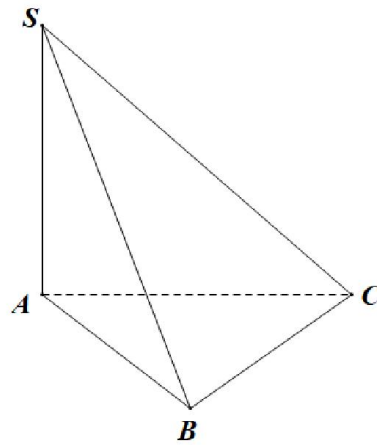


MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD là tam giác đều cạnh a , $AB \perp (BCD)$ và $AB = 2a$. Góc giữa AC và mặt phẳng (BCD) là

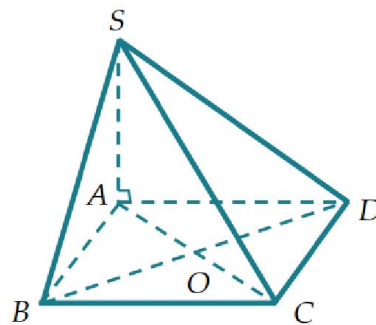
- A. $\widehat{BCD}$. B. $\widehat{ACB}$. C. $\widehat{ACD}$. D. $\widehat{ADB}$.

Câu 2. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{2}$ và $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng?



- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 3. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng



- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AB và $B'D'$ bằng

- A. 30° . B. 135° . C. 45° . D. 90° .

Câu 5. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $\angle BSD$. B. $\angle SDA$. C. $\angle ASD$. D. $\angle SAD$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.C	5.B					
-----	-----	-----	-----	-----	--	--	--	--	--

Nguyễn Bảo Vương

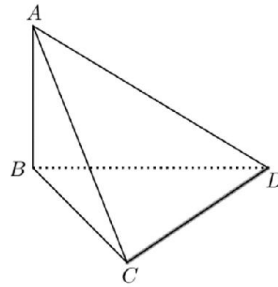
MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD là tam giác đều cạnh a , $AB \perp (BCD)$ và $AB = 2a$. Góc giữa AC và mặt phẳng (BCD) là

A. $\widehat{BCD}$.B. $\widehat{ACB}$.C. $\widehat{ACD}$.D. $\widehat{ADB}$.

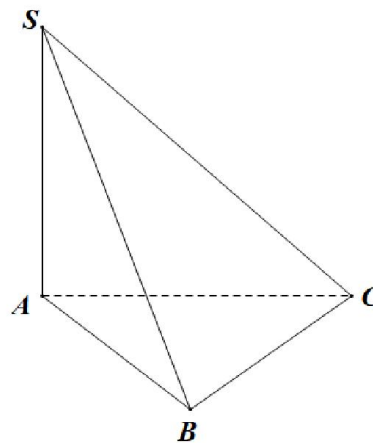
Lời giải

Chọn B



Do $AB \perp (BCD)$ nên Góc giữa AC và mặt phẳng (BCD) bằng $\widehat{ACB}$.

Câu 2. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{2}$ và $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng?

A. 45° .B. 30° .C. 90° .D. 60° .

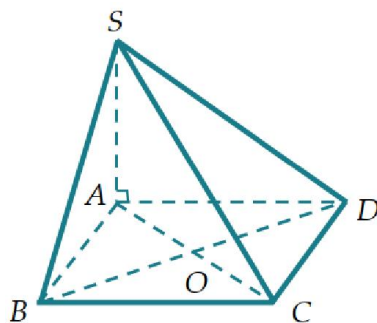
Lời giải

Chọn D

Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.

$$\text{Xét } \triangle SAC \text{ vuông tại } A: \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ.$$

Câu 3. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng



A. $2a$.

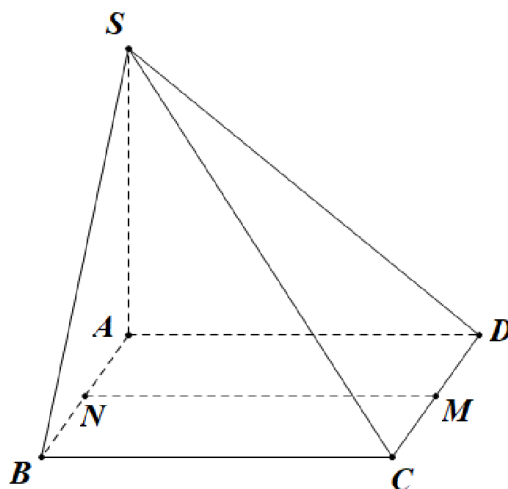
B. a .

C. $a\sqrt{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm của AB . Ta có:

$$\begin{cases} MN \perp AB \\ MN \perp SA \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow d_{(M;(SAB))} = MN = a.$$

Câu 4. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AB và $B'D'$ bằng

A. 30° .

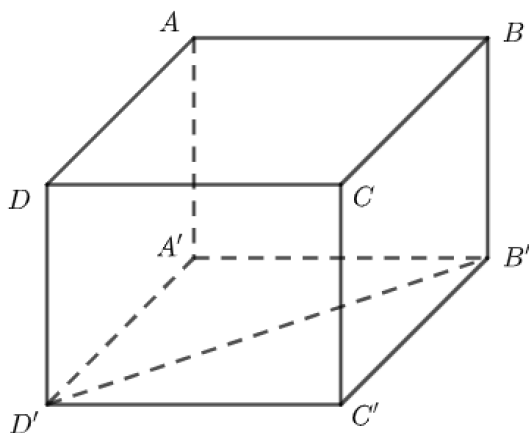
B. 135° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Ta có: $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương $\Rightarrow ABB'A'$ là hình vuông $\Rightarrow AB \parallel A'B'$

Do đó góc giữa hai đường thẳng AB và $B'D'$ bằng góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và $B'D'$

Mặt khác, do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $A'B'C'D'$ là hình vuông nên

$\widehat{A'B'D'} = 45^\circ$ do đó góc giữa 2 đường thẳng $A'B'$ và $B'D'$ bằng 45°

Nên góc giữa đường thẳng AB và $B'D'$ bằng 45° .

Câu 5. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $\angle BSD$.

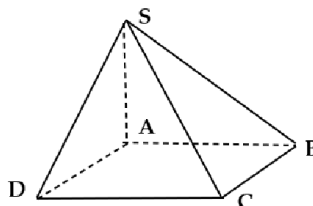
B. $\angle SDA$.

C. $\angle ASD$.

D. $\angle SAD$.

Lời giải

Chọn B



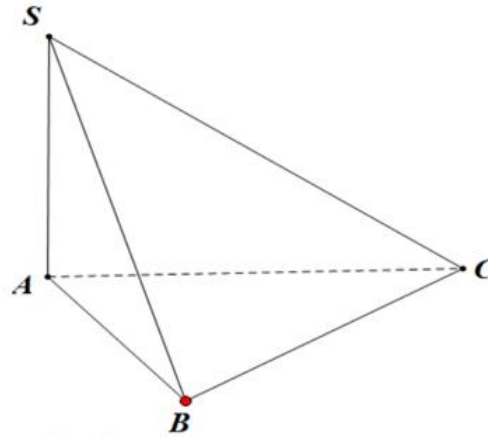
Ta có hình chiếu SD trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AD

Vậy $(SD, (ABCD)) = (SD, AD) = \angle SDA$.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 1.** (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông tại A và $AC = a$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .
- Câu 2.** (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi I là trung điểm BD . Góc giữa hai đường thẳng A_1D và B_1I bằng
- A. 120° B. 30° . C. 45° . D. 60° .
- Câu 3.** (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a$, $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng
- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .
- Câu 4.** (Sở Lào Cai - 2021) Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = OB = 2a$, $OC = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng
- A. $a\sqrt{2}$. B. a . C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{3a}{4}$.
- Câu 5.** (Sở Lào Cai - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AC và $B'C'$, α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính giá trị α .
- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 6.** (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng
- A. $2\sqrt{2}$. B. 2 . C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.
- Câu 7.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết thể

tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{2}$. Khoảng cách S từ đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 8. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , AH là đường cao trong tam giác SAB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

- A. $SA \perp BC$. B. $AH \perp AC$. C. $AH \perp SC$. D. $AH \perp BC$.

Câu 9. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

- A. $\widehat{BAC}$. B. $\widehat{SBA}$. C. $\widehat{SAB}$. D. $\widehat{SCA}$.

Câu 10. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $3a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SB = 5a$. Tính sin của góc giữa cạnh SC và mặt đáy $(ABCD)$.

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$, gọi M là trung điểm của SC . Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và (ABC) .

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$. B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$.

Câu 12. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng:

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 13. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 14. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 15. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng

- A. $\widehat{A'AD}$. B. $\widehat{A'OC}$. C. $\widehat{A'OA}$. D. $\widehat{OA'A}$.

Câu 16. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , O là tâm của mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và CD bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\sqrt{2}a$.

Câu 17. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với

mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 18. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $\sqrt{5}a$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 70° . D. 45° .

Câu 19. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC$. Gọi I là trung điểm của AB . Góc giữa SI và BC bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 20. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $\triangle ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

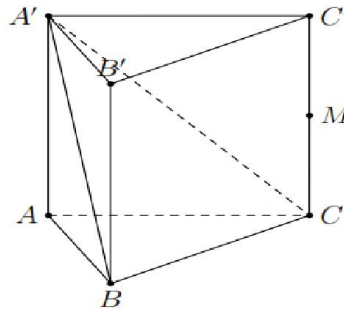
Câu 21. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là trung điểm của SA . Biết thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{2}$, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $3a$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.

Câu 22. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a\sqrt{6}$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA = BC = a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 23. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



- A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 24. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B . $AB = 3a, BC = \sqrt{3}a$. SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Góc giữa SC và đáy là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 25. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $\triangle ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

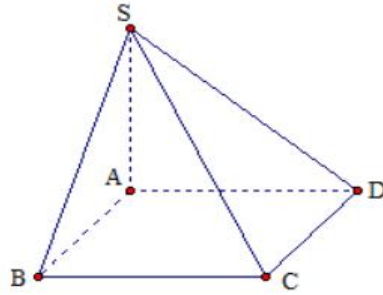
Câu 26. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 27. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a, BC = a\sqrt{3}$. Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng

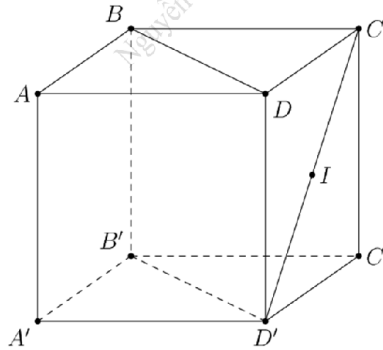
- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 28. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng



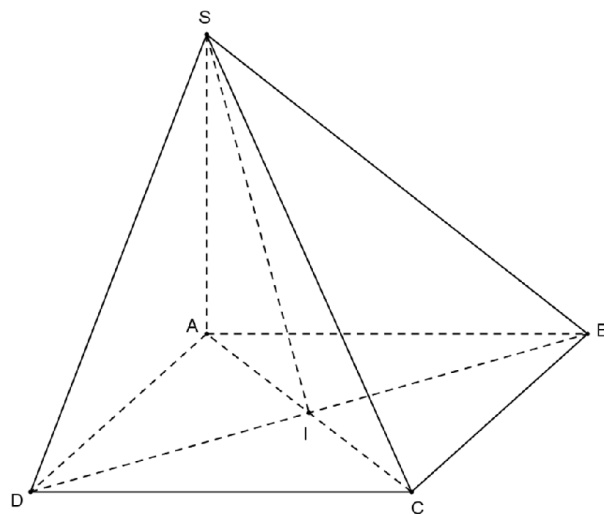
- A. $a\sqrt{2}$. B. $2a$. C. a . D. $a\sqrt{3}$.

Câu 29. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $a\sqrt{3}$, I là trung điểm CD' (tham khảo hình vẽ). khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 30. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I , cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó tang của góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$ là:



A. $\sqrt{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

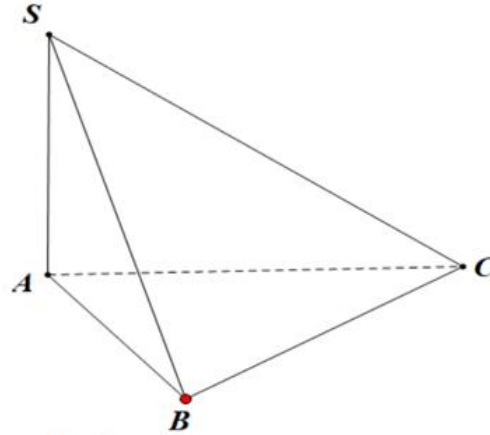
BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.B	5.B	6.C	7.D	8.B	9.B	10.B
11.C	12.B	13.B	14.C	15.C	16.A	17.A	18.A	19.B	20.D
21.A	22.C	23.C	24.D	25.C	26.D	27.D	28.A	29.C	30.A

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 1.** (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông tại A và $AC = a$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90° .B. 30° .C. 45° .D. 60° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SB, (ABC)) = \widehat{SBA}$

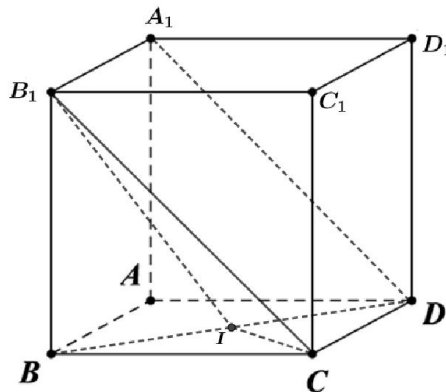
$$\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}; \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$$
Suy ra $(SB, (ABC)) = \widehat{SBA} = 45^\circ$

- Câu 2.** (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi I là trung điểm BD . Góc giữa hai đường thẳng A_1D và B_1I bằng

A. 120° B. 30° .C. 45° .D. 60° .

Lời giải

Chọn B

Ta có $B_1C \parallel A_1D \Rightarrow (A_1D, B_1I) = (B_1C, B_1I)$.
$$\text{Vì } ABCD.A_1B_1C_1D_1 \text{ là hình lập phương cạnh } a \text{ nên } B_1C = a\sqrt{2}; IC = \frac{a\sqrt{2}}{2}; B_1I = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle B_1IC \text{ có: } \cos \widehat{IB_1C} = \frac{B_1I^2 + B_1C^2 - IC^2}{2B_1I \cdot B_1C} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow \widehat{IB_1C} = 30^\circ.$$

$$\text{Do đó } (\widehat{A_1D, B_1I}) = (\widehat{B_1C, B_1I}) = \widehat{IB_1C} = 30^\circ.$$

Câu 3. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a$, $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60° .

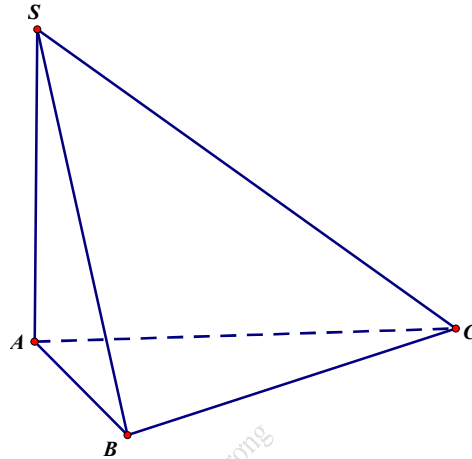
B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D



AB là hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC) nên $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$.

