $I=5$.

Câu 106 [KM106] — Tự luận

Kết quả: $-\frac{625}{2}+\frac{841\sqrt{29}}{10}$.
Chuyển vế được $\int_0^1[ff'-2]^2\,\mathrm{d}x=0$, nên $ff'=2$. Từ $(f^2)'=4$ và $f(0)=5$ suy ra $f(x)^2=4x+25$. Do $f>0$, $I=\int_0^1(4x+25)^{3/2}\,\mathrm{d}x=-\frac{625}{2}+\frac{841\sqrt{29}}{10}$.

Câu 107 [KM107] — Tự luận

Kết quả: $\frac{85}{4}$.
Ta có $\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x=3$. Vì thế $\int_0^1(f'(x)-3)^2\,\mathrm{d}x=9-2\cdot3\cdot3+9=0$. Suy ra $f'=3$, $f(x)=3x+1$ và $I=\frac{85}{4}$.

Câu 108 [KM108] — Tự luận

Kết quả: -1.
Từng phần cho $\int_0^1 xf'(x)\,\mathrm{d}x=1f(1)-\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{8}{3}$. Khai triển cho $\int_0^1[f'(x)-8x]^2\,\mathrm{d}x=0$. Do đó $f'(x)=8x$. Dùng $f(1)=0$ suy ra $f(x)=4x^2-4$, rồi $I=-1$.

Câu 109 [KM109] — Tự luận

Kết quả: $-24\ln(5)-4+24\ln(6)$.
Cauchy–Schwarz có trọng số $w=x+5>0$ cho

$$\left(\int_0^1 f'\right)^2 \le \left(\int_0^1 (x+5)(f')^2\right)\left(\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x+5}\right).$$

Dữ kiện làm hai vế bằng nhau. Do đó $f'(x)=c/(x+5)$. Điều kiện đầu mút cho $c=4$ và $f(x)=4\ln\left(\frac{x}{5}+1\right)$. Tích phân từng phần suy ra $I=-24\ln(5)-4+24\ln(6)$.

Câu 110 [KM110] — Tự luận

Kết quả: $-\frac{8}{3}+\frac{2e^3}{3}$.
Áp dụng Cauchy cho $\mathrm{e}^{-3x/2}f'(x)$ và $\mathrm{e}^{3x/2}$. Dữ kiện cho dấu bằng, nên $f'(x)=c\mathrm{e}^{3x}$. Tích phân và dùng hai giá trị đầu mút được $c=6$, $f(x)=2e^{3x}-2$. Suy ra $I=-\frac{8}{3}+\frac{2e^3}{3}$.

Câu 111 [KM111] — Tự luận

Kết quả: $\frac{79}{3}$.
Hölder cho $\left|\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x\right|^4 \le 1^3\int_0^1 |f'(x)|^4\,\mathrm{d}x$. Dữ kiện cho dấu bằng, nên f' là hằng số; hai đầu mút xác định $f'=4$. Vậy $f(x)=4x+3$ và $I=\frac{79}{3}$.

Câu 112 [KM112] — Tự luận

Kết quả: $\frac{175}{4}$.
Ta có $\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x=1$. Vì thế $\int_0^1 (f'(x)-1)^2\,\mathrm{d}x=1-2\cdot1\cdot1+1=0$. Suy ra $f'=1$, $f(x)=x+3$ và $I=\frac{175}{4}$.

Câu 113 [KM113] — Tự luận

Kết quả: $-\frac{81}{2}$.
Từng phần cho $\int_0^3 xf'(x)\,\mathrm{d}x=3f(3)-\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=36$. Khai triển cho $\int_0^3[f'(x)-4x]^2\,\mathrm{d}x=0$. Do đó $f'(x)=4x$. Dùng $f(3)=0$ suy ra $f(x)=2x^2-18$, rồi $I=-\frac{81}{2}$.

Câu 114 [KM114] — Tự luận

Kết quả: $-2+4\ln(2)$.
Cauchy–Schwarz có trọng số $w=x+2>0$ cho

$$\left(\int_0^2 f'\right)^2 \le \left(\int_0^2 (x+2)(f')^2\right)\left(\int_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+2}\right).$$

Dữ kiện làm hai vế bằng nhau. Do đó $f'(x)=c/(x+2)$. Điều kiện đầu mút cho $c=1$ và $f(x)=\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)$. Tích phân từng phần suy ra $I=-2+4\ln(2)$.

Câu 115 [KM115] — **Tự luận**

Kết quả: $-8+2e^3$.

Áp dụng Cauchy cho $\mathrm{e}^{-3x/2}f'(x)$ và $\mathrm{e}^{3x/2}$. Dữ kiện cho dấu bằng, nên $f'(x)=c\mathrm{e}^{3x}$. Tích phân và dùng hai giá trị đầu mút được $c=18$, $f(x)=6e^{3x}-6$. Suy ra $I=-8+2e^3$.

Câu 116 [KM116] — **Tự luận**

Kết quả: $\frac{128}{3}$.

Hölder cho $\left|\int_0^2 f'(x)\,\mathrm{d}x\right|^4 \le 2^3\int_0^2 |f'(x)|^4\,\mathrm{d}x$. Dữ kiện cho dấu bằng, nên f' là hằng số; hai đầu mút xác định $f'=4$. Vậy $f(x)=4x$ và $I=\frac{128}{3}$.

MINH ĐI GIẢI ĐỀ

II. TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP NỀN TẢNG

Câu 117 [KM117] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{1563}{10}$.
Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{3x^5}{5}-\frac{x^2}{2}+5x$. Do đó

$$I=F(3)-F(0)=\frac{1563}{10}.$$

Câu 118 [KM118] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\frac{12\ln(3)}{5}+\frac{6\ln(14)}{5}$.
Đặt $u=5x+9$, $\mathrm{d}u=5\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{6\ln(5x+9)}{5}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{12\ln(3)}{5}+\frac{6\ln(14)}{5}.$$

Câu 119 [KM119] — **Đáp án A**

Kết quả: 3.
Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x)=e^{2x}$. Do đó

$$I=F(\frac{\ln(4)}{2})-F(0)=3.$$

Câu 120 [KM120] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{1}{2}$.
Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x)=-\frac{\cos(4x)}{2}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{8})-F(0)=\frac{1}{2}.$$

Câu 121 [KM121] — **Đáp án D**

Kết quả: $3+12\ln(2)$.
Ta có $F(x)=6\ln x+C$. Từ $F(1)=3$ suy ra $C=3$, nên $F(4)=3+6\ln(4)$.

Câu 122 [KM122] — **Đáp án A**

Kết quả: 1.
Tính tích phân được $\frac{m}{3}+\frac{4}{2}=\frac{7}{3}$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m=1$.

Câu 123 [KM123] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{22}{3}$.
Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 3x$. Do đó

$$I = F(1) - F(-1) = \frac{22}{3}.$$

Câu 124 [KM124] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{4\ln(3)}{3}$.
Đặt $u = 3x + 3$, $\mathrm{d}u = 3\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{4\ln(3x+3)}{3}$. Do đó

$$I = F(2) - F(0) = \frac{4\ln(3)}{3}.$$

Câu 125 [KM125] — **Đáp án A**

Kết quả: $\ln(5) + 8$.
Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x) = 3x + 2e^{3x}$. Do đó

$$I = F(\frac{\ln(5)}{3}) - F(0) = \ln(5) + 8.$$

Câu 126 [KM126] — **Đáp án B**

Kết quả: 6.
Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x) = 6\sin(x)$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = 6.$$

Câu 127 [KM127] — **Đáp án C**

Kết quả: $3\ln(2) + 5$.
Ta có $F(x) = 3\ln x + C$. Từ $F(1) = 5$ suy ra $C = 5$, nên $F(2) = 3\ln(2) + 5$.

Câu 128 [KM128] — **Đáp án A**

Kết quả: 2.
Tính tích phân được $\frac{m}{4} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m = 2$.

Câu 129 [KM129] — **Đáp án B**

Kết quả: 6.
Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{5x^2}{2} + 6x$. Do đó

$$I = F(2) - F(0) = 6.$$

Câu 130 [KM130] — **Đáp án C**

Kết quả: $-2\ln(2)+2\ln(3)$.
Đặt $u=x+6$, $\mathrm{d}u=1\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x)=2\ln(x+6)$. Do đó

$$I=F(3)-F(0)=-2\ln(2)+2\ln(3).$$

Câu 131 [KM131] — **Đáp án D**

Kết quả: $\ln(2)+4$.
Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x)=x+4e^x$. Do đó

$$I=F(\ln(2))-F(0)=\ln(2)+4.$$

Câu 132 [KM132] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{9}{2}$.
Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x)=-\frac{9\cos(2x)}{2}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{4})-F(0)=\frac{9}{2}.$$

Câu 133 [KM133] — **Đáp án C**

Kết quả: $6+8\ln(5)$.
Ta có $F(x)=8\ln x+C$. Từ $F(1)=6$ suy ra $C=6$, nên $F(5)=6+8\ln(5)$.

Câu 134 [KM134] — **Đáp án D**

Kết quả: 2.
Tính tích phân được $\frac{m}{5}+\frac{5}{2}=\frac{29}{10}$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m=2$.

Câu 135 [KM135] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{1668}{5}$.
Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{7x^5}{5}-3x^2+4x$. Do đó

$$I=F(3)-F(-1)=\frac{1668}{5}.$$

Câu 136 [KM136] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{15\ln(2)}{4}+\frac{5\ln(12)}{4}$.
Đặt $u=4x+8$, $\mathrm{d}u=4\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5\ln(4x+8)}{4}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{15\ln(2)}{4}+\frac{5\ln(12)}{4}.$$

Câu 137 [KM137] — **Đáp án D**

Kết quả: $1+2\ln(3)$.
Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x)=4x+\frac{e^{2x}}{2}$. Do đó

$$I=F(\frac{\ln(3)}{2})-F(0)=1+2\ln(3).$$

Câu 138 [KM138] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{4}{3}$.
Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{4\sin(3x)}{3}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{6})-F(0)=\frac{4}{3}.$$

Câu 139 [KM139] — **Đáp án B**

Kết quả: $1+5\ln(3)$.
Ta có $F(x)=5\ln x+C$. Từ $F(1)=1$ suy ra $C=1$, nên $F(3)=1+5\ln(3)$.

Câu 140 [KM140] — **Đáp án D**

Kết quả: 3.
Tính tích phân được $\frac{m}{2}+\frac{4}{2}=\frac{7}{2}$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m=3$.

Câu 141 [KM141] — **Đáp án A**

Kết quả: 8.
Tính tuyến tính cho $I=4\cdot 3-1\cdot 7+1\cdot 3=8$.

Câu 142 [KM142] — **Đáp án B**

Kết quả: 15.
Chèn cận 1: $\int_0^6 f=\int_0^1 f+\int_1^6 f$. Vậy $I=19-4=15$.

Câu 143 [KM143] — **Đáp án C**

Kết quả: -56.
Đổi chiều cận rồi dùng tính tuyến tính: $I=-(4\cdot 11+2\cdot 6)=-56$.

Câu 144 [KM144] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{13}{5}$.
Đặt $t=5x+4,\ \mathrm{d}t=5\,\mathrm{d}x$. Khi $x=0$, $t=4$; khi $x=3$, $t=19$. Vì vậy $I=\frac{1}{5}\int_4^{19} f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{13}{5}$.

Câu 145 [KM145] — **Đáp án B**

Kết quả: 64.
Vì f chẵn, $I = 8\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 64$.

Câu 146 [KM146] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{3888}{5}$.
Tích phân của hàm lẻ trên đoạn đối xứng bằng 0. Do đó $I = 2\displaystyle\int_0^3 8x^4\,\mathrm{d}x = \frac{3888}{5}$.

Câu 147 [KM147] — **Đáp án D**

Kết quả: -14.
Tính tuyến tính cho $I = 2\cdot 8 - 4\cdot 8 + 2\cdot 1 = -14$.

Câu 148 [KM148] — **Đáp án B**

Kết quả: 3.
Chèn cận 2: $\displaystyle\int_0^7 f = \int_0^2 f + \int_2^7 f$. Vậy $I = 10 - 7 = 3$.

Câu 149 [KM149] — **Đáp án C**

Kết quả: -27.
Đổi chiều cận rồi dùng tính tuyến tính: $I = -(5\cdot 3 + 3\cdot 4) = -27$.

Câu 150 [KM150] — **Đáp án D**

Kết quả: 2.
Đặt $t = 3 - 2x$, $\mathrm{d}t = -2\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 3$; khi $x = 1$, $t = 1$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{-2}\displaystyle\int_3^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 2$.

Câu 151 [KM151] — **Đáp án A**

Kết quả: 88.
Vì f chẵn, $I = 8\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 88$.

Câu 152 [KM152] — **Đáp án C**

Kết quả: 54.
Tích phân của hàm lẻ trên đoạn đối xứng bằng 0. Do đó $I = 2\displaystyle\int_0^3 3x^2\,\mathrm{d}x = 54$.

Câu 153 [KM153] — **Đáp án D**

Kết quả: 28.
Tính tuyến tính cho $I = 5\cdot 5 - 1\cdot 3 + 3\cdot 2 = 28$.

Câu 154 [KM154] — **Đáp án A**

Kết quả: 8.
Chèn cận 3: $\displaystyle\int_0^8 f = \int_0^3 f + \int_3^8 f$. Vậy $I = 12 - 4 = 8$.

Câu 155 [KM155] — **Đáp án B**

Kết quả: -14.
Đổi chiều cận rồi dùng tính tuyến tính: $I = -(2 \cdot 6 + 1 \cdot 2) = -14$.

Câu 156 [KM156] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{7}{3}$.
Đặt $t = 3x + 1$, $\mathrm{d}t = 3\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 1$; khi $x = 2$, $t = 7$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{3}\displaystyle\int_1^7 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{7}{3}$.

Câu 157 [KM157] — **Đáp án A**

Kết quả: 30.
Vì f chẵn, $I = 10\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 30$.

