

Chương

II

VECTƠ VÀ HỆ TOA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Bài 6

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

A. LÝ THUYẾT

I. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

1. Định nghĩa.

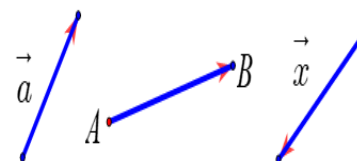
Vector trong không gian là đoạn thẳng có hướng, nghĩa là trong hai điểm mút của đoạn thẳng đã chỉ rõ điểm nào là điểm đầu, điểm nào là điểm cuối.

➤ Vector có điểm đầu (gốc) là A , điểm cuối (ngọn) là B ta kí hiệu : $\overrightarrow{AB}$

➤ Hướng từ gốc đến ngọn gọi là hướng của vectơ.

➤ Độ dài của vectơ trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

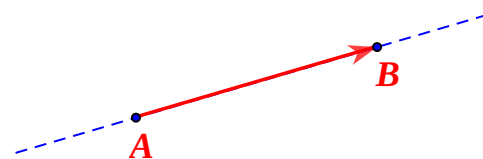
➤ Đoạn thẳng AB gọi là độ dài véc tơ $\overrightarrow{AB}$, kí hiệu $|\overrightarrow{AB}|$. Vậy $|\overrightarrow{AB}| = AB$.



Hình 1.1

Ví dụ 1. ở hình vẽ bên thì vectơ $\overrightarrow{AB}$ có

- Điểm gốc là A .
- Điểm ngọn là B .
- Phương (giá) là đường thẳng AB .
- Hướng từ A đến B .
- Độ dài (môđun) là AB .



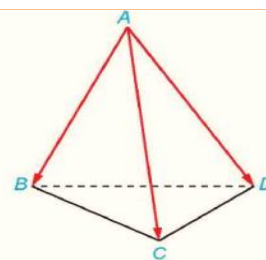
Nhận xét: Vectơ còn được kí hiệu là: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$

➤ Vectơ – không, **kí hiệu** là $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \dots = \overrightarrow{FF}$ là vectơ có :

- ① Điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
- ② Độ dài bằng 0.
- ③ Hướng bất kỳ.

Ví dụ 2. Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1

- a). Có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?
- b). Trong các vectơ tìm được ở câu a, những vectơ nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) ?
- c). Tính độ dài của các vectơ tìm được ở câu a.



Hình 2.5

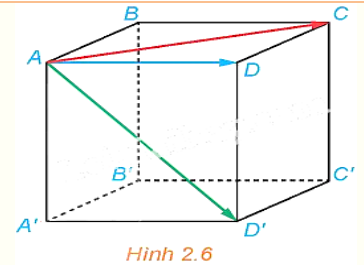
Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 3. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

Trong các vectơ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AD'}$:

- Hai vectơ nào có giá cùng nằm trong $mp(ABCD)$?
- Hai vectơ nào có cùng độ dài?



Hình 2.6

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

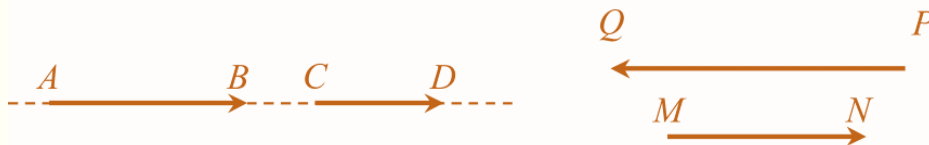
.....

.....

.....

2. Hai vectơ cùng phương, cùng hướng.

- Giá của vectơ** là đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vectơ.
- Hai vectơ cùng phương** là hai vectơ có giá song song hoặc trùng nhau (chúng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song).



- Hướng của hai vectơ:** Hai vectơ cùng phương thì có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.

Ví dụ 4.

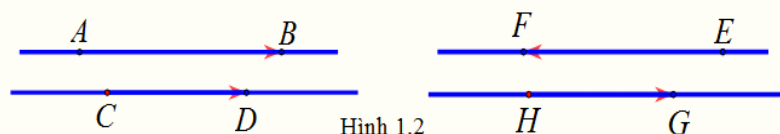
- Từ hình vẽ trên ta thấy hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ có giá nằm trên một đường thẳng (trùng) nên chúng cùng phương.
- Từ hình vẽ trên ta thấy hai vectơ $\overrightarrow{QP}$ và $\overrightarrow{MN}$ có giá song song nên chúng cùng phương.

|| Nhận xét:

- $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$ khi và chỉ khi $AB \parallel CD$ hoặc bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Ví dụ 5.

Ở hình vẽ dưới thì hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng còn $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{HG}$ ngược hướng.



Hình 1.2

|| Đặc biệt: vectơ – không cùng hướng với mọi vectơ.

3. Hai vector bằng nhau

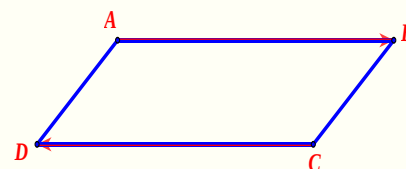
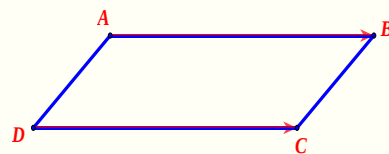
- Hai vector được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

Kí hiệu: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC} \text{ cùng hướng} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}| \end{cases}$

- Véc tơ $\vec{0}$ cùng hướng với mọi véc tơ và có độ lớn bằng 0.

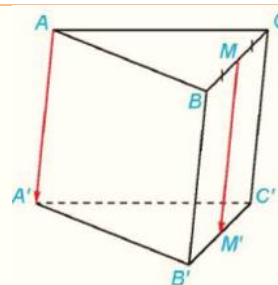
- Hai vector được gọi là đối nhau nếu chúng ngược hướng và cùng độ dài.

Kí hiệu: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \text{ ngược hướng} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \end{cases}$



Ví dụ 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (H2.8).

- a). Trong ba vector $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CC'}$ và $\overrightarrow{B'B}$, vector nào bằng vector $\overrightarrow{AA'}$? Giải thích vì sao.
b). Gọi M là trung điểm của cạnh BC .
Xác định điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$.



Hình 2.8

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

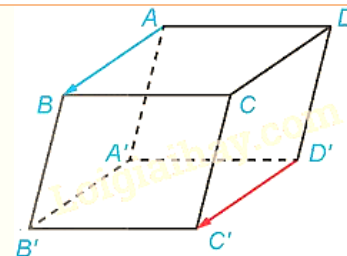
.....

.....

.....

Ví dụ 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (H.2.7)

- a). So sánh độ dài hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$.
b). Nhận xét về giá của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$.
c). Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ có cùng phương không?
Có cùng hướng không?



Hình 2.7

Lời giải

.....

.....

Ví dụ 10. Một tòa nhà có chiều cao của các tầng là như nhau. Một chiếc thang máy di chuyển từ tầng 15 lên tầng 22 của tòa nhà, sau đó di chuyển từ tầng 22 lên tầng 29. Các vector biểu diễn độ dịch chuyển của thang máy trong hai lần di chuyển đó có bằng nhau không? Giải thích vì sao.



Hình 2.9

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

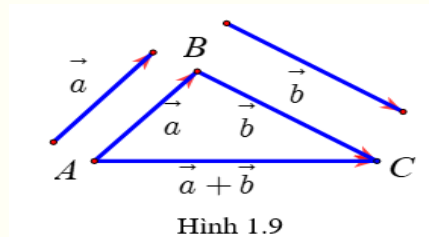
.....

II. TỔNG HAI VECTOR

1). Định nghĩa.

Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}; \vec{b}$

Từ điểm A tùy ý vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ rồi từ B vẽ $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ khi đó vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}; \vec{b}$.



Hình 1.9

Kí hiệu $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (Hình 1.9)

2). Tính chất :

- Giao hoán : $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- Kết hợp : $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}, \forall \vec{a}$

Ví dụ 11. Tính tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\overrightarrow{MR}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{PR}$.

D. $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 12. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải.

.....

.....

Trang 6

III. HIỆU HAI VECTOR

1). Vector đối của một vector.

Vector đối của vector $\vec{a}$ là vector ngược hướng và cùng độ dài với vector $\vec{a}$.

Kí hiệu $-\vec{a}$

Như vậy $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$, $\forall \vec{a}$ và $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

2). Định nghĩa hiệu hai vector:

Hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là tổng của vector $\vec{a}$ và vector đối của vector $\vec{b}$.

Kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

Nhận xét: Cho O, A, B tùy ý ta có: $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

Ví dụ 16. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$.

Lời giải.

Ví dụ 17. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$.

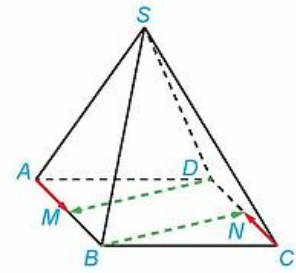
D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Lời giải.

Ví dụ 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Chứng minh rằng:

- a). $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CN}$ là hai vector đối nhau;
- b). $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.
- c). $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{DM}$ là hai vector đối nhau;
- d). $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SC}$



Hình 2.16

Lời giải

IV. CÁC QUY TẮC

1. Định giữa.

✦ Quy tắc 3 điểm: Cho ba điểm A, B, C bất kỳ, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

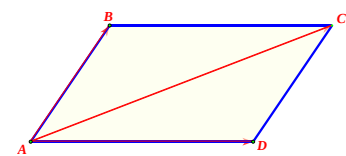
2. Định đầu.

★ Tổng:

✦ Quy tắc hình bình hành:

Cho hình bình hành $ABCD$, ta có

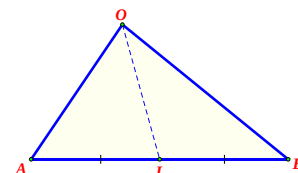
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$$



✦ Hệ thức trung điểm đoạn thẳng:

Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB và điểm O tùy ý,

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OI}$$

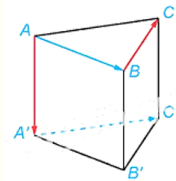


Ví dụ 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O .
 Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SO}$.

Trang 10

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 22. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$.
 Tính các góc $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC})$ và $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'})$.



Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 23. Cho tứ diện đều $ABCD$ có H là trung điểm của cạnh AB . Hãy tính góc giữa các cặp vec tơ sau đây.

a). $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$

b). $\overrightarrow{CH}$ và $\overrightarrow{AC}$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 24.

Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....	
.....	

3. Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.

1. Định nghĩa:

Cho góc giữa hai vectơ trong không gian: $(\vec{u}, \vec{v}) = BAC$ ($0^\circ \leq BAC \leq 180^\circ$).

Khi đó: với hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ khác $\vec{0}$, tích vô hướng của hai vectơ trong không gian là một số được kí hiệu và xác định bằng công thức

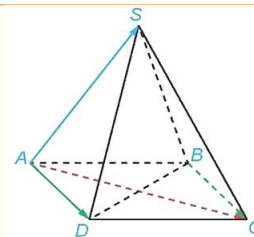
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}).$$

2. Nhận xét:

- Với $\vec{u} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v} = \vec{0}$. Qui ước $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.
- Nếu $\vec{u} \perp \vec{v}$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Ví dụ 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a (H.2.26). Tính các tích vô hướng sau:

- a). $\vec{AS} \cdot \vec{BC}$;
- b). $\vec{AS} \cdot \vec{AC}$;
- c). $\vec{AS} \cdot \vec{BD}$;
- d). $\vec{AS} \cdot \vec{CD}$.



Lời giải

[illegible]

Ví dụ 26. Cho tứ diện $ABCD$ có AC và BD cùng vuông góc với AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, CD . Chứng minh rằng:

a). $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

b). $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Lời giải

[illegible]

Ví dụ 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{B'D'} = 0$.

Lời giải

VI. GÓC CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

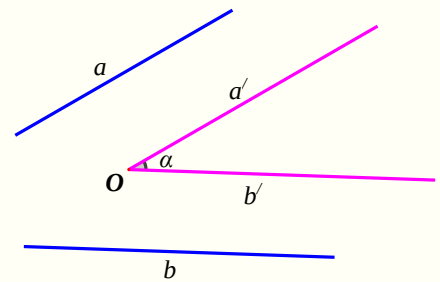
1. Định nghĩa: góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với a và b .

2. Nhận xét.

- Để xác định góc ta chỉ cần chọn một điểm bất kỳ sau đó dựng hai đường thẳng cùng song song với hai đường thẳng cần tính.
- Nếu $\vec{u}$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng a và $\vec{v}$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng b và $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha$ thì góc của hai đường thẳng a và b được xác định như sau:

$$\begin{cases} \alpha & \text{khi } 0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \\ 180^\circ - \alpha & \text{khi } 90^\circ < \alpha \leq 180^\circ \end{cases}$$

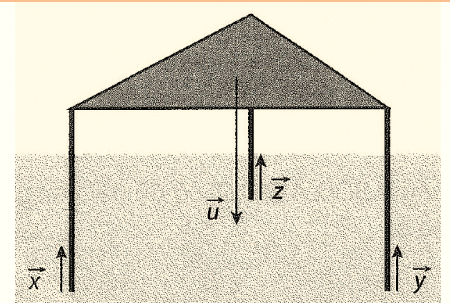
- Tức là, góc của hai đường thẳng luôn là góc nhọn.
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau thì góc giữa chúng bằng 0° .



Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 31. Một chiếc bàn cân đối được đặt trên mặt sàn nằm ngang, mặt bàn song song với mặt sàn và ba chân bàn vuông góc với mặt sàn. Trọng lực tác dụng lên bàn (biểu thị bởi vector $\vec{u}$) phân tán đều qua các chân bàn và tạo nên các phản lực từ mặt sàn lên các chân bàn (biểu thị bởi các vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$).



Hãy giải thích vì sao $\vec{x} = \vec{y} = \vec{z} = -\frac{1}{3}\vec{u}$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 32.

Ba sợi dây không giãn với khối lượng không đáng kể được buộc chung một đầu và được kéo căng về ba hướng khác nhau (H.2.31). Nếu các lực kéo làm cho ba sợi dây ở trạng thái đứng yên thì khi đó ba sợi dây nằm trên cùng một mặt phẳng. Hãy giải thích vì sao.



Hình 2.31

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 33. Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học (H.2.20). Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay.



Hình 2.20

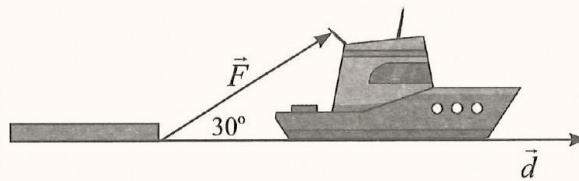
Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vector $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$.

Hãy giải thích vì sao $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 34. Một tàu kéo một xà lan trên biển di chuyển được 3 km với một lực kéo có cường độ 2000 N và có phương hợp với phương dịch chuyển một góc 30° . Tính công thực hiện bởi lực kéo nói trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của Jun).



Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 35. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 10 N và 8 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 6 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

[illegible]

The diagram shows a car on a platform. A cable is attached to the top of the car and runs vertically to a pulley at the top. From the pulley, the cable branches into four cables that connect to points A, B, C, and D on the platform. These four cables are part of a larger structure that forms a tetrahedron. The vertices of the tetrahedron are labeled A, B, C, and D. The top vertex is labeled E. The forces acting on the cables are labeled F_1 , F_2 , F_3 , and F_4 . The force F_1 is the weight of the car and platform, acting downwards from point E. The forces F_2 , F_3 , and F_4 are the tensions in the cables, acting upwards from points A, B, and C respectively. The force F_1 is the weight of the car and platform, acting downwards from point E. The forces F_2 , F_3 , and F_4 are the tensions in the cables, acting upwards from points A, B, and C respectively.

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

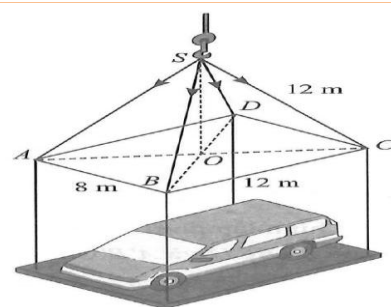
.....

.....

.....

.....

Ví dụ 37. Tính độ lớn của các lực căng trên mỗi sợi dây cáp trong Hình 16. Cho biết khối lượng xe là 1900 kg , gia tốc là 10 m/s^2 , khung nâng có khối lượng 100 kg và có dạng hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = 8 \text{ m}$, $BC = 12 \text{ m}$, $SC = 12 \text{ m}$ và SO vuông góc với $(ABCD)$.



Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của Newton.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

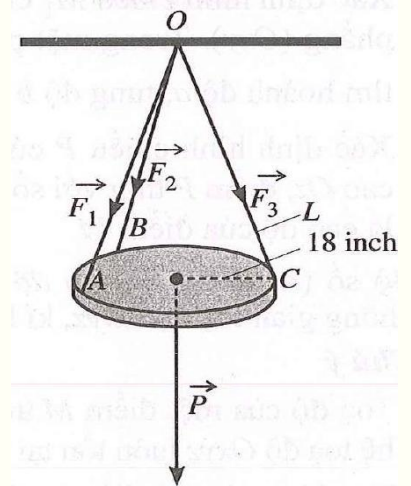
.....

.....

.....

.....

Ví dụ 38. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn (hình vẽ). Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L (inch). Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 inch ($1\text{ inch} = 2,54\text{ cm}$). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L .



- a). Xác định công thức tính hàm số $F = F(L)$.
- b). Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $F = F(L)$.
- c). Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 10 N .

Lời giải

[illegible]

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

Dạng 1. Xác định phương, hướng, độ dài và chứng minh đẳng thức vectơ.

1. Phương pháp.

- Để xác định một vectơ ta cần 2 điểm A và B .
- Cú hai điểm A và B ta xác định được hai véc tơ đối nhau là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.
- **Nhận xét:** cú n điểm phân biệt cú $n(n-1)$ vectơ khác vectơ-không được tạo thành từ các điểm đó.
- Sự cùng phương, cùng hướng của hai vectơ ta áp dụng theo định nghĩa.
- Dựa vào các tính chất hình học của các hình đã cho để tính độ dài của một vectơ.
 - ☞ Tính chất hình bình hành, hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình thang, hình tam giác...
 - ☞ Áp dụng định lý Pytago, hệ thức lượng...

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Hãy chỉ ra hai vectơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lăng trụ sao cho hai vectơ đó:

- a).** Bằng vector $\overrightarrow{BB'}$;
b). Là vector đối của vector $\overrightarrow{BB'}$.

Lời giải.

.....

.....

Bài tập 2. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Hãy chỉ ra ba vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp sao cho ba vector đó:

- Bằng vector $\overrightarrow{AD}$;
- Là vector đối của vector $\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

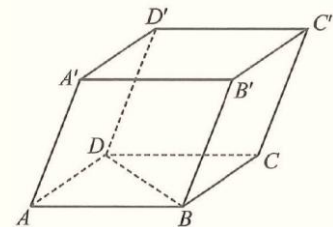
.....

.....

.....

Bài tập 3. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

- Chỉ ra các vector có điểm đầu là B và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp không cùng nằm trên một mặt của hình hộp với điểm B .
- Tìm các vector bằng vector $\overrightarrow{BC}$.
- Tìm các vector đối của vector $\overrightarrow{BD}$.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 4. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Trong các vector có điểm đầu và điểm cuối là hai đỉnh phân biệt của hình lăng trụ:

- Những vector nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) ?
- Những vector nào bằng vector $\overrightarrow{AA'}$?
- Những vector nào là vector đối của vector $\overrightarrow{AC}$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 5. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Trong các vector có điểm đầu và điểm cuối phân biệt thuộc tập $\{S, A, B, C, D\}$:

- a). Những vector nào có điểm đầu là S ?
- b). Những vector nào có giá nằm trong mặt phẳng (SAB) ?
- c). Vector nào là vector đối của vector $\overrightarrow{BC}$?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các vector có điểm đầu và điểm cuối là hai đỉnh phân biệt của hình hộp:

- a). Vector nào cùng phương với vector $\overrightarrow{AC}$?
- b). Vector nào bằng vector $\overrightarrow{AD'}$?
- c). Những vector nào là vector đối của vector $\overrightarrow{AA'}$?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 7. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 1$ và $AA' = 2$. Tính độ dài của các vector sau:

- a). $\overrightarrow{BD}$;
- b). $\overrightarrow{CD'}$;
- c). $\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 8. Trong không gian, cho hai hình bình hành $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

a). $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD};$

b). $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{CC'}.$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, CD sao cho $AE = \frac{1}{3}AB$ và $CF = \frac{1}{3}CD$. Chứng minh rằng:

a). $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CD};$

b). $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

c). $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

[illegible]

 **Bài tập 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình chữ nhật. Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.

b). $\overrightarrow{SA}^2 + \overrightarrow{SC}^2 = \overrightarrow{SB}^2 + \overrightarrow{SD}^2$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Chứng minh rằng

a). $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}.$

b). $2(\overrightarrow{SO} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{SC}) = \overrightarrow{DB}$.

c). $\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{SB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{SD}.$

Lời giải

.....

[illegible]

Bài tập 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Chứng minh rằng $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$.

Lời giải

Bài tập 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là các điểm thuộc các cạnh AB và CD sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{ND} = -2\overrightarrow{NC}$; I, J, K lần lượt thuộc AD, MN, BC sao cho $\overrightarrow{IA} = k\overrightarrow{ID}$, $\overrightarrow{JM} = k\overrightarrow{JN}$, $\overrightarrow{KB} = k\overrightarrow{KC}$.

Chúng minh rằng với mọi điểm O ta có $\overrightarrow{OJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OI} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OK}$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 14. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a$, $CD = 2b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và $IJ = 2c$; M là một điểm bất kỳ. Chứng minh rằng

a). $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 2a^2$.

b). $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4MG^2 + 2(a^2 + b^2 + 2c^2)$ với G là trọng tâm của tứ diện.

Suy ra vị trí của điểm M để $(MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. Each column contains 20 evenly spaced lines. The entire page is white, and there are no margins or additional markings.

b). Hai tam giác INJ và MPQ có trọng tâm trùng nhau.

[illegible]

b). $\overrightarrow{GG'} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP})$.

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. (THPT Nghĩa Hưng 2019) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.
- B.** Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vector $\vec{0}$ thì ba vector đó đồng phẳng.
- C.** Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.
- D.** Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.

Lời giải

.....

.....

Câu 2. (THPT Chuyên ĐHSPT-Hà Nội) Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A.** 12.
- B.** 4.
- C.** 10.
- D.** 8.

Lời giải

.....

.....

Câu 3. (THPT Quảng Xương 2018) Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Không thể kết luận G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ trong trường hợp

- A.** $\vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$.
- B.** $GM = GN$.
- C.** $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
- D.** $4\vec{PG} = \vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD}$ với P là điểm bất kỳ.

Lời giải

.....

.....

Câu 4. (THPT Xuân Hòa 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\vec{MS} \cdot \vec{CB}$ bằng

- A.** $\frac{a^2}{2}$.
- B.** $-\frac{a^2}{2}$.
- C.** $\frac{a^2}{3}$.
- D.** $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. (THPT Đoàn Thượng 2018) Cho tứ diện $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** AC và BD vuông góc.
B. AB và BC vuông góc.
B. AB và CD vuông góc.
D. Không có cặp cạnh đối diện nào vuông góc.

Lời giải

.....

.....

Câu 6. (THPT Lý Thái Tổ) Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD , I là trung điểm của đoạn MN . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$.
B. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.
B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.
C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.
D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

Lời giải

.....

.....

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm của AD . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$.

B. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

C. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

D. $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D_1}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC'} = 3\overrightarrow{AG}$.

B. $\overrightarrow{AC'} = 4\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{BD'} = 4\overrightarrow{BG}$.

D. $\overrightarrow{BD'} = 3\overrightarrow{BG}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** G, S, O không thẳng hàng. **B.** $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$.
C. $\overrightarrow{GS} = 5\overrightarrow{OG}$. **D.** $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_0 là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD) .

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_0G}$. **B.** $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_0G}$. **C.** $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}$. **D.** $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_0G}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$. **B.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$.
C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của đoạn MN và P là một điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vector $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$.

- A. $k = 4$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = \frac{1}{4}$. D. $k = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vector $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

- A. $k = \frac{1}{2}$. B. $k = \frac{1}{3}$. C. $k = 3$. D. $k = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

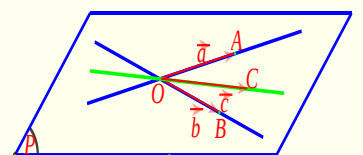
Dạng 2. Phân tích một vector thành một tổ hợp véc tơ.

1. Phương pháp:

- Sử dụng *kỹ thuật chèn điểm* để xuất hiện véc tơ cần biểu thị dựa vào hình vẽ cho ngắn gọn.
- Nếu giả thiết cho trung điểm, trọng tâm, hoặc hình bình hành thì áp dụng trực tiếp cho nhanh.

Chú ý:

- Biến đổi dựa vào quy tắc đỉnh giữa và đỉnh đầu.
- Chú ý mấy đỉnh đầu và hệ số của các véc tơ:
(2 đỉnh đầu, 3 đỉnh đầu, 4 đỉnh đầu)



[illegible]

Bài tập 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Gọi tâm hai đáy lần lượt là O và O' . Hãy biểu diễn các vectơ $\overrightarrow{BD'}$, $\overrightarrow{A'C}$, $\overrightarrow{B'D}$, $\overrightarrow{DO'}$ theo các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$

Lời giải

[illegible]

Lời giải

b). Xác định các số k, l để đường thẳng MN song song với đường thẳng BD' .

Lời giải

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 22. (Sở GD và Đào Tạo Vĩnh Phúc 2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng:

- A. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$. B. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$. C. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$. D. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. (THPT Hồng Quang 2018) Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 24. (THPT Lý Thái Tổ Bắc Ninh) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

- A. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 25. (THPT Kim Liên 2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với M là trung điểm cạnh BC (tham khảo hình vẽ bên). Biết $\overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + k\overrightarrow{BC}$. Tìm k ?

A. $k = \frac{1}{2}$

B. $k = 2$

C. $k = -\frac{1}{2}$

D. $k = \frac{3}{2}$

Lời giải

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{BB'} = \vec{b}$; $\overrightarrow{BC} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của BD' . Biểu thị $\overrightarrow{D'M}$ theo $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$.

A. $\overrightarrow{D'M} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{D'M} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{D'M} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$.

D. $\overrightarrow{D'M} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$.

Lời giải

Câu 27. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

Tính độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ theo a

A. $a\sqrt{2}$.

B. $(1 + \sqrt{3})a$.

C. $a\sqrt{6}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Câu 28. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c})$.

B. $\frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c})$.

D. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 29. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

- A.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' .

Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 31. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình hình hành $ABCD$.

Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khi đó

- A.** $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$. **B.** $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.
- C.** $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$. **D.** $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 32. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Gọi I là trung điểm của $B'C'$, K là giao điểm của $A'I$ và $B'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{3}(4\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{3}(4\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DK} = 4\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}.$

D. $\overrightarrow{DK} = 4\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}.$

Lời giải

[illegible]

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$

c. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Lời giải

[illegible]

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....

.....

.....

.....

Câu 36. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 37. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{AA'}$.

A. $k = -2$.

B. $k = 1$.

C. $k = -1$.

D. $k = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tìm điểm M thỏa mãn biểu thức véc tơ.

1. Phương pháp:

- ① Sử dụng quy tắc đỉnh giữa và đỉnh đầu để rút gọn biểu thức về đơn giản.
- ② Nếu giả thiết cho trung điểm, trọng tâm, hoặc hình bình hành thì áp dụng trực tiếp cho nhanh.

Chú ý:

- Biến đổi dựa vào quy tắc đỉnh giữa và đỉnh đầu.
- Chú ý mấy đỉnh đầu và hệ số của các véc tơ: (2 đỉnh đầu, 3 đỉnh đầu, 4 đỉnh đầu)

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 23. Cho tứ diện $ABCD$. Xác định các điểm M, N thỏa mãn

a). $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$. b). $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 24. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định vị trí điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{MD'} = \vec{0}$.

Lời giải

[illegible]

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Điểm M xác định bởi đẳng thức vector $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M trùng G .
- B. M thuộc tia AG và $AM = 3AG$.
- C. G là trung điểm AM .
- D. M là trung điểm AG .

Lời giải

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. N là trung điểm BD .
- B. N là đỉnh thứ tư của hình bình hành $BCDN$.
- C. N là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CDBN$.
- C. N trùng với A .

Lời giải

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Ta định nghĩa " G là trọng tâm tứ diện $ABCD$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ ". Khẳng định nào sau đây sai?

- A. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AB và CD .
- B. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AC và BD .
- C. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AD và BC .
- D. Cả A, B, C đều đúng.

Lời giải

Câu 41. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Điểm M được xác định bởi đẳng thức vector $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{MD'} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là tâm của mặt đáy $ABCD$.
- B. M là tâm của mặt đáy $A'B'C'D'$.
- C. M là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tâm của hai mặt đáy.
- D. Tập hợp điểm M là đoạn thẳng nối hai tâm của hai mặt đáy.

Lời giải

Trang 47

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 26. Cho hình chóp $S.ABC$. Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MA}$ và trên đoạn BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$. Chứng minh ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{SC}$ đồng phẳng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và $C'D'$. Chứng minh rằng ba vector $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{DD'}$ đồng phẳng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Lời giải

Lời giải.

Bài tập 30. Cho tứ diện $ABCD$, các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{NB} = y\overrightarrow{ND}$ ($x, y \neq 1$). Tìm điều kiện giữa x và y để ba vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải.

[illegible]

The diagram shows a horizontal vector u_3 above a line labeled d_3 . Below this, a parallelogram represents a plane defined by vectors d_1 and d_2 originating from point A . The vector u_3 is decomposed into two components, u_1 and u_2 , which lie within the plane. u_1 is parallel to d_1 and u_2 is parallel to d_2 .

Bài tập 31. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, với M, N là các điểm thỏa $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{NA'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NC}$. Chứng minh $MN \parallel (BC'D)$.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 32. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', CC' và G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Chứng minh $(MGC') // (AB'N)$.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 33. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P , Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , CD . Trên các cạnh AC , BD ta lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BD} = k$ ($k > 0$). Chứng minh rằng ba vectơ $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PN}$ đồng phẳng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 34. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N xác định bởi: $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$ (1); $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$ (2).

- a). Các điểm M, N thuộc các mặt phẳng nào của tứ diện?
 b). Tìm x để các đường thẳng AD, BC, MN cùng song song với một mặt phẳng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 35. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt thuộc AC, BD thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = x\overrightarrow{MC}$ và $\overrightarrow{MB} = y\overrightarrow{MD}$ với $x, y \neq 1$.
 Tìm điều kiện giữa x và y để ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

[illegible]

Bài tập 36. Cho hình lăng trụ $ABC.DEF$. Gọi G, H, I, J, K lần lượt là trung điểm của AE, EC, CD, BC, BE .

a). Chứng minh ba vectơ $\overrightarrow{AJ}$, $\overrightarrow{GI}$, $\overrightarrow{HK}$ đồng phẳng.

b). Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên AF và CE sao cho $\frac{FM}{FA} = \frac{CN}{CE} = \frac{1}{3}$.

Các đường thẳng vẽ từ M và N song song với CF lần lượt cắt DF và EF tại P và Q . Chứng minh ba vectơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{CF}$ đồng phẳng.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 37. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và DD' ; G, G' lần lượt là trọng tâm của các tứ diện $A'D'MN$ và $BCC'D'$. Chứng minh rằng GG' song song với mặt phẳng $(ABB'A')$.

Lời giải

[illegible]

 **Bài tập 38.** Cho các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ thỏa mãn $\begin{cases} \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c} + 2\vec{d} = \vec{0} & (1) \\ 2\vec{a} - 5\vec{b} - 7\vec{c} + 7\vec{d} = \vec{0} & (2) \end{cases}$. Chứng minh ba vector $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ đồng phẳng.

Lời giải

 Bài tập 39. Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.

- a).** Gọi $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{y} = 3\vec{b} - \vec{c}$, $\vec{z} = 2\vec{c} - 3\vec{a}$. Chứng minh ba vector $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đồng phẳng.
- b).** Chứng minh ba vector $l\vec{a} - m\vec{b}$, $n\vec{b} - l\vec{c}$, $m\vec{c} - n\vec{a}$ đồng phẳng.

Lời giải

[illegible]

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nhận xét:

Ta có thể sử dụng điều kiện đồng phẳng của ba vec tơ để giải bài toán hình không gian. Sử dụng các kết quả

- ✦ A, B, C, D là bốn điểm đồng phẳng $\Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = m\overrightarrow{DB} + n\overrightarrow{DC}$
- ✦ A, B, C, D là bốn điểm đồng phẳng $\Leftrightarrow$ với mọi điểm O bất kỳ $\overrightarrow{OD} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$ trong đó $x + y + z = 1$.

Bài tập 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi B', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' .

Tính $\frac{SC'}{SC}$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi K là trung điểm của cạnh SC . Mặt phẳng qua AK cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại M, N .