Tam giác ABC vuông tại B nên:

$$AB = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow \triangle SAB \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ.$$

Vậy $(SB, (ABC)) = 45^\circ$.

Câu 4. (Sở Lào Cai - 2021) Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = OB = 2a$, $OC = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $a\sqrt{2}$.

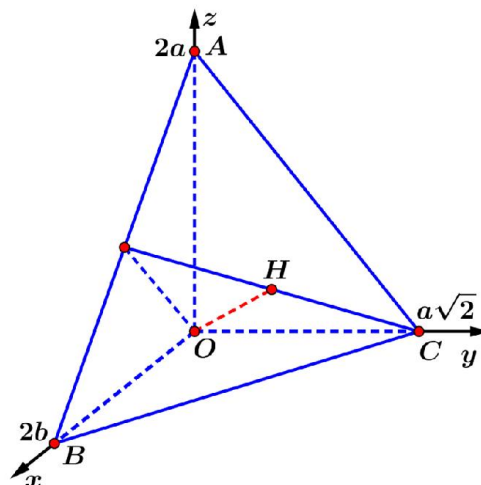
B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như sau điểm O là gốc tọa độ $OA \equiv Oz$; $OB \equiv Ox$ và $OC \equiv Oy$. Khi đó ta có $O(0;0;0)$; $A(0;0;2a)$; $B(2a;0;0)$ và $C(0;a\sqrt{2};0)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2a} + \frac{y}{a\sqrt{2}} + \frac{z}{2a} = 1 \Leftrightarrow x + \sqrt{2}y + z - 2a = 0$.

Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) là $d(O, (ABC)) = \frac{|0 + \sqrt{2} \cdot 0 + 0 - 2a|}{\sqrt{1+2+1}} = a$.

Câu 5. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AC và $B'C'$, α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính giá trị α .

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

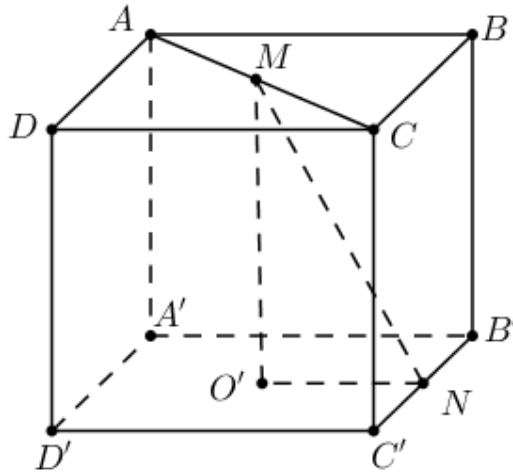
B. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử cạnh hình lập phương là a .

Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$. Suy ra $O'N$ là hình chiếu của MN lên $(A'B'C'D')$. Do đó góc giữa MN và $(A'B'C'D')$ là góc giữa MN và $O'N$.

Tam giác $O'MN$ vuông tại O có $O'N = \frac{1}{2}a$, $O'M = a$ nên

$$\sin \widehat{O'NM} = \frac{O'M}{MN} = \frac{O'M}{\sqrt{O'N^2 + O'M^2}} = \frac{a}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 6. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $2\sqrt{2}$.

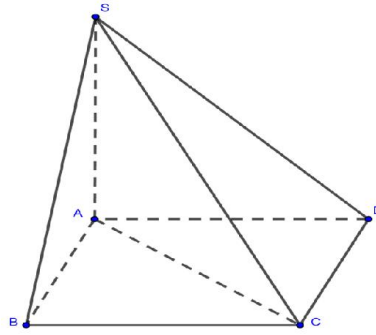
B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\widehat{(SC; (ABCD))} = \widehat{SCA} = \alpha$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có: $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{2}.$$

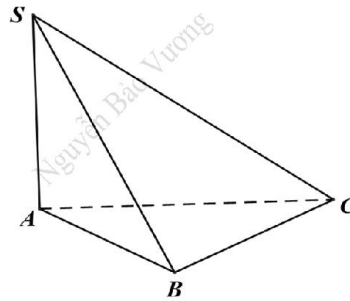
Câu 7. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết thể

tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{2}$. Khoảng cách S từ đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. **D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.**

Lời giải

Chọn D



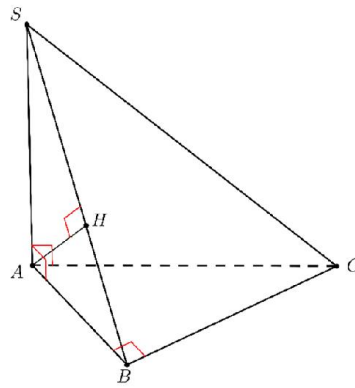
$$\diamond \text{ Ta có } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} \Rightarrow d(S, (ABC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{2}}{\frac{a^2 \sqrt{2}}{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 8. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , AH là đường cao trong tam giác SAB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

- A. $SA \perp BC$. **B. $AH \perp AC$.** C. $AH \perp SC$. D. $AH \perp BC$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

Tam giác ABC vuông tại B nên $AB \perp BC$

Có: $\left. \begin{array}{l} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Mà AH nằm trong mặt phẳng (SAB) nên $BC \perp AH$

Mặt khác: $\left. \begin{array}{l} BC \perp AH \text{ (cmt)} \\ AH \perp SB \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC.$

Vậy khẳng định sai là $AH \perp AC$.

Câu 9. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

A. $\widehat{BAC}$.

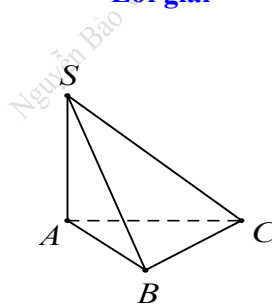
B. $\widehat{SBA}$.

C. $\widehat{SAB}$.

D. $\widehat{SCA}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\left\{ \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{array} \right. \Rightarrow BC \perp (SAB).$

Mà $(SBC) \cap (ABC) = BC$. Suy ra

+ $(SBC) \perp (SAB)$ theo giao tuyến SB .

+ $(ABC) \perp (SAB)$ theo giao tuyến AB .

$\Rightarrow ((SBC); (ABC)) = (\widehat{SB; AB}) = \widehat{SBA}$ (do $\widehat{SBA} < 90^\circ$)

Câu 10. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $3a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SB = 5a$. Tính $\sin$ của góc giữa cạnh SC và mặt đáy $(ABCD)$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

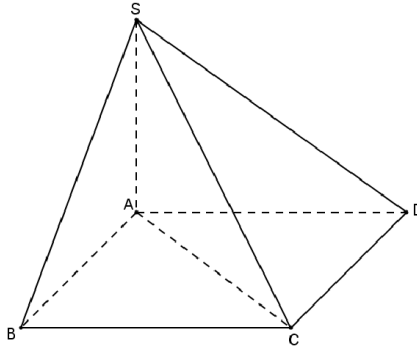
B. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Do $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó góc giữa cạnh SC và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$.

Xét tam giác ABC có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 3a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAB có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 4a$.

Xét tam giác SAC có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{34}$.

Xét tam giác SAC có $\sin \widehat{SCA} = \frac{SA}{SC} = \frac{4a}{a\sqrt{34}} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$.

Vậy sin của góc giữa cạnh SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

Câu 11. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$, gọi M là trung điểm của SC . Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và (ABC) .

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$.

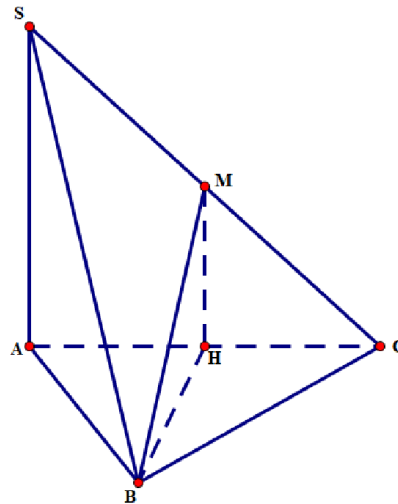
B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (SAC) , dựng $MH \perp AC$ tại H .

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC \subset (ABC) \Rightarrow SA \parallel MH$.

Khi đó: $MH \perp (ABC)$.

Suy ra:

$$\cos \alpha = \cos(\widehat{BM, (ABC)}) = \cos(\widehat{BM, BH}) = \cos \widehat{MBH} = \frac{BH}{BM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2a}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Câu 12. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng:

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

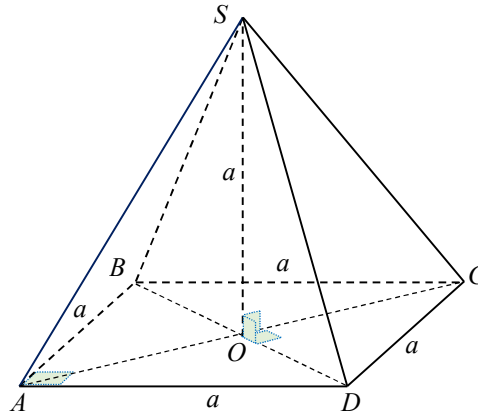
B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải

Chọn B



♦ $AB \parallel CD \Rightarrow d(AB; SC) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2.d(O; (SCD))$ (*)

♦ Hình chóp $O.SCD$ là tam diện vuông tại O :

$$\frac{1}{d^2(O; (SCD))} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2} \Leftrightarrow d(O; (SCD)) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

$$(*) \Leftrightarrow d(AB; SC) = 2.d(O; (SCD)) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 13. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 30° .

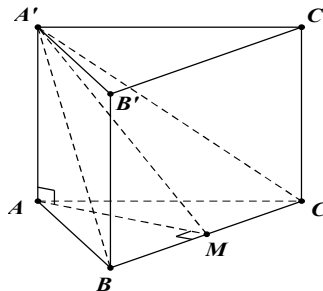
B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B



♦ Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$ (vì tam giác ABC đều)

$$\Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\diamond ((A'BC), (ABC)) = \widehat{AMA'}$$

$$\text{Lại có: } \tan \widehat{AMA'} = \frac{AA'}{AM} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{AMA'} = 60^\circ \Leftrightarrow ((A'BC), (ABC)) = 60^\circ$$

Câu 14. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60° .

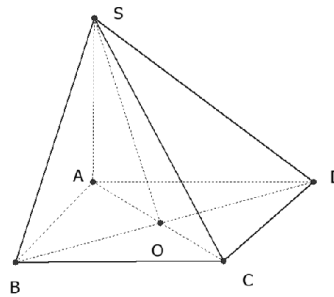
B. 90° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Ta có $AC = a\sqrt{2}$ suy ra ΔSAC vuông cân tại A

Góc giữa SC và mp $(ABCD)$ chính là góc $SCA = 45^\circ$

Câu 15. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng

A. $\widehat{A'AD}$.

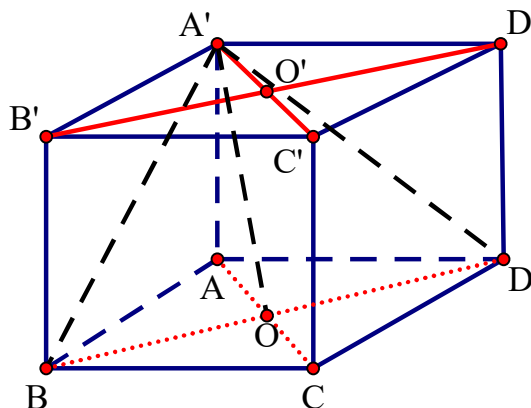
B. $\widehat{A'OC}$.

C. $\widehat{A'OA}$.

D. $\widehat{OA'A}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AO \perp BD$, đồng thời $BD \perp A'A \Rightarrow BD \perp (A'AO) \Rightarrow BD \perp A'O$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BD) \cap (ABCD) = BD \\ AO \perp BD \\ A'O \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((A'BD), (ABCD)) = (\widehat{A'O; AO}) = \widehat{A'OA}$$

Câu 16. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , O là tâm của mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và CD bằng

A. $\frac{a}{2}$.

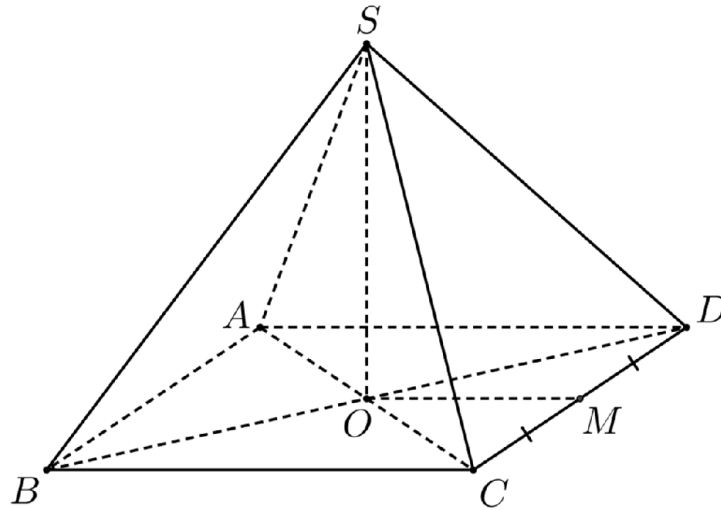
B. a .

C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn A



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của CD .

Khi đó $OM \perp SO$ (do $SO \perp (ABCD)$ và $OM \subset (ABCD)$).

Mà $OM \perp CD$ (do $\triangle OCD$ là tam giác cân tại O).

Suy ra $d(SO, CD) = OM = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$.

Câu 17. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60° .

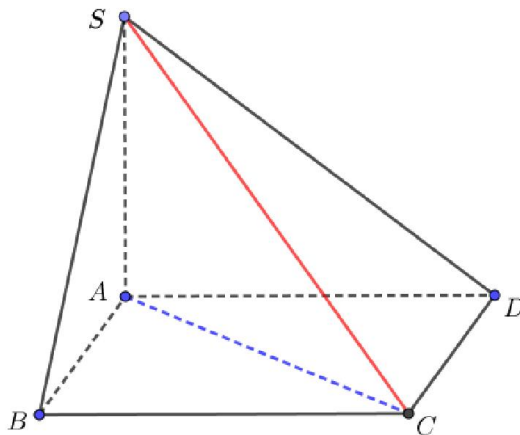
B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A



Ta có AC là hình chiếu của SC lên mặt đáy $(ABCD)$.

$$\Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} \Rightarrow \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = 60^\circ.$$

Câu 18. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy

bằng $2a$ cạnh bên bằng $\sqrt{5}a$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

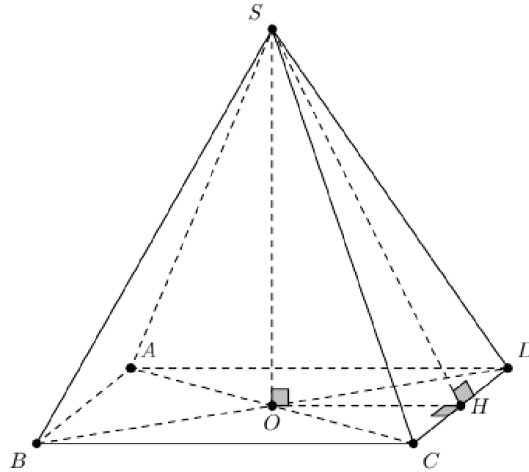
B. 30° .

