

174

BÀI TOÁN TỔNG HỢP NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN TRONG CÁC ĐỀ THI THỬ 2019

NỘI DUNG	Trang
PHẦN ĐỀ	2
MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT	2
MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU	8
MỨC ĐỘ VẬN DỤNG THẤP	9
MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO	27
BẢNG ĐÁP ÁN	29
PHẦN LỜI GIẢI	30
MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT	30
MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU	42
MỨC ĐỘ VẬN DỤNG THẤP	46
MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO	96

PHẦN ĐỀ

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 B. $\int f'(x)dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
 C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 3: (Lương Thế Vinh - Hà Nội - HK1 - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 6x$.

- A. $\int \cos 6x dx = 6 \sin 6x + C$. B. $\int \cos 6x dx = \frac{1}{6} \sin 6x + C$.
 C. $\int \cos 6x dx = -\frac{1}{6} \sin 6x + C$. D. $\int \cos 6x dx = \sin 6x + C$.

Câu 4: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x (3 + e^{-x})$ là:

- A. $F(x) = 3e^x - \frac{1}{e^x} + C$. B. $F(x) = 3e^x - x + C$.
 C. $F(x) = 3e^x + e^x \ln e^x + C$. D. $F(x) = 3e^x + x + C$.

Câu 5: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Tích phân $\int_0^2 (4x - 3) dx$ cho kết quả bằng?

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 7.

Câu 6: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

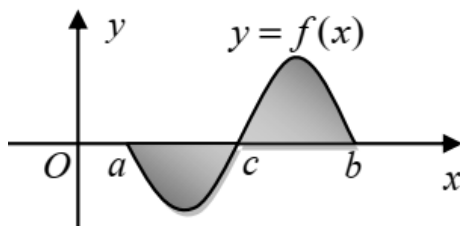
- A. $F(x) = 3x^2 + 3x + C$. B. $F(x) = \frac{x^4}{3} + 3x^2 + 2x + C$.
 C. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x + C$. D. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C$.

Câu 7: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0; 6]$. Nếu

$\int_1^5 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 7$ thì $\int_3^5 f(x) dx$ có giá trị bằng:

- A. 5. B. -5. C. 9. D. -9.

Câu 8: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$.
 C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

Câu 9: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$

- A. $2x + C$. B. $\frac{x^3}{3} + C$. C. $x^3 + C$. D. $x + C$.

Câu 10: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{2x}$ là

- A. $\ln|2x| + C$. B. $\ln 2x + C$. C. $\frac{1}{2} \ln x + C$. D. $\frac{1}{2} \ln|x| + C$.

Câu 11: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Giá trị $\int_a^b 2x dx$ được tính là :

- A. $b^2 - a^2$. B. $b^2 + a^2$. C. $b - a$. D. $b + a$.

Câu 12: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Cho $\int_{-1}^1 2f(x) dx = 4$ và

$$\int_{-1}^1 g(x) dx = -11, \text{ khi đó } \int_{-1}^1 (g(x) - f(x)) dx \text{ bằng}$$

- A. 8. B. 7. C. -13. D. 9.

Câu 13: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3$ là

- A. $\frac{x^4}{4} + C$. B. $\frac{x^4}{2} + C$. C. $2x^2 + x + C$. D. $\frac{x^4}{4} + x + C$.

Câu 14: (Hocmai.vn - PEN I - Lê Bá Trần Phương - Đề 1 - 2019) Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$

- A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$. B. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$. C. $2x^3 - \frac{3}{x} + C$. D. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.

- Câu 15: (Hàm Ròng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $\int_a^a k f(x) dx = 0$. B. $\int_a^b x f(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.
 C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$
- Câu 16: (Hàm Ròng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x}$.
- A. $\int 5^{2x} dx = 2.5^{2x} \ln 5 + C$. B. $\int 5^{2x} dx = 2. \frac{5^{2x}}{\ln 5} + C$.
 C. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C$. D. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^{x+1}}{x+1} + C$.
- Câu 17: (Hàm Ròng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019)** Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau
- A. $\int 2e^x dx = 2(e^x + C)$. B. $\int x^3 dx = \frac{x^4 + C}{4}$.
 C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. D. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.
- Câu 18: (Hàm Ròng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019)** Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2 + 3} dx$ bằng
- A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}$. B. $\ln \frac{7}{3}$. C. $\ln \frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}$.
- Câu 19: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019)** Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ là
- A. $I = 1 + \ln 2$. B. $I = 2 - \ln 2$. C. $I = 1 - \ln 2$. D. $I = 2 + \ln 2$.
- Câu 20: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$
- A. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln |5x-2| + C$. B. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln |5x-2| + C$.
 C. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln |5x-2| + C$. D. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln |5x-2| + C$.
- Câu 21: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019)** Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3a$ và $\int_0^1 g(x) dx = 4a$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng
- A. $-5a$. B. $-3a$. C. $11a$. D. $5a$.
- Câu 22: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019)** Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2$?
- A. $F(x) = x^4 - 2x^2$. B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}$.

C. $F(x) = 3x^2 - 2$. D. $F(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + 1$.

Câu 23: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Tích phân $\int_0^e \cos x \, dx$ bằng

A. $-\sin e$. B. $\cos e$. C. $-\cos e$. D. $\sin e$.

Câu 24: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Tính tích phân $I = \int_0^1 8^x \, dx$:

A. $I = \frac{8}{3 \ln 2}$. B. $I = 8$. C. $I = 7$. D. $I = \frac{7}{3 \ln 2}$.

Câu 25: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int 2^x \, dx = 2^x \ln 2 + C$. B. $\int e^{2x} \, dx = \frac{e^{2x}}{2} + C$.
 C. $\int \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $\int \frac{1}{x+1} \, dx = \ln|x+1| + C \quad (\forall x \neq -1)$.

Câu 26: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} \, dx$ có giá trị bằng

A. $\ln 2 - 1$. B. $-\ln 2$. C. $\ln 2$. D. $1 - \ln 2$.

Câu 27: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Cho hình (H) giới hạn bởi $y = \sin x$; $x = 0$; $x = \pi$ và $y = 0$. Thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh Ox bằng

A. $\frac{\pi}{2}$. B. 2π . C. $\frac{\pi^2}{4}$. D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Câu 28: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

A. $\int x^2 \, dx = \frac{x^3}{3} + C$. B. $\int x^2 \, dx = \frac{x^2}{2} + C$. C. $\int x^2 \, dx = \frac{x^3}{3}$. D. $\int x^2 \, dx = 2x + C$.

Câu 29: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Nếu $\int_1^2 f(x) \, dx = 3$, $\int_2^5 f(x) \, dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) \, dx$ bằng:

A. 2. B. -2. C. 3. D. 4.

Câu 30: (Chuyên ĐH Sư Phạm - Hà Nội - HK1 - 2019) Nếu hàm số $y = \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ thì:

A. $f(x) = -\cos x$. B. $f(x) = \sin x$. C. $f(x) = \cos x$. D. $f(x) = -\sin x$.

- Câu 31: (Chuyên ĐH Sư Phạm - Hà Nội - HK1 - 2019)** Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng
- A. 125. B. 625. C. 5. D. 25.
- Câu 32: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019)** Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 - 2x$?
- A. $F(x) = x^4 - 2x^2$. B. $F(x) = 3x^2 - 2$.
 C. $F(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + 1$. D. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}$.
- Câu 33: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019)** Tích phân $\int_0^e \cos x dx$ bằng
- A. $-\sin e$. B. $-\cos e$. C. $\sin e$. D. $\cos e$.
- Câu 34: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019)** Tính tích phân $I = \int_0^1 8^x dx$.
- A. $I = 7$. B. $I = \frac{7}{3\ln 2}$. C. $I = 8$. D. $I = \frac{8}{3\ln 2}$.
- Câu 35: (Chuyên Đông Bằng Sông Hồng - Cụm 8 trường - Lần 1 - 2019)** Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm $I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$
- A. $I = 2F(x) + xf(x) + C$. B. $I = 2xF(x) + x + 1$.
 C. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$. D. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$.
- Câu 36: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019)** Nếu $\int f(x)dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng
- A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$. B. $f(x) = 12x^2 + 2x + C$.
 C. $f(x) = 12x^2 + 2x$. D. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$.
- Câu 37: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019)** Công thức nào sau đây là sai?
- A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$. B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.
 C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. D. $\int e^x dx = e^x + C$.
- Câu 38: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019)** Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng
- A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 1 .
- Câu 39: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là
- A. $2x^2 \ln x + 3x^2$. B. $2x^2 \ln x + x^2$. C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.
- Câu 40: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Câu 41: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019) Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$ khi đó

$\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -3 . B. 12 . C. -8 . D. 1 .

Câu 42: (Báo TH&TT - Số 1 - 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x(2^{-x} + 5)$ là

A. $x + 5\left(\frac{2^x}{\ln 2}\right) + C$. B. $x + 5 \cdot 2^x \ln 2 + C$.

C. $\frac{2^x}{\ln 2}\left(-\frac{2^x}{\ln 2} + 5x\right) + C$. D. $1 + 5\left(\frac{2^x}{\ln 2}\right) + C$.

Câu 43: (Yên Định 2 - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \cos x + 2019$ là

A. $F(x) = e^x + \sin x + 2019 + C$.

B. $F(x) = e^x - \sin x + C$.

C. $F(x) = e^x + \sin x + 2019x + C$.

D. $F(x) = e^x - \sin x + 2019x + C$.

Câu 44: (Tứ Kỳ - Hải Dương - Lần 1 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$ là

A. $x^3 + C$.

B. $\frac{x^3}{3} + x + C$.

C. $6x + C$.

D. $x^3 - x + C$.

Câu 45: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Giá trị của $\int_0^3 dx$ bằng

A. 2 .

B. 3 .

C. 1 .

D. 0 .

Câu 46: (Sở GD Thái Bình - HK1 - 2019) Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. $\int \sin 3x dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$.

B. $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

D. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$.

Câu 47: (Sở GD Bắc Giang - KSGV - 2019) Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1)dx$

A. $I = 5$.

B. $I = 6$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Câu 48: (Sở GD Bắc Giang - KSGV - 2019) Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ là

A. $F(x) = x^3 + x$.

B. $F(x) = x^3 + 1$.

C. $F(x) = 6x$.

D. $F(x) = 3x^3$.

Câu 49: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 2x}$.

A. $\int f(x)dx = 2 \tan 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = -2 \tan 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \tan 2x + C.$

D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \tan 2x + C.$

Câu 50: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

A. $\int f(x)dx = \sin^2 x + C.$

B. $\int f(x)dx = \sin 2x + C.$

C. $\int f(x)dx = -2 \cos x + C.$

D. $\int f(x)dx = 2 \cos x + C.$

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 51: (Lương Thế Vinh - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho $F(x) = \frac{x^2 \cdot \ln x}{a} - \frac{x^2}{b}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \ln x$ (a, b là hằng số). Tính $a^2 - b$.

A. 8.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 52: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$ có giá trị bằng:

A. $\frac{2 \ln 2}{3}.$

B. $-2 \ln 2.$

C. $-\frac{2 \ln 2}{3}.$

D. $2 \ln 2.$

Câu 53: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số

$f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ là:

A. $-\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}.$

B. $\cot x - x^2 + \frac{\pi^2}{16}.$

C. $-\cot x + x^2 - 1.$

D. $\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}.$

Câu 54: (Kim Liên - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn và $f'(x) = x(x^2 - 1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(1) = f(0) = f(-1)$

B. $f(1) > f(0) > f(-2)$

C. $f(-2) > f(0) > f(1)$

D. $f(-1) \geq f(0) \geq f(1)$

Câu 55: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Biết

$\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^b + C, x \neq -1$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = 2b.$

B. $b = 2a.$

C. $a = 2018b.$

D. $b = 2018a.$

Câu 56: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = xe^x$ và $f(0) = 2$. Tính $f(1)$.

A. $f(1) = 3.$

B. $f(1) = e.$

C. $f(1) = 5 - e.$

D. $f(1) = 8 - 2e.$

Câu 57: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4 \cos^2 x \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$, $F(0) = 1$. Khi đó, $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$ bằng

- A. $\frac{19}{12}$. B. $\frac{13}{8}$. C. $-\frac{15}{8}$. D. $-\frac{29}{16}$.

Câu 58: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2$, tiếp tuyến tại $A(1;1)$ và trục Oy bằng S_1 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2$, tiếp tuyến tại $A(1;1)$ và trục Ox bằng S_2 . Khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. 4. C. $\frac{1}{3}$. D. 3.

Câu 59: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Biết $\int_1^e \frac{1+m \ln t}{t} dt = 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \geq 1$. B. $-6 < m < -3$. C. $m < -2$. D. $-3 \leq m \leq 0$

Câu 60: (Hocmai.vn - PEN I - Lê Bá Trần Phương - Đề 1 - 2019) Cho $\int_0^1 \left(\frac{3}{x+3} - \frac{10}{(x+3)^2} \right) dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ ($a; b \in \mathbb{N}^*$), $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. $ab = -5$. B. $ab = 12$. C. $ab = 6$. D. $ab = \frac{5}{4}$.

Câu 61: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$. Kết quả $I = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx$ bằng:

- A. $I = 8$. B. $I = 4$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{1}{4}$.

Câu 62: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$

. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$

- A. 13. B. 27. C. -11. D. 3.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG THẤP

Câu 63: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 4$ (C). Biết đồ thị hàm số (C) cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 20a^2 + 20b^2 + 5c^2$

- A. 32. B. 64. C. 16. D. 8.

Câu 64: (Hàm Rỗng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Tính $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng

A. $I = 4$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 2$.

Câu 65: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v = -4t + 20 \text{ m/s}$, trong đó t khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh cho đến lúc dừng hẳn, ô tô còn chuyển động được bao nhiêu mét?

A. 100 mét. B. 50 mét. C. 5 mét. D. 150 mét.

Câu 66: [2H3--3--2] (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng P đi qua điểm $G(1; 2; 3)$ và cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC .

A. $x + 2y + 3z - 14 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$ C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{9} = 1$

Câu 67: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a \in (-6; -5]$. B. $a \in (2; 3]$. C. $a \in (6; 7]$. D. $a \in (8; +\infty)$.

Câu 68: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Cho các mệnh đề

$$1) \int_0^2 |x^2 - x| dx = \left| \int_0^2 x^2 - x dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \right|_0^2 = \left| \frac{8}{3} - 2 \right| = \frac{2}{3}.$$

$$2) \int_0^3 \sqrt[3]{3x-1} dx = \int_0^3 3x - 1^{\frac{1}{3}} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot 3x - 1^{\frac{4}{3}} \Big|_0^3 = \frac{15}{4}.$$

$$3) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx = \int_0^1 \frac{x(\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+1})}{x} dx = \int_0^1 (\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+1}) dx$$

$$= \int_0^1 \left[3x+1^{\frac{1}{2}} - 2x+1^{\frac{1}{2}} \right] dx = \left[\frac{2}{9} 3x+1^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} 2x+1^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 = \frac{17-9\sqrt{3}}{9}$$

Số mệnh đề đúng là

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 69: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Với C là hằng số, nguyên hàm $F(x)$ của hàm số

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \text{ là}$$

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$. B. $F(x) = x + \frac{1}{x-1} + C$.

C. $F(x) = x^2 + \ln|x-1| + C.$

D. $F(x) = 1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C.$

Câu 70: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = 2\ln 2 - 1.$

B. $S = \ln 2 + 1.$

C. $S = \ln 2 - 1.$

D. $S = 2\ln 2 + 1.$

Câu 71: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Đặt $I = \int_1^2 (2mx+1)dx$, m là tham số thực. Tìm m để $I = 4.$

A. $m = 2.$

B. $m = -2.$

C. $m = 1.$

D. $m = -1.$

Câu 72: (Gia Bình - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Có bao nhiêu số thực a để $\int_0^1 \frac{x}{a+x^2} dx = 1.$

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 73: (Gia Bình - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2; \int_0^3 f(x)dx = 6.$ Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx.$

A. $I = 8.$

B. $I = 16.$

C. $I = \frac{3}{2}.$

D. $I = 4.$

Câu 74: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Biết $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}-1} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c.$

A. $P = \frac{5}{2}.$

B. $P = \frac{7}{2}.$

C. $P = -\frac{5}{2}.$

D. $P = 2.$

Câu 75: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 3x^2 e^{x^3}$

B. $f(x) = x^3 e^{x^3-1}$

C. $f(x) = e^{x^3}$

D. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$

Câu 76: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 - \cos x + C.$

B. $x^3 + \sin x + C.$

C. $x^3 - \sin x + C.$

D. $x^3 + \cos x + C.$

Câu 77: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Tìm nguyên hàm $I = \int x \cos x dx.$

A. $I = x \sin x + \cos x + C.$

B. $I = x^2 \sin \frac{x}{2} + C.$

C. $I = x^2 \cos \frac{x}{2} + C.$

D. $I = x \sin x - \cos x + C.$

Câu 78: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C.$

C. $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C$.

Câu 79: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(x) = x + \sin x$ và $f(0) = 1$. Tìm $f(x)$.

A. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x$. B. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}$.

C. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2$. D. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2$.

Câu 80: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = 2$.

A. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$. B. $F(x) = e^x - x + 1$. C. $F(x) = e^x - x - 1$. D. $F(x) = \ln x - x - 1$.

Câu 81: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} \ln x$, trục Ox , $x = 1$, $x = e$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

A. $\frac{\pi(e-1)}{3}$. B. $\frac{\pi(e^2+1)}{4}$. C. $\frac{\pi(e+1)}{3}$. D. $\frac{\pi(e^2-1)}{4}$.

Câu 82: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ (m/s), trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 38m. B. 37,2m. C. 37,5m. D. 37m.

Câu 83: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \ln x$.

A. $\int f(x)dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} + C$. B. $\int f(x)dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.

C. $\int f(x)dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$.

Câu 84: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$.

D. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$.

Câu 85: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$.

Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

- A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Câu 86: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Trong các mệnh đề sau

(I). $\int f^2(x) dx = \left(\int f(x) dx \right)^2$ (II). $\int f'(x) dx = f(x) + C$

(III). $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi $k \in \mathbb{R}$ (IV). $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$

Số mệnh đề đúng là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 87: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Tìm hàm số $F(x)$ biết

$F(x) = \int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx$ và $F(0) = 1$.

A. $F(x) = \ln(x^4 + 1) + 1$. B. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + \frac{3}{4}$.

C. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + 1$.

D. $F(x) = 4 \ln(x^4 + 1) + 1$.

Câu 88: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int_{-1}^1 |x|^3 dx = \left| \int_{-1}^1 x^3 dx \right|$. B. $\int_{-1}^{2018} |x^4 - x^2 + 1| dx = \int_{-1}^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$.

C. $\int_{-2}^3 |e^x (x+1)| dx = \int_{-2}^3 e^x (x+1) dx$.

D. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Câu 89: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Biết tích phân

$I = \int_1^e x \ln x dx = \frac{ae^2 + b}{4}$ ($a, b \in \mathbb{N}$). Tính $a + b$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 90: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm

số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $F(e) - F(1)$

- A. $I = \frac{1}{e}$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = e$. D. $I = 1$.

Câu 91: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Một tàu lửa đang chạy với vận tốc 200(m/s) thì người lái tàu đạp phanh; từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 200 - 20t$ (m/s). Trong đó t khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc

bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, tàu còn di chuyển được quãng đường là

- A. 1000(m). B. 500(m). C. 1500(m). D. 2000(m).

Câu 92: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$; $x = 2$ bằng.

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. 1.

Câu 93: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Cho hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \sin x$. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm $f(x)$?

- A. $y = -\frac{4}{3}\cos^3 x + \frac{4}{5}\cos^5 x + C$. B. $y = -\frac{4}{3}\cos^3 x - \frac{4}{5}\sin^5 x + C$.
C. $y = -\frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x + C$. D. $y = \frac{4}{3}\sin^3 x - \frac{4}{5}\cos^5 x + C$.

Câu 94: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Hàm số $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.
B. $f(x) = \frac{x^2(\sin x + \cos x)}{\sin x - \cos x}$.
C. $f(x) = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2(\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}$.
D. $f(x) = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.

Câu 95: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$\int_0^6 f(x) dx = 7, \int_3^{10} f(x) dx = 8, \int_3^6 f(x) dx = 9. \text{ Giá trị của } \int_0^{10} f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. 7. B. 5. C. 8. D. 6.

Câu 96: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Tích phân $I = \int_0^{\pi^2} (\sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x}) dx = A + B\pi$.

Tính $A + B$, $A, B \in \mathbb{Z}$.

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 97: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để tích

$$\text{phân } \int_1^{a+1} \frac{1}{x(x-5)(x-4)} dx \text{ tồn tại được}$$

- A. $a < 3$. B. $a < -1$. C. $\begin{cases} a \neq 4 \\ a \neq 5 \end{cases}$. D. $-1 < a < 3$.

Câu 98: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3a$ và $\int_0^1 g(x)dx = 4a$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng?

- A. $-3a$. B. $5a$. C. $11a$. D. $-5a$.

Câu 99: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} \ln x$, trục Ox , $x=1$, $x=e$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

- A. $\frac{\pi(e^2+1)}{4}$. B. $\frac{\pi(e-1)}{3}$. C. $\frac{\pi(e+1)}{3}$. D. $\frac{\pi(e^2-1)}{4}$.

Câu 100: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = 2$.

- A. $F(x) = \ln x - x - 1$. B. $F(x) = e^x - x - 1$. C. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$. D. $F(x) = e^x - x + 1$.