Chứng minh $\frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} = 3$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	



.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là điểm thỏa $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Một mặt phẳng đi qua AG cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P . Chứng minh rằng $\frac{BM}{SM} + \frac{CN}{SN} + \frac{DP}{SP} = 1$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 43. Cho tứ diện $SABC$ có $SA=SB=SC=1$. Một mặt phẳng (P) thay đổi luôn đi qua trọng tâm G của tứ diện $SABC$ và cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại D, E, F . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{1}{SD \cdot SE} + \frac{1}{SE \cdot SF} + \frac{1}{SF \cdot SD}$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 44. Cho hình chóp $S.ABCD$, mặt phẳng (α) cắt tia SA, SB, SC, SG (G là trọng tâm tam giác ABC) lần lượt tại các điểm A', B', C', G' .

Chứng minh $\frac{SA}{SA'} + \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} = 3 \frac{SG}{SG'}$.

Lời giải

[illegible]

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 43. (THPT Sơn Tây Hà Nội 2018) Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$.

Tìm x để các véc tơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

- A.** $x = -1$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Câu 44. (THPT Nguyễn Huệ-Huế) Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vector $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}, \vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}, \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Ba vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.
- B. Hai vector $\vec{x}, \vec{a}$ cùng phương.
- C. Hai vector $\vec{x}, \vec{b}$ cùng phương.
- D. Ba vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đôi một cùng phương.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 45. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. Ba vector $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c}, \vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c}$ đồng phẳng.
- B. Ba vector $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}, \vec{y} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}, \vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{c}$ đồng phẳng.
- C. Ba vector $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}, \vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 3\vec{c}$ đồng phẳng.
- D. Ba vector $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}, \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}, \vec{z} = -\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ đồng phẳng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 46. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Điều kiện nào dưới đây khẳng định ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?

- A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
- B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
- C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
- D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng quy.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 47. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng. **B.** $\overrightarrow{CD_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A_1B_1}$ đồng phẳng.
C. $\overrightarrow{CD_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A_1C}$ đồng phẳng. **D.** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{C_1A}$ đồng phẳng.

Lời giải

Câu 48. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm của hình bình hành $ABEF$ và K là tâm của hình bình hành $BCGF$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. **B.** $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.
C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. **D.** $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Lời giải

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.** $k = 4$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = 0$. **D.** $k = 2$.

Lời giải

Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A.** Ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
B. Ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.
C. Ba vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
D. Ba vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABC$. Lấy các điểm A', B', C' lần lượt thuộc các tia SA, SB, SC sao cho $\frac{SA}{SA'} = a, \frac{SB}{SB'} = b, \frac{SC}{SC'} = c$, trong đó a, b, c là các số thay đổi.

Để mặt phẳng $(A'B'C')$ đi qua trọng tâm của tam giác ABC thì

- A.** $a+b+c=3$. **B.** $a+b+c=4$. **C.** $a+b+c=2$. **D.** $a+b+c=1$.

Lời giải

[illegible]

Câu 55. (THPT Kinh Môn 2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{MA'} = k.\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NC'} = l.\overrightarrow{ND}$. Khi MN song song với BD' thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $k-l=-\frac{3}{2}$. **B.** $k+l=-3$. **C.** $k+l=-4$. **D.** $k+l=-2$.

Lời giải

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

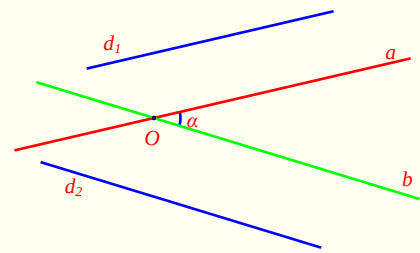
Dạng 5. Xác định và tính góc của hai đường thẳng.

1. Phương pháp:

Để tính góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 trong không gian ta có thể thực hiện theo hai cách

◦ **Cách 1.** Tìm góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 bằng cách

- ① Chọn một điểm O thích hợp (O thường nằm trên một trong hai đường thẳng).
- ② Từ O dựng các đường thẳng $a // d_1$ và $b // d_2$ (có thể trùng nếu O nằm trên một trong hai đường thẳng) với d_1 và d_2 .
- ③ Góc giữa hai đường thẳng a và b chính là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 .



§ **Lưu ý:** Tính góc này ta sử dụng định lí cosin trong tam giác

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

◦ **Cách 2.** Tìm hai vec tơ chỉ phương $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ của hai đường thẳng d_1, d_2

Khi đó góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 xác định bởi

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| |\vec{u}_2|}.$$

§ **Lưu ý:** Để tính $|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|, |\vec{u}_1|, |\vec{u}_2|$ ta chọn ba vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng mà có thể tính được độ dài và góc giữa chúng, sau đó biểu thị các vec tơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ qua các vec tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ rồi thực hiện các tính toán dựa vào công thức:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} &\Rightarrow \overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{BC}^2 = \overrightarrow{AC}^2 - 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB}^2 \\ &\Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{BC}^2}{2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}} \end{aligned}$$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 45. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD , biết $AB = CD = a, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

Bài tập 46. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và AD . Cho biết $AB = CD = 2a$ và $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

Lời giải.

[illegible]

 **Bài tập 47.** Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a .

a). Tính góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$.

b). Gọi I là trung điểm AB . Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CI}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 48. Cho tứ diện $ABCD$ có $CD = \frac{4}{3}AB$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, AC, BD . Cho biết $JK = \frac{5}{6}AB$. Tính góc giữa đường thẳng CD với các đường thẳng IJ và AB .

Lời giải.

Bài tập 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a$ và $BAC = BAD = 60^\circ$, $CAD = 90^\circ$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính góc của hai đường thẳng AB và DM .

Lời giải



Bài tập 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 51. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$.

a). Chứng minh rằng $AG \perp CD$.

b). Gọi M là trung điểm của CD . Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng AC và BM

Lời giải

[illegible]

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 52. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SM}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 56. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).
- B.** Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .
- C.** Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.
- D.** Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 57. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- B.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
- C.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- D.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Lời giải

.....

Câu 58. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.** Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.
- B.** Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.
- C.** Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.
- D.** Nếu $b \perp a$ thì $b // (P)$.

Lời giải

.....

Câu 59. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DH}$?

- A.** 45° .
- B.** 90° .
- C.** 120° .
- D.** 60° .

Lời giải

.....

Câu 60. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$.

Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?

- A.** 90° .
- B.** 60° .
- C.** 45° .
- D.** 120° .

Lời giải

.....

Câu 61. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa AC và DA' là:

- A.** 45° .
- B.** 90° .
- C.** 60° .
- D.** 120° .

Lời giải

.....

Câu 62. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'DC'$ đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

- A.** $AB'C$.
- B.** $DA'C'$.
- C.** $BB'D$.
- D.** BDB' .

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 63. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **sai** ?

A. Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90° .

B. Góc giữa $B'D'$ và AA' bằng 60° .

C. Góc giữa AD và $B'C$ bằng 45° .

D. Góc giữa BD và $A'C'$ bằng 90° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 64. (THPT Lý Thái Tổ) Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính góc giữa vector $\overrightarrow{DA}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. 60°

B. 90°

C. 30°

D. 120°

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 65. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 66. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Góc giữa AO và CD bằng bao nhiêu ?

A. 0° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 67. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng :

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 68. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. 60° .

B. 45° .

C. 120° .

D. 90° .

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$?

A. 120° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....

.....

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB$ và $CA=CB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và AB .

A. 30° .

A. 45° .

A. 60° .

A. 90° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=AC$ và $SAC=SAB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SA và BC .

A. 30° .

A. 45° .

A. 60° .

A. 90° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 72. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = \frac{3}{2}AD$, $CAB = DAB = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$.

B. $\varphi = 60^\circ$.

C. $\varphi = 30^\circ$.

D. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 73. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^\circ$, $CAD = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$?

A. 120° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 45° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc (IE, JF) bằng

A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng

A. 45° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 60° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng:

A. 90° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 60° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SA = x$, tất cả các cạnh còn lại đều bằng a . Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và SC .

A. 30° . **A.** 45° . **A.** 60° . **A.** 90° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 78. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$.

A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** a^2 . **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a^2\sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 79. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Giá trị $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1}$ là:

A. $\frac{1}{2}a^2$. **B.** a^2 . **C.** $\frac{3}{4}a^2$. **D.** $a^2\sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 80. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = a$, $BD = 3a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết AC vuông góc với BD . Tính MN .

A. $MN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

C. $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $MN = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 6. Ứng dụng định nghĩa tích vô hướng vào bài toán thực tiễn

1. Phương pháp:

1. Định nghĩa:

Cho góc giữa hai vector trong không gian: $(\vec{u}, \vec{v}) = BAC$ ($0^\circ \leq BAC \leq 180^\circ$). Khi đó: với hai vector $\vec{u}$, $\vec{v}$ khác $\vec{0}$, tích vô hướng của hai vector trong không gian là một số được kí hiệu và xác định bằng công thức $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$.

2. Nhận xét:

- Với $\vec{u} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v} = \vec{0}$. Qui ước $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.
- Nếu $\vec{u} \perp \vec{v}$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 53. Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thoả mãn $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$. Tính các tích vô hướng sau:

a). $(\vec{a} + \vec{b})^2$;

b). $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$;

c). $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b})$.

Lời giải

.....

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 54. Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thoả mãn $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}, |\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính độ dài của vector $3\vec{a} - 2\vec{b}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 55. Cho hai vector $\vec{u} = (2; -1; 2), \vec{v}$ thoả mãn $|\vec{v}| = 1$ và $|\vec{u} - \vec{v}| = 4$. Tính độ dài của vector $\vec{u} + \vec{v}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 56. Cho hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ thoả mãn $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 1$ và $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$. Tính góc giữa hai vector $\vec{v}$ và $\vec{u} - \vec{v}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 57. Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc bằng 60° . Biết $|\vec{a}| = 2$ và $|\vec{b}| = 3$, tính $|\vec{a} + \vec{b}|$ và $|\vec{a} - \vec{b}|$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 58. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 45° , hãy tính:

a). $\vec{a} \cdot \vec{b}$;

b). $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$;

c). $(\vec{a} + \vec{b})^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

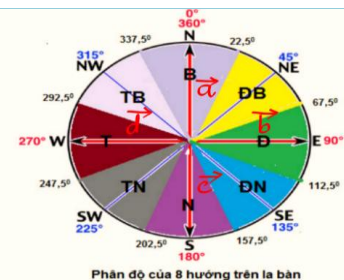
.....

.....

.....

Bài tập 59. Hình ảnh dưới đây là phân độ của 8 hướng trên la bàn. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương.
- B. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.
- C. Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{d}$ cùng phương.
- D. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng hướng.



Lời giải

.....

.....

Bài tập 60. Theo định luật II: Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật:



$\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó $\vec{F}$ là vectơ lực (N), $\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2), $m(kg)$ là khối lượng của vật. Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng $0,5(kg)$ một gia tốc $50(m/s^2)$ thì cần một lực đã có độ lớn là bao nhiêu?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 61. Một vật có khối lượng $m(kg)$ thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m.\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8m/s^2$. Tính khối lượng của vật khi chịu tác dụng của lực hấp dẫn của Trái Đất là $P = 4,9N$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 62. Một vật có khối lượng $m(kg)$ khi chịu tác dụng của một lực $\vec{F}$ thì vật đó sẽ chuyển động với gia tốc $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Tính lực tác dụng lên vật có khối lượng $m = 6(kg)$ khi vật đó chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang, nhẵn với gia tốc $a = 3m/s^2$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 63. Nếu vật chuyển động thẳng đều dưới tác dụng của một lực $\vec{F}$ thì vật đó đang chịu tác dụng của lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ có độ lớn bằng lực tác dụng $\vec{F}$ và có hướng ngược với hướng của $\vec{F}$. Công thức tính lực ma sát $F_{ms} = \mu.N$, trong đó μ là hệ số ma sát, N là độ lớn của áp lực. Giả sử một thùng gỗ đang chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng nằm ngang có trọng lượng $N = 150(N)$, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng là $\mu = 0,25$. Tính lực tác dụng lên thùng gỗ để thùng chuyển động thẳng đều?

Lời giải

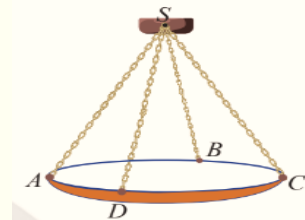
.....

.....

.....

.....

Bài tập 64. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5kg$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 60^\circ$. Gọi $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10m/s^2$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

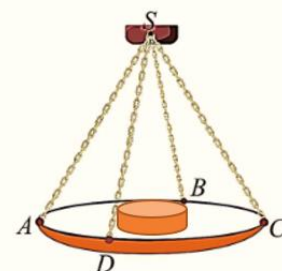
.....

.....

.....

.....

Bài tập 65. Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

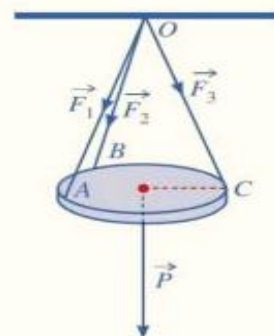
.....

.....

.....

.....

Bài tập 66. Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10\text{(N)}$ (xem hình vẽ). Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

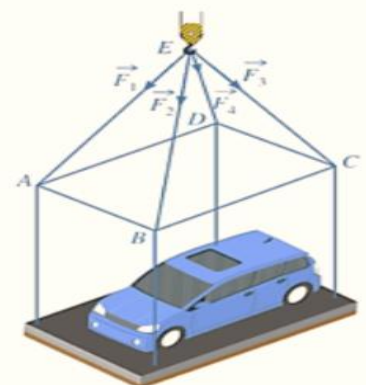
.....

.....

.....

.....

Bài tập 67. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được đặt vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp $EA; EB; EC; ED$ bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết các lực căng $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4800 N , trọng lượng của cả khung sắt chứa xe ô tô là $7200\sqrt{6}\text{ N}$. Tính $\sin\alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 16

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

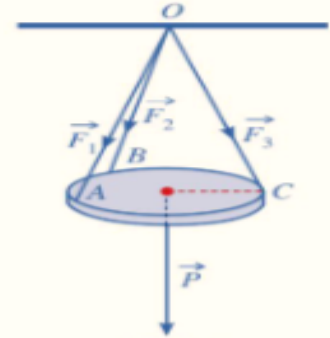
.....

.....

.....

.....

Bài tập 68. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đều có độ lớn bằng $60(N)$. Cho biết các đường thẳng OA, OB, OC cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc bằng 30° . Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

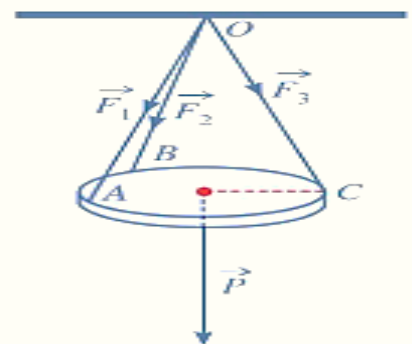
.....

.....

.....

.....

Bài tập 69. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết khối lượng các sợi dây không đáng kể, các lực căng của sợi dây đặt tại điểm O là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và bằng 15 N . Trọng lượng của chiếc đèn đó bằng bao nhiêu newton (N)? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

.....

.....

.....

.....

[illegible]

Bài tập 70. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là $27N$ và bán kính của chiếc đèn là $0,5m$.

Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $12N$. (Chiều dài tính theo đơn vị cm và làm tròn đến 1 số sau phần thập phân)

Lời giải

[illegible]

.....

.....

.....

.....

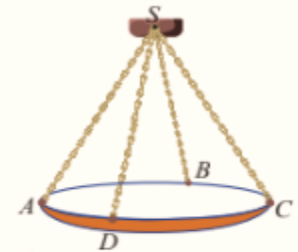
.....

.....

.....

.....

Bài tập 71. Một chiếc đèn chùm có khối lượng $m=10(kg)$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn cáp SA,SB,SC,SD cùng chất liệu và không đàn hồi sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều (xem hình vẽ). Biết rằng gia tốc rơi tự do là $g=10(m/s^2)$. Tìm độ lớn của lực căng (đơn vị (N)) của mỗi sợi dây cáp.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

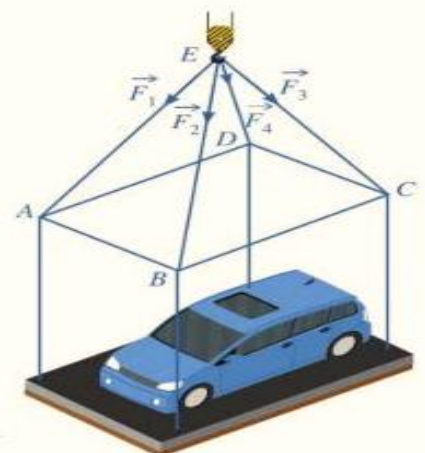
.....

.....

.....

.....

Bài tập 72. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiến cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA,EB,EC,ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60^0 (như hình vẽ). Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết lực căng $\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4$ đều có cường độ $500(N)$ và trọng lượng khung sắt là $200(N)$. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (đơn vị (N)), kết quả làm tròn đến hàng đơn vị?