C. 70° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn A



- ♦ Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$.
 - ♦ Gọi H là trung điểm cạnh CD . Ta có: $OH \perp CD$ và $HD = OH = \frac{CD}{2} = a$.
 - ♦ Do $\triangle SCD$ cân tại S nên $SH \perp CD$.
 - ♦ Vậy góc giữa mặt bên (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SHO}$.
 - ♦ Trong $\triangle SHD$ vuông tại H ta có $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$.
- Khi đó $\cos \widehat{SHO} = \frac{OH}{SH} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SHO} = 60^\circ$.

Câu 19. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC$. Gọi I là trung điểm của AB . Góc giữa SI và BC bằng

A. 30° .

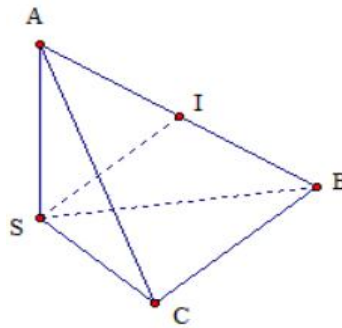
B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B

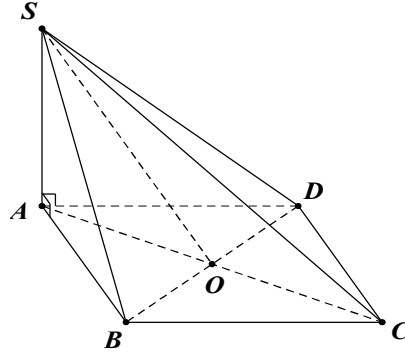


$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{SI}; \overrightarrow{BC}) &= \frac{\overrightarrow{SI} \cdot \overrightarrow{BC}}{SI \cdot BC} = \frac{\frac{1}{2}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}) \cdot \overrightarrow{BC}}{\frac{BC}{2} \cdot BC} = \frac{\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{BC}}{BC^2} \\ &= \frac{\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{BC}}{BC^2} = \frac{SB \cdot BC \cdot \cos 135^\circ}{BC^2} = \frac{SB \cdot SB \sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ}{2SB^2} = \frac{\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ}{2} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Suy ra: $(\overrightarrow{SI}; \overrightarrow{BC}) = 120^\circ \Rightarrow (SI; BC) = 60^\circ$.

- Câu 20. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $\triangle ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng
- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $ABCD$ là hình thoi có tâm là $O \Rightarrow O$ là trung điểm của BD .

Mà $\triangle ABD$ đều nên $AO \perp BD$

Lại có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SO, (ABCD))} = \widehat{SOA}$

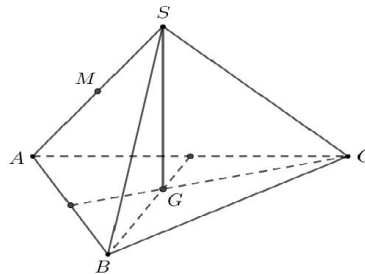
$$\text{Xét } \triangle ABO \text{ có: } AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Ta có: } \tan \widehat{SAO} = \frac{SA}{AO} = \frac{\frac{3a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^\circ$$

- Câu 21. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là trung điểm của SA . Biết thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{2}$, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $3a$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Mà } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot d(S, (ABC)) \Rightarrow d(S, (ABC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = 2a\sqrt{3}.$$

Khi đó $d(M, (ABC)) = \frac{1}{2}d(S, (ABC)) = a\sqrt{3}$.

Câu 22. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a\sqrt{6}$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA = BC = a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .

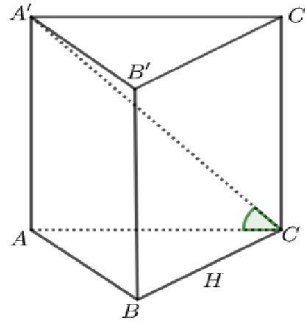
B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) .

Khi đó $\widehat{(A'C, (ABC))} = \widehat{(A'C, AC)} = \widehat{A'CA}$.

Ta có: $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

$\tan \widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 60^\circ$.

Câu 23. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.

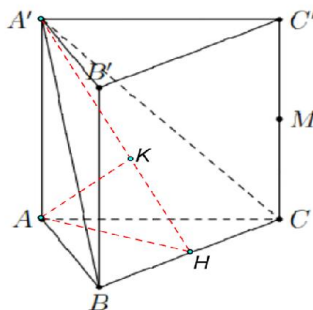
C. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên BC và $A'H$.



$$\text{Ta có } d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(C', (A'BC)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BC)) = \frac{1}{2}AK.$$

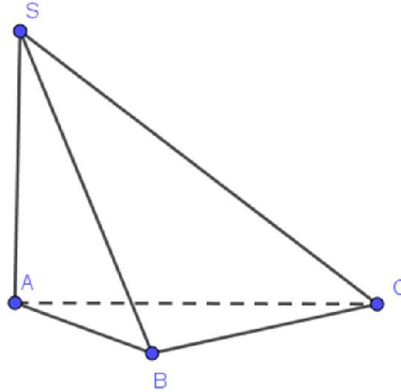
$$\text{Mà } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AA' = a \text{ nên } AK = \frac{AH \cdot AA'}{\sqrt{AH^2 + AA'^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(M, (A'BC)) = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

- Câu 24. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Cho chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B . $AB = 3a, BC = \sqrt{3}a$. SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Góc giữa SC và đáy là
- A. 90° . B. 45° C. 60° D. 30°

Lời giải

Chọn D



$$AC = \sqrt{12}a$$

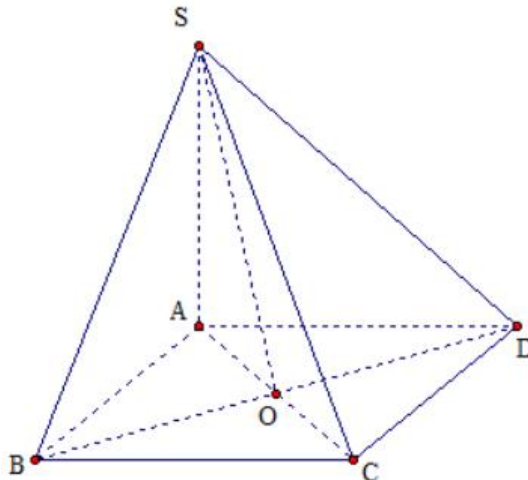
$$\tan \widehat{SCA} = \frac{2a}{\sqrt{12}a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$$

- Câu 25. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $\triangle ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Chọn C



$$\text{Tam giác } ABD \text{ đều cạnh } a\sqrt{2}, \text{ suy ra } AO = \frac{(a\sqrt{2})\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vì $SA \perp (ABCD)$, suy ra OA là hình chiếu của OS lên mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra:

$$(\angle SO; (ABCD)) = \widehat{SOA}.$$

$$\text{Ta có: } \tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{a\sqrt{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } (\angle SO; (ABCD)) = 60^\circ.$$

Câu 26. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

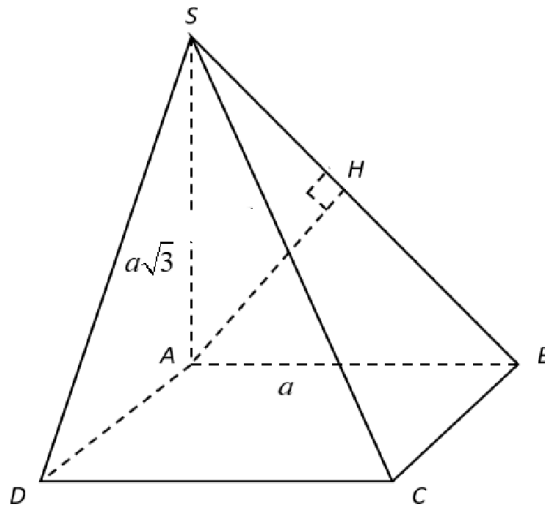
B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp SB$ (*)

Ta có $BC \perp AB$ (Do $ABCD$ là hình vuông)

$BC \perp SA$ (Do $SA \perp (ABCD)$)

Suy ra $BC \perp (SAB)$

Suy ra $BC \perp AH$ (**)

Từ (*), (**) suy ra $AH \perp (SBC)$. Suy ra $d(A, (SBC)) = AH$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}$$

$$\text{Suy ra } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 27. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a, BC = a\sqrt{3}$. Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90° .

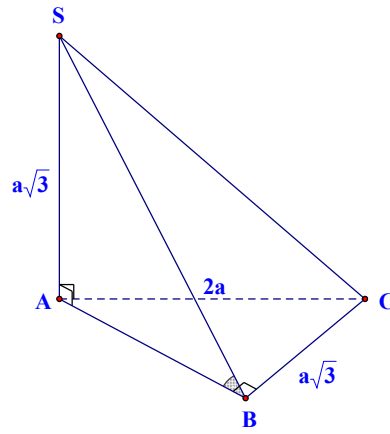
B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D

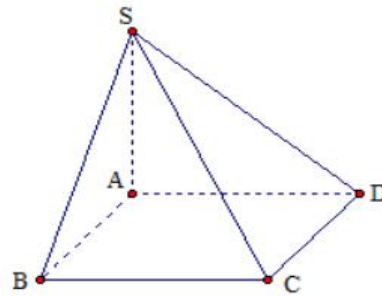


Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$.

Dễ thấy $(\widehat{SB; (ABC)}) = (\widehat{SB; AB}) = \widehat{SBA}$. Khi đó $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Vậy $(\widehat{SB; (ABC)}) = 60^\circ$.

Câu 28. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng



A. $a\sqrt{2}$.

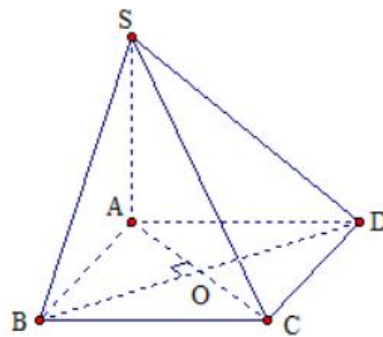
B. $2a$.

C. a .

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



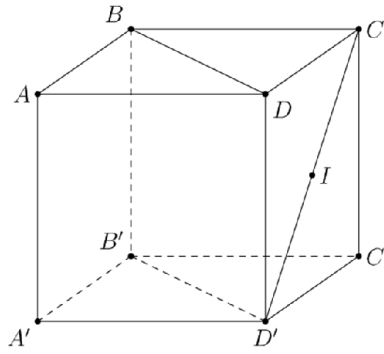
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có $AO \perp BD$.

Mặt khác $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AO$.

Vậy AO là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SA và BD nên

$$d(SA; BD) = AO = \frac{1}{2} AC = a\sqrt{2}.$$

Câu 29. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $a\sqrt{3}$, I là trung điểm CD' (tham khảo hình vẽ). khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

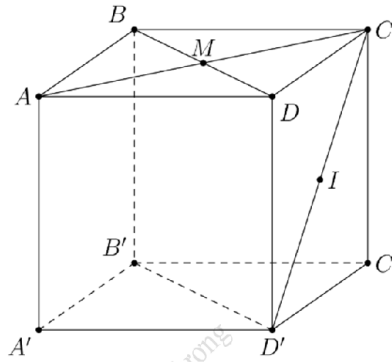
B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

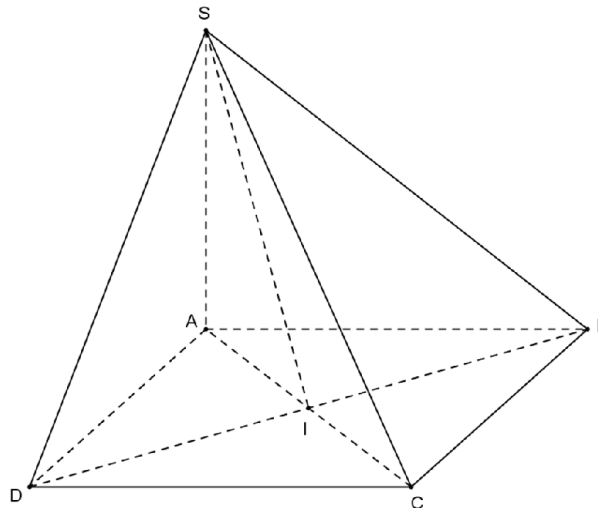


Do $CI \cap (BDD'B') = D'$ nên ta có $\frac{d(I, (BDD'B'))}{d(C, (BDD'B'))} = \frac{ID'}{CD'} = \frac{1}{2}$.

Gọi $\{M\} = BD \cap AC$. Khi đó $CM = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{6}a}{2}$.

Vậy $d(I, (BDD'B')) = \frac{1}{2} \cdot d(C, (BDD'B')) = \frac{CM}{2} = \frac{\sqrt{6}a}{4}$.

Câu 30. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I , cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó tang của góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$ là:



A. $\sqrt{6}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải**Chọn A**

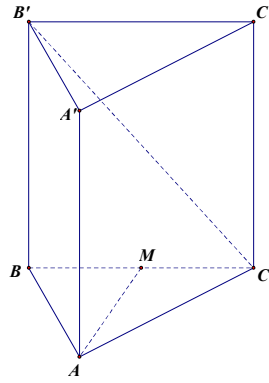
Ta có: $AI = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Mà $SA \perp (ABCD)$ nên AI là hình chiếu của SI trên mặt phẳng $(ABCD)$

$$\Rightarrow \widehat{(SI; (ABCD))} = \widehat{(SI; AI)} = \widehat{SIA} \text{ (do tam giác } SAI \text{ vuông tại } A)$$

$$\text{Vậy } \tan \widehat{(SI; (ABCD))} = \tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \sqrt{6}.$$

Nguyễn Bảo Vương



- A. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

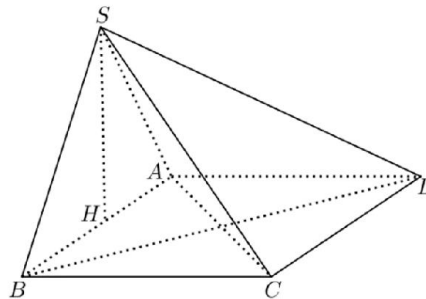
Câu 7. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Biết $AA' = A'B = A'D$ và cạnh bên AA' hợp với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD .

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{8}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I ; $AB = 2a$; $BD = \sqrt{3}AC$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AI . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng.

- A. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$ B. $\frac{2a\sqrt{35}}{7}$ C. $\frac{2a\sqrt{35}}{35}$ D. $\frac{a\sqrt{35}}{7}$.

Câu 9. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ (tham khảo hình vẽ).