Câu 101: (Chuyên Đông Bằng Sông Hồng - Cụm 8 trường - Lần 1 - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Biết $F(1) = 2$. Giá trị của $F(2)$ là

- A. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$. B. $F(2) = \ln 3 + 2$. C. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$. D. $F(2) = 2 \ln 3 - 2$.

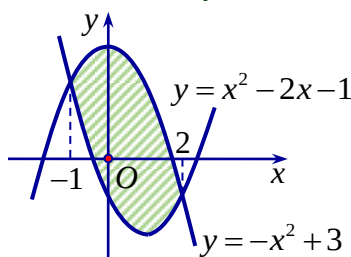
Câu 102: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{-3}{2}$. Khi đó phương trình $F(x) = 2x + 1$ có số nghiệm thực là?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 103: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \ln|1+3\cos x| + C$. B. $\int f(x)dx = \ln|1+3\cos x| + C$.
C. $\int f(x)dx = 3 \ln|1+3\cos x| + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{-1}{3} \ln|1+3\cos x| + C$.

Câu 104: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$.
 C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 105: (Báo TH&TT - Số 1 - 2019) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\ln x}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$. B. $S = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$. C. $S = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2} \right)^2 dx$. D. $S = \pi \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2} \right)^2 dx$

Câu 106: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2(u^2 - 4) du$. B. $\int (u^2 - 4) du$. C. $\int (u^2 - 3) du$. D. $\int 2u(u^2 - 4) du$.

Câu 107: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = -\cos x$ và $f(0) = 2019$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = -\sin x + 2019$. B. $f(x) = 2019 + \cos x$.
 C. $f(x) = \sin x + 2019$. D. $f(x) = 2019 - \cos x$.

Câu 108: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

A. 3π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 109: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Biết rằng $\int_2^3 x \ln x dx = m \ln 3 + n \ln 2 + p$ trong đó

$m, n, p \in \mathbb{Q}$. Tính $m + n + 2p$

A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 0 . D. $-\frac{5}{4}$.

Câu 110: (Yên Định 2 - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Biết $\int f(x) dx = 2x \ln(3x-1) + C$, với $x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f(3x) dx = 6x \ln(9x-1) + C$. B. $\int f(3x) dx = 6x \ln(3x-1) + C$.
 C. $\int f(3x) dx = 2x \ln(9x-1) + C$. D. $\int f(3x) dx = 3x \ln(9x-1) + C$.

Câu 111: (Yên Định 2 - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(1) = 12$, $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Tính giá trị của $f(4)$.

A. $f(4) = 9$. B. $f(4) = 19$. C. $f(4) = 29$. D. $f(4) = 5$.

Câu 112: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

- A. $S = \frac{2000}{3}$. B. $S = 2000$. C. $S = \frac{2008}{3}$. D. $S = 2008$.

Câu 113: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{1}{2x+1}; \text{ biết } F(0) = 2. \text{ Tính } F(1).$$

- A. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$. B. $F(1) = 2 \ln 3 - 2$. C. $F(1) = \ln 3 + 2$. D. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$.

Câu 114: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Tính tích phân $I = \int_1^2 xe^x dx$

- A. $I = -e^2$. B. $I = 3e^2 - 2e$. C. $I = e$. D. $I = e^2$.

Câu 115: (Sở GD Thái Bình - HK1 - 2019) Tính nguyên hàm $\int \frac{dx}{x^2 - x}$ được kết quả là:

- A. $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$. B. $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$. C. $\ln |x^2 - x| + C$. D. $\ln \frac{x-1}{x} + C$.

Câu 116: (Sở GD Thái Bình - HK1 - 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2^x$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$. Ta có $F(x)$ bằng:

- A. $x^2 + \frac{2^x - 1}{\ln 2}$. B. $x^2 + \frac{1 - 2^x}{\ln 2}$. C. $x^2 + (2^x - 1) \ln 2$. D. $x^2 + 2^x - 1$.

Câu 117: (Sở GD Bắc Giang - KSGV - 2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox

- A. 11. B. $\frac{34}{3}$. C. $\frac{31}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

Câu 118: (Sở GD Bắc Giang - KSGV - 2019) Cho tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$, với $a; b \in \mathbb{Z}$.

Tổng $a + b$ bằng

- A. 1. B. -3. C. 5. D. -1.

Câu 119: (Sở GD Bắc Ninh - HK1 - 2019) Với C là hằng số, nguyên hàm $F(x)$ của hàm số

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \text{ là}$$

- A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$. B. $F(x) = x + \frac{1}{x-1} + C$.
C. $F(x) = x^2 + \ln|x-1| + C$. D. $F(x) = 1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C$.

Câu 120: (Sở GD Bắc Ninh - HK1 - 2019) Đặt $I = \int_1^2 (2mx+1)dx$, m là tham số thực. Tìm m để

$$I = 4.$$

$$\text{A. } m = 2.$$

$$\text{B. } m = -2.$$

$$\text{C. } m = 1.$$

$$\text{D. } m = -1.$$

Câu 121: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Biết $\int_0^1 (2x+3)e^x dx = ae+b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính giá

$$\text{trị của biểu thức } T = \log_3(a^5|b|) + 2^{-\frac{a}{b}}.$$

$$\text{A. } T = 13.$$

$$\text{B. } T = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{C. } T = \frac{11}{2}.$$

$$\text{D. } T = 8.$$

Câu 122: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Cho tích phân sau $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1)\sin 2x dx$. Tìm đẳng thức đúng.

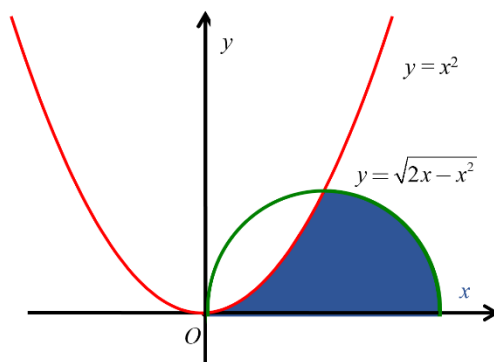
$$\text{A. } I = -(x-1)\cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx.$$

$$\text{B. } I = -(x-1)\cos 2x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx.$$

$$\text{C. } I = \frac{(1-x)\cos 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx.$$

$$\text{D. } I = \frac{1}{2}(1-x)\cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx.$$

Câu 123: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, cung tròn $y = \sqrt{2x-x^2}$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Tính diện tích S của (H) .

$$\text{A. } S = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}.$$

$$\text{B. } S = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}.$$

$$\text{C. } S = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}.$$

$$\text{D. } S = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}.$$

Câu 124: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)\ln x$ là

$$\text{A. } (x^2+x)\ln x - x^2 - x. \quad \text{B. } (x^2+x)\ln x - \frac{x^2}{2} - x.$$

$$\text{C. } (x^2+x)\ln x - x^2 - x + C.$$

$$\text{D. } (x^2+x)\ln x - \frac{x^2}{2} - x + C.$$

Câu 125: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = e^{2x+1} + \frac{1}{x} \text{ là:}$$

- A. $\frac{1}{2}e^{2x+1} + \ln|x| + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x+1} + \ln|x|$.
C. $2e^{2x+1} + \ln|x| + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x+1} + \ln|x| + C$.

Câu 126: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên

$$\mathbb{R} \text{ có } \int_0^1 2f(x)dx = 2 \quad \text{và} \quad \int_0^2 f(x+1)dx = 4 \quad I = \int_0^3 f(x)dx \quad ?$$

- A. $I = 5$. B. $I = 4$. C. $I = 6$. D. $I = 7$.

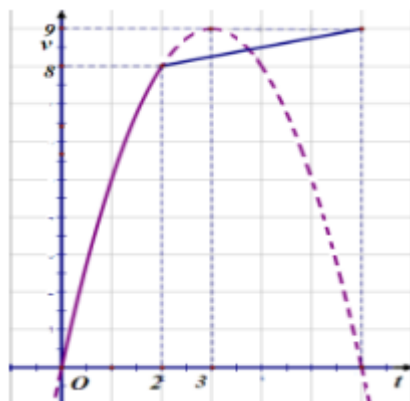
Câu 127: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên $(0; +\infty)$

thỏa mãn $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Tính tổng

$$S = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2018) = \frac{a}{b} \text{ với } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, \frac{a}{b} \text{ tối giản. Khi đó } b-a = ?$$

- A. -1 . B. 1011 . C. 1 . D. 2018 .

Câu 128: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



- A. $\frac{130}{3}(km)$. B. $9(km)$. C. $40(km)$. D. $\frac{134}{3}(km)$.

Câu 129: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Biết $\int_1^e \frac{x+1}{x^2+x \ln x} dx = \ln(ae+b)$ với a, b là các số

nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 - ab + b^2$.

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 8.

Câu 130: (Lương Thế Vinh - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = 4e^{2x} + 2x \text{ thỏa mãn } F(0) = 1. \text{ Tìm } F(x).$$

A. $F(x) = 4e^{2x} + x^2 - 3$. **B.** $F(x) = 2e^{2x} + x^2 - 1$.

C. $F(x) = 2e^{2x} + x^2 + 1$. **D.** $F(x) = 2e^{2x} - x^2 - 1$.

Câu 131: (Lương Thế Vinh - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}. \text{ Tính } F'(2\sqrt{2}) - F'(0).$$

A. $\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{8}{9}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 132: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho tích phân $I = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x dx = ae^2 + b$, a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của $4a + 3b$ là:

A. $\frac{13}{2}$,

B. $\frac{13}{4}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{13}{2}$.

Câu 133: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x^2}. \text{ Biết } F(3) = 6, \text{ giá trị của } F(8) \text{ là:}$$

A. $\frac{217}{8}$.

B. 27.

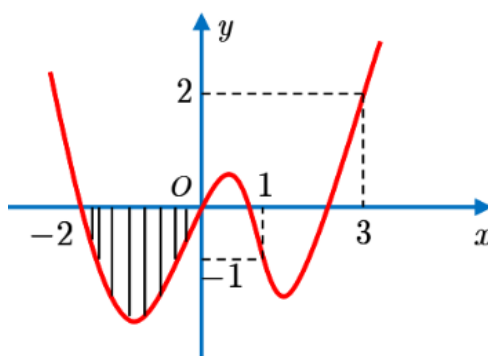
C. $\frac{215}{24}$.

D. $\frac{215}{8}$.

Câu 134: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo

hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phần

sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị biểu thức $T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_2^4 f(2x-8) dx$



A. $T = \frac{9}{2}$.

B. $T = 6$.

C. $T = 0$.

D. $T = \frac{3}{2}$.

Câu 135: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Trên một mảnh ruộng hình elip có độ dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 1 km và 8 hm người ta trồng lúa. Sau vụ thu hoạch, người ta thu được năng suất lúa đạt 66 tạ trên 1 ha. Hỏi tổng sản lượng thu được là (chọn đáp án gần nhất):

A. 4145 tạ.

B. 4140 tạ.

C. 4147 tạ.

D. 4160 tạ.

Câu 136: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Cho hàm số $f(x) = \int_1^x \frac{dt}{t^2 + t}$ ($x > 1$)

. Tập giá trị của hàm số là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(\ln 2; 1)$. D. $(0; \ln 2)$.

Câu 137: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Cho hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \log_2 x$, $y = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $x = 2$ chia hình phẳng đó thành hai hình có diện tích là $S_1 > S_2$. Tỷ lệ thể tích $\frac{S_1 - 2}{S_2}$ là

- A. 2. B. $\frac{7}{4}$. C. 3. D. Đáp án khác.

Câu 138: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Cho lò xo có chiều dài tự nhiên bằng 10 cm, độ cứng $k = 800 \text{ N/m}$. Công sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài 15 cm đến 18 cm bằng:

- A. 1,54 J. B. 1,56 J. C. 1,69 J. D. 1,96 J.

Câu 139: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên

$\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$. Tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. $I = 8$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = 10$.

Câu 140: (Hocmai.vn - PEN I - Lê Bá Trần Phương - Đề 1 - 2019) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}e^x$ và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$. Thể tích của khối nón xoay thu được khi quay hình D xung quanh trục Ox bằng

- A. πe^2 . B. $2\pi e$. C. $(2 - e)\pi$. D. $2\pi e^2$.

Câu 141: (Hocmai.vn - PEN I - Lê Bá Trần Phương - Đề 1 - 2019) Cho $\int_0^{\pi} f(x) dx = 2$ và

$\int_0^{\pi} g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_0^{\pi} (2f(x) + x \sin x - 3g(x)) dx$.

- A. $I = 7 + \pi$. B. $I = 7 + 4\pi$. C. $I = \pi - 1$. D. $I = 7 + \frac{\pi}{4}$.

Câu 142: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên

$[0; 2]$ và $f(2) = 16$; $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 xf'(2x) dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 20$. C. $I = 12$. D. $I = 13$.

Câu 143: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $f(x)$, $f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và

thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4 + x^2}$. Tính $I = \int_{-2}^2 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{\pi}{20}$. B. $I = \frac{\pi}{10}$. C. $I = \frac{-\pi}{20}$. D. $I = \frac{-\pi}{10}$.

Câu 144: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[xf'(x)]^2 + 1 = x^2[1 - f(x) \cdot f''(x)]$ với mọi x dương. Biết $f(1) = f'(1) = 1$. Tính $f^2(2)$.

A. $f^2(2) = 2\ln 2 + 2$. B. $f^2(2) = \ln 2 + 1$. C. $f^2(2) = \sqrt{2\ln 2 + 2}$. D. $f^2(2) = \sqrt{\ln 2 + 1}$.

Câu 145: (Gia Bình - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = e$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $10 < f(5) < 11$. B. $4 < f(5) < 5$. C. $11 < f(5) < 12$. D. $3 < f(5) < 4$.

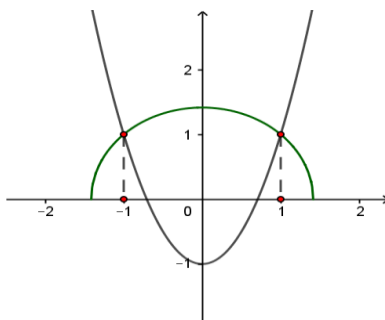
Câu 146: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(0) = 1$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{30}$, $\int_0^1 (2x-1)f(x) dx = -\frac{1}{30}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{11}{30}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $\frac{11}{12}$.

Câu 147: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 4x - 5}$; $f(1) = 1$ và $f(7) = \frac{-1}{3} \ln 2$. Giá trị của biểu thức $f(0) + f(-3)$ bằng:

A. $\frac{1}{6} \ln 10 + 1$. B. $\frac{1}{6} \ln 10$. C. $\ln 10 + 1$. D. $\ln 10 \frac{2}{3} \ln 2018^{\frac{3}{2}}$.

Câu 148: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Cho H là hình giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2-x^2}$ với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Diện tích hình H bằng



A. $\frac{3\pi + 2}{6}$. B. $\frac{3\pi - 2}{6}$. C. $\frac{3\pi + 10}{6}$. D. $\frac{3\pi + 10}{2}$.

Câu 149: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Tìm số thực a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ có diện tích lớn nhất.

A. 2 B. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ C. 1 D. $\sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Chọn C

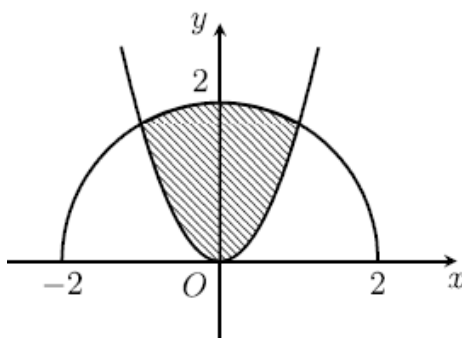
Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ là nghiệm

$$\text{phương trình } \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6} = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = -2a \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} \int_{-2a}^{-a} \left| \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6} - \frac{a^2 - ax}{1 + a^6} \right| dx &= \int_{-2a}^{-a} \left| \frac{x^2 + 3ax + 2a^2}{1 + a^6} \right| dx \\ &= -\frac{1}{1 + a^6} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{3ax^2}{2} + 2a^2x \right) \Bigg|_{-2a}^{-a} = \frac{a^3}{6(1 + a^6)} \leq \frac{1}{12} \end{aligned}$$

Câu 150: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Cho hình (H) giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn tâm O bán kính 2 nằm phía trên trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Diện tích của được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_0^1 [\sqrt{4 - x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$

B. $S = \int_0^1 [\sqrt{3}x^2 - \sqrt{4 - x^2}] dx.$

C. $S = 2 \cdot \int_0^1 [\sqrt{4 - x^2} - \sqrt{3}x^2] dx.$

D. $S = \int_0^1 [\sqrt{2 - x^2} - \sqrt{3}x^2] dx.$

Câu 151: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Biết $\int_1^4 f(x) dx = 5$ và

$$\int_4^5 f(x) dx = 20. \text{ Tính } \int_1^2 f(4x - 3) dx - \int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) e^{2x} dx.$$

A. $I = \frac{15}{4}.$

B. $I = 15.$

C. $I = \frac{5}{2}.$

D. $I = 25.$

Câu 152: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính $f(4)$?

A. 24.

B. 14.

C. 4.

D. 16.

Câu 153: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho hàm số $y = -x^3 + 6x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = mx - m + 2$. Tìm giá trị của tham số m để d cắt

(C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại A, B, C bằng -6 .

- A. $m = -1$. B. $m \in \emptyset$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 154: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho

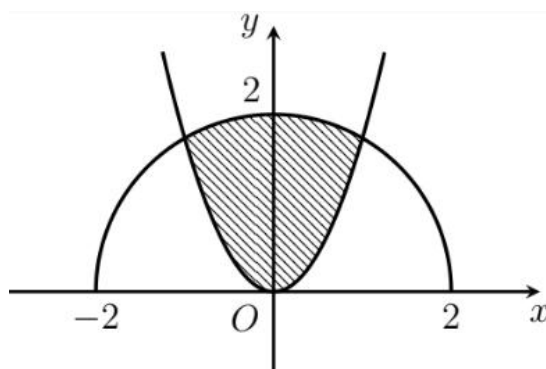
$$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + \frac{c}{3}, \text{ với } a, b, c \in \mathbb{Z}. \text{ Khẳng định nào sau đây đúng.}$$

- A. $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. B. $a^2 + b^2 + c^2 = 11$. C. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$. D. $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Câu 155: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, biết $f'(x) + 2f(x) = 0$ và $f(1) = 1$. Khi đó $f(-1)$ bằng

- A. $f(-1) = e^{-2}$. B. $f(-1) = e^3$. C. $f(-1) = 3$. D. $f(-1) = e^4$.

Câu 156: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn tâm (H) bán kính bằng 2 nằm phía trên trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Diện tích của (H) được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $S = \int_0^1 [\sqrt{2-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$. B. $S = 2 \cdot \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.
C. $S = \int_0^1 [\sqrt{3}x^2 - \sqrt{4-x^2}] dx$. D. $S = \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.

Câu 157: (Chuyên Đông Bằng Sông Hồng - Cụm 8 trường - Lần 1 - 2019) Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $f(F(0))$ bằng

- A. $9e$. B. $3e$. C. $20e^2$. D. $-\frac{1}{e}$.

Câu 158: (Báo TH&TT - Số 1 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(-x) + 2019f(x) = 2^x \forall x \in [-1; 1]$.

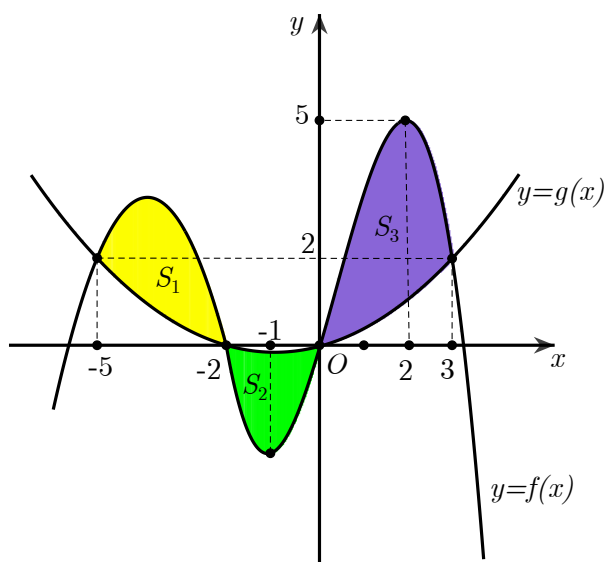
Giá trị của $\int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2019\ln 2}$. B. $\frac{3}{4040\ln 2}$. C. 0. D. $\frac{5}{2018\ln 2}$.

Câu 159: (Báo TH&TT - Số 1 - 2019) Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{\frac{5+(x-4)e^x}{xe^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0; x=1$ quanh trục hoành có thể tích $V = \pi[a+b\ln(e+1)]$, trong đó a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a+b=5$. B. $a-2b=-3$. C. $a+b=9$. D. $a-2b=13$.

Câu 160: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và đường parabol $y = g(x) = ax^2 + bx + c$ lần lượt là m, n, p .



Tích phân $\int_{-5}^3 f(x)dx$ bằng

- A. $-m+n-p-\frac{208}{45}$. B. $m-n+p+\frac{208}{45}$ C. $m-n+p-\frac{208}{45}$. D. $-m+n-p+\frac{208}{45}$.