Lời giải

Hình 16

Lời giải

[illegible]

Lời giải

[illegible]

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 76. Hai con tàu xuất phát cùng lúc từ bờ bên này sang bờ bên kia của dòng sông với vận tốc riêng không đổi và có độ lớn bằng nhau. Hai tàu luôn giữ được lái sao cho chúng tạo với bờ cùng một góc nhọn nhưng một tàu hướng xuống hạ lưu, một tàu hướng lên thượng nguồn (hình bên). Vận tốc dòng nước là đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng tới vận tốc của các tàu. Hỏi tàu nào sang bờ bên kia trước? (Học sinh ghi số 1 hoặc số 2 vào ô đáp án)



Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 77. Có ba lực cùng tác dụng vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và đều có độ lớn bằng $30N$. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn bằng $40N$. Tính hợp lực của ba lực trên.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

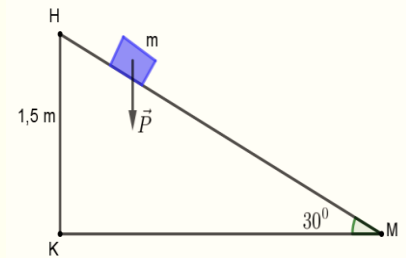
Trang 85

[illegible]

Mệnh đề		Đúng	Sai
a).	Véc tơ $\vec{F}$ luôn cùng hướng với $\vec{a}$.	☐	☐
b).	Độ lớn của lực tác dụng lên vật luôn tỷ lệ nghịch với độ lớn của gia tốc của vật.	☐	☐
c).	Muốn một vật có khối lượng 1 (kg) chuyển động với gia tốc $20 (m/s^2)$ thì độ lớn lực cần tác dụng lên vật là 20 (N).	☐	☐
d).	Trọng lực có độ lớn 50 (N) tác dụng lên một vật làm vật rơi với gia tốc tự do $10(m/s^2)$. Khi đó khối lượng của vật là 500(g).	☐	☐

[illegible]

Câu 83. Một vật khối lượng $m=10(\text{kg})$ trượt trên mặt phẳng nghiêng so với mặt đất một góc 30° từ độ cao $HK=1,5(\text{m})$. Giả sử mặt phẳng nghiêng không có ma sát và vật chỉ bị tác dụng bởi trọng lực $\vec{P}=m.\vec{g}$ với $\vec{g}$ là véc tơ gia tốc rơi tự do của vật có độ lớn được lấy bằng $10(\text{m/s}^2)$.

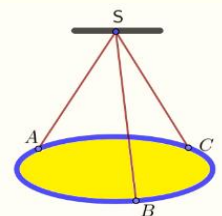


Mệnh đề		Đúng	Sai
a).	Hướng chuyển động của vật là hướng từ H xuống K	☐	☐
b).	Chiều dài quãng đường HM là $3(\text{m})$.	☐	☐
c).	Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ là $100(\text{N})$.	☐	☐
d).	Công của trọng lực $\vec{P}$ làm vật ở trên trượt từ vị trí H đến mặt đất bằng $150\sqrt{3}(\text{J})$ (Cho biết công $A(\text{J})$ sinh bởi lực $\vec{F}(\text{N})$ làm vật dịch chuyển một đoạn thẳng từ C đến D có độ dài tính bằng mét, được tính theo công thức $A=\vec{F}.\vec{CD}$)	☐	☐

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 84. Một chiếc đĩa kim loại khối lượng $4,5(\text{kg})$ được treo bởi ba sợi dây không dẫn SA,SB,SC sao cho $S.ABC$ là hình chóp đều có $ASB=60^\circ$ (hình vẽ). Khối lượng dây không đáng kể; lực căng của mỗi sợi dây SA,SB,SC đặt tại điểm S tương ứng là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Lấy độ lớn của gia tốc trọng trường $|\vec{g}|=9,8(\text{m/s}^2)$.



Mệnh đề		Đúng	Sai
a).	Trọng lực $\vec{P}$ của hệ vật có độ lớn bằng $34,3(\text{N})$.	☐	☐
b).	$\vec{P}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3$	☐	☐
c).	$\vec{F}_1.\vec{F}_2 \neq \vec{F}_1.\vec{F}_3$	☐	☐
d).	Độ lớn của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ bằng $14,7(\text{N})$.	☐	☐



Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 7,8

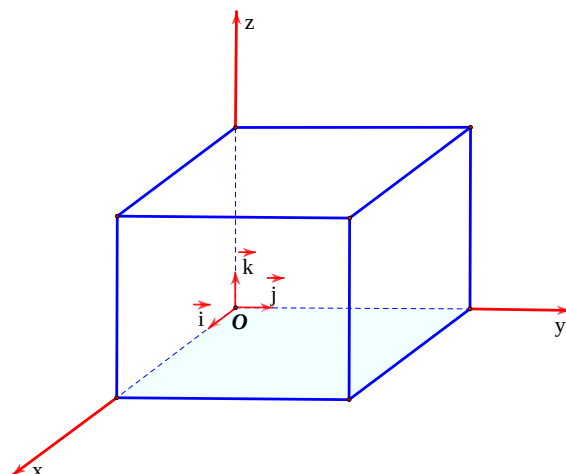
HỆ TỌA ĐỘ VÀ CÁC PHÉP TOÁN VÉCTƠ TRONG KHÔNG GIAN

1. Định nghĩa: Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian.

- Điểm O gọi là gốc của hệ tọa độ,
- Trục Ox là trục hoành,
- Oy là trục tung và Oz là trục cao.

2. Vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, ta có:

- $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.
- $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$



3. Tọa độ của véc tơ.

Với vectơ $\vec{u}$ trong hệ tọa độ $Oxyz$ luôn tồn tại duy nhất bộ $(x; y; z)$ thỏa:

$$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Khi đó: vectơ $\vec{u}$ có tọa độ là $(x; y; z)$

Ví dụ 1.

Tìm tọa độ ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$.

Lời giải

4. Tọa độ của điểm.

Xét điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ thì điểm $M(x; y; z)$.

Ngược lại, điểm $M(x; y; z)$ thì $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Ví dụ 2. Cho $A(4; -3; 1)$ và vectơ $\vec{u} = (5; 2; -3)$. Biểu diễn các vectơ sau đây theo các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

a). $\vec{OA}$;

b). $4\vec{u}$.

Lời giải

Ví dụ 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3; -2; -1)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$. Tìm tọa độ của các điểm A_1, A_2, A_3 .

Lời giải

Ví dụ 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-2;3;4)$. Gọi H, K, P lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các trục Ox, Oy, Oz .
 Tìm tọa độ của các điểm H, K, P .

Lời giải

5. Tính chất - quy tắc - phép toán trên véc tơ.

Cho $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ và số thực k . Khi đó

✦ Tổng và hiệu của hai véc tơ: $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2)$.

✦ Tích của véc tơ với một số thực k là $k\vec{a} = (kx_1; ky_1; kz_1)$

✦ Sự cùng phương của hai véc tơ

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k \Rightarrow \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = z_2 \end{cases}.$$

✧ **Chú ý:** Nếu $x_2 = 0$ ($y_2 = 0, z_2 = 0$) thì $x_1 = 0$ ($y_1 = 0, z_1 = 0$)

✦ Độ dài một véc tơ $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$

✦ Tích vô hướng của hai véc tơ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

✧ **Nhận xét:** $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$

✦ Góc của hai véc tơ $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

Ví dụ 5.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; 3)$, $\vec{b} = (3; 1; -2)$, $\vec{c} = (4; 2; -3)$

a). Tìm tọa độ vector $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$.

b). Tìm tọa độ vector $\vec{v}$ sao cho $\vec{v} + 2\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$.

Lời giải

Ví dụ 6. Cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -5; 1)$, $\vec{b} = (3; 1; -4)$, $\vec{c} = (0; 8; 6)$. Tìm tọa độ của mỗi vectơ sau:

a). $4\vec{a}$;

b). $3\vec{a} + \vec{b}$

c). $2\vec{a} + 3\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$.

Lời giải

Ví dụ 7. Cho hai vectơ $\vec{a} = (0; 1; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 3; 1)$.

Tìm tọa độ vectơ $\vec{x}$ thỏa mãn $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$.

Lời giải

Ví dụ 8. Cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 0; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$ và $\vec{c} = (-4; 3; 5)$.

Tìm hai số thực m, n sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$.

Lời giải

Ví dụ 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; -3; 2)$ và $\vec{b} = (2; 4; m)$.
Xác định giá trị của m trong mỗi trường hợp sau:

- a). $\vec{a} + \vec{b} = (3; 1; 7)$; b). $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$; c). $|\vec{b}| = 6$.

Lời giải

Ví dụ 10. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (m; 3; 6)$ và $\vec{b} = (1; 2; 3)$.
Xác định giá trị của m trong mỗi trường hợp sau:

- a). $\vec{a} - 2\vec{b} = (3; -1; 0)$; b). $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ c). $|\vec{a}| = 9$.

Lời giải

Ví dụ 11. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-4; 6; 7)$, $\vec{b} = (1; 0; -3)$ và $\vec{c} = (8; 7; 2)$. Tính tọa độ của các vector sau:

- a). $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$; b). $\vec{n} = \vec{a} + 3\vec{b} + 2\vec{c}$.

Lời giải

Ví dụ 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; -1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$.
 Tính cosin của góc $(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

Ví dụ 13.

Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (3; 0; 4)$, $\vec{b} = (2; 7; 7)$ và $\vec{c} = (2; 7; 2)$.

- Tìm tọa độ của các vector $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ và $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$.
- Tính các tích vô hướng $(-\vec{a}) \cdot \vec{b}$ và $(3\vec{a}) \cdot \vec{c}$.
- Tính cosin của các góc $(\vec{a}, \vec{b})$ và $(\vec{a}, \vec{c})$.

Lời giải

Ví dụ 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -2; 1)$, $\vec{b} = (2; 1; 3)$. Hãy
 chỉ ra tọa độ của một vector $\vec{c}$ khác vector $\vec{0}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Lời giải

Ví dụ 15. Cho hai vector $\vec{a} = (2; m+1; -1)$ và $\vec{b} = (1; -3; 2)$.

Tìm giá trị nguyên của m để $|\vec{b}(2\vec{a} - \vec{b})| = 4$.

Lời giải

Ví dụ 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; m)$ và $B(m; 4; m)$.

- Tính cosin của góc AOB theo m .
- Xác định tất cả các giá trị của m để AOB là góc nhọn.

Lời giải

6. Tính chất – Phép toán của điểm.

Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, $D(x_D; y_D; z_D)$. Khi đó:

➤ Véc tơ của hai điểm có tọa độ là $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

➤ Khoảng cách hay độ dài của hai điểm

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

➤ Trung điểm I của đoạn AB : $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

➤ Trọng tâm G của ΔABC : $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$

➤ Trọng tâm G của tứ diện $ABCD$:

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$$

Ví dụ 17. Cho tam giác ABC có $A(-1; 2; 1)$, $B(1; 3; 6)$, $C(7; 1; 4)$. Tìm tọa độ:

- Trung điểm M của đoạn thẳng BC ;
- Trọng tâm G của tam giác ABC .

Lời giải

Vi dụ 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$ và trọng tâm $G(1;-1;1)$. Tìm tọa độ của đỉnh C .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Vi dụ 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(-2;3;1)$, $N(4;0;3)$. Tìm tọa độ của điểm P để N là trung điểm của đoạn thẳng MP .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Vi dụ 20. Cho sáu điểm $A(1;2;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(3;3;-3)$ và A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác $A'B'C'$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Vi dụ 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;0)$, $M(5;2;4)$ và $G(-3;8;6)$.

- Tìm tọa độ của điểm B sao cho M là trung điểm của AB .
- Tìm tọa độ của điểm C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 22. Cho tứ diện $OABC$ có $G(3; -3; 6)$ là trọng tâm.
 Tìm tọa độ điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 4; -2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 23. Cho ba điểm $A(-2; -6; -4), B(4; 6; 8), C(6; 10; 12)$.
 Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 24. Cho hai vector $\vec{u} = (m; -2; m+1)$ và $\vec{v} = (0; m-2; 1)$. Tìm giá trị của m để hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 25. Cho ba điểm $A(2; -1; 3), B(-10; 5; 3)$ và $M(2m-1; 2; n+2)$.
 Tìm m, n để A, B, M thẳng hàng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 26.
 Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-2; 3; 0), B(4; 0; 5), C(0; 2; -3)$.
 a). Chứng minh rằng ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
 b). Tính chu vi tam giác ABC .
 c). Tính số đo góc BAC .

Lời giải

Ví dụ 27. Cho hình bình hành $OABD$ có $\overrightarrow{OA} = (-1; 1; 0)$ và $\overrightarrow{OB} = (1; 1; 0)$ với O là gốc tọa độ. Tìm tọa độ của điểm D .

Lời giải

Ví dụ 28. Cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \overrightarrow{OB} = 5\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, \overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

Ví dụ 29. Cho ba điểm $A(-3; 4; 2), B(-5; 6; 2)$ và $C(-4; 7; -1)$.
Tìm tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Ví dụ 30. Cho ba điểm $A(3;-4;0), B(-1;1;3), C(3;1;0)$. Tìm điểm M trên Ox có hoành độ dương sao cho $AM = BC$.

Lời giải

Ví dụ 31. Cho tam giác ABC có $A(0;0;1), B(-1;-2;0), C(2;1;-1)$. Tìm tọa độ chân đường cao H hạ từ A xuống BC .

Lời giải

Ví dụ 32. Cho ba điểm $A(2;-1;3), B(4;0;1)$ và $C(-10;5;3)$. Đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC cắt AC tại D . Tính BD .

Lời giải

Ví dụ 33. Cho ba điểm $A(1;1;1), B(-1;1;0)$ và $C(3;1;-1)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) và cách đều ba điểm A, B, C . Tính tổng $a+b+c$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 34.

Trong không gian với $Oxyz$ cho ba véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$

- Xác định tọa độ các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ và tính $|\vec{x}|$
- Tìm giá trị của x để véc tơ $\vec{y} = (2x-1; -x; 3x+2)$ vuông góc với véc tơ $2\vec{b} - \vec{c}$
- Chứng minh rằng các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng và phân tích véc tơ $\vec{u} = (3; 7; -14)$ qua ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5)$. Hãy chỉ ra tọa độ của một vector vuông góc với cả hai vector trong mỗi trường hợp sau:

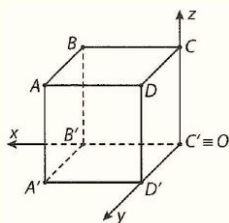
a). $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{B'D'}$;

b). $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Ví dụ 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ gắn với hình lập phương như hình vẽ bên.

- Tìm tọa độ các đỉnh của hình lập phương.
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác $B'CD'$.
- Chứng minh rằng ba điểm O, G, A thẳng hàng.



Lời giải

Ví dụ 37. Cho hình tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB=3, AC=4, AD=6$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AC, AD . Gọi E, F lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD và ACD .

- Tìm tọa độ của các đỉnh B, C, D .
- Tìm tọa độ của các điểm E, F .
- Chứng minh rằng AD vuông góc với EF .

Lời giải

Vi dụ 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Giả sử $SA=2, AB=3, AD=4$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS .

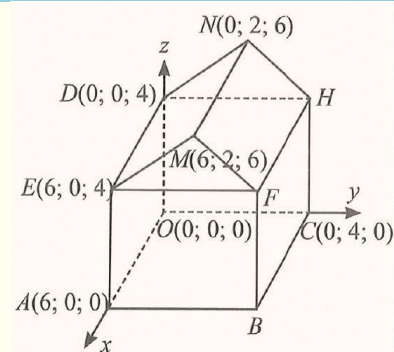
- Xác định tọa độ của các điểm S, A, B, C, D .
- Tính BD và SC .
- Tính $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC})$.

Lời giải

7. Vận dụng tọa độ véc tơ vào thực tiễn.

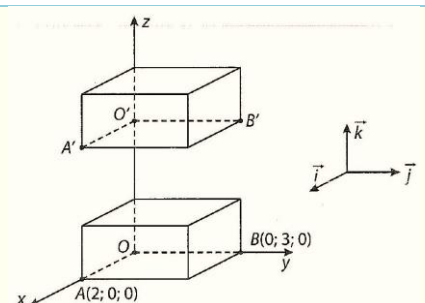
Vi dụ 39. Một nhân viên đang sử dụng phần mềm để thiết kế khung của một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ được minh họa như Hình 3. Cho biết $OABC.DEFH$ là hình hộp chữ nhật và $EMF.DNH$ là hình lăng trụ đứng.

- Tìm tọa độ của các điểm B, F, H .
- Tìm tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MF}$.
- Tính số đo EMF .



