

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-1}$  (1).

**Câu 2 (1,0 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x(\ln x - 2)$  trên đoạn  $[1; e^2]$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a) Tìm môđun của số phức  $z$ , biết:  $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$

b) Giải phương trình sau trên tập số thực:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} + 2^x = 6$

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $\int_0^2 x^5 \sqrt{x^3+1} dx$

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(1; -4; -2)$  và mặt phẳng (P):  $x + y + 5z - 14 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P).

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho lăng trụ đứng  $ACB.A'B'C'$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{5}$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $mp(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối lăng trụ  $ACB.A'B'C'$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $A'B$ .

**Câu 7 (1,0 điểm).**

a) Giải phương trình:  $\cos 2x + \sin 2x - \cos x + \sin x = 1$

b) Trong khai triển  $\left(x^3\sqrt{x} + x^{\frac{28}{15}}\right)^n$ , ( $x \neq 0$ ). Hãy tìm số hạng không phụ thuộc vào  $x$ , biết rằng:

$$C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$$

**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật  $ABCD$  có điểm  $H(1; 2)$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $BD$ . Điểm  $M\left(\frac{9}{2}; 3\right)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ , phương trình đường trung tuyến kẻ từ  $A$  của tam giác  $ADH$  là  $4x + y - 4 = 0$ . Viết phương trình cạnh  $BC$ .

**Câu 9 (1,0 điểm).** Giải phương trình:  $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$ .

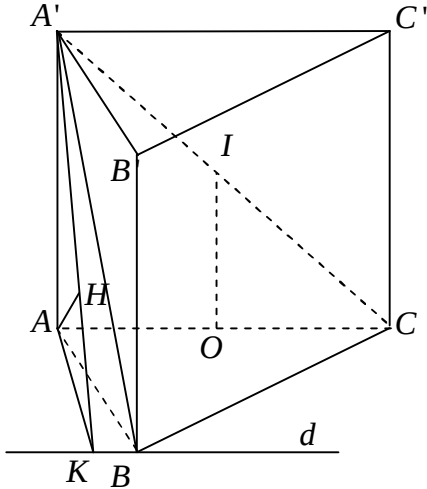
**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a, b \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

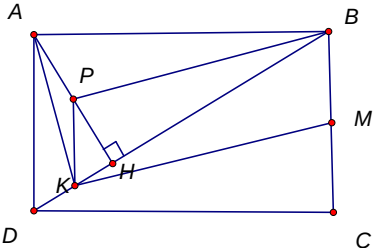
thức  $P = a^5b + ab^5 + \frac{6}{a^2 + b^2} - 3(a+b)$

-----HẾT-----

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM**

| Câu                             | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Điểm                   |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|-----------|-----------|-----------|------|---|--|---|-----|-----|-----------|-----|------|
| Câu 1<br>(1,0 điểm)             | Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ (1). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).                                                                                                                                                                                                                                   |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ , $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0 \forall x \in D \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$                                                                                                                                                               | 0.25                   |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ , suy ra $y=2$ là đường TCN của đồ thị hàm số (1)<br>$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ , suy ra $x=1$ là đường TCD của đồ thị hàm số (1)                                                                                          | 0.25                   |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | Bảng biến thiên:<br><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>2</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>2</math></td></tr></table> | $x$                    | $-\infty$ | $1$       | $+\infty$ | $y'$ | + |  | + | $y$ | $2$ | $+\infty$ | $2$ | 0.25 |
|                                 | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $-\infty$              | $1$       | $+\infty$ |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
| $y'$                            | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                        | +         |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
| $y$                             | $2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $+\infty$              | $2$       |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
| ĐDB $(0; 3)(3/2; 0)$<br>Đồ thị: | 0.25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
| Câu 2<br>(1,0 điểm)             | Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x(\ln x - 2)$ trên đoạn $[1; e^2]$                                                                                                                                                                                                                                           |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | $f'(x) = \ln x - 1$ ; $f'(x) = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow x = e$ (N)<br>$f(1) = -2$ ; $f(e) = -e$ ; $f(e^2) = 0$<br>suy ra $\max_{[1; e^2]} f(x) = 0$ , khi $x = e^2$ ; $\min_{[1; e^2]} f(x) = -e$ , khi $x = e$                                                                                                   | 0.25x2<br>0.25<br>0.25 |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
| Câu 3<br>(1,0 điểm)             | a) Tìm modun của số phức $z$ , biết: $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$                                                                                                                                                                                                                                                      |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | Ta có $z = \frac{(-1+3i)(1-i)}{(2+i)(2+i)} = \frac{22}{25} + \frac{4}{25}i \Rightarrow  z  = \frac{2\sqrt{5}}{5}$                                                                                                                                                                                                                |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | b) Giải phương trình sau trên tập số thực: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} + 2^x = 6$                                                                                                                                                                                                                                             |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} + 2^x = 6 \Leftrightarrow 2^{2x} + 2^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = -3(vn) \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$<br>Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 1$                                                                                                          |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
| Câu 4<br>(1,0 điểm).            | Tính tích phân $\int_0^2 x^5 \sqrt{x^3 + 1} dx$                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | Đặt $u = \sqrt{x^3 + 1} \Leftrightarrow u^2 = x^3 + 1 \Leftrightarrow 2udu = 3x^2 dx$<br>Đổi cận $x = 0 \Rightarrow u = 1$ ; $x = 2 \Rightarrow u = 3$                                                                                                                                                                           |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 | Khi đó tích phân đã cho tương đương $\int_1^3 (u^2 - 1)u \frac{2}{3} udu = \frac{2}{3} \left( \frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big _1^3 = \frac{596}{15}$                                                                                                                                                                  |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |
| Câu 5<br>(1,0 điểm).            | Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; -4; -2)$ và mặt phẳng (P):<br>$x + y + 5z - 14 = 0$ . Tìm tọa độ điểm $A'$ đối xứng với điểm A qua mp(P).                                                                                                                                                                    |                        |           |           |           |      |   |  |   |     |     |           |     |      |