Câu 161: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho parabol $y = x^2 + 1$ và đường thẳng $y = mx + 2$ với m là tham số. Gọi m_0 là giá trị của m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng và parabol là nhỏ nhất. Khi đó m_0 nằm trong khoảng nào?

- A. $\left(-\sqrt{2}; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(0; 1)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $\left(-1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Câu 162: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

thỏa mãn:
$$\begin{cases} f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0) = \frac{\pi^2}{4} \\ f'(x) - \sin x \cdot f(3-2\cos x) = x + \sin 2x - 6\sin x \end{cases} . \text{ Tính } I = \int_1^3 f(x)dx .$$

A. $I = 4$.

B. $I = 8$.

C. $I = \frac{\pi}{4}$.

D. $I = \frac{\pi^2}{4} + 10$.

Câu 163: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x) + f(x) = 2x - 1$ và $f(0) = 5$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

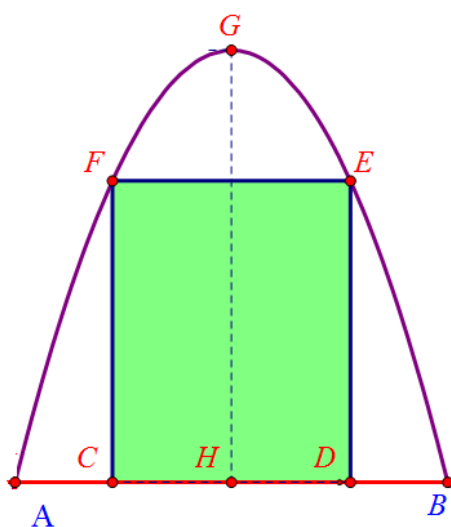
A. $3 - \frac{4}{e}$.

B. $6 + \frac{8}{e}$.

C. $3 + \frac{4}{e}$.

D. $6 - \frac{8}{e}$.

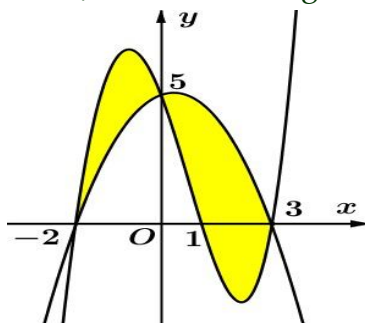
Câu 164: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm giá là 1200000 đồng/m², còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/m².



Hỏi tổng chi phí để là hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 11445000 (đồng). B. 7368000 (đồng). C. 4077000 (đồng). D. 11370000 (đồng)

Câu 165: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Diện tích phần hình phẳng tô đen trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-2}^3 (f(x) - g(x)) dx$. B. $\int_{-2}^3 (g(x) - f(x)) dx$.

C. $\int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$.

D. $\int_{-2}^0 (g(x) - f(x)) dx + \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$.

Câu 166: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Cho

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3 \text{ với } a, b, c \text{ là các số nguyên. Giá trị của } a + b + c \text{ bằng}$$

- A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 167: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Biết $\int_0^{\pi} \frac{x \sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx = \frac{\pi^a}{b}$, trong đó a ,

b là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức $P = 2a^2 + 3b^3$ là:

- A. $P = 32$. B. $P = 194$. C. $P = 200$. D. $P = 100$.

Câu 168: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Biết $\int_1^2 (x+1)^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx = me^{\frac{p}{q}} - n$

, trong đó m, n, p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Tính

$$T = m + n + p + q.$$

- A. $T = 11$. B. $T = 10$. C. $T = 7$. D. $T = 8$.

Câu 169: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Tìm số thực dương a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ có diện tích đạt giá trị lớn nhất.

- A. 2. B. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. 1. D. $\sqrt[3]{3}$.

Câu 170: [2H3--3--3] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ khi khoảng cách từ O đến (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

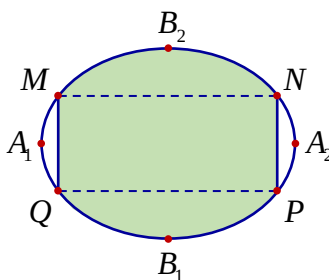
- A. $S = \frac{51}{5}$. B. $S = \frac{49}{5}$. C. $S = \frac{49}{4}$. D. $S = \frac{51}{4}$.

Câu 171: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn

$$(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ và } f(0) = f'(0) = 1. \text{ Tính giá trị của } T = f^2(2).$$

- A. $\frac{43}{30}$. B. $\frac{16}{35}$. C. $\frac{43}{15}$. D. $\frac{26}{15}$.

Câu 172: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019) Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m² và phần còn lại là 100.000 đồng/m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8$ m, $B_1B_2 = 6$ m và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3$ m?



A. 7.322.000 đồng. B. 7.213.000 đồng. C. 5.526.000 đồng. D. 5.782.000 đồng.

Câu 173: (Báo TH&TT - Số 1 -2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết

$$\begin{cases} \int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 6 \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx = 2 \end{cases}, \text{ giá trị } \int_1^3 (f(x) + 2) dx \text{ bằng}$$

A. 10. B. 16. C. 9. D. 5.

Câu 174: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

; $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{4}{9}$ và

$$[f'(x)]^2 = (x+1) \cdot f(x). \text{ Tính } f(8).$$

A. $f(8) = 49$. B. $f(8) = 256$. C. $f(8) = \frac{1}{16}$. D. $f(8) = \frac{49}{64}$.

Good Luck



BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.D	5.B	6.C	7.B	8.C	9.B	10.D
11.A	12.C	13.B	14.A	15.B	16.C	17.C	18.D	19.C	20.B
21.A	22.D	23.D	24.D	25.A	26.C	27.D	28.A	29.A	30.C
31.B	32.C	33.C	34.B	35.D	36.C	37.A	38.B	39.D	40.B
41.C	42.A	43.C	44.D	45.B	46.A	47.B	48.B	49.C	50.C
51.B	52.C	53.A	54.C	55.A	56.A	57.A	58.B	59.D	60.B
61.C	62.A	63.B	64.A	65.B	66.B	67.C	68.D	69.A	70.A
71.C	72.B	73.D	74.A	75.A	76.A	77.A	78.A	79.D	80.B
81.D	82.C	83.C	84.B	85.A	86.A	87.C	88.B	89.C	90.B
91.A	92.A	93.A	94.C	95.D	96.B	97.D	98.D	99.D	100.D
101.A	102.D	103.D	104.D	105.B	106.A	107.A	108.B	109.C	110.C
111.C	112.C	113.A	114.D	115.A	116.A	117.D	118.A	119.A	120.C
121.A	122.C	123.B	124.D	125.D	126.A	127.E	128.A	129.B	130.B
131.B	132.B	133.A	134.D	135.C	136.D	137.A	138.B	139.C	140.A
141.A	142.A	143.A	144.A	145.A	146.D	147.A	148.A	149.C	150.C
151.A	152.D	153.C	154.D	155.D	156.B	157.A	158.B	159.D	160.B
161.D	162.D	163.D	164.A	165.C	166.B	167.C	168.B	169.C	170.C
171.C	172.A	173.D	174.A						

PHẦN LỜI GIẢI

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
B. $\int f'(x)dx = f(x) + C$ với mọi hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ với mọi hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với mọi hằng số $k \neq 0$ và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên A là mệnh đề sai.

Câu 2: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$+ \text{Tính được } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

Câu 3: (Lương Thế Vinh - Hà Nội - HK1 - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 6x$.

- A.** $\int \cos 6x dx = 6 \sin 6x + C$. **B.** $\int \cos 6x dx = \frac{1}{6} \sin 6x + C$.
C. $\int \cos 6x dx = -\frac{1}{6} \sin 6x + C$. **D.** $\int \cos 6x dx = \sin 6x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int \cos 6x dx = \frac{1}{6} \int \cos 6x d(6x) = \frac{1}{6} \sin 6x + C.$$

Câu 4: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x (3 + e^{-x})$ là:

- A.** $F(x) = 3e^x - \frac{1}{e^x} + C$. **B.** $F(x) = 3e^x - x + C$.
C. $F(x) = 3e^x + e^x \ln e^x + C$. **D.** $F(x) = 3e^x + x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int e^x (3 + e^{-x}) dx = \int (3e^x + 1) dx = 3e^x + x + C.$$

Câu 5: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Tích phân $\int_0^2 (4x-3)dx$ cho kết quả bằng?

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 7.

Bài giải

Chọn B

$$\int_0^2 (4x-3)dx = \left(2x^2 - 3x\right)\Big|_0^2 = 2.$$

Câu 6: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $F(x) = 3x^2 + 3x + C$. B. $F(x) = \frac{x^4}{3} + 3x^2 + 2x + C$.
 C. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x + C$. D. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int (x^3 + 3x + 2) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$$

Câu 7: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[0;6]$. Nếu

$$\int_1^5 f(x)dx = 2 \text{ và } \int_1^3 f(x)dx = 7 \text{ thì } \int_3^5 f(x)dx \text{ có giá trị bằng:}$$

- A. 5. B. -5. C. 9. D. -9.

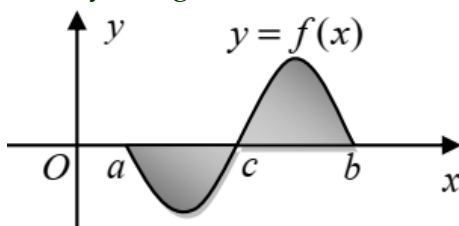
Lời giải

Chọn B

$$\text{Áp dụng công thức } \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \text{ suy ra}$$

$$\int_3^5 f(x)dx = \int_1^5 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx = 2 - 7 = -5$$

Câu 8: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$.

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

Lời giải

Chọn C

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Câu 9: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$

A. $2x + C$. B. $\frac{x^3}{3} + C$. C. $x^3 + C$. D. $x + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{2x}$ là

A. $\ln|2x| + C$. B. $\ln 2x + C$. C. $\frac{1}{2} \ln x + C$. D. $\frac{1}{2} \ln|x| + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int \frac{1}{2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{2} \ln|x| + C$$

Câu 11: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Giá trị $\int_a^b 2x dx$ được tính là :

A. $b^2 - a^2$. B. $b^2 + a^2$. C. $b - a$. D. $b + a$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_a^b 2x dx = \int_a^b d(x^2) = x^2 \Big|_a^b = b^2 - a^2.$$

Câu 12: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Cho $\int_{-1}^1 2f(x) dx = 4$ và

$$\int_{-1}^1 g(x) dx = -11, \text{ khi đó } \int_{-1}^1 (g(x) - f(x)) dx \text{ bằng}$$

A. 8. B. 7. C. -13. D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_{-1}^1 2f(x)dx = 4 \Rightarrow \int_{-1}^1 f(x)dx = 2$$

$$\text{Do đó } \int_{-1}^1 (g(x) - f(x))dx = \int_{-1}^1 g(x)dx - \int_{-1}^1 f(x)dx = -11 - 2 = -13.$$

Câu 13: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3$ là

- A. $\frac{x^4}{4} + C$. B. $\frac{x^4}{2} + C$. C. $2x^2 + x + C$. D. $\frac{x^4}{4} + x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int 2x^3 dx = \frac{x^4}{2} + C.$$

Câu 14: (Hocmai.vn - PEN I - Lê Bá Trần Phương - Đề 1 - 2019) Họ các nguyên hàm của hàm

$$\text{số } f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$$

- A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$. B. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$. C. $2x^3 - \frac{3}{x} + C$. D. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2} = 2x^2 + \frac{3}{x^2}.$$

$$\int \left(2x^2 + \frac{3}{x^2} \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C.$$

Câu 15: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int_a^a k f(x) dx = 0$. B. $\int_a^b x f(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$.
 C. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

Lời giải

Chọn B

Theo định lý trong SGK.

Câu 16: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x}$.

A. $\int 5^{2x} dx = 2.5^{2x} \ln 5 + C.$ B. $\int 5^{2x} dx = 2. \frac{5^{2x}}{\ln 5} + C.$
 C. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C.$ D. $\int 5^{2x} dx = \frac{25^{x+1}}{x+1} + C.$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức: $\int k^{ax+b} dx = \frac{k^{ax+b}}{a \ln k} + C.$

Ta có: $\int 5^{2x} dx = \frac{5^{2x}}{2 \ln 5} + C = \frac{25^x}{2 \ln 5} + C.$

Câu 17: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. $\int 2e^x dx = 2(e^x + C).$ B. $\int x^3 dx = \frac{x^4 + C}{4}.$
 C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$ D. $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

Lời giải

Chọn C

Do $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$ nên mệnh đề $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ sai.

Câu 18: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}.$ B. $\ln \frac{7}{3}.$ C. $\ln \frac{3}{7}.$ D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3} dx = \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{1}{x^2+3} d(x^2+3) = \frac{1}{2} \ln(x^2+3) \Big|_0^2 = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}.$

Câu 19: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$ là

A. $I = 1 + \ln 2.$ B. $I = 2 - \ln 2.$ C. $I = 1 - \ln 2.$ D. $I = 2 + \ln 2.$

Lời giải

Chọn C

$I = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx = (x - \ln|x+1|) \Big|_0^1 = 1 - \ln 2.$

Câu 20: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C.$ B. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C.$

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C.$

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \int \frac{d(5x-2)}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C.$

Câu 21: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3a$ và

$\int_0^1 g(x)dx = 4a$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. $-5a.$

B. $-3a.$

C. $11a.$

D. $5a.$

Lời giải

Chọn A

$\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx - 2 \int_0^1 g(x)dx = 3a - 8a = -5a.$

Câu 22: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 - 2x$?

A. $F(x) = x^4 - 2x^2.$

B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}.$

C. $F(x) = 3x^2 - 2.$

D. $F(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + 1.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int x^4 - 2x dx = \frac{x^5}{5} - x^2 + C.$

Câu 23: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Tích phân $\int_0^e \cos x dx$ bằng

A. $-\sin e.$

B. $\cos e.$

C. $-\cos e.$

D. $\sin e.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^e \cos x dx = \sin x \Big|_0^e = \sin e.$

Câu 24: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Tính tích phân $I = \int_0^1 8^x dx$:

A. $I = \frac{8}{3 \ln 2}.$

B. $I = 8.$

C. $I = 7.$

D. $I = \frac{7}{3 \ln 2}.$

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_0^1 8^x dx = \frac{8^x}{\ln 8} \Big|_0^1 = \frac{8}{3\ln 2} - \frac{1}{3\ln 2} = \frac{7}{3\ln 2}.$$

Câu 25: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C$. **B.** $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C$.

C. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

D. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C \quad (\forall x \neq -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 26: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ có giá trị bằng

A. $\ln 2 - 1$.

B. $-\ln 2$.

C. $\ln 2$.

D. $1 - \ln 2$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta có: $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_0^1 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$. Chọn đáp án **C**.

Cách 2: Sử dụng MTCT.

Câu 27: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Cho hình (H) giới hạn bởi $y = \sin x$; $x = 0$; $x = \pi$ và $y = 0$. Thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh Ox bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. 2π .

C. $\frac{\pi^2}{4}$.

D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$V = \pi \int_0^\pi (\sin x)^2 dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi (1 - \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^\pi = \frac{\pi^2}{2}.$$

Câu 28: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

A. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$.

B. $\int x^2 dx = \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$.

D. $\int x^2 dx = 2x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$.

Câu 29: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$

thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng:

A. 2.

B. -2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 3 + (-1) = 2$.

Câu 30: (Chuyên ĐH Sư Phạm - Hà Nội - HK1 - 2019) Nếu hàm số $y = \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ thì:

A. $f(x) = -\cos x$.

B. $f(x) = \sin x$.

C. $f(x) = \cos x$.

D. $f(x) = -\sin x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(\sin x)' = \cos x$ suy ra $\int \cos x dx = \sin x$.

Câu 31: (Chuyên ĐH Sư Phạm - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng

A. 125.

B. 625.

C. 5.

D. 25.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = x^2$ nên

$$F'(x) = f(x) = x^2.$$

Do đó $F'(25) = 25^2 = 625$.

Câu 32: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 - 2x$?

A. $F(x) = x^4 - 2x^2$.

B. $F(x) = 3x^2 - 2$.

C. $F(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + 1$.

D. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Xét câu **C**. Ta có $F'(x) = \left(\frac{x^5}{5} - x^2 + 1\right)' = x^4 - 2x = f(x)$.

Vậy $F(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + 1$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^4 - 2x$.

Cách 2: Ta có $\int f(x)dx = \int (x^4 - 2x)dx = \frac{x^5}{5} - x^2 + C$.

Chọn $C = 1$. Vậy $F(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + 1$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^4 - 2x$.

Câu 33: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Tích phân $\int_0^e \cos x dx$ bằng

- A.** $-\sin e$. **B.** $-\cos e$. **C.** $\sin e$. **D.** $\cos e$.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^e \cos x dx = \sin x \Big|_0^e = \sin e.$$

Câu 34: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Tính tích phân $I = \int_0^1 8^x dx$.

- A.** $I = 7$. **B.** $I = \frac{7}{3\ln 2}$. **C.** $I = 8$. **D.** $I = \frac{8}{3\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 8^x dx = \left(\frac{8^x}{\ln 8}\right) \Big|_0^1 = \frac{8}{\ln 8} - \frac{1}{\ln 8} = \frac{7}{3\ln 2}.$$

Câu 35: (Chuyên Đông Bằng Sông Hồng - Cụm 8 trường - Lần 1 - 2019) Cho biết hàm số $f(x)$

có đạo hàm $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm $I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$

- A.** $I = 2F(x) + xf(x) + C$. **B.** $I = 2xF(x) + x + 1$.
C. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$. **D.** $I = 2F(x) + f(x) + x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx = 2 \int f(x) dx + \int f'(x) dx + \int dx = 2F(x) + f(x) + x + C.$$

Câu 36: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019) Nếu $\int f(x)dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

- A.** $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$. **B.** $f(x) = 12x^2 + 2x + C$.

C. $f(x) = 12x^2 + 2x$. **D.** $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x)dx = 4x^3 + x^2 + C \Rightarrow f(x) = (4x^3 + x^2 + C)' = 12x^2 + 2x.$$

Câu 37: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019) Công thức nào sau đây là sai?

A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$. **B.** $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

D. $\int e^x dx = e^x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$ sai.

Câu 38: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019) Cho $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu

tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

A. -2 .

B. -1 .

C. 2 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn B

$$\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = \int_0^1 \frac{(x+2)-2}{(x+2)^2} dx = \int_0^1 \frac{dx}{x+2} - \int_0^1 \frac{2dx}{(x+2)^2}$$

$$= \ln(x+2) \Big|_0^1 - 2 \cdot \frac{(x+2)^{-1}}{-1} \Big|_0^1 = \ln 3 - \ln 2 + \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3} - \ln 2 + \ln 3.$$

Vậy $a = -\frac{1}{3}; b = -1; c = 1 \Rightarrow 3a + b + c = -1$.

Câu 39: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là

A. $2x^2 \ln x + 3x^2$.

B. $2x^2 \ln x + x^2$.

C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$.

D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1. Ta có $\int f(x)dx = \int 4x(1 + \ln x)dx = \int 4xdx + \int 4x \ln x dx$

+ Tính $\int 4xdx = 2x^2 + C_1$

+ Tính $\int 4x \ln x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = 4x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = 2x^2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int 4x \ln x dx = 2x^2 \ln x - \int 2x dx = 2x^2 \ln x - x^2 + C_2$$

$$\text{Do đó } I = 2x^2 \ln x + x^2 + C.$$

$$\begin{aligned} \text{Cách 2. Ta có } (2x^2 \ln x + x^2)' &= (2x^2)' \cdot \ln x + 2x^2 \cdot (\ln x)' + (x^2)' \\ &= 4x \cdot \ln x + 2x^2 \cdot \frac{1}{x} + 2x \\ &= 4x(1 + \ln x). \end{aligned}$$

Do đó $2x^2 \ln x + x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$.

Hay $2x^2 \ln x + x^2 + C$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$.

Câu 40: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + x^2 + C$. **B.** $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **C.** $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **D.** $e^x + 1 + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int (e^x + x) dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Câu 41: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019) Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$ khi đó

$$\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx \text{ bằng}$$

A. -3 . **B.** 12 . **C.** -8 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_0^1 g(x) dx = 5 \Leftrightarrow 2 \int_0^1 g(x) dx = 10 \Leftrightarrow \int_0^1 2g(x) dx = 10$$

$$\text{Xét } \int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 2g(x) dx = 2 - 10 = -8.$$

Câu 42: (Bộ TH&TT - Số 1 - 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x(2^{-x} + 5)$ là

A. $x + 5 \left(\frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$. **B.** $x + 5 \cdot 2^x \ln 2 + C$.
C. $\frac{2^x}{\ln 2} \left(-\frac{2^x}{\ln 2} + 5x \right) + C$. **D.** $1 + 5 \left(\frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int 2^x (2^{-x} + 5) dx = \int (1 + 5 \cdot 2^x) dx = x + 5 \cdot \frac{2^x}{\ln 2} + C.$$

Câu 43: (Yên Định 2 - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \cos x + 2019$ là

A. $F(x) = e^x + \sin x + 2019 + C.$

B. $F(x) = e^x - \sin x + C.$

C. $F(x) = e^x + \sin x + 2019x + C.$

D. $F(x) = e^x - \sin x + 2019x + C.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x + \cos x + 2019) dx = e^x + \sin x + 2019x + C.$$

Câu 44: (Tứ Kỳ - Hải Dương - Lần 1 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$ là

A. $x^3 + C.$

B. $\frac{x^3}{3} + x + C.$

C. $6x + C.$

D. $x^3 - x + C.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int (3x^2 - 1) dx = x^3 - x + C.$$

Câu 45: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Giá trị của $\int_0^3 dx$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_0^3 dx = x \Big|_0^3 = 3$$

Câu 46: (Sở GD Thái Bình - HK1 - 2019) Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. $\int \sin 3x dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C.$

B. $\int e^x dx = e^x + C.$

C. $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C.$

D. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{A sai vì } \int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C.$$

B, C, D đều đúng.