Tính khoảng cách từ A đến (SBC)

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 10. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = a$, $AB = 2a$, $BC = 3a$, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{3a\sqrt{30}}{10}$. B. $\frac{3a\sqrt{30}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{30}}{2}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 11. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 3a^2$. Tính khoảng cách từ C đến (SBD) bằng

$$\text{A. } d = \frac{a\sqrt{39}}{13}. \quad \text{B. } d = \frac{2a\sqrt{51}}{17}. \quad \text{C. } d = \frac{a\sqrt{39}}{5}. \quad \text{D. } d = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$$

Câu 12. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

$$\text{A. } \frac{a\sqrt{21}}{7}. \quad \text{B. } \frac{a\sqrt{3}}{7}. \quad \text{C. } \frac{a\sqrt{21}}{3}. \quad \text{D. } \frac{a\sqrt{7}}{3}.$$

Câu 13. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a$, $AD = 2a$, $AA_1 = 3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A_1BD) bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } a. \quad \text{B. } \frac{7}{6}a. \quad \text{C. } \frac{6}{7}a. \quad \text{D. } \frac{5}{7}a.$$

Câu 14. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi M là điểm trên cạnh $A'B'$, $A'M = \frac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng?

$$\text{A. } \frac{4\sqrt{57}a}{57}. \quad \text{B. } \frac{2\sqrt{57}a}{57}. \quad \text{C. } \frac{\sqrt{57}a}{19}. \quad \text{D. } \frac{\sqrt{57}a}{57}.$$

Câu 15. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = AD = a$ và $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(A'AD)$:

$$\text{A. } \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \text{C. } \frac{\sqrt{3}}{4}. \quad \text{D. } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 16. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

$$\text{A. } 90^\circ. \quad \text{B. } 45^\circ. \quad \text{C. } 60^\circ. \quad \text{D. } 30^\circ.$$

Câu 17. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC .

$$\text{A. } \frac{2a\sqrt{19}}{19}. \quad \text{B. } \frac{a\sqrt{10}}{19}. \quad \text{C. } \frac{a\sqrt{10}}{5}. \quad \text{D. } \frac{2a\sqrt{19}}{5}.$$

Câu 18. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo của góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$ bằng

$$\text{A. } 60^\circ. \quad \text{B. } 30^\circ. \quad \text{C. } 45^\circ. \quad \text{D. } 90^\circ.$$

Câu 19. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có mặt bên $ABB'A'$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{A'AB} = 120^\circ$ và $A'C = BC = a\sqrt{3}$, $AC = \frac{\sqrt{10}}{2}a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC

$$\text{A. } \frac{\sqrt{10}}{20}a \quad \text{B. } \frac{\sqrt{10}}{10}a \quad \text{C. } \frac{3\sqrt{10}}{20}a \quad \text{D. } \frac{3\sqrt{10}}{10}a$$

Câu 20. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $(SC, (ABCD)) = 45^\circ$. Gọi I là trung điểm SC . Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$.

Câu 21. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, AD = 2a$; SA vuông góc với đáy $ABCD$, SC hợp với đáy một góc α và $\tan \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a}{3}$ B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Câu 22. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SD = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB , K là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và HK bằng

A. $\frac{a\sqrt{105}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{105}}{20}$. C. $\frac{a\sqrt{105}}{30}$. D. $\frac{a\sqrt{105}}{10}$.

Câu 23. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 12cm, AB = 5cm, AC = 9cm, SB = 13cm, SC = 15cm$ và $BC = 10cm$. Tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{14}}{10}$. B. $\frac{10\sqrt{14}}{14}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{12}{5}$.

Câu 24. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) , $SA = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 25. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AD , góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của DC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM là

A. $\frac{a\sqrt{285}}{9}$. B. $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. C. $\frac{3a\sqrt{285}}{19}$. D. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$.

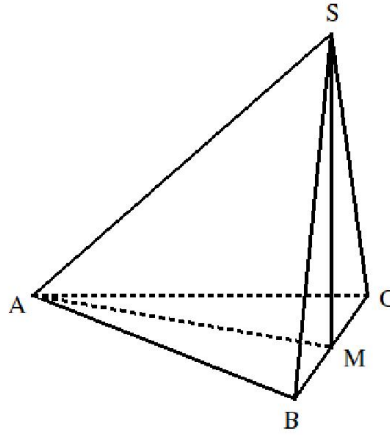
Câu 26. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $SA = a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. B. $\sqrt{7}a$. C. $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$. D. $\frac{\sqrt{7}a}{2}$.

Câu 27. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = a; SB = 2a; SC = 3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SNP) bằng

A. $\frac{5a}{7}$. B. $\frac{6a}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Câu 28. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, BC = a\sqrt{2}$ và $SB = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 75° .

Câu 29. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng a và $\widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(DA'C')$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{22}}{66}$. B. $\frac{4a\sqrt{11}}{11}$. C. $\frac{2a\sqrt{11}}{11}$. D. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 30. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAD) là tam giác đều và $(SAD) \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm cạnh đáy AB . Khoảng cách giữa các đường thẳng SA và CM là.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

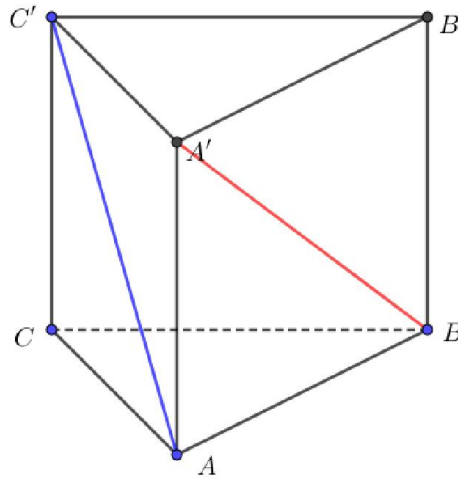
Câu 31. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật $AB = a, AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) :

- A. $d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$. B. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$. C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $d = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 32. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng BD với mặt phẳng (SAD) . Khi đó $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 33. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng



- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 34. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Câu 35. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, $AB = 3$, $AD = 4$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên $SA = 2\sqrt{3}$ vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AD và BC . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

- A. $\sin \alpha \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$. B. $\sin \alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $\sin \alpha \in \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. D. $\sin \alpha \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

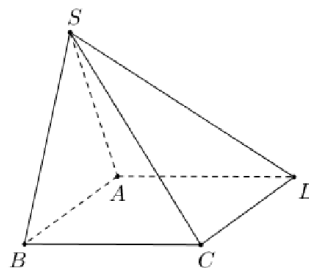
Câu 36. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 120° .

Câu 37. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{5}a$, gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\sqrt{3}a$. B. a . C. $\frac{a}{2}$. D. $2a$.

Câu 38. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA, CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và EF bằng

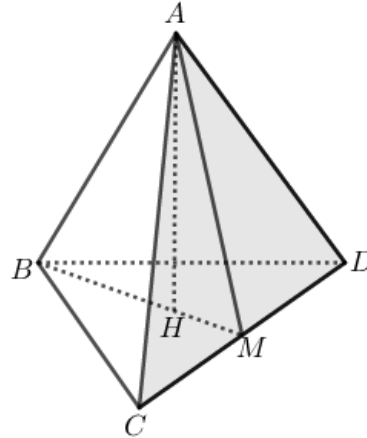


A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 39. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC .

A. $\frac{2\sqrt{10}a}{5}$. B. $2a$. C. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. D. $\sqrt{2}a$.

Câu 40. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hình tứ diện đều $ABCD$. Giá trị tan của góc giữa mặt bên và đáy bằng



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. B. 2 . C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 41. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M ; N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên các cạnh SB và SD . Khi đó góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN) bằng:

A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.A	5.B	6.D	7.D	8.B	9.D	10.A
11.B	12.A	13.C	14.A	15.A	16.D	17.A	18.A	19.C	20.A
21.D	22.C	23.B	24.A	25.B	26.C	27.B	28.C	29.D	30.D
31.A	32.C	33.C	34.B	35.A	36.A	37.C	39.C	40.C	41.C
						38.A			

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 1. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa SB và AC .

A. $d = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

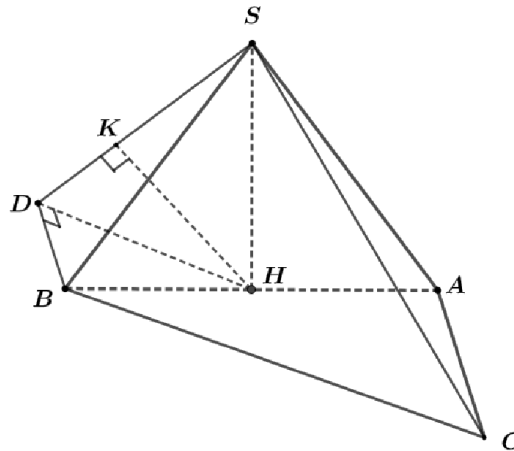
B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ đường thẳng Δ đi qua B và $\Delta // AC$.

Kẻ $HD \perp \Delta$ tại D .

Khi đó $AC // BD \Rightarrow AC // (SDB)$

$$\Rightarrow d(AC; SB) = d(AC; (SDB)) = d(A; (SDB)) = 2d(H; (SDB)).$$

Kẻ $HK \perp SD$ tại K .

Vì $BD \perp DH, BD \perp SH \Rightarrow BD \perp (SDH) \Rightarrow BD \perp HK$.

Mà $HK \perp SD \Rightarrow HK \perp (SDB)$

$$\Rightarrow d(H; (SDB)) = HK.$$

Ta có $\triangle SAB$ vuông cân ở S nên $SH = HB = HA = \frac{a}{2}$.

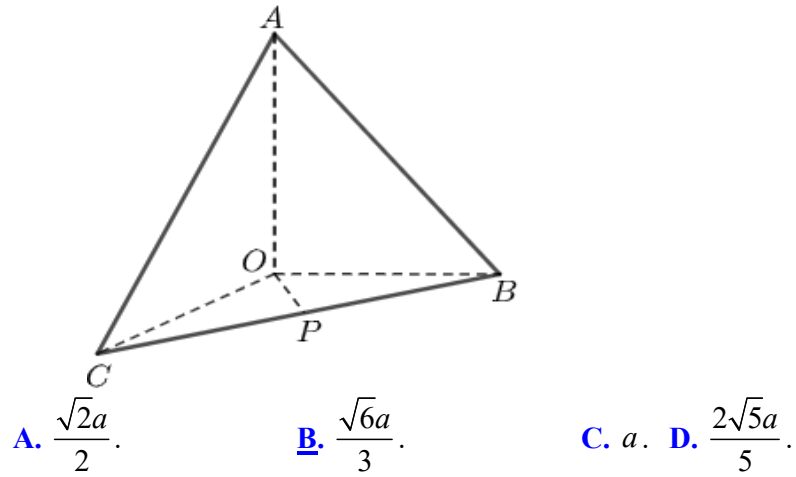
Vì $AC // BD \Rightarrow \widehat{DBH} = \widehat{BAC} = 60^\circ$.

$$\triangle HDB \text{ vuông ở } D \text{ nên } HD = HB \cdot \sin \widehat{HBD} = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\triangle SHD \text{ vuông ở } H \text{ có: } \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14} = d(H; (SDB)).$$

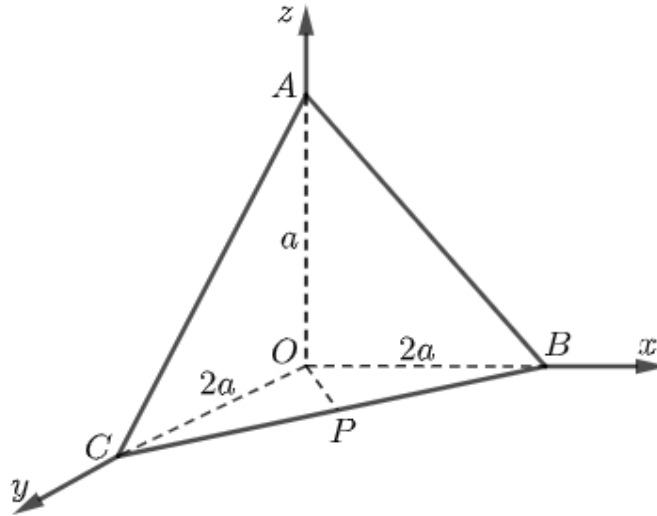
$$\Rightarrow d(SB; AC) = 2d(H; (SDB)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 2. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi P là trung điểm của BC (minh họa như hình bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng OP và AB bằng



Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó $O(0;0;0), B(2a;0;0), C(0;2a;0), A(0;0;a)$.

Vì P là trung điểm của BC nên $P(a;a;0)$.

Ta có $\overrightarrow{OP} = (a;a;0), \overrightarrow{AB} = (2a;0;-a), \overrightarrow{OA} = (0;0;a)$.

$$\text{Suy ra } [\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}] = (-a^2; a^2; -2a^2) \Rightarrow d(OP, AB) = \frac{|[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}] \cdot \overrightarrow{OA}|}{|[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}]|} = \frac{|-2a^3|}{\sqrt{a^4 + a^4 + 4a^4}} = \frac{\sqrt{6}a}{3}.$$

Câu 3. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , M là trung điểm BC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của AM . Cho biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3a}{4}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{4a}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Dựng hình bình hành $ABCD$.

Khi đó $d(SA, BC) = d(BC, (SAD)) = d(M, (SAD)) = 2d(H, (SAD))$ với H là trung điểm của AM .

Theo đề bài, ta suy ra $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AD$

Kẻ $HJ \perp AD$, $HK \perp SI \Rightarrow HK \perp (SAD) \Rightarrow d(H, (SAD)) = HK$

Kẻ $HI \perp AB \Rightarrow SI \perp AB$, suy ra $((SAB), (ABC)) = (SI, HI) = \widehat{SIH} = 60^\circ$

Dễ thấy $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle IAH$ suy ra $\frac{AB}{IA} = \frac{BC}{AH} = \frac{BC}{\frac{BC}{4}} = 4 \Rightarrow AI = \frac{AB}{4} = \frac{a}{4}$

Tam giác HIA vuông tại I nên $IH = \sqrt{AH^2 - AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Tam giác SHI vuông tại H có $\widehat{SIH} = 60^\circ \Rightarrow SH - IH \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$

Ta có $\triangle AJH$ đồng dạng $\triangle DCA$ suy ra $\frac{JH}{CA} = \frac{AH}{DA} = \frac{\frac{a}{2}}{2a} = \frac{1}{4} \Rightarrow JH = \frac{CA}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Tam giác SHJ vuông tại H có đường cao HK

$$\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HJ^2} = \frac{64}{9a^2} \Rightarrow HK = \frac{3a}{8}$$

Vậy $d(SA, BC) = 2HK = \frac{3a}{4}$.

Câu 4. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và vuông góc $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM .

A. $d = \frac{2a}{3}$.

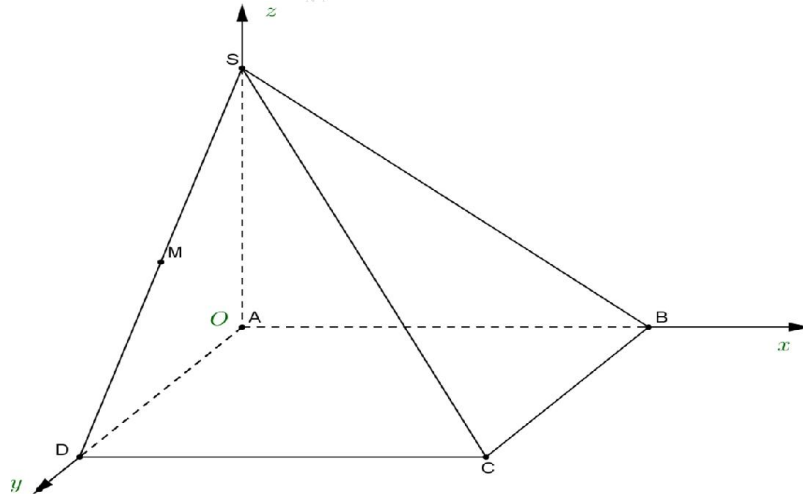
B. $d = \frac{a}{3}$.