|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                          | <p>Gọi <math>d</math> là đường thẳng đi qua <math>A</math> và vuông góc với <math>(P) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + t \\ z = -2 + 5t \end{cases}</math></p> <p>Gọi <math>H</math> là hình chiếu vuông góc của <math>A</math> trên <math>(P) \Rightarrow H = d \cap (P) \Rightarrow H(2; -3; 3)</math>.</p> <p>Ta có <math>H</math> là trung điểm của <math>AA' \Rightarrow A'(3; -2; 8)</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
|                          | <p><b>Cho lăng trụ đứng <math>ACB.A'B'C'</math>, có tam giác <math>ABC</math> vuông tại <math>B</math>, <math>AB = a</math>, <math>AC = a\sqrt{5}</math>, góc giữa hai mặt phẳng <math>(A'BC)</math> và <math>mp(ABC)</math> bằng <math>60^\circ</math>. Tính theo <math>a</math> thể tích của khối lăng trụ <math>ACB.A'B'C'</math> và khoảng cách giữa hai đường thẳng <math>AC</math> và <math>A'B</math>.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25 |
|                          |  <p>Ta có: <math>(ABC) \cap (A'BC) = BC</math> <math>AB \perp BC</math>; <math>A'B \perp BC</math> (do <math>BC \perp (AA'B'B)</math>)</p> <p><math>\Rightarrow ((ABC), (A'BC)) = (AB, A'B) = \widehat{ABA'} = 60^\circ</math></p> <p>Xét tam giác <math>A'AB</math> có <math>SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}</math></p> <p>Xét tam giác <math>ABC</math> có <math>BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a</math></p> <p>Diện tích tam giác <math>ABC</math> là <math>S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2</math></p> <p>Thể tích khối lăng trụ <math>V = A' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot a^2 = \sqrt{3}a^3</math> (đvtt)</p> <p>Kẻ <math>dt (d)</math> đi qua <math>B</math> song song với <math>AC</math>, kẻ <math>AK \perp (d)</math> tại <math>K</math>, kẻ <math>AH \perp A'K</math> tại <math>H</math>. khi đó ta có: <math>AC // (A'BK) \Rightarrow d(AC, A'B) = d(AC, (A'BK))</math></p> <p>Ta có: <math>BK \perp AB, BK \perp A'A \Rightarrow BK \perp (A'AB) \Rightarrow BK \perp AH</math></p> <p>Lại có: <math>AH \perp A'K</math></p> <p><math>\Rightarrow d(A, (A'AB)) = AH</math></p> <p>Dễ thấy <math>\widehat{KBA} = \widehat{BAC} \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AK = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}</math></p> <p>Xét tam giác <math>A'AB</math> có <math>AH = \frac{A' \cdot A \cdot AK}{\sqrt{A'A^2 + AK^2}} = \frac{3a\sqrt{35}}{21}</math></p> <p>Vậy <math>d(AC, A'B) = AH = \frac{3a\sqrt{35}}{21}</math></p> | 0,25 |
| <b>Câu 6 (1,0 điểm).</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
| <b>Câu 6 (1,0 điểm)</b>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                      |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| Câu 7<br>(1,0 điểm) | <p>a) <b>Giải phương trình:</b> <math>\cos 2x + \sin 2x - \cos x + \sin x = 1</math></p> <p><math>\cos 2x + \sin 2x - \cos x + \sin x = 1 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos x + \sin x = 1</math><br/> <math>\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x - \sin x) - (\cos x - \sin x) = 0 \Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(2\sin x - 1) = 0</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \sin x \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ <p>Vậy pt đã cho có các nghiệm: <math>x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p> | 0,25                 |
|                     | <p>b) <b>Trong khai triển</b> <math>\left(x\sqrt[3]{x} + x^{\frac{28}{15}}\right)^n</math>, <b>(x ≠ 0). Hãy tìm số hạng không phụ thuộc vào x, biết rằng:</b> <math>C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25                 |
|                     | <p><math>C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 79 \Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0</math><br/> <math>\Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13(l) \end{cases} \Leftrightarrow n = 12.</math></p> <p>Khi đó: Số hạng tổng quát trong khai triển <math>\left(x\sqrt[3]{x} + x^{\frac{28}{15}}\right)^n</math> là:</p> $C_{12}^k (x\sqrt[3]{x})^{12-k} (x^{\frac{28}{15}})^k = C_{12}^k x^{16 - \frac{4k}{3} - \frac{28k}{15}} = C_{12}^k x^{16 - \frac{48k}{15}}$ <p>Số hạng không phụ thuộc vào x thỏa: <math>16 - \frac{48k}{15} = 0 \Leftrightarrow k = 5.</math></p> <p>Vậy số hạng cần tìm trong khai triển là: <math>C_{12}^5 = 792.</math></p>                                                             | 0.25<br>0.25<br>0.25 |