Câu 47: (Sở GD Bắc Giang - KSGV - 2019) Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1) dx$

A. $I = 5.$

B. $I = 6.$

C. $I = 2.$

D. $I = 4.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } I = \int_0^2 (2x+1)dx = (x^2 + x) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6.$$

Câu 48: (Sở GD Bắc Giang - KSGV - 2019) Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ là

- A.** $F(x) = x^3 + x$. **B.** $F(x) = x^3 + 1$. **C.** $F(x) = 6x$. **D.** $F(x) = 3x^3$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \int f(x)dx = \int 3x^2 dx = x^3 + C \text{ với } C \text{ là một hằng số.}$$

Do đó các phương án A, C, D bị loại.

Ta chọn phương án B (trong trường hợp $C=1$).

Câu 49: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 2x}$.

- A.** $\int f(x)dx = 2 \tan 2x + C$. **B.** $\int f(x)dx = -2 \tan 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \tan 2x + C$. **D.** $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \tan 2x + C$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Lý thuyết: } \int \frac{dx}{\cos^2(mx+n)} = \frac{1}{m} \tan(mx+n) + C.$$

$$\text{Nên } \int \frac{1}{\cos^2 2x} dx = \frac{1}{2} \tan 2x + C.$$

$$\text{Suy ra nguyên hàm của hàm số } f(x) = \frac{1}{\cos^2 2x} \text{ là } F(x) = \frac{1}{2} \tan 2x + C.$$

Câu 50: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

- A.** $\int f(x)dx = \sin^2 x + C$. **B.** $\int f(x)dx = \sin 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = -2 \cos x + C$. **D.** $\int f(x)dx = 2 \cos x + C$.

Lời giải**Chọn C**

$$\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C.$$

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 51: (Lương Thế Vinh - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho $F(x) = \frac{x^2 \cdot \ln x}{a} - \frac{x^2}{b}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \ln x$ (a, b là hằng số). Tính $a^2 - b$.

- A. 8. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\int x \ln x dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{x^2}{4} + C.$$

Vậy $a = 2, b = 4 \Rightarrow a^2 - b = 0$.

Câu 52: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$ có giá trị bằng:

- A. $\frac{2 \ln 2}{3}$. B. $-2 \ln 2$. C. $-\frac{2 \ln 2}{3}$. D. $2 \ln 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{(x+1)(x-2)} \right) dx \\ &= \frac{1}{3} \int_0^1 \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| \Big|_0^1 = \frac{1}{3} \left(\ln \frac{1}{2} - \ln 2 \right) = -\frac{2}{3} \ln 2 \end{aligned}$$

Câu 53: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số

$f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ là:

- A. $-\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$. B. $\cot x - x^2 + \frac{\pi^2}{16}$. C. $-\cot x + x^2 - 1$. D. $\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x) dx = \int \left(2x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \int 2x dx + \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = x^2 - \cot x + C.$$

$$\text{Ta có: } F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 - \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) + C = -1 \Leftrightarrow C = -\frac{\pi^2}{16}.$$

Câu 54: (Kim Liên - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn và

$f'(x) = x(x^2 - 1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(1) = f(0) = f(-1)$

B. $f(1) > f(0) > f(-2)$

C. $f(-2) > f(0) > f(1)$

D. $f(-1) \geq f(0) \geq f(1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (x^3 - x) dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + C, (C \in \mathbb{R})$.

$$f(0) = C; f(-1) = C - \frac{1}{4}; f(1) = C - \frac{1}{4}; f(-2) = C + 2.$$

$$\Rightarrow f(-1) = f(1) < f(0) < f(-2).$$

Câu 55: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Biết

$$\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \frac{1}{a} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^b + C, x \neq -1 \text{ với } a, b \in \mathbb{N}^*. \text{ Mệnh đề nào sau đây đúng?}$$

A. $a = 2b$.

B. $b = 2a$.

C. $a = 2018b$.

D. $b = 2018a$.

Lời giải

Chọn A

$$\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \int \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2017} \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{1}{2} \int \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2017} d \left(\frac{x-1}{x+1} \right) = \frac{1}{2 \cdot 2018} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2018} + C.$$

Nên $a = 2 \cdot 2018, b = 2018$. Do đó $a = 2b$.Câu 56: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn

$$f'(x) = xe^x \text{ và } f(0) = 2. \text{ Tính } f(1).$$

A. $f(1) = 3$.

B. $f(1) = e$.

C. $f(1) = 5 - e$.

D. $f(1) = 8 - 2e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f'(x) dx = \int xe^x dx \Rightarrow f(x) = xe^x - e^x + C$.

Có $f(0) = 2 \Rightarrow 2 = 0 \cdot e^0 - e^0 + C \Leftrightarrow C = 3$.

Vậy $f(1) = 1 \cdot e^1 - e^1 + 3 = 3$.

Câu 57: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm

của hàm số $f(x) = 4 \cos^2 x \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}, F(0) = 1$. Khi đó, $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$ bằng

A. $\frac{13}{12}$.

B. $\frac{13}{8}$.

C. $-\frac{15}{8}$.

D. $-\frac{29}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = 4 \cdot \cos^2 x \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} = 2 \cdot \cos^2 x \cdot \sin x$.

Khi đó: $F(x) = \int f(x) dx = \int 2 \cdot \cos^2 x \cdot \sin x dx = -2 \int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{2}{3} \cos^3 x + C$.

Theo bài ra, ta có: $F(0) = 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{5}{3} \Rightarrow F(x) = -\frac{2}{3} \cos^3 x + \frac{5}{3}$.

$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{2}{3} \cos^3 \frac{\pi}{3} + \frac{5}{3} = \frac{19}{12}$.

Câu 58: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2$, tiếp tuyến tại $A(1;1)$ và trục Oy bằng S_1 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2$, tiếp tuyến tại $A(1;1)$ và trục Ox bằng S_2 . Khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 4.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tiếp tuyến $y = f'(1)(x-1)+1 = 2x-1$

Ta có $S_2 = \int_0^1 x^2 dx - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{12}$

$S_2 = S_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 4$.

Câu 59: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Biết $\int_1^e \frac{1+m \ln t}{t} dt = 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m \geq 1$.

B. $-6 < m < -3$.

C. $m < -2$.

D. $-3 \leq m \leq 0$

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = \ln t \Rightarrow du = \frac{dt}{t}$

$t = 1 \Rightarrow u = 0$

$t = e \Rightarrow u = 1$

$\int_1^e \frac{1+m \ln t}{t} dt = \int_0^1 (1+mu) du = 1 + \frac{m}{2}$

$\int_1^e \frac{1+m \ln t}{t} dt = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{m}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 60: (Hocmai.vn - PEN I - Lê Bá Trần Phương - Đề 1 - 2019) Cho

$$\int_0^1 \left(\frac{3}{x+3} - \frac{10}{(x+3)^2} \right) dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6} \quad (a; b \in \mathbb{N}^*), \quad \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản. Mệnh đề nào dưới đây}$$

đúng

- A. $ab = -5$. B. $ab = 12$. C. $ab = 6$. D. $ab = \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\int_0^1 \left(\frac{3}{x+3} - \frac{10}{(x+3)^2} \right) dx = \left(3 \ln |x+3| + \frac{10}{x+3} \right) \Big|_0^1 = 3 \ln \frac{4}{3} - \frac{5}{6} = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6} \quad (a; b \in \mathbb{N}^*).$$

$$\Rightarrow a=3; b=4 \text{ nên } ab=12.$$

Câu 61: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên đoạn

$$[-1;1] \text{ và } \int_{-1}^1 f(x) dx = 4. \text{ Kết quả } I = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx \text{ bằng:}$$

- A. $I = 8$. B. $I = 4$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$, với $x = -1 \Rightarrow t = 1$, $x = 1 \Rightarrow t = -1$ ta có:

$$I = \int_{-1}^1 \frac{f(-t)}{1+e^{-t}} dt = \int_{-1}^1 \frac{e^t f(t)}{1+e^t} dt \Rightarrow 2I = \int_{-1}^1 \frac{(1+e^t) f(t)}{1+e^t} dt = \int_{-1}^1 f(t) dt = 4 \Rightarrow I = 2.$$

Câu 62: (Hàm Rồng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$

$$\text{. Tính } I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$$

- A. 13. B. 27. C. -11. D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} I &= \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx - \int_{-2}^5 4g(x) dx - \int_{-2}^5 dx = \int_{-2}^5 f(x) dx - 4 \int_{-2}^5 g(x) dx - \int_{-2}^5 dx \\ &= \int_{-2}^5 f(x) dx + 4 \int_5^{-2} g(x) dx - \int_{-2}^5 dx = 8 + 4.3 - x \Big|_{-2}^5 = 8 + 4.3 - 7 = 13. \end{aligned}$$

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG THẤP

- Câu 63:** (Hàm Rỗng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 4$ (C). Biết đồ thị hàm số (C) cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 20a^2 + 20b^2 + 5c^2$
- A. 32. B. 64. C. 16. D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$y = f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 4 \quad (C)$$

Gọi hoành độ giao điểm là α , $\alpha \neq 0$

$$\text{Suy ra } \alpha^4 + a\alpha^3 + b\alpha^2 + c\alpha + 4 = 0 \Leftrightarrow a\alpha + b + \frac{c}{\alpha} = -\left(\frac{4}{\alpha^2} + \alpha^2\right)$$

$$\Rightarrow (20a^2 + 20b^2 + 5c^2) \left(\frac{\alpha^2}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{5\alpha^2} \right) \geq \left(a\alpha + b + \frac{c}{\alpha} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow 20a^2 + 20b^2 + 5c^2 \geq \frac{20 \left(\frac{4}{\alpha^2} + \alpha^2 \right)^2}{\left(\alpha^2 + 1 + \frac{4}{\alpha^2} \right)} = f(\alpha)$$

$$\text{Đặt } t = \frac{4}{\alpha^2} + \alpha^2 \Rightarrow f(t) = \frac{20t^2}{t+1}, t \geq 4.$$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{20(t^2 + 2t)}{(t+1)^2} > 0, \forall t \geq 4 \quad \min_{[4; +\infty)} f(t) = f(4) = 64.$$

$$\text{Vậy } T \geq 64 \text{ và dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} \alpha = \pm \sqrt[4]{4} \\ c = 4a \\ b = \frac{a}{\sqrt[4]{4}} \end{cases}$$

- Câu 64:** (Hàm Rỗng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng
- A. $I = 4$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Tính } I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

Đổi cận

x	1	4
t	1	2

$$\Rightarrow I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \int_1^2 f(x) dx = 2 \cdot 2 = 4.$$

Câu 65: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v = -4t + 20 \text{ m/s}$, trong đó t khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh cho đến lúc dừng hẳn, ô tô còn chuyển động được bao nhiêu mét?

- A. 100 mét. B. 50 mét. C. 5 mét. D. 150 mét.

Lời giải

Chọn B

Lúc dừng hẳn, vận tốc ô tô bằng 0 nên $-4t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 5$. Do đó thời gian từ lúc đạp phanh cho đến lúc dừng hẳn là 5s.

Quãng đường ô tô đi được trong thời gian này là $s = \int_0^5 -4t + 20 dt = 50 \text{ m}$.

Câu 66: [2H3--3--2] (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng P đi qua điểm $G(1;2;3)$ và cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $x + 2y + 3z - 14 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$ C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{9} = 1$

Lời giải

Chọn B

Giả sử $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$, $a, b, c \neq 0$.

Khi đó phương trình của P là có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \frac{a}{3} = 1 \\ \frac{b}{3} = 2 \\ \frac{c}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$$

Vậy $P : \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$.

Câu 67: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a \in (-6; -5]$. **B.** $a \in (2; 3]$. **C.** $a \in (6; 7]$. **D.** $a \in (8; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Xét bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ (1)

Đặt $t = x^2 - x + 1$, $t \geq \frac{3}{4}$. Bất phương trình (1) có dạng: $t + 1 + a \ln t \geq 0$ (2).

(1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$ (2) nghiệm đúng với mọi $t \geq \frac{3}{4}$.

Xét $f(t) = t + 1 + a \ln t$ trên $\left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

$$f'(t) = 1 + a \cdot \frac{1}{t} = \frac{t + a}{t}.$$

+) Nếu $-a \leq \frac{3}{4} \Leftrightarrow a \geq -\frac{3}{4}$ thì ta có bảng biến thiên:

x	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	$f\left(\frac{3}{4}\right)$	

(2) nghiệm đúng với mọi $t \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow \min_{\left[\frac{3}{4}; +\infty\right)} f(t) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4} + 1 + a \ln \frac{3}{4} \geq 0 \Leftrightarrow a \leq -\frac{7}{4} \cdot \frac{1}{\ln \frac{3}{4}}$

Kết hợp điều kiện $a \geq -\frac{3}{4}$ được: $-\frac{3}{4} \leq a \leq \frac{7}{4} \cdot \log_{\frac{4}{3}} e \approx 6,083$

+) Nếu $-a > \frac{3}{4} \Leftrightarrow a < -\frac{3}{4}$ thì ta có bảng biến thiên:

x	$\frac{3}{4}$	$-a$	$+\infty$
$f'(t)$		$-$ 0 $+$	
$f(t)$	$f\left(\frac{3}{4}\right)$	$f(-a)$	

Nhưng do đề hỏi số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên ta không cần xét trường hợp này.

Dó đó số thực lớn nhất để bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thuộc $(6; 7]$.

Câu 68: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Cho các mệnh đề

$$1) \int_0^2 |x^2 - x| dx = \left| \int_0^2 x^2 - x dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2 \right| = \left| \frac{8}{3} - 2 \right| = \frac{2}{3}.$$

$$2) \int_0^3 \sqrt[3]{3x-1} dx = \int_0^3 (3x-1)^{\frac{1}{3}} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} (3x-1)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^3 = \frac{15}{4}.$$

$$3) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx = \int_0^1 \frac{x(\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+1})}{x} dx = \int_0^1 (\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+1}) dx$$

$$= \int_0^1 \left[3x+1^{\frac{1}{2}} - 2x+1^{\frac{1}{2}} \right] dx = \left[\frac{2}{9} (3x+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} (2x+1)^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 = \frac{17-9\sqrt{3}}{9}$$

Số mệnh đề đúng là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề 1 sai vì $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$. Do đó $\int_0^2 |x^2 - x| dx = \left| \int_0^1 x^2 - x dx \right| + \left| \int_1^2 x^2 - x dx \right|$

Mệnh đề 2 sai vì $(3x-1)^{\frac{4}{3}}$ không xác định tại $x=0$.

Mệnh đề 3 sai vì $\frac{x(\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+1})}{x}$ không xác định tại $x=0$.

Câu 69: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Với C là hằng số, nguyên hàm $F(x)$ của hàm số

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x-1} \text{ là}$$

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$

B. $F(x) = x + \frac{1}{x-1} + C.$

C. $F(x) = x^2 + \ln|x-1| + C.$

D. $F(x) = 1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x-1} = x + \frac{1}{x-1}$. Do đó

$$F(x) = \int f(x)dx = \int \left(x + \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$$

Câu 70: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = 2\ln 2 - 1.$

B. $S = \ln 2 + 1.$

C. $S = \ln 2 - 1.$

D. $S = 2\ln 2 + 1.$

Lời giải

Chọn A

$(H): y = \frac{x-1}{x+1}$, (H) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại $A(1;0), B(0;-1)$

Gọi (K) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x-1}{x+1}, y=0, x=0$

Suy ra $S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \left| \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x+1} \right) dx \right|$ (do $\frac{x-1}{x+1}$ không đổi dấu với $x \in (0;1)$)

$$= \left| \left[x - 2\ln|x+1| \right]_0^1 \right| = 2\ln 2 - 1.$$

Vậy $S = 2\ln 2 - 1.$

Câu 71: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Đặt $I = \int_1^2 (2mx+1)dx$, m là tham số thực. Tìm m để

$I = 4.$

A. $m = 2.$

B. $m = -2.$

C. $m = 1.$

D. $m = -1.$

Lời giải

Chọn C

$$I = \int_1^2 (2mx+1)dx = \left(mx^2 + x \right) \Big|_1^2 = 4m + 2 - m - 1 = 3m + 1.$$

$I = 4 \Leftrightarrow m = 1.$

Câu 72: (Gia Bình - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Có bao nhiêu số thực a để $\int_0^1 \frac{x}{a+x^2} dx = 1$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện tích phân tồn tại là $a + x^2 \neq 0, \forall x \in [0;1] \Rightarrow \begin{cases} a < -1 \\ a > 0 \end{cases}$.

Đặt $t = a + x^2 \Rightarrow dt = 2x dx$. Khi đó $\int_0^1 \frac{x}{a+x^2} dx = \frac{1}{2} \int_a^{1+a} \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+a}{a} \right|$.

Suy ra $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{a+1}{a} \right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1+a = e^2 a \\ 1+a = -e^2 a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{e^2-1} \\ a = \frac{-1}{1+e^2} \end{cases}$.

So sánh với điều kiện ta được $a = \frac{1}{e^2-1}$.

Câu 73: (Gia Bình - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có

$\int_0^1 f(x) dx = 2; \int_0^3 f(x) dx = 6$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$.

A. $I = 8$.B. $I = 16$.C. $I = \frac{3}{2}$.D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Theo định nghĩa giá trị tuyệt đối, ta có:

Ta có: $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx = I_1 + I_2$

Xét $I_1 = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) dx$. Đặt $1-2x = t, \Rightarrow -2dx = dt$. Ta có

$I_1 = -\frac{1}{2} \int_3^0 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^3 f(x) dx = 3$.

Xét $I_2 = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx$. Đặt $2x-1 = u \Rightarrow 2dx = du$. Ta có $I_2 = \frac{1}{2} \int_0^1 f(u) du = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = 1$.

Vậy $I = I_1 + I_2 = 4$.

Cách 2: Chọn hàm $f(x) = ax + b$ thoả mãn $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_0^3 f(x) dx = 6$, tức là ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + b = 2 \\ \frac{9a}{2} + 3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Hay } f(x) = 2. \text{ Khi đó, } I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^1 2 dx = 4.$$

Câu 74: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Biết $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}-1} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = \frac{5}{2}$.

B. $P = \frac{7}{2}$.

C. $P = -\frac{5}{2}$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}-1} &= \int_1^2 \frac{x^3 \sqrt{x^2+1} + 1 dx}{x^2} = \int_1^2 x \sqrt{x^2+1} + 1 dx = \int_1^2 x \sqrt{x^2+1} dx + \int_1^2 x dx \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^2+1}^3 \Big|_1^2 + \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{5}{3} \cdot \sqrt{5} - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2} + \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Vậy suy ra $a = \frac{5}{3}$, $b = -\frac{2}{3}$ và $c = \frac{3}{2}$. Vậy $P = a + b + c = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$.

Câu 75: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 3x^2 e^{x^3}$

B. $f(x) = x^3 e^{x^3-1}$

C. $f(x) = e^{x^3}$

D. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$

Lời giải

Chọn A

Vì $F'(x) = (e^{x^3})' = 3x^2 e^{x^3} = f(x)$

Câu 76: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 - \cos x + C$.

B. $x^3 + \sin x + C$.

C. $x^3 - \sin x + C$.

D. $x^3 + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C$.

Câu 77: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Tìm nguyên hàm $I = \int x \cos x dx$.

A. $I = x \sin x + \cos x + C$.

B. $I = x^2 \sin \frac{x}{2} + C$.

C. $I = x^2 \cos \frac{x}{2} + C.$ **D.** $I = x \sin x - \cos x + C.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$I = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C.$$

Câu 78: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C.$ **D.** $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int x^2 e^{x^3+1} dx = \frac{1}{3} \int e^{x^3+1} d(x^3+1) = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$$

Câu 79: (Chuyên Tiền Giang - HK1 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(x) = x + \sin x$ và $f(0) = 1$. Tìm $f(x)$.

A. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x.$ **B.** $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}.$

C. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2.$

D. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2.$

Lời giải

Chọn D

$$\int f'(x) dx = \int (x + \sin x) dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$$

$$\Rightarrow f(x) \text{ có dạng: } f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$$

$$\text{Mà } f(0) = 1 \Rightarrow C = 2. \text{ Vậy } f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2.$$

Câu 80: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = 2$.

A. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1.$ **B.** $F(x) = e^x - x + 1.$ **C.** $F(x) = e^x - x - 1.$ **D.** $F(x) = \ln x - x - 1.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int (e^x - 1) dx = e^x - x + C$. Do đó $F(x) = e^x - x + C$.

Mà $F(0) = 2$ nên ta có $e^0 - 0 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1$.

Vậy $F(x) = e^x - x + 1$.