C. $d = \frac{a}{6}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Khi đó $S(0;0;2a)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $M\left(0; \frac{a}{2}; a\right)$

$$\overrightarrow{SB} = (a;0;-2a), \overrightarrow{CM} = \left(-a; -\frac{a}{2}; a\right), \overrightarrow{BC} = (0;a;0)$$

$$d(SB, CM) = \frac{\left| \left[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM} \right] \cdot \overrightarrow{BC} \right|}{\left| \left[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM} \right] \right|} = \frac{2a}{3}$$

Câu 5. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa SC và mặt đáy bằng

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

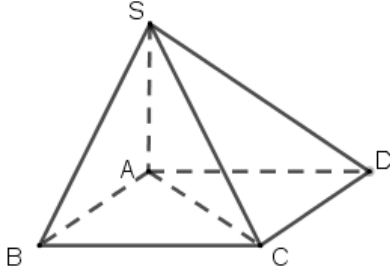
B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



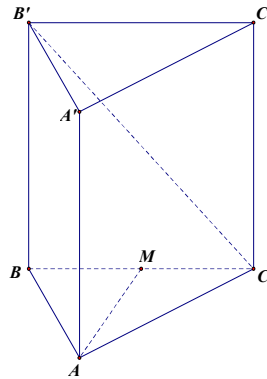
AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC và bằng góc $\widehat{SCA}$

Tam giác ADC vuông tại D nên $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = a\sqrt{5}$

Tam giác SAC vuông tại A (do $SA \perp (ABCD)$)

$$\text{ nên } \cos \widehat{SCA} = \frac{AC}{SC} = \frac{AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a\sqrt{5})^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

Câu 6. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông, $BA = BC = 2a$, cạnh bên $AA' = 4a$, M là trung điểm BC (minh họa như hình dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'C$ và AM bằng



A. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

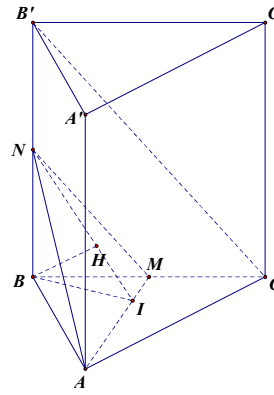
B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm BB' , ta có $MN \parallel B'C$, $(AMN) \parallel B'C$.

Dựng $BI \perp AM$; $B'B \perp (ABC) \Rightarrow B'B \perp AM \Rightarrow (B'BI) \perp AM \Rightarrow (B'BI) \perp (AMN)$.

Dựng $BH \perp B'I \Rightarrow BH \perp (AMN)$. Do $(AMN) \cap B'B$ tại N là trung điểm BB' , nên ta có:

$$d(B'C; AM) = d(B'C; (AMN)) = d(B'; (AMN)) = d(B; (AMN)) = BH.$$

Ta có tam giác ABC là tam giác vuông, sử dụng công thức đường cao của tứ diện $B.AMN$ ta có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 7. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Biết $AA' = A'B = A'D$ và cạnh bên AA' hợp với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD .

A. $\frac{3a}{4}$.

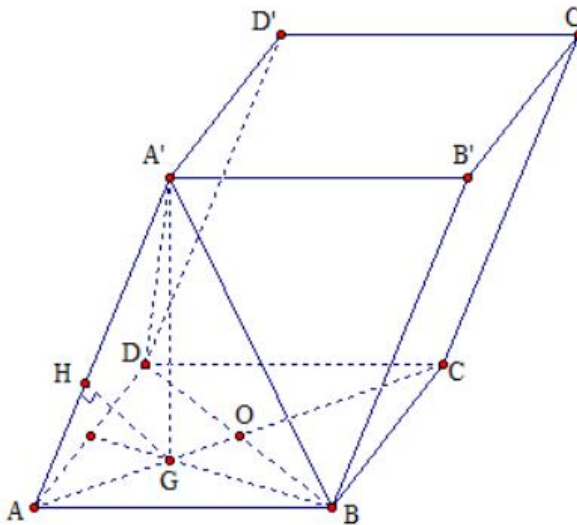
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , vì $AA' = A'B = A'D$ nên G là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó $\widehat{A'AG} = 60^\circ$.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp CA \\ BD \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A')$ và $BD \cap (ACC'A') = O$.

$$\begin{aligned} d(CC'; BD) &= d(CC'; (BDD'B')) = d(C; (BDD'B')) = d(A; (BDD'B')) \\ &= d(AA'; (BDD'B')) = d(AA'; BD). \end{aligned}$$

$$\text{Vì } BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AA' \Rightarrow d(BD; AA') = d(O; AA') = \frac{3}{2}d(G; AA').$$

Từ G kẻ đường thẳng vuông góc với AA' tại H , suy ra: $d(G; AA') = GH$.

Tam giác ABC đều nên $AC = a$. Mà G là trọng tâm tam giác ABD , suy ra:

$$AG = \frac{2 \cdot AO}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a}{3} \Rightarrow GH = AG \sin 60^\circ = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow d(BD; AA') = \frac{3}{2}d(G; AA') = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

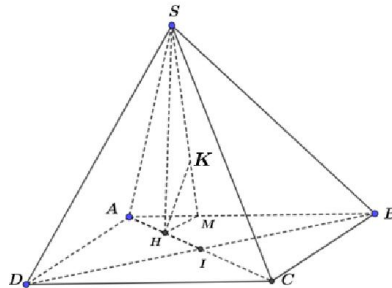
Câu 8. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I ; $AB = 2a$; $BD = \sqrt{3}AC$, mặt bên SAB

là tam giác cân đỉnh A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AI . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng.

A. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$ B. $\frac{2a\sqrt{35}}{7}$ C. $\frac{2a\sqrt{35}}{35}$ D. $\frac{a\sqrt{35}}{7}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $DC \parallel (SAB)$ nên $d(DC; SB) = d(DC; (SAB)) = d(D; (SAB))$

Mà I là trung điểm BD ; H là trung điểm AI

$$\Rightarrow d(D; (SAB)) = 2d(I; (SAB)) = 2 \cdot [2 \cdot d(H; (SAB))] = 4d(H; (SAB)).$$

Kẻ $HM \perp BA$ tại M , kẻ $HK \perp SM$ tại K .

Vì $AB \perp SH, AB \perp HM \Rightarrow AB \perp (SHM)$.

$$\Rightarrow AB \perp HK$$

Mà $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SAB) \Rightarrow d(H; (SAB)) = HK$.

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình thoi, } BD = \sqrt{3}AC \Rightarrow \begin{cases} AB = BC \\ BI = \sqrt{3}AI \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ đều}$$

$$\Rightarrow AC = AB = 2a \Rightarrow AH = \frac{a}{2}.$$

Vì $\triangle SAB$ cân ở A nên $SA = AB = 2a$.

$$\text{Xét } \triangle SAH \text{ vuông ở } H \text{ có: } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

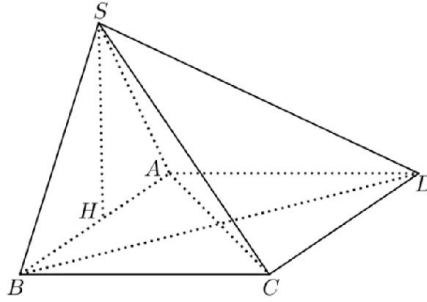
$$\text{Xét } \triangle AHM \text{ vuông ở } M \text{ có: } HM = AH \cdot \sin A = AH \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Xét } \triangle SHM \text{ vuông ở } H \text{ có: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{35}}{14} = d(H; (SAB)).$$

$$\Rightarrow d(D; (SAB)) = 4d(H; (SAB)) = \frac{2a\sqrt{35}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(SB, CD) = \frac{2a\sqrt{35}}{7}.$$

- Câu 9. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ (tham khảo hình vẽ).

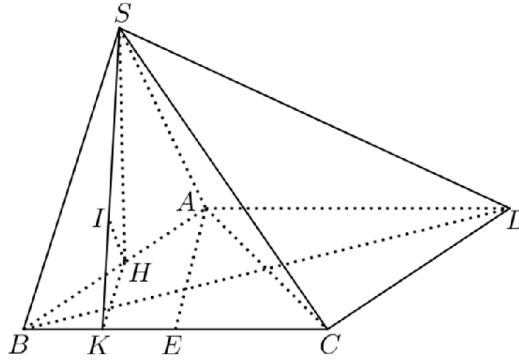


Tính khoảng cách từ A đến (SBC)

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB , khi đó $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $AH \cap (SBC) = B \Rightarrow d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$.

Gọi K, I là hình chiếu của H lên BC và SK .

Khi đó $BC \perp HK, BC \perp SH \Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow BC \perp HI$.

Vậy $HI \perp BC, HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SBC)$ hay $d(H, (SBC)) = HI$.

Gọi E là trung điểm của $BC \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, khi đó $HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác vuông SHK ta có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{20}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{15}}{10}$.

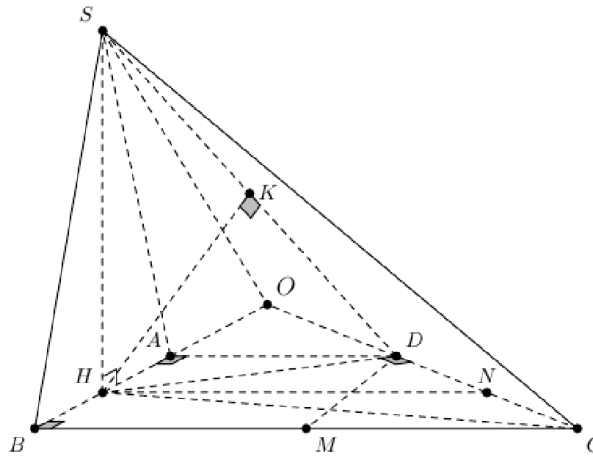
Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

- Câu 10. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = a$, $AB = 2a$, $BC = 3a$, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{3a\sqrt{30}}{10}$. B. $\frac{3a\sqrt{30}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{30}}{2}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



♦ Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$.

♦ Kẻ $MD \perp BC$ với $M \in BC$. Suy ra ta có $MD = AB = 2a$; $MC = 2a$.

Suy ra $CD = \sqrt{MD^2 + MC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = a\sqrt{8}$.

♦ Mặt khác ta có: $AH = \frac{AB}{2} = a$; $HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$;

$SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = \sqrt{3a^2 + 2a^2} = a\sqrt{5}$; $CH = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = a\sqrt{10}$.

♦ Khi đó $2a^2 + 8a^2 = 10a^2 \Leftrightarrow HD^2 + CD^2 = CH^2 \Rightarrow HD \perp DC$.

♦ Gọi $AB \cap CD = O$; N là trung điểm cạnh CD . Khi đó $HN = \frac{AD + BC}{2} = 2a$.

Ta có: $\frac{d(B; (SCD))}{d(H; (SCD))} = \frac{OB}{OH} = \frac{BC}{HN} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(B; (SCD)) = \frac{3}{2} d(H; (SCD))$.

♦ Trong (SHD) kẻ $HK \perp SD$ (1) với $K \in SD$.

Do $\left. \begin{array}{l} DC \perp HD \\ DC \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow DC \perp (SHD) \Rightarrow DC \perp HK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H; (SCD)) = HK$.

Trong $\triangle SHD$ vuông tại H ; đường cao HK ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} \Leftrightarrow HK = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{3a^2 + 2a^2}} = \frac{a^2\sqrt{6}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

Vậy $d(B; (SCD)) = \frac{3}{2} d(H; (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot HK = \frac{3a\sqrt{30}}{10}$.

Câu 11. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 3a^2$. Tính khoảng cách từ C đến (SBD) bằng

A. $d = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

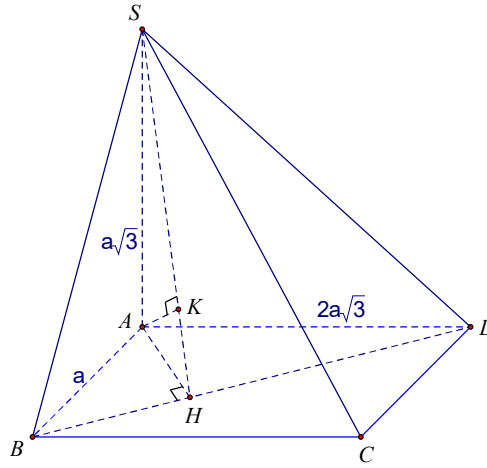
B. $d = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{39}}{5}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải

Chọn B



Do $S_{SAD} = 3a^2 = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AD \Rightarrow SA = \frac{6a^2}{2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$. Mặt khác ta có $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$.

Kẻ $AH \perp BD, AK \perp SH \Rightarrow d(A, (SBD)) = AK$.

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{13} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{a \cdot 2a\sqrt{3}}{a\sqrt{13}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$$

$$\Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{39}}{13}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{2a\sqrt{39}}{13}\right)^2}} = \frac{2a\sqrt{51}}{17}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = \frac{2a\sqrt{51}}{17}.$$

Câu 12. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

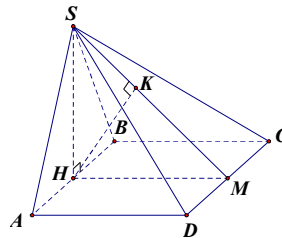
B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có hình chiếu H của S lên mp $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB .

$AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB; SC) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD))$

Từ H kẻ $HM \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHM) \Rightarrow (SCD) \perp (SHM)$

Kẻ $HK \perp SM \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK$.

Trong tam giác vuông SHM có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2}$.

SH là đường cao trong tam giác đều cạnh a , nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; M là trung điểm của CD nên

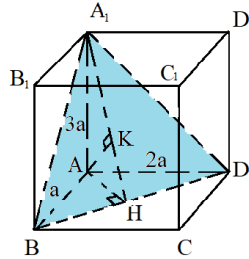
$$HM = a \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 13. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a$, $AD = 2a$, $AA_1 = 3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A_1BD) bằng bao nhiêu?