Câu 158 [KM158] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{16}{3}$.
Tích phân của hàm lẻ trên đoạn đối xứng bằng 0. Do đó $I = 2\displaystyle\int_0^1 8x^2\,\mathrm{d}x = \frac{16}{3}$.

Câu 159 [KM159] — **Đáp án C**

Kết quả: 26.
Tính tuyến tính cho $I = 3 \cdot 10 - 4 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = 26$.

Câu 160 [KM160] — **Đáp án A**

Kết quả: 12.
Chèn cận 1: $\displaystyle\int_0^5 f = \int_0^1 f + \int_1^5 f$. Vậy $I = 14 - 2 = 12$.

Câu 161 [KM161] — **Đáp án B**

Kết quả: -34.
Đổi chiều cận rồi dùng tính tuyến tính: $I = -(3 \cdot 8 + 2 \cdot 5) = -34$.

Câu 162 [KM162] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{9}{4}$.
Đặt $t = 4x + 4$, $\mathrm{d}t = 4\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 4$; khi $x = 3$, $t = 16$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{4}\displaystyle\int_4^{16} f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{9}{4}$.

Câu 163 [KM163] — **Đáp án D**

Kết quả: 60.
Vì f chẵn, $I = 10\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 60$.

Câu 164 [KM164] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{192}{5}$.
Tích phân của hàm lẻ trên đoạn đối xứng bằng 0. Do đó $I = 2\displaystyle\int_0^2 3x^4\,\mathrm{d}x = \frac{192}{5}$.

Câu 165 [KM165] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{2101}{5}$.
Đặt $u = x^2+4,\ \mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 4 và 5. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\left(x^2+4\right)^5}{5}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = \frac{2101}{5}.$$

Câu 166 [KM166] — **Đáp án D**

Kết quả: 9.
Đặt $u = \ln x,\ \mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 3. Một nguyên hàm là $F(x) = \ln(x)^2$. Do đó

$$I = F(e^3) - F(1) = 9.$$

Câu 167 [KM167] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{218}{3}$.
Đặt $u = \mathrm{e}^x + 4,\ \mathrm{d}u = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(e^x+4)^3}{3}$. Do đó

$$I = F(\ln(3)) - F(0) = \frac{218}{3}.$$

Câu 168 [KM168] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{3325}{6}$.
Đặt $u = \sin x + 2,\ \mathrm{d}u = \cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 2 và 3. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{5(\sin(x)+2)^6}{6}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = \frac{3325}{6}.$$

Câu 169 [KM169] — **Đáp án D**

Kết quả: 5.
Chọn $u = 5x,\ \mathrm{d}v = \mathrm{e}^{1x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u = 5\,\mathrm{d}x,\ v = \mathrm{e}^{1x}/1$. Một nguyên hàm là $F(x) = (5x-5)\,e^x$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = 5.$$

Câu 170 [KM170] — **Đáp án A**

Kết quả: $-\frac{26}{9}+9\ln(3)$.

Chọn $u=\ln x,\ \mathrm{d}v=x^2\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{x^3}{3}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{x^3\ln(x)}{3}-\frac{x^3}{9}$. Do đó

$$I=F(3)-F(1)=-\frac{26}{9}+9\ln(3).$$

Câu 171 [KM171] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{91}{3}$.

Đặt $u=x^3+5,\ \mathrm{d}u=3x^2\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 5 và 6. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(x^3+5)^3}{3}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{91}{3}.$$

Câu 172 [KM172] — **Đáp án D**

Kết quả: 1.

Đặt $u=\ln x,\ \mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 1. Một nguyên hàm là $F(x)=\ln(x)^4$. Do đó

$$I=F(e)-F(1)=1.$$

Câu 173 [KM173] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{11}{2}$.

Đặt $u=\mathrm{e}^x+4,\ \mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(e^x+4)^2}{2}$. Do đó

$$I=F(\ln(2))-F(0)=\frac{11}{2}.$$

Câu 174 [KM174] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{2}{3}$.

Đặt $u=\sin x+0,\ \mathrm{d}u=\cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 0 và 1. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{2\sin^3(x)}{3}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{2})-F(0)=\frac{2}{3}.$$

Câu 175 [KM175] — **Đáp án C**

Kết quả: e^2.

Chọn $u=2x+1,\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u=2\,\mathrm{d}x,\ v=\mathrm{e}^{2x}/2$. Một nguyên hàm là $F(x)=xe^{2x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=e^2.$$

Câu 176 [KM176] — **Đáp án A**

Kết quả: $-25+\frac{405\ln(3)}{4}$.

Chọn $u=\ln x$, $\mathrm{d}v=5x^3\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{5x^4}{4}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5x^4\ln(x)}{4}-\frac{5x^4}{16}$. Do đó

$$I=F(3)-F(1)=-25+\frac{405\ln(3)}{4}.$$

Câu 177 [KM177] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{211}{5}$.

Đặt $u=x^2+2$, $\mathrm{d}u=2x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 2 và 3. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{\left(x^2+2\right)^5}{5}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{211}{5}.$$

Câu 178 [KM178] — **Đáp án C**

Kết quả: 20.

Đặt $u=\ln x$, $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 2. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5\ln(x)^4}{4}$. Do đó

$$I=F(e^2)-F(1)=20.$$

Câu 179 [KM179] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{175}{4}$.

Đặt $u=\mathrm{e}^x+2$, $\mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(e^x+2)^4}{4}$. Do đó

$$I=F(\ln(2))-F(0)=\frac{175}{4}.$$

Câu 180 [KM180] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{3}{4}$.

Đặt $u=\sin x+0$, $\mathrm{d}u=\cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 0 và 1. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{3\sin^4(x)}{4}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{2})-F(0)=\frac{3}{4}.$$

Câu 181 [KM181] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{1}{3}+\frac{5e^3}{3}$.

Chọn $u=6x+1$, $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u=6\,\mathrm{d}x$, $v=\mathrm{e}^{3x}/3$. Một nguyên hàm là $F(x)=\left(2x-\frac{1}{3}\right)e^{3x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{1}{3}+\frac{5e^3}{3}.$$

Câu 182 [KM182] — **Đáp án D**

Kết quả: $-15+64\ln(2)$.
Chọn $u=\ln x,\ \mathrm{d}v=4x\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=2x^2$. Một nguyên hàm là $F(x)=2x^2\ln(x)-x^2$. Do đó
$$I=F(4)-F(1)=-15+64\ln(2).$$

Câu 183 [KM183] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{37}{3}$.
Đặt $u=x^3+3,\ \mathrm{d}u=3x^2\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 3 và 4. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(x^3+3)^3}{3}$. Do đó
$$I=F(1)-F(0)=\frac{37}{3}.$$

Câu 184 [KM184] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{1}{2}$.
Đặt $u=\ln x,\ \mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 1. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{\ln(x)^2}{2}$. Do đó
$$I=F(e)-F(1)=\frac{1}{2}.$$

Câu 185 [KM185] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{56}{3}$.
Đặt $u=\mathrm{e}^x+1,\ \mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(e^x+1)^3}{3}$. Do đó
$$I=F(\ln(3))-F(0)=\frac{56}{3}.$$

Câu 186 [KM186] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{4}{5}$.
Đặt $u=\sin x+0,\ \mathrm{d}u=\cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 0 và 1. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{4\sin^5(x)}{5}$. Do đó
$$I=F(\frac{\pi}{2})-F(0)=\frac{4}{5}.$$

Câu 187 [KM187] — **Đáp án B**

Kết quả: $2+2e$.
Chọn $u=4x+2,\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{1x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u=4\,\mathrm{d}x,\ v=\mathrm{e}^{1x}/1$. Một nguyên hàm là $F(x)=(4x-2)\,e^x$. Do đó
$$I=F(1)-F(0)=2+2e.$$

Câu 188 [KM188] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\frac{14}{9}+\frac{16\ln(2)}{3}$.
Chọn $u=\ln x$, $\mathrm{d}v=2x^2\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{2x^3}{3}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{2x^3\ln(x)}{3}-\frac{2x^3}{9}$. Do đó

$$I=F(2)-F(1)=-\frac{14}{9}+\frac{16\ln(2)}{3}.$$

Câu 189 [KM189] — **Đáp án A**

Kết quả: 68.
Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x=3$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I=-\int_{-2}^{3}(4x-12)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{6}(4x-12)\,\mathrm{d}x=68.$$

Câu 190 [KM190] — **Đáp án B**

Kết quả: 17.
Đặt $p(x)=(x-3)(3x-6)$. Hai nghiệm là 2 và 3. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I=\int_{0}^{2}p(x)\,\mathrm{d}x-\int_{2}^{3}p(x)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{4}p(x)\,\mathrm{d}x=17.$$

Câu 191 [KM191] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{155}{2}$.
Hai hàm bằng nhau tại $x=0$ và $x=3$. Trên $[0;3]$ chọn $9x$; trên $[3;4]$ chọn $3x^2$. Do đó

$$I=\int_{0}^{3}(9x)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{4}\left(3x^2\right)\,\mathrm{d}x=\frac{155}{2}.$$

Câu 192 [KM192] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{9}{2}$.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I=\int_{-3}^{0}\left(x^2\right)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{3}(-x)\,\mathrm{d}x=\frac{9}{2}.$$

Câu 193 [KM193] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{68}{3}$.
Tính liên tục tại 0 cho $m=6$. Chia đoạn tại 0: $I=\int_{-2}^{0}(2x+6)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}(x^2+6)\,\mathrm{d}x=\frac{68}{3}$.

Câu 194 [KM194] — **Đáp án C**

Kết quả: 18.
Công thức đạo hàm tích phân có cận biến thiên cho

$$G'(x) = -x^3 + 2x\left(\left(x^2+1\right)^3 + 3\right) - 3.$$

Thay $x = 1$, được $G'(1) = 18$.

Câu 195 [KM195] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{133}{3}$.
Diện tích là $S = \int_0^4 |7x^2 - 21x|\,\mathrm{d}x$. Hàm đổi dấu tại $x = 3$ trong đoạn; do đó $S = -\int_0^3 (7x^2 - 21x)\,\mathrm{d}x + \int_3^4 (7x^2 - 21x)\,\mathrm{d}x = \frac{133}{3}$.

Câu 196 [KM196] — **Đáp án B**

Kết quả: 24.
Chia đoạn thành 3 đoạn có độ dài 4. Nhờ tính tuần hoàn, tích phân trên mỗi đoạn bằng 8. Do đó $I = 3 \cdot 8 = 24$.

Câu 197 [KM197] — **Đáp án C**

Kết quả: 1.
Với $0 \le m \le 2$, tích phân bằng $\dfrac{m^2}{2} + \dfrac{(4-m)^2}{2}$. Phương trình tương đương $(m-1)(m-3) = 0$. Điều kiện $m \le 2$ chọn duy nhất $m = 1$.

Câu 198 [KM198] — **Đáp án D**

Kết quả: 15.
Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x = 1$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I = -\int_0^1 (3x-3)\,\mathrm{d}x + \int_1^4 (3x-3)\,\mathrm{d}x = 15.$$

Câu 199 [KM199] — **Đáp án A**

Kết quả: 28.
Đặt $p(x) = (x-4)(3x-6)$. Hai nghiệm là 2 và 4. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I = \int_0^2 p(x)\,\mathrm{d}x - \int_2^4 p(x)\,\mathrm{d}x + \int_4^5 p(x)\,\mathrm{d}x = 28.$$

Câu 200 [KM200] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{155}{6}$.
Hai hàm bằng nhau tại $x = 0$ và $x = 3$. Trên $[0;3]$ chọn $3x$; trên $[3;4]$ chọn x^2. Do đó

$$I = \int_0^3 (3x)\,\mathrm{d}x + \int_3^4 \left(x^2\right)\,\mathrm{d}x = \frac{155}{6}.$$

Câu 201 [KM201] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{13}{2}$.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I = \int_{-2}^0 \left(3x^2\right)\,\mathrm{d}x + \int_0^1 (-3x)\,\mathrm{d}x = \frac{13}{2}.$$

Câu 202 [KM202] — **Đáp án A**

Kết quả: 3.
Tính liên tục tại 0 cho $m = 2$. Chia đoạn tại 0: $I = \int_{-3}^0 (4x+2)\,\mathrm{d}x + \int_0^3 (x^2+2)\,\mathrm{d}x = 3$.

Câu 203 [KM203] — **Đáp án B**

Kết quả: 498.
Công thức đạo hàm tích phân có cận biến thiên cho

$$G'(x) = -x^3 + 2x\left(\left(x^2+1\right)^3 + 2\right) - 2.$$

Thay $x = 2$, được $G'(2) = 498$.

Câu 204 [KM204] — **Đáp án D**

Kết quả: 39.
Diện tích là $S = \int_0^5 |3x^2 - 12x|\,\mathrm{d}x$. Hàm đổi dấu tại $x = 4$ trong đoạn; do đó $S = -\int_0^4 (3x^2 - 12x)\,\mathrm{d}x + \int_4^5 (3x^2 - 12x)\,\mathrm{d}x = 39$.

Câu 205 [KM205] — **Đáp án A**

Kết quả: 12.
Chia đoạn thành 4 đoạn có độ dài 4. Nhờ tính tuần hoàn, tích phân trên mỗi đoạn bằng 3. Do đó $I = 4 \cdot 3 = 12$.

Câu 206 [KM206] — **Đáp án B**

Kết quả: 1.
Với $0 \le m \le 3$, tích phân bằng $\dfrac{m^2}{2} + \dfrac{(6-m)^2}{2}$. Phương trình tương đương $(m-1)(m-5) = 0$.
Điều kiện $m \le 3$ chọn duy nhất $m = 1$.