Câu 81: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} \ln x$, trục Ox , $x = 1$, $x = e$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

- A. $\frac{\pi(e-1)}{3}$. B. $\frac{\pi(e^2+1)}{4}$. C. $\frac{\pi(e+1)}{3}$. D. $\frac{\pi(e^2-1)}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_1^e x \ln^2 x dx.$$

$$\text{Đặt } I = \int_1^e x \ln^2 x dx.$$

$$\text{Với } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = x dx \end{cases} \text{ khi đó } \begin{cases} du = \frac{2 \ln x}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$I = \frac{x^2 \ln^2 x}{2} \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2}{2} - A.$$

$$\text{Với } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \text{ khi đó } \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases} : A = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2 + 1}{4}.$$

$$\Rightarrow I = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2 + 1}{4} = \frac{e^2 - 1}{4}. \text{ Vậy } V = \pi \frac{e^2 - 1}{4}.$$

Câu 82: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ (m/s), trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 38m. B. 37,2m. C. 37,5m. D. 37m.

Lời giải

Chọn C

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Rightarrow t = 5$.

Khi đó quãng đường xe đi được tính từ lúc bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là:

$$S = \int_0^5 (-3t + 15) dt = \left(-\frac{3t^2}{2} + 15t \right) \Big|_0^5 = 37,5 \text{ m}$$

Câu 83: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \ln x$.

- A. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.
 C. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = \int (3x^2 + 1) \ln x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (3x^2 + 1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = (x^3 + x) \ln x - \int (x^3 + x) \frac{1}{x} dx = x(x^2 + 1) \ln x - \int (x^2 + 1) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C.$$

Câu 84: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$. D. $\int f(x) dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \frac{2x^4 + 3}{x^2} dx = \int \left(2x^2 + \frac{3}{x^2} \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$$

Câu 85: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$.

Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

- A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \int_1^2 x dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1$$

Câu 86: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Trong các mệnh đề sau

(I). $\int f^2(x) dx = \left(\int f(x) dx \right)^2$ (II). $\int f'(x) dx = f(x) + C$

(III). $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi $k \in \mathbb{R}$ (IV). $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$

Số mệnh đề đúng là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề (I): Cho $f(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$,

$$VT(I) = \int 1 \cdot dx = x + C, VP(I) = \left(\int 1 \cdot dx \right)^2 = (x + C)^2 = x^2 + 2x + C^2$$

$\Rightarrow VT(I) \neq VP(I)$, mệnh đề (I) sai.

Mệnh đề (II) đúng theo tính chất nguyên hàm.

Mệnh đề (III) sai khi $k = 0$.

Mệnh đề (IV) đúng. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

$$VT(IV) = (F(x) + C)' = F'(x) + C' = f(x) = VP(IV)$$

Câu 87: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Tìm hàm số $F(x)$ biết

$$F(x) = \int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx \text{ và } F(0) = 1.$$

A. $F(x) = \ln(x^4 + 1) + 1$. **B.** $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + \frac{3}{4}$.

C. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + 1$.

D. $F(x) = 4 \ln(x^4 + 1) + 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } F(x) = \frac{1}{4} \int \frac{1}{x^4 + 1} d(x^4 + 1) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + C.$$

$$\text{Do } F(0) = 1 \text{ nên } \frac{1}{4} \ln(0 + 1) + C = 1 \Leftrightarrow C = 1.$$

Vậy: $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + 1$.

Câu 88: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int_{-1}^1 |x|^3 dx = \left| \int_{-1}^1 x^3 dx \right|$. **B.** $\int_{-1}^{2018} |x^4 - x^2 + 1| dx = \int_{-1}^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$.

C. $\int_{-2}^3 |e^x(x+1)| dx = \int_{-2}^3 e^x(x+1) dx$. **D.** $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^4 - x^2 + 1 = x^4 - 2x^2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó: $\int_{-1}^{2018} |x^4 - x^2 + 1| dx = \int_{-1}^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$.

(Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho $\int_1^2 e^{3x-1} dx = m(e^p - e^q)$

với $m, p, q \in \mathbb{Q}$ và là các phân số tối giản. Giá trị $m + p + q$ bằng

A. 10. **B.** 6. **C.** $\frac{22}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^2 e^{3x-1} dx = \int_1^2 e^{3x-1} d(3x-1) = \frac{1}{3} \cdot e^{3x-1} \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (e^5 - e^2)$. Suy ra $m = \frac{1}{3}$, $p = 5$ và $q = 2$.

Vậy $m + p + q = \frac{1}{3} + 5 + 2 = \frac{22}{3}$.

Câu 89: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Biết tích phân

$I = \int_1^e x \ln x dx = \frac{ae^2 + b}{4}$ ($a, b \in \mathbb{N}$). Tính $a + b$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$I = \int_1^e x \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} \ln x = u \\ x dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{x} = du \\ \frac{x^2}{2} = v \end{cases}$

$$I = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x}{2} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4} \Rightarrow a = b = 1 \Rightarrow a + b = 2.$$

Câu 90: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $F(e) - F(1)$

A. $I = \frac{1}{e}$.

B. $I = \frac{1}{2}$.

C. $I = e$.

D. $I = 1$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

$$\text{Ta có: } F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x d(\ln x) = \frac{1}{2} \ln^2(x) + C.$$

$$\text{Vì } F(e) = \frac{1}{2} + C, F(1) = C \text{ nên } F(e) - F(1) = \frac{1}{2}.$$

Cách 2:

$$F(e) - F(1) = \int_1^e f(x) dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x d(\ln x) = \frac{1}{2} \ln^2 x \Big|_1^e = \frac{1}{2}.$$

Câu 91: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Một tàu lửa đang chạy với vận tốc 200(m/s) thì người lái tàu đạp phanh; từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 200 - 20t$ (m/s). Trong đó t khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, tàu còn di chuyển được quãng đường là

A. 1000(m).

B. 500(m).

C. 1500(m).

D. 2000(m).

Lời giải

Chọn A

$$\text{Lúc tàu dừng hẳn thì: } v(t) = 0 \Leftrightarrow 200 - 20t = 0 \Leftrightarrow t = 10(\text{s}).$$

Quãng đường tàu di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn:

$$S = \int_0^{10} v(t) dt = (200t - 10t^2) \Big|_0^{10} = 1000.$$

Vậy quãng đường cần tìm là 1000(m).

Câu 92: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$; $x = 2$ bằng.

A. $\frac{7}{3}$.

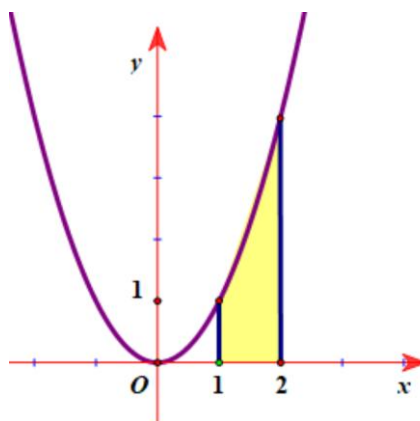
B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn A



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$; $x = 2$ bằng:

$$S = \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}.$$

Câu 93: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Cho hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \sin x$. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm $f(x)$?

A. $y = -\frac{4}{3} \cos^3 x + \frac{4}{5} \cos^5 x + C.$

B. $y = -\frac{4}{3} \cos^3 x - \frac{4}{5} \sin^5 x + C.$

C. $y = -\frac{4}{3} \sin^3 x + \frac{4}{5} \sin^5 x + C.$

D. $y = \frac{4}{3} \sin^3 x - \frac{4}{5} \cos^5 x + C.$

Lời giải

Chọn A

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \sin^2 2x \cdot \sin x dx = \int 4(1 - \cos^2 x) \cos^2 x \cdot \sin x dx$$

$$= \int -(4 \cos^2 x - 4 \cos^4 x) d(\cos x) = -\frac{4}{3} \cos^3 x + \frac{4}{5} \cos^5 x + C.$$

Câu 94: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Hàm số $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - \cos x}.$

B. $f(x) = \frac{x^2 (\sin x + \cos x)}{\sin x - \cos x}.$

C. $f(x) = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2 (\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}.$

D. $f(x) = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2}{\sin x - \cos x}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x).$

$$\Rightarrow F'(x) = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + x^2 \cdot \frac{\cos x + \sin x}{(\sin x - \cos x)}.$$

Câu 95: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$\int_0^6 f(x) dx = 7, \int_3^{10} f(x) dx = 8, \int_3^6 f(x) dx = 9. \text{ Giá trị của } \int_0^{10} f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. 7. B. 5. C. 8. D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có, } 7 = \int_0^6 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx \Leftrightarrow 7 = \int_0^3 f(x) dx + 9 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = -2.$$

$$\int_0^{10} f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^{10} f(x) dx = -2 + 8 = 6.$$

Câu 96: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Tích phân $I = \int_0^{\pi^2} (\sin \sqrt{x} - \cos \sqrt{x}) dx = A + B\pi$.

Tính $A+B$, $A, B \in \mathbb{Z}$.

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt.$$

$$\text{Đổi cận } x=0 \Rightarrow t=0; x=\pi^2 \Rightarrow t=\pi.$$

$$\text{Khi đó } I = 2 \int_0^{\pi} t (\sin t - \cos t) dt = 2\sqrt{2} \int_0^{\pi} t \sin \left(t - \frac{\pi}{4} \right) dt = -2\sqrt{2} \int_0^{\pi} t d \cos \left(t - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= -2\sqrt{2} \left[\left(t \cos \left(t - \frac{\pi}{4} \right) \right) \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \cos \left(t - \frac{\pi}{4} \right) dt \right]$$

$$= -2\sqrt{2} \left[\left(t \cos \left(t - \frac{\pi}{4} \right) \right) \Big|_0^{\pi} - \left(\sin \left(t - \frac{\pi}{4} \right) \right) \Big|_0^{\pi} \right] = -2\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \pi - \sqrt{2} \right) = 4 + 2\pi = A + B\pi.$$

Vậy $A+B=6$.

Câu 97: (Chuyên Bắc Giang - Tháng 11- 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để tích

$$\text{phân } \int_1^{a+1} \frac{1}{x(x-5)(x-4)} dx \text{ tồn tại được}$$

- A. $a < 3$. B. $a < -1$. C. $\begin{cases} a \neq 4 \\ a \neq 5 \end{cases}$. D. $-1 < a < 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có, $\int_m^n f(x) dx$ tồn tại khi $y = f(x)$ liên tục trên $[m; n]$.

$$\text{Nên } \int_1^{a+1} \frac{1}{x(x-5)(x-4)} dx \text{ tồn tại khi } \begin{cases} 1+a < 4 \\ 1+a < 5 \Leftrightarrow -1 < a < 3. \\ 0 < 1+a \end{cases}$$

Câu 98: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3a$ và $\int_0^1 g(x) dx = 4a$

, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng?

A. $-3a$.

B. $5a$.

C. $11a$.

D. $-5a$.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = 3a - 2 \cdot 4a = -5a.$$

Câu 99: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} \ln x$, trục Ox , $x=1$, $x=e$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

A. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$.

B. $\frac{\pi(e-1)}{3}$.

C. $\frac{\pi(e+1)}{3}$.

D. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{Ox} = \pi \int_1^e x \ln^2 x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{x} \ln x dx \\ v = \frac{1}{2} x^2 \end{cases}. \text{ Suy ra } V_{Ox} = \pi \left(\left(\frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \right) \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x dx \right).$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{1}{2} x^2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } V_{Ox} = \pi \left(\left(\frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \right) \Big|_1^e - \left(\frac{1}{2} x^2 \ln x \right) \Big|_1^e + \frac{1}{2} \int_1^e x dx \right)$$

$$= \pi \left(\left(\frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \right) \Big|_1^e - \left(\frac{1}{2} x^2 \ln x \right) \Big|_1^e + \left(\frac{1}{4} x^2 \right) \Big|_1^e \right) = \pi \left(\frac{e^2 - 1}{4} \right).$$

Câu 100: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = 2$.

A. $F(x) = \ln x - x - 1$. **B.** $F(x) = e^x - x - 1$. **C.** $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$. **D.** $F(x) = e^x - x + 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x - 1) dx = e^x - x + C.$$

$$\text{Theo bài: } F(0) = 2 \Leftrightarrow e^0 - 0 + C = 2 \Leftrightarrow 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = e^x - x + 1.$$

Câu 101: (Chuyên Đông Bằng Sông Hồng - Cụm 8 trường - Lần 1 - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Biết $F(1) = 2$. Giá trị của $F(2)$ là

A. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$. **B.** $F(2) = \ln 3 + 2$. **C.** $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$. **D.** $F(2) = 2 \ln 3 - 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} \ln |2x-1| + C.$$

$$\text{Do } F(1) = 2 \text{ nên } C = 2, \text{ suy ra } F(x) = \frac{1}{2} \ln |2x-1| + 2 \Rightarrow F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2.$$

Câu 102: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{-3}{2}$. Khi đó phương trình $F(x) = 2x + 1$ có số nghiệm thực là:?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int (4x^3 - 3x + 2) dx = x^4 - \frac{3}{2} x^2 + 2x + c$$

$$\text{Vì } F(-1) = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow c - \frac{3}{2} - 1 = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow c = 1$$

$$\text{Vậy } F(x) = x^4 - \frac{3}{2} x^2 + 2x + 1$$

Khi đó phương trình

$$F(x) = 2x + 1 \Leftrightarrow x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^4 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

có ba nghiệm thực.

Câu 103: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 3\cos x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln|1 + 3\cos x| + C.$

B. $\int f(x) dx = \ln|1 + 3\cos x| + C.$

C. $\int f(x) dx = 3\ln|1 + 3\cos x| + C.$

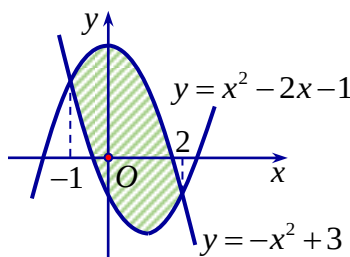
D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \ln|1 + 3\cos x| + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \frac{\sin x}{1 + 3\cos x} dx = -\frac{1}{3} \int \frac{1}{1 + 3\cos x} d(1 + 3\cos x) = -\frac{1}{3} \ln|1 + 3\cos x| + C.$

Câu 104: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$ **B.** $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$

C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$ **D.** $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\forall x \in [-1; 2]: -x^2 + 3 \geq x^2 - 2x - 1$ nên

$$S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Câu 105: (Báo TH&TT - Số 1 - 2019) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = \frac{\ln x}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx.$ **B.** $S = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx.$ **C.** $S = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2} \right)^2 dx.$ **D.** $S = \pi \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2} \right)^2 dx$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi miền D gồm các đường $y = \frac{\ln x}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$ là:

$$S = \int_1^e \left| \frac{\ln x}{x^2} \right| dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx \text{ vì } \frac{\ln x}{x^2} > 0, \forall x \in (1; e).$$

Câu 106: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2(u^2 - 4) du$. **B.** $\int (u^2 - 4) du$. **C.** $\int (u^2 - 3) du$. **D.** $\int 2u(u^2 - 4) du$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = u^2 - 1 \Rightarrow dx = 2u du$.

Khi đó $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$ trở thành $\int \frac{u^2-4}{u} \cdot 2u du = \int 2(u^2-4) du$.

Câu 107: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = -\cos x$ và $f(0) = 2019$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = -\sin x + 2019$. **B.** $f(x) = 2019 + \cos x$.
C. $f(x) = \sin x + 2019$. **D.** $f(x) = 2019 - \cos x$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = -\cos x \Rightarrow \int f'(x) dx = \int (-\cos x) dx = -\sin x + C.$$

$$f(0) = 2019 \Leftrightarrow -\sin 0 + C = 2019 \Leftrightarrow C = 2019. \text{ Vậy } f(x) = -\sin x + 2019.$$

Câu 108: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

A. 3π . **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$V = \pi \int_1^2 x dx = \frac{\pi x^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{3\pi}{2}.$$

Câu 109: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Biết rằng $\int_2^3 x \ln x \, dx = m \ln 3 + n \ln 2 + p$ trong đó

$m, n, p \in \mathbb{Q}$. Tính $m + n + 2p$

A. $\frac{5}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. 0.

D. $-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \int_2^3 x \ln x \, dx = \left. \frac{x^2}{2} \ln x \right|_2^3 - \frac{1}{2} \int_2^3 x \, dx = \left. \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} \right|_2^3 = \frac{9}{2} \ln 3 - 2 \ln 2 - \frac{5}{4}.$$

Suy ra $m + n + 2p = 0$.

Câu 110: (Yên Định 2 - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Biết $\int f(x) \, dx = 2x \ln(3x-1) + C$, với $x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f(3x) \, dx = 6x \ln(9x-1) + C$.

B. $\int f(3x) \, dx = 6x \ln(3x-1) + C$.

C. $\int f(3x) \, dx = 2x \ln(9x-1) + C$.

D. $\int f(3x) \, dx = 3x \ln(9x-1) + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Đặt } t = 3x, \, dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3} \text{ khi đó } \int f(3x) \, dx &= \int f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int f(t) \, dt = \frac{2}{3} t \ln(3t-1) + C \\ &= \frac{2}{3} \cdot 3x \ln(9x-1) + C = 2x \ln(9x-1) + C. \end{aligned}$$

Câu 111: (Yên Định 2 - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(1) = 12, \int_1^4 f'(x) \, dx = 17$. Tính giá trị của $f(4)$.

A. $f(4) = 9$.

B. $f(4) = 19$.

C. $f(4) = 29$.

D. $f(4) = 5$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_1^4 f'(x) \, dx = 17 \Leftrightarrow f(x) \Big|_1^4 = 17 \Leftrightarrow f(4) - f(1) = 17 \Leftrightarrow f(4) = 17 + f(1) = 29.$$

Câu 112: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x, y = 0, x = -10, x = 10$.

A. $S = \frac{2000}{3}$.

B. $S = 2000$.

C. $S = \frac{2008}{3}$.

D. $S = 2008$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_{-10}^{10} |x^2 - 2x| dx = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx + \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx = \frac{2008}{3}.$$

Câu 113: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{1}{2x+1}; \text{ biết } F(0) = 2. \text{ Tính } F(1).$$

A. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$.

B. $F(1) = 2 \ln 3 - 2$.

C. $F(1) = \ln 3 + 2$.

D. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$.

Lời giải

Chọn A

$$F(x) = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+1| + C.$$

$$F(0) = 2 \Leftrightarrow C = 2.$$

$$\text{Khi đó, } F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2.$$

Câu 114: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Tính tích phân $I = \int_1^2 xe^x dx$

A. $I = -e^2$.

B. $I = 3e^2 - 2e$.

C. $I = e$.

D. $I = e^2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^2 xe^x dx = xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx = 2e^2 - e - e^x \Big|_1^2 = 2e^2 - e - e^2 - e = e^2.$$

Câu 115: (Sở GD Thái Bình - HK1 - 2019) Tính nguyên hàm $\int \frac{dx}{x^2 - x}$ được kết quả là:

A. $\ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$.

B. $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$.

C. $\ln |x^2 - x| + C$.

D. $\ln \frac{x-1}{x} + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int \frac{dx}{x^2 - x} = \int \frac{x - (x-1)}{x(x-1)} dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) dx = \ln |x-1| - \ln |x| + C = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C.$$

Câu 116: (Sở GD Thái Bình - HK1 - 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2^x$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$. Ta có $F(x)$ bằng:

- A.** $x^2 + \frac{2^x - 1}{\ln 2}$. **B.** $x^2 + \frac{1 - 2^x}{\ln 2}$. **C.** $x^2 + (2^x - 1)\ln 2$. **D.** $x^2 + 2^x - 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } F(x) = \int (2x + 2^x) dx = x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$$

$$\text{Theo giả thiết } F(0) = \frac{1}{\ln 2} + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{\ln 2}$$

$$\text{Do đó nguyên hàm cần tìm là: } x^2 + \frac{2^x - 1}{\ln 2}.$$

Câu 117: (Sở GD Bắc Giang - KSGV - 2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox

- A.** 11. **B.** $\frac{34}{3}$. **C.** $\frac{31}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox .

$$\text{Xét phương trình } 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } S = \int_0^4 |4x - x^2| dx = \left| \int_0^4 (4x - x^2) dx \right| = \left| \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 \right| = \frac{32}{3}.$$

Câu 118: (Sở GD Bắc Giang - KSGV - 2019) Cho tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$, với $a, b \in \mathbb{Z}$.

Tổng $a + b$ bằng

- A.** 1. **B.** -3. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Đặt

$$\begin{cases} u = x - 2 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 (x-2)e^x dx = (x-2)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = -e + 2 - e^x \Big|_0^1 = 3 - 2e = a + be$$

$$\text{với } a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = 3, b = -2 \Rightarrow a + b = 1$$

Câu 119: (Sở GD Bắc Ninh - HK1 - 2019) Với C là hằng số, nguyên hàm $F(x)$ của hàm số

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \text{ là}$$

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$

B. $F(x) = x + \frac{1}{x-1} + C.$

C. $F(x) = x^2 + \ln|x-1| + C.$

D. $F(x) = 1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \frac{1}{x - 1}$. Do đó

$$F(x) = \int f(x)dx = \int \left(x + \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$$

Câu 120: (Sở GD Bắc Ninh - HK1 - 2019) Đặt $I = \int_1^2 (2mx + 1)dx$, m là tham số thực. Tìm m để

$I = 4.$

A. $m = 2.$

B. $m = -2.$

C. $m = 1.$

D. $m = -1.$

Lời giải

Chọn C

$$I = \int_1^2 (2mx + 1)dx = \left(mx^2 + x \right) \Big|_1^2 = 4m + 2 - m - 1 = 3m + 1.$$

$I = 4 \Leftrightarrow m = 1.$

Câu 121: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Biết $\int_0^1 (2x + 3)e^x dx = ae + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính giá

trị của biểu thức $T = \log_3(a^5|b|) + 2^{-\frac{a}{b}}$.