|                     | <p><b>Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có điểm H(1;2) là hình chiếu vuông góc của A lên BD. Điểm <math>M(\frac{9}{2}; 3)</math> là trung điểm của cạnh BC, phương trình đường trung tuyến kẻ từ A của <math>\triangle ADH</math> là d: <math>4x + y - 4 = 0</math>. Viết phương trình cạnh BC.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                      |
| Câu 8<br>(1,0 điểm) |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                      |
|                     | <p>Gọi K là trung điểm của HD. Gọi P là trung điểm của AH. Ta có AB vuông góc với KP, Do đó P là trực tâm của tam giác ABK. Suy ra <math>BP \perp AK \Rightarrow AK \perp KM</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0.25                 |
|                     | <p>KM đi qua <math>M(\frac{9}{2}; 3)</math> và vuông góc với AK có pt: <math>MK: x - 4y + \frac{15}{2} = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25                 |
|                     | <p><math>\Rightarrow K(\frac{1}{2}; 2)</math><br/>         Do K là trung điểm của HD nên <math>D(0; 2)</math>, suy ra pt (BD): <math>y - 2 = 0</math><br/>         AH: <math>x - 1 = 0</math> và <math>A(1; 0)</math>; AD có pt: <math>2x + y - 2 = 0</math><br/>         BC qua M và song song với AD nên BC: <math>2x + y - 12 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25<br>0.25         |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                            |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| <b>Câu 9</b><br>(1,0 điểm)  | <b>Giải phương trình:</b> $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                            |
|                             | ĐK: $x \geq -2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                            |
|                             | Pt $\Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+4)}{x^2 - 2x + 3} = \frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2} + 2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \frac{x+4}{x^2 - 2x + 3} = \frac{x+1}{\sqrt{x+2} + 2} \end{cases} \quad (1)$                                                                                                                                                                                                                                   | <b>0.25</b>                |
|                             | (1) $\Leftrightarrow (x+4)(\sqrt{x+2} + 2) = (x+1)(x^2 - 2x + 3)$<br>$\Leftrightarrow (\sqrt{x+2} + 2)\left[(\sqrt{x+2})^2 + 2\right] = [(x-1) + 2][(x-1)^2 + 2] \quad (2)$                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>0.25</b>                |
|                             | Xét pt $= (t+2)(t^2 + 2)$ có pt $f'(t) = 3t^2 + 4t + 2 > 0 \forall t \in \mathbb{R}$<br>Vậy f(t) đồng biến trên $\mathbb{R}$<br>Do đó: (2)<br>$\Leftrightarrow f(\sqrt{x+2}) = f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$<br>Vậy pt có nghiệm: $x = 2, x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$                                      | <b>0.25</b><br><b>0.25</b> |
| <b>Câu 10</b><br>(1,0 điểm) | <b>Cho các số thực a,b thỏa mãn <math>a, b \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức</b><br>$P = a^5b + ab^5 + \frac{6}{a^2 + b^2} - 3(a+b)$                                                                                                                                                                                                                                                             |                            |
|                             | Do $a, b \leq 1$ nên $(a-1)(b-1) \geq 0 \Leftrightarrow ab \geq a+b-1 \geq 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                            |
|                             | Suy ra: $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \leq (a+b)^2 - 2(a+b-1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <b>0.25</b>                |
|                             | Mà $a^5b + ab^5 = ab(a^4 + b^4), a^4 + b^4 \geq \frac{1}{2}(a^2 + b^2)^2 \geq \frac{1}{8}(a+b)^4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>0.25</b>                |
|                             | Suy ra: $P \geq \frac{1}{8}(a+b-1)(a+b)^4 + \frac{6}{(a+b)^2 - 2(a+b-1)} - 3(a+b)$<br>Đặt $t = (a+b)$ thì $1 \leq t \leq 2$ , xét hàm số $f(t) = \frac{1}{8}(t-1)t^4 + \frac{6}{(t-1)^2 + 1} - 3t$<br>Với $t \in [1; 2]$ có $f'(t) = \frac{1}{8}(5t^4 - 4t^3 - 24) - \frac{12(t-1)}{(t^2 - 2t + 2)^2} < 0 \forall t \in [1; 2]$<br>Nên f(t) nghịch biến trên $[1; 2]$ . Do đó: $f(t) \geq f(2) = -1$<br>Vậy $\min P = -1$ khi $a = b = 1$ | <b>0.25</b><br><b>0.25</b> |