Câu 207 [KM207] — **Đáp án C**

Kết quả: 9.
Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x=2$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I=-\int_{-1}^{2}(x-2)\,\mathrm{d}x+\int_{2}^{5}(x-2)\,\mathrm{d}x=9.$$

Câu 208 [KM208] — **Đáp án A**

Kết quả: 45.
Đặt $p(x)=(x-5)(3x-6)$. Hai nghiệm là 2 và 5. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I=\int_{0}^{2}p(x)\,\mathrm{d}x-\int_{2}^{5}p(x)\,\mathrm{d}x+\int_{5}^{6}p(x)\,\mathrm{d}x=45.$$

Câu 209 [KM209] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{775}{6}$.
Hai hàm bằng nhau tại $x=0$ và $x=3$. Trên $[0;3]$ chọn $15x$; trên $[3;4]$ chọn $5x^2$. Do đó

$$I=\int_{0}^{3}(15x)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{4}\left(5x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{775}{6}.$$

Câu 210 [KM210] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{25}{3}$.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I=\int_{-1}^{0}\left(5x^2\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}(-5x)\,\mathrm{d}x=-\frac{25}{3}.$$

III. TRẮC NGHIỆM CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Câu 211 [KM211] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\frac{\ln(3)}{6}+\frac{\ln(2)}{3}$.

Phân tích $\dfrac{1}{(x+2)(x+8)}=\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+8}\right)$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{\ln(x+2)}{6}-\frac{\ln(x+8)}{6}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{\ln(3)}{6}+\frac{\ln(2)}{3}.$$

Câu 212 [KM212] — **Đáp án B**

Kết quả: $-55\ln(5)-9+55\ln(6)$.

Chia đa thức: hàm dưới dấu tích phân bằng $2x-10+\dfrac{55}{x+5}$. Một nguyên hàm là $F(x)=x^2-10x+55\ln(x+5)$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-55\ln(5)-9+55\ln(6).$$

Câu 213 [KM213] — **Đáp án C**

Kết quả: $-2\ln(2)+2\ln(3)$.

Đặt $u=x+4$, $\mathrm{d}u=1\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x)=2\ln(x+4)$. Do đó

$$I=F(2)-F(0)=-2\ln(2)+2\ln(3).$$

Câu 214 [KM214] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{4651}{5}$.

Đặt $u=x^3+5$, $\mathrm{d}u=3x^2\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 5 và 6. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(x^3+5)^5}{5}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{4651}{5}.$$

Câu 215 [KM215] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{38}{3}$.

Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{7x^3}{3}-2x^2+4x$. Do đó

$$I=F(1)-F(-1)=\frac{38}{3}.$$

Câu 216 [KM216] — **Đáp án C**

Kết quả: 6.

Tính tích phân được $\dfrac{m}{4}+\dfrac{5}{2}=4$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m=6$.

Câu 217 [KM217] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\ln(6)+\frac{\ln(42)}{2}$.

Phân tích $\dfrac{1}{(x+3)(x+7)}=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{1}{x+7}\right)$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{\ln(x+3)}{2}-\frac{\ln(x+7)}{2}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\ln(6)+\frac{\ln(42)}{2}.$$

Câu 218 [KM218] — **Đáp án A**

Kết quả: $-50\ln(3)-\frac{25}{2}+100\ln(2)$.

Chia đa thức: hàm dưới dấu tích phân bằng $5x-15+\dfrac{50}{x+3}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5x^2}{2}-15x+50\ln(x+3)$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-50\ln(3)-\frac{25}{2}+100\ln(2).$$

Câu 219 [KM219] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{5\ln(3)}{4}$.

Đặt $u=4x+6$, $\mathrm{d}u=4\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5\ln(4x+6)}{4}$. Do đó

$$I=F(3)-F(0)=\frac{5\ln(3)}{4}.$$

Câu 220 [KM220] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{15}{4}$.

Đặt $u=x^2+1$, $\mathrm{d}u=2x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 1 và 2. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{\left(x^2+1\right)^4}{4}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{15}{4}.$$

Câu 221 [KM221] — **Đáp án A**

Kết quả: 16.

Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{3x^4}{2}-3x^2+2x$. Do đó

$$I=F(2)-F(0)=16.$$

Câu 222 [KM222] — **Đáp án B**

Kết quả: 1.

Tính tích phân được $\dfrac{m}{5}+\dfrac{3}{2}=\frac{17}{10}$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m=1$.

Câu 223 [KM223] — **Đáp án C**

Kết quả: $-2\ln(14)+\frac{\ln(210)}{2}+\ln(15)$.

Phân tích $\dfrac{1}{(x+4)(x+6)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x+4}-\dfrac{1}{x+6}\right)$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{3\ln(x+4)}{2}-\frac{3\ln(x+6)}{2}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-2\ln(14)+\frac{\ln(210)}{2}+\ln(15).$$

Câu 224 [KM224] — **Đáp án A**

Kết quả: $-\frac{3}{2}+4\ln(2)$.

Chia đa thức: hàm dưới dấu tích phân bằng $3x-3+\dfrac{4}{x+1}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{3x^2}{2}-3x+4\ln(x+1)$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{3}{2}+4\ln(2).$$

Câu 225 [KM225] — **Đáp án B**

Kết quả: $-3\ln(3)+\frac{3\ln(11)}{2}$.

Đặt $u=2x+9$, $\mathrm{d}u=2\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{3\ln(2x+9)}{2}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-3\ln(3)+\frac{3\ln(11)}{2}.$$

Câu 226 [KM226] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{211}{5}$.

Đặt $u=x^3+2$, $\mathrm{d}u=3x^2\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 2 và 3. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(x^3+2)^5}{5}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{211}{5}.$$

Câu 227 [KM227] — **Đáp án D**

Kết quả: 256.

Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x)=x^5-x^2+5x$. Do đó

$$I=F(3)-F(-1)=256.$$

Câu 228 [KM228] — **Đáp án B**

Kết quả: 2.

Tính tích phân được $\dfrac{m}{2}+\dfrac{2}{2}=2$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m=2$.

Câu 229 [KM229] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\ln(7)+\ln(2)+\frac{\ln(4536)}{5}$.

Phân tích $\dfrac{1}{(x+1)(x+6)}=\dfrac{1}{5}\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+6}\right)$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{4\ln(x+1)}{5}-\frac{4\ln(x+6)}{5}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\ln(7)+\ln(2)+\frac{\ln(4536)}{5}.$$

Câu 230 [KM230] — **Đáp án D**

Kết quả: $-162\ln(2)-\frac{35}{2}+81\ln(5)$.

Chia đa thức: hàm dưới dấu tích phân bằng $5x-20+\dfrac{81}{x+4}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5x^2}{2}-20x+81\ln(x+4)$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-162\ln(2)-\frac{35}{2}+81\ln(5).$$

Câu 231 [KM231] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{6\ln(6)}{5}$.

Đặt $u=5x+2$, $\mathrm{d}u=5\,\mathrm{d}x$. Mẫu số dương trên đoạn lấy tích phân. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{6\ln(5x+2)}{5}$. Do đó

$$I=F(2)-F(0)=\frac{6\ln(6)}{5}.$$

Câu 232 [KM232] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{61}{3}$.

Đặt $u=x^2+4$, $\mathrm{d}u=2x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 4 và 5. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{\left(x^2+4\right)^3}{3}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{61}{3}.$$

Câu 233 [KM233] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{7}{3}$.

Lấy nguyên hàm từng hạng tử của đa thức. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{4x^3}{3}-2x^2+3x$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{7}{3}.$$

Câu 234 [KM234] — **Đáp án A**

Kết quả: 2.

Tính tích phân được $\dfrac{m}{3}+\dfrac{5}{2}=\frac{19}{6}$. Giải phương trình bậc nhất theo m cho $m=2$.

Câu 235 [KM235] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{15}{2}$.

Đặt $u = \sin x + 1$, $\mathrm{d}u = \cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 1 và 2. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(\sin(x)+1)^4}{2}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = \frac{15}{2}.$$

Câu 236 [KM236] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{\pi}{3}$.

Hạ bậc $\sin^2(3x) = \dfrac{1-\cos(6x)}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x) = 2x - \frac{\sin(6x)}{6}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{6}) - F(0) = \frac{\pi}{3}.$$

Câu 237 [KM237] — **Đáp án A**

Kết quả: 2π.

Đổi $x = \pi/2 - t$. Cộng tích phân ban đầu với tích phân mới được $2I = \int_0^{\pi/2} 8\,\mathrm{d}x = 4\pi$, suy ra $I = 2\pi$. Mẫu số dương trên toàn đoạn.

Câu 238 [KM238] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{\sqrt{3}\pi^2}{9}$.

Hàm $h(x) = \sin x/(3+\cos^2 x)$ thỏa $h(\pi - x) = h(x)$. Vì thế $I = \dfrac{2\pi}{2}\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $u = \cos x$ cho $\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \dfrac{\mathrm{d}u}{3+u^2} = \frac{\sqrt{3}\pi}{9}$. Suy ra $I = \frac{\sqrt{3}\pi^2}{9}$.

Câu 239 [KM239] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{3}{2}$.

Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x) = -\frac{3\cos(2x)}{2}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{4}) - F(0) = \frac{3}{2}.$$

Câu 240 [KM240] — **Đáp án A**

Kết quả: 4.

Đặt $u = 2x$, cận mới là 0 và 1π. Hàm $|\sin u|$ có chu kỳ π và $\int_0^{\pi} |\sin u|\,\mathrm{d}u = 2$. Do đó $I = \dfrac{4}{2}\cdot 1\cdot 2 = 4$.

Câu 241 [KM241] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{63}{2}$.

Đặt $u = \sin x + 1$, $\mathrm{d}u = \cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 1 và 2. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(\sin(x)+1)^6}{2}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = \frac{63}{2}.$$

Câu 242 [KM242] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{7\pi}{16}$.

Hạ bậc $\sin^2(4x) = \dfrac{1-\cos(8x)}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{7x}{2} - \frac{5\sin(8x)}{16}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{8}) - F(0) = \frac{7\pi}{16}.$$

Câu 243 [KM243] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{\pi}{4}$.

Đổi $x = \pi/2 - t$. Cộng tích phân ban đầu với tích phân mới được $2I = \int_0^{\pi/2} 1\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{2}$, suy ra $I = \frac{\pi}{4}$. Mẫu số dương trên toàn đoạn.

Câu 244 [KM244] — **Đáp án B**

Kết quả: $\dfrac{\sqrt{5}\pi\,\mathrm{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$.

Hàm $h(x) = \sin x/(5+\cos^2 x)$ thỏa $h(\pi - x) = h(x)$. Vì thế $I = \dfrac{1\pi}{2}\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $u = \cos x$ cho $\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \dfrac{\mathrm{d}u}{5+u^2} = \dfrac{2\sqrt{5}\,\mathrm{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$. Suy ra $I = \dfrac{\sqrt{5}\pi\,\mathrm{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$.

Câu 245 [KM245] — **Đáp án C**

Kết quả: 2.

Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x) = 2\sin(3x)$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{6}) - F(0) = 2.$$

Câu 246 [KM246] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{4}{3}$.

Đặt $u = 3x$, cận mới là 0 và 2π. Hàm $|\sin u|$ có chu kỳ π và $\int_0^{\pi} |\sin u|\,\mathrm{d}u = 2$. Do đó $I = \dfrac{1}{3}\cdot 2\cdot 2 = \frac{4}{3}$.

Câu 247 [KM247] — **Đáp án A**

Kết quả: 42.

Đặt $u = \sin x + 1$, $\mathrm{d}u = \cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 1 và 2. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{2(\sin(x)+1)^6}{3}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = 42.$$

Câu 248 [KM248] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{3\pi}{2}$.

Hạ bậc $\sin^2(1x) = \dfrac{1-\cos(2x)}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x) = 3x - \frac{\sin(2x)}{2}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = \frac{3\pi}{2}.$$

Câu 249 [KM249] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{3\pi}{4}$.

Đổi $x = \pi/2 - t$. Cộng tích phân ban đầu với tích phân mới được $2I = \int_0^{\pi/2} 3\,\mathrm{d}x = \frac{3\pi}{2}$, suy ra $I = \frac{3\pi}{4}$. Mẫu số dương trên toàn đoạn.

Câu 250 [KM250] — **Đáp án A**

Kết quả: $\dfrac{7\sqrt{6}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}{6}$.

Hàm $h(x) = \sin x/(6+\cos^2 x)$ thỏa $h(\pi - x) = h(x)$. Vì thế $I = \dfrac{7\pi}{2}\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $u = \cos x$ cho $\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \dfrac{\mathrm{d}u}{6+u^2} = \dfrac{\sqrt{6}\operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}{3}$. Suy ra $I = \dfrac{7\sqrt{6}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)}{6}$.

Câu 251 [KM251] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{9}{4}$.

Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x) = -\frac{9\cos(4x)}{4}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{8}) - F(0) = \frac{9}{4}.$$

Câu 252 [KM252] — **Đáp án D**

Kết quả: 24.

Đặt $u = 1x$, cận mới là 0 và 2π. Hàm $|\sin u|$ có chu kỳ π và $\int_0^{\pi} |\sin u|\,\mathrm{d}u = 2$. Do đó $I = \dfrac{6}{1}\cdot 2\cdot 2 = 24$.

Câu 253 [KM253] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{95}{3}$.

Đặt $u = \sin x + 2$, $\mathrm{d}u = \cos x\,\mathrm{d}x$. Hai cận mới là 2 và 3. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{5(\sin(x)+2)^3}{3}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = \frac{95}{3}.$$

Câu 254 [KM254] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{9\pi}{8}$.

Hạ bậc $\sin^2(2x) = \dfrac{1-\cos(4x)}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{9x}{2} - \frac{5\sin(4x)}{8}$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{4}) - F(0) = \frac{9\pi}{8}.$$

Câu 255 [KM255] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{5\pi}{4}$.

Đổi $x = \pi/2 - t$. Cộng tích phân ban đầu với tích phân mới được $2I = \int_0^{\pi/2} 5\,\mathrm{d}x = \frac{5\pi}{2}$, suy ra $I = \frac{5\pi}{4}$. Mẫu số dương trên toàn đoạn.