A. $T = 13.$

B. $T = -\frac{1}{2}.$

C. $T = \frac{11}{2}.$

D. $T = 8.$

Lời giải

Chọn A

Tính $I = \int_0^1 (2x + 3)e^x dx$. Đặt $\begin{cases} 2x + 3 = u \\ e^x dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2dx = du \\ e^x = v \end{cases}$.

$$I = \int_0^1 (2x + 3)e^x dx = (2x + 3)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx = (5e - 3) - 2e^x \Big|_0^1 = 3e - 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Khi đó $T = \log_3(a^5|b|) + 2^{-\frac{a}{b}} = \log_3(3^5|-1|) + 2^{\frac{3}{1}} = 5 + 8 = 13.$

Câu 122: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Cho tích phân sau $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \sin 2x dx$. Tìm đẳng thức đúng.

A. $I = -(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

B. $I = -(x-1) \cos 2x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

C. $I = \frac{(1-x) \cos 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

D. $I = \frac{1}{2} (1-x) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

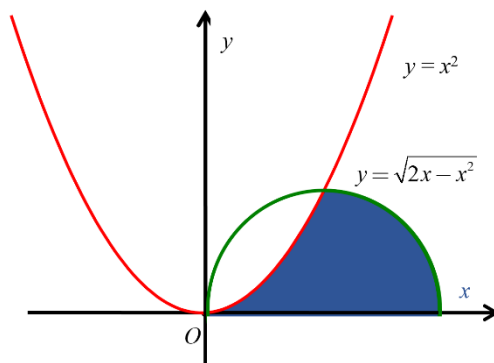
Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = x-1 \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$.

Suy ra $I = -(x-1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos 2x dx = \frac{(1-x) \cos 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

Câu 123: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, cung tròn $y = \sqrt{2x - x^2}$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Tính diện tích S của (H) .

A. $S = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$.

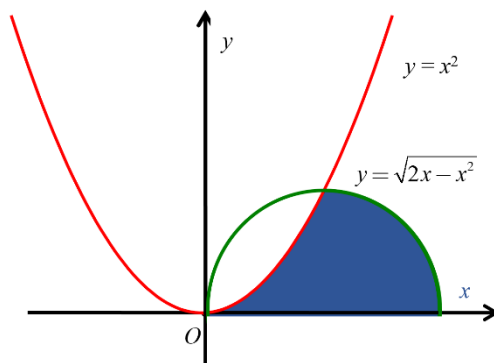
B. $S = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}$.

C. $S = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}$.

D. $S = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$$y = \sqrt{2x - x^2} \Rightarrow y^2 = 2x - x^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1.$$

Ta có $(x-1)^2 + y^2 = 1$ là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1;0)$ và bán kính $R=1$.

Diện tích đường tròn (C) là: $S_{(C)} = \pi.R^2 = \pi \Rightarrow$ Diện tích của nửa đường tròn (C) là:

$$S_1 = \frac{\pi}{2}.$$

$$* \int_0^1 \sqrt{2x - x^2} . dx = \int_0^1 \sqrt{1 - (x-1)^2} . dx$$

$$\text{Đặt } x-1 = \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

Suy ra: $dx = \cos t . dt$.

$$x=0 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; x=1 \Rightarrow t = 0.$$

$$\text{Khi đó: } \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sqrt{1 - \sin^2 t} . \cos t . dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 t . dt = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (1 + \cos 2t) . dt = \frac{1}{2} (t - 2 \cdot \sin 2t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 = \frac{\pi}{4}.$$

$$S_2 = \int_0^1 (\sqrt{2x - x^2} - x^2) . dx = \int_0^1 \sqrt{2x - x^2} . dx + \int_0^1 x^2 . dx = \frac{\pi}{4} + \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}.$$

$$\text{Diện tích của hình (H) cần tìm là: } S_{(H)} = S_1 - S_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}.$$

Câu 124: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = (2x+1) \ln x \text{ là}$$

A. $(x^2 + x) \ln x - x^2 - x$. **B.** $(x^2 + x) \ln x - \frac{x^2}{2} - x$.

C. $(x^2 + x) \ln x - x^2 - x + C$.

D. $(x^2 + x) \ln x - \frac{x^2}{2} - x + C$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (2x+1)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x}dx \\ v = x^2 + x \end{cases}$$

$$\int (2x+1) \ln x dx = (x^2 + x) \ln x - \int (x^2 + x) \frac{1}{x} dx = (x^2 + x) \ln x - \int (x+1) dx = (x^2 + x) \ln x - \frac{x^2}{2} - x + C.$$

Cách 2: (Cho học sinh mới học định nghĩa nguyên hàm)

Tính đạo hàm các hàm số ở đáp án, thấy **chọn D**

Câu 125: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Họ nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = e^{2x+1} + \frac{1}{x} \text{ là:}$$

- A.** $\frac{1}{2}e^{2x+1} + \ln x + C.$ **B.** $\frac{1}{2}e^{2x+1} + \ln|x|.$
C. $2e^{2x+1} + \ln|x| + C.$ **D.** $\frac{1}{2}e^{2x+1} + \ln|x| + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\int \left(e^{2x+1} + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} + \ln|x| + C.$$

Câu 126: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên

$$\mathbb{R} \text{ có } \int_0^1 2f(x)dx = 2 \text{ và } \int_0^2 f(x+1)dx = 4. \text{ Tính } I = \int_0^3 f(x)dx \text{ ?}$$

- A.** $I = 5.$ **B.** $I = 4.$ **C.** $I = 6.$ **D.** $I = 7.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^1 2f(x)dx = 2 \text{ hay } 2 \int_0^1 f(x)dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 1.$$

$$\text{Với } \int_0^2 f(x+1)dx = 4 \text{ đặt } t = x+1 \text{ nên } dt = dx \text{ và khi } x=0 \Rightarrow t=1, x=2 \Rightarrow t=3.$$

$$\text{Do đó } 4 = \int_0^2 f(x+1)dx = \int_1^3 f(t)dt = \int_1^3 f(x)dx.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = 1 + 4 = 5. \text{ **Chọn A**}$$

Câu 127: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên $(0; +\infty)$

thỏa mãn $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Tính tổng

$S = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2018) = \frac{a}{b}$ với $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, \frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó $b-a = ?$

A. -1.

B. 1011.

C. 1.

D. 2018.

Lời giải

Chọn E không có đáp án đúng

$$\text{Xét } f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-f'(x)}{f^2(x)} = 2x+4 \Rightarrow \int \frac{-f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (2x+4) dx.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = x^2 + 4x + C.$$

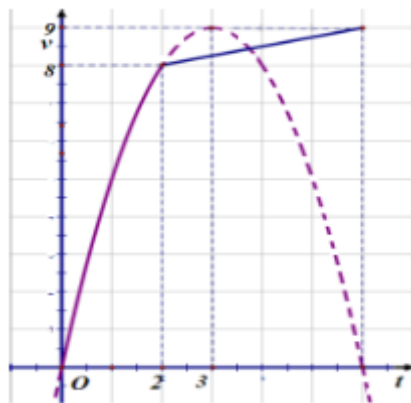
$$\text{Vì } f(0) = \frac{1}{3} \Rightarrow C = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right).$$

$$\text{Vậy } S = [f(0) + f(2) + \dots + f(2018)] + [f(1) + f(3) + \dots + f(2017)]$$

$$S = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2021} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2020} \right]$$

$$S = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{2020}{2021} + \frac{1009}{2 \cdot 2020} \right].$$

Câu 128: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



A. $\frac{130}{3}(\text{km})$.

B. $9(\text{km})$.

C. $40(\text{km})$.

D. $\frac{134}{3}(\text{km})$.

Lời giải

Chọn A

+ Vì Parabol đi qua $O(0; 0)$ và có tọa độ đỉnh $I(3; 9)$ nên thiết lập được phương trình Parabol là $(P): y = v(t) = -t^2 + 6t; \forall t \in [0; 2]$

+ Sau 2 giờ đầu thì hàm vận tốc có dạng là hàm bậc nhất $y = \frac{1}{4}t + m$, dựa trên đồ thị ta thấy đi qua điểm có tọa độ $(6; 9)$ nên thế vào hàm số và tìm được $m = \frac{15}{2}$.

Nên hàm vận tốc từ giờ thứ 2 đến giờ thứ 6 là $y = \frac{1}{4}t + \frac{15}{2}; \forall t \in [2; 6]$

+ Quãng đường vật đi được bằng tổng đoạn đường 2 giờ đầu và đoạn đường 4 giờ sau.

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^2 (-t^2 + 6t) dt + \int_2^6 \left(\frac{1}{4}t + \frac{15}{2} \right) dt = \frac{130}{3} (km)$$

Câu 129: (Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Biết $\int_1^e \frac{x+1}{x^2+x \ln x} dx = \ln(ae+b)$ với a, b là các số

nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 - ab + b^2$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$\int_1^e \frac{x+1}{x^2+x \ln x} dx = \int_1^e \frac{1+\frac{1}{x}}{x+\ln x} dx = \int_1^e \frac{d(x+\ln x)}{x+\ln x} = \ln(x+\ln x) \Big|_1^e = \ln(e+1)$$

Vậy $a=1, b=1$ nên $T = a^2 - ab + b^2 = 1$.

Câu 130: (Lương Thế Vinh - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = 4e^{2x} + 2x$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = 4e^{2x} + x^2 - 3$. **B.** $F(x) = 2e^{2x} + x^2 - 1$.

C. $F(x) = 2e^{2x} + x^2 + 1$. **D.** $F(x) = 2e^{2x} - x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $F(x) = \int (4e^{2x} + 2x) dx = 2e^{2x} + x^2 + C$.

$F(0) = 2.e^{2.0} + 0^2 + C = 2 + C$. Mà $F(0) = 1 \Rightarrow 2 + C = 1 \Leftrightarrow C = -1$.

Do đó: $F(x) = 2e^{2x} + x^2 - 1$.

Câu 131: (Lương Thế Vinh - Hà Nội - HK1 - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}. \text{ Tính } F'(2\sqrt{2}) - F'(0).$$

- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{8}{9}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, nên $F'(x) = f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

$$\text{Suy ra: } F'(2\sqrt{2}) = \frac{1}{3}, F'(0) = 1 \Rightarrow F'(2\sqrt{2}) - F'(0) = -\frac{2}{3}.$$

Câu 132: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho tích phân $I = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x dx = ae^2 + b$, a và

b là các số hữu tỉ. Giá trị của $4a + 3b$ là:

- A. $\frac{13}{2}$, B. $\frac{13}{4}$. C. $-\frac{13}{4}$. D. $-\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x dx = \int_1^e x \ln x dx + \int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx = \frac{1}{2} \int_1^e \ln x dx^2 + \int_1^e \ln x dx \ln x \\ &= \frac{1}{2} \left(x^2 \ln x \Big|_1^e - \int_1^e x^2 d \ln x \right) + \frac{1}{2} \ln^2 x \Big|_1^e \\ &= \frac{1}{2} \left(e^2 - \int_1^e x^2 \frac{1}{x} dx \right) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} e^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{4}; b = \frac{3}{4} \Rightarrow 4a + 3b = \frac{13}{4}$$

Câu 133: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x^2}. \text{ Biết } F(3) = 6, \text{ giá trị của } F(8) \text{ là:}$$

- A. $\frac{217}{8}$. B. 27. C. $\frac{215}{24}$. D. $\frac{215}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

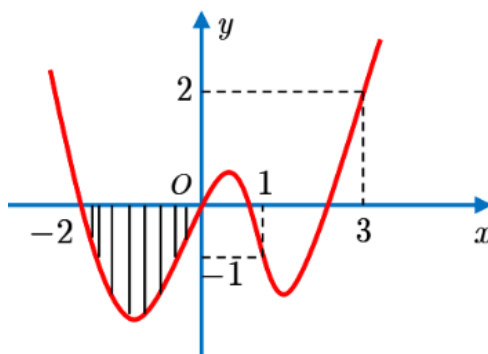
$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \left(\frac{2x}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = 2 \int \left(\sqrt{x+1} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx - \int \frac{1}{x^2} dx \\ &= \frac{4}{3} (x+1) \sqrt{x+1} - 4 \sqrt{x+1} + \frac{1}{x} + C. \end{aligned}$$

Giả sử $F(x) = \frac{4}{3}(x+1)\sqrt{x+1} - 4\sqrt{x+1} + \frac{1}{x} + C$.

$$F(3) = 6 \Leftrightarrow \frac{4}{3} \cdot 4 \cdot 2 - 4 \cdot 2 + \frac{1}{3} + C = 6 \Leftrightarrow C = 3.$$

Khi đó: $F(8) = \frac{4}{3} \cdot 9 \cdot 3 - 4 \cdot 3 + \frac{1}{8} + 3 = \frac{217}{8}$.

Câu 134: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Thanh Tùng - Đề 2 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phần sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị biểu thức $T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_2^4 f(2x-8) dx$



A. $T = \frac{9}{2}$.

B. $T = 6$.

C. $T = 0$.

D. $T = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_2^4 f(2x-8) dx.$$

Xét: $\int_1^2 f'(x+1) dx = f(x+1) \Big|_1^2 = f(3) - f(2) = 1$

$$\int_2^3 f'(x-1) dx = f(x-1) \Big|_2^3 = f(2) - f(1) = 2$$

$$\int_2^4 f(2x-8) dx = \frac{1}{2} \int_2^4 f(2x-4) d(2x-8) = -\frac{1}{2} \int_{-2}^0 f(x) dx = -\frac{3}{2}$$

Từ 1, 2, 3 ta có:

$$T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_2^4 f(2x-8) dx = 1 + 2 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 135: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Trên một mảnh ruộng hình elip có độ dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 1 km và 8 hm người ta trồng lúa. Sau vụ thu

hoạch, người ta thu được năng suất lúa đạt 66 tạ trên 1 ha. Hỏi tổng sản lượng thu được là (chọn đáp án gần nhất):

- A. 4145 tạ. B. 4140 tạ. C. 4147 tạ. D. 4160 tạ.

Lời giải

Chọn C

Có Trục lớn là: $1km = 10hm$. $\Rightarrow a = 5hm$. Trục nhỏ là $8hm \Rightarrow b = 4hm$.

Có công thức diện tích Elip là: $S = \pi ab = 20\pi \text{ hm}^2 = 20\pi \text{ ha}$.

Vậy tổng sản lượng thu được là: $20\pi.66 \approx 4147$ (tạ).

Câu 136: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Cho hàm số $f(x) = \int_1^x \frac{dt}{t^2 + t}$ ($x > 1$)

. Tập giá trị của hàm số là:

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(\ln 2; 1)$. D. $(0; \ln 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \int_1^x \frac{dt}{t^2 + t} = \int_1^x \frac{dt}{t(t+1)} = \int_1^x \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \right) dt = (\ln|t| - \ln|t+1|) \Big|_1^x$$

$$= \ln \left| \frac{t}{t+1} \right| \Big|_1^x = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| - \ln \frac{1}{2} = \ln \left| \frac{2x}{x+1} \right| = \ln \frac{2x}{x+1} \quad (\text{vì } x > 1).$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{2x}{x+1}$ với $x > 1$.

Ta có $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x > 1$ suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Bảng biến thiên:

x	1	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	1	2

$$\text{Suy ra } 1 < \frac{x}{x+1} < 2 \Rightarrow \ln 1 < \ln \frac{x}{x+1} < \ln 2 \Rightarrow 0 < \ln \frac{x}{x+1} < \ln 2 \Rightarrow 0 < f(x) < \ln 2.$$

Vậy tập giá trị của hàm số là: $(0; \ln 2)$.

Câu 137: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 2 - 2019) Cho hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \log_2 x, y = 0, x = 4$. Đường thẳng $x = 2$ chia hình phẳng đó thành hai hình có diện tích là $S_1 > S_2$. Tỷ lệ thể tích $\frac{S_1 - 2}{S_2}$ là

- A. 2. B. $\frac{7}{4}$. C. 3. D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn A

Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \log_2 x, y = 0, x = 4$

Khi đường thẳng $x = 2$ chia hình phẳng đó thành hai hình có diện tích là $S_1 > S_2$.

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số

$$y = \log_2 x, x = 2, x = 4; y = 0.$$

Và S_2 là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số

$$y = \log_2 x, y = 0, x = 1; x = 2.$$

$$\text{Khi đó: Tỷ lệ thể tích } \frac{S_1 - 2}{S_2} = \frac{\left(\int_2^4 \log_2 x dx \right) - 2}{\int_1^2 \log_2 x dx} = 2.$$

Câu 138: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Cho lò xo có chiều dài tự nhiên bằng 10 cm, độ cứng $k = 800 N/m$. Công sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài 15 cm đến 18 cm bằng:

A. 1,54 J .

B. 1,56 J .

C. 1,69 J .

D. 1,96 J .

Lời giải

Chọn B

Công được sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài 15 cm đến 18 cm là: $W = \int_{0,05}^{0,08} 800x dx = 1,56 J$.

Câu 139: (Hocmai.vn - PEN I - Nguyễn Bá Tuấn - Đề 1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên

$\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$. Tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. $I = 8$.

B. $I = 6$.

C. $I = 4$.

D. $I = 10$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt: } t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

$$\text{Đổi cận: } x=1 \Rightarrow t=1; x=9 \Rightarrow t=3$$

$$\text{Suy ra } \int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2 \int_1^3 f(t) dt = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(t) dt = 2$$

$$\text{Đặt } t = \sin x; x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow dt = \cos x dx$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=0; x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=1$$

Suy ra: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = \int_0^1 f(t) dt = 2$

Khi đó $I = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + 2 = 4$.

Câu 140: (Hocmai.vn - PEN I - Lê Bá Trần Phương - Đề 1 - 2019) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \sqrt{xe^x}$ và các đường thẳng $x=1$, $x=2$, $y=0$. Thể tích của khối nón xoay thu được khi quay hình D xung quanh trục Ox bằng

- A.** πe^2 . **B.** $2\pi e$. **C.** $(2-e)\pi$. **D.** $2\pi e^2$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức thể tích khối tròn xoay ta có $V = \pi \int_1^2 xe^x dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$.

Vậy $V = \pi \left(xe^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx \right) = \pi \left(xe^x \Big|_1^2 - e^x \Big|_1^2 \right) = \pi (2e^2 - e - e^2 + e) = \pi e^2$.

Câu 141: (Hocmai.vn - PEN I - Lê Bá Trần Phương - Đề 1 - 2019) Cho $\int_0^{\pi} f(x) dx = 2$ và

$\int_0^{\pi} g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_0^{\pi} (2f(x) + x \sin x - 3g(x)) dx$.

- A.** $I = 7 + \pi$. **B.** $I = 7 + 4\pi$. **C.** $I = \pi - 1$. **D.** $I = 7 + \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = 2 \int_0^{\pi} f(x) dx - 3 \int_0^{\pi} g(x) dx + \int_0^{\pi} x \sin x dx$.

Tính $K = \int_0^{\pi} x \sin x dx$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$.

Suy ra $K = -x \cos x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx = -x \cos x \Big|_0^{\pi} + \sin x \Big|_0^{\pi} = \pi$.

Vậy $I = 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) + \pi = 7 + \pi$.

Câu 142: (Hàm Rỗng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên

$$[0; 2] \text{ và } f(2) = 16; \int_0^2 f(x) dx = 4. \text{ Tính } I = \int_0^1 x f'(2x) dx.$$

A. $I = 7.$

B. $I = 20.$

C. $I = 12.$

D. $I = 13.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx.$

Đổi cận:

$$x = 0 \Rightarrow t = 0.$$

$$x = 1 \Rightarrow t = 2.$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{4} \int_0^2 t f'(t) dt.$$

Đặt $u = t \Rightarrow du = dt.$

$$dv = f'(t) dt \Rightarrow v = f(t).$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{4} \left(t f(t) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(t) dt \right) = \frac{1}{4} (2f(2) - 0 - 4) = 7.$$

Câu 143: (Hàm Rỗng - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Cho hàm số $f(x), f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và

thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4+x^2}.$ Tính $I = \int_{-2}^2 f(x) dx.$

A. $I = \frac{\pi}{20}.$

B. $I = \frac{\pi}{10}.$

C. $I = \frac{-\pi}{20}.$

D. $I = \frac{-\pi}{10}.$

Lời giải

Chọn A

Tính $\int_{-2}^2 f(-x) dx$

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$

Đổi cận

x	-2	2
t	2	-2

$$\Rightarrow \int_{-2}^2 f(-x) dx = -\int_2^{-2} f(t) dt = \int_{-2}^2 f(t) dt = \int_{-2}^2 f(x) dx$$

$$2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4+x^2} \Rightarrow \int_{-2}^2 (2f(x) + 3f(-x)) dx = \int_{-2}^2 \frac{1}{4+x^2} dx$$

$$\Leftrightarrow \int_{-2}^2 5f(x) dx = \int_{-2}^2 \frac{1}{4+x^2} dx$$

$$\Leftrightarrow \int_{-2}^2 f(x) dx = \frac{1}{5} \int_{-2}^2 \frac{1}{4+x^2} dx = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) \Big|_{-2}^2 = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{20}$$

Câu 144: (Giáo viên Giải Bắc Ninh - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[xf'(x)]^2 + 1 = x^2[1 - f(x) \cdot f''(x)]$ với mọi x dương. Biết $f(1) = f'(1) = 1$. Tính $f^2(2)$.