-----**HẾT**-----

**Câu 1 (2,0 điểm)** Cho hàm số  $y = -x^3 + \frac{3}{2}(m-2)x^2 + 3(m-1)x - 1$  (1),  $m$  là tham số.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi  $m = 2$
- b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ  $x_0$  thỏa mãn  $y''(x_0) + 12 = 0$

**Câu 2 (1,0 điểm).**

- a) Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$ . Tìm phần ảo của số phức  $w = 1 - zi + \bar{z}$
- b) Giải bất phương trình sau trên tập số thực:  $2\log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) \leq 2$

**Câu 3 (1,0 điểm)** Tính tích phân  $I = \int_0^1 (1-x)(2+e^{2x}) dx$

**Câu 4 (1,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm  $A(1; -2; 1)$ ,  $B(-1; 0; 3)$ ,  $C(0; 2; 1)$ . Lập phương trình mặt cầu đường kính AB và tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.

**Câu 5 (1,0 điểm)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh  $2a$ . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm của AB, góc giữa cạnh bên SC và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA.

**Câu 6 (1,0 điểm)**

- a) Giải phương trình:  $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$
- b) Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ và nhân 3 số ghi trên ba thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số lẻ.

**Câu 7 (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân, cạnh đáy BC có phương trình:  $x + y + 1 = 0$ , phương trình đường cao kẻ từ B là:  $x - 2y - 2 = 0$ . Điểm  $M(2; 1)$  thuộc đường cao kẻ từ C. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.

**Câu 8 (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \\ \sqrt{x^2+y^2+1} = 3 + \sqrt{x^2-y^2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

**Câu 9 (1,0 điểm)** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $x \geq y \geq z$  và  $x + y + z = 3$ . Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y$ .