Câu 256 [KM256] — **Đáp án A**

Kết quả: $3\sqrt{2}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Hàm $h(x) = \sin x/(2+\cos^2 x)$ thỏa $h(\pi - x) = h(x)$. Vì thế $I = \dfrac{6\pi}{2}\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $u = \cos x$ cho $\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \dfrac{\mathrm{d}u}{2+u^2} = \sqrt{2}\operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Suy ra $I = 3\sqrt{2}\pi\operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 257 [KM257] — **Đáp án B**

Kết quả: 5.

Dùng công thức nguyên hàm lượng giác, chú ý hệ số của góc. Một nguyên hàm là $F(x) = 5\sin(x)$. Do đó

$$I = F(\frac{\pi}{2}) - F(0) = 5.$$

Câu 258 [KM258] — **Đáp án C**

Kết quả: 9.

Đặt $u = 2x$, cận mới là 0 và 3π. Hàm $|\sin u|$ có chu kỳ π và $\int_0^{\pi} |\sin u|\,\mathrm{d}u = 2$. Do đó $I = \dfrac{3}{2}\cdot 3\cdot 2 = 9$.

Câu 259 [KM259] — **Đáp án D**

Kết quả: e^3.

Chọn $u = 3x+1$, $\mathrm{d}v = \mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u = 3\,\mathrm{d}x$, $v = \mathrm{e}^{3x}/3$. Một nguyên hàm là $F(x) = xe^{3x}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = e^3.$$

Câu 260 [KM260] — **Đáp án B**

Kết quả: $-\frac{15}{4}+10\ln(2)$.
Chọn $u=\ln x$, $\mathrm{d}v=5x\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{5x^2}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5x^2\ln(x)}{2}-\frac{5x^2}{4}$. Do đó

$$I=F(2)-F(1)=-\frac{15}{4}+10\ln(2).$$

Câu 261 [KM261] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{5}{9}+\frac{2\pi}{9}$.
Chọn $u=4x+3$, $\mathrm{d}v=\cos(3x)\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(4x+3)\sin(3x)}{3}+\frac{4\cos(3x)}{9}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{6})-F(0)=\frac{5}{9}+\frac{2\pi}{9}.$$

Câu 262 [KM262] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\frac{14}{27}+\frac{35e^3}{27}$.
Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x)=7\left(\frac{x^2}{3}-\frac{2x}{9}+\frac{2}{27}\right)e^{3x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{14}{27}+\frac{35e^3}{27}.$$

Câu 263 [KM263] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{3}{5}+\frac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{5}$.
Từng phần hai lần rồi chuyển tích phân xuất hiện lại sang vế trái; cũng có thể kiểm tra trực tiếp đạo hàm nguyên hàm sau. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(\sin(3x)-3\cos(3x))e^x}{5}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{3})-F(0)=\frac{3}{5}+\frac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{5}.$$

Câu 264 [KM264] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{4}{9}+\frac{17e^3}{9}$.
Chọn $u=7x+1$, $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u=7\,\mathrm{d}x$, $v=\mathrm{e}^{3x}/3$. Một nguyên hàm là $F(x)=\left(\frac{7x}{3}-\frac{4}{9}\right)e^{3x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=\frac{4}{9}+\frac{17e^3}{9}.$$

Câu 265 [KM265] — **Đáp án D**

Kết quả: $-6+\frac{27\ln(3)}{2}$.
Chọn $u=\ln x$, $\mathrm{d}v=3x\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{3x^2}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{3x^2\ln(x)}{2}-\frac{3x^2}{4}$. Do đó

$$I=F(3)-F(1)=-6+\frac{27\ln(3)}{2}.$$

Câu 266 [KM266] — **Đáp án A**

Kết quả: $-8+4\pi$.
Chọn $u=8x,\ \mathrm{d}v=\cos(1x)\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=8x\sin(x)+8\cos(x)$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{2})-F(0)=-8+4\pi.$$

Câu 267 [KM267] — **Đáp án B**

Kết quả: $-\frac{2}{9}+\frac{5e^3}{9}$.
Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x)=3\left(\frac{x^2}{3}-\frac{2x}{9}+\frac{2}{27}\right)e^{3x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{2}{9}+\frac{5e^3}{9}.$$

Câu 268 [KM268] — **Đáp án D**

Kết quả: $2+2e^{\pi}$.
Từng phần hai lần rồi chuyển tích phân xuất hiện lại sang vế trái; cũng có thể kiểm tra trực tiếp đạo hàm nguyên hàm sau. Một nguyên hàm là $F(x)=2\left(\sin(x)-\cos(x)\right)e^{x}$. Do đó

$$I=F(\pi)-F(0)=2+2e^{\pi}.$$

Câu 269 [KM269] — **Đáp án A**

Kết quả: $-\frac{2}{9}+\frac{14e^3}{9}$.
Chọn $u=4x+2,\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u=4\,\mathrm{d}x,\ v=\mathrm{e}^{3x}/3$. Một nguyên hàm là $F(x)=\left(\frac{4x}{3}+\frac{2}{9}\right)e^{3x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{2}{9}+\frac{14e^3}{9}.$$

Câu 270 [KM270] — **Đáp án B**

Kết quả: $-\frac{15}{4}+16\ln(2)$.
Chọn $u=\ln x,\ \mathrm{d}v=x\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{x^2}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{x^2\ln(x)}{2}-\frac{x^2}{4}$. Do đó

$$I=F(4)-F(1)=-\frac{15}{4}+16\ln(2).$$

Câu 271 [KM271] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{4}{9}+\frac{2\pi}{9}$.
Chọn $u=4x,\ \mathrm{d}v=\cos(3x)\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{4x\sin(3x)}{3}+\frac{4\cos(3x)}{9}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{6})-F(0)=-\frac{4}{9}+\frac{2\pi}{9}.$$

Câu 272 [KM272] — **Đáp án A**

Kết quả: $-16+8e$.
Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x)=8\left(x^2-2x+2\right)e^x$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-16+8e.$$

Câu 273 [KM273] — **Đáp án B**

Kết quả: $2+2e^{\frac{\pi}{2}}$.
Từng phần hai lần rồi chuyển tích phân xuất hiện lại sang vế trái; cũng có thể kiểm tra trực tiếp đạo hàm nguyên hàm sau. Một nguyên hàm là $F(x)=\left(\sin(2x)-2\cos(2x)\right)e^x$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{2})-F(0)=2+2e^{\frac{\pi}{2}}.$$

Câu 274 [KM274] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{8}{9}+\frac{11e^3}{9}$.
Chọn $u=x+3$, $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u=1\,\mathrm{d}x$, $v=\mathrm{e}^{3x}/3$. Một nguyên hàm là $F(x)=\left(\frac{x}{3}+\frac{8}{9}\right)e^{3x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{8}{9}+\frac{11e^3}{9}.$$

Câu 275 [KM275] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\frac{75}{4}+80\ln(2)$.
Chọn $u=\ln x$, $\mathrm{d}v=5x\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{5x^2}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5x^2\ln(x)}{2}-\frac{5x^2}{4}$. Do đó

$$I=F(4)-F(1)=-\frac{75}{4}+80\ln(2).$$

Câu 276 [KM276] — **Đáp án B**

Kết quả: $-7+4\pi$.
Chọn $u=8x+1$, $\mathrm{d}v=\cos(1x)\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=(8x+1)\sin(x)+8\cos(x)$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{2})-F(0)=-7+4\pi.$$

Câu 277 [KM277] — **Đáp án C**

Kết quả: $-8+4e$.
Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x)=4\left(x^2-2x+2\right)e^x$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-8+4e.$$

Câu 278 [KM278] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{3}{10}+\frac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{10}$.
Từng phần hai lần rồi chuyển tích phân xuất hiện lại sang vế trái; cũng có thể kiểm tra trực tiếp đạo hàm nguyên hàm sau. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(\sin(3x)-3\cos(3x))e^x}{10}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{3})-F(0)=\frac{3}{10}+\frac{3e^{\frac{\pi}{3}}}{10}.$$

Câu 279 [KM279] — **Đáp án A**

Kết quả: $-\frac{4}{9}+\frac{19e^3}{9}$.
Chọn $u=5x+3$, $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$; khi đó $\mathrm{d}u=5\,\mathrm{d}x$, $v=\mathrm{e}^{3x}/3$. Một nguyên hàm là $F(x)=\left(\frac{5x}{3}+\frac{4}{9}\right)e^{3x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{4}{9}+\frac{19e^3}{9}.$$

Câu 280 [KM280] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{9}{4}+6\ln(2)$.
Chọn $u=\ln x$, $\mathrm{d}v=3x\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x/x$ và $v=\frac{3x^2}{2}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{3x^2\ln(x)}{2}-\frac{3x^2}{4}$. Do đó

$$I=F(2)-F(1)=-\frac{9}{4}+6\ln(2).$$

Câu 281 [KM281] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\frac{1}{9}+\frac{2\pi}{9}$.
Chọn $u=4x+1$, $\mathrm{d}v=\cos(3x)\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(4x+1)\sin(3x)}{3}+\frac{4\cos(3x)}{9}$. Do đó

$$I=F(\frac{\pi}{6})-F(0)=-\frac{1}{9}+\frac{2\pi}{9}.$$

Câu 282 [KM282] — **Đáp án A**

Kết quả: $-\frac{16}{27}+\frac{40e^3}{27}$.
Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x)=8\left(\frac{x^2}{3}-\frac{2x}{9}+\frac{2}{27}\right)e^{3x}$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-\frac{16}{27}+\frac{40e^3}{27}.$$

Câu 283 [KM283] — **Đáp án B**

Kết quả: 171.
Đặt $u=\mathrm{e}^x+5$, $\mathrm{d}u=\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{(e^x+5)^3}{3}$. Do đó

$$I=F(\ln(4))-F(0)=171.$$

Câu 284 [KM284] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{5}{2}$.
Đặt $u = \ln x,\ \mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 1. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{5\ln(x)^2}{2}$. Do đó

$$I = F(e) - F(1) = \frac{5}{2}.$$

Câu 285 [KM285] — **Đáp án A**

Kết quả: $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$.
Đặt $u = x^2 + 2 > 0,\ \mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = 2\sqrt{x^2+2}$. Do đó

$$I = F(2) - F(0) = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}.$$

Câu 286 [KM286] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{3\pi}{4}$.
Đặt $x = 1\tan t$, với t chạy từ 0 đến $\pi/4$. Một nguyên hàm là $F(x) = 3\,\mathrm{atan}\,(x)$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = \frac{3\pi}{4}.$$

Câu 287 [KM287] — **Đáp án C**

Kết quả: $4\ln(3) + 12$.
Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x) = 4x + 6e^x$. Do đó

$$I = F(\ln(3)) - F(0) = 4\ln(3) + 12.$$

Câu 288 [KM288] — **Đáp án A**

Kết quả: $-2\ln(6) + \frac{\ln(42)}{2} + \ln(7)$.
Phân tích $\frac{1}{(x+3)(x+7)} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+7}\right)$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{3\ln(x+3)}{2} - \frac{3\ln(x+7)}{2}$.
Do đó

$$I = F(1) - F(0) = -2\ln(6) + \frac{\ln(42)}{2} + \ln(7).$$

Câu 289 [KM289] — **Đáp án B**

Kết quả: 14.
Đặt $u = \mathrm{e}^x + 5,\ \mathrm{d}u = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(e^x+5)^2}{2}$. Do đó

$$I = F(\ln(3)) - F(0) = 14.$$

Câu 290 [KM290] — **Đáp án C**

Kết quả: 16.
Đặt $u = \ln x,\ \mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 2. Một nguyên hàm là $F(x) = 2\ln(x)^3$. Do đó

$$I = F(e^2) - F(1) = 16.$$

Câu 291 [KM291] — **Đáp án D**

Kết quả: $4\sqrt{3}$.
Đặt $u = x^2 + 3 > 0,\ \mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = 4\sqrt{x^2+3}$. Do đó

$$I = F(3) - F(0) = 4\sqrt{3}.$$

Câu 292 [KM292] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{\pi}{7}$.
Đặt $x = 7\tan t$, với t chạy từ 0 đến $\pi/4$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{4\,\mathrm{atan}\left(\frac{x}{7}\right)}{7}$. Do đó

$$I = F(7) - F(0) = \frac{\pi}{7}.$$

Câu 293 [KM293] — **Đáp án C**

Kết quả: $2\ln(2) + \frac{9}{2}$.
Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x) = 2x + \frac{3e^{2x}}{2}$. Do đó

$$I = F(\frac{\ln(4)}{2}) - F(0) = 2\ln(2) + \frac{9}{2}.$$

Câu 294 [KM294] — **Đáp án D**

Kết quả: $-4\ln(14) + \frac{\ln(210)}{2} + 3\ln(15)$.
Phân tích $\frac{1}{(x+4)(x+6)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6}\right)$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{7\ln(x+4)}{2} - \frac{7\ln(x+6)}{2}$.
Do đó

$$I = F(1) - F(0) = -4\ln(14) + \frac{\ln(210)}{2} + 3\ln(15).$$

Câu 295 [KM295] — **Đáp án A**

Kết quả: 260.
Đặt $u = \mathrm{e}^x + 3,\ \mathrm{d}u = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(e^x+3)^4}{4}$. Do đó

$$I = F(\ln(3)) - F(0) = 260.$$

Câu 296 [KM296] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{81}{4}$.

Đặt $u = \ln x$, $\mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 3. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\ln(x)^4}{4}$. Do đó

$$I = F(e^3) - F(1) = \frac{81}{4}.$$

Câu 297 [KM297] — **Đáp án D**

Kết quả: $-2 + \sqrt{5}$.

Đặt $u = x^2 + 4 > 0$, $\mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \sqrt{x^2+4}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = -2 + \sqrt{5}.$$

Câu 298 [KM298] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{\pi}{4}$.

Đặt $x = 6\tan t$, với t chạy từ 0 đến $\pi/4$. Một nguyên hàm là $F(x) = \operatorname{atan}\left(\frac{x}{6}\right)$. Do đó

$$I = F(6) - F(0) = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 299 [KM299] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{28}{3}$.

Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{7e^{3x}}{3}$. Do đó

$$I = F(\frac{\ln(5)}{3}) - F(0) = \frac{28}{3}.$$

Câu 300 [KM300] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\frac{\ln(7)}{5} + \frac{\ln(2)}{5} + \frac{\ln(6)}{5}$.

Phân tích $\dfrac{1}{(x+1)(x+6)} = \dfrac{1}{5}\left(\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x+6}\right)$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\ln(x+1)}{5} - \frac{\ln(x+6)}{5}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = -\frac{\ln(7)}{5} + \frac{\ln(2)}{5} + \frac{\ln(6)}{5}.$$

Câu 301 [KM301] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{61}{3}$.

Đặt $u = \mathrm{e}^x + 3$, $\mathrm{d}u = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{(e^x+3)^3}{3}$. Do đó

$$I = F(\ln(2)) - F(0) = \frac{61}{3}.$$

Câu 302 [KM302] — **Đáp án B**

Kết quả: 6.
Đặt $u = \ln x,\ \mathrm{d}u = \mathrm{d}x/x$; cận mới là 0 và 2. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{3\ln(x)^2}{2}$. Do đó

$$I = F(e^2) - F(1) = 6.$$

Câu 303 [KM303] — **Đáp án C**

Kết quả: $-3\sqrt{6} + 3\sqrt{15}$.
Đặt $u = x^2 + 6 > 0,\ \mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x$. Một nguyên hàm là $F(x) = 3\sqrt{x^2+6}$. Do đó

$$I = F(3) - F(0) = -3\sqrt{6} + 3\sqrt{15}.$$

Câu 304 [KM304] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{\pi}{20}$.
Đặt $x = 5\tan t$, với t chạy từ 0 đến $\pi/4$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\operatorname{atan}\left(\frac{x}{5}\right)}{5}$. Do đó

$$I = F(5) - F(0) = \frac{\pi}{20}.$$

Câu 305 [KM305] — **Đáp án B**

Kết quả: $3\ln(2) + 5$.
Dùng nguyên hàm của hàm mũ và tính tuyến tính. Một nguyên hàm là $F(x) = 3x + 5e^x$. Do đó

$$I = F(\ln(2)) - F(0) = 3\ln(2) + 5.$$

Câu 306 [KM306] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{\ln(10)}{7} - \frac{\ln(2)}{7} + \frac{3\ln(3)}{7}$.
Phân tích $\frac{1}{(x+2)(x+9)} = \frac{1}{7}\left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+9}\right)$. Một nguyên hàm là $F(x) = \frac{\ln(x+2)}{7} - \frac{\ln(x+9)}{7}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = -\frac{\ln(10)}{7} - \frac{\ln(2)}{7} + \frac{3\ln(3)}{7}.$$

Câu 307 [KM307] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{125}{2}$.
Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x = 3$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I = -\int_{-1}^{3} (5x - 15)\,\mathrm{d}x + \int_{3}^{6} (5x - 15)\,\mathrm{d}x = \frac{125}{2}.$$

Câu 308 [KM308] — Đáp án B

Kết quả: 4.
Đặt $p(x) = (x-3)(x-1)$. Hai nghiệm là 1 và 3. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I = \int_0^1 p(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^3 p(x)\,\mathrm{d}x + \int_3^4 p(x)\,\mathrm{d}x = 4.$$

Câu 309 [KM309] — Đáp án C

Kết quả: $\frac{590}{3}$.
Hai hàm bằng nhau tại $x = 0$ và $x = 4$. Trên $[0;4]$ chọn $5x^2$; trên $[4;5]$ chọn $20x$. Do đó

$$I = \int_0^4 \left(5x^2\right)\,\mathrm{d}x + \int_4^5 (20x)\,\mathrm{d}x = \frac{590}{3}.$$

Câu 310 [KM310] — Đáp án D

Kết quả: 18.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I = \int_{-3}^0 \left(4x^2\right)\,\mathrm{d}x + \int_0^3 (-4x)\,\mathrm{d}x = 18.$$

Câu 311 [KM311] — Đáp án A

Kết quả: $\frac{50}{3}$.
Tính liên tục tại 0 cho $m = 6$. Chia đoạn tại 0: $I = \int_{-2}^0 (5x+6)\,\mathrm{d}x + \int_0^2 (x^2+6)\,\mathrm{d}x = \frac{50}{3}$.

Câu 312 [KM312] — Đáp án C

Kết quả: $\frac{9}{2}$.
Chia đoạn tại $x = 1/4$. Trên đoạn trái đặt $t = 1-4x$; trên đoạn phải đặt $t = 4x-1$. Suy ra $I = \frac{1}{4}\left(\int_0^5 f(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t\right) = \frac{9}{2}$.

Câu 313 [KM313] — Đáp án D

Kết quả: $\frac{14}{3}$.
Đặt $u = 3x$, cận mới là 0 và 1π. Hàm $|\sin u|$ có chu kỳ π và $\int_0^\pi |\sin u|\,\mathrm{d}u = 2$. Do đó $I = \frac{7}{3}\cdot 1\cdot 2 = \frac{14}{3}$.

Câu 314 [KM314] — Đáp án A

Kết quả: $\frac{95}{3}$.
Diện tích là $S = \int_0^4 |5x^2 - 15x|\,\mathrm{d}x$. Hàm đổi dấu tại $x = 3$ trong đoạn; do đó $S = -\int_0^3 (5x^2-15x)\,\mathrm{d}x + \int_3^4 (5x^2-15x)\,\mathrm{d}x = \frac{95}{3}$.

Câu 315 [KM315] — **Đáp án B**

Kết quả: 51.
Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x=3$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I=-\int_{-2}^{3}(3x-9)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{6}(3x-9)\,\mathrm{d}x=51.$$

Câu 316 [KM316] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{17}{3}$.
Đặt $p(x)=(x-3)(x-2)$. Hai nghiệm là 2 và 3. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I=\int_{0}^{2}p(x)\,\mathrm{d}x-\int_{2}^{3}p(x)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{4}p(x)\,\mathrm{d}x=\frac{17}{3}.$$

Câu 317 [KM317] — **Đáp án A**

Kết quả: 118.
Hai hàm bằng nhau tại $x=0$ và $x=4$. Trên $[0;4]$ chọn $3x^2$; trên $[4;5]$ chọn $12x$. Do đó

$$I=\int_{0}^{4}\left(3x^2\right)\,\mathrm{d}x+\int_{4}^{5}(12x)\,\mathrm{d}x=118.$$

Câu 318 [KM318] — **Đáp án B**

Kết quả: $-\frac{55}{6}$.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I=\int_{-2}^{0}\left(5x^2\right)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{3}(-5x)\,\mathrm{d}x=-\frac{55}{6}.$$

Câu 319 [KM319] — **Đáp án C**

Kết quả: -6.
Tính liên tục tại 0 cho $m=2$. Chia đoạn tại 0: $I=\int_{-3}^{0}(6x+2)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{3}(x^2+2)\,\mathrm{d}x=-6$.

Câu 320 [KM320] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{16}{3}$.
Chia đoạn tại $x=1/3$. Trên đoạn trái đặt $t=1-3x$; trên đoạn phải đặt $t=3x-1$. Suy ra $I=\frac{1}{3}\left(\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t+\int_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t\right)=\frac{16}{3}$.

Câu 321 [KM321] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{20}{3}$.
Đặt $u=3x$, cận mới là 0 và 2π. Hàm $|\sin u|$ có chu kỳ π và $\int_0^{\pi}|\sin u|\,\mathrm{d}u=2$. Do đó $I=\frac{5}{3}\cdot 2\cdot 2=\frac{20}{3}$.

Câu 322 [KM322] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{19}{3}$.
Diện tích là $S=\int_0^4 |x^2-3x|\,\mathrm{d}x$. Hàm đổi dấu tại $x=3$ trong đoạn; do đó $S=-\int_0^3 (x^2-3x)\,\mathrm{d}x+\int_3^4 (x^2-3x)\,\mathrm{d}x=\frac{19}{3}$.

Câu 323 [KM323] — **Đáp án D**

Kết quả: 17.
Biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối đổi dấu tại $x=3$, âm ở bên trái và dương ở bên phải. Vì thế

$$I=-\int_{-2}^{3}(x-3)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{6}(x-3)\,\mathrm{d}x=17.$$

Câu 324 [KM324] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{28}{3}$.
Đặt $p(x)=(x-4)(x-2)$. Hai nghiệm là 2 và 4. Hệ số bậc hai dương, nên

$$I=\int_0^2 p(x)\,\mathrm{d}x-\int_2^4 p(x)\,\mathrm{d}x+\int_4^5 p(x)\,\mathrm{d}x=\frac{28}{3}.$$

Câu 325 [KM325] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{23}{3}$.
Hai hàm bằng nhau tại $x=0$ và $x=2$. Trên $[0;2]$ chọn x^2; trên $[2;3]$ chọn $2x$. Do đó

$$I=\int_0^2 \left(x^2\right)\,\mathrm{d}x+\int_2^3 (2x)\,\mathrm{d}x=\frac{23}{3}.$$

Câu 326 [KM326] — **Đáp án D**

Kết quả: -25.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I=\int_{-1}^{0}\left(6x^2\right)\,\mathrm{d}x+\int_0^3 (-6x)\,\mathrm{d}x=-25.$$

Câu 327 [KM327] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{3}{2}$.
Tính liên tục tại 0 cho $m=4$. Chia đoạn tại 0: $I=\int_{-3}^{0}(7x+4)\,\mathrm{d}x+\int_0^3 (x^2+4)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$.

Câu 328 [KM328] — **Đáp án C**

Kết quả: 7.
Chia đoạn tại $x=1/2$. Trên đoạn trái đặt $t=1-2x$; trên đoạn phải đặt $t=2x-1$. Suy ra $I=\frac{1}{2}\left(\int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t+\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t\right)=7$.

Câu 329 [KM329] — **Đáp án D**

Kết quả: 6.

Đặt $u = 3x$, cận mới là 0 và 3π. Hàm $|\sin u|$ có chu kỳ π và $\int_0^{\pi} |\sin u|\,\mathrm{d}u = 2$. Do đó $I = \dfrac{3}{3}\cdot 3\cdot 2 = 6$.

Câu 330 [KM330] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{76}{3}$.

Diện tích là $S = \int_0^4 |4x^2 - 12x|\,\mathrm{d}x$. Hàm đổi dấu tại $x = 3$ trong đoạn; do đó $S = -\int_0^3 (4x^2 - 12x)\,\mathrm{d}x + \int_3^4 (4x^2 - 12x)\,\mathrm{d}x = \frac{76}{3}$.

Câu 331 [KM331] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{8}{3}$.

Đặt $t = 3x + 4$, $\mathrm{d}t = 3\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 4$; khi $x = 3$, $t = 13$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{3}\displaystyle\int_4^{13} f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{8}{3}$.

Câu 332 [KM332] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{4}{5}$.

Đặt $t = \sin^2(5x)$ thì $\mathrm{d}t = 10\sin(5x)\cos(5x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0, 1$. Vậy $I = \dfrac{1}{10}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{4}{5}$.

Câu 333 [KM333] — **Đáp án A**

Kết quả: 6.

Đổi $x = -t$ và dùng $f(-t) = f(t)$. Cộng hai biểu thức của I, vì $\dfrac{1}{1+7^x} + \dfrac{1}{1+7^{-x}} = 1$, ta có $2I = \int_{-4}^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 2\cdot 6$. Suy ra $I = 6$.

Câu 334 [KM334] — **Đáp án B**

Kết quả: $-2 + e$.

Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x) = (x^2 - 2x + 2)\,e^x$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = -2 + e.$$

Câu 335 [KM335] — **Đáp án C**

Kết quả: $-23\ln(3) - 5 + 46\ln(2)$.

Chia đa thức: hàm dưới dấu tích phân bằng $2x - 6 + \dfrac{23}{x+3}$. Một nguyên hàm là $F(x) = x^2 - 6x + 23\ln(x+3)$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = -23\ln(3) - 5 + 46\ln(2).$$

Câu 336 [KM336] — **Đáp án A**

Kết quả: $\dfrac{2\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$.

Hàm $h(x) = \sin x/(5+\cos^2 x)$ thỏa $h(\pi - x) = h(x)$. Vì thế $I = \dfrac{2\pi}{2}\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $u = \cos x$ cho $\int_0^{\pi} h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \dfrac{\mathrm{d}u}{5+u^2} = \dfrac{2\sqrt{5}\operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$. Suy ra $I = \dfrac{2\sqrt{5}\pi \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}{5}$.

Câu 337 [KM337] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{3}{5}$.

Chọn $u = x^4$, $\mathrm{d}v = f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I = [x^4 f(x)]_0^1 - 4\int_0^1 x^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{3}{5}$.

Câu 338 [KM338] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{9}{4}$.

Biểu thức dưới dấu tích phân là $(f/g)'$. Do $g > 0$, công thức hợp lệ trên toàn đoạn. Vậy $I = \dfrac{f(1)}{g(1)} - \dfrac{f(0)}{g(0)} = \dfrac{5}{2} - \dfrac{1}{4} = \frac{9}{4}$.

Câu 339 [KM339] — **Đáp án D**

Kết quả: 1.

Với $0 \le m \le 4$, tích phân bằng $\dfrac{m^2}{2} + \dfrac{(8-m)^2}{2}$. Phương trình tương đương $(m-1)(m-7) = 0$. Điều kiện $m \le 4$ chọn duy nhất $m = 1$.

Câu 340 [KM340] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{11}{3}$.

Đặt $t = 3 - 3x$, $\mathrm{d}t = -3\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 3$; khi $x = 1$, $t = 0$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{-3}\displaystyle\int_3^0 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{11}{3}$.

Câu 341 [KM341] — **Đáp án C**

Kết quả: 6.