- A.** $f^2(2) = 2\ln 2 + 2$. **B.** $f^2(2) = \ln 2 + 1$. **C.** $f^2(2) = \sqrt{2\ln 2 + 2}$. **D.** $f^2(2) = \sqrt{\ln 2 + 1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $[xf'(x)]^2 + 1 = x^2[1 - f(x) \cdot f''(x)] \Leftrightarrow [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ (1) (do $x > 0$).

Lấy nguyên hàm hai vế (1) ta có: $f(x) \cdot f'(x) = x + \frac{1}{x} + C_1$ (2).

Do $f(1) = f'(1) = 1$ nên từ (2) $\Rightarrow C_1 = -1$.

Khi đó $f(x) \cdot f'(x) = x + \frac{1}{x} - 1 \Leftrightarrow 2f(x) \cdot f'(x) = 2x + \frac{2}{x} - 2$ (3).

Lấy nguyên hàm hai vế (3) ta có: $f^2(x) = x^2 + 2\ln x - 2x + C_2$ (4).

Do $f(1) = 1$ nên từ (4) $\Rightarrow C_2 = 2$.

Vậy $f^2(x) = x^2 + 2\ln x - 2x + 2 \Rightarrow f^2(2) = 2\ln 2 + 2$.

Câu 145: (Gia Bình - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = e$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $10 < f(5) < 11$. **B.** $4 < f(5) < 5$. **C.** $11 < f(5) < 12$. **D.** $3 < f(5) < 4$.

Lời giải

Chọn A

Xét $x \in (0; +\infty)$ và $f(x) > 0$ ta có: $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$.

$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx \Leftrightarrow \int \frac{1}{f(x)} d(f(x)) = \frac{2}{3} \int \frac{1}{2\sqrt{3x+1}} d(3x+1)$$

$$\Rightarrow \ln(f(x)) = \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C \Rightarrow f(x) = e^{\frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C}$$

Theo bài $f(1) = e$ nên $e^{\frac{4}{3} + C} = e \Rightarrow C = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = e^{\frac{2}{3} \sqrt{3x+1} - \frac{1}{3}}$

Do đó $f(5) \approx 10,3123 \Rightarrow 10 < f(5) < 11$.

Câu 146: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=1, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{30}, \int_0^1 (2x-1)f(x)dx = -\frac{1}{30}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{11}{30}$.

C. $\frac{11}{4}$.

D. $\frac{11}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm dưới dấu tích phân là $[f'(x)]^2, (2x-1)f(x)$ không có mối liên hệ với nhau.

Dùng tích phân từng phần ta có $\int_0^1 (2x-1)f(x)dx = (x^2-x)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 (x^2-x)f'(x)dx$.

Ta suy ra $\int_0^1 (x^2-x)f'(x)dx = \frac{1}{30}$

Bây giờ giả thiết được đưa về $\begin{cases} \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{30} \\ \int_0^1 (x^2-x)f'(x)dx = \frac{1}{30} \end{cases}$

Tính được $\int_0^1 (x^2-x)^2 dx = \frac{1}{30}$

nên $\int_0^1 [f'(x) - (x^2-x)]^2 dx = 0 \longrightarrow f'(x) = x^2 - x, \forall x \in [0;1] \longrightarrow f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + C$

$\xrightarrow{f(0)=1} C=1 \longrightarrow f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1 \longrightarrow \int_0^1 f(x)dx = \frac{11}{12}$.

Câu 147: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1;5\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2-4x-5}; f(1)=1$ và $f(7) = \frac{-1}{3}\ln 2$. Giá trị của biểu thức $f(0)+f(-3)$ bằng:

A. $\frac{1}{6}\ln 10 + 1$.

B. $\frac{1}{6}\ln 10$.

C. $\ln 10 + 1$.

D. $\ln 10 \frac{2}{3} \ln 2018^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn A

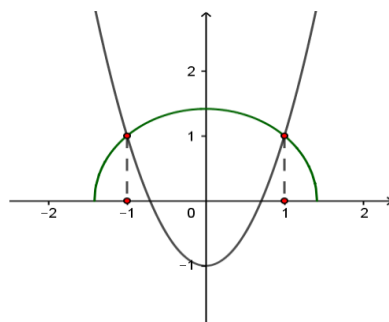
Xét $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$ và $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 4x - 5}$; $f(1) = 1$ và $f(7) = \frac{-1}{3} \ln 2$.

$$f'(x) = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+1} \right) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-5}{x+1} \right| + C = \begin{cases} \frac{1}{6} \ln \frac{x-5}{x+1} + C_1 & \text{khi } x < -1; x > 5 \\ \frac{1}{6} \ln \frac{5-x}{x+1} + C_2 & \text{khi } -1 < x < 5 \end{cases}$$

Có $f(1) = 1$ và $f(7) = \frac{-1}{3} \ln 2$, suy ra $\begin{cases} \frac{1}{6} \ln 2 + C_2 = 1 \\ \frac{1}{6} \ln \frac{1}{4} + C_1 = -\frac{1}{3} \ln 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 1 - \frac{1}{6} \ln 2 \end{cases}$

$$f(-3) + f(0) = \frac{1}{6} \ln 10 + 1.$$

Câu 148: (Cụm Tân Yên - Bắc Giang - HSG - 2019) Cho H là hình giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Diện tích hình H bằng



A. $\frac{3\pi + 2}{6}$.

B. $\frac{3\pi - 2}{6}$.

C. $\frac{3\pi + 10}{6}$.

D. $\frac{3\pi + 10}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^2 - 1 = \sqrt{2 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 1 \geq 0 \\ 2x^2 - 1^2 = 2 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x \leq -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Diện tích hình H bằng

$$S = \int_{-1}^1 \sqrt{2 - x^2} - 2x^2 - 1 \, dx = - \int_{-1}^1 2x^2 - 1 \, dx + \int_{-1}^1 \sqrt{2 - x^2} \, dx = -I_1 + I_2.$$

$$I_1 = \int_{-1}^1 2x^2 - 1 \, dx = \left(\frac{2x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}.$$

$$I_2 = \int_{-1}^1 \sqrt{2-x^2} dx, \text{ đặt } x = \sqrt{2} \sin t \Rightarrow dx = \sqrt{2} \cos t dt.$$

$$\text{Khi đó } I_2 = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2 \cos^2 t dt = 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 1 + \cos 2t dt = \left(x + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} + 1.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{\pi}{2} + 1 - \frac{2}{3} = \frac{3\pi + 2}{6}.$$

Câu 149: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Tìm số thực a để hình phẳng giới

hạn bởi hai đồ thị hàm $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ có diện tích lớn nhất.

A. 2

B. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

C. 1.

D. $\sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ là nghiệm

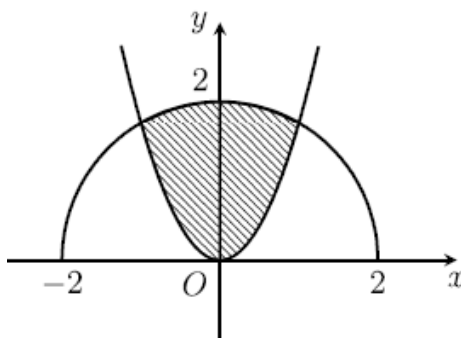
$$\text{phương trình } \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6} = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = -2a \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} \int_{-2a}^{-a} \left| \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6} - \frac{a^2 - ax}{1 + a^6} \right| dx &= \int_{-2a}^{-a} \left| \frac{x^2 + 3ax + 2a^2}{1 + a^6} \right| dx \\ &= -\frac{1}{1 + a^6} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{3ax^2}{2} + 2a^2x \right) \Big|_{-2a}^{-a} = \frac{a^3}{6(1 + a^6)} \leq \frac{1}{12} \end{aligned}$$

Câu 150: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 1 - 2019) Cho hình (H) giới hạn bởi parabol

$y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn tâm O bán kính 2 nằm phía trên trục hoành (**phần tô đậm trong hình vẽ bên**). Diện tích của được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$

B. $S = \int_0^1 [\sqrt{3}x^2 - \sqrt{4-x^2}] dx.$

C. $S = 2 \cdot \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx.$

D. $S = \int_0^1 [\sqrt{2-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } S = \int_{-1}^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}] dx = \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}] dx + \int_{-1}^0 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}] dx.$$

$$\text{Xét } \int_{-1}^0 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}] dx.$$

$$\text{Đặt } x = -t \Rightarrow dx = -dt$$

$$\text{Khi } x = -1 \Rightarrow t = 1; x = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$\int_{-1}^0 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}] dx = \int_1^0 [\sqrt{4-t^2} - \sqrt{3t^2}] (-dt) = \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}] dx$$

$$\text{Vậy } S = \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}] dx$$

Câu 151: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Biết $\int_1^4 f(x) dx = 5$ và

$$\int_4^5 f(x) dx = 20. \text{ Tính } \int_1^2 f(4x-3) dx - \int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) e^{2x} dx.$$

A. $I = \frac{15}{4}.$

B. $I = 15.$

C. $I = \frac{5}{2}.$

D. $I = 25.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = 4x - 3 \Rightarrow dt = 4dx \text{ thì}$$

$$\int_1^2 f(4x-3) dx = \frac{1}{4} \int_1^5 f(t) dt = \frac{1}{4} \left(\int_1^4 f(t) dt + \int_4^5 f(t) dt \right) = \frac{1}{4} (5 + 20) = \frac{25}{4}.$$

$$\text{Đặt } u = e^{2x} \Rightarrow du = 2e^{2x} dx \text{ thì}$$

$$\int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int_1^4 f(u) du = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{25}{4} - \frac{5}{2} = \frac{15}{4}.$$

Câu 152: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính $f(4)$?

A. 24.

B. 14.

C. 4.

D. 16.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Trên khoảng } (0; +\infty) \text{ ta có: } 2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}f'(x) + \frac{1}{2\sqrt{x}}f(x) = \frac{3}{2}x^2.$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} \cdot f(x))' = \frac{3}{2}x^2 \Rightarrow \int (\sqrt{x} \cdot f(x))' dx = \int \frac{3}{2}x^2 dx.$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} \cdot f(x) = \frac{1}{2}x^3 + C. (*)$$

$$\text{Mà } f(1) = \frac{1}{2} \text{ nên từ } (*) \text{ có: } \sqrt{1} \cdot f(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^3 + C \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + C \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 \sqrt{x}}{2}.$$

$$\text{Vậy } f(4) = \frac{4^2 \sqrt{4}}{2} = 16.$$

Câu 153: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho hàm số $y = -x^3 + 6x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = mx - m + 2$. Tìm giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại A, B, C bằng -6 .

A. $m = -1$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$-x^3 + 6x + 2 = mx - m + 2 \Leftrightarrow x^3 + (m-6)x - m = 0 \quad (1)$$

Điều kiện cần:

Giả sử d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C thì phương trình (1) có ba nghiệm

phân biệt. Gọi ba nghiệm của (1) là x_A, x_B, x_C , theo Viet ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 0 \\ x_A x_B + x_B x_C + x_C x_A = m - 6 \end{cases}$$

(i)

hàm số $y = -x^3 + 6x + 2$ có đồ thị là (C) . Ta có $y' = -3x^2 + 6$

Gọi k_1, k_2, k_3 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại ba điểm A, B và C .

Ta có: $k_1 = -3x_A^2 + 6$; $k_2 = -3x_B^2 + 6$ và $k_3 = -3x_C^2 + 6$

Theo bài: $k_1 + k_2 + k_3 = -6 \Leftrightarrow -3(x_A^2 + x_B^2 + x_C^2) + 18 = -6 \Leftrightarrow x_A^2 + x_B^2 + x_C^2 = 8$

$$\Leftrightarrow (x_A + x_B + x_C)^2 = 8 + 2(x_A x_B + x_B x_C + x_C x_A) \quad (2)$$

Thay (i) vào (2) ta có: $0 = 8 + 2(m-6) \Leftrightarrow m = 2$.

Điều kiện đủ: Với $m = 2$ ta có (1) trở thành $x^3 - 4x - 2 = 0$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x - 4$. Do $f(x)$ là hàm đa thức nên xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f(-2) = -2$; $f(-1) = 1$; $f(0) = -4$; $f(2) = -4$.

Vì:

+ $f(-2) \cdot f(-1) < 0 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-2; -1)$.

+ $f(-1) \cdot f(0) < 0 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-1; 0)$.

+ $f(0) \cdot f(2) < 0 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; 2)$.

Mặt khác vì $f(x)$ là đa thức bậc ba nên phương trình $f(x) = 0$ chỉ có tối đa ba nghiệm.

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Do đó $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 154: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Cho

$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + \frac{c}{3}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. **B.** $a^2 + b^2 + c^2 = 11$. **C.** $a^2 + b^2 + c^2 = 9$. **D.** $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$, đặt $\ln x + 2 = t \Rightarrow \frac{dx}{x} = dt$

$$I = \int_2^3 \frac{t-2}{t^2} dt = \int_2^3 \frac{1}{t} dt - 2 \int_2^3 \frac{1}{t^2} dt = \ln t \Big|_2^3 + \frac{2}{t} \Big|_2^3 = \ln 3 - \ln 2 + \frac{2}{3} - \frac{2}{2} = \ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{3}$$

Suy ra $a = 1; b = -1; c = -1$, vậy $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. **Chọn D**

Câu 155: (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - HK1 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm,

liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, biết $f'(x) + 2f(x) = 0$ và $f(1) = 1$.

Khi đó $f(-1)$ bằng

A. $f(-1) = e^{-2}$. **B.** $f(-1) = e^3$. **C.** $f(-1) = 3$. **D.** $f(-1) = e^4$.

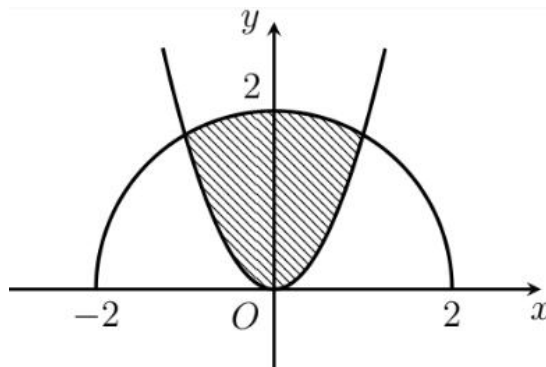
Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) + 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = -2 \Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int -2 dx \Leftrightarrow \ln |f(x)| = -2x + C$.

Với $x=1$ ta có: $\ln|f(1)| = -2 + C \Leftrightarrow C = 2$ do đó: $\ln|f(x)| = -2x + 2 \Leftrightarrow f(x) = e^{-2x+2}$
 $\Rightarrow f(-1) = e^4$.

Câu 156: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn tâm (H) bán kính bằng 2 nằm phía trên trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Diện tích của (H) được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_0^1 [\sqrt{2-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.

B. $S = 2 \cdot \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.

C. $S = \int_0^1 [\sqrt{3}x^2 - \sqrt{4-x^2}] dx$.

D. $S = \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường tròn tâm O bán kính bằng 2 là: $x^2 + y^2 = 4$.

$\Rightarrow$ Phương trình nửa đường tròn nằm phía trên trục hoành là: $y = \sqrt{4-x^2}$ với $x \in [-2; 2]$.

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là:

$$\sqrt{4-x^2} = \sqrt{3}x^2 \Leftrightarrow 4-x^2 = 3x^4 \Leftrightarrow 3x^4 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 & (TM) \\ x^2 = \frac{-4}{3} & (L) \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Diện tích hình phẳng (H) là: $S = \int_{-1}^1 |\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2| dx = 2 \cdot \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.

(Vì trục Oy chia hình (H) thành 2 nửa bằng nhau, có diện tích bằng nhau và trên $[-1; 1]$, đồ thị của nửa đường tròn nằm phía trên parabol.

Câu 157: (Chuyên Đông Bằng Sông Hồng - Cụm 8 trường - Lần 1 - 2019) Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $f(F(0))$ bằng

A. $9e$.**B.** $3e$.**C.** $20e^2$.**D.** $-\frac{1}{e}$.**Lời giải****Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } F'(x) &= (ax^2 + bx + c)' e^{-x} + (ax^2 + bx + c)(e^{-x})' = (-ax^2 + (2a - b)x + b - c)e^{-x} \\ &= f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{-x} \end{aligned}$$

$$\text{Đồng nhất hệ số ta được } \begin{cases} -a = 2 \\ 2a - b = -5 \\ b - c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \text{ suy ra } F(x) = (-2x^2 + x - 1)e^{-x}$$

$$\text{Khi đó } f(F(0)) = f(-1) = 9e$$

Câu 158: (Báo TH&TT - Số 1 -2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $f(-x) + 2019f(x) = 2^x \forall x \in [-1;1]$.

Giá trị của $\int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{1}{2019 \ln 2}$.**B.** $\frac{3}{4040 \ln 2}$.**C.** 0 .**D.** $\frac{5}{2018 \ln 2}$.**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có } \int_{-1}^1 [f(-x) + 2019f(x)] dx = \int_{-1}^1 2^x dx$$

$$\Leftrightarrow 2020 \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 2^x dx \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{1}{2020} \int_{-1}^1 2^x dx$$

$$\text{Vậy } \int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{1}{2020} \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_{-1}^1 = \frac{3}{4040 \ln 2}.$$

Câu 159: (Báo TH&TT - Số 1 -2019) Khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn

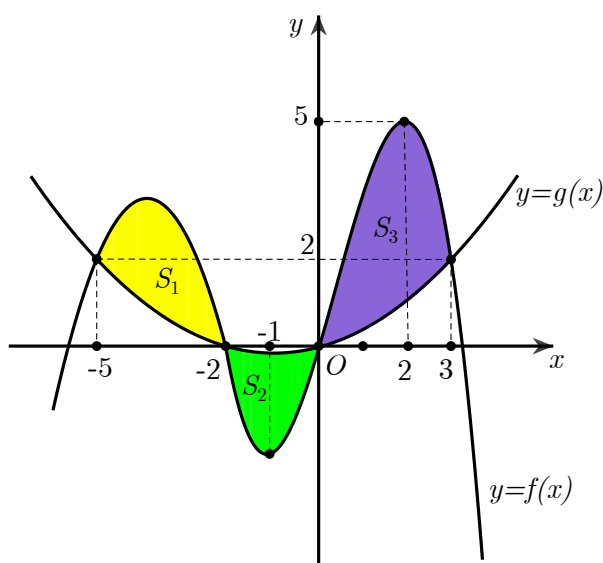
bởi đường cong $y = \sqrt{\frac{5 + (x-4)e^x}{xe^x + 1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0; x=1$ quanh trục hoành có thể tích $V = \pi[a + b \ln(e+1)]$, trong đó a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = 5$.**B.** $a - 2b = -3$.**C.** $a + b = 9$.**D.** $a - 2b = 13$.**Lời giải****Chọn D**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } V &= \pi \int_0^1 \frac{5 + (x-4)e^x}{xe^x + 1} dx = \pi \int_0^1 \left(1 + \frac{4-4e^x}{xe^x + 1} \right) dx = \pi \int_0^1 \left(1 - 4 \frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}} \right) dx \\ &= \pi \left(x - 4 \ln(x + e^{-x}) \right) \Big|_0^1 = \pi(5 - 4 \ln(e+1)) \end{aligned}$$

Vậy $a - 2b = 13$.

Câu 160: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và đường parabol $y = g(x) = ax^2 + bx + c$ lần lượt là m, n, p .



Tích phân $\int_{-5}^3 f(x) dx$ bằng

A. $-m + n - p - \frac{208}{45}$. **B.** $m - n + p + \frac{208}{45}$ **C.** $m - n + p - \frac{208}{45}$. **D.** $-m + n - p + \frac{208}{45}$.

Lời giải

Chọn B

$$S_1 = \int_{-5}^{-2} [f(x) - g(x)] dx = \int_{-5}^{-2} f(x) dx - \int_{-5}^{-2} g(x) dx \Rightarrow \int_{-5}^{-2} f(x) dx = S_1 + \int_{-5}^{-2} g(x) dx.$$

$$S_2 = \int_{-2}^0 [g(x) - f(x)] dx = \int_{-2}^0 g(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx \Rightarrow \int_{-2}^0 f(x) dx = \int_{-2}^0 g(x) dx - S_2.$$

$$S_3 = \int_{-2}^3 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-2}^3 f(x) dx - \int_{-2}^3 g(x) dx \Rightarrow \int_{-2}^3 f(x) dx = S_3 + \int_{-2}^3 g(x) dx.$$

$$\text{Do vậy: } \int_{-5}^3 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3 + \int_{-5}^3 g(x) dx.$$

Từ đồ thị ta thấy $\int_{-5}^3 g(x)dx$ là số dương. Mà 4 đáp án chỉ có B là phù hợp, nên ta **Chọn B**

Chú ý: Có thể tính $\int_{-5}^3 g(x)dx$ như sau:

Từ đồ thị hàm số $y = g(x)$ ta thấy nó đi qua các điểm $(-5;2)$, $(-2;0)$, $(0;0)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 25a - 5b + c = 2 \\ 4a - 2b + c = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{15}, b = \frac{4}{15}, c = 0. \text{ Do đó: } \int_{-5}^3 g(x)dx = \int_{-5}^3 \left(\frac{2}{15}x^2 + \frac{4}{15}x \right) dx = \frac{208}{45}.$$

Câu 161: (Thuận Thành 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho parabol $y = x^2 + 1$ và đường thẳng $y = mx + 2$ với m là tham số. Gọi m_0 là giá trị của m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng và parabol là nhỏ nhất. Khi đó m_0 nằm trong khoảng nào?