-----HẾT-----

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM**

| Câu               | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Điểm      |           |      |           |           |      |  |     |     |     |     |     |     |           |  |      |  |     |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|------|-----------|-----------|------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|--|------|--|-----|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.a<br>(1,0 điểm) | $y = -x + \frac{3}{2}(m-2)x + 3(m-1)x - 1$ (1), $m$ là tham số.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           |           |      |           |           |      |  |     |     |     |     |     |     |           |  |      |  |     |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|                   | <p>Khi <math>m = 2</math> hàm số trở thành <math>y = -x^3 + 3x - 1</math></p> <p>a) Tập xác định: <math>\mathbb{R}</math></p> <p>b) Sự biến thiên:</p> <p>* Ta có: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty</math> và <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty</math></p> <p>* Chiều biến thiên: Ta có <math>y' = -3x^2 + 3</math></p> $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ <p>Suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng <math>(-\infty; -1), (1; +\infty)</math>; đồng biến trên <math>(-1; 1)</math></p> <p>* Cực trị: hàm số đạt cực đại tại <math>x = 1, y_{\text{CD}} = 1</math>, hàm số đạt cực tiểu tại <math>x = -1, y_{\text{CT}} = -3</math></p> <p>* Bảng biến thiên:</p> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td><math>-3</math></td><td></td><td><math>1</math></td><td><math>-\infty</math></td></tr></table> <p>c) Đồ thị</p> | $x$       | $-\infty$ | $-1$ | $1$       | $+\infty$ | $y'$ |  | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $y$ | $+\infty$ |  | $-3$ |  | $1$ | $-\infty$ | 0.25<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br> |
|                   | $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $-\infty$ | $-1$      | $1$  | $+\infty$ |           |      |  |     |     |     |     |     |     |           |  |      |  |     |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| $y'$              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $-$       | $0$       | $+$  | $0$       | $-$       |      |  |     |     |     |     |     |     |           |  |      |  |     |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| $y$               | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |           | $-3$      |      | $1$       | $-\infty$ |      |  |     |     |     |     |     |     |           |  |      |  |     |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                             |
|---------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>3</b><br/><b>(1,0 điểm)</b></p> | <p><b>Tính tích phân</b> <math>I = \int_0^1 (1-x)(2+e^{2x})dx</math></p> <div> <div>Đặt <math>\begin{cases} u=1-x \\ dv=(2+e^{2x})dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=-dx \\ v=2x+\frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}</math></div> <div> <math>I = (1-x)(2x+\frac{1}{2}e^{2x}) \Big _0^1 + \int_1^2 (2+\frac{1}{2}e^{2x})dx</math><br/> <math>= (1-x)(2x+\frac{1}{2}e^{2x}) \Big _0^1 + (x^2+\frac{1}{4}e^{2x}) \Big _0^1 = \frac{e^2+1}{4}</math> </div> </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> <p><b>0,5</b></p>                     |
| <p><b>4</b><br/><b>(1,0 điểm)</b></p> | <p><b>Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm A(1;-2;1), B(-1;0;3), C(0;2;1). Lập phương trình mặt cầu đường kính AB và tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.</b></p> <div> <div>Tìm được tọa độ tâm I của mặt cầu I(0;-1;2), bán kính mặt cầu: <math>R = \sqrt{3}</math></div> <div>Phương trình mặt cầu (S): <math>x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3</math></div> <div>Giả sử H(x;y;z), <math>\overrightarrow{AH} = (x-1; y+2; z-1)</math>, <math>\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)</math>, <math>\overrightarrow{BH} = (x+1; y; z-3)</math></div> <div><math>\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x+2y-2z=-5</math></div> <div><math>\overrightarrow{BH}</math> cùng phương <math>\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=-2 \\ y+z=3 \end{cases}</math> Tìm được <math>H\left(-\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{23}{9}\right)</math></div> </div> | <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> |
| <p><b>5</b><br/><b>(1,0 điểm)</b></p> | <p><b>Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm của AB, góc giữa cạnh bên SC và mặt phẳng đáy bằng <math>60^\circ</math>. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA.</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                             |
|                                       | <p>Gọi H là trung điểm AB. Có <math>SH \perp (ABC)</math>, tính được <math>SH = a\sqrt{15}</math></p> <p>Tính được <math>V_{S.ABC} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}</math></p> <p>Qua A vẽ đường thẳng <math>\Delta // BD</math>, gọi E là hình chiếu của H lên <math>\Delta</math>, K là hình chiếu H lên SE</p> <p>Chứng minh được: <math>d(BD, SA) = d(BD, (S, \Delta)) = 2d(H, (S, \Delta)) = 2HK</math></p> <p>Tam giác EAH vuông cân tại E, <math>HE = \frac{a\sqrt{2}}{2}</math></p> <p><math>\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{31}{15a^2} \Rightarrow HK = \sqrt{\frac{15}{31}}a</math></p> <p><math>\Rightarrow d(BD, SA) = 2\sqrt{\frac{15}{31}}a</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p> <p><b>0,25</b></p> |



|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>8</b><br><b>(1,0 điểm)</b> | <b>Giải hệ phương trình</b> $\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \\ \sqrt{x^2+y^2+1} = 3 + \sqrt{x^2-y^2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|                               | <div> <div>Điều kiện: <math>x+y \geq 0, x-y \geq 0</math></div> <div> Đặt: <math>\begin{cases} u = x+y \\ v = x-y \end{cases}</math> ta có hệ: <math>\begin{cases} \sqrt{u} - \sqrt{v} = 2 \quad (u &gt; v) \\ \sqrt{\frac{u^2+v^2+2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v = 2\sqrt{uv} + 4 \\ \sqrt{\frac{u^2+v^2+2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \end{cases}</math> </div> <div> <math>\Leftrightarrow \begin{cases} u+v = 2\sqrt{uv} + 4 &amp; (1) \\ \sqrt{\frac{(u+v)^2 - 2uv + 2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 &amp; (2) \end{cases}</math> . Thế (1) vào (2) ta có: </div> <div> <math>\sqrt{uv} + 8\sqrt{uv} + 9 - \sqrt{uv} = 3 \Leftrightarrow uv + 8\sqrt{uv} + 9 = (3 + \sqrt{uv})^2 \Leftrightarrow uv = 0.</math> </div> <div> Kết hợp (1) ta có: <math>\begin{cases} uv = 0 \\ u+v = 4 \end{cases} \Leftrightarrow u = 4, v = 0 \text{ (vì } u &gt; v \text{)}.</math> </div> <div> Từ đó ta có: <math>x = 2; y = 2</math>. (Thỏa đ/k) </div> <div> KL: Vậy nghiệm của hệ là: <math>(x; y) = (2; 2)</math>. </div> </div> |
| <b>9</b><br><b>(1,0 điểm)</b> | <div> <b>Cho <math>x, y, z</math> là các số thực dương thỏa mãn <math>x \geq y \geq z</math> và <math>x + y + z = 3</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:</b> <math>P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y</math>. </div> <div> Ta có <math>\frac{x}{z} + xz \geq 2x, \quad \frac{z}{y} + yz \geq 2z</math> . </div> <div> Từ đó suy ra <math>P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y \geq 2x - xz + 2z - yz + 3y</math> </div> <div> <math>= 2(x+z) + y(x+y+z) - xz - yz = 2(x+z) + y^2 + x(y-z)</math> </div> <div> Do <math>x &gt; 0</math> và <math>y \geq z</math> nên <math>x(y-z) \geq 0</math>. Từ đây kết hợp với trên ta được </div> <div> <math>P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y \geq 2(x+z) + y^2 = 2(3-y) + y^2 = (y-1)^2 + 5 \geq 5.</math> </div> <div> Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 5 đạt khi <math>x = y = z = 1</math> </div>                                                                                                                                                                                                   |