- A. a . B. $\frac{7}{6}a$. C. $\frac{6}{7}a$. D. $\frac{5}{7}a$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AH \perp BD$ tại H . Ta có: $\begin{cases} BD \perp AH \\ BD \perp AA_1 \text{ (do } AA_1 \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA_1H)$

Kẻ $AK \perp A_1H$ tại K . Ta có: $\begin{cases} AK \perp A_1H \\ AK \perp BD \text{ (do } BD \perp (AA_1H)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (A_1BD)$

Do đó: $d(A, (A_1BD)) = AK$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AA_1^2} \text{ mà } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AA_1^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{49}{36a^2}$$

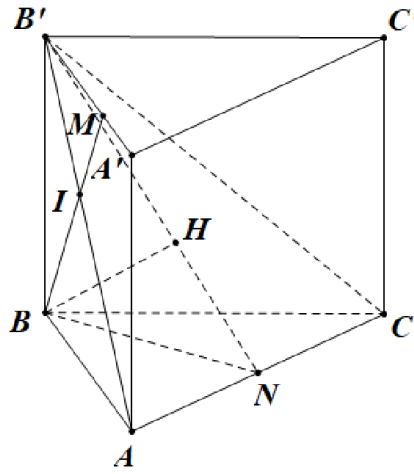
$$\text{Vậy } AK = \frac{6}{7}a \text{ hay } d(A, (A_1BD)) = \frac{6}{7}a.$$

Câu 14. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi M là điểm trên cạnh $A'B'$, $A'M = \frac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng?

- A. $\frac{4\sqrt{57}a}{57}$. B. $\frac{2\sqrt{57}a}{57}$. C. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. D. $\frac{\sqrt{57}a}{57}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\frac{d_{(M;(B'AC))}}{d_{(B;(B'AC))}} = \frac{IM}{IB} = \frac{B'M}{BA} = \frac{2}{3}$ ($\triangle B'IM$ đồng dạng $\triangle AIB$)

Kê $BN \perp AC$ và $BH \perp B'N$.

$$\begin{cases} BN \perp AC \\ BB' \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (B'BN) \Rightarrow AC \perp BH$$

$$\begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp B'N \end{cases} \Rightarrow BH \perp (B'AC) \Rightarrow d_{(B;(B'AC))} = BH.$$

Xét $\triangle B'BN$ vuông tại B có: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Vậy $d_{(M;(B'AC))} = \frac{4\sqrt{57}a}{57}$.

Câu 15. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = AD = a$ và $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(A'AD)$:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

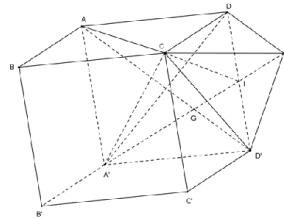
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm DD' ; G là trọng tâm tam giác $A'D'D$; H đối xứng với G qua I
 Từ gt $\Rightarrow$ Các tam giác $A'D'D$ và $CD'D$ là các tam giác đều $\Rightarrow A'I \perp DD'$; $CI \perp DD'$
 $\Rightarrow DD' \perp (CIA') \Rightarrow DD' \perp CH$

$$\begin{aligned} \text{Mà } \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AD} &= (\overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{A'H}) \cdot \overrightarrow{AD} = \left(\overrightarrow{CA'} + \frac{4}{3} \overrightarrow{A'I} \right) \cdot \overrightarrow{AD} = \left[\overrightarrow{CA'} + \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{A'D'}) \right] \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= \left(-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AA'} \right) \cdot \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}^2 + \frac{1}{3} \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= -a^2 \cos 60^\circ + \frac{1}{3} a^2 + \frac{1}{3} a^2 \cos 60^\circ = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AD \perp CH$$

Do đó $CH \perp (A'AD) \Rightarrow D'H$ là hình chiếu của CD' trên $(A'AD)$

$$\Rightarrow (\widehat{CD'; (A'AD)}) = (\widehat{CD'; HD'})$$

Lại có: $CD' = a$; $D'H = D'G = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; tam giác $CD'H$ vuông tại H

$$\Rightarrow \cos(\widehat{CD'; (A'AD)}) = \cos \widehat{CD'H} = \frac{HD'}{CD'} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 16. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 90° .

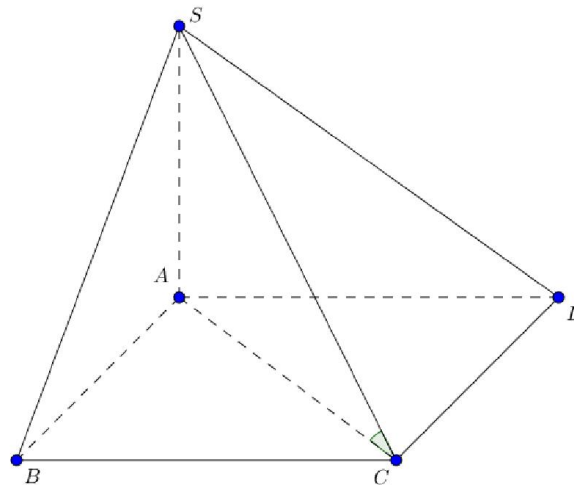
B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn D



♦ Ta có AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $(SC; AC) = \widehat{SCA}$

♦ $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ nên $AC = a\sqrt{6}$.

♦ Xét $\triangle SAC$ vuông tại A , ta có: $\tan SAC = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

♦ Suy ra $SAC = 30^\circ$

♦ Vậy góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .

Câu 17. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC .

A. $\frac{2a\sqrt{19}}{19}$.

B. $\frac{a\sqrt{10}}{19}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{2a\sqrt{19}}{5}$.

Lời giải

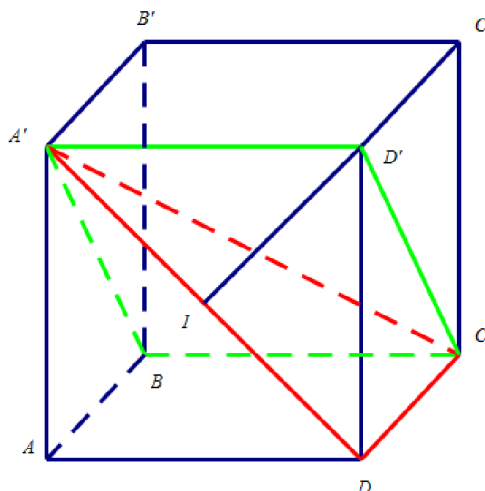
Chọn A

♦ Gọi $I = AC \cap DE$, có $\frac{IA}{IC} = \frac{DA}{CE} = 2$, gọi K là điểm trên SA sao cho

$$\text{Do đó } d(AC, DE) = d(C, (DKI)) = \frac{1}{2}d(A, (DKI)) \text{ (do } IC = \frac{1}{2}IA).$$

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{\left(\frac{4a}{3}\right)^2} + \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{8a^2} = \frac{19}{16a^2} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{19}a}{19}.$$

Chọn A



Facebook **Nguyễn Vương**  <https://www.facebook.com/phong.baovuong> Trang 13

Gọi I là trung điểm của $A'D \Rightarrow D'I \perp A'D$

Mà $CD \perp (ADD'A') \Rightarrow CD \perp D'I$

Suy ra $D'I \perp (A'DC)$

Khi đó hình chiếu của tam giác $A'D'C$ trên mặt phẳng $(DA'C)$ là tam giác $A'IC$

$\Rightarrow S_{A'IC} = S_{\Delta A'D'C} \cdot \cos \alpha$ (α là góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$)

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{S_{\Delta A'IC}}{S_{\Delta A'D'C}} = \frac{\frac{1}{2} A'I \cdot CD}{\frac{1}{2} A'D' \cdot D'C} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{a \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Câu 19. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có mặt bên $ABB'A'$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{A'AB} = 120^\circ$ và $A'C = BC = a\sqrt{3}$, $AC = \frac{\sqrt{10}}{2}a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC

A. $\frac{\sqrt{10}}{20}a$

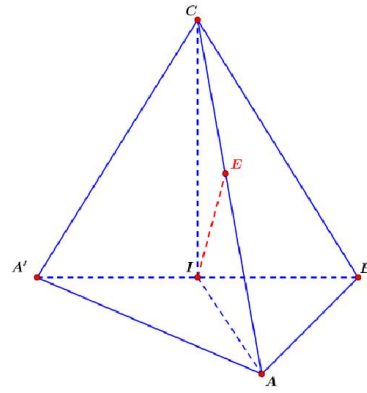
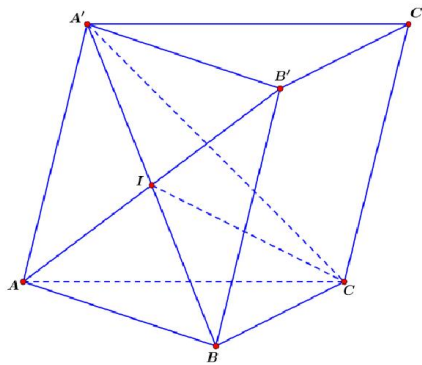
B. $\frac{\sqrt{10}}{10}a$

C. $\frac{3\sqrt{10}}{20}a$

D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}a$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $A'C = BC = a\sqrt{3} \Rightarrow \Delta A'BC$ cân tại C và $A'B = 2A'I = 2A'A \sin 60 = a\sqrt{3}$

Suy ra $\Delta A'BC$ đều, mặt khác ta lại thấy $AC^2 = AI^2 + IC^2$ nên suy ra $AI \perp IC$, mà $AI \perp A'B$ nên

suy ra $AI \perp (A'CB) \Rightarrow (A'BC) \perp (ABB'A')$ và $A'B \perp (AIC) \Rightarrow A'B \perp AC$

Khi ta kẻ $IE \perp AC, E \in AC$ thì đoạn IE chính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng $A'B$ và AC

$$\text{Ta có: } CI = \sqrt{BC^2 - \frac{A'B^2}{4}} = \sqrt{3a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{3a}{2}; AI = \frac{AB'}{2} = \frac{a}{2};$$

$$\text{Suy ra } d(A'B; AC) = IE = \frac{CI \cdot AI}{AC} = \frac{3a}{2\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{20}a$$

Câu 20. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $(SC, (ABCD)) = 45^\circ$. Gọi I là trung điểm SC . Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$

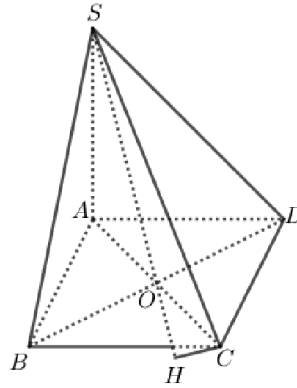
B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$

C. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$

D. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$

Lời giải

Chọn A



- ♦ Gọi O là giao điểm của AC và BD .
- ♦ Ta có: $\triangle BAD$ đều cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.
- ♦ Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{3}$.
- ♦ Ta có: $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$ (1).
- ♦ Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ (2).
- ♦ Từ (1) và (2) suy ra: $BD \perp (SAC)$ mà $BD \subset (SBD)$ nên $(SBD) \perp (SAC)$.
- ♦ Trong tam giác SAC kẻ $CH \perp SO \Rightarrow CH \perp (SBD)$.
- ♦ Ta có: $CH = \frac{2S_{\triangle SOC}}{SO} = \frac{S_{\triangle SAC}}{\sqrt{SA^2 + OA^2}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + OA^2}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (a\sqrt{3})^2}{\sqrt{3a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.
- ♦ Vậy $d(I; (SBD)) = \frac{1}{2}d(C; (SBD)) = \frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Câu 21. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, AD = 2a$; SA vuông góc với đáy $ABCD$, SC hợp với đáy một góc α và $\tan \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a}{3}$

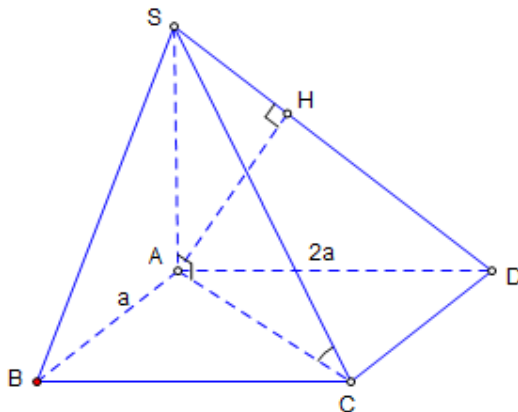
B. $\frac{2a}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Theo bài ra ta có: $AC = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$; $\tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow SA = AC \frac{\sqrt{10}}{5} = a\sqrt{2}$

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ do đó $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$

Từ A hạ đường vuông góc xuống SD

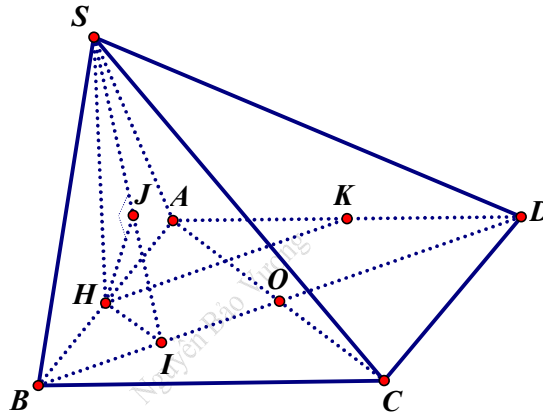
Vì: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp DC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$ nên $AH = d(A, (SCD))$

Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{4a^2}$ Suy ra $AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB , K là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và HK bằng

- A. $\frac{a\sqrt{105}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{105}}{20}$. C. $\frac{a\sqrt{105}}{30}$. D. $\frac{a\sqrt{105}}{10}$.

Lời giải



Chọn C

$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases}$
 $\begin{cases} HK \parallel BD \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow HK \parallel (SBD) \Rightarrow d(HK, SD) = d(HK, (SBD)) = d(H, (SBD)).$

Trong $(ABCD)$, gọi I là trung điểm của BO .

Ta có: $\begin{cases} BO \perp HI \\ BO \perp SH \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SHI) \Rightarrow (SBD) \perp (SHI)$

Trong (SHI) , dựng $\begin{cases} HJ \perp SI \\ J \in SI \end{cases}$. Từ đó suy ra $HJ \perp (SBD) \Rightarrow HJ = d(H, (SBD))$

$$SH^2 = SD^2 - HD^2 = SD^2 - (HA^2 + AD^2) = \frac{7a^2}{4}, HI^2 = \left(\frac{AO}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{8}.$$

$$\frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HJ^2} \Rightarrow HJ = \frac{a\sqrt{105}}{30} = d(HK, SD).$$

Câu 23. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 12cm$, $AB = 5cm$, $AC = 9cm$, $SB = 13cm$, $SC = 15cm$ và $BC = 10cm$. Tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{14}}{10}$.

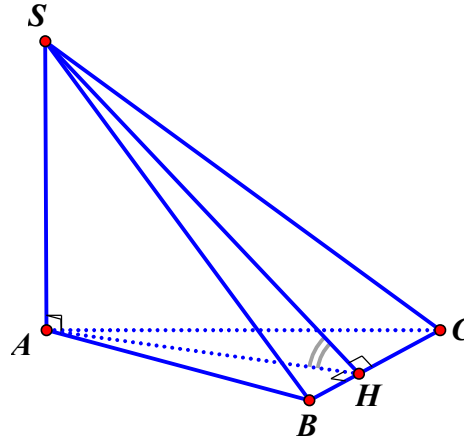
B. $\frac{10\sqrt{14}}{14}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{12}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Do $12^2 + 5^2 = 13^2$ nên $SA \perp AB$ và $12^2 + 9^2 = 15^2$ nên $SA \perp AC$ Suy ra $SA \perp (ABC)$.