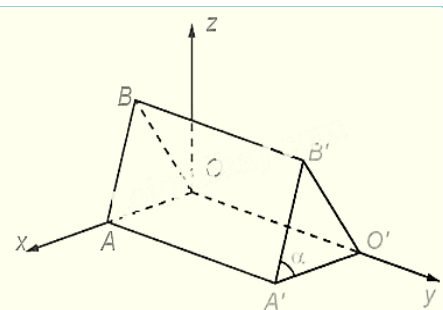
Lời giải

Ví dụ 40. Trên phần mềm GeoGebra 3D với các trục tọa độ được dựng sẵn, bạn Minh vẽ hai hình hộp chữ nhật với một số cạnh được đặt dọc theo các trục tọa độ. Ba đỉnh thuộc mặt dưới của hình hộp thứ nhất lần lượt là $O(0;0;0)$, $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$. Biết hình hộp thứ hai ở vị trí cao hơn hình hộp thứ nhất là 5 đơn vị, xác định tọa độ của các đỉnh O', A', B' thuộc mặt dưới của hình hộp thứ hai.



Lời giải

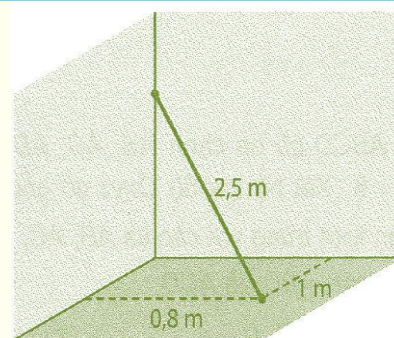
Ví dụ 41. Những căn nhà gỗ được phát thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình vẽ, hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$.



- Tính kích thước mỗi chiều của căn nhà gỗ.
- Hãy tính độ lớn của góc α .

Lời giải

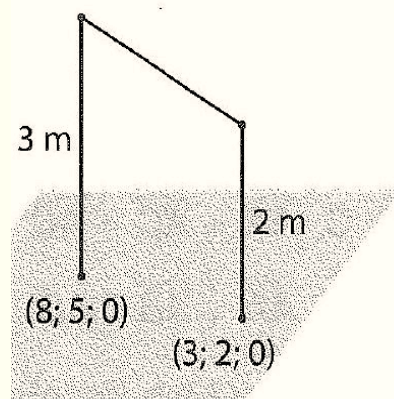
Ví dụ 42. Một chiếc gậy có chiều dài 2,5 m được đặt trong góc phòng như hình sau đây. Một đầu của chiếc gậy nằm trên sàn nhà, cách hai bức tường lần lượt là 1 m và 0,8 m. Đầu còn lại của chiếc gậy nằm trên mép tường.



- Hãy lập một hệ tọa độ $Oxyz$ phù hợp và tìm tọa độ của đầu gậy nằm trên sàn nhà.
- Tính khoảng cách từ đầu gậy trên mép tường đến sàn nhà.

Lời giải

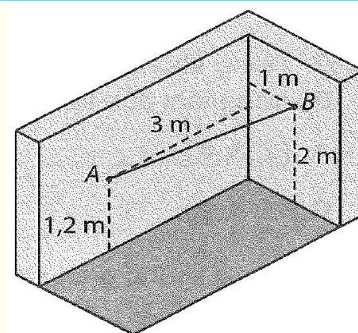
Ví dụ 43. Trên sân thể dục thầy giáo dựng hai chiếc cột vuông góc với mặt sân, chiều cao của mỗi cột lần lượt là 3 m và 2 m. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị trong hệ tọa độ $Oxyz$ được lấy theo mét.



- Biết rằng chân của hai cột có tọa độ lần lượt là $(8; 5; 0)$ và $(3; 2; 0)$, hãy tìm tọa độ điểm đầu của mỗi cột.
- Thầy giáo dự định căng một sợi dây nối hai đầu của hai cột. Hỏi sợi dây cần có độ dài tối thiểu là khoảng bao nhiêu mét?

Lời giải

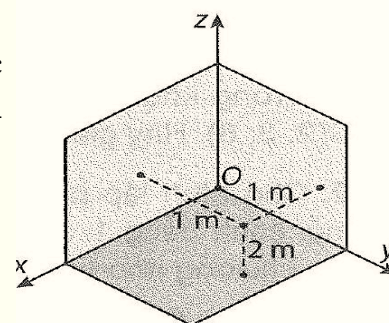
Ví dụ 44. Hình bên mô tả hai bức tường gạch được xây vuông góc với nhau và cùng vuông góc với mặt đất. Một người thợ xây căng dây giữa hai bức tường. Đầu A của sợi dây nằm trên bức tường thứ nhất, cách bức tường thứ hai là 3 m và cách mặt đất là $1,2\text{ m}$. Đầu B của sợi dây nằm trên bức tường thứ hai, cách bức tường thứ nhất là 1 m và cách mặt đất là 2 m .



- Hãy lập một hệ trục tọa độ phù hợp và tìm tọa độ của hai đầu A, B trong hệ tọa độ đó.
- Tính độ dài của sợi dây được căng.

Lời giải

Ví dụ 45. Trong góc phòng treo hai chiếc đèn. Chiếc thứ nhất cách mặt đất 2 m và cách mỗi bức tường 1 m . Chiếc thứ hai cách mặt đất 3 m và cách mỗi bức tường 2 m .



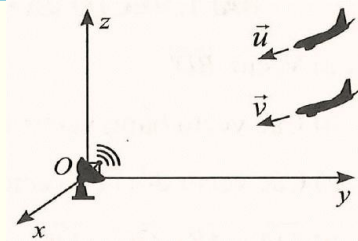
- Hãy lập một hệ tọa độ phù hợp trong không gian và tìm tọa độ vị trí của mỗi chiếc đèn trong hệ tọa độ đó.
- Tính khoảng cách giữa hai chiếc đèn.

Lời giải

Ví dụ 46.

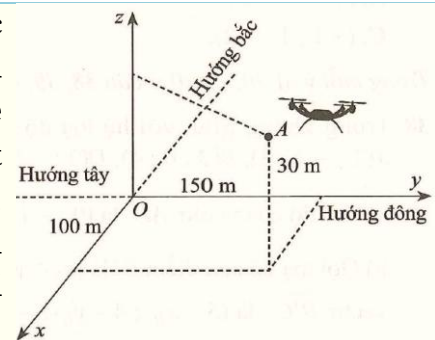
Trong không gian $Oxyz$ được thiết lập tại một sân bay, người ta ghi nhận hai máy bay đang bay đến với các vector vận tốc $\vec{u} = (90; -80; -120)$, $\vec{v} = (60; -50; -60)$.

Tính góc giữa hai vector vận tốc nói trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ).



Lời giải

Ví dụ 47. Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m (hình vẽ). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 80 m về phía bắc và 120 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m.

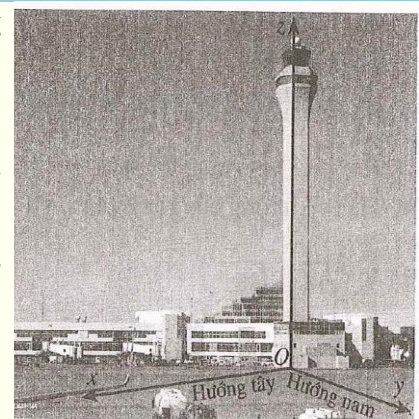


Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m.

- Xác định tọa độ của flycam tại mỗi vị trí A, B đối với hệ tọa độ đã chọn.
- Tính quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B , biết flycam bay từ vị trí A đến vị trí B theo một đường thẳng (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

Lời giải

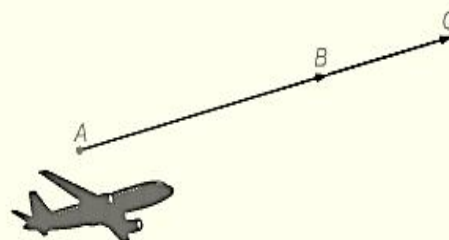
Ví dụ 48. Radar của một trung tâm kiểm soát không lưu sân bay có phạm vi theo dõi 500 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời như hình vẽ, trong đó đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét.



Hỏi radar trung tâm kiểm soát không lưu có thể phát hiện được máy bay tại vị trí A có tọa độ $(-200; 400; 200)$ đối với hệ trục tọa độ trên không?

Lời giải

Ví dụ 49. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút.

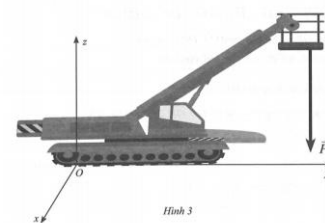


Hình 2.49

- Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?
- Hãy xác định tọa độ của các chiếc máy bay sau 10 phút tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B).

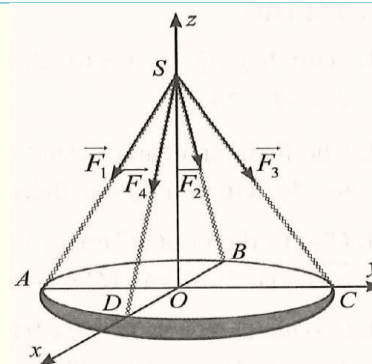
Lời giải

Ví dụ 50. Một robot cắt cây đã di chuyển một lực $\vec{P} = (0; 0; -150)$ (đơn vị: N) theo độ dời $\vec{d} = (0; -8; -10)$ (đơn vị: m). Tính công sinh bởi lực $\vec{P}$ khi thực hiện độ dời nói trên.



Lời giải

Ví dụ 51. Một chiếc đèn chùm có trọng lượng 160 N được treo bởi bốn sợi xích SA, SB, SC, SD sao cho S, ABCD là hình chóp tứ giác đều có $SA = 80\sqrt{2}$ cm, $\angle ASC = 90^\circ$. Cho biết trọng lực của đèn được phân bố đều lên bốn sợi xích. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ là lực tác dụng của các sợi xích lên móc treo S. Với hệ tọa độ Oxyz như trong Hình 1, hãy tìm tọa độ các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$.



Lời giải

[illegible]

Dạng 1. Xác định tọa độ của một điểm – Tọa độ véc tơ – Tích vô hướng

- ✦ Dựa vào định nghĩa tọa độ của điểm, tọa độ của véc tơ.
- ✦ Dựa vào các phép toán véc tơ.

Cho các vector $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$, $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$ và số thực k tùy ý. Khi đó ta có

b). Tổng của hai vec tơ $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1; u_2 + v_2; u_3 + v_3)$

c). Hiệu của hai vec tơ $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1; u_2 - v_2; u_3 - v_3)$

d). Tích của vec tơ với một số: $k\vec{u} = (ku_1; ku_2; ku_3)$

2. Bài tập minh họa

Bài tập 1.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$

- Xác định tọa độ các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
- Tìm tọa độ véc tơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ và tính $|\vec{u}|$
- Tìm x để véc tơ $\vec{v} = (3x-1; x+2; 3-x)$ vuông góc với $\vec{b}$
- Biểu diễn véc tơ $\vec{x} = (3; 1; 7)$ qua ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Lời giải.

 **Bài tập 2.** Cho hai véc tơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$

- Tính $|\vec{a} - 2\vec{b}|$
- Tính góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$

Lời giải.

Bài tập 3.

Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 0; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, $\vec{c} = (-4; 3; 5)$.

- Tìm tọa độ vectơ $3\vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c}$
- Tìm hai số thực m, n sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$.

Lời giải.

Bài tập 4.

Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;-3;1)$, $B(1;-1;4)$ và $C(-2;1;6)$.

- Xác định tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ;
- Xác định tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành và tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành này;
- Xác định tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$.

Lời giải.

Bài tập 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tọa độ các điểm $A(-1;2;3)$, $C(1;4;5)$, $B'(-3;3;-2)$, $D'(5;3;2)$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ. Nhận Biết

Câu 1. (Chuyên Vinh Lần 3) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{a}$.

- A. $(-2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Câu 2. (Kim Liên Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\vec{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(1; 2; 0)$. B. $M(2; 1; 0)$. C. $M(2; 0; 1)$. D. $M(0; 2; 1)$.

Lời giải

Câu 3. (Sở Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là:

- A. $(-2; 3; -5)$. B. $(-2; 3; -5)$. C. $(2; -3; 5)$. D. $(-2; -5; 3)$.

Lời giải

Câu 4. (Lương Thế Vinh Đồng Nai) Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

- A. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; -1; 1)$. B. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; 1; 1)$.
C. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$. D. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; -1; 1)$.

Lời giải

Câu 5. (Chuyên Lê Quý Đôn 2019) Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ cho $\vec{OA} = -\vec{i} + 5\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A .

- A. $(-1; 5)$. B. $(5; -1; 0)$. C. $(-1; 0; 5)$. D. $(-1; 5; 0)$.

Lời giải

Câu 6. (THPT-Chuyên Quang Trung 2019) Trong không gian Oxyz cho $B(2;1;0)$, điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên ba trục Ox, Oy, Oz. Tọa độ điểm A là

- A. $A(0;2;-1)$. B. $A(-1;2;1)$. C. $A(4;0;1)$. D. $A(2;1;1)$.

Lời giải

Câu 7. (Đặng Thành Nam) Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

- A. $M(0;2;3)$. B. $N(1;0;3)$. C. $P(1;0;0)$. D. $Q(0;2;0)$.

Lời giải

Câu 8. (Chuyên Thái Nguyên) Trong không gian Oxyz cho điểm $A(-2;1;3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox có tọa độ là:

- A. $(0;1;0)$. B. $(-2;0;0)$. C. $(0;0;3)$. D. $(0;1;3)$.

Lời giải

Câu 9. (KonTum 12 HK2) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0;2;-4)$. B. $(0;0;-4)$. C. $(3;0;-4)$. D. $(3;2;0)$.

Lời giải

Câu 10. (Sở Lạng Sơn 2019) Trong không gian tọa độ Oxyz, cho điểm $A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) :

- A. $M(3;-2;0)$. B. $M(3;0;5)$. C. $M(0;-2;5)$. D. $M(0;2;5)$.

Lời giải

Câu 11. (KonTum 12) Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1;-2;5)$. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. 1. D. 2.

Lời giải

Câu 12. (Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ điểm M là

- A.** $M(1; 0; 3)$. **B.** $M(0; -2; 3)$. **C.** $M(1; 0; 0)$. **D.** $M(1; -2; 0)$.

Lời giải

Câu 13. (Chuyên Hạ Long -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.
B. Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.
C. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.
D. Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.

Lời giải

Câu 14. (Liên Trường Nghệ An) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 2)$ và $B(3; -3; 2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A.** $M(1; 1; 2)$. **B.** $M(2; 2; 4)$. **C.** $M(2; -4; 0)$. **D.** $M(4; -8; 0)$.

Lời giải

Câu 15. (Đặng Thành Nam Đề 9) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, B và $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$. Tọa độ của B là

- A.** $(2; 5; 0)$. **B.** $(0; -1; -2)$. **C.** $(0; 1; 2)$. **D.** $(-2; -5; 0)$.

Lời giải

Câu 16. (Chuyên Đại Học sư phạm 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

- A.** $(a; b; c)$. **B.** $(-a; -b; -c)$. **C.** $\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{-a}{3}; \frac{-b}{3}; \frac{-c}{3}\right)$.

Lời giải

Câu 17. (THTT lần 5) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 0; -1)$ và $C(-3; 0; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A.** $\left(0; \frac{-1}{3}; \frac{-1}{3}\right)$. **B.** $(0; -1; -1)$. **C.** $(0; 1; 1)$. **D.** $\left(0; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Câu 18. (Đặng Thành Nam Đề 10) Trong không gian Oxyz, véc tơ nào dưới đây cùng hướng với véc tơ $\vec{a} = (3; -1; -2)$?

A. $\vec{u}_1 = (-3; 1; 2)$.

B. $\vec{u}_2 = (1; 1; 1)$.

C. $\vec{u}_3 = (-6; 2; 4)$.

D. $\vec{u}_4 = (12; -4; -8)$.

Lời giải

Câu 19. (Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian Oxyz, cho các vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là

A. $\vec{u} = (0; 6; -6)$.

B. $\vec{u} = (6; 0; -6)$.

C. $\vec{u} = (6; -6; 0)$.

D. $\vec{u} = (-6; 6; 0)$.

Lời giải

Câu 20. (Hoàng Hoa Thám Hưng Yên) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

A. $(10; -2; 13)$.

B. $(-2; 2; -7)$.

C. $(-2; -2; 7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Câu 21. (Nguyễn Du Dak-Lak 2019) Trong không gian tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 0; 1)$, $\vec{c} = (-1; 0; 1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$.

A. $\vec{n} = (6; 2; 6)$.

B. $\vec{n} = (0; 2; 6)$.

C. $\vec{n} = (6; 2; -6)$.

D. $\vec{n} = (-6; 2; 6)$.

Lời giải

Câu 22. (Thăng Long Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Tính $|\vec{u}|$.