————— **HẾT** —————

**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  (1)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).  
b) Tìm các giá trị của tham số  $m$  để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt:  
 $-x^4 + 2x^2 + m - 2 = 0$

**Câu 2 (1,0 điểm).**

- a) Giải phương trình sau trên tập số phức:  $z^2 - 2z + 6 = 0$   
b) Giải phương trình sau trên tập số thực:  $\log_3(x+4) - \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = \log_3(1-2x)$

**Câu 3 (1,0 điểm).** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{x+2}{x+1}$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$

**Câu 4 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 2; 0)$ ,  $B(-1; 1; -1)$  và mặt phẳng (P) có phương trình  $2x + 2y - z + 2 = 0$ . Hãy viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa AB, vuông góc với (P) và viết phương trình mặt cầu (S) có tâm B tiếp xúc với mặt phẳng (P).

**Câu 5 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ , tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, góc giữa đường thẳng  $SC$  với mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $SCD$  ( $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ ).

**Câu 6 (1,0 điểm).**

- a) Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn:  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$  và  $\sin \alpha = -\frac{2}{5}$ . Tính  $P = (3 - 2\sin 2\alpha)(1 + \tan \alpha \cdot \cos^2 \alpha)$ .  
b) Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 7 viên bi vàng và 8 viên bi xanh, lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để lấy được 3 bi có cả ba màu.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 = 2x$ . Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC$  là tiếp tuyến của (C) trong đó  $A$  là tiếp điểm, chân đường cao kẻ từ  $A$  là  $H(2; 0)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $B$  của tam giác  $ABC$  biết  $B$  có tung độ dương.

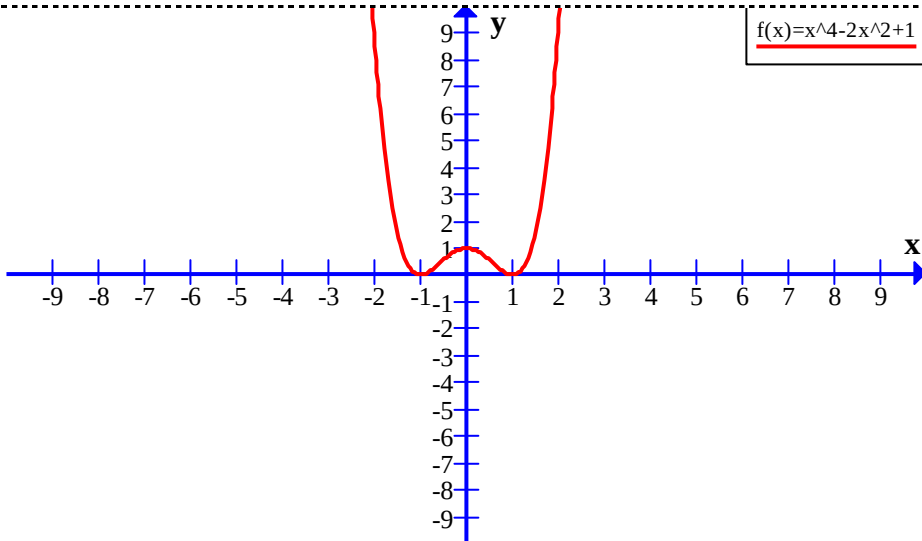
**Câu 8 (1,0 điểm).** Giải bất phương trình:  $\sqrt{2x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x + 8} - \sqrt{x^3 + x} \leq \sqrt{x^2 + 1}(x - 2)$