Từ A kẻ $AH \perp BC$. Suy ra $SH \perp BC$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\angle SHA$

Xét tam giác ABC , có $p = \frac{1}{2}(5+9+10) = 12$ và $S_{\triangle ABC} = \sqrt{12(12-5)(12-9)(12-10)} = 6\sqrt{14}$;

$$AH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{12\sqrt{14}}{10} \text{ và } \tan \angle SHA = \frac{SA}{AH} = 12 : \frac{6\sqrt{14}}{5} = \frac{10\sqrt{14}}{14}.$$

Câu 24. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) , $SA = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng

A. 60° .

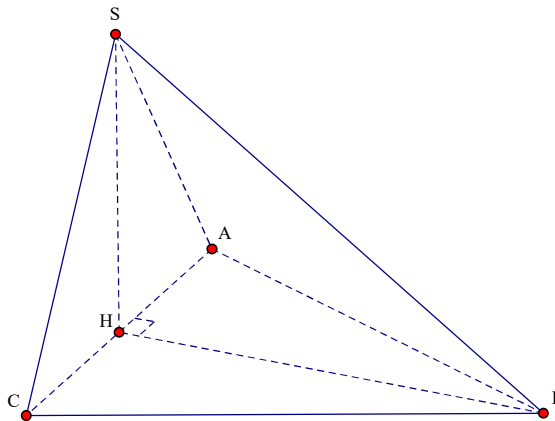
B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AC . Vì tam giác ABC vuông cân, có $AB = BC = 2a$ nên ABC là tam giác vuông cân tại B . Suy ra $BH \perp AC$.

Vì tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Suy ra $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp BH$.

Suy ra $BH \perp (SAC)$. Suy ra tam giác SAH là hình chiếu của tam giác SAB trên mặt phẳng (SAC) .

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

Ta có: $AC = 2a\sqrt{2}$; $BH = AH = \frac{1}{2}AC = a\sqrt{2}$;

$SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a \Rightarrow SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta SAH} = \frac{1}{2}SH \cdot HA = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$;

Gọi p là nửa chu vi của tam giác ABC , ta có $p = \frac{1}{2}(SA + AB + SB) = a + a\sqrt{3}$.

Suy ra $S_{\Delta SAB} = \sqrt{p(p-SA)(p-SB)(p-AB)} = a^2\sqrt{2}$.

Ta có: $\cos \alpha = \frac{S_{\Delta SAH}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{\frac{a^2\sqrt{2}}{2}}{a^2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\alpha = 60^\circ$.

Câu 25. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AD , góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của DC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM là

A. $\frac{a\sqrt{285}}{9}$.

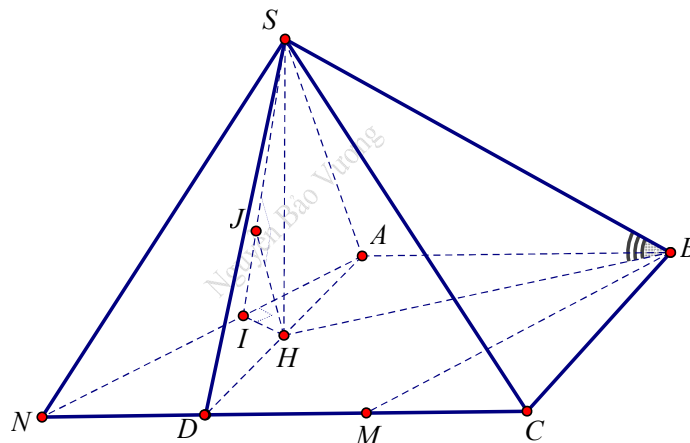
B. $\frac{a\sqrt{285}}{19}$.

C. $\frac{3a\sqrt{285}}{19}$.

D. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$.

Lời giải

Chọn B



Vẽ hình bình hành $ABMN$.

Ta có

$MB \parallel AN$

$\Rightarrow MB \parallel (SAN)$

$\Rightarrow d(MB; SA) = d(MB; (SAN)) = d(M; (SAN)) = 2d(D; (SAN)) = 4d(H; (SAN))$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của H lên AN , J là hình chiếu vuông góc của H lên SI .

Khi đó $HJ = d(H; (SAN))$.

Vì H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ nên $(\widehat{SB; (ABCD)}) = \widehat{SBH} = 60^\circ$.

Xét tam giác SHB vuông tại H : $SH = HB \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{AH^2 + AB^2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Vì ΔAIH và ΔADN đồng dạng nên $\frac{IH}{DN} = \frac{AH}{AN} \Rightarrow IH = \frac{DN \cdot AH}{AN} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{10}$.

Xét tam giác SHI vuông tại H : $\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{IH^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow HJ = \frac{a\sqrt{285}}{19}$

$$\Rightarrow d(MB; SA) = \frac{a\sqrt{285}}{19}.$$

Câu 26. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $SA = a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

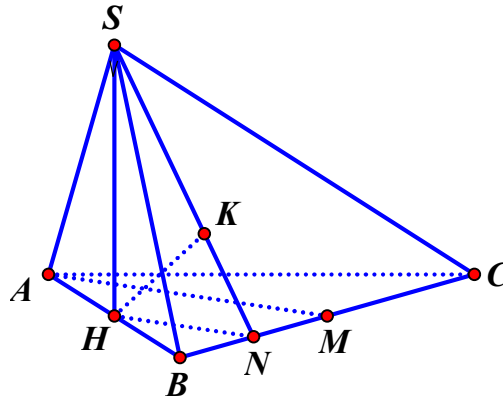
B. $\sqrt{7}a$.

C. $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{7}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



- ♦ Kẻ $SH \perp AB$ (H là trung điểm AB). Suy ra $SH \perp (ABC)$.
- ♦ Có $AB^2 = SA^2 + SB^2 = 2SA^2 \Leftrightarrow AB = SA\sqrt{2} = a\sqrt{12} = 2a\sqrt{3}$.
- ♦ Và $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$
- ♦ Từ H kẻ $HN \perp BC$ ($HN \parallel AM$ với M là trung điểm BC) và kẻ $HK \perp SN$.
- ♦ Ta có $HN \perp BC$ và $SH \perp BC$ nên $BC \perp (SHN)$, suy ra $HK \perp BC$.
- ♦ Mặt khác $HK \perp BC$ và $HK \perp SN$ nên $HK \perp (SBC)$, suy ra $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2HK$.

♦ Có $SH = \frac{1}{2}AB = a\sqrt{3}$; $HN = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$ và

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{9a^2} = \frac{7}{9a^2} \Rightarrow HK = \frac{3a}{\sqrt{7}}. \text{ Do đó } d(A, (SBC)) = \frac{6a}{\sqrt{7}} = \frac{6a\sqrt{7}}{7}.$$

Câu 27. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = a$; $SB = 2a$; $SC = 3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SNP) bằng

A. $\frac{5a}{7}$.

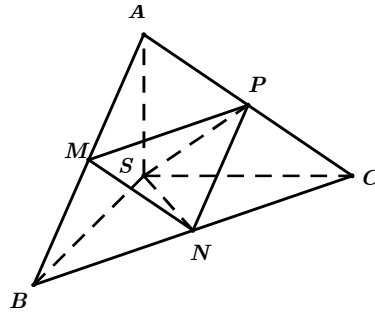
B. $\frac{6a}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



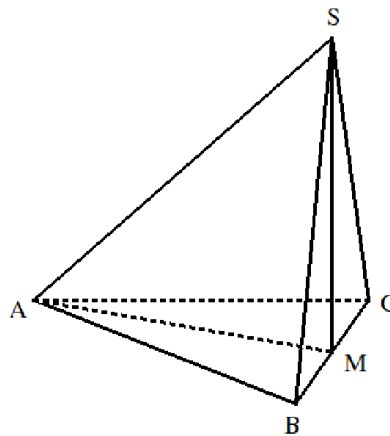
Vì $S_{MNP} = \frac{1}{4}S_{ABC}$ nên $V_{S.MNP} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^2}{4}$.

Mặt khác: $SN = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{13}}{2}$; $SP = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ và $NP = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Do đó

$$S_{MNP} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{7a}{8}.$$

Từ đó $V_{SMNP} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNP} \cdot d(M, (SNP)) \Rightarrow d(M, (SNP)) = \frac{3V_{SMNP}}{S_{MNP}} = 3 \cdot \frac{a^2}{4} : \frac{7a}{8} = \frac{6a}{7}$.

Câu 28. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$ và $SB = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 75° .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AB = AC = a$ và $AM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle SBM$ có $SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SAM}$.

Xét $\triangle SAM$ có $\tan \widehat{SAM} = \frac{SM}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SAM} = 45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là 45° .

Câu 29. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng a và $\widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(DA'C')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{22}}{66}$.

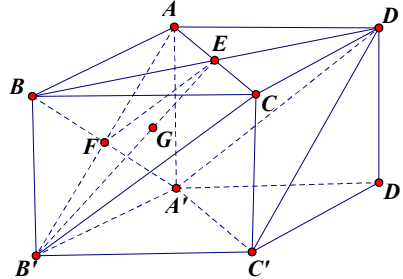
B. $\frac{4a\sqrt{11}}{11}$.

C. $\frac{2a\sqrt{11}}{11}$.

D. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải

Chọn D



Do $AB = AA' = AD = a$ và $\widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $ABDA'$ là tứ diện đều cạnh a

Suy ra $V_{ABDA'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC và AB' .

Ta có $V_{ABEF} = \frac{1}{4}V_{ABDA'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$. Mặt khác do $(AB'C) \parallel (DA'C')$ nên

$$d(G; (DA'C')) = d(A'; (AB'C)) = d(B; (AB'C)) = d(B; (AEF)).$$

Xét tam giác AEF có $AE = AF = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $EF = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{AEF} = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}$.

$$\text{Mà } V_{ABEF} = \frac{1}{3} \cdot S_{AEF} \cdot d(B; (AEF)) \Rightarrow d(B; (AEF)) = \frac{3V_{ABEF}}{S_{AEF}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{48}}{\frac{a^2\sqrt{11}}{16}} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$

Câu 30. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAD) là tam giác đều và $(SAD) \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm cạnh đáy AB . Khoảng cách giữa các đường thẳng SA và CM là.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

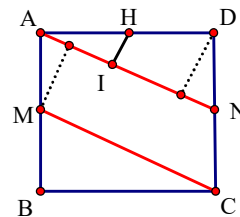
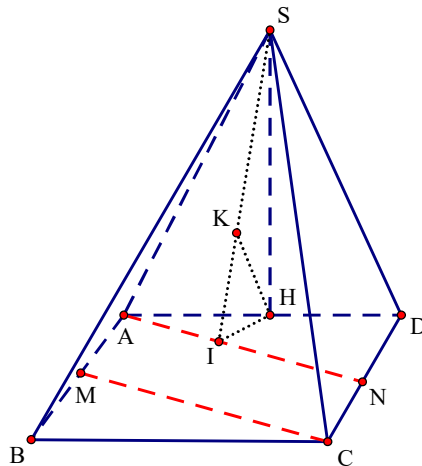
B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



♦ Mặt phẳng (SAD) là tam giác đều và vuông góc với đáy, gọi H là trung điểm AD

$\Rightarrow SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao tam giác đều SAD)

Gọi N là trung điểm $CD \Rightarrow AN \parallel CM \Rightarrow CM \parallel (SAN) \Rightarrow d_{(CM;SA)} = d_{(CM;(SAN))} = d_{(M;(SAN))}$

Gọi I là hình chiếu của H lên AN ; K là hình chiếu của H lên SI .

Ta có $\begin{cases} HI \perp AN \\ SH \perp AN \end{cases} \Rightarrow AN \perp (SHI) \Rightarrow AN \perp HK$.

Ta có $\begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp AN \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAN) \Rightarrow d_{(H;(SAN))} = HK$

Gọi E là hình chiếu của D lên AN ta có $\frac{1}{DE^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow DE = \frac{a\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow HI = \frac{1}{2}DE = \frac{a\sqrt{5}}{10}$

Tam giác SHI vuông tại H có $HK \perp SI$, ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{5}}{10}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{8}$

Để thấy trong hình vuông $ABCD$ ta có $2.d_{(H;AN)} = d_{(D;AN)} = d_{(M;AN)}$

Vậy $d_{(M;(SAN))} = 2.d_{(H;(SAN))} = 2HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 31. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật $AB = a, AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) :

A. $d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

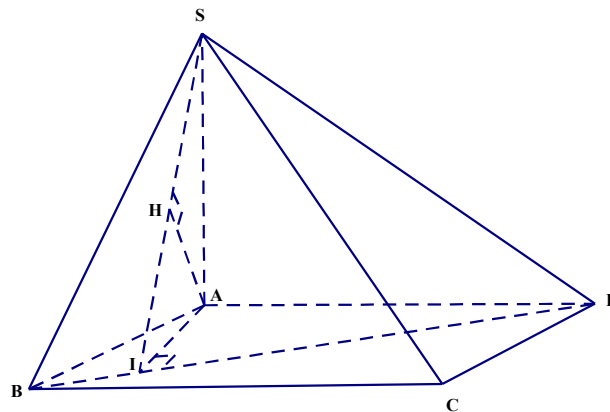
B. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, H lần lượt là hình chiếu của A lên BD và SI .

Ta có: $AH \perp (SBD)$ nên $d(A, (SBD)) = AH$.

Vì đáy $ABCD$ là hình chữ nhật nên $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = AH$.

Xét tam giác vuông $\triangle ABD$ ta có: $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông $\triangle SAI$ ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 32. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng BD với mặt phẳng (SAD) . Khi đó $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

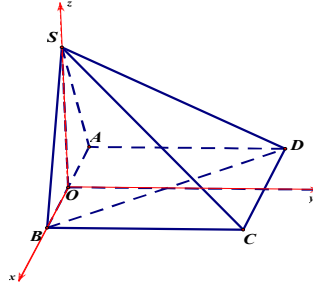
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của AB . Khi đó, ta có: $SO \perp AB$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Ta lại có: } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SO \perp (ABCD) \\ SO \perp AB \end{cases}$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, xem a là 1 đơn vị, khi đó ta có:

$$O(0;0;0), B\left(\frac{1}{2};0;0\right), A\left(-\frac{1}{2};0;0\right), D\left(-\frac{1}{2};1;0\right), S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

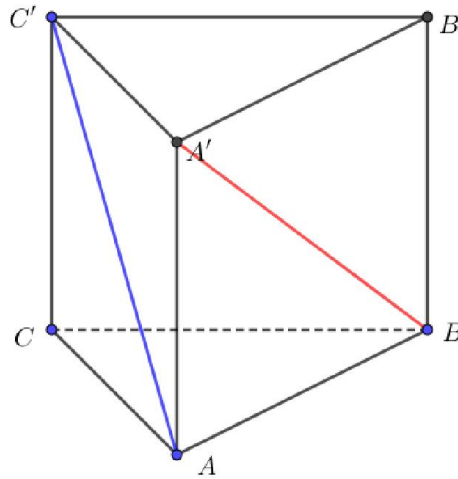
Ta có: $\overrightarrow{SA} = \left(-\frac{1}{2}; 0; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\overrightarrow{SD} = \left(-\frac{1}{2}; 1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Suy ra vector pháp tuyến của (SAD)

$$\text{là } \vec{n} = [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SD}] = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; -\frac{1}{2}\right).$$

Ta có: $\overrightarrow{BD} = (-1; 1; 0)$.

$$\text{Do đó, ta có: } \sin \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{BD}|}{|\vec{n}| \cdot |\overrightarrow{BD}|} = \frac{\left|-\frac{\sqrt{3}}{2} + 0 + 0\right|}{\sqrt{\frac{3}{4} + 0 + \frac{1}{4}} \cdot \sqrt{1+1+0}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 33. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

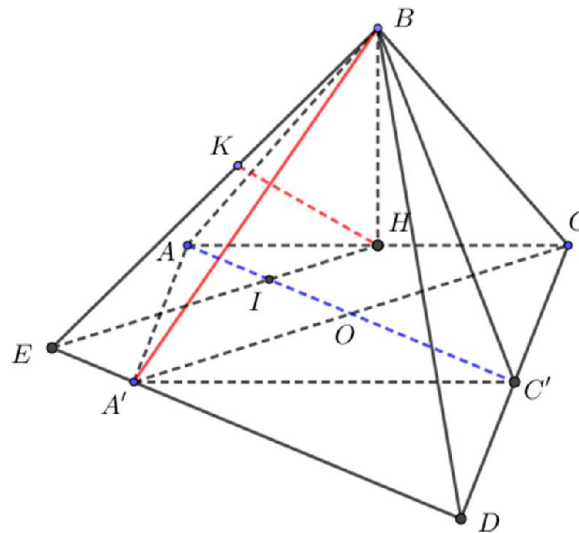
C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn

C.