A. $\left(-\sqrt{2}; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(0;1)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $\left(-1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng:

$$x^2 + 1 = mx + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$$

Dễ thấy phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m . Đó là

$$x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 + 4}}{2}.$$

Giả sử $x_1 = \frac{m - \sqrt{m^2 + 4}}{2} < x_2 = \frac{m + \sqrt{m^2 + 4}}{2}$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S = \int_{x_1}^{x_2} (-x^2 + mx + 1) dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{mx^2}{2} + x \right) \Big|_{x_1}^{x_2}$$

$$= \left(-\frac{x_2^3}{3} + \frac{mx_2^2}{2} + x_2 \right) - \left(-\frac{x_1^3}{3} + \frac{mx_1^2}{2} + x_1 \right)$$

Rút gọn và áp dụng định lý Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -1 \\ x_2 - x_1 = \sqrt{m^2 + 4} \end{cases}$, ta có:

$$S = \left(\frac{m^2 + 4}{6} \right) \sqrt{m^2 + 4}$$

Đặt $\sqrt{m^2 + 4} = t (t \geq 2)$

Khi đó, xét hàm số $S(t) = \frac{t^3}{6}$ trên đoạn $[2; +\infty)$

Dễ thấy $S(t) \geq \frac{4}{3}$ khi $t = 2$

Vậy diện tích hình phẳng bị giới hạn bởi parabol và đường thẳng là $S = \frac{4}{3}$

Dấu "=" xảy ra khi $t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 4} = 2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 162: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

thỏa mãn: $\begin{cases} f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0) = \frac{\pi^2}{4} \\ f'(x) - \sin x \cdot f(3 - 2\cos x) = x + \sin 2x - 6\sin x \end{cases}$. Tính $I = \int_1^3 f(x) dx$.

A. $I = 4$.

B. $I = 8$.

C. $I = \frac{\pi}{4}$.

D. $I = \frac{\pi^2}{4} + 10$.

Lời giải

Chọn D

$f'(x) - \sin x \cdot f(3 - 2\cos x) = x + \sin 2x - 6\sin x$ lấy tích phân hai vế cận $0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$

Ta được:

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(3-2\cos x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin 2x - 6\sin x) dx \\
& \Rightarrow f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(3-2\cos x) d(3-2\cos x) = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{\cos 2x}{2} + 6\cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\
& \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0) - \frac{1}{2} F(3-2\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{\pi^2}{8} + \frac{1}{2} \right) - \frac{11}{2} \\
& \Rightarrow \frac{\pi^2}{4} - \frac{1}{2} [F(3) - F(1)] = \frac{\pi^2}{8} - 5 \\
& \Rightarrow \frac{\pi^2}{4} - \frac{1}{2} I = \frac{\pi^2}{8} - 5 \Rightarrow \frac{1}{2} I = \frac{\pi^2}{8} + 5 \Rightarrow I = \frac{\pi^2}{4} + 10.
\end{aligned}$$

Câu 163: (Nhóm VDC - Số 01 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x) + f(x) = 2x - 1$ và $f(0) = 5$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $3 - \frac{4}{e}$.

B. $6 + \frac{8}{e}$.

C. $3 + \frac{4}{e}$.

D. $6 - \frac{8}{e}$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) + f(x) = 2x - 1.$$

* Đây là dạng phương trình vi phân dạng $y' + u'y = g(x) \Leftrightarrow e^u (y' + u'y) = e^u g(x)$

$$\Leftrightarrow (e^u y)' = e^u g(x).$$

* Với $u' = 1 \Rightarrow u = x$.

$$* f'(x) + f(x) = 2x - 1 \Leftrightarrow e^x (f'(x) + f(x)) = e^x (2x - 1).$$

$$\Leftrightarrow (e^x f(x))' = e^x (2x - 1).$$

* Nguyên hàm hai vế ta được: $\int (e^x f(x))' dx = \int e^x (2x - 1) dx$.

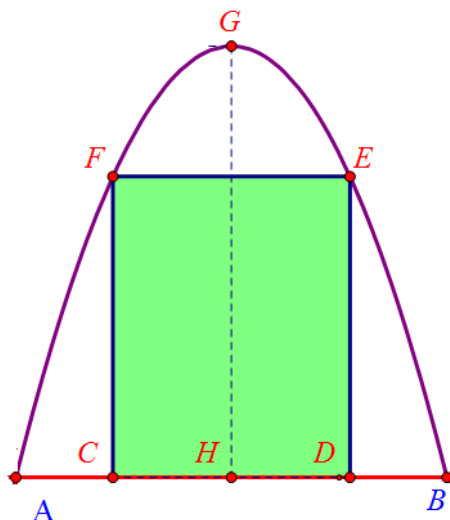
$$\Leftrightarrow e^x f(x) = (2x - 3)e^x + C.$$

* Thay $x = 0$ vào ta được: $e^0 f(0) = -3e^0 + C \Leftrightarrow f(0) = -3 + C = 5 \Leftrightarrow C = 8$.

$$\Rightarrow e^x f(x) = (2x - 3)e^x + 8 \Rightarrow f(x) = 2x - 3 + \frac{8}{e^x}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 \left(2x - 3 + \frac{8}{e^x} \right) dx = \left(x^2 - 3x - \frac{8}{e^x} \right) \Big|_0^1 = -2 - \frac{8}{e} + \frac{8}{e^0} = 6 - \frac{8}{e}.$$

Câu 164: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm giá là 1200000 đồng/m², còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/m².



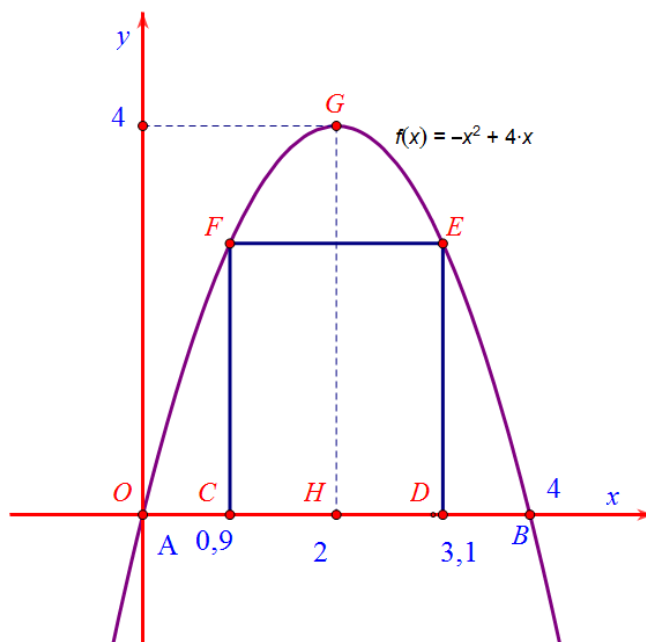
Hỏi tổng chi phí để là hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A.** 11445000 (đồng). **B.** 7368000 (đồng). **C.** 4077000 (đồng). **D.** 11370000 (đồng)

Lời giải

Chọn A

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Gọi phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$

$$\text{Do đó ta có } \begin{cases} c = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 2^2 a + 2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Nên phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$

$$\text{Diện tích của cả cổng là } S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \approx 10,67(m^2)$$

$$\text{Do vậy chiều cao } CF = DE = f(0,9) = 2,79(m)$$

$$CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2(m)$$

$$\text{Diện tích hai cánh cổng là } S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \approx 6,14(m^2)$$

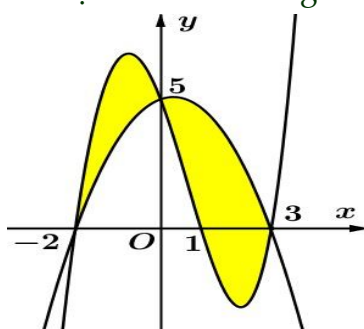
$$\text{Diện tích phần xiên hoa là } S_{xh} = S - S_{CDEF} = 10,67 - 6,14 = 4,53(m^2)$$

$$\text{Nên tiền là hai cánh cổng là } 6,14 \cdot 1200000 = 7368000(\text{đ})$$

$$\text{và tiền làm phần xiên hoa là } 4,53 \cdot 900000 = 4077000(\text{đ}).$$

Vậy tổng chi phí là 11445000 đồng.

Câu 165: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Diện tích phần hình phẳng tô đen trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?

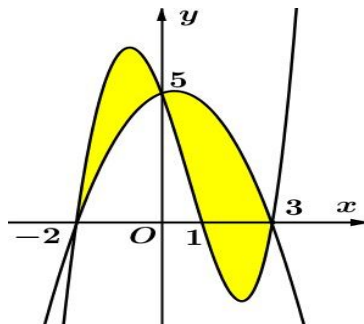


A. $\int_{-2}^3 (f(x) - g(x)) dx$. **B.** $\int_{-2}^3 (g(x) - f(x)) dx$.

C. $\int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$. **D.** $\int_{-2}^0 (g(x) - f(x)) dx + \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ ta có diện tích phần hình phẳng tô đen trong hình vẽ bên dưới được tính là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^3 |f(x) - g(x)| dx \\ &= \int_{-2}^0 |f(x) - g(x)| dx + \int_0^3 |f(x) - g(x)| dx \\ &= \int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx \end{aligned}$$

Câu 166: (Nhóm Strong - Phát triển đề minh họa - Số 01 - 2019) Cho

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3 \text{ với } a, b, c \text{ là các số nguyên. Giá trị của } a + b + c \text{ bằng}$$

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3x + 2} dx &= \int_0^1 \frac{x^2 + 3x + 2 - (3x + 5)}{x^2 + 3x + 2} dx \\ &= \int_0^1 dx - \int_0^1 \frac{3x + 5}{x^2 + 3x + 2} dx = x \Big|_0^1 - \int_0^1 \left(\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x+2} \right) dx \\ &= 1 - \left(2 \ln|x+1| + \ln|x+2| \right) \Big|_0^1 = 1 - \ln 2 - \ln 3. \end{aligned}$$

Do đó $a=1; b=-1; c=-1$.

Vậy $a+b+c=-1$.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 167: (Lê Văn Hưu - Thanh Hóa - Lần 1 - 2019) Biết $\int_0^{\pi} \frac{x \sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx = \frac{\pi^a}{b}$, trong đó a ,

b là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức $P = 2a^2 + 3b^3$ là:

A. $P=32$.

B. $P=194$.

C. $P=200$.

D. $P=100$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } x = \pi - t \Rightarrow I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - t) \sin^{2018} t}{\sin^{2018} t + \cos^{2018} t} dt = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x) \sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx$$

suy ra

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx \Rightarrow I = \frac{\pi}{2} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx \right).$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx, \quad I_2 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx \text{ thì } I = \frac{\pi}{2} (I_1 + I_2).$$

$$\text{Đặt } x = \frac{\pi}{2} - t \Rightarrow I_2 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos^{2018} t}{\sin^{2018} t + \cos^{2018} t} dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx.$$

$$\text{Đặt } x = -t \Rightarrow I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2018} t}{\sin^{2018} t + \cos^{2018} t} dt \Rightarrow I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx, \text{ từ đó suy ra}$$

$$I_1 + I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Do đó } I = \frac{\pi^2}{4} \Rightarrow a = 2, b = 4. \text{ Như vậy } P = 2a^2 + 3b^3 = 200.$$

Câu 168: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Giữa HK1 - 2019) Biết $\int_1^2 (x+1)^2 e^{\frac{x-1}{x}} dx = me^{\frac{p}{q}} - n$

, trong đó m, n, p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Tính

$$T = m + n + p + q.$$

A. $T = 11.$

B. $T = 10.$

C. $T = 7.$

D. $T = 8.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } I = \int_1^2 (x+1)^2 e^{\frac{x-1}{x}} dx = \int_1^2 (x^2 + 2x + 1) e^{\frac{x-1}{x}} dx = \int_1^2 (x^2 + 1) e^{\frac{x-1}{x}} dx + \int_1^2 2xe^{\frac{x-1}{x}} dx$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_1^2 (x^2 + 1) e^{\frac{x-1}{x}} dx = \int_1^2 x^2 \cdot e^{\frac{x-1}{x}} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2} dx = \int_1^2 x^2 \cdot e^{\frac{x-1}{x}} d\left(x - \frac{1}{x}\right) = \int_1^2 x^2 d\left(e^{\frac{x-1}{x}}\right)$$

$$= x^2 e^{\frac{x-1}{x}} \Big|_1^2 - \int_1^2 e^{\frac{x-1}{x}} d(x^2) = x^2 e^{\frac{x-1}{x}} \Big|_1^2 - \int_1^2 2xe^{\frac{x-1}{x}} dx$$

$$\Rightarrow I_1 + \int_1^2 2xe^{\frac{x-1}{x}} dx = x^2 e^{\frac{x-1}{x}} \Big|_1^2 \Rightarrow I = x^2 e^{\frac{x-1}{x}} \Big|_1^2 = 4e^{\frac{3}{2}} - 1$$

$$\text{Do } \int_1^2 (x+1)^2 e^{\frac{x-1}{x}} dx = me^{\frac{p}{q}} - n, \text{ trong đó } m, n, p, q \in \mathbb{Z}^+ \text{ và } \frac{p}{q} \text{ là phân số tối giản} \Rightarrow \begin{cases} m=4 \\ n=1 \\ p=3 \\ q=2 \end{cases}$$

Khi đó, $T = m + n + p + q = 4 + 1 + 3 + 2 = 10$.

Câu 169: (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Tìm số thực dương a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ có diện tích đạt giá trị lớn nhất.

- A. 2. B. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. C. 1. D. $\sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 hàm số là: $\frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6} = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3ax + 2a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = -2a \end{cases}$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số là:

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{-2a}^{-a} \frac{x^2 + 3ax + 2a^2}{1 + a^6} dx \right| = \left| \frac{1}{1 + a^6} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2} ax^2 + 2a^2 x \right) \right|_{-2a}^{-a} \\ &= \left| \frac{1}{1 + a^6} \left(-\frac{a^3}{3} + \frac{3}{2} a^3 - 2a^3 + \frac{8}{3} a^3 - 6a^3 + 4a^3 \right) \right| \\ &= \frac{|a^3|}{6(1 + a^6)} \stackrel{\text{Cauchy}}{\leq} \frac{|a^3|}{12|a^3|} = \frac{1}{12}. \text{ Dấu "="} \Leftrightarrow a^6 = 1 \Leftrightarrow a = 1, \text{ vì } a > 0. \end{aligned}$$

Vậy diện tích S đạt giá trị lớn nhất là $\frac{1}{12}$, khi $a = 1$.

Câu 170: [2H3--3--3] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - HK1 - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ khi khoảng cách từ O đến (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

- A. $S = \frac{51}{5}$. B. $S = \frac{49}{5}$. C. $S = \frac{49}{4}$. D. $S = \frac{51}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình (ABC): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có: $d(O, (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$.

Theo bất đẳng thức BU - NHI - A - CÔP - XKI cho hai bộ số $\left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$ & $\left(\frac{a}{7}; \frac{2b}{7}; \frac{4c}{7}\right)$

ta có $1 \leq \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \left(\frac{a^2}{49} + \frac{4b^2}{49} + \frac{16c^2}{49}\right)$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{2b^2} = \frac{1}{4c^2} \Leftrightarrow a^2 = 2b^2 = 4c^2$.

Suy ra $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 1 \Rightarrow d(O, (ABC)) \leq 1$.

Dấu bằng xảy ra khi: $\begin{cases} a^2 = 2b^2 = 4c^2 \\ a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 7 \\ b^2 = \frac{7}{2} \\ c^2 = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{49}{4}$.

Câu 171: (Chuyên Bắc Ninh - Lần 3 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn

$(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x \quad \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Tính giá trị của $T = f^2(2)$.

A. $\frac{43}{30}$.

B. $\frac{16}{35}$.

C. $\frac{43}{15}$.

D. $\frac{26}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int [f'^2(x) + f''(x) \cdot f(x)] dx = \int (x^3 - 2x) dx$ (1)

Xét $\int f''(x) f(x) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = f''(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = f'(x) \end{cases}$.

$\int f''(x) f(x) dx = f(x) \cdot f'(x) - \int f'^2(x) dx \Rightarrow \int [f'^2(x) + f''(x) \cdot f(x)] dx = f'(x) f(x)$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f'(x) f(x) = \frac{1}{4} x^4 - x^2 + C$.

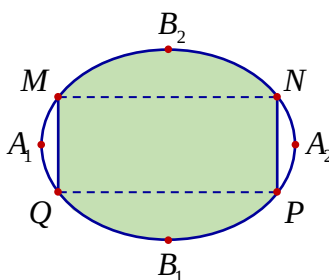
Chọn $x=0$ ta được $C=1$. Do đó $f'(x)f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2+1$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x)f'(x)dx = \int_0^2 \left(\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 1\right)dx \Leftrightarrow \frac{1}{2}f^2(x)\Big|_0^2 = \left(\frac{1}{20}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + x\right)\Big|_0^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}[f^2(2)-f^2(0)] = \frac{14}{15} \stackrel{f(0)=1}{\Rightarrow} f^2(2) = \frac{43}{15}.$$

Câu 172: (Bộ GD&ĐT - Đề Minh Họa - 2019)

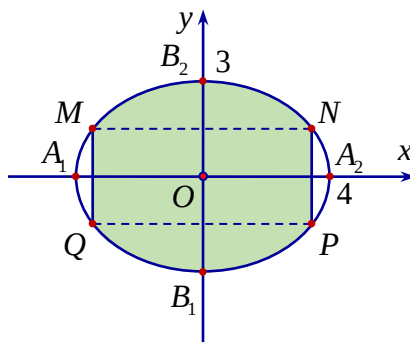
Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{ m}$, $B_1B_2 = 6\text{ m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{ m}$?



- A.** 7.322.000 đồng. **B.** 7.213.000 đồng. **C.** 5.526.000 đồng. **D.** 5.782.000 đồng.

Lời giải

Chọn A



Giả sử phương trình elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} A_1A_2 = 8 \\ B_1B_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2}$.

Diện tích của elip (E) là $S_{(E)} = \pi ab = 12\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

Ta có: $MQ = 3 \Rightarrow \begin{cases} M = d \cap (E) \\ N = d \cap (E) \end{cases}$ với $d: y = \frac{3}{2} \Rightarrow M\left(-2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$ và $N\left(2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Khi đó, diện tích phần không tô màu là $S = 4 \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left(\frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2} \right) dx = 4\pi - 6\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích phần tô màu là $S' = S_{(E)} - S = 8\pi + 6\sqrt{3}$.

Số tiền để sơn theo yêu cầu bài toán là

$$T = 100.000 \times (4\pi - 6\sqrt{3}) + 200.000 \times (8\pi + 6\sqrt{3}) \approx 7.322.000 \text{ đồng.}$$

Câu 173: (Báo TH&TT - Số 1 -2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết

$$\begin{cases} \int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 6 \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx = 2 \end{cases}, \text{ giá trị } \int_1^3 (f(x) + 2) dx \text{ bằng}$$

A. 10.

B. 16.

C. 9.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Xét tích phân $\int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 6$.

Đặt $t = \ln \sqrt{x} = \frac{1}{2} \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{2x} dx \Rightarrow \frac{1}{x} dx = 2 dt$.

Khi $x=1$ thì $t=0$. Khi $x=e^6$ thì $t=3$.

Ta có $6 = \int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 2 \int_0^3 f(t) dt \Rightarrow \int_0^3 f(t) dt = 3 \Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = 3$.

Xét tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx = 2$.

Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow dt = -2 \cos x \cdot \sin x dx \Rightarrow \sin 2x dx = -dt$.

Khi $x=0$ thì $t=1$. Khi $x=\frac{\pi}{2}$ thì $t=0$.

Ta có $2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx = -\int_1^0 f(t) dt = \int_0^1 f(t) dt \Rightarrow \int_0^1 f(t) dt = 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 2$.

Bởi vậy

$$\int_1^3 (f(x) + 2) dx = \int_1^3 f(x) dx + 2 \int_1^3 dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx + 4 = 3 - 2 + 4 = 5.$$

Câu 174: (Yên Phong 1 - Bắc Ninh - KSGV - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

; $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{4}{9}$ và

$[f'(x)]^2 = (x+1) \cdot f(x)$. Tính $f(8)$.

A. $f(8) = 49$.B. $f(8) = 256$.C. $f(8) = \frac{1}{16}$.D. $f(8) = \frac{49}{64}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có với $\forall x \in (0; +\infty)$ thì $y = f(x) > 0; x+1 > 0$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $f'(x) \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

$$\text{Do đó } [f'(x)]^2 = (x+1)f(x) \Leftrightarrow f'(x) = \sqrt{(x+1)f(x)} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \sqrt{x+1}.$$

$$\text{Suy ra } \int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = \int \sqrt{x+1} dx \Rightarrow \sqrt{f(x)} = \frac{1}{3} \sqrt{(x+1)^3} + C.$$

$$\text{Vì } f(3) = \frac{4}{9} \text{ nên } C = \frac{2}{3} - \frac{8}{3} = -2.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = \left(\frac{1}{3} \sqrt{(x+1)^3} - 2 \right)^2, \text{ suy ra } f(8) = 49.$$