**Câu 9 (1,0 điểm).** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4(x^4 + y^4)}{x^2 + y^2} - \frac{(x+y)^2}{2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \quad \text{trong đó } a, b \text{ là hai số thực dương.}$$

----- HẾT -----

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM**

| Câu  | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Điểm |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----------|--|-----------|------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|-----|-----------|--|--|--|-----|--|--|--|-----------|
| 1a)  | TXĐ : $D = R$ , $y' = 4x^3 - 4x$ , $y' = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = -1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.25 |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
|      | Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ , hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
|      | $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$<br>Bảng biến thiên                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
|      | <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td><math>-1</math></td><td></td><td><math>0</math></td><td></td><td><math>1</math></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td></td><td></td><td><math>1</math></td><td></td><td></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table>  | $x$  | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $0$ |     | $1$       |  | $+\infty$ | $y'$ |  | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |  | $y$ | $+\infty$ |  |  |  | $1$ |  |  |  | $+\infty$ |
| $x$  | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      | $-1$      |     | $0$  |     | $1$ |     | $+\infty$ |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
| $y'$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $-$  | $0$       | $+$ | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
| $y$  | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |           |     | $1$  |     |     |     | $+\infty$ |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
| 1b)  | Phương trình : $-x^4 + 2x^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 = m - 1$ (1)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.5  |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
|      | Từ đồ thị ta thấy pt (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi<br>$0 < m - 1 < 1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$<br>Vậy với $1 < m < 2$ thì pt đã cho có bốn nghiệm phân biệt.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.5  |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
| 2a)  | Ta có biệt thức : $\Delta' = -5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
|      | Suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_{1,2} = 1 \pm i\sqrt{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.25 |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
| 2b)  | ĐK : $-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25 |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |
|      | Khi đó pt : $\log_3(x + 4) - \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = \log_3(1 - 2x)$<br>$\Leftrightarrow \log_3[(x + 4)(2x + 3)] = \log_3(1 - 2x)$<br>$\Leftrightarrow (x + 4)(2x + 3) = 1 - 2x$<br>$\Leftrightarrow 2x^2 + 13x + 11 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -\frac{11}{2}$<br>Đối chiếu điều kiện của bài toán, ta có nghiệm của pt là: $x = -1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25 |           |     |      |     |     |     |           |  |           |      |  |     |     |     |     |     |     |     |  |     |           |  |  |  |     |  |  |  |           |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>Câu 3</b>  | Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường đã cho là :<br>$S = \int_0^2 \left  \frac{x+2}{x+1} - 1 \right  dx = \int_0^2 \left  \frac{1}{x+1} \right  dx \text{ (đvdt)}$                                                                                                                                           | 0.5  |
|               | $= \int_0^2 \frac{1}{x+1} dx = \ln x+1  \Big _0^2 = \ln 3$                                                                                                                                                                                                                                                          | 0.5  |
| <b>Câu 4</b>  | Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1), \overrightarrow{n_p} = (2; 2; -1)$ , suy ra<br>$\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}] = (3; -1; 4)$                                                                                                                                          | 0.25 |
|               | Mặt phẳng (Q) có pt: $3(x+1) - 1(y-1) + 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 4z + 8 = 0$                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
|               | Ta có $R = d(B, (P)) = \frac{ 2(-1) + 2.1 - 1(-1) + 2 }{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 1$                                                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
|               | Vậy pt mặt cầu (S) : $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.25 |
| <b>5a)</b>    | Ta có : $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{4}{5}$<br>Do $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\cos \alpha = \frac{4}{5}$                                                                                                                        | 0.25 |
|               | Khi đó : $P = (3 - 2 \sin 2\alpha)(1 + \tan \alpha \cdot \cos^2 \alpha)$<br>$= (3 - 4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha)(1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha) = \frac{22}{25}$                                                                                                                                            | 0.25 |