Đặt $t = \sin^2(1x)$ thì $\mathrm{d}t = 2\sin(1x)\cos(1x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0, 1$. Vậy $I = \dfrac{1}{2}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 6$.

Câu 342 [KM342] — **Đáp án D**

Kết quả: 10.

Đổi $x = -t$ và dùng $f(-t) = f(t)$. Cộng hai biểu thức của I, vì $\dfrac{1}{1+2^x} + \dfrac{1}{1+2^{-x}} = 1$, ta có $2I = \int_{-4}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 10$. Suy ra $I = 10$.

Câu 343 [KM343] — **Đáp án A**

Kết quả: $-10+5e$.

Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x)=5\left(x^2-2x+2\right)e^x$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-10+5e.$$

Câu 344 [KM344] — **Đáp án C**

Kết quả: $-170\ln(2)-\frac{35}{2}+85\ln(5)$.

Chia đa thức: hàm dưới dấu tích phân bằng $5x-20+\dfrac{85}{x+4}$. Một nguyên hàm là $F(x)=\frac{5x^2}{2}-20x+85\ln(x+4)$. Do đó

$$I=F(1)-F(0)=-170\ln(2)-\frac{35}{2}+85\ln(5).$$

Câu 345 [KM345] — **Đáp án D**

Kết quả: $\dfrac{4\sqrt{7}\pi\operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)}{7}$.

Hàm $h(x)=\sin x/(7+\cos^2 x)$ thỏa $h(\pi-x)=h(x)$. Vì thế $I=\dfrac{4\pi}{2}\int_0^{\pi}h(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $u=\cos x$ cho $\int_0^{\pi}h(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\dfrac{\mathrm{d}u}{7+u^2}=\dfrac{2\sqrt{7}\operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)}{7}$. Suy ra $I=\dfrac{4\sqrt{7}\pi\operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)}{7}$.

Câu 346 [KM346] — **Đáp án A**

Kết quả: 3.

Chọn $u=x^2,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I=[x^2f(x)]_0^1-2\int_0^1 x^1f(x)\,\mathrm{d}x=3$.

Câu 347 [KM347] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{13}{6}$.

Biểu thức dưới dấu tích phân là $(f/g)'$. Do $g>0$, công thức hợp lệ trên toàn đoạn. Vậy $I=\dfrac{f(1)}{g(1)}-\dfrac{f(0)}{g(0)}=\dfrac{8}{3}-\dfrac{2}{4}=\frac{13}{6}$.

Câu 348 [KM348] — **Đáp án D**

Kết quả: 1.

Với $0\le m\le 5$, tích phân bằng $\dfrac{m^2}{2}+\dfrac{(10-m)^2}{2}$. Phương trình tương đương $(m-1)(m-9)=0$. Điều kiện $m\le 5$ chọn duy nhất $m=1$.

Câu 349 [KM349] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{4}{3}$.

Đặt $t=3x+2,\ \mathrm{d}t=3\,\mathrm{d}x$. Khi $x=0$, $t=2$; khi $x=2$, $t=8$. Vì vậy $I=\dfrac{1}{3}\displaystyle\int_2^8 f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{4}{3}$.

Câu 350 [KM350] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{15}{4}$.

Đặt $t = \sin^2(2x)$ thì $\mathrm{d}t = 4\sin(2x)\cos(2x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0, 1$. Vậy $I = \dfrac{1}{4}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{15}{4}$.

Câu 351 [KM351] — **Đáp án C**

Kết quả: 14.

Đổi $x = -t$ và dùng $f(-t) = f(t)$. Cộng hai biểu thức của I, vì $\dfrac{1}{1+4^x} + \dfrac{1}{1+4^{-x}} = 1$, ta có $2I = \int_{-4}^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 14$. Suy ra $I = 14$.

Câu 352 [KM352] — **Đáp án A**

Kết quả: $-\frac{1}{2} + \frac{e^2}{2}$.

Tích phân từng phần hai lần, mỗi lần chọn đa thức làm u. Một nguyên hàm là $F(x) = 2\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)e^{2x}$. Do đó

$$I = F(1) - F(0) = -\frac{1}{2} + \frac{e^2}{2}.$$

MINH ĐI GIẢI ĐỀ

IV. HÀM ẨN VÀ HÀM SỐ ĐẶC BIỆT

Câu 353 [KM353] — **Đáp án B**

Kết quả: 1.

Đặt $t = 4x + 2$, $\mathrm{d}t = 4\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 2$; khi $x = 3$, $t = 14$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{4}\displaystyle\int_2^{14} f(t)\,\mathrm{d}t = 1$.

Câu 354 [KM354] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{5}{2}$.

Đặt $t = \sin^2(3x)$ thì $\mathrm{d}t = 6\sin(3x)\cos(3x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0, 1$. Vậy $I = \dfrac{1}{6}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{5}{2}$.

Câu 355 [KM355] — **Đáp án D**

Kết quả: 10.

Chia đoạn tại $x = 1/2$. Trên đoạn trái đặt $t = 1 - 2x$; trên đoạn phải đặt $t = 2x - 1$. Suy ra $I = \dfrac{1}{2}\left(\int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t\right) = 10$.

Câu 356 [KM356] — **Đáp án B**

Kết quả: 48.

Đổi $t = 3 - x$ cho $\int_0^3 f(3-x)\,\mathrm{d}x = I$. Lấy tích phân hai vế phương trình: $4I = \int_0^3 (16x^2 - 20x + 46)\,\mathrm{d}x = 192$. Do đó $I = 48$.

Câu 357 [KM357] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{117}{2}$.

Thay x bởi $3 - x$, được phương trình thứ hai. Gọi $P(x) = 59 - 6x$, giải hệ cho $f(x) = \dfrac{3P(3-x) - 2P(x)}{5} = 6x + 1$. Vì vậy $I = \int_0^3 (6x^2 + x)\,\mathrm{d}x = \frac{117}{2}$.

Câu 358 [KM358] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{22}{3}$.

Đặt $g(x) = f(x) - 2x^2$ thì $g(x + y) = g(x) + g(y)$. Hàm cộng tính liên tục nên $g(x) = g(1)x = 1x$ (chứng minh trên số hữu tỉ rồi dùng tính liên tục). Vậy $f(x) = 2x^2 + x$ và $I = \frac{22}{3}$.

Câu 359 [KM359] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{6}{5}$.

Đặt $t = 5 - 5x$, $\mathrm{d}t = -5\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 5$; khi $x = 1$, $t = 0$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{-5}\displaystyle\int_5^0 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{6}{5}$.

Câu 360 [KM360] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{5}{2}$.

Đặt $t=\sin^2(1x)$ thì $\mathrm{d}t=2\sin(1x)\cos(1x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0,1$. Vậy $I=\dfrac{1}{2}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{5}{2}$.

Câu 361 [KM361] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{17}{3}$.

Chia đoạn tại $x=1/3$. Trên đoạn trái đặt $t=1-3x$; trên đoạn phải đặt $t=3x-1$. Suy ra $I=\dfrac{1}{3}\left(\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t+\int_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t\right)=\frac{17}{3}$.

Câu 362 [KM362] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{7}{2}$.

Đổi $t=1-x$ cho $\int_0^1 f(1-x)\,\mathrm{d}x=I$. Lấy tích phân hai vế phương trình: $3I=\int_0^1(9x^2-3x+9)\,\mathrm{d}x=\frac{21}{2}$. Do đó $I=\frac{7}{2}$.

Câu 363 [KM363] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{135}{2}$.

Thay x bởi $3-x$, được phương trình thứ hai. Gọi $P(x)=69-6x$, giải hệ cho $f(x)=\dfrac{3P(3-x)-2P(x)}{5}=6x+3$. Vì vậy $I=\int_0^3(6x^2+3x)\,\mathrm{d}x=\frac{135}{2}$.

Câu 364 [KM364] — **Đáp án D**

Kết quả: 14.

Đặt $g(x)=f(x)-3x^2$ thì $g(x+y)=g(x)+g(y)$. Hàm cộng tính liên tục nên $g(x)=g(1)x=3x$ (chứng minh trên số hữu tỉ rồi dùng tính liên tục). Vậy $f(x)=3x^2+3x$ và $I=14$.

Câu 365 [KM365] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{9}{2}$.

Đặt $t=2x+4$, $\mathrm{d}t=2\,\mathrm{d}x$. Khi $x=0$, $t=4$; khi $x=2$, $t=8$. Vì vậy $I=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_4^8 f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{9}{2}$.

Câu 366 [KM366] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{7}{8}$.

Đặt $t=\sin^2(4x)$ thì $\mathrm{d}t=8\sin(4x)\cos(4x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0,1$. Vậy $I=\dfrac{1}{8}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{7}{8}$.

Câu 367 [KM367] — **Đáp án C**

Kết quả: 5.

Chia đoạn tại $x=1/4$. Trên đoạn trái đặt $t=1-4x$; trên đoạn phải đặt $t=4x-1$. Suy ra $I=\dfrac{1}{4}\left(\int_0^5 f(t)\,\mathrm{d}t+\int_0^3 f(t)\,\mathrm{d}t\right)=5$.

Câu 368 [KM368] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{38}{3}$.
Đổi $t = 2-x$ cho $\int_0^2 f(2-x)\,\mathrm{d}x = I$. Lấy tích phân hai vế phương trình: $4I = \int_0^2 (4x^2+4x+16)\,\mathrm{d}x = \frac{152}{3}$. Do đó $I = \frac{38}{3}$.

Câu 369 [KM369] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{117}{2}$.
Thay x bởi $3-x$, được phương trình thứ hai. Gọi $P(x) = 61 - 4x$, giải hệ cho $f(x) = \dfrac{3P(3-x) - 2P(x)}{5} = 4x + 5$. Vì vậy $I = \int_0^3 (4x^2 + 5x)\,\mathrm{d}x = \frac{117}{2}$.

Câu 370 [KM370] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{62}{3}$.
Đặt $g(x) = f(x) - 4x^2$ thì $g(x+y) = g(x) + g(y)$. Hàm cộng tính liên tục nên $g(x) = g(1)x = 5x$ (chứng minh trên số hữu tỉ rồi dùng tính liên tục). Vậy $f(x) = 4x^2 + 5x$ và $I = \frac{62}{3}$.

Câu 371 [KM371] — **Đáp án D**

Kết quả: 4.
Đặt $t = 3x + 2$, $\mathrm{d}t = 3\,\mathrm{d}x$. Khi $x = 0$, $t = 2$; khi $x = 3$, $t = 11$. Vì vậy $I = \dfrac{1}{3}\displaystyle\int_2^{11} f(t)\,\mathrm{d}t = 4$.

Câu 372 [KM372] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{5}{2}$.
Đặt $t = \sin^2(2x)$ thì $\mathrm{d}t = 4\sin(2x)\cos(2x)\,\mathrm{d}x$; cận mới là $0, 1$. Vậy $I = \dfrac{1}{4}\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{5}{2}$.

Câu 373 [KM373] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{17}{5}$.
Chia đoạn tại $x = 1/5$. Trên đoạn trái đặt $t = 1 - 5x$; trên đoạn phải đặt $t = 5x - 1$. Suy ra $I = \dfrac{1}{5}\left(\int_0^6 f(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t\right) = \frac{17}{5}$.

Câu 374 [KM374] — **Đáp án D**

Kết quả: 66.
Đổi $t = 3 - x$ cho $\int_0^3 f(3-x)\,\mathrm{d}x = I$. Lấy tích phân hai vế phương trình: $3I = \int_0^3 (15x^2 - 26x + 60)\,\mathrm{d}x = 198$. Do đó $I = 66$.

Câu 375 [KM375] — **Đáp án A**

Kết quả: 2.
Thay x bởi $1-x$, được phương trình thứ hai. Gọi $P(x)=19-3x$, giải hệ cho $f(x)=\dfrac{3P(1-x)-2P(x)}{5}=3x+2$. Vì vậy $I=\int_0^1(3x^2+2x)\,\mathrm{d}x=2$.

Câu 376 [KM376] — **Đáp án C**

Kết quả: 54.
Đặt $g(x)=f(x)-5x^2$ thì $g(x+y)=g(x)+g(y)$. Hàm cộng tính liên tục nên $g(x)=g(1)x=2x$ (chứng minh trên số hữu tỉ rồi dùng tính liên tục). Vậy $f(x)=5x^2+2x$ và $I=54$.

Câu 377 [KM377] — **Đáp án D**

Kết quả: 72.
Từng phần với $u=x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$ cho $I=[xf(x)]_0^3-\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3\cdot 41-(51)=72$.

Câu 378 [KM378] — **Đáp án A**

Kết quả: 1.
Chọn $u=x^2,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I=[x^2f(x)]_0^1-2\int_0^1 x^1f(x)\,\mathrm{d}x=1$.

Câu 379 [KM379] — **Đáp án B**

Kết quả: 14.
Vì $(\mathrm{e}^{f(x)})'=f'(x)\mathrm{e}^{f(x)}$, tích phân từng phần cho $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=[x\mathrm{e}^{f(x)}]_0^2-I$. Suy ra $I=2\cdot 12-(10)=14$.

Câu 380 [KM380] — **Đáp án D**

Kết quả: $6+\frac{9\pi}{4}$.
Đặt $u=\cos^2 x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^{\pi/2}f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=[f(x)\cos^2 x]_0^{\pi/2}+I=-6+I$. Do đó $I=6+\frac{9\pi}{4}$.

Câu 381 [KM381] — **Đáp án A**

Kết quả: $-6+7e^3$.
Nhận ra $(\mathrm{e}^{3x}f(x))'=\mathrm{e}^{3x}(f'(x)+3f(x))$. Vì vậy $I=[\mathrm{e}^{3x}f(x)]_0^1=-6+7e^3$.

Câu 382 [KM382] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{14}{5}$.
Biểu thức dưới dấu tích phân là $(f/g)'$. Do $g>0$, công thức hợp lệ trên toàn đoạn. Vậy $I=\dfrac{f(1)}{g(1)}-\dfrac{f(0)}{g(0)}=\dfrac{9}{3}-\dfrac{1}{5}=\frac{14}{5}$.