A. $|\vec{u}| = 4$.

B. $|\vec{u}| = \sqrt{5}$.

C. $|\vec{u}| = \sqrt{6}$.

D. $|\vec{u}| = 2$.

Lời giải

Câu 23. (THTT Số 4-487-2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba vector $\vec{a} (5; 7; 2)$, $\vec{b} (3; 0; 4)$, $\vec{c} (-6; 1; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{m} (3; 22; -3)$.

B. $\vec{m} (3; 22; 3)$.

C. $\vec{m} (-3; 22; -3)$.

D. $\vec{m} (3; -22; 3)$.

Lời giải

Câu 24. (THPT Chuyên Thái Bình 2018) Cho các vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (-2; 4; 1)$; $\vec{c} = (-1; 3; 4)$. Vector $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là

- A. $\vec{v} = (7; 3; 23)$. B. $\vec{v} = (23; 7; 3)$. C. $\vec{v} = (7; 23; 3)$. D. $\vec{v} = (3; 7; 23)$.

Lời giải

Câu 25. (THPT Chuyên Hạ Long-2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{a} = (2; -3; -1)$ và $\vec{b} = (-1; 0; 4)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 4\vec{a} - 5\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (13; 12; -24)$. B. $\vec{u} = (13; -12; -24)$.
C. $\vec{u} = (3; -12; 16)$. D. $\vec{u} = (13; -12; -24)$.

Lời giải

Câu 26. (Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; 3; -1)$, $B(3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\vec{MA} = 3\vec{MB}$.

- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -3\right)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. D. $M(4; -3; 8)$.

Lời giải

Câu 27. (THPT-Yên-Khánh-Ninh 2019) Trong không gian Oxyz cho các vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 28. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho vector $\vec{a} = (1; -2; 3)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{b}$ biết rằng vector $\vec{b}$ ngược hướng với vector $\vec{a}$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.

- A. $\vec{b} = (2; -2; 3)$. B. $\vec{b} = (2; -4; 6)$. C. $\vec{b} = (-2; 4; -6)$. D. $\vec{b} = (-2; -2; 3)$.

Lời giải

Câu 29. (Quỳnh Lưu Nghệ An) Trong không gian Oxyz, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 120° .

B. 60° .

C. 150° .

D. 30° .

Lời giải

Câu 30. (THPT Trần Hưng Đạo 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a} = (0; 3; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{100}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{100}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{10}$.

Lời giải

Câu 31. (THPT Mộ Đức-Quảng Ngãi 2018) Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Côsin của góc BAC bằng

A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$.

B. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

Câu 32. Trong không gian Oxyz cho vec-tơ $\vec{u}(1; 1; 2)$ và $\vec{v}(2; 0; m)$. Tìm giá trị của tham số m biết $\cos \vec{u}, \vec{v} = \frac{4}{\sqrt{30}}$

A. $m=1$.

B. $m=1; m=-11$.

C. $m=-11$.

D. $m=0$.

Lời giải

Câu 33. (Thuận Thành Bắc Ninh) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(1; 1; 1)$, $N(2; 3; 4)$, $P(7; 7; 5)$. Để tứ giác MNPQ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

A. $(-6; -5; -2)$.

B. $(6; -5; 2)$.

C. $(6; 5; 2)$.

D. $(-6; 5; 2)$.

Lời giải

Câu 34. (Kinh Môn Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

- A. $D(1; 1; 4)$. B. $D\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right)$. C. $D(1; 3; 4)$. D. $D(-1; -3; -2)$

Lời giải

Câu 35. (HK2 Sở Đồng Tháp) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 2)$, $B(2; -1; 1)$, $C(3; 2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(4; 2; -4)$. B. $(0; -2; 6)$. C. $(2; 4; -2)$. D. $(4; 0; -4)$.

Lời giải

Câu 36. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

- A. $B'(8; 4; 10)$. B. $B'(6; 12; 0)$. C. $B'(10; 8; 6)$. D. $B'(13; 0; 17)$.

Lời giải

Câu 37. (Toán Học Tuổi Trẻ) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2; 2; 0)$ và $C(4; 1; -1)$. Trên mặt phẳng (Oxz) , điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A , B , C .

- A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $N\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. C. $P\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. D. $Q\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 38. (THPT Tây Thụy Anh 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm: $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; 0; 1)$. Trong các mệnh đề sau hãy chọn mệnh đề đúng?

- A. Tam giác ABC vuông tại A . B. Ba điểm A , B , C thẳng hàng.
C. Ba điểm A , B , C không thẳng hàng. D. B là trung điểm của AC .

Lời giải

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 39. (Hàm Rồng) Cho vector $\vec{u} = (1; 3; 4)$, tìm vector cùng phương với vector $\vec{u}$.

A. $\vec{n} = (-2; 6; 8)$.

B. $\vec{n} = (2; -6; -8)$.

C. $\vec{n} = (-2; -6; 8)$.

D. $\vec{n} = (-2; -6; -8)$.

Lời giải

Câu 40. (Hùng Vương Bình Phước) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

A. $x + y = 1$.

B. $x + y = 17$.

C. $x + y = -\frac{11}{5}$.

D. $x + y = \frac{11}{5}$.

Lời giải

Câu 41. (Quỳnh Lưu Nghệ An) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A , B , M thẳng hàng là

A. $M(4; -5; 0)$.

B. $M(2; -3; 0)$.

C. $M(0; 0; 1)$.

D. $M(4; 5; 0)$.

Lời giải

Câu 42. (THPT Nghèn Lần 1) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x + y$ bằng

A. $\frac{7}{3}$.

B. $-\frac{8}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 43. (Sở GD và ĐT Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;2;0)$, $B(3;1;0)$, $C(0;2;1)$ và $D(1;2;2)$. Trong đó có ba điểm thẳng hàng là

- A.** A, C, D . **B.** A, B, D . **C.** B, C, D . **D.** A, B, C .

Lời giải

Câu 44. (HSG Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- A.** $m=7; n=-\frac{3}{4}$. **B.** $m=4; n=-3$. **C.** $m=1; n=0$. **D.** $m=7; n=-\frac{4}{3}$.

Lời giải

Câu 45. (THPT Hồng Quang-Hải Dương 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- A.** $m=7, n=-\frac{3}{4}$. **B.** $m=7; n=-\frac{4}{3}$. **C.** $m=4; n=-3$. **D.** $m=1; n=0$.

Lời giải

Câu 46. (Lý Nhân Tông) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(x; y; -3)$; $B(6; -2; 4)$; $C(-3; 7; -5)$. Giá trị $x; y$ để $A; B; C$ thẳng hàng là

- A.** $x=1; y=-5$. **B.** $x=-1; y=-5$. **C.** $x=-1; y=5$. **D.** $x=1; y=5$.

Lời giải

Câu 47. (THPT Lương Văn Chánh Phú Yên 2018) Phép tịnh tiến biến gốc tọa độ O thành điểm $A(1; 2)$ sẽ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

- A.** $A'(2; 4)$. **B.** $A'(-1; -2)$. **C.** $A'(4; 2)$. **D.** $A'(3; 3)$.

Lời giải

Câu 48. (Chuyên KHTN) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-3;1;2)$, tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- A. $(3;-1;-2)$. B. $(3;-1;2)$. C. $(3;1;-2)$. D. $(-3;-1;2)$.

Lời giải

Câu 49. (THPT Chuyên Hạ Long-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2;3;5)$. B. $A'(2;-3;-5)$. C. $A'(-2;-3;5)$. D. $A'(-2;-3;-5)$.

Lời giải

Câu 50. (Hậu Lộc Thanh Hóa) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1); B(2;-1;3); C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-4; 8;-5)$ B. $D(-4; 8;-3)$. C. $D(-2;8;-3)$. D. $D(-2;2;5)$.

Lời giải

Câu 51. (Kim Liên) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;4;1)$ và $B(4;5;2)$. Điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BA}$ có tọa độ là

- A. $(-6; -1;-1)$. B. $(-2; -9;-3)$. C. $(6; 1;1)$. D. $(2; 9;3)$.

Lời giải

Câu 52. (Liên Trường Nghệ An) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

- A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $M(4;5;-9)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $M(1;-7;12)$.

Lời giải

Câu 53. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến ba mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) . Tính $P = a + b^2 + c^3$?

A. $P = 32$.

B. $P = 18$.

C. $P = 30$.

D. $P = 12$.

Lời giải

Câu 54. (SGD Bà Rịa Vũng Tàu 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3;4;1)$ và $B(1;2;1)$ là

A. $M(0;4;0)$.

B. $M(5;0;0)$.

C. $M(0;5;0)$.

D. $M(0;-5;0)$.

Lời giải

Câu 55. (Sở Nam Định) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đáy AB, CD thỏa mãn $CD = 2AB$ và diện tích bằng 27, đỉnh $A(-1;-1;0)$, phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm D biết hoành độ điểm B lớn hơn hoành độ điểm A .

A. $D(-2;-5;1)$.

B. $D(-3;-5;1)$.

C. $D(2;-5;1)$.

D. $D(3;-5;1)$.

Lời giải

Câu 56. (THPT Đô Lương) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;4;3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. $\sqrt{34}$.

B. 10.

C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

D. $10+3\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 57. (HSG 12 Bắc Giang) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-6)$. Nếu tam giác $A'B'C'$ có các đỉnh thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ thì tam giác $A'B'C'$ có tọa độ trọng tâm là

A. $(3;-2;0)$.

B. $(2;-3;0)$.

C. $(1;0;-2)$.

D. $(3;-2;1)$.

Lời giải

Câu 58. (THPT Hùng Vương 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;3;2)$, $B(-2;-1;4)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục Oz sao cho E cách đều hai điểm A, B .

A. $\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(0;0;\frac{1}{3}\right)$.

C. $(0;0;-1)$.

D. $(0;0;1)$.

Lời giải

Câu 59. (Cầu Giấy Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng 5.

B. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{29}$.

C. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(2;5;-4)$.

D. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2;-5;-4)$.

Lời giải

Câu 60. (THPT Yên Lạc 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-5; -7; -3)$.
- B. Vector $\vec{a}$ không cùng phương với vector $\vec{b}$.
- C. Vector $\vec{a}$ không vuông góc với vector $\vec{b}$.
- D. $|\vec{a}| = \sqrt{14}$.

Lời giải

Câu 61. (THPT Quảng Xương 2018) Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a}, \vec{b}$ tạo với nhau 1 góc 120° và $|\vec{a}| = 3; |\vec{b}| = 5$. Tìm $T = |\vec{a} - \vec{b}|$.

- A. $T = 5$.
- B. $T = 6$.
- C. $T = 7$.
- D. $T = 4$.

Lời giải

Câu 62. (THPT Tứ Kỳ Hải Dương 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vector $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ bằng 45° .

- A. $m = 2 + \sqrt{6}$
- B. $m = 2 + \sqrt{6}$.
- C. $m = 2 \pm \sqrt{6}$.
- D. $m = 2$.

Lời giải

Câu 63. (THPT Lương Văn Chánh 2019) Trong không gian Oxyz, cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

- A. $\sqrt{19}$.
- B. -5 .
- C. 7 .
- D. $\sqrt{39}$.

Lời giải

Câu 64. (THPT Trần Nhân Tông 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

Lời giải

Câu 65. (THPT Trần Hưng Đạo 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;2;8)$, $N(0;1;3)$ và $P(2;m;4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = 25$. B. $m = 4$. C. $m = -1$. D. $m = -10$.

Lời giải

Câu 66. (TT Diệu Hiền-Cần Thơ 2018) Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;3;-9)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho $\triangle ABM$ vuông tại M .

- | | |
|---|---|
| A. $\begin{bmatrix} M(0;1+2\sqrt{5};0) \\ M(0;1-2\sqrt{5};0) \end{bmatrix}$. | B. $\begin{bmatrix} M(0;2+2\sqrt{5};0) \\ M(0;2-2\sqrt{5};0) \end{bmatrix}$. |
| C. $\begin{bmatrix} M(0;1+\sqrt{5};0) \\ M(0;1-\sqrt{5};0) \end{bmatrix}$. | D. $\begin{bmatrix} M(0;2+\sqrt{5};0) \\ M(0;2-\sqrt{5};0) \end{bmatrix}$. |

Lời giải

Câu 67. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) .

- A. $N(0;-1;2)$. B. $N(3;1;-2)$. C. $N(-3;-1;2)$. D. $N(0;1;-2)$.

Lời giải

Câu 68. (THPT Kim Liên 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết $|\vec{u}| = 2$; $|\vec{v}| = 1$ và góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng $\frac{2\pi}{3}$. Tìm k để vectơ $\vec{p} = k\vec{u} + \vec{v}$ vuông góc với vectơ $\vec{q} = \vec{u} - \vec{v}$.

A. $k = \frac{2}{5}$.

B. $k = \frac{5}{2}$.

C. $k = 2$.

D. $k = -\frac{2}{5}$.

Lời giải

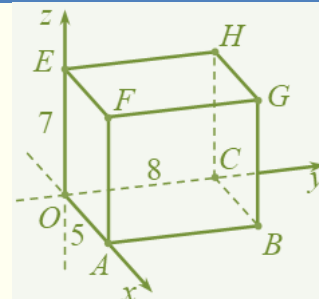
Câu 69. (Sở GD-ĐT Kiên Giang-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.EFGH$ có các cạnh $OA=5$, $OC=8$, $OE=7$ (xem hình vẽ). Hãy tìm tọa độ điểm H .

A. $H(0;7;8)$.

B. $H(7;8;0)$.

C. $H(8;7;0)$.

D. $H(0;8;7)$.



Lời giải

Câu 70. (Chuyên Lý Tự Trọng Cần Thơ) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(-2;1;3)$, $C(2;3;5)$, $B'(2;4;-1)$, $D'(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm B .

A. $B(1;-3;3)$.

B. $B(-1;3;3)$.

C. $C(1;3;-3)$.

D. $B(1;3;3)$.

Lời giải

Câu 71. (Đặng Thành Nam) Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u}$ vuông góc với hai vectơ $\vec{a} = (1;1;1)$ và $\vec{b} = (1;-1;3)$; đồng thời $\vec{u}$ tạo với tia Oz một góc tù và độ dài vectơ $\vec{u}$ bằng 3. Tìm vectơ $\vec{u}$.

A. $\left(\sqrt{6}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

B. $\left(\sqrt{6}; \frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

C. $\left(-\sqrt{6}; \frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

D. $\left(-\sqrt{6}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 72. (THPT Lương Văn Chánh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(4;6;-5)$.

B. $A'(2;0;2)$.

C. $A'(3;5;-6)$.

D. $A'(3;4;-6)$.

Lời giải

Câu 73. (THPT-Ngô Quyền 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ của điểm A' là:

- A.** $A'(4;6;-5)$. **B.** $A'(-3;4;-1)$. **C.** $A'(3;5;-6)$. **D.** $A'(3;5;6)$.

Lời giải

Câu 74. (Chuyên Lê Hồng Phong 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $D'(0;3;-3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

- A.** $(1;1;-2)$. **B.** $(2;1;-2)$. **C.** $(1;2;-1)$. **D.** $(2;1;-1)$.

Lời giải

Câu 75. (Chuyên Lê Hồng Phong 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là:

- A.** $I(1;-1;2)$. **B.** $I(1;1;0)$. **C.** $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $I(1;1;1)$.

Lời giải

Câu 76. (THPT Việt Đức-Hà Nội) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1;-1;1)$, $N(2;0;-1)$, $P(-1;2;1)$. Xét điểm Q sao cho tứ giác $MNPQ$ là một hình bình hành. Tọa độ Q là

- A.** $(-2;1;3)$ **B.** $(-2;1;3)$ **C.** $(-2;1;-3)$ **D.** $(4;1;3)$

Lời giải

Câu 77. (Chuyên Nguyễn Du Đắk Lắk) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;x;1)$ và $C(9;2;y)$. Để A, B, C thẳng hàng thì giá trị $x+y$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Câu 78. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau ?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$. **B.** $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$. **C.** $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. **D.** $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Câu 79. (THTT Số 2-485 tháng 11 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$; $B(2;1;1)$; $C(0;3;-1)$. Xét 4 khẳng định sau:

I. $BC = 2AB$. II. Điểm B thuộc đoạn AC .
 III. ABC là một tam giác. IV. A, B, C thẳng hàng.

Trong 4 khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 80. (THPT-Yên-Khánh-Ninh-Bình) Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5;1;5)$, $B(4;3;2)$, $C(-3;-2;1)$. Điểm $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a+2b+c$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -9.

Lời giải

Câu 81. (TT Diệu Hiền-Cần Thơ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;2)$, $B(-5;6;4)$ và $C(0;1;-2)$. Độ dài đường phân giác trong của góc A của $\triangle ABC$ là:

A. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$.