| <b>5b)</b>    | Số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi là : $C_{20}^3 = 2280$                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25 |
|               | Số cách chọn ba viên bi có đủ ba màu là : $C_5^1 \cdot C_7^1 \cdot C_8^1 = 280$<br>Vậy xác suất cần tìm là : $p = \frac{280}{2280} = \frac{7}{57}$                                                                                                                                                                  | 0.25 |
| <b>Câu 6.</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
|               | <p>Gọi H là trung điểm AB, do tam giác SAB cân tại S nên <math>SH \perp AB</math></p> <p>Theo đề ra <math>(SAB) \perp (ABCD)</math> nên <math>SH \perp (ABCD)</math></p> <p>Do đó HC là hình chiếu vuông góc của SC trên mp(ABCD)</p> <p>suy ra <math>(SC, (ABCD)) = (SC, HC) = \widehat{SCH} = 60^\circ</math></p> | 0.25 |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |      |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|               | <p>Xét tam giác BHC vuông tại H có <math>CH = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}</math></p> <p>Xét tam giác vuông tại H có <math>SH = AC \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}</math></p> <p>Diện tích hình vuông ABCD là : <math>S_{ABCD} = a^2</math></p> <p>suy ra <math>V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}</math> (đvtt)</p>                                                                                                                                                                                             | 0.25 |
|               | <p>Ta có <math>OH \parallel BC \Rightarrow OH \parallel (SBC) \Rightarrow d(O, (SBC)) = d(H, (SBC))</math></p> <p>Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên cạnh SB, ta có <math>HK \perp SB</math> (1)</p> <p>mặt khác <math>BC \perp HK</math> (do <math>BC \perp (SAB)</math>) (2)</p> <p>từ (1) và (2) suy ra <math>HK \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HK</math></p> <p>Xét tam giác <math>HK = \frac{SH \cdot BH}{\sqrt{SH^2 + BH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\frac{15a^2}{4} + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{15}}{8}</math></p> | 0.25 |
| <b>Câu 7.</b> | <p>Do tam giác ABC vuông tại A có <math>H \in (C)</math> và CA là tiếp tuyến của (C) nên <math>B \in (C)</math>.</p> <p>Ta có <math>AC = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
|               | <p><math>\Rightarrow BH = \frac{BA^2}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \sqrt{3}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0.25 |
|               | <p>Giả sử <math>B(a; b), b &gt; 0</math>. Khi đó <math>\begin{cases} BI = 1 \\ BH = \sqrt{3} \end{cases}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0.25 |
|               | <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = 1 \\ (a-2)^2 + b^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}</math> . Vậy <math>B\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0.25 |
| <b>Câu 8.</b> | <p><math>\sqrt{2x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x + 8} - \sqrt{x^3 + x} \leq \sqrt{x^2 + 1}(x - 2)</math> (1)</p> <p>Điều kiện : <math>\begin{cases} 2x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 6x + 8 \geq 0 \\ x^3 + x \geq 0 \end{cases}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 + 1)(2x^2 - 6x + 8) \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |
|               | <p>Khi đó (1) <math>\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1}\sqrt{2x^2 - 6x + 8} - \sqrt{x^2 + 1}\sqrt{x} - \sqrt{x^2 + 1}(x - 2) \leq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1}\left(\sqrt{2x^2 - 6x + 8}\right) - \sqrt{x} - x + 2 \leq 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|               | $\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 6x + 8} - \sqrt{x} - x + 2 \leq 0 \quad (2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|               | <p>Xét TH1 : Với <math>x = 0</math> khi đó (2) vô nghiệm</p> <p>Xét TH2 : Với <math>x &gt; 0</math>, chia hai vế của (2) cho <math>\sqrt{x}</math> ta được :</p> $\sqrt{2\left(x + \frac{4}{x}\right)} - 6 - 1 - \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right) \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2\left(x + \frac{4}{x}\right)} - 6 \leq \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right) + 1 \quad (3)$ <p>Đặt <math>t = \sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \Rightarrow x + \frac{4}{x} = t^2 + 4</math>, thay vào (3) ta được :</p> $\sqrt{2t^2 + 2} \leq t + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ t^2 - 2t + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -1 \\ (t-1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$ | 0.25 |
|               | <p>Với <math>t = 1</math> ta có : <math>\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 1 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 2 = 0 \begin{cases} \sqrt{x} = -1(vn) \\ \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases}</math></p> <p>Kết hợp hai trường hợp và điều kiện ta thấy bất phương trình (1) có nghiệm <math>x=4</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25 |
| <b>Câu 9.</b> | <p>Ta có : <math>P \geq \frac{4(x^2 + y^2)^2}{2} \cdot \frac{1}{x^2 + y^2} - (x^2 + y^2) + \frac{4}{x^2 + y^2} = x^2 + y^2 + \frac{4}{x^2 + y^2}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0.25 |
|               | <p>Xét hàm số <math>f(t) = t + \frac{4}{t}</math>, với <math>t = x^2 + y^2, t \in (0; +\infty)</math>.</p> <p>Ta có : <math>f(t) = t + \frac{4}{t}; f'(t) = 0 \Rightarrow t = \pm 2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0.25 |
|               | <p>Lập bảng biến thiên hàm số <math>f(t)</math> trên khoảng <math>(0; +\infty)</math>, ta tìm được :</p> $\min_{(0; +\infty)} f(t) = 4, \text{ đạt được khi } t=2.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0.25 |
|               | <p>Từ đó tìm được GTNN của biểu thức P bằng 4, đạt được khi <math>x = y = 1</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0.25 |

----- **HẾT** -----