Câu 383 [KM383] — **Đáp án C**

Kết quả: $2\ln(5)$.
Do $f>0$, $I=2[\ln f(x)]_0^1=2\ln\dfrac{10}{2}=2\ln(5)$.

Câu 384 [KM384] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{77}{2}$.
Vì $(f^2)'=2ff'$, ta được $I=\dfrac{1}{2}[f(x)^2]_0^1=\dfrac{1}{2}(9^2-2^2)=\frac{77}{2}$.

Câu 385 [KM385] — **Đáp án B**

Kết quả: 36.
Từng phần với $u=x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$ cho $I=[xf(x)]_0^3-\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3\cdot 19-(21)=36$.

Câu 386 [KM386] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{8}{3}$.
Chọn $u=x^2,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I=[x^2f(x)]_0^1-2\int_0^1 x^1f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{8}{3}$.

Câu 387 [KM387] — **Đáp án D**

Kết quả: 12.
Vì $(\mathrm{e}^{f(x)})'=f'(x)\mathrm{e}^{f(x)}$, tích phân từng phần cho $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=[x\mathrm{e}^{f(x)}]_0^2-I$. Suy ra $I=2\cdot 9-(6)=12$.

Câu 388 [KM388] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{7\pi}{4}+8$.
Đặt $u=\cos^2 x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^{\pi/2} f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=[f(x)\cos^2 x]_0^{\pi/2}+I=-8+I$. Do đó $I=\frac{7\pi}{4}+8$.

Câu 389 [KM389] — **Đáp án C**

Kết quả: $-3+3e^2$.
Nhận ra $(\mathrm{e}^{2x}f(x))'=\mathrm{e}^{2x}(f'(x)+2f(x))$. Vì vậy $I=[\mathrm{e}^{2x}f(x)]_0^1=-3+3e^2$.

Câu 390 [KM390] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{7}{6}$.
Biểu thức dưới dấu tích phân là $(f/g)'$. Do $g>0$, công thức hợp lệ trên toàn đoạn. Vậy $I=\dfrac{f(1)}{g(1)}-\dfrac{f(0)}{g(0)}=\dfrac{5}{3}-\dfrac{1}{2}=\frac{7}{6}$.

Câu 391 [KM391] — **Đáp án A**

Kết quả: $3\ln(3)$.
Do $f>0$, $I=3[\ln f(x)]_0^1=3\ln\dfrac{6}{2}=3\ln(3)$.

Câu 392 [KM392] — **Đáp án C**

Kết quả: 63.
Vì $(f^2)'=2ff'$, ta được $I=\dfrac{2}{2}[f(x)^2]_0^1=\dfrac{2}{2}(8^2-1^2)=63$.

Câu 393 [KM393] — **Đáp án D**

Kết quả: 126.
Từng phần với $u=x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$ cho $I=[xf(x)]_0^3-\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3\cdot 64-(66)=126$.

Câu 394 [KM394] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{4}{3}$.
Chọn $u=x^2,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I=[x^2f(x)]_0^1-2\int_0^1 x^1f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{4}{3}$.

Câu 395 [KM395] — **Đáp án B**

Kết quả: 4.
Vì $(\mathrm{e}^{f(x)})'=f'(x)\mathrm{e}^{f(x)}$, tích phân từng phần cho $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\,\mathrm{d}x=[x\mathrm{e}^{f(x)}]_0^2-I$. Suy ra $I=2\cdot 3-(2)=4$.

Câu 396 [KM396] — **Đáp án D**

Kết quả: $2+\pi$.
Đặt $u=\cos^2 x,\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^{\pi/2}f'(x)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=[f(x)\cos^2 x]_0^{\pi/2}+I=-2+I$. Do đó $I=2+\pi$.

Câu 397 [KM397] — **Đáp án A**

Kết quả: $-7+3e$.
Nhận ra $(\mathrm{e}^{1x}f(x))'=\mathrm{e}^{1x}(f'(x)+1f(x))$. Vì vậy $I=[\mathrm{e}^{1x}f(x)]_0^1=-7+3e$.

Câu 398 [KM398] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{13}{6}$.
Biểu thức dưới dấu tích phân là $(f/g)'$. Do $g>0$, công thức hợp lệ trên toàn đoạn. Vậy $I=\dfrac{f(1)}{g(1)}-\dfrac{f(0)}{g(0)}=\dfrac{8}{3}-\dfrac{1}{2}=\frac{13}{6}$.

Câu 399 [KM399] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{2}{e}$.
Nhân hai vế với e^{1x}, được $(\mathrm{e}^{1x}f(x))' = 1$. Suy ra $\mathrm{e}^{1x}f(x) = 1x + C$. Dùng $f(0) = 1$ cho $C = 1$; vậy $f(1) = \frac{2}{e}$.

Câu 400 [KM400] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{11}{2e^2}$.
Nhân tử tích phân là e^{2x^2}. Ta có $(\mathrm{e}^{2x^2}f(x))' = 1x$, nên $\mathrm{e}^{2x^2}f(x) = \frac{x^2}{2} + 5$. Thay $x = 1$ được $f(1) = \frac{11}{2e^2}$.

Câu 401 [KM401] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{1}{4}$.
Với $x > 0$, nhân hai vế với x^0 để được $(x^1 f(x))' = 4x^3$. Suy ra $x^1 f(x) = x^4 + C$. Vì f liên tục tại 0 và $1 > 0$, giới hạn vế trái tại 0 bằng 0, nên $C = 0$. Do đó $f(x) = x^3$ và $I = \frac{1}{4}$.

Câu 402 [KM402] — **Đáp án C**

Kết quả: $\ln(2)$.
Chia cho $f^2 > 0$: $(1/f)' = 1$. Từ điều kiện ban đầu, $1/f(x) = x + 3$. Vì thế $f(x) = \frac{1}{x+3}$ và $I = \ln(2)$.

Câu 403 [KM403] — **Đáp án D**

Kết quả: $2\sqrt{3}$.
Ta có $(f^2)' = 6x$, nên $f(x)^2 = 3x^2 + 9$. Giả thiết $f > 0$ xác định nhánh $f(x) = \sqrt{3x^2 + 9}$. Vậy $f(1) = 2\sqrt{3}$.

Câu 404 [KM404] — **Đáp án B**

Kết quả: $2\ln(2) + 27$.
Chia hai vế cho $f(x) > 0$ rồi tích phân: $\ln f(x) - \ln 4 = 3x^2$. Thay $x = 3$ cho $P = \ln(4e^{27})$.

Câu 405 [KM405] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{6}{e^3}$.
Nhân hai vế với e^{3x}, được $(\mathrm{e}^{3x}f(x))' = 5$. Suy ra $\mathrm{e}^{3x}f(x) = 5x + C$. Dùng $f(0) = 1$ cho $C = 1$; vậy $f(1) = \frac{6}{e^3}$.

Câu 406 [KM406] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{8}{e}$.
Nhân tử tích phân là e^{1x^2}. Ta có $(\mathrm{e}^{1x^2}f(x))' = 6x$, nên $\mathrm{e}^{1x^2}f(x) = 3x^2 + 5$. Thay $x = 1$ được $f(1) = \frac{8}{e}$.

Câu 407 [KM407] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{1}{10}$.
Với $x>0$, nhân hai vế với x^3 để được $(x^4f(x))'=4x^7$. Suy ra $x^4f(x)=\frac{x^8}{2}+C$. Vì f liên tục tại 0 và $4>0$, giới hạn vế trái tại 0 bằng 0, nên $C=0$. Do đó $f(x)=\frac{x^4}{2}$ và $I=\frac{1}{10}$.

Câu 408 [KM408] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{\ln(5)}{4}+\frac{\ln(17)}{4}$.
Chia cho $f^2>0$: $(1/f)'=4$. Từ điều kiện ban đầu, $1/f(x)=4x+5$. Vì thế $f(x)=\frac{1}{4x+5}$ và $I=\frac{\ln\left(\frac{17}{5}\right)}{4}$.

Câu 409 [KM409] — **Đáp án D**

Kết quả: $3\sqrt{3}$.
Ta có $(f^2)'=4x$, nên $f(x)^2=2x^2+25$. Giả thiết $f>0$ xác định nhánh $f(x)=\sqrt{2x^2+25}$. Vậy $f(1)=3\sqrt{3}$.

Câu 410 [KM410] — **Đáp án A**

Kết quả: 2.
Chia hai vế cho $f(x)>0$ rồi tích phân: $\ln f(x)-\ln 1=2x^2$. Thay $x=1$ cho $P=2$.

Câu 411 [KM411] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{6}{e}$.
Nhân hai vế với e^{1x}, được $(\mathrm{e}^{1x}f(x))'=4$. Suy ra $\mathrm{e}^{1x}f(x)=4x+C$. Dùng $f(0)=2$ cho $C=2$; vậy $f(1)=\frac{6}{e}$.

Câu 412 [KM412] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{3}{e^2}$.
Nhân tử tích phân là e^{2x^2}. Ta có $(\mathrm{e}^{2x^2}f(x))'=4x$, nên $\mathrm{e}^{2x^2}f(x)=2x^2+1$. Thay $x=1$ được $f(1)=\frac{3}{e^2}$.

Câu 413 [KM413] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{1}{2}$.
Với $x>0$, nhân hai vế với x^3 để được $(x^4f(x))'=5x^4$. Suy ra $x^4f(x)=x^5+C$. Vì f liên tục tại 0 và $4>0$, giới hạn vế trái tại 0 bằng 0, nên $C=0$. Do đó $f(x)=x$ và $I=\frac{1}{2}$.

Câu 414 [KM414] — **Đáp án B**

Kết quả: $-\ln(3)+\frac{\ln(15)}{2}$.
Chia cho $f^2>0$: $(1/f)'=2$. Từ điều kiện ban đầu, $1/f(x)=2x+3$. Vì thế $f(x)=\frac{1}{2x+3}$ và $I=\frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{2}$.

Câu 415 [KM415] — **Đáp án C**

Kết quả: $2\sqrt{2}$.
Ta có $(f^2)' = 2x$, nên $f(x)^2 = x^2 + 4$. Giả thiết $f > 0$ xác định nhánh $f(x) = \sqrt{x^2+4}$. Vậy $f(2) = 2\sqrt{2}$.

Câu 416 [KM416] — **Đáp án A**

Kết quả: $\ln(3) + 5$.
Chia hai vế cho $f(x) > 0$ rồi tích phân: $\ln f(x) - \ln 3 = 5x^2$. Thay $x = 1$ cho $P = \ln(3e^5)$.

Câu 417 [KM417] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{5}{e^2}$.
Nhân hai vế với e^{2x}, được $(\mathrm{e}^{2x} f(x))' = 2$. Suy ra $\mathrm{e}^{2x} f(x) = 2x + C$. Dùng $f(0) = 3$ cho $C = 3$; vậy $f(1) = \frac{5}{e^2}$.

Câu 418 [KM418] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{3}{e^3}$.
Nhân tử tích phân là e^{3x^2}. Ta có $(\mathrm{e}^{3x^2} f(x))' = 2x$, nên $\mathrm{e}^{3x^2} f(x) = x^2 + 2$. Thay $x = 1$ được $f(1) = \frac{3}{e^3}$.

Câu 419 [KM419] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{2}{5}$.
Với $x > 0$, nhân hai vế với x^2 để được $(x^3 f(x))' = 6x^4$. Suy ra $x^3 f(x) = \frac{6x^5}{5} + C$. Vì f liên tục tại 0 và $3 > 0$, giới hạn vế trái tại 0 bằng 0, nên $C = 0$. Do đó $f(x) = \frac{6x^2}{5}$ và $I = \frac{2}{5}$.

Câu 420 [KM420] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{\ln(2)}{5}$.
Chia cho $f^2 > 0$: $(1/f)' = 5$. Từ điều kiện ban đầu, $1/f(x) = 5x + 5$. Vì thế $f(x) = \frac{1}{5x+5}$ và $I = \frac{\ln(2)}{5}$.

Câu 421 [KM421] — **Đáp án C**

Kết quả: $\sqrt{37}$.
Ta có $(f^2)' = 14x$, nên $f(x)^2 = 7x^2 + 9$. Giả thiết $f > 0$ xác định nhánh $f(x) = \sqrt{7x^2+9}$. Vậy $f(2) = \sqrt{37}$.

Câu 422 [KM422] — **Đáp án D**

Kết quả: $\ln(6) + 2$.
Chia hai vế cho $f(x) > 0$ rồi tích phân: $\ln f(x) - \ln 6 = 2x^2$. Thay $x = 1$ cho $P = \ln(6e^2)$.

Câu 423 [KM423] — **Đáp án A**

Kết quả: 30.
Đặt $p(x)=2x+2$. Vì $\int_0^1 p(x)^2\,\mathrm{d}x=\frac{28}{3}$, giả thiết tương đương $\int_0^1 (f-p)^2\,\mathrm{d}x=0$. Hàm $f-p$ liên tục nên $f=p$ trên $[0;1]$. Do đó $I=\int_0^1 (2x+2)^3\,\mathrm{d}x=30$.

Câu 424 [KM424] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{17}{6}$.
Xét $J=\int_0^1 [f(x)-(2x+7)]^2\,\mathrm{d}x$. Khai triển, dùng ba dữ kiện và $\int_0^1 (2x+7)^2\,\mathrm{d}x=\frac{193}{3}$ cho $J=0$. Tính liên tục suy ra $f(x)=2x+7$. Thay vào tích phân cần tính, được $I=\frac{17}{6}$.

Câu 425 [KM425] — **Đáp án D**

Kết quả: 410.
Ta có $\int_0^2 f'(x)\,\mathrm{d}x=8$. Vì thế $\int_0^2 (f'(x)-4)^2\,\mathrm{d}x=32-2\cdot 4\cdot 8+32=0$. Suy ra $f'=4$, $f(x)=4x+1$ và $I=410$.