B. $\frac{3}{2\sqrt{74}}$.

C. $\frac{2}{3\sqrt{74}}$.

D. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Lời giải

Câu 82. (Chuyên Lê Hồng phong 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

A. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

B. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

D. $(-2; 11; 1)$.

Lời giải

Câu 83. (THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác vuông có $A(4;0;2)$, $B(1;-4;-2)$ và $C(2;1;1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

A. $S = \frac{\sqrt{242}}{2}$.

B. $S = \frac{\sqrt{246}}{2}$.

C. $S = \frac{\sqrt{206}}{2}$.

D. $S = \frac{\sqrt{210}}{2}$.

Lời giải

Câu 84. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với: $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC} = (3; -4; 6)$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

- A. 29. B. $\sqrt{29}$. C. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. D. $2\sqrt{29}$.

Lời giải

Câu 85. (Đặng Thúc Hứa 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -2)$, $B(2; 2; -4)$. Giả sử $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

- A. $T = 8$. B. $T = 2$. C. $T = 6$. D. $T = 14$.

Lời giải

Câu 86. (THPT Việt Đức-Hà Nội) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 1)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt ở trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó hoành độ điểm A là:

- A. -3. B. -5. C. 3. D. 5

Lời giải

Câu 87. (THPT Lê Xoay) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;1)$ và $C(0;1;2)$. Gọi $H(x;y;z)$ là trực tâm tam giác ABC . Giá trị của $S = x + y + z$ là

- A.** 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Câu 88. (THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$, tìm mệnh đề đúng?

- A.** $a+b+c=6$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=8$. **D.** $a+b+c=7$.

Lời giải

Câu 89. (THPT Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$, $C(2;6;6)$ và $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a+b+c$.

- A.** $\frac{63}{5}$. **B.** $\frac{31}{3}$. **C.** $\frac{46}{5}$. **D.** 10.

Lời giải

Câu 90. (THPT Đặng Thúc Hứa 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-2)$, $B(2;2;-4)$. Giả sử $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

- A.** $T = 8$. **B.** $T = 2$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 14$.

Lời giải

Câu 91. (Chuyên Quốc Học Huế 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(2;3;0)$. Biết rằng tam giác ABC có trực tâm $H(0;3;2)$ tìm tọa độ của điểm C .

- A.** $C(3;2;3)$. **B.** $C(4;2;4)$. **C.** $C(1;2;1)$. **D.** $C(2;2;2)$.

Lời giải

Câu 92. (THPT Phan Châu Trinh-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB . Tính $S = a + b + c$.

- A.** $S = 1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ. Vận dụng cao

Câu 93. (TH PT Kinh Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (1; -2; 4)$, $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vector $\vec{a}$. Biết vector $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn và $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. Giá trị của tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A.** -3 . **B.** 6 . **C.** -6 . **D.** 3 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 94. (SGD Hà Tĩnh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ và cắt tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho độ dài OA , OB , OC theo thứ tự tạo thành cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới mặt phẳng (α)

- A.** $\frac{4}{\sqrt{21}}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{21}$. **C.** $\frac{3\sqrt{21}}{7}$. **D.** $9\sqrt{21}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 95. (THPT Lê Xoay 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;-2)$; $B(3;-3;3)$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

A. $6\sqrt{3}$.

B. $12\sqrt{3}$.

C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 96. (Chuyên Lạng Sơn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;6)$. Biết rằng có hai điểm M, N phân biệt thuộc trục Ox sao cho các đường thẳng AM, AN cùng tạo với đường thẳng chứa trục Ox một góc 45° . Tổng các hoành độ hai điểm M, N tìm được là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Câu 97. (THPT Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$, $C(2;6;6)$ và $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a+b+c$.

A. $\frac{63}{5}$.

B. $\frac{31}{3}$.

C. $\frac{46}{5}$.

D. 10.

Lời giải

Câu 98. (Lương Thế Vinh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

A. $D(8;7;-1)$.

B. $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$.

D. $D(-12;-1;3)$.

Lời giải

Câu 99. (THPT Nghèn) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2); B(0;-1;-3)$. Xét điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) , giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ bằng?

A. 1.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Câu 100. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2;0;-3)$; $B(-1;-2;4)$; $C(2;-1;2)$. Biết điểm $E(a;b;c)$ là điểm để biểu thức $P = |\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$

A. $T = 3$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = 0$. **D.** $T = -1$.

Lời giải

Câu 101. (Nam Tiền Hải Thái Bình) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;4)$, $B(9;-7;2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M thỏa $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(5;0;0)$. **B.** $M(-2;0;0)$. **C.** $M(4;0;0)$. **D.** $M(9;0;0)$.

Lời giải

Câu 102. (Triệu Thái Vĩnh Phúc) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Câu 103. (THPT Lương Thế Vinh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải

Câu 104. (Gang Thép Thái Nguyên) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1)$, $B(1;4;-1)$, $C(2;4;3)$, $D(2;2;-1)$.

Biết $M(x;y;z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng

- A. 6. B. $\frac{21}{4}$. C. 8. D. 9.

Lời giải

Câu 105. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;2)$, $B(3;-1;-2)$, $C(-4;0;3)$. Tìm tọa độ điểm I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $|\vec{IA} - 2\vec{IB} + 5\vec{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $I\left(-\frac{37}{4}; 0; \frac{19}{4}\right)$. B. $I\left(-\frac{27}{4}; 0; \frac{21}{4}\right)$. C. $I\left(\frac{37}{4}; 0; -\frac{23}{4}\right)$. D. $I\left(\frac{25}{4}; 0; -\frac{19}{4}\right)$.

Lời giải

Câu 106. (THPT Nguyễn Khuyến) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5)$, $B(3;4;1)$, $C(2;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài GM ngắn nhất bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Dạng 2. Vận dụng tọa độ và các phép toán vectơ vào vận dụng thực tiễn

1. Phương pháp:

- Dựa vào định nghĩa tọa độ của điểm, tọa độ của véc tơ.
- Dựa vào các phép toán véc tơ.

➤ Áp dụng các tính chất sau:

Cho các vectơ $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$, $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$ và số thực k tùy ý. Khi đó ta có

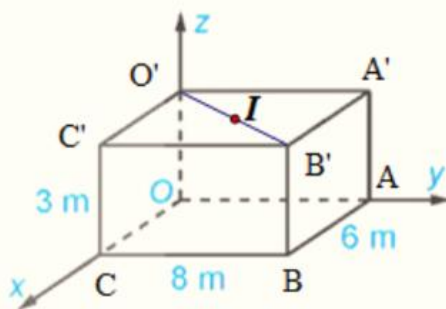
- a). Hai véc tơ bằng nhau: $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \\ u_3 = v_3 \end{cases}$
- b). Tổng của hai véc tơ $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1; u_2 + v_2; u_3 + v_3)$
- c). Hiệu của hai véc tơ $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1; u_2 - v_2; u_3 - v_3)$
- d). Tích của véc tơ với một số: $k\vec{u} = (ku_1; ku_2; ku_3)$

2. Bài tập minh họa

Bài tập 6. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với chiều rộng $AB = 4$, chiều dài $AD = 8$, chiều cao $AA' = 10$ được gắn vào hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ. Người ta muốn treo một bóng đèn ở tâm hình hộp. Tìm tọa độ vị trí điểm M để treo bóng đèn.

Lời giải

Bài tập 7. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8 m , chiều rộng là 6 m và chiều cao là 3 m . Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Hãy tìm tọa độ của điểm treo đèn.



Lời giải

Bài tập 7. Một công ty viễn thông đang lên kế hoạch xây dựng một tháp viễn thông tại một thành phố để cung cấp dịch vụ tốt hơn. Công ty cần xác định vị trí của tháp sao cho có thể phủ sóng hiệu quả đến ba toà nhà quan trọng trong thành phố. Giả sử các toà nhà này được đặt tại các vị trí có tọa độ như sau:

Toà nhà $A(0;0;0)$, Toà nhà $B(6;0;0)$, Toà nhà $C(3;\sqrt{3};2\sqrt{6})$

Tháp viễn thông phải đặt ở vị trí sao cho tổng khoảng cách từ tháp đến 3 toà nhà là nhỏ nhất. Khi đó tổng khoảng cách từ vị trí của tháp đến ba toà nhà bằng bao nhiêu?

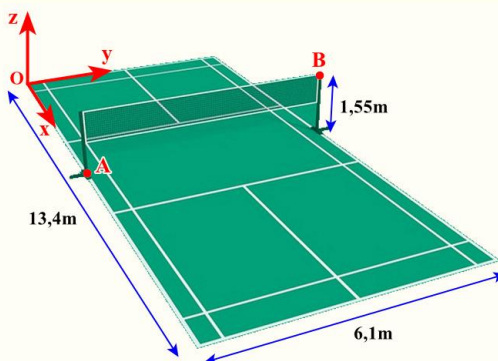


Lời giải

Bài tập 8. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

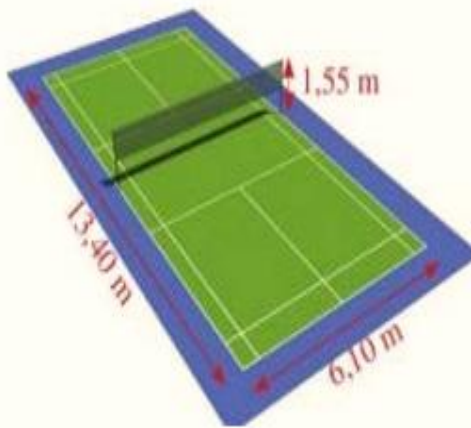
Lời giải

Bài tập 9. Hình dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai điểm A, B như hình. Xác định tọa độ của $\overline{AB}$.



Lời giải

Bài tập 10. Hình vẽ 1a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình 1b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$. Khi đó $S = a - b + 2c$ bằng bao nhiêu?



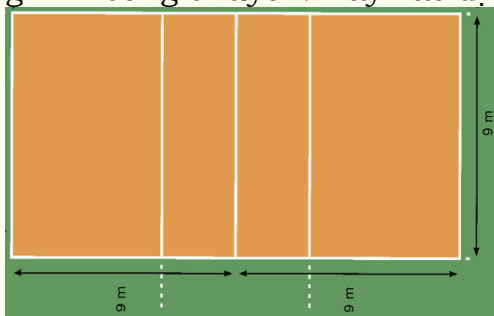
(Hình 1a)



(Hình 1b)

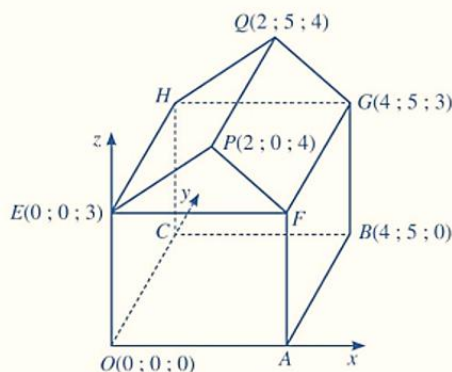
Lời giải

Bài tập 11. Theo quy định của liên đoàn bóng chuyền quốc tế (FIVB), sân bóng chuyền có hình dạng chữ nhật. Kích thước tiêu chuẩn của sân bóng chuyền là $9m \times 18m$. Chiều cao của lưới bóng chuyền là $2,24m$ đối với nữ. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình vẽ thứ hai (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ để căng lưới bóng chuyền. Hãy xác định tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.



Lời giải

Bài tập 12. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a). Tọa độ điểm A là $(4;0;0)$.

b). Tọa độ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$

c). $\overrightarrow{FG} = 5\vec{k}$

d). Khi $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{QG}$ thì tọa độ điểm T là $T(6;0;-1)$.

Lời giải

Bài tập 13. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 10 m, chiều rộng là 8 m và chiều cao là 4 m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét (Hình vẽ). Tính khoảng cách từ điểm treo bóng đèn đến góc phòng học (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Bài tập 14. Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, âm hời, thôi nôi,.. Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB=5\text{ m}$ và $AD=12\text{ m}$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 5 cm , vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ để xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao nhiêu cm ? (làm tròn đến cm).

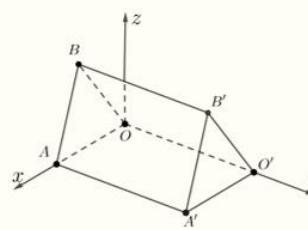


Lời giải

Bài tập 15. Những căn lều gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimet), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là $a\text{ cm}$, chiều rộng là $b\text{ cm}$, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là $c\text{ cm}$. Tính $a+b+c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

Lời giải

[illegible]

Bài tập 16. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 300 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất (Gợi ý: đoạn thẳng nối hai đường ngắn nhất chính là đường vuông góc chung). Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tiền?

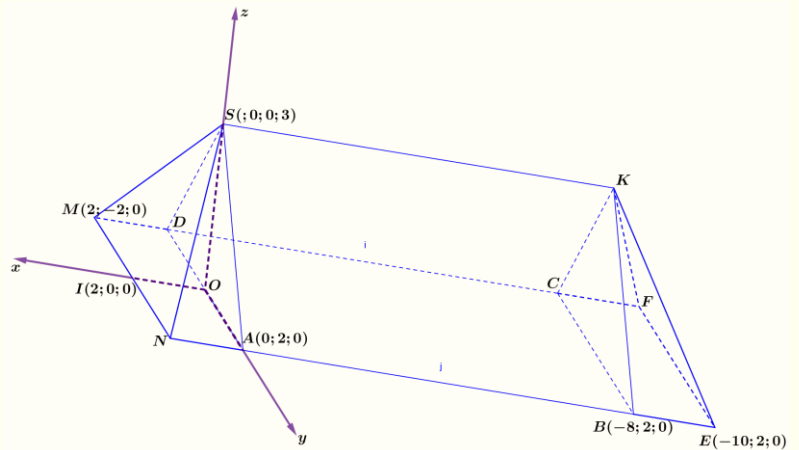
Lời giải

[illegible]

Lời giải

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Bài tập 18. Phần mái của một căn nhà có dạng là khối đa diện được mô tả và gắn trên hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ. Tính thể tích khối đa diện của mái nhà.



Lời giải

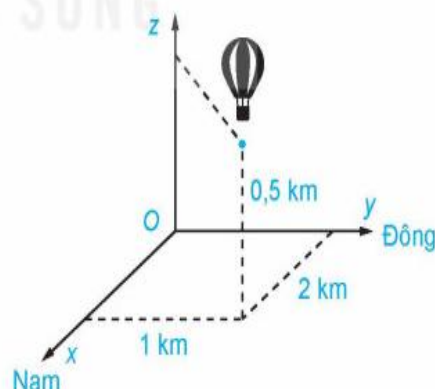
Bài tập 19. Một gia đình định lắp thang máy trong nhà ở, cabin của thang máy có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông như hình vẽ. Biết rằng công ty cung cấp thang máy cho biết thể tích khoang cabin là $5,4m^3$ và diện tích toàn phần của nó là $18,9m^2$.



Gia đình định lắp 1 chiếc camera ở vị trí trên trần cabin (điểm P), gần 1 góc vuông sao cho nó cách 2 vách đứng của khoang cabin đều là $10cm$ (hình vẽ). Chọn hệ trục như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là $10cm$. Hãy tìm tọa độ của điểm P , biết rằng cạnh của đáy cabin không tới $2m$

Lời giải

Bài tập 20. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ m}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5\text{ km}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, Oy hướng về phía đông, Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. Tìm tọa độ của mỗi chiếc khinh khí cầu.



Lời giải

Bài tập 21. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc $20(km)$ và về phía Tây $10(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,7(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông $30(km)$ và về phía Nam $25(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay.



Lời giải

.....

.....

.....

.....

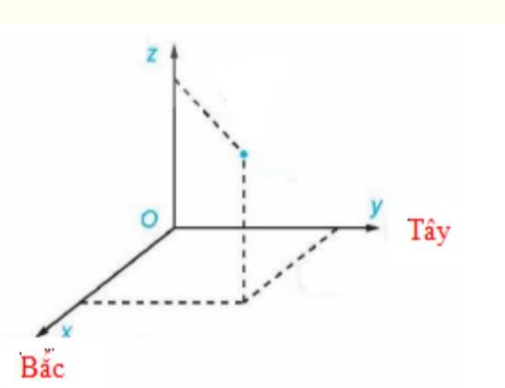
.....

.....

.....

.....

Bài tập 22. Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $30(km)$ và phía Tây $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $1,5(km)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilomet (xem hình vẽ). Khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát gần nhất với giá trị nào dưới đây (đơn vị km)?