Gọi H là trung điểm $AC \Rightarrow \begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BH \perp (ACC'A')$.

Dựng hình bình hành $AC'DA'$ và kẻ $EH \perp A'D$.

Gọi $I = EH \cap AC, O = AC' \cap A'C$ và kẻ $HK \perp BE$.

$$\Rightarrow d(AC', BA') = d(AC', (BDA')) = d(I, (BDA')) = \frac{2}{3} d(H, (BDA')) = \frac{2}{3} HK.$$

$$\text{Ta có: } BH = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, HE = \frac{3}{4} A'C = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d(AC', BA') = \frac{2}{3} \frac{BH \cdot HE}{\sqrt{BH^2 + HE^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 34. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

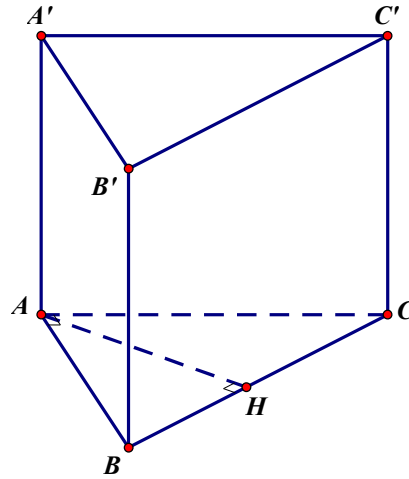
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Dựng $AH \perp BC, H \in BC$.

$$\left. \begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ AH \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AA' \perp AH.$$

$$\Rightarrow d(AA', BC) = AH.$$

Do $\triangle ABC$ vuông tại A có $AH \perp BC$ nên $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = a$,
 $AH = \frac{AC \cdot AB}{BC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

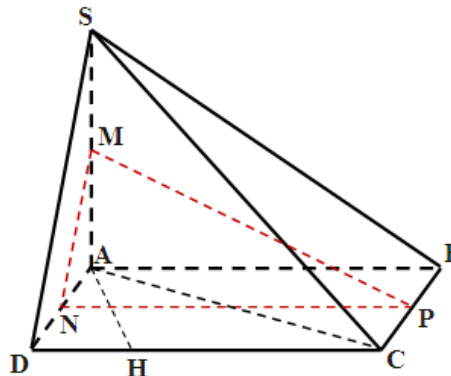
$$\text{Vậy } d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 35. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, $AB = 3, AD = 4, \widehat{BAD} = 120^\circ$. Cạnh bên $SA = 2\sqrt{3}$ vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AD và BC . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

A. $\sin \alpha \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1 \right)$. **B.** $\sin \alpha \in \left(0; \frac{1}{2} \right)$. **C.** $\sin \alpha \in \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$. **D.** $\sin \alpha \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(MNP) \parallel (SCD)$ nên góc giữa $((SAC), (MNP))$ bằng góc giữa $((SAC), (SCD))$.

$$\sin \alpha = \frac{d(A, (SCD))}{d(A, SC)}.$$

* $d(A, (SCD))$. Kẻ $AH \perp CD$.

$$\text{Tính được } S_{\triangle ACD} = 3\sqrt{3} \Rightarrow AH = 2\sqrt{3}.$$

$$\frac{1}{d^2(A, (SCD))} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = \sqrt{6}.$$

* Tính được $AC = \sqrt{13}$.

$$\frac{1}{d^2(A, SC)} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{25}{156} \Rightarrow d(A, OM) = \frac{2\sqrt{39}}{5}.$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \frac{5\sqrt{26}}{26}.$$

Câu 36. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

A. 60° .

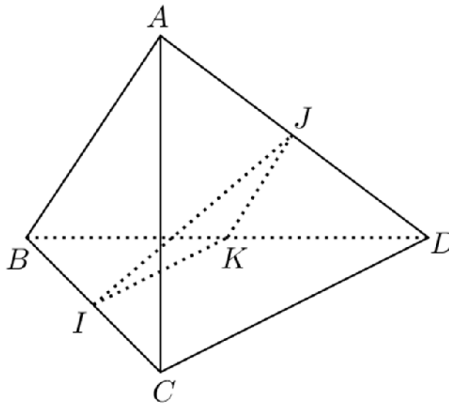
B. 30° .

C. 45° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn A



Gọi K là trung điểm của BD . Khi đó IK song song với CD và JK song song với AB .

$$\text{Khi đó } (\widehat{AB, CD}) = (\widehat{KI, KJ}) = \begin{cases} \widehat{IKJ} \\ 180^\circ - \widehat{IKJ} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } KI = KJ = \frac{a}{2} \Rightarrow \cos \widehat{IKJ} = \frac{KI^2 + KJ^2 - IJ^2}{2KI \cdot KJ} = \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \widehat{IKJ} = 120^\circ \Rightarrow (\widehat{AB, CD}) = 60^\circ.$$

Câu 37. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA, CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và EF bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

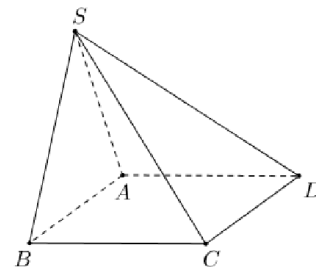
B. $\frac{2a\sqrt{3}}{7}$.

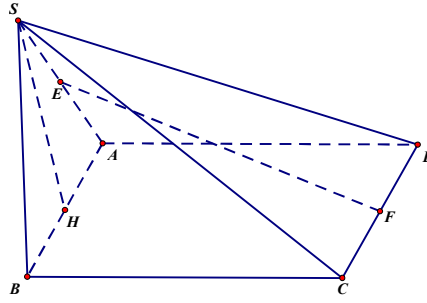
C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C





Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ và tam giác SAB đều nên gọi H là trung điểm của AB .

Từ đó suy ra SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Ghép hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ trùng với chân đường cao H .

Chiều dương Ox, Oy, Oz lần lượt cùng chiều với véc-tơ $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HF}, \overrightarrow{HS}$. Và chọn $a = 1$.

Từ đó ta suy ra tọa độ của các điểm:

$$H(0;0;0), A(1;0;0), D(1;2;0), F(0;2;0), S(0;0;\sqrt{3}), E\left(\frac{1}{2};0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\text{Vậy ta có: } \overrightarrow{FD}(1;0;0), \overrightarrow{SD}(1;2;-\sqrt{3}), \overrightarrow{EF}\left(-\frac{1}{2};2;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad [\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{EF}] = (\sqrt{3}; \sqrt{3}; 3)$$

$$\text{Khoảng cách giữa } SD \text{ và } EF \text{ là: } d(SD, EF) = \frac{|\overrightarrow{FD} \cdot [\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{EF}]|}{\|[\overrightarrow{SD}, \overrightarrow{EF}]\|} = \frac{\sqrt{5}a}{5}$$

Câu 38. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{5}a$, gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\sqrt{3}a$.

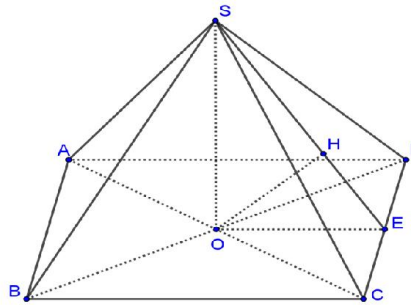
B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn A



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{(4a)^2 + (4a)^2} = 4\sqrt{2}a \Rightarrow AO = 2\sqrt{2}a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = 2\sqrt{3}a.$$

Vẽ OE vuông góc CD , vẽ OH vuông góc với SE .

$$\text{Ta có } \begin{cases} OH \perp SE \\ OH \perp CD (CD \perp (SOE)) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD).$$

$$\text{Tam giác } \triangle SOE \text{ vuông cân tại } O, \text{ có } OE = 2a \Rightarrow d(O; (SCD)) = OH = \frac{SO \cdot OE}{\sqrt{SO^2 + OE^2}} = a\sqrt{3}.$$

Câu 39. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC .

A. $\frac{2\sqrt{10}a}{5}$.

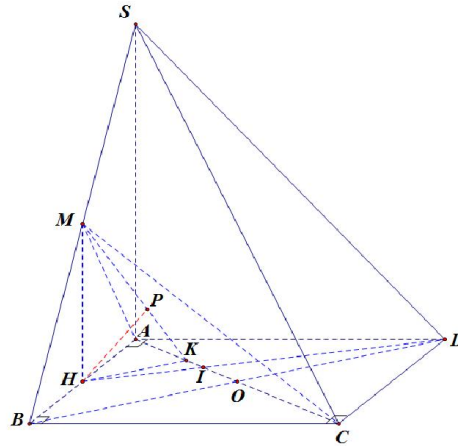
B. $2a$.

C. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn C



- ♦ Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$; M là trung điểm SB ; trong mặt phẳng (SAB) kẻ $MH \parallel SA$ ($H \in AB$); trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $HK \perp AC$ ($K \in AC$); trong mặt phẳng (MHK) kẻ $HP \perp MK$ ($P \in MK$); gọi $I = DH \cap AC$.

- ♦ Khi đó ta có: $MH \perp (ABCD)$; $HP \perp (MAC)$.

- ♦ Ta có: $\begin{cases} SD \parallel (MAC) \\ AC \subset (MAC) \end{cases} \Rightarrow d(SD; AC) = d(SD; (MAC)) = d(D; (MAC)).$

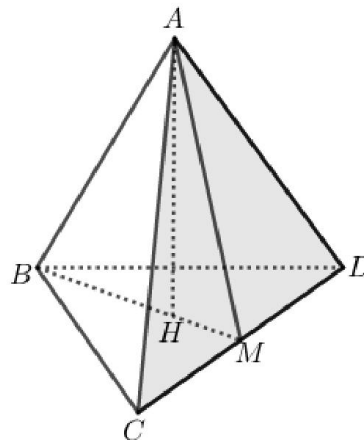
$$\frac{d(D; (MAC))}{d(H; (MAC))} = \frac{DI}{HI} = 2 \Rightarrow d(D; (MAC)) = 2d(H; (MAC)) = 2HP$$

- ♦ Xét tam giác MHK vuông tại H có:

$$\frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow HP = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

- ♦ Suy ra $d(SD; AC) = 2HP = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hình tứ diện đều $ABCD$. Giá trị tan của góc giữa mặt bên và đáy bằng



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

B. 2 .

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

- ♦ Ta có: $(ACD) \cap (BCD) = CD$.
- ♦ $\triangle BCD$ đều có M là trung điểm của $CD \Rightarrow BM \perp CD$ (1).
- ♦ $\begin{cases} AH \perp (BCD) \\ CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow AH \perp CD$ (2).
- ♦ Từ (1) và (2) suy ra: $CD \perp (ABM) \Rightarrow CD \perp AM$.
- ♦ Khi đó: $\begin{cases} CD \perp BM \subset (BCD) \\ CD \perp AM \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow ((ACD), (BCD)) = (\widehat{AM, BM}) = \widehat{AMH}$ (do $\triangle AMH$ vuông tại H).
- ♦ Giả sử tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a .
- ♦ Ta có: $HM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AH = \sqrt{AM^2 - HM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.
- ♦ Vậy $\tan \widehat{AMH} = \frac{AH}{HM} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{2}$.

Câu 41. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M ; N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên các cạnh SB và SD . Khi đó góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN) bằng:

A. 45° .

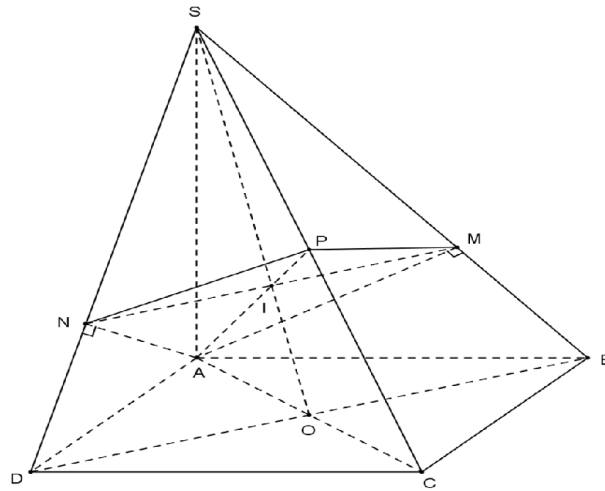
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Chọn C

Lời giải



Gọi $P = SC \cap (AMN)$; $O = AC \cap BD \Rightarrow MN$; AP ; SO đồng quy tại I

Ta có: $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$

Mà $AM \perp SB$ nên $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$

$\begin{cases} SA \perp CD \\ AD \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AN$

Mà $AN \perp SD$ nên $AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp SC$

Do đó $SC \perp (AMN) \Rightarrow AP \perp SC$ và PM là hình chiếu của SM trên mặt phẳng (AMN) hay PM là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (AMN)

$$\Rightarrow (\widehat{SB; (AMN)}) = (\widehat{SB; PM}) = \widehat{SMP} \text{ (do tam giác } SMP \text{ vuông tại } P)$$

Từ gt $\Rightarrow$ Tam giác SAC vuông cân tại $A \Rightarrow P$ là trung điểm SC

$\Rightarrow I$ là trọng tâm tam giác SAC

Lại có: $\Delta SAB = \Delta SAD \Rightarrow SA = SB$ và $AM = AN \Rightarrow \Delta SAM = \Delta SAN$

$$\Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} \Rightarrow MN \parallel BD \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow SM = \frac{2}{3} SB = \frac{2}{3} \sqrt{SA^2 + AB^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Mặt khác } SP = \frac{1}{2} SC = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + AC^2} = a$$

$$\text{Do đó } \sin \widehat{SMP} = \frac{SP}{SM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\widehat{SB; (AMN)}) = \widehat{SMP} = 60^\circ.$$

Nguyễn Bảo Vương