Câu 426 [KM426] — **Đáp án A**

Kết quả: $-\frac{387}{4}$.
Từng phần cho $\int_0^3 xf'(x)\,\mathrm{d}x=3f(3)-\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=90$. Khai triển cho $\int_0^3 [f'(x)-10x]^2\,\mathrm{d}x=0$. Do đó $f'(x)=10x$. Dùng $f(3)=1$ suy ra $f(x)=5x^2-44$, rồi $I=-\frac{387}{4}$.

Câu 427 [KM427] — **Đáp án B**

Kết quả: $-3+6\ln(2)$.
Cauchy–Schwarz có trọng số $w=x+1>0$ cho

$$\left(\int_0^1 f'\right)^2 \le \left(\int_0^1 (x+1)(f')^2\right)\left(\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x+1}\right).$$

Dữ kiện làm hai vế bằng nhau. Do đó $f'(x)=c/(x+1)$. Điều kiện đầu mút cho $c=3$ và $f(x)=3\ln(x+1)$. Tích phân từng phần suy ra $I=-3+6\ln(2)$.

Câu 428 [KM428] — **Đáp án D**

Kết quả: $-\frac{25}{3}+\frac{7e^3}{3}$.
Áp dụng Cauchy cho $\mathrm{e}^{-3x/2}f'(x)$ và $\mathrm{e}^{3x/2}$. Dữ kiện cho dấu bằng, nên $f'(x)=c\mathrm{e}^{3x}$. Tích phân và dùng hai giá trị đầu mút được $c=21$, $f(x)=7e^{3x}-6$. Suy ra $I=-\frac{25}{3}+\frac{7e^3}{3}$.

Câu 429 [KM429] — **Đáp án A**

Kết quả: 1.
Vì $\int_0^{\pi/8}\cos^2(4x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{16}$, khai triển cho $\int_0^{\pi/8}[f(x)-4\cos(4x)]^2\,\mathrm{d}x=0$. Vậy $f(x)=4\cos(4x)$ và $I=1$.

Câu 430 [KM430] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{28}{3}$.
Hölder cho $\left|\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x\right|^4 \le 1^3 \int_0^1 |f'(x)|^4\,\mathrm{d}x$. Dữ kiện cho dấu bằng, nên f' là hằng số; hai đầu mút xác định $f' = 2$. Vậy $f(x) = 2x + 2$ và $I = \frac{28}{3}$.

Câu 431 [KM431] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{1}{15} + \frac{49\sqrt{7}}{15}$.
Chuyển vế được $\int_0^1 [ff' - 3]^2\,\mathrm{d}x = 0$, nên $ff' = 3$. Từ $(f^2)' = 6$ và $f(0) = 1$ suy ra $f(x)^2 = 6x + 1$. Do $f > 0$, $I = \int_0^1 (6x+1)^{3/2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{15} + \frac{49\sqrt{7}}{15}$.

Câu 432 [KM432] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{1157}{4}$.
Đặt $p(x) = 3x + 5$. Vì $\int_0^1 p(x)^2\,\mathrm{d}x = 43$, giả thiết tương đương $\int_0^1 (f-p)^2\,\mathrm{d}x = 0$. Hàm $f - p$ liên tục nên $f = p$ trên $[0;1]$. Do đó $I = \int_0^1 (3x+5)^3\,\mathrm{d}x = \frac{1157}{4}$.

Câu 433 [KM433] — **Đáp án B**

Kết quả: 170.
Xét $J = \int_0^1 [f(x) - (6x+2)]^2\,\mathrm{d}x$. Khai triển, dùng ba dữ kiện và $\int_0^1 (6x+2)^2\,\mathrm{d}x = 28$ cho $J = 0$. Tính liên tục suy ra $f(x) = 6x + 2$. Thay vào tích phân cần tính, được $I = 170$.

Câu 434 [KM434] — **Đáp án C**

Kết quả: 2106.
Ta có $\int_0^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = 12$. Vì thế $\int_0^2 (f'(x) - 6)^2\,\mathrm{d}x = 72 - 2\cdot 6 \cdot 12 + 72 = 0$. Suy ra $f' = 6$, $f(x) = 6x + 3$ và $I = 2106$.

Câu 435 [KM435] — **Đáp án D**

Kết quả: -24.
Từng phần cho $\int_0^2 xf'(x)\,\mathrm{d}x = 2f(2) - \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{112}{3}$. Khai triển cho $\int_0^2 [f'(x) - 14x]^2\,\mathrm{d}x = 0$. Do đó $f'(x) = 14x$. Dùng $f(2) = 2$ suy ra $f(x) = 7x^2 - 26$, rồi $I = -24$.

Câu 436 [KM436] — **Đáp án B**

Kết quả: $-18\ln(2) - 6 + 18\ln(3)$.
Cauchy–Schwarz có trọng số $w = x + 2 > 0$ cho

$$\left(\int_0^1 f'\right)^2 \le \left(\int_0^1 (x+2)(f')^2\right)\left(\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x+2}\right).$$

Dữ kiện làm hai vế bằng nhau. Do đó $f'(x) = c/(x+2)$. Điều kiện đầu mút cho $c = 6$ và $f(x) = 6\ln\left(\frac{x}{2} + 1\right)$. Tích phân từng phần suy ra $I = -18\ln(2) - 6 + 18\ln(3)$.

Câu 437 [KM437] — **Đáp án C**

Kết quả: $-10+6e$.
Áp dụng Cauchy cho $\mathrm{e}^{-1x/2}f'(x)$ và $\mathrm{e}^{1x/2}$. Dữ kiện cho dấu bằng, nên $f'(x)=c\mathrm{e}^{1x}$. Tích phân và dùng hai giá trị đầu mút được $c=6$, $f(x)=6e^x-4$. Suy ra $I=-10+6e$.

Câu 438 [KM438] — **Đáp án D**

Kết quả: 1.
Vì $\int_0^{\pi/4}\cos^2(2x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{8}$, khai triển cho $\int_0^{\pi/4}[f(x)-2\cos(2x)]^2\,\mathrm{d}x=0$. Vậy $f(x)=2\cos(2x)$ và $I=1$.

Câu 439 [KM439] — **Đáp án A**

Kết quả: 52.
Hölder cho $\left|\int_0^1 f'(x)\,\mathrm{d}x\right|^4\le 1^3\int_0^1|f'(x)|^4\,\mathrm{d}x$. Dữ kiện cho dấu bằng, nên f' là hằng số; hai đầu mút xác định $f'=6$. Vậy $f(x)=6x+4$ và $I=52$.

Câu 440 [KM440] — **Đáp án C**

Kết quả: $-\frac{81}{10}+\frac{147\sqrt{21}}{10}$.
Chuyển vế được $\int_0^1[ff'-6]^2\,\mathrm{d}x=0$, nên $ff'=6$. Từ $(f^2)'=12$ và $f(0)=3$ suy ra $f(x)^2=12x+9$. Do $f>0$, $I=\int_0^1(12x+9)^{3/2}\,\mathrm{d}x=-\frac{81}{10}+\frac{147\sqrt{21}}{10}$.

Câu 441 [KM441] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{1832}{35}$.
Đặt $p(x)=4x^2+2$. Vì $\int_0^1 p(x)^2\,\mathrm{d}x=\frac{188}{15}$, giả thiết tương đương $\int_0^1(f-p)^2\,\mathrm{d}x=0$. Hàm $f-p$ liên tục nên $f=p$ trên $[0;1]$. Do đó $I=\int_0^1(4x^2+2)^3\,\mathrm{d}x=\frac{1832}{35}$.

Câu 442 [KM442] — **Đáp án A**

Kết quả: 371.
Xét $J=\int_0^1[f(x)-(4x+5)]^2\,\mathrm{d}x$. Khai triển, dùng ba dữ kiện và $\int_0^1(4x+5)^2\,\mathrm{d}x=\frac{151}{3}$ cho $J=0$. Tính liên tục suy ra $f(x)=4x+5$. Thay vào tích phân cần tính, được $I=371$.

Câu 443 [KM443] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{255}{4}$.
Ta có $\int_0^3 f'(x)\,\mathrm{d}x=3$. Vì thế $\int_0^3(f'(x)-1)^2\,\mathrm{d}x=3-2\cdot1\cdot3+3=0$. Suy ra $f'=1$, $f(x)=x+1$ và $I=\frac{255}{4}$.

Câu 444 [KM444] — **Đáp án D**

Kết quả: 3.
Đổi $x=-t$ và dùng $f(-t)=f(t)$. Cộng hai biểu thức của I, vì $\dfrac{1}{1+3^x}+\dfrac{1}{1+3^{-x}}=1$, ta có $2I=\int_{-2}^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2\cdot3$. Suy ra $I=3$.

Câu 445 [KM445] — **Đáp án A**

Kết quả: 22.
Vì f chẵn, $I = 2\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 22$.

Câu 446 [KM446] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{3402}{5}$.
Tích phân của hàm lẻ trên đoạn đối xứng bằng 0. Do đó $I = 2\displaystyle\int_0^3 7x^4\,\mathrm{d}x = \frac{3402}{5}$.

Câu 447 [KM447] — **Đáp án C**

Kết quả: 15.
Chia đoạn thành 3 đoạn có độ dài 1. Nhờ tính tuần hoàn, tích phân trên mỗi đoạn bằng 5. Do đó $I = 3 \cdot 5 = 15$.

Câu 448 [KM448] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{11}{3}$.
Chia đoạn tại $x = 1/3$. Trên đoạn trái đặt $t = 1 - 3x$; trên đoạn phải đặt $t = 3x - 1$. Suy ra $I = \dfrac{1}{3}\left(\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t\right) = \frac{11}{3}$.

Câu 449 [KM449] — **Đáp án B**

Kết quả: $-\frac{9}{2}$.
Tính liên tục tại 0 cho $m = 3$. Chia đoạn tại 0: $I = \int_{-3}^0 (7x+3)\,\mathrm{d}x + \int_0^3 (x^2+3)\,\mathrm{d}x = -\frac{9}{2}$.

Câu 450 [KM450] — **Đáp án C**

Kết quả: $\frac{9\pi}{4}$.
Đổi $x = \pi/2 - t$. Cộng tích phân ban đầu với tích phân mới được $2I = \int_0^{\pi/2} 9\,\mathrm{d}x = \frac{9\pi}{2}$, suy ra $I = \frac{9\pi}{4}$. Mẫu số dương trên toàn đoạn.

Câu 451 [KM451] — **Đáp án D**

Kết quả: $\frac{17}{3}$.
Hai hàm bằng nhau tại $x = 0$ và $x = 1$. Trên $[0;1]$ chọn $2x$; trên $[1;2]$ chọn $2x^2$. Do đó

$$I = \int_0^1 (2x)\,\mathrm{d}x + \int_1^2 \left(2x^2\right)\,\mathrm{d}x = \frac{17}{3}.$$

Câu 452 [KM452] — **Đáp án B**

Kết quả: $-\frac{25}{2}$.
Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I = \int_{-1}^{0} \left(3x^2\right)\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{3} (-3x)\,\mathrm{d}x = -\frac{25}{2}.$$

Câu 453 [KM453] — **Đáp án C**

Kết quả: 7.
Đổi $x = -t$ và dùng $f(-t) = f(t)$. Cộng hai biểu thức của I, vì $\dfrac{1}{1+5^x} + \dfrac{1}{1+5^{-x}} = 1$, ta có $2I = \int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 7$. Suy ra $I = 7$.

Câu 454 [KM454] — **Đáp án D**

Kết quả: 16.
Vì f chẵn, $I = 4\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 16$.

Câu 455 [KM455] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{8}{3}$.
Tích phân của hàm lẻ trên đoạn đối xứng bằng 0. Do đó $I = 2\displaystyle\int_0^1 4x^2\,\mathrm{d}x = \frac{8}{3}$.

Câu 456 [KM456] — **Đáp án C**

Kết quả: 27.
Chia đoạn thành 3 đoạn có độ dài 1. Nhờ tính tuần hoàn, tích phân trên mỗi đoạn bằng 9. Do đó $I = 3 \cdot 9 = 27$.

Câu 457 [KM457] — **Đáp án D**

Kết quả: 5.
Chia đoạn tại $x = 1/3$. Trên đoạn trái đặt $t = 1 - 3x$; trên đoạn phải đặt $t = 3x - 1$. Suy ra $I = \dfrac{1}{3}\left(\int_0^4 f(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t\right) = 5$.

Câu 458 [KM458] — **Đáp án A**

Kết quả: 36.
Tính liên tục tại 0 cho $m = 6$. Chia đoạn tại 0: $I = \int_{-3}^{0} (2x+6)\,\mathrm{d}x + \int_0^3 (x^2+6)\,\mathrm{d}x = 36$.

Câu 459 [KM459] — **Đáp án B**

Kết quả: $\frac{3\pi}{4}$.
Đổi $x = \pi/2 - t$. Cộng tích phân ban đầu với tích phân mới được $2I = \int_0^{\pi/2} 3\,\mathrm{d}x = \frac{3\pi}{2}$, suy ra $I = \frac{3\pi}{4}$. Mẫu số dương trên toàn đoạn.

Câu 460 [KM460] — **Đáp án D**

Kết quả: 17.

Hai hàm bằng nhau tại $x = 0$ và $x = 1$. Trên $[0;1]$ chọn $6x$; trên $[1;2]$ chọn $6x^2$. Do đó

$$I = \int_0^1 (6x)\,\mathrm{d}x + \int_1^2 \left(6x^2\right)\,\mathrm{d}x = 17.$$

Câu 461 [KM461] — **Đáp án A**

Kết quả: $\frac{85}{2}$.

Chia đoạn tại 0. Hai nhánh đều có giới hạn bằng 0 tại điểm ghép. Ta được

$$I = \int_{-3}^0 \left(5x^2\right)\,\mathrm{d}x + \int_0^1 (-5x)\,\mathrm{d}x = \frac{85}{2}.$$

MINH ĐI GIẢI ĐỀ