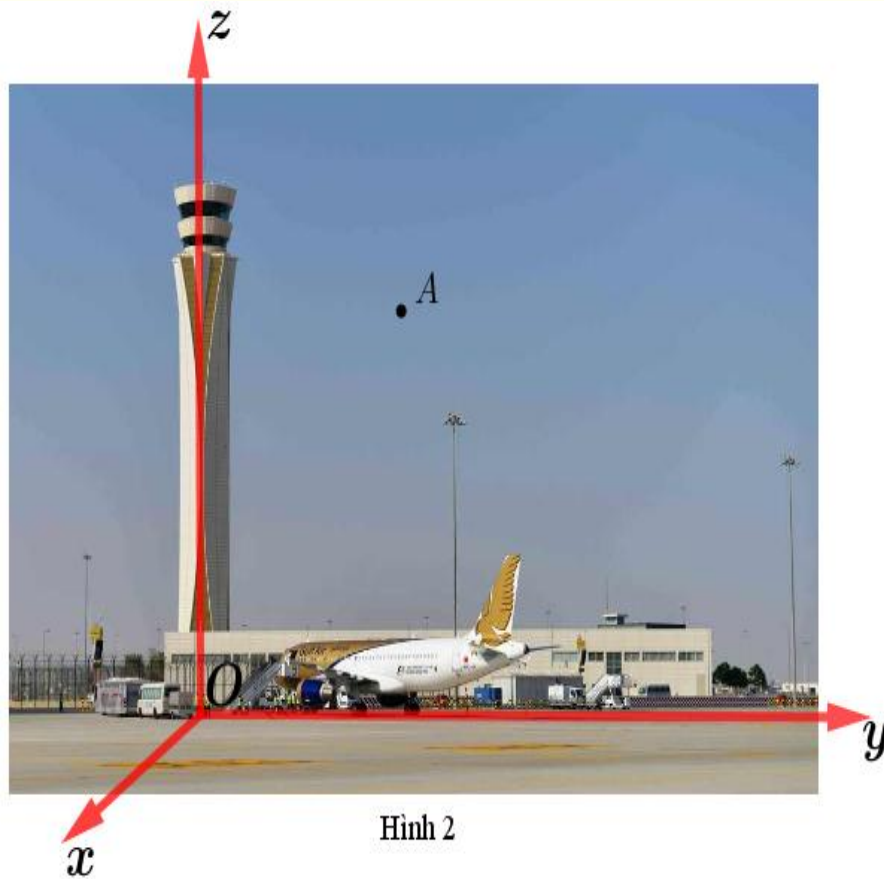
Lời giải

.....

.....

.....

Bài tập 23. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 2) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?



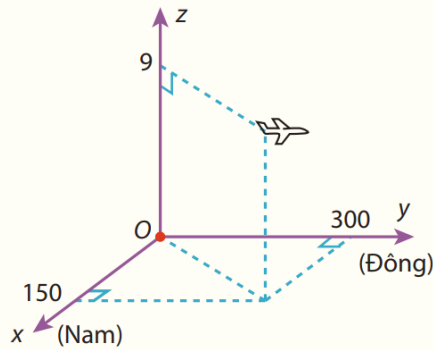
Hình 2

- a). Radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.
- b). Vị trí A có tọa độ $(300;200;10)$.
- c). Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d). Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

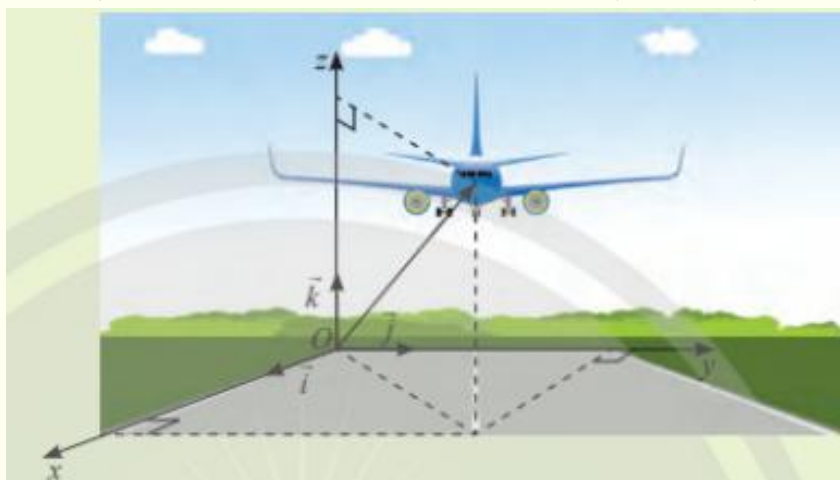
Bài tập 24. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?



- Máy bay đang ở độ cao 9km.
- Tọa độ của máy bay (300;150;9).
- Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là 750km/h , độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc 10m/s . Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30 phút máy bay ở tọa độ (150;1086;9).
- Sau khi bay đến vị trí lúc 10h30 thì máy bay bay ngược lại với vận tốc 800km/h với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11h máy bay ở tọa độ (686;150;9).

Lời giải

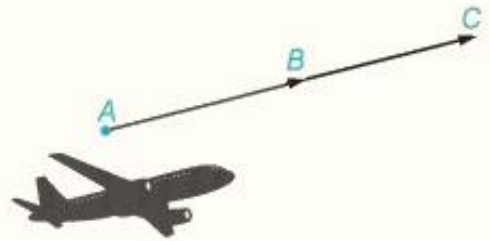
Bài tập 25. Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ Oxyz được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x;y;z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí (50;120;4) và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300;400;3)$ (km/h)



- a). Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1km).
- b). Tại thời điểm 9h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8km.
- c). Tại thời điểm 10h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250;1020;0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).
- d). Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400;300;-5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450;1520;0)$.

Lời giải

Bài tập 26. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong vòng 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là gì?



Lời giải

Bài tập 27. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu X di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400;800;16)$. Tọa độ vị trí điểm $N(a;b;c)$, tính $S = a + b + 2c$.

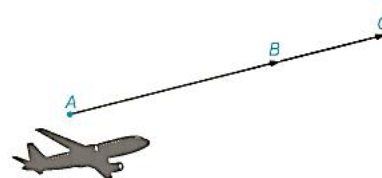


Lời giải

Bài tập 28. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100;50;5)$ đến điểm $B(200;100;10)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Khi đó tính $x + y + z$

Lời giải

Bài tập 29. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?



Hình 2.49

Lời giải

Bài tập 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilomet), ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(750;450;7)$ đến điểm $B(950;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là gì?

Lời giải

Bài tập 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilomet), ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(700;450;7)$ đến điểm $B(900;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau bao nhiêu phút, máy bay bay từ điểm A đến điểm $C(1000;600;10)$?

Lời giải

Bài tập 32. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(400; 50; 8)$ đến điểm $B(100; 450; 10)$ trong 10 phút. Sau đúng 5 phút tính từ lúc máy bay ở vị trí A thì máy bay ở vị trí có tổng hoành độ tung độ và cao độ là bao nhiêu?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 33. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm B trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(1010; 575; 10)$. Xác định tọa độ vị trí điểm B

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 34. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian Oxyz, một drone giao hàng đang ở tọa độ $A(1; 0; 1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(4; 4; 6)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng 1km ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là 80km/h; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản gió không đáng kể để drone bay theo đường thẳng. Thời gian drone bay từ vị trí ban đầu đến địa điểm giao hàng mất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng thập phân)?

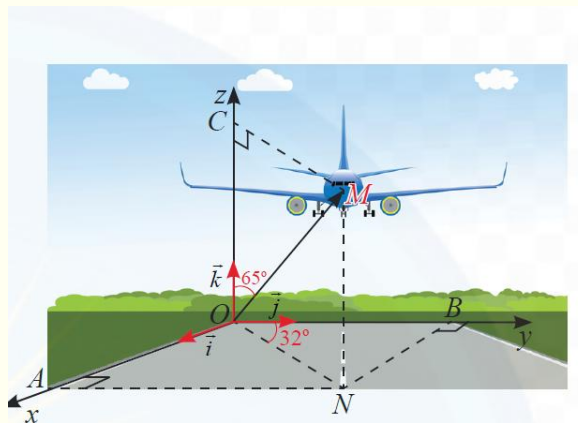
Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, (đơn vị đo: km), ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu Su-35 của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(300;150;7)$ đến điểm $N(800;550;13)$ trong 20 phút. Tính tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo nếu máy bay giữ nguyên vận tốc và hướng bay.

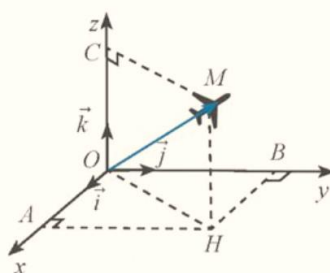
Lời giải

Bài tập 36. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $NOB = 32^\circ$, $MOC = 65^\circ$. Tìm tọa độ điểm M .



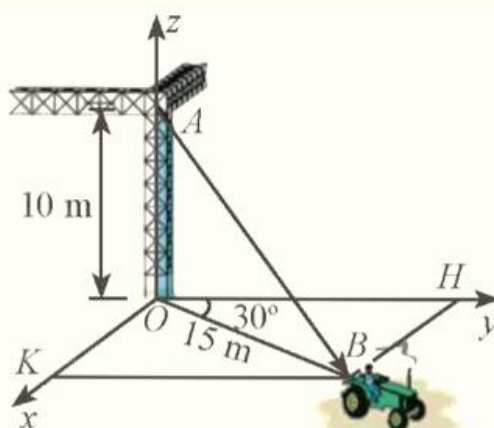
Lời giải

Bài tập 37. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy) . Biết $OM = 79$; $(\vec{i}, \overline{OH}) = 68^\circ$; $(\overline{OH}, \overline{OM}) = 50^\circ$. Gọi tọa độ điểm $M(a;b;c)$. Giá trị của $a+b+c$ là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

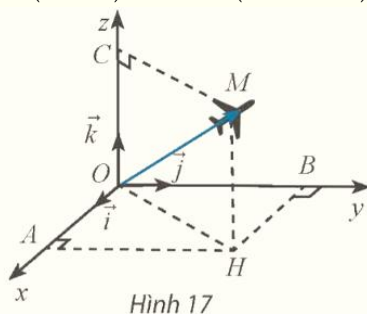
Bài tập 38. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ như Hình 16 với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.



Hình 16

Lời giải

Bài tập 39. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như Hình 17. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy) . Cho biết $OM = 50$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 64^\circ$, $(\overrightarrow{OH}; \overrightarrow{OM}) = 48^\circ$. Tìm tọa độ của điểm M .



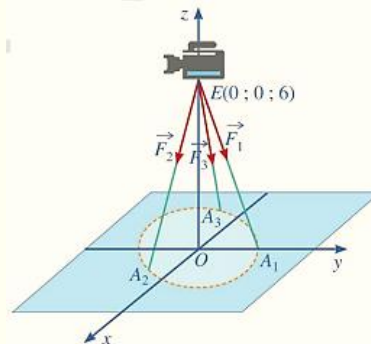
Lời giải

Bài tập 40. Tính công (đơn vị N) sinh bởi lực $\vec{F}(6;8;-10)$ tạo bởi một drone giao hàng khi thực hiện một độ dịch chuyển $\vec{d}(100;200;200)$.



Lời giải

Bài tập 41. Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0;0;6)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0;1;0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$ (Hình 40). Biết rằng trọng lượng của chiếc máy là 300 N. Tìm tọa độ của các lực tác dụng lên giá đỡ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$.



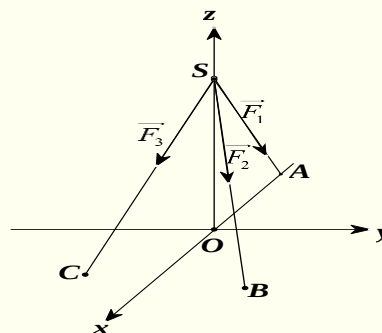
Lời giải

Bài tập 42. Một em nhỏ cân nặng 20kg trượt trên cầu trượt dài 3m. Biết rằng cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° . Cho biết công A(J) sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt biết gia tốc rơi tự do $g = 9,8 m/s^2$.



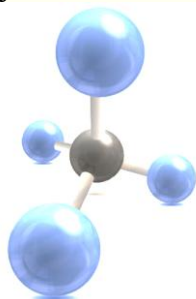
Lời giải

Bài tập 43. Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $S(0;0;4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A(-2;0;0)$, $B(1;\sqrt{3};0)$, $C(1;-\sqrt{3};0)$. Biết rằng trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là $30N$ và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau như hình dưới. Tính tích vô hướng của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$.



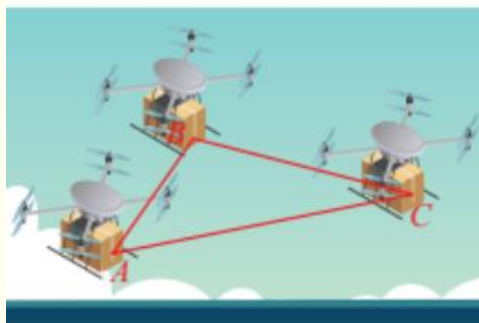
Lời giải

Bài tập 44. Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này.



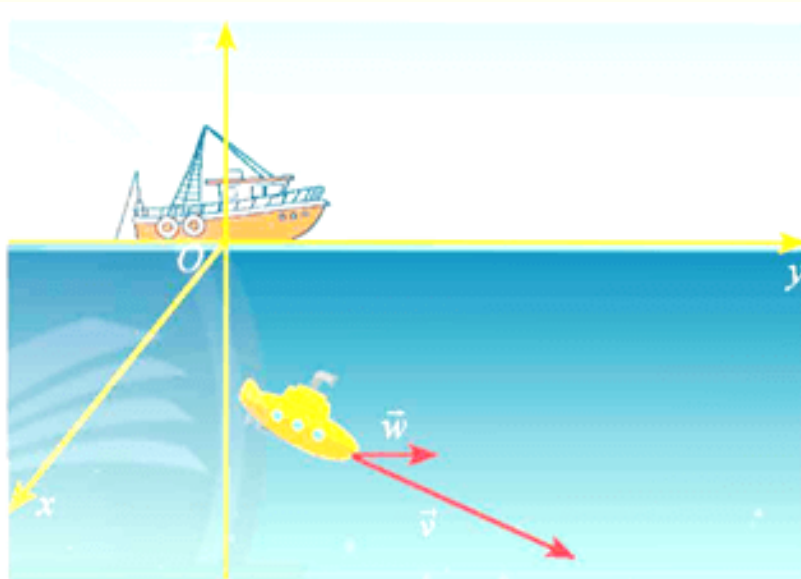
Lời giải

Bài tập 45. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1; -3; 2)$, $B(m; m-2; 6)$, $C(m-2; m; 5)$, trong đó m là tham số, đơn vị đo độ dài tính bằng kilomet. Biết kho hàng đang ở tại điểm $I(1; 1; 0)$. Vì lý do nhiên liệu nên các drone không được di chuyển quá xa kho hàng, cụ thể là các drone không được cách kho hàng quá 100 km. Xác định giá trị của tham số m để các drone cách kho hàng không quá 100km.



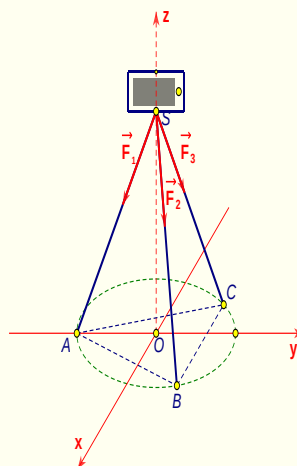
Lời giải

Bài tập 46. Một thiết bị thăm dò đáy biển đang lặn với vector vận tốc của thiết bị khi biển đứng yên là $\vec{v} = (11; 7; -4)$ (đơn vị: km/h). Cho biết vector vận tốc của dòng hải lưu của vùng biển là $\vec{w} = (4; 2; 0)$ (đơn vị: km/h). Tính tốc độ của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu, các yếu tố khác không đáng kể (đơn vị km/h, làm tròn đến hàng phần chục).



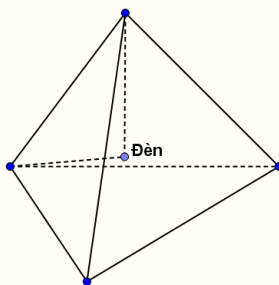
Lời giải

Bài tập 47. Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0), B(3\sqrt{3};3;0), C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a;b;c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c$ bằng?



Lời giải

Bài tập 48. Một đồ chơi có dạng hình tứ diện đều làm bằng thủy tinh có cạnh bằng 10cm. Bên trong đặt một đèn nhỏ. Đèn đặt trên đường nối từ đỉnh của tứ diện xuống tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy và cách đỉnh một khoảng là $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ cm. Đèn được nối bởi hai dây qua hai đỉnh của tứ diện như hình vẽ. Cường độ lực tổng hợp của hai dây tác dụng lên đèn là bao nhiêu?



Lời giải

[